

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne démocratique et populaire

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

جامعة سعد دحلب البليدة
Université SAAD DAHLAB de BLIDA

كلية التكنولوجيا
Faculté de Technologie

قسم الإلكترونيك
Département d'Électronique



Mémoire de Master 2

Electrotechnique
Spécialité Machines Electriques

présenté par

MOULOUDI Khadidja

&

HAMDAOUI Rokia

Répartition Optimale des Puissances Réactives Dans Un Réseau Electrique

Proposé par : BELAZZOUG Messoud

Année Universitaire 2015-2016

REMMERCIMENTS

Avant toute chose, nous adressons nos remerciements à dieu le tout puissant de nous avoir donné la volonté, le courage, la patience et la force durant toute la période d'étude, et pour finir ce travail.

Nous remercions nos parents qui nous ont beaucoup fait par leurs sacrifices et leurs encouragements.

*Un remerciement particulier à notre promoteur monsieur **BELAZZOUG Messaoud**, d'avoir accepté de nous prendre en charge et d'avoir bien suivi et dirigé notre travail et de faire profiter de son savoir, ainsi de ses conseils, et pour toute l'aide, les remarques constructive qui de ont d'améliorer ce travail, et qui grâce à lui avons pu réaliser l'objectif.*

Et précieux remerciements vont au président et membres de jury pour l'honneur qu'ils nous font en acceptent de juger ce travail.

Nous remercions aussi toute les enseignants de département d'électronique qui nous a aidés durant nos étude de 1^{ère} années universitaire jusqu'à maintenant.

Nous tenons à exprimer nos plus vifs remerciements à nos collègues et amis(es)Du département d'électronique de l'USTB.

Nos remerciements vont enfin à toute personne qui a contribué de pris ou de loin à l'élaboration de ce travail.

Dédicaces

*Nous dédions ce modeste travail à nos très chères parents
qui ont fait de nous ce que nous sommes par leurs soutenus.*

A nos chères frères et sœurs.

*Comme nous dédions toute les amis(es) chacun (ne) par son
nom.*

Khadidja et

Rokia

ملخص:

إن الهدف الرئيسي لهذه الأطروحة هو تطبيق تقنية التوزيع الأمثل للقدرة الغير فعالة للشبكة الكهربائية و التي تعتبر مشكلة لخطية مقيدة واسعة النطاق.

تطرقنا في هذه الأطروحة الى التقليل من دالة الهدف لتحقيق توازن أفضل بين الإنتاج والاستهلاك. حيث أن هذه الدالة تتمثل في التقليل من الضياعات الفعالة و إيجاد قيمة و مكان وضع المكثفات.

كلمات المفاتيح: التوزيع الأمثل للقدرة غير الفعالة, الضياعات الفعالة, المكثفات

Résumé :

L'objectif principale de Cette thèse est l'application d'une technique d'optimisation "lagrangien projeté et augmenté " en utilisant une fonction **fmincon**, pour résoudre Le problème de la répartition optimale des puissances réactive d'un réseau électrique qui est considéré comme un large problème fortement non linéaire avec contraintes.

Cette thèse est consacrée à la minimisation d'une fonction objective nécessaire pour un meilleur équilibre entre la production et la consommation. Cette fonction objective est construite autour de la minimisation des pertes actives et l'investissement consenti pour l'emplacement des batteries de condensateurs.

Mots clés : la répartition optimale des puissances réactive, pertes actives, batteries de condensateurs.

Abstract :

The main objective of this thesis is the application of an optimization technique " and increased projected Lagrangian " using an **fmincon** function, to solve the problem of optimal distribution of reactive power to a power grid that is considered a broad issue nonlinear strongly constrained.

This thesis is devoted to the minimization of an objective function necessary for a better balance between production and consumption. This objective function is built around minimizing active losses and the investment in the location of the capacitor banks.

Keywords: optimal distribution of reactive power, active losses, capacitor banks.

REMMERCIMENT

DEDICACE

RESUME

Table de matières

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES ACRONYMES ET ABREIATIONS

INTRODUCTION GENERAL 1

CHAPITRE I : Généralité sur le réseau électrique

I. 1. Introduction 4

I. 2. Le système électrique 5

I. 3. Le réseau électrique 6

I. 4. Architecture des réseaux électriques 7

I. 5. Les différentes fonctions de réseau 7

 I. 5.1. La production 7

 I. 5.2. Le transport et la répartition 7

 I. 5.3. La distribution 8

 I. 5.4. La consommation 9

 I. 5.5. Équilibre du système électrique 9

 I. 5.6. Limites thermiques des lignes électriques en fonctionnement normal..... 9

I. 6. Structures topologiques des réseaux électrique 9

 a. Réseau radial 10

 b. Réseau bouclé 11

 c. Réseau maillé 11

I. 7. La puissance réactive 12

 I. 7.1. L'importance de la puissance réactive 12

 I. 7.2. Le facteur de puissance 12

I. 8. La compensation de la puissance réactive 13

 I. 8.1. Principe de la compensation de la puissance réactive 14

I. 8.2. Equipement de compensation de l'énergie réactive	16
I. 8.2.1. Les groupes de production (générateurs)	16
I. 8.2.2. Les condensateurs	16
I. 8.2.3. Les inductances	17
I. 8.2.4. Les compensateurs synchrones	17
I. 8.2.5. Les compensateurs statiques	17
I. 9. Conclusion	18

CHAPITRE II : Ecoulement de puissance

II. 1. Introduction	19
II. 2. Modélisation des composantes du réseau électrique.....	19
II. 2.1. Générateurs	20
II. 2.2. Lignes et câbles de transmission	20
II. 2.3. Transformateurs de puissance	21
II. 2.4. Charge électrique	22
II. 2.5. Élément shunt	23
II. 3. Concept général de l'écoulement de puissance	23
II. 4. Classification des jeux de barres	24
II. 4.1. Jeu de barres de référence	24
II. 4.2. Jeu de barres à tension contrôlée	24
II. 4.3. Jeu de barres de charge	25
II. 5. Généralisation à un système de n jeux de barre	25
II. 6. Formulation de base de l'écoulement de puissance	25
II. 6.1. Les équations de l'écoulement de puissance	26
II. 7. Les méthodes de résolution du problème de l'écoulement de puissance	29
II. 7.1. Méthodes de Gauss-Seidel	30
II. 7.1.1. Application de Gauss-Seidel	30
II. 7.2. Méthode de Newton-Raphson	30
II. 7.2.1. Algorithme de Newton-Raphson dans un système électrique	31
II. 7.2.2. Application de newton-raphson dans l'écoulement de puissance	32

II. 7.2.3. Organigramme de la méthode de N-R	34
II. 7.3. Application de N-R sur les réseaux électrique	36
II. 7.3.1. Résultat	38
II. 7.3.2. Discussions des Résultats	43
II. 8. Conclusion	45

CHAPITRE III : Méthodologie d'optimisation

III. 1. Introduction	46
III. 1.1. L'objectif principal	46
III. 2. Domaine d'application	47
a. Minimisation du cout	47
b. Minimisation des pertes	47
c. Amélioration du profil de tension	48
d. Amélioration de la stabilité de tension	48
e. Maximisation de la puissance transmissible	48
III. 3. Formulation de problème de l'écoulement de puissance optimal (OPF).....	48
III. 3.1. Variables de contrôle	49
III. 3.2. Variable d'état	50
III. 3.3. Fonction objectif	50
III. 3.4. Contraintes d'égalités	52
III. 3.5. Contraintes d'inégalités	52
III. 4. Optimisation de la compensation réactive	53
III. 4.1. Méthode du lagrangien projeté et augmenté	54
III. 4.2. Méthode de gradient réduit	57
III. 4.3. Organigramme de l'optimisation de la compensation réactive	61
III. 5. Conclusion	63

CHAPITRE IV : Résultats et interprétations.

IV. 1. Introduction	64
IV. 2. Application aux réseaux	65
IV. 2.1. Réseau 9 jeux de barres	65
IV. 2.1.1. Etape -1-(Minimisation des batteries de condensateurs)	65
IV. 2.1.2. Etape -2- (Minimisation des pertes actives)	66
IV. 2.2. Réseau 14 jeux de barres	68
IV. 2.2.1. Etape -1-	68
IV. 2.2.2. Etape -2-	69
IV. 2.3. Réseau 57 jeux de barres	72
IV. 2.3.1. Etape -1-	72
IV. 2.3.2. Etape -2-	73
IV. 3. Conclusion	79
CONCLUSION GENERALE	80

Liste des figures

Chapitre I

Figure I.1 : réseau électrique simplifié.

Figure I.2 : Différentes étages d'un réseau électrique.

Figure I.3 : schéma simplifié d'un réseau radial.

Figure I.4 : schéma simplifié d'un réseau bouclé.

Figure I.5 : schéma simplifié d'un réseau maillé.

Figure I.6 : représentation graphique.

Figure I.7 : circuit sans compensation schémas unifilaire.

Figure I.8 circuit avec compensation réactif : schéma unifilaire.

Chapitre II

Figure II.1 : Modèle d'un générateur.

Figure II.2 : Schéma équivalent en π d'une ligne de transmission.

Figure II.3 : Modèle d'un transformateur.

Figure II.4 : Modèle des éléments shunts.

Figure II.5 : Réseau électrique à cinq nœuds.

Figure II.6 : Algorithme de résolution du problème de la répartition des charges.

Figure II.7 : Organigramme de la méthode de N-R.

Figure II.8 : Schéma d'un réseau test de 9 jeux de barres.

Figure II.9 : Schéma d'un réseau test de 14 jeux de barres.

Figure II.10 : Schéma d'un réseau test de 57 jeux de barres.

Figure II.11 : Variation des tensions de l'écoulement de puissance, réseau 9 JB.

Figure II.12 : Variation des tensions de l'écoulement de puissance, réseau 14 JB.

Figure II.13 : Variation des tensions de l'écoulement de puissance, réseau 57 JB.

Chapitre III

Figure III.1 : Organigramme d'optimisation de la compensation réactive par la méthode du Lagrangien projeté et augmenté associé au gradient réduit.

Chapitre IV

Figure IV.1 : Variation des tensions avant et après optimisation (cas1), 9 JB.

Figure IV.2 : Variation des tensions avant et après optimisation (cas2), 9 JB.

Figure IV.3 : Variation des tensions avant et après optimisation (cas3), 9 JB.

Figure IV.4 : Variation des tensions avant et après optimisation (cas1), 14 JB.

Figure IV.5 : Variation des tensions avant et après optimisation (cas2), 14 JB.

Figure IV.6 : Variation des tensions avant et après optimisation (cas3), 14 JB.

Figure IV.7 : Variation des tensions avant et après optimisation (cas1), 57 JB.

Figure IV.8 : Variation des tensions avant et après optimisation (cas2), 57 JB.

Figure IV.9 : Variation des tensions avant et après optimisation (cas3), 57 JB.

Figure IV.10 : Comparaison des différents résultats des pertes actives ,9JB

Figure IV.11 : Comparaison des différents résultats des pertes actives ,14JB

Liste des tableaux

Chapitre II

Tableau II.1 : Classification et la numérotation des jeux de barres.

Tableau II.2 : Solution de l'écoulement de puissance réseau 9 JB.

Tableau II.3 : Solution de l'écoulement de puissance réseau 14 JB.

Tableau II.4 : Solution de l'écoulement de puissance réseau 57 JB.

Chapitre IV

Tableau IV.1 : Résultats d'optimisation du l'étape -1-, Réseau 9JB.

Tableau IV.2 : Résultats d'optimisation du l'étape -2-, Réseau 9JB.

Tableau IV.3 : Résultats d'optimisation du l'étape -1-, Réseau 14 JB.

Tableau IV.4 : Résultats d'optimisation du l'étape -2-, Réseau 14 JB.

Tableau IV.5 : Résultats d'optimisation du l'étape -1-, Réseau 57 JB.

Tableau IV.6 : Résultats d'optimisation du l'étape -2-, Réseau 57 JB.

Annexes

Annexe A :

Tableau A.1.1 : données de la ligne de 9 jeux de barres.

Tableau A.1.2 : données de nœud de 9 jeux de barres.

Tableau A.1.3 : les limites des puissances générées, 9 JB.

Tableau A.2.1 : données de la ligne de 14 jeux de barres

Tableau A.2.2 : données de nœud de 14 jeux de barres.

Tableau A.2.3 : les limites des puissances générées, 14 JB.

Tableau A.3.1 : données de la ligne de 57 jeux de barres.

Tableau A.3.2 : données de nœud de 57 jeux de barres.

Tableau A.3.3 : les limites des puissances générées, 57 JB.

Liste des abréviations

HT	Haut tension
THT	Très haut tension
MT	Moyen tension
BT	Base tension
HTB	Haut tension/Base tension
RTE	Réseau de transport d'électricité
GRD	Gestionnaire de réseau de distribution
SVC	compensateur statique de l'énergie réactive
FACT	Flexible alternatif courant transmission système
N-R	Newton-Raphson
G-S	Gauss-Seidel
JB	Jeu de barres
SB	Nœud Slack Base (Nœud de référence)
EP	Ecoulement de puissance

Liste des symboles

Chapitre I

- F : Facteur de puissance,
S : Puissance apparente,
P : Puissance active,
Q : Puissance réactive,
 I_a : Composante active du courant,
 I_r : Composante réactive du courant,
 Q_G^{\min} : Limite min de puissance réactive du générateur,
 Q_G^{\max} : Limite max de puissance réactive du générateur,

Chapitre II

- Z_{ij} : L'impédance série par phase de la ligne entre JB i et j ,
 r_{ij} : La résistance série de la ligne entre les jeux de barres i et j ,
 x_{ij} : La réactance série de la ligne entre les jeux de barres i et j ,
 Y_{ij}^{shu} : L'admittance shunt par phase entre JB i et j ,
 g_{ij}^{shu} : La conductance de la ligne entre les jeux de barres i et j ,
 b_{ij}^{shu} : La susceptance de la ligne entre les jeux de barres i et j ,
 a_{ij} : Le rapport de transformation entre les jeux de barres i et j ,
 P_0 : Puissances active consommées,
 Q_0 : Puissances réactive consommées,
 $n_p n_q$: Constantes dépendant du type de la charge,
 P_i : Puissance active injectée au jeu de barre i ,
 Q_i : Puissance réactive injectée au jeu de barre i ,

V_i : Module de la tension de jeu de barre i ,
 V_j : Module de la tension de jeu de barre j ,
 θ_i : Angle de tension au jeu de barre i ,
 PV : Nœud PV,
 PQ : Nœud PQ,
 V_{\min} : Limite min sur la variable de tension,
 V_{\max} : Limite max sur la variable de tension,
 δ_i : Angle de phase de la tension au jeu de barre i ,
 P_{Di} : Puissance active demandée au jeu de barre i ,
 Q_{Di} : Puissance réactive demandée au jeu de barre i ,
 I_{bus} : Le vecteur des courants complexes injectés aux jeux de barres,
 V_{bus} : Le vecteur des tensions complexes de chaque jeu de barres,
 Y_{bus} : La matrice admittance nodale du système,
 Y_{ii} : L'élément diagonal ii de la matrice admittance,
 y_{ij} : L'élément non diagonal ij de la matrice admittance,
 $P_{i \text{ cal}}$: Puissance active calculée au jeu de barre i ,
 $Q_{i \text{ cal}}$: Puissance réactive calculée au jeu de barre i ,
 $P_{i \text{ spec}}$: Puissance active spécifique au jeu de barre i ,
 $Q_{i \text{ spec}}$: Puissance réactive spécifique au jeu de barre i ,
 J_1, J_2, J_3, J_4 : Les éléments de la matrice Jacobienne,
 $\Delta V_i^{(k)}$: Accroissements des modules de tension au JB i à l'iteration k ,
 $\Delta \delta_i^{(k)}$: Accroissements des de tension au JB i à l'iteration k ,

Chapitre III

g	: Ensemble des contraintes d'égalité,
h	: Ensemble des contraintes d'inégalité,
u	: Vecteur des variables de contrôle
x	: Vecteur des variables d'état
x^{\min}	: Limite min des variable d'état
x^{\max}	: Limite max des variable d'état,
u^{\min}	: Limite min des variable de contrôle,
u^{\max}	: Limite max des variable de contrôle,
$F_1(x), F_2(x)$: Fonction objectif,
P_{Gi}	: Puissance active générée au jeu de barres i ,
Q_{Gi}	: Puissance réactive générée au jeu de barres i ,
N_s	: L'ensemble des jeux de barres du système (excepté le JB de référence),
N_t	: L'ensemble des jeux de barres de charge,
N_g	: L'ensemble des indices de tous les jeux de barres générateurs,
N_b	: L'ensemble des indices (i, j) de tous les JB de départ et d'arrivée du système,
N	: L'ensemble des JB du système,
P_{Gi}^{\min}	: Limite min de puissance active du générateur i ,
P_{Gi}^{\max}	: Limite max de puissance active du générateur i ,
V_i^{\min}	: La limite minimale du module de tension au niveau du JB i ,
V_i^{\max}	: Est la limite maximale du module de tension au niveau du JB i ,
S_{ij}^{\max}	: Limite maximale de puissance apparente entre les JB i et j ,
y	: Vecteur de variables linéaires,
c, d, b_1, b_2, u et l	: Vecteurs constants ainsi que les matrices A_1, A_2, A_3 ,
$f(x)$: Vecteur de fonctions continûment dérivables $\{f^i(x)\}$ (contraintes non linéaires),

m_1 : Nombre de contraintes non linéaires,
 m_2 : Nombre de contraintes linéaires,
 \bar{f} : Approximation linéaire de f ,
 x_k : Estimation des variables non linéaires,
 λ_k : Estimation des multiplicateurs de Lagrange (ou variables duales),
 $L(x, y, x_k, \lambda_k, \rho)$: Lagrangien augmenté modifié,
 s_1, s_2 : Variables d'écart,
 x_S : Ensemble des variables super-basiques,
 x_B : Ensemble des variables basiques correspondant à la matrice basique B carrée
 x_N : Vecteur des variables non-basiques.
 Z : Matrice (opérateur),
 B, S et N : Matrice basique, super-basique et non basique représentant les contraintes,
 g : Gradient de la fonction objective (le Lagrangien augmenté),
 g_B, g_S, g_N : Gradients de la fonction objective basique, super-basique et non basique,
 $Z^T g$: Gradient réduit,
 H : Matrice des dérivées secondes de la fonction L ,
 p : Direction de descente,
 p_B, p_S, p_N : Directions de descente basique, super-basique et non basique,,
 π : Multiplicateur de Lagrange associé à B ,
 α : Pas de la descente,
 θ : Gradient correspondant à N (erreur sur le gradient),
 ε_c : Erreur de convergence.

CHAPITRE I

GENERALITES SUR LE RESEAU ELECTRIQUE

I. 1. Introduction :

Le premier réseau électrique a vu le jour aux Etats-Unis en 1882 et a été conçu par Thomas Edison. C'était un réseau local à courant continu et servait à assurer l'éclairage de la région de Manhattan. La distribution de l'énergie était assurée par des câbles souterrains. Avec l'intervention du transformateur par William Stanley en 1885 et celle du moteur à courant alternatif par Nikola Tesla en 1888, les réseaux à courant alternatif commencèrent à prendre le pas sur les réseaux à courant continu du fait qu'il était devenu possible d'acheminer plus de puissance, sur de plus grandes distances, grâce à des niveaux de tension plus élevés.[1]

L'électricité est la forme d'énergie la plus facile à utiliser, mais exige des techniques et des investissements très importants pour la faire aboutir jusqu'à le consommateur.

A l'origine, le réseau électrique a été construit et dimensionné pour transporter l'énergie électrique produite par les centres de production jusqu'aux centres industriels, commerciales et résidentielles les plus éloignés. Cela exige l'installation de divers réseaux qui doivent assurer la canalisation de cette énergie depuis la centrale jusqu'au plus simple utilisateur. Les transits de puissances circulent de l'amont depuis les productions d'énergie électrique de type grosses centrales thermiques, hydraulique ou nucléaire, vers l'aval représenté par les consommateurs [2].

Le « système » réseau électrique met donc en œuvre des milliers de kilomètres de ligne, des milliers de poste de transformation, ainsi que de nombreux organes de coupure et d'automates de réglage, dimensionnés pour assurer le bon fonctionnement de la fourniture d'énergie électrique. Ainsi, des contrôles hiérarchisés assurent la tenue en tension et en

fréquence ; ceux-ci couplés aux divers automates, ont la charge de garantir la continuité de service du système [2].

Dans toute installation électrique alimentée en courant alternatif, la puissance consommée se décompose en puissance active et puissance réactive. La consommation excessive, pour une centrale industrielle de l'énergie réactive, entraîne des dépenses élevées. Pour réduire ces dernières, il faut agir sur le facteur de puissance de l'installation en intervenant sur la puissance active, en pratique on fait varier la puissance réactive soit en la diminuant, soit en l'augmentant, ce réglage s'appelle évidemment la compensation de l'énergie réactive.

I. 2. Le système électrique :

Le « système électrique » est l'ensemble des équipements électriques qui assurent la livraison à tous les consommateurs des kilowattheures produits.

Le système électrique peut être séparé en quatre fonctions principales (voir Figure I.1) :

- la production
- le transport et la répartition
- la distribution
- la consommation [3]

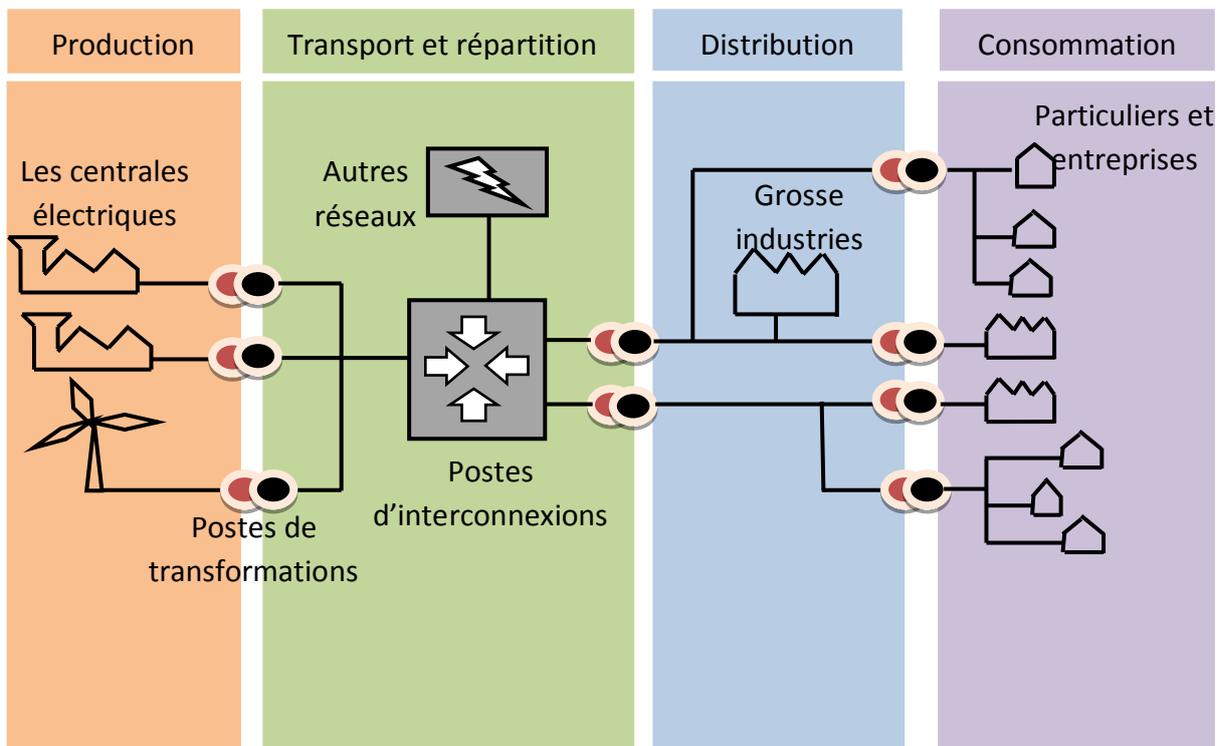


Figure I.1 : réseau électrique simplifié.

I. 3. Le réseau électrique :

Un réseau électrique est un ensemble d'infrastructures permettant d'acheminer l'énergie électrique des centres de production vers les consommateurs d'électricité. Il est constitué des lignes électriques exploitées à différents niveaux de tension, connectées entre elles dans des postes électriques. Les postes électriques permettent de répartir l'électricité et de la faire passer d'une tension à l'autre grâce aux transformateurs.

Un réseau électrique doit aussi assurer la gestion dynamique de l'ensemble production - transport - consommation, mettant en œuvre des réglages ayant pour but d'assurer la stabilité de l'ensemble. [3]

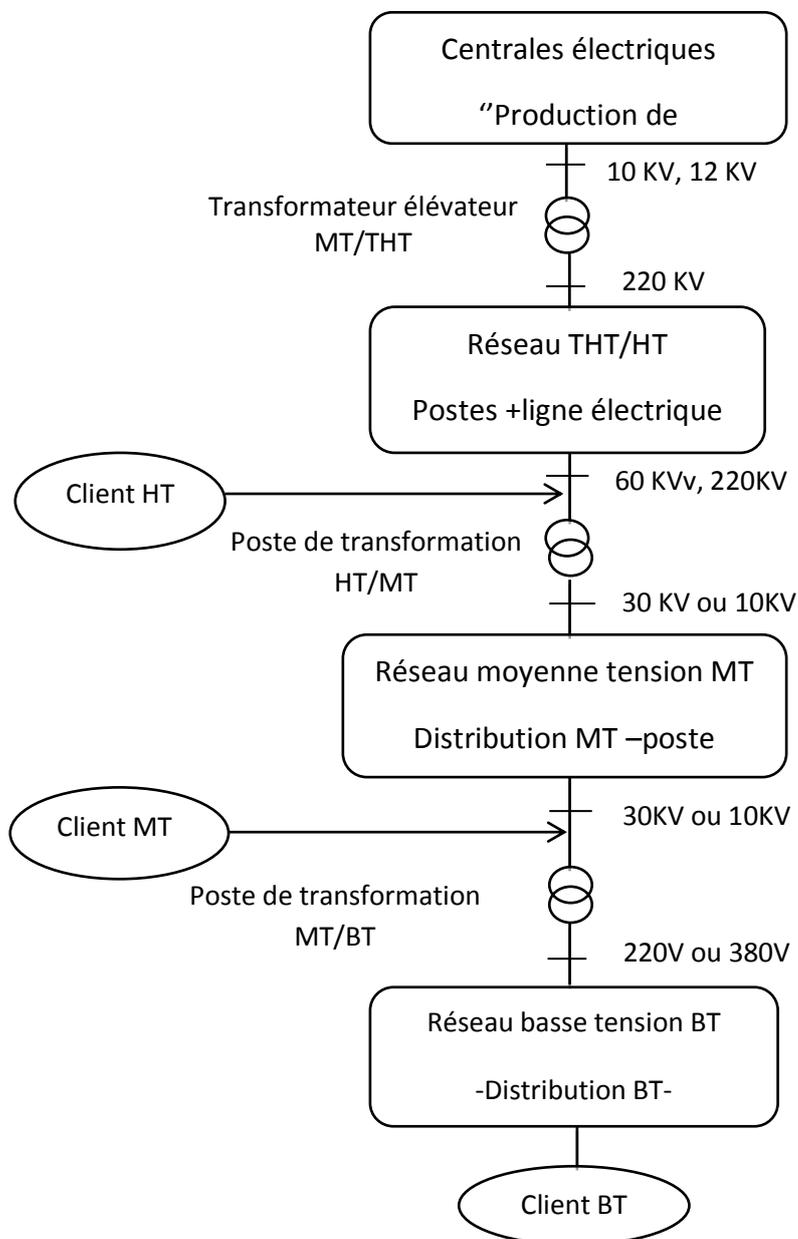


Figure I.2 : Différentes étapes d'un réseau électrique.

I. 4. Architecture des réseaux électriques :

Les réseaux électriques sont divisés en trois grandes catégories ; premièrement le réseau de transport puis la répartition en fin le réseau de distribution.

L'architecture d'un réseau électrique est plus ou moins complexe suivant le niveau de tension, la puissance demandée et la sûreté d'alimentation requise. Nous allons identifier les différents niveaux de tension ainsi les puissances. Alors le réseau de transport et d'interconnexion à très haute tension (400KV, 225KV) forme un ensemble maillé sur lequel sont raccordés les grandes centrales (>300MW). Il est suivi par un réseau de répartition à haute tension (60KV à 150KV) exploité soit en boucle fermée, soit le plus souvent en boucle ouverte et sur lequel se raccordent les centrales électriques de moindre puissance, ainsi que les grands utilisateurs industriels (>80MW). On trouve ensuite un réseau de distribution (10KV, 30KV, 400V) desservant la clientèle (petites et moyennes entreprises, commerce, secteurs résidentiels etc.) à travers des postes de répartition. Ce réseau de distribution est généralement de structure radial, éventuellement bouclable dans les zones urbaines pour assurer la continuité de service. Et enfin le réseau basse tension (380V, 220V) de structure radial alimentent les consommateurs (en triphasé ou en monophasé).

I. 5. Les différentes fonctions du réseau :

I. 5.1. La production :

Elle consiste en la génération de l'ensemble de la puissance consommée par le réseau tout entier. En grande majorité, les tensions associées à cette production sont produites sous la forme de système triphasé par l'intermédiaire d'alternateurs entraînés à partir de divers types de sources d'énergie dites « primaire ». [4]

I. 5.2. Le transport et la répartition :

La première de ces divisions est le réseau de transport (THT) ou réseau de haute tension de niveau B (HTB). Sur ce réseau sont connectées les centrales de production classique comme les centrales nucléaires, hydrauliques assurant 80% de la production électrique. Ces réseaux ont une architecture maillée, ainsi les productions ne sont pas isolées mais toutes reliées entre elles. Cette structure permet une sûreté de fonctionnement

accrue par rapport à une structure de réseau dite radiale puisqu'elle assure la continuité du service ou d'alimentation en cas d'aléas comme la perte d'une ligne, d'une production, etc.

En effet, lors de l'ouverture d'une ligne, le fait d'avoir cette structure maillée permet au flux de puissance de trouver un nouveau chemin pour contourner cette ligne en défaut et donc de garantir la continuité de l'alimentation en aval du problème. C'est à ce niveau de tension que sont assurées les interconnexions entre régions au niveau nationale et les échanges (importation/exportation) d'énergie électrique au niveau internationale. [2]

Le deuxième niveau de tension est le réseau de répartition (HT), celui-ci assure le transport des réserves en électricité composées de l'énergie puisée au réseau de transport et de productions de plus petites échelles vers les zones de consommations et à quelques gros clients industriels directement connectés à celui-ci. [2]

La gestion de la tension et de la fréquence des réseaux de transport et de répartition est effectuée de manière centralisée. Des mesures de puissances active et réactive et de tension sont effectuées sur le réseau et sont rapatriées aux centres de téléconduite. Ces mesures sont ensuite disponibles aux opérateurs en charge du bon fonctionnement du réseau ainsi que de la coordination des productions. L'opérateur en charge du bon fonctionnement de ces réseaux est le gestionnaire du réseau de transport, le RTE (Réseau de Transport d'Electricité), cette entité exploite et entretient le réseau public de transport. [2] Notons ici que la terminologie "réseau de répartition" tend à disparaître, ce niveau de tension étant généralement englobé dans le terme "transport".

I. 5.3. La distribution :

Ce réseau a pour fonction d'alimenter l'ensemble de la clientèle principalement connectée à ce réseau. Son exploitation est gérée par un Gestionnaire de Réseau de Distribution (GRD). Pour des raisons de coût et de simplicité technique, Les réseaux de distribution ont principalement une structure radiale. A la différence d'une structure maillée une structure radiale est une structure arborescente. Ainsi, le flux de puissance n'a qu'un trajet possible pour transiter du poste de transformation HTB/HTA ou HTA/BT vers le point de consommation considérée. Ceci permet notamment la localisation et l'élimination rapide de défauts, ainsi que le comptage de l'énergie aux postes sources. Cette structure est donc

parfaitement adaptée à un système verticalement intègre dans lequel la production est centralisée et la consommation distribuée. [2]

I. 5.4. la consommation :

Connaître la consommation de l'électricité d'une période future est important pour l'exploitation du système électrique.

La consommation d'électricité varie en permanence, au cours des saisons au cours d'une journée, en suivant le rythme de l'activité quotidienne et économique et en temps réel en fonction de la météo du moment. [5]

I. 5.5. Equilibre du système électrique :

L'équilibre du système électrique exige qu'à tout moment, la puissance injectée (la production) soit égale à la puissance soutirée (la consommation) plus les pertes générées sur le réseau.

Assurer l'équilibrage continu, même lors des incidents, est un moyen de maintenir la stabilité du système. Le défaut d'une ligne ou d'une unité de production peut provoquer des phénomènes en cascade pouvant se développer rapidement. [6]

I. 5.6. Limites thermiques des lignes électriques en fonctionnement normal :

Les lignes électriques et les transformateurs ont des capacités de transport physiquement limitées. Ces limites sont principalement thermiques. Les limites thermiques sont liées à l'échauffement des lignes lors du passage du courant électrique. L'effet Joule entraîne une transformation de puissance électrique en puissance thermique. Cette énergie thermique provoque une augmentation de la température de la ligne. Ce changement de température modifie les caractéristiques mécaniques de la ligne et provoque une dilatation des conducteurs. [7]

I. 6. Structures topologiques des réseaux électriques [8]:

Le concept de réseau englobe la totalité des installations, notamment les lignes aériennes, les câbles, les transformateurs et les appareils avec leurs moyens de contrôle et

de sécurité, les interrupteurs, etc., nécessaires au transport et à la distribution de l'énergie électrique.

Les réseaux électriques peuvent être organisés selon plusieurs types de structures. Radial (étoile), bouclé et maillé (connecté) :

a. Réseau radial :

Il représente le réseau sous sa forme la plus simple. Les lignes partent d'un point centrale, par exemples une station de transformation locale, et rayonnent depuis celui-ci. Si une perturbation se produit sur ce type de réseau, l'alimentation électrique de tous les clients rattachés à ce rayon défectueux est interrompue, jusqu'à ce que la panne soit réparée. La panne d'une station de transformation peut paralyser tout un quartier.

Les réseaux radiaux peuvent être contrôlés et protégés par un appareillage simple. Ce sont les réseaux les moins onéreux.

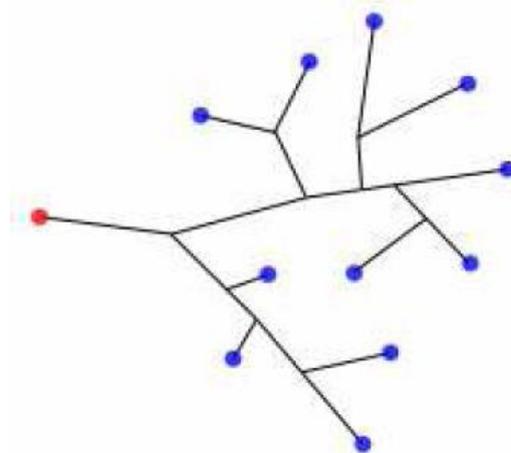


Figure I.3 : schéma simplifié d'un réseau radial.

b. Réseau bouclé :

Un réseau bouclé est un réseau maillé simplifié présentant un certain nombre de boucles fermées. Chacune de boucle contient un nombre limité de sources. Les réseaux bouclés sont alimentés à la fois par plusieurs sources ; les postes sont raccordés en coupure d'artère cette disposition permet lors d'une coupure, une continuité de service.

Cette structure coûte chère car elle nécessite au moins deux cellules de départ de plus.

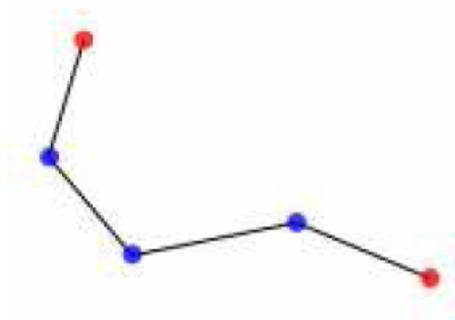


Figure I.4 : schéma simplifié d'un réseau bouclé.

c. Réseau maillé :

Lorsque des lignes en boucle sont regroupées pour relier des points très éloignés les uns des autres, elles forment un réseau maillé.

Les réseaux maillés sont surtout construits et exploités là où la sécurité d'approvisionnement d'un grand nombre de clients peut être compromise par une perturbation, comme c'est particulièrement le cas pour les réseaux de transport et de distribution haute tension.

On obtient ainsi une meilleure sécurité, mais à un prix plus chers.

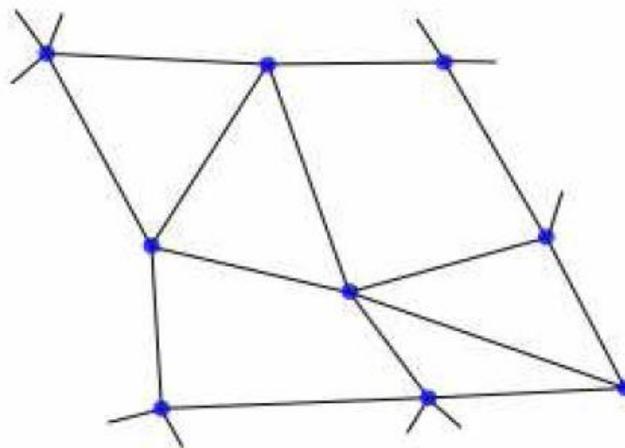


Figure I.5 : schéma simplifié d'un réseau maillé.

I. 7. La puissance réactive :

Les réseaux électriques à courant alternatif fournissent l'énergie apparente qui correspond à la puissance (ou puissance appelée). Cette énergie se décompose en deux formes d'énergie:

- L'énergie active: qui correspond à la puissance active P mesurée en kilowatt (kW) et se transforme en énergie mécanique (travail utile) et en chaleur (pertes).
- L'énergie réactive: qui correspond à la puissance réactive Q mesurée en kilovar (KVar) qui sert à magnétiser les tôles des appareils électriques (transformateurs, machines tournantes, ...).

Les consommateurs de puissance réactive sont les moteurs asynchrones, les transformateurs, les inductances (ballasts de tubes fluorescents) et les convertisseurs statiques (redresseurs)...etc. [9]

I. 7.1. L'importance de la puissance réactive [10] :

L'énergie réactive est un facteur très important qui influe sur la stabilité et l'équilibre du réseau électrique, ainsi que son fonctionnement. Les effets secondaires de ce facteur ce résume dans les points suivants:

1. La chute de tension dans les lignes et les postes de transformation.
2. Les pertes supplémentaires actives dans les lignes, les transformateurs et les générateurs.
3. Les variations de tension du réseau sont étroitement liées à la fluctuation de la puissance réactive dans le système de production.

I. 7.2. Le facteur de puissance :

Le quotient de la puissance active en kW consommée sur la puissance apparente en KVA fournie. Il est égal au cosinus de l'angle de déphasage φ entre la puissance active et la puissance apparente.

$$F = \frac{P(W)}{S(VA)} = \cos \varphi \quad (I.1)$$

Le $\cos \varphi$ est compris entre 0 et 1.

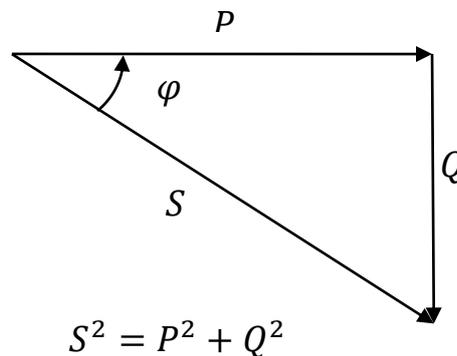


Figure I.6 : représentation graphique

Le $\cos \varphi$ est le facteur de puissance qui est fondamental et ne prend pas en compte la puissance véhiculée par les harmoniques.

- Un facteur de puissance proche de 1 indique une faible consommation d'énergie réactive et optimise le fonctionnement d'une installation. Il permet d'identifier facilement les appareils plus ou moins consommateur de puissance réactive.
- Un facteur de puissance égale à 1 ne conduira à aucune consommation de la puissance réactive (résistive pure).
- Un facteur de puissance inférieur à 1 conduira à consommation de la puissance réactive d'autant plus importante qu'il se rapproche de 0 (inductive pure).

Dans une installation électrique, le facteur de puissance pourra être différent d'un atelier à un autre, selon les appareils installés et la manière dont ils sont utilisés (fonctionnement à vide, pleine charge...). [9]

I. 8. la compensation de la puissance réactive :

La compensation de la puissance réactive a pour tâche:

- Réduire les fluctuations de tension,
- Améliorer le facteur de puissance,
- Equilibrer les charges asymétriques.

Les caractéristiques idéales pour un système quelconque de compensation sont les suivantes:

- Réponses instantanées à des variations brusques de charges ce qui garantit les changements rapides et lents de la charge seront atténués,
- Réponses indépendantes pour chaque phase de manière à ce que les variations des Charges équilibrées et déséquilibrées sur les phases soient atténuées.
- . Ainsi, dans le paragraphe ci-dessous nous allons indiquer le principe même de la charges équilibrées et déséquilibrées sur les phases soient

I. 8.1. principe de la compensation de la puissance réactive : [11]

Le principe de la compensation serait donc, selon la demande du réseau, de fournir de la puissance réactive ou de l'absorber. En analysant la nature de la puissance réactive, on peut conclure que la puissance réactive est une chose très importante pour les réseaux électriques (en courant alternatif). On distingue les sources principales et les sources complémentaires (ou secondaire). Les sources principales sont destinées pour la production de la puissance active et la puissance réactive, ce sont les générateurs des centrales électriques qui produisent ces puissances. Les sources complémentaires (ou secondaire) sont des installations électriques destinées pour la compensation du surplus ou des déficits de la puissance réactive dans les réseaux électriques et pour des différents réglages dans ces régimes de fonctionnement. Leur puissance installée et leur emplacement sont en relation directe avec des critères d'ordinaire technique et technico-économique. Les installations électriques sont installées dans des sous stations directement ou sous formes de consommateur.

Compenser une installation consiste à installer une source de l'énergie réactive de compensation qui permet d'améliorer le facteur de puissance de l'installation.

La compensation de la puissance réactive présente plusieurs avantages ; mais avant d'aborder ceux-ci, il faudrait comprendre son principe compensation. [1]

La figure (I.7) représente un réseau prépondérance inductive et sa présentation de Fresnel avec son impédance complexe et sa tension aux bornes de la charge.

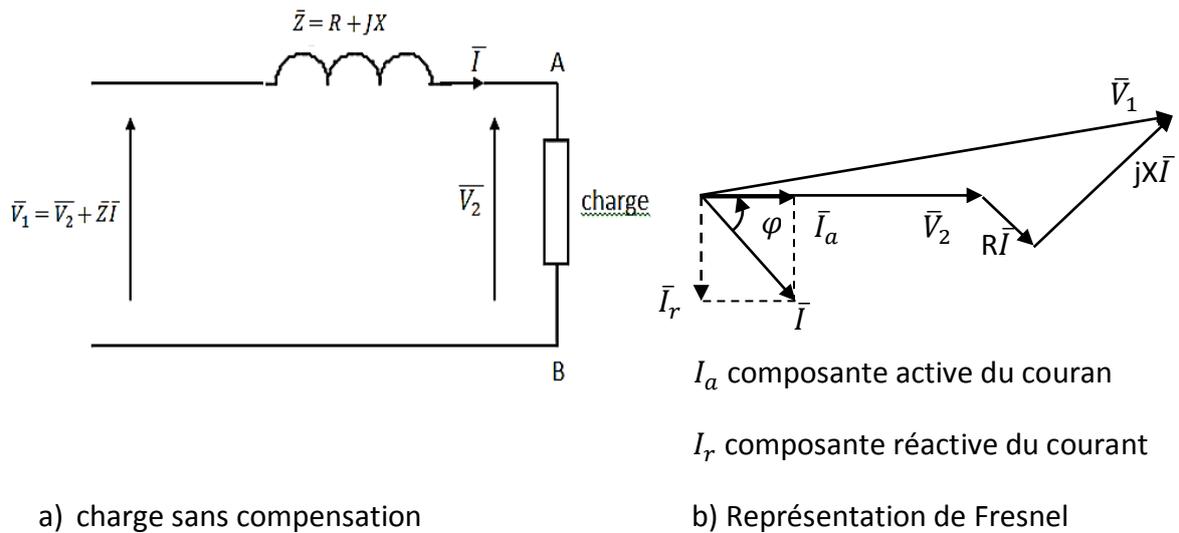


Figure I.7 : circuit sans compensation, schémas unifilaire.

On propose maintenant d'améliorer le facteur de puissance par compensation local à l'aide de condensateurs de puissance de capacité C.

La figure (I.8) montre que en calculant C pour que le courant \bar{I}' ait la même valeur que la composante réactive \bar{I}_r du circuit initiale, cette compensation réduit le courant transporté par la ligne tout en assurant une alimentation correcte du récepteur. Cette réduction peut atteindre 20 à 40%.

Il faut noter que la section (portion) AB de la ligne reste parcourue par la même puissance apparente S.

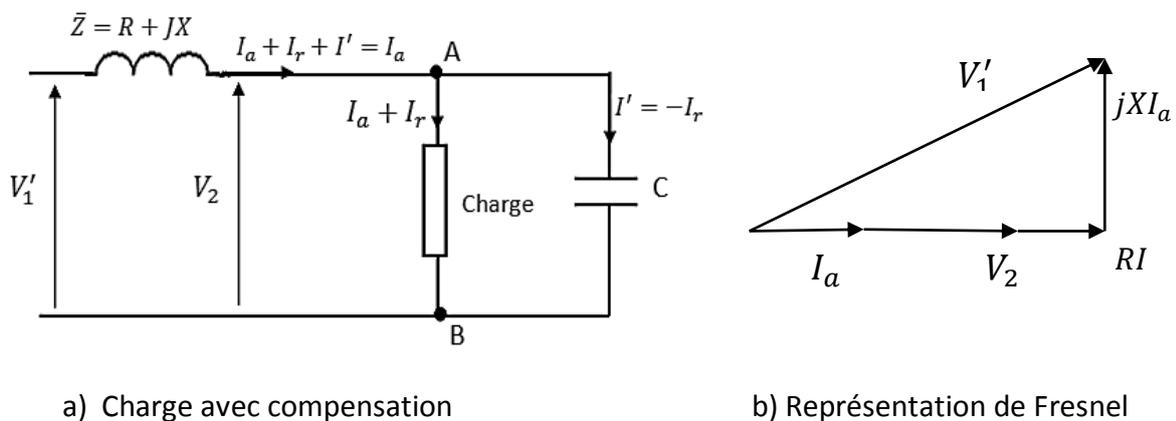


Figure I.8 : circuit avec compensation réactif, schéma unifilaire.

La compensation de l'énergie réactive par les moyens de compensation permet donc de réduire le courant transporté et bien d'autre avantage qui font d'elle une méthode très prisée.

I. 8.1. Equipement de compensation de l'énergie réactive :

Le réseau en lui-même est une source non négligeable de puissance réactive. Ainsi, en dehors de la production de l'énergie réactive par les générateurs, le réseau doit faire appel à d'autres sources ou plutôt d'autres moyens de compensation, qui finalement sont au moins aussi souvent consommateurs que fournisseurs d'énergie réactive.

I. 8.1.1 Les groupes de production (générateurs) :

Les groupes de production sont bien situés pour satisfaire les besoins en énergie réactive. D'autant plus, leurs performances dynamiques leur permettent de faire face aux fluctuations brusques de la demande. En revanche, ils ne peuvent compenser que partiellement les charges réactives, en raison des chutes de tension importantes que créent les transits d'énergie réactive sur les réseaux. [12]

I. 8.1.2. Les condensateurs :

Ils ont pour rôle de fournir une partie de l'énergie réactive consommée par les charges dans le réseau. On distingue deux types [12] :

- Des batteries de condensateurs HT, raccordées aux jeux de barres HT des postes THT/HT. Elles sont essentiellement destinées à compenser les pertes réactives sur les réseaux HT et THT.
- Des batteries de condensateurs MT, raccordées aux jeux de barres MT des postes HT/MT ou THT/MT. Ces batteries servent à compenser l'appel global de l'énergie réactive des réseaux de distribution aux réseaux de transport. Elles sont localisées et dimensionnées individuellement en fonction du réglage de tension.

I. 8.1.3. Les inductances :

Elles sont utilisées pour compenser l'énergie réactive fournie en heures creuses par les lignes à très haute tension ou par les câbles. Elles sont soit directement raccordées au réseau, soit branchées sur les tertiaires des transformateurs. Par conséquent, elles permettent une limitation des surtensions dans le réseau. [12]

I. 8.1.4. Les compensateurs synchrones :

C'est un alternateur qui produit seulement une puissance réactive. Il est modélisé par un nœud *PV* de puissance active nulle ($P = 0$) avec une tension constante. L'angle de la tension et la puissance réactive est calculé par le programme d'écoulement de puissance. La génération de la puissance réactive est limitée selon l'équation suivante [13] :

$$Q_g^{min} < Q < Q_g^{max} \quad (1.2)$$

I. 8.1.5. Les compensateurs statiques :

Ils sont constitués par l'ensemble de condensateurs et d'inductances commandées par thyristors, montés en tête-bêche dans chaque phase. Chacun d'entre eux étant ainsi conducteur pendant une demi-période. La puissance réactive absorbée par l'inductance varie en contrôlant la valeur efficace du courant qui la traverse par action sur l'angle d'amorçage des thyristors. [12]

I. 9. Conclusion :

Ce chapitre expose une vision d'une manière générale sur les principes caractéristiques du réseau électrique concernant les différents aspects techniques (la production, le réseau transport et répartition, le réseau de distribution et la consommation) et leurs schéma d'exploitation. Ainsi que l'architecture et les différentes structures topologiques des réseaux électriques, puis une idée générale sur la compensation de l'énergie réactive et les moyens de compensation.

CHAPITRE II

ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

II. 1. Introduction :

Tout réseau électrique consiste principalement en [14] :

Générateurs d'énergie électrique

Consommateurs d'énergie électrique

Lignes et câbles électrique

L'étude de l'écoulement de puissance (Load flow) permet d'avoir la solution des grandeurs d'un réseau électrique en fonctionnement normale équilibré en régime permanent.

Ces grandeurs sont les tensions aux nœuds, les puissances injectées aux nœuds et celles qui transitent dans les lignes. Les pertes et les courants s'en déduisent.

Les études de l'écoulement de puissance permettent de planifier la construction et l'extension des réseaux électriques ainsi que la conduite et le contrôle de ces réseaux.

Il existe un grand nombre de méthodes permettant de calculer l'écoulement des puissances, Chacune de ces méthodes présentant des avantages et des inconvénients, le choix dépendra du problème à résoudre. On a choisi les deux méthodes Newton – Raphson et Gauss – Seidel basées sur la matrice admittance.

II. 2. Modélisation des composants du réseau électrique :

Un réseau d'énergie électrique comprend des génératrices, des lignes de transport et distribution et un ensemble de consommateurs, qui constituent la charge de réseau. En outre le réseau comporte également des transformateurs et des appareils de protection. L'ensemble des systèmes électrique comporte également trois sous-systèmes :

- Production (génératrice).
- Transport, répartition et distribution (lignes).

- Utilisation (consommateur).

Vu la complexité d'un réseau d'énergie électrique, il faut simplifier leur représentation pour établir des modèles ou schéma équivalent des principaux composants à savoir : des générateurs, des différents types de transformateurs, des lignes et des charges. [9]

II. 2.1. Générateurs :

Les générateurs sont considérés comme le cœur des réseaux électriques, ils assurent la production de l'énergie électrique demandée par le consommateur. Ces derniers sont modélisés comme des injecteurs de courant. Dans l'état stationnaire, un générateur est généralement contrôlé de sorte que la puissance injectée au jeu de barres et la tension aux bornes du générateur soit maintenue constantes. La puissance active délivrée par le générateur est réglée à travers le contrôle de la turbine qui doit être dans les limites de capacité du système turbine-générateur. La tension est liée principalement à l'injection de la puissance réactive au jeu de barres de production. [15]

II. 2.2. Lignes et câbles de transmission :

Une ligne électrique entre les jeux de barres i et j sera donc représentée par le schéma équivalent en π , illustré dans la figure (II.2)

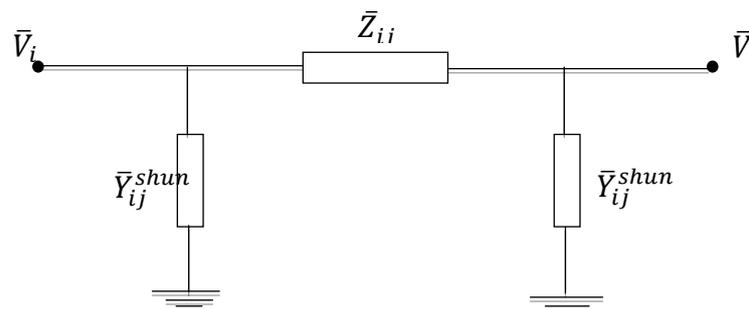


Figure (II.2) : schéma équivalent en π d'une ligne de transmission

Ce modèle est caractérisé par les paramètres suivants :

- \bar{Z}_{ij} c'est l'impédance série par phase en (Ω) :

$$\bar{Z}_{ij} = r_{ij} + j \cdot x_{ij} \quad (\text{II.1})$$

Où

r_{ij} et x_{ij} : Sont respectivement, la résistance et la réactance série de la ligne entre les jeux de barres i et j .

- \bar{Y}_{ij}^{shun} : L'admittance shunt par phase en (en Siemens) :

$$\bar{Y}_{ij}^{shun} = g_{ij}^{shun} + j \cdot b_{ij}^{shun} \quad (\text{II.2})$$

Où

g_{ij}^{shun} et b_{ij}^{shun} : Sont, respectivement, la conductance et la susceptance capacitive shunts de la ligne entre les jeux de barres i et j .

Ces paramètres spécifiques pour des lignes ou des câbles avec une Configuration donnée, dépendent de la nature des conducteurs et de leurs géométries. Dans la plupart des cas, la valeur d'est si petite, qu'on peut la négliger. [16]

II. 2.3. Transformateurs de puissance :

Les transformateurs de puissance jouent plusieurs rôle dans le fonctionnement du réseau électrique, ils sont utilisés comme élévateurs de tension et ce au niveau de la source pour transporter l'énergie électriques avec minimum de pertes coté « HT-HT » , et comme abaisseurs de tension au niveau des stations de transformation et d'interconnexion pour alimenter les réseaux moyenne tension « HT-MT » à titre d'exemple réseau 60Kv, ils assurent aussi le maintien d'une tension fixe quelle que soit la fluctuation du profil de tension au niveau des connexion haute tension « HT-HT ». [17]

Le transformateur de l'énergie électrique est représenté par un quadripôle en π non symétrique.

Les grandeurs associées sont le rapport de transformation a et l'impédance de fuite. Les rapports a_{ij} sont inclus dans les éléments de la matrice admittance, c'est-à-dire que les susceptances de la matrice admittance B_{ij} sont vues comme des fonctions de rapports de transformation a . Figure II.3.

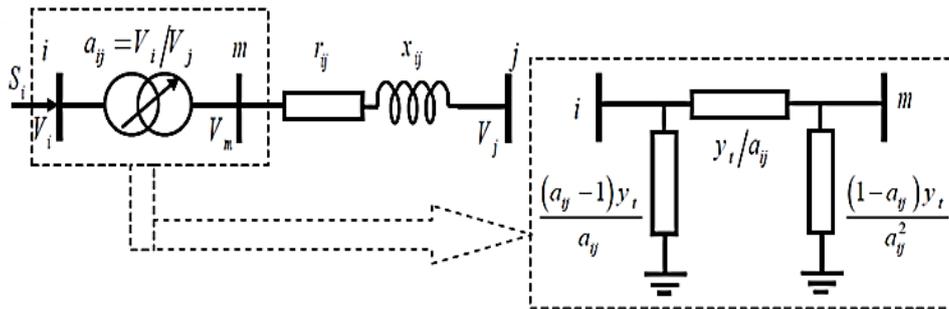


Figure II.3 : Modèle d'un transformateur.

La matrice d'admittance d'un transformateur inséré entre un nœud i et un nœud k s'écrit :

$$Y_{trf} = \begin{pmatrix} y_{ij}/a_{ij}^2 & -y_{ij}/a \\ -y_{ij}/a & y_{ij} \end{pmatrix}$$

II. 2.4. Charge électrique :

La modélisation de la charge joue un rôle très important dans l'étude de l'écoulement de puissances. Ces charges sont souvent des sous-stations qui alimentent les réseaux de distribution, on les modélise statiquement comme des injecteurs négatifs de puissance dans les jeux de barres. La connexion de la charge au réseau est réalisée par l'intermédiaire d'un transformateur à prises de charge qui maintient le niveau de tension constant, cela signifie que les puissances active et réactive de la charge peuvent être représentées par des valeurs constantes. Il existe aussi la modélisation dynamique des charges qui est relativement compliquée car la puissance consommée par la charge est en fonction de la tension et du temps, et elle est utilisée généralement pour l'étude et l'analyse de la stabilité transitoire [16].

Les équations des puissances active et réactive de la charge en fonction de la tension de jeu de barres peuvent s'écrire comme suit :

$$P = P_0 \cdot \left(\frac{V}{V_0}\right)^{np} \quad , \quad Q = Q_0 \cdot \left(\frac{V}{V_0}\right)^{nq} \quad (II.3)$$

Avec :

P_0 et Q_0 : Puissances active et réactive consommées à une tension de référence $V_0=1pu$,

np et nq : Constantes dépendant du type de la charge.

II. 2.5. Élément shunt :

Dans la plus part des cas, les éléments shunts sont des dispositifs destinés à la compensation de l'énergie réactive et d'ajuster la tension à savoir : les moteurs synchrones, les batteries de condensateur et inductances fixes et les compensateurs statiques (SVC). La modélisation de ces éléments sera effectuée par une admittance équivalente ou par injection de puissance. [18]

$$\bar{Y}_{ij} = g_{ij} + j * b_{ij} \quad (II.4)$$

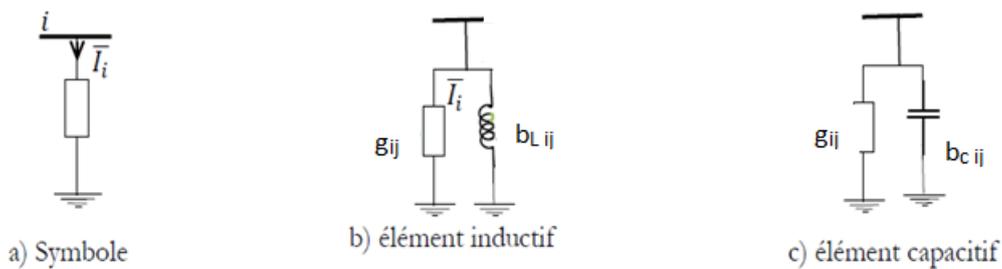


Figure II.4 : Modèle des éléments shunts.

II. 3. Concept général de l'écoulement de puissance :

Le problème de l'écoulement de puissance est résolu pour la détermination en régime permanent des tensions complexes au niveau des jeux barres du réseau, à partir de lesquelles les transits des puissances actives et réactives dans chaque ligne et transformateur sont calculés. L'ensemble des équations représente le réseau électrique et de nature non linéaire. [3]

La solution de l'écoulement de puissance, nous donne des informations concernant l'amplitude des tensions, les phases, les puissances actives et réactives dans chaque nœud du réseau, à partir desquels les courants, les puissances transitant dans les lignes et les pertes sont déduits.

II. 4. Classification des jeux de barres [21]:

On a quatre grandeurs fondamentales associées à chaque jeu de barre i du réseau, à savoir le module de tension v_i , phase de tension δ_i , puissance active injectée P_i et puissance réactive injectée Q_i .

Pour chaque jeu de barre, deux variables doivent être connues et les deux autres sont à calculer.

Les modules et les phases des tensions inconnues sont appelés variables d'état, les puissances active et réactive injectée sont appelées variables de contrôle.

L'état du système n'est déterminé qu'après avoir calculé les valeurs des variables d'état.

On peut grouper les jeux de barres en trois catégories, en fonction des spécifications des variables utilisées :

II. 4.1. Jeu de barres de référence :

Ce jeu de barre connu aussi par le jeu de barre balancier (slak bus), est connecté à une source de tension considérée constante, et sans angle de phase est pris comme référence de calcul. Ses puissance actives et réactive, doivent être calculées d'après le calcul de la puissance pour s'adapter aux exigences de jeu de barre de contrôle.

II. 4.2. Jeu de barres à tension contrôlée (PV bus):

Ce sont les jeux de barre génératrice de réseau ou la puissance active et le module de la tension est connu puisqu'elles sont contrôlables ; par contre la puissance réactive et l'argument de la tension est inconnu.

II. 4.3. Jeu de barres de charge (PQ bus) :

Ce sont les jeux de barre de la demande clientèles, pour ce genre, les puissances actives et sont données, mais l'amplitude de l'argument de la tension sont déterminer.

II. 5. Généralisation à un système de n jeux de barre [21]:

Les réseaux électrique réel peuvent contenir des centaines de jeux de barre, de générateurs et de milliers de branches, donc pour un système de n jeux de barre on aura :

- n variables : V_i (module de la tension de jeu de barre i),
- n variables : δ_i (angle de phase de la tension du jeu de barre i),
- n variables : P_i (puissance active injectée au jeu de barre i),
- n variables : Q_i (puissance réactive injectée au jeu de barre i),
- n variables : P_{Di} (puissance active demandée au jeu de barre i),
- n variables : Q_{Di} (puissance réactive demandée au jeu de barre i),

Avec :

$i=1,2,\dots,n$. Donc nous avons en tout $6n$ inconnues.

Le calcul d'écoulement de puissance consiste à calculer dans chaque nœud de réseau électrique:

- La puissance active et réactive
- Le module et l'argument de tension

En général, dans le calcul d'écoulement de puissance, les nœuds sont classés en 3 catégories:

- a. Un nœud référence c'est un nœud générateur ou le module ($|V|$) et l'argument (δ) sont spécifiés.
- b. Des nœuds de contrôles ou le module ($|V|$) et la puissance active sont spécifiés
- c. Des nœuds de charger ou la puissance active et réactive sont spécifiés.

Jeux de barres	Variables spécifiés	Variables à calculer
Jeu de barre de référence	Le module de tension et l'argument ($ V $ et δ)	La puissance active et réactive (P et Q)
Jeu de barre de contrôle (PV)	La puissance active et le module de tension (P et $ V $)	La puissance réactive et le module de tension (Q et δ)
Jeu de barre de charge (PQ)	La puissance active et réactive (P et Q)	Le module de tension et l'argument ($ V $ et δ)

Tableau II.1 : Classification et la numérotation des jeux de barres.

II. 6. Formulation de base de l'écoulement de puissance [16] :

II. 6.1 Les équations de l'écoulement de puissance :

L'étude de l'écoulement de puissance consiste à calculer les tensions du réseau électrique pour des extrémités spécifiées, et des conditions données aux jeux de barres, telles que les charges capacitatives ou inductives qui doivent être alimentées, les puissances générées et les modules de tensions dans tous les jeux de barres, qui à partir desquelles les courants dans les lignes de transport, les puissances et les pertes de puissances peuvent être obtenus. Toutes les grandeurs sont exprimées en valeur relative (système per unit ou pu).

Pour un réseau électrique de N jeux de barres, les équations des tensions nodales sont écrites sous la forme matricielle suivante:

$$I_{Bus} = Y_{Bus} * V_{Bus} \quad (II.5)$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \dots & Y_{NN} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} \quad (II.6)$$

Avec :

$I_{Bus} = [I_1, I_2, \dots, I_N]^T$: Le vecteur des courants complexe injectés dans chaque jeu de barres de taille $(1 * N)$.

$V_{Bus} = [V_1, V_2, \dots, V_N]^T$: Le vecteur des tensions complexes de chaque jeu de barres de taille $(1 * N)$.

Y_{Bus} : La matrice admittance nodale du système de taille $(N * N)$.

- Y_{ii} : L'élément diagonal ii de la matrice admittance. C'est la somme de tous les composants connectés au jeu de barres i , traduit par l'équation mathématique suivante :

$$Y_{ii} = \sum_{j=1}^{i \neq j} Y_{ij} \quad (II.7)$$

- Y_{ij} : L'élément non diagonal ij de la matrice. C'est la somme négative des admittances de tous les composants connectés entre les jeux de barres i et j , c'est-à-dire :

$$Y_{ij} = -\sum_{j \neq i} Y_{ij} \quad (II.8)$$

D'après l'équation (II.6), le courant injecté à un jeu de barres i , peut s'écrire :

$$I_i = \sum_{j=1}^N Y_{ij} * V_j \quad , i = 1, 2, \dots, N \quad (II.9)$$

Où

$$\bar{Y}_{ij} = G_{ij} + j * B_{ij} = Y_{ij}(\cos \theta_{ij} + j \sin \theta_{ij}) \quad (II.10)$$

$$\bar{V}_j = Re_j + j * Im_j = V_j(\cos \delta_j + j \sin \delta_j) \quad (II.11)$$

Avec :

G_{ij}, B_{ij} : Sont respectivement la conductance et la susceptance de \bar{Y}_{ij} ,

Re_{ij}, Im_{ij} : Sont respectivement la partie réel et imaginaire de \bar{V}_j ,

δ_j : La phase de la tension au jeu de barres j ,

θ_{ij} : La phase de l'élément de la matrice admittance,

L'expression de la puissance apparente \bar{S}_i injectée à un jeu de barres i peut s'écrire comme suit :

$$\bar{S}_i = \bar{V}_i * \bar{I}_i^* \quad (II.12)$$

$$\bar{S}_i^* = \bar{V}_i^* * \bar{I}_i \quad (II.13)$$

Avec :

$$\bar{I}_i = \sum_{j=1}^N \bar{Y}_{ij} * \bar{V}_j \quad (II.14)$$

Finalement on obtient :

$$\bar{S}_i^* = P_i - jQ_i = \bar{V}_i^* * \bar{I}_i = \bar{V}_i^* * \sum_{j=1}^N \bar{Y}_{ij} * \bar{V}_j \quad (II.15)$$

Avec :

P_i, Q_i : Sont respectivement les puissances active et réactive injectées au jeu de barres i .

En remplaçant les équations (II.10) et (II.11) dans l'équation (II.15), on obtient :

$$P_i = \sum_{j=1}^N V_i V_j Y_{ij} \cdot \cos(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (II.16)$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^N V_i V_j Y_{ij} \cdot \sin(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (II.17)$$

La puissance active et réactive injecté à un jeu de barres i donné par la formule suivante :

$$P_i = P_{Gi} - P_{Di} = \text{Re}[\bar{V}_i * \bar{I}_i^*] \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (II.18)$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} = \text{Im}[\bar{V}_i * \bar{I}_i^*] \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (II.19)$$

Où

P_{Gi}, Q_{Gi} : sont respectivement les puissances active et réactive générées.

P_{Di}, Q_{Di} : sont respectivement les puissances active et réactive demandées au jeu de barres i .

Finalement, les équations d'équilibre de puissance sont de la forme :

$$P_{Gi} = P_{Di} + P_i = P_{Di} + \sum_{j=1}^N V_i V_j Y_{ij} \cdot \cos(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) \quad (\text{II.20})$$

$$Q_{Gi} = Q_{Di} + Q_i = Q_{Di} + \sum_{j=1}^N V_i V_j Y_{ij} \cdot \sin(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) \quad (\text{II.21})$$

II. 7. Les méthodes de résolution du problème de l'écoulement de puissance :

Un grand nombre de mathématiciens, des informaticiens et des ingénieurs ont consacré des années de leurs carrières pour développer les méthodes de calcul de l'écoulement de puissance.

Avant 1992, les calculs de l'E.P se faisaient à la main, en 1929 les calculateurs de réseau (de westing house) des analyseurs des réseaux (génie électrique) furent employer le calcul de l'écoulement de puissance. Ce n'est qu'en 1956 que fûtes développe la première méthode adéquates par « WANT » et « HALE ». [22]

La méthode initialement utilisée était la méthode de Gauss-Seidel, qui a l'inconvénient de converger en un nombre d'itérations proportionnel à la taille du réseau. Actuellement, la méthode universellement adoptée est la méthode de Newton-Raphson ou la méthode découplée rapide, dont le nombre d'itérations requis pour obtenir une solution est indépendant de la taille du réseau étudié. [3]

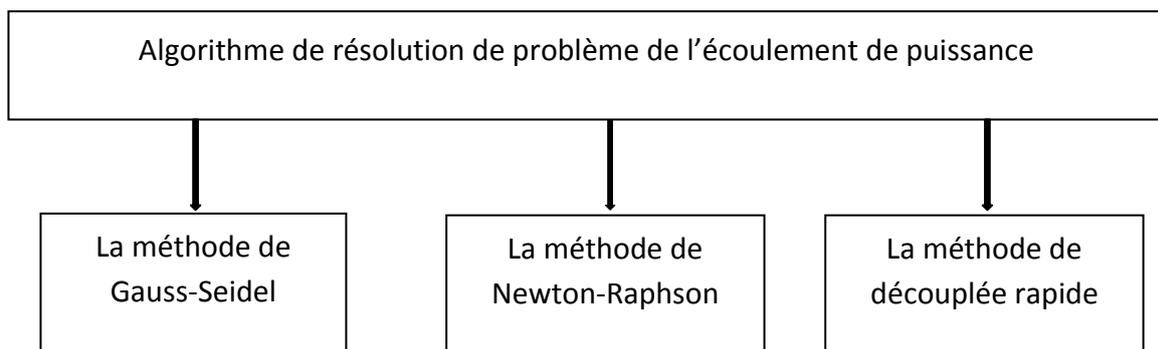


Figure II.6 : Algorithme de résolution du problème de la répartition des charges.

II. 7.1. Méthodes de Gauss-Seidel :

Cette méthode est considérée comme l'une des plus simples des méthodes itératives, à savoir que la méthode la plus efficace est la méthode de Newton-Raphson, mais la méthode de Gauss-Seidel s'intervient pour les raisons suivantes [23]:

1. Elle possède une valeur scientifique sûre grâce à sa simplicité.
2. Elle est utilisée dans les systèmes à faible puissance, dans lesquelles les programmes sont simples.
3. Elle s'utilise dans de nombreux cas des grands systèmes pour obtenir une solution approximative.

II. 7.1.1. Application de Gauss-Seidel :

S'en refaire à l'équation :

$$S_i^* = P_i - jQ_i = V_i^* * \sum_{j=0}^N Y_{ij} * V_j \quad \text{Pour } i = 1, 2, \dots, N \quad (II.22)$$

$$\text{D'où on peut écrire :} \quad S_i^* = P_i - jQ_i = V_i^* Y_{ii} V_i + V_i^* * \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N Y_{ij} V_j \quad (II.23)$$

Ainsi on constate que les valeurs P, Q, dépend essentiellement de V_i^* et V_j Qui peuvent être calculé pour chaque itération selon l'algorithme suivant :

$$V_i^{k+1} = \left(\frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{(V_i^{(k)})^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n Y_{ji} * V_j^{(k)} \right] \right); (i = 2 \dots \dots, N) \quad (II.24)$$

II. 7.2. La méthode de Newton-Raphson :

Généralement la méthode suivie pour résoudre ce problème est de Newton-Raphson à cause de sa rapidité de convergence et le nombre d'itérations réduit par rapport aux autres méthodes (Gauss –Seidel). Cette méthode se base sur le développement en série de Taylor. [24]

II. 7.2.1. Algorithme de Newton-Raphson dans un système électrique :

Le développement en série de Taylor des équations (II.20) et (II.21) est donné par :

- Pour un système multivariables on a :

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

Où

$$F(X) = 0 \quad \text{et} \quad X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$$

$$F(x) \approx F(x_0) + J(x_0) \cdot (x - x_0) = 0 \quad (\text{II.26})$$

Avec :

$$[J(x_0)] \text{ est la matrice jacobienne : } J_{ij}^{(k)} = \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right)_{x^{(k)}}$$

$$x = x_0 - [J(x_0)]^{-1} \cdot F(x_0) \quad (\text{II.27})$$

$$X^{(k)} = X^{(k-1)} - [J(x^{(k-1)})] \cdot F(x^{(k-1)}) \quad (\text{II.28})$$

$$\Delta X^{(k)} = X^{(k)} - X^{(k-1)} = -[J(x^{(k-1)})]^{-1} \cdot F(x^{(k-1)}) \quad (\text{II.29})$$

- Arrêt des opérations :

On a vu que théoriquement la solution n'est atteinte qu'après une infinité d'itérations. En pratique, on arrête les opérations pour l'un des tests suivants:

- $F(x^{(k-1)})$ Si est quasiment nulle.
- Si l'amélioration de $X^{(k)}$ d'une itération à la suivante ne justifie pas l'effort de calcul supplémentaire.
- Si la convergence n'est pas obtenue avant un nombre d'itération fixe. Le processus est considéré comme non convergent pour l'estimation initiale x_0 donnée.

II. 7.2.2. Application de Newton-raphson dans l'écoulement de puissance :

Le problème de l'écoulement de puissance peut être résolu par la méthode de N-R, qui utilise des équations non linéaires pour exprimer les puissances actives et réactives en fonction des tensions. Le problème peut être résolu en utilisant soit les coordonnées rectangulaires soit les coordonnées polaires. On choisit les coordonnées polaires.

Les grandeurs électriques s'expriment de la manière suivante :

$$V_i = |V_i| \angle \delta_i \quad , \quad V_j = |V_j| \angle \delta_j$$

$$Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle -\theta_{ij}$$

Alors, on peut écrire :

$$I_i = \sum_{j=1}^N Y_{ij} \cdot V_j = \sum_{j=1}^N V_j \cdot Y_{ij} \cdot \angle \delta_j - \theta_{ij} \quad (II.30)$$

D'où, on a :

$$S_i^* = P_i - jQ_i = \sum_{j=1}^N |V_i| \cdot |Y_{ij}| \cdot |V_j| \angle \delta_j - \delta_i - \theta_{ij} \quad (II.31)$$

Les puissances actives et réactives déduites s'écrivent alors :

$$\begin{cases} P_i = \sum_{j=1}^N V_i \cdot Y_{ij} \cdot V_j \cdot \cos(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \\ Q_i = -\sum_{j=1}^N V_i \cdot Y_{ij} \cdot V_j \cdot \sin(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \end{cases} \quad (II.32)$$

On a :

$$\begin{cases} \Delta P_i = P_{i \text{ cal}} - P_{i \text{ spéc}} \\ \Delta Q_i = P_{i \text{ cal}} - P_{i \text{ spéc}} \end{cases} \quad (II.33)$$

Il est clair qu'on peut montrer que les variations des puissances sont également liées aux variations des amplitudes et phases de tension :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta v \end{bmatrix} \quad (II.34)$$

Les éléments de la matrice Jacobienne sont illustrées dans l'annexe B.

$$\text{Où : } \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta |V| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \\ J_5 & J_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta v \end{bmatrix} \quad (\text{II.35})$$

Pour J_5 , on obtient des éléments tous nuls :

$$J_5 = \frac{\partial |V_i|}{\partial \delta_j} = 0 \quad ; \quad \forall i, j \quad (\text{II.36})$$

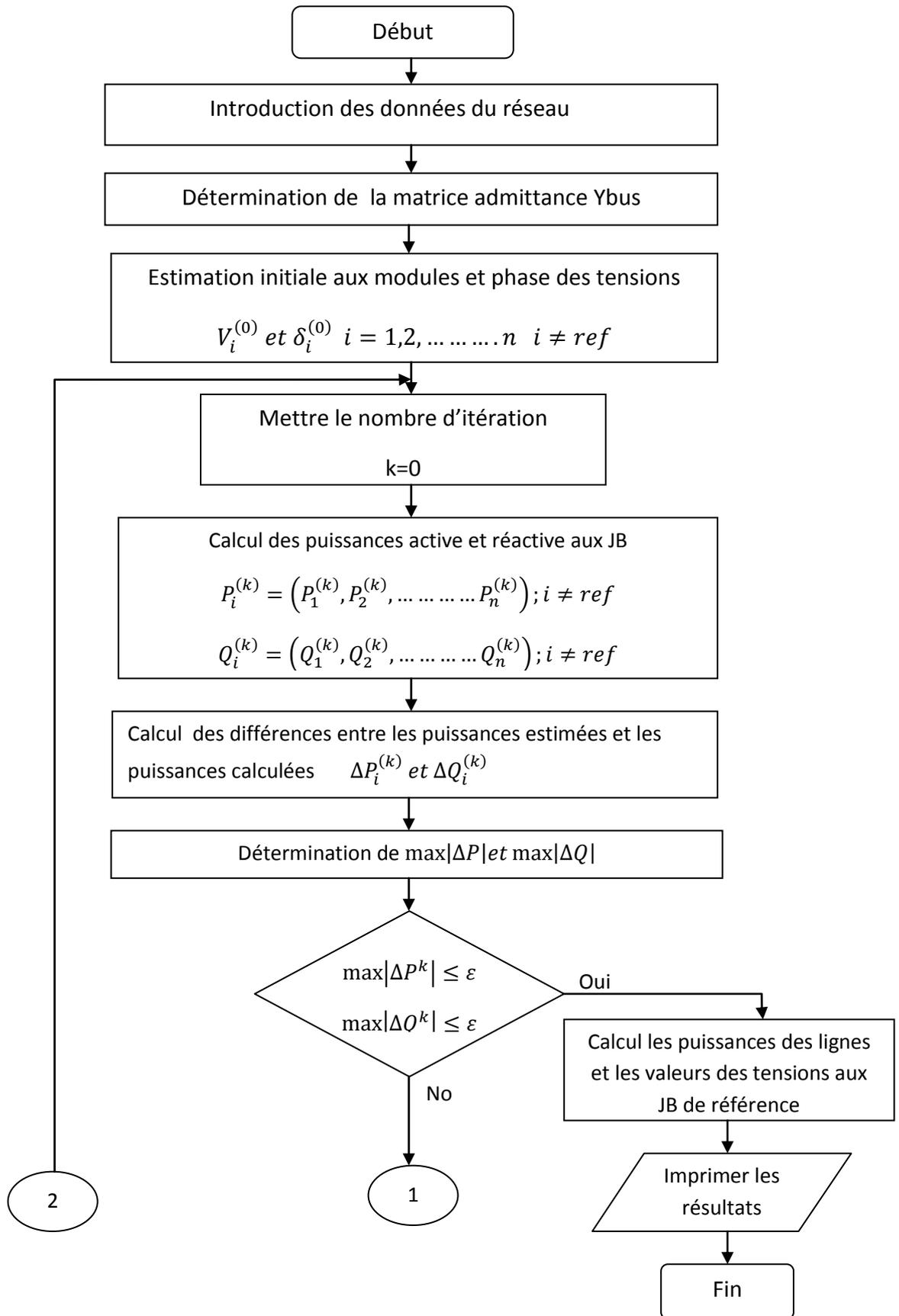
Pour J_6 , les éléments diagonaux ont la valeur unité et les éléments non diagonaux sont nuls :

$$J_6 = \begin{cases} \frac{|V_i|}{|V_i|} = 1 & i = j \\ \frac{\partial |V_i|}{\partial |V_j|} = 0 & i \neq j \end{cases} \quad (\text{II.37})$$

Le calcul des termes du Jacobien et l'inversion de la matrice Jacobienne à chaque itération représente la partie la plus importante des calculs associés à la méthode de Newton- Raphson.

Le test de convergence peut avoir plusieurs expressions, il y a celui qui considère la stabilité dans les résultats dans lesquels les variations des amplitudes de tensions et des angles ne doivent pas excéder une certaine erreur ; un autre test vérifie le minimum du jacobien ; dans notre programme on a exigé la convergence par le test sur les variations des puissances actives et réactives (les mismatches).

II. 7.2.3. Organigramme de la méthode de N-R :



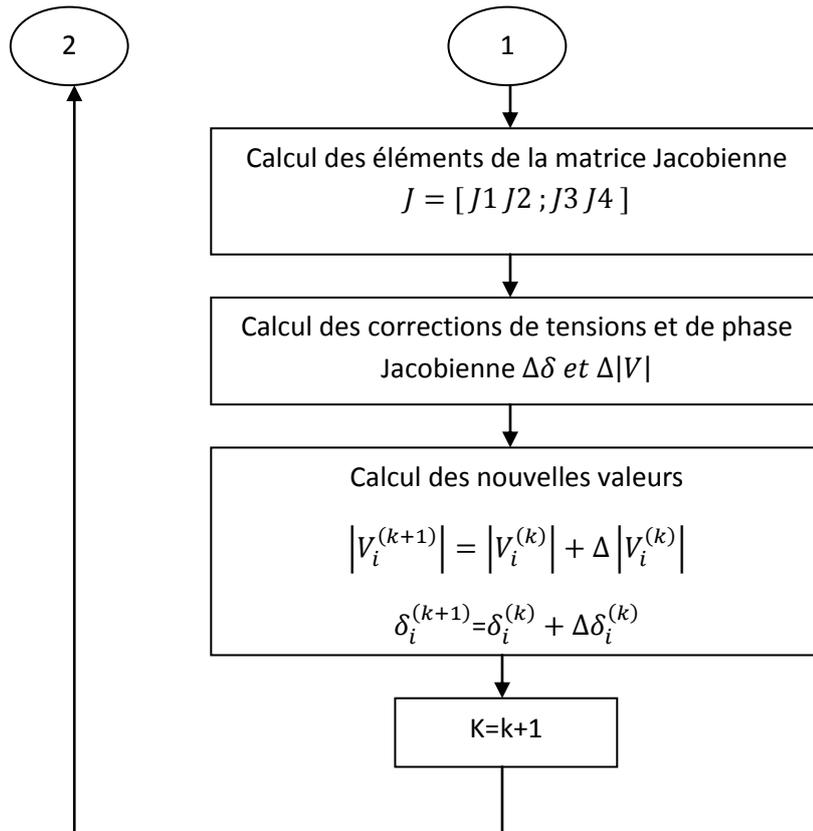


Figure II.7 : Organigramme de la méthode de N-R

II. 7.3. Application de N-R sur les réseaux électrique :

Les réseaux électriques choisis pour tester la méthode de newton-Raphson sous Matlab sont des réseaux comprenant 9 ,14 et 57 jeux de barres.

Les données de ces lignes sont consignées respectivement dans l'annexe A. pour chacun des trois systèmes on considère une tolérance de 0.0001 p.u.

Trois cas différents du réseau sont considérés :

- Cas 1 :** cas de base (point nominal).
- Cas 2 :** variation uniforme de la charge de 150 % du cas de base.
- Cas 3 :** variation uniforme de la charge de 250 % du cas de base.

- Le 1^{ier} Modèle d'étude :

Pour l'application de notre travail, on a choisi le premier modèle du réseau électrique de 9 jeux de barres. Ce réseau test est constitué de 6 lignes électriques, 3 générateurs, 3 transformateurs et 3 charges. Une base des données de notre réseau est illustrée sur l'Annexe A.

Le jeu de barre 1 est pris comme référence et les limites assignées à chaque variable sont données comme suit :

- Modules des tensions : 0.90 et 1.10 p.u pour les jeux de barres générateurs et les jeux de barres de charge.

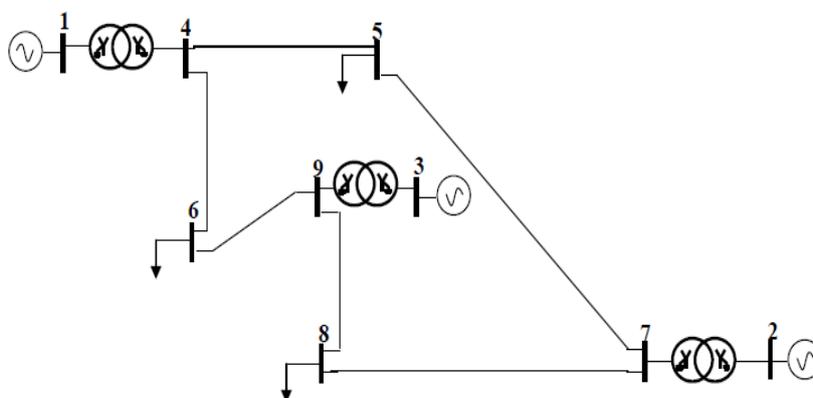


Figure II.8. Schéma d'un réseau test de 9 jeux de barres.

- Le 3^{ème} modèle d'étude :

Pour l'application de notre travail, on a choisi la 3^{ème} modèle du réseau électrique de 57 jeux de barre, avec 7 centrales électriques de production et 80 lignes. Une base des données de notre réseau est illustrée sur l'Annexe A.

Les limites assignées à chaque variable sont données comme suit :

- Modules des tensions : 0.90 et 1.10 p.u pour les jeux de barres générateurs et les jeux de barres de charge.

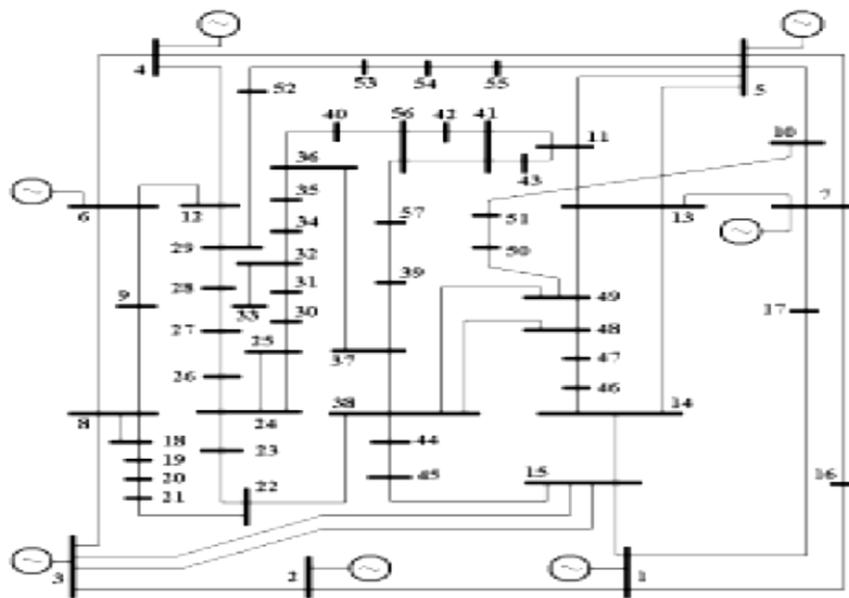


Figure II.10 : Schéma du réseau de 57 jeux de barres

II. 7.3.1. Résultats :

Les résultats des trois réseaux sont représentés dans les figures et les tableaux suivants :

- Le 1^{ier} Modèle d'étude :

Numéro de la branche	Tensions					
	Amplitude (p.u)			Phase (°)		
	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 1	Cas 2	Cas 3
1	1.0000	1.0000	1.0000	0	0	0
2	1.0000	1.0000	1.0000	9.6672	-3.1560	-38.8118
3	1.0000	1.0000	1.0000	4.7694	-7.7908	-43.0217
4	0.9870	0.9611	0.7967	-2.4073	-7.9991	-21.4285

5	0.9755	0.9348	0.7311	-4.0184	-13.8698	-41.7054
6	1.0034	0.9859	0.9146	1.9240	-10.6866	-46.1437
7	0.9856	0.9539	0.8493	0.6199	-13.5499	-52.5420
8	0.9962	0.9754	0.8920	3.7976	-9.1509	-45.3700
9	0.9576	0.9096	0.6698	-4.3510	-14.9149	-45.8171
Les pertes Active (MW)				4.955	7.6947	44.5780
Nombre d'itération				4	4	7
Temps de calcul (s)				0.064528	0.055961	0.142204

Tableau II.2 : Solution de l'écoulement de puissance, réseau 9 JB.

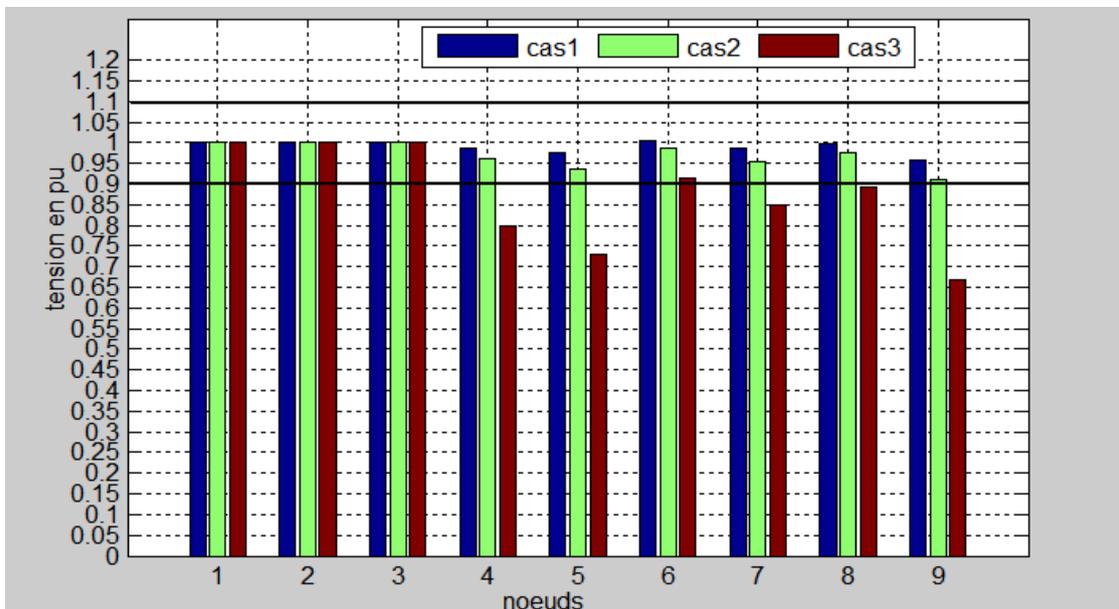


Figure II.11 : Variation des tensions de l'écoulement de puissance, réseau 9 JB.

- Le 2^{eme} Modèle d'étude :

Numéro de la branche	Tensions					
	Amplitude (p.u)			Phase (°)		
	Cas1	Cas2	Cas3	Cas1	Cas2	cas3
1	1.0600	1.0600	1.0600	0	0	116.2262
2	1.0450	1.0450	1.0450	-4.9826	-8.4764	116.2262
3	1.0100	1.0100	1.0100	-12.7251	-20.5747	116.2262
4	1.0177	1.0013	0.9536	-10.3129	-16.5011	116.2262

5	1.0195	1.0038	0.9552	-8.7739	-14.1136	116.2262
6	1.0700	1.0700	1.0700	-14.2209	-22.6630	116.2262
7	1.0615	1.0453	1.0015	-13.3596	-21.1411	116.2262
8	1.0900	1.0900	1.0900	-13.3596	-21.1411	116.2262
9	1.0559	1.0314	0.9684	-14.9385	-23.5623	116.2262
10	1.0510	1.0268	0.9662	-15.0973	-23.8376	116.2262
11	1.0569	1.0428	1.0080	-14.7906	-23.4361	116.2262
12	1.0552	1.0461	1.0259	-15.0756	-23.9583	116.2262
13	1.0504	1.0375	1.0080	-15.1563	-24.0537	116.2262
14	1.0355	1.0061	0.9350	-16.0336	-25.3474	116.2262
Les pertes Active(MW)				13.3933	33.9943	116.2262
Nombre d'itération				3	3	4
Temps de calcul (s)				0.047101	0.080345	0.082037

Tableau II.3 : Solution de l'écoulement de puissance réseau 14 JB.

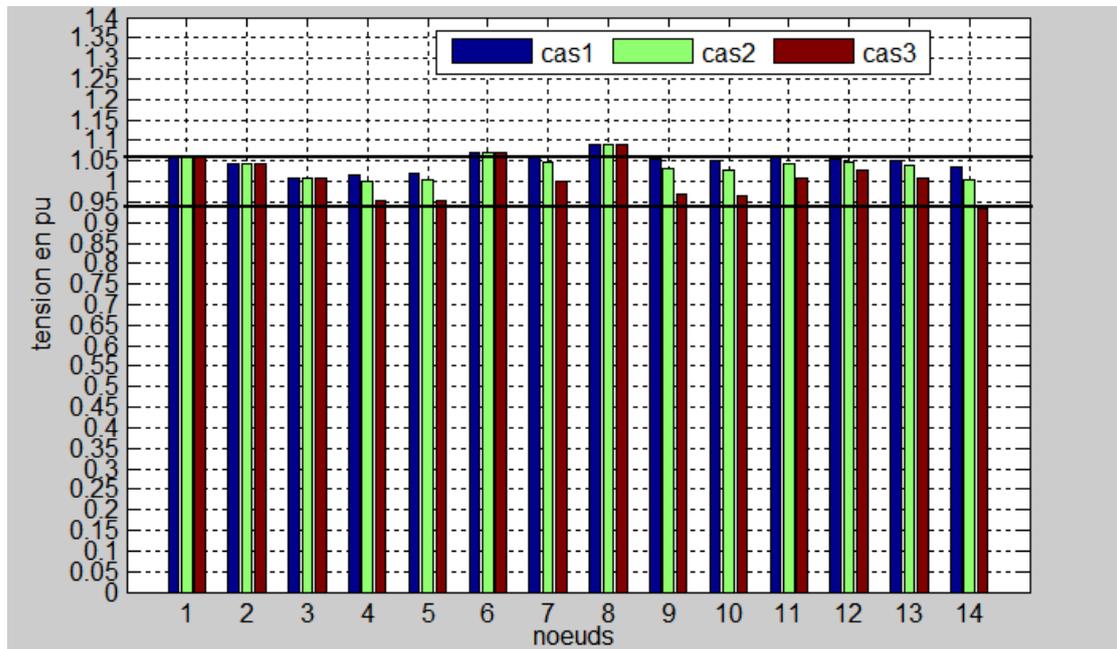


Figure II.12 : Variation des tensions de l'écoulement de puissance, réseau 14 JB.

- Le 3^{ème} Modèle d'étude :

Numéro de la branche	Tension			
	Amplitude (p.u)		Phase (°)	
	Cas 1	Cas 2	Cas 2	Cas 3
1	1.0400	1.0400	0	0
2	1.0100	1.0100	-1.1882	-4.4340
3	0.9850	0.9850	-5.9881	-19.2797
4	0.9808	0.9734	-7.3374	-23.5928
5	0.9765	0.9699	-8.5464	-29.1686
6	0.9800	0.9800	-8.6741	-31.1747
7	0.9842	0.9729	-7.6014	-32.1193
8	1.0050	1.0050	-4.4779	-29.7020
9	0.9800	0.9800	-9.5847	-33.7711
10	0.9862	0.9701	-11.4497	-34.2162
11	0.9740	0.9517	-10.1932	-31.9425
12	1.0150	1.0150	-10.4712	-31.6016
13	0.9789	0.9508	-9.8035	-29.0434
14	0.9702	0.9311	-9.3503	-26.5336
15	0.9880	0.9567	-7.1902	-20.5693
16	1.0134	0.9809	-8.8589	-24.8540
17	1.0175	0.9783	-5.3959	-14.0382
18	1.0007	0.9707	-11.7296	-30.6093
19	0.9702	0.9119	-13.2265	-33.2912
20	0.9638	0.8958	-13.4443	-33.8193
21	1.0085	0.9341	-12.9290	-33.4219
22	1.0097	0.9346	-12.8743	-33.3656
23	1.0083	0.9318	-12.9396	-33.5920
24	0.9992	0.9107	-13.2921	-36.1845
25	0.9825	0.8437	-18.1732	-45.3738
26	0.9588	0.8804	-12.9813	-35.9542
27	0.9815	0.9312	-11.5136	-36.3355
28	0.9967	0.9604	-10.4816	-35.6422
29	1.0102	0.9843	-9.7718	-35.1162
30	0.9627	0.8092	-18.7196	-46.4127
31	0.9359	0.7641	-19.3838	-47.6014
32	0.9499	0.7965	-18.5123	-45.2874
33	0.9476	0.7924	-18.5520	-45.3723
34	0.9592	0.8461	-14.1490	-35.7809
35	0.9662	0.8603	-13.9062	-35.3473
36	0.9758	0.8783	-13.6348	-34.8757
37	0.9849	0.8938	-13.4459	-34.4588
38	1.0128	0.9402	-12.7346	-32.9161
39	0.9828	0.8908	-13.4910	-34.5816

40	0.9728	0.8747	-13.6582	-35.0252
41	0.9962	0.9388	-14.0767	-38.0372
42	0.9665	0.8831	-15.5328	-39.9704
43	1.0096	0.9759	-11.3544	-33.7257
44	1.0168	0.9513	-11.8565	-30.7406
45	1.0360	0.9967	-9.2701	-25.1118
46	1.0598	1.0090	-11.1161	-29.6696
47	1.0333	0.9699	-12.5116	-32.3166
48	1.0274	0.9613	-12.6107	-32.6429
49	1.0362	0.9760	-12.9361	-33.8367
50	1.0233	0.9632	-13.4127	-35.5891
51	1.0523	1.0231	-12.5334	-35.7038
52	0.9804	0.9338	-11.4976	-37.4378
53	0.9709	0.9171	-12.2526	-38.4318
54	0.9963	0.9628	-11.7097	-37.3583
55	1.0308	1.0226	-10.8011	-35.7718
56	0.9684	0.8791	-16.0651	-40.2772
57	0.9648	0.8694	-16.5837	-40.8826
Les pertes totales			27.8637	158.1204
Nombre d'itération			3	4
Temps de calcul (s)			1.311615	1.671559

Tableau II.3 : Solution de l'écoulement de puissance réseau 57 JB

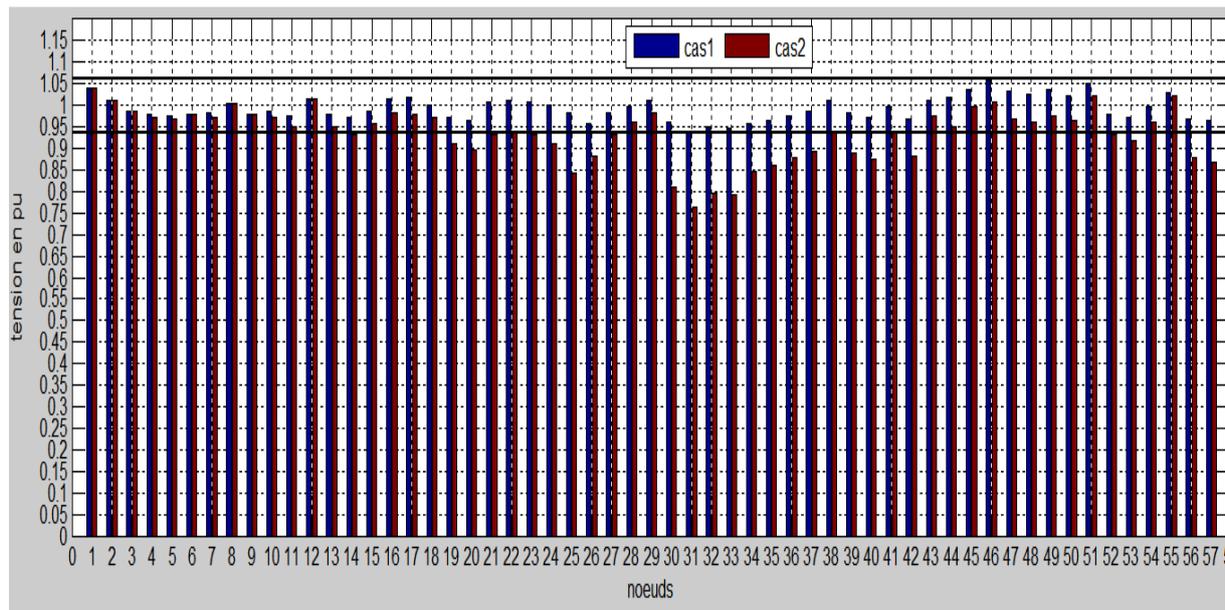


Figure II.13 : Variation des tensions de l'écoulement de puissance, réseau 57 JB.

II. 7.3.2. Discussions des résultats :

Après exécution des programmes implémenter sous MTLAB, les résultats obtenus sont discutés réseau par réseau :

❖ Réseau de 9 jeux de barres (Tableau II.2) :

Dans le tableau II.2, on remarque que les pertes actives dans chaque cas sont de l'ordre de 4.955 MW, 7.6947 MW et 44.5780 MW et la valeur de tension minimale et maximale sont :

Cas1 : 0.9576 pu et 1.0034 pu dans les branches 9 et 6.

Cas2 : 0.9096 pu et 1.0000 pu dans les branches 9 et (1, 2, 3).

Cas3 : 0.6698 pu et 1.0000 pu dans les branches 9 et (1, 2, 3).

La méthode de N-R converge à l'itération 4 pour le cas1 et le cas2 et 7 itérations pour le cas3 avec un temps de calcul de l'ordre 0.064528s, 0.055961s et 0.142204s.

❖ Réseau de 14 jeux de barres (Tableau II.3) :

Dans le tableau II.3, on remarque que les pertes actives dans chaque cas sont de l'ordre de 13.3933 MW, 33.9943 MW et 116.2262 MW et la valeur de tension minimale et maximale sont :

Cas1 : 1.0100 pu et 1.0900 pu dans les branches 3 et 8

Cas2 : 1.0013 pu et 1.0900 pu dans les branches 4 et 8.

Cas3 : 0.9350 pu et 1.0900 pu dans les branches 14 et 8.

La méthode de N-R converge à l'itération 3 pour le cas1 et le cas2 et 4 itérations pour le cas3 avec un temps de calcul de l'ordre 0.047101s, 0.080345s et 0.082037s.

❖ Réseau de 57 jeux de barres (Tableau II.4) :

Dans le tableau II.4, on remarque que les pertes actives dans chaque cas sont de l'ordre de 27.8637 MW et 158.1204 MW et la valeur de tension minimale et maximale sont :

Cas1 : 0.9359 pu et 1.0598 pu dans les branches 31 et 46

Cas2 : 0.7641 pu et 1.0400 pu dans les branches 31 et 1.

La méthode de N-R converge à l'itération 3 pour le cas1 et 4 pour le cas2 avec un temps de calcul de l'ordre 1.311615s et 1.671559s.

Le 3^{eme} cas n'est pas présenté car le réseau 57 JB ne converge pas pour une augmentation de 250% de la charge par rapport au cas de base.

II. 8. Conclusion :

Selon ce qui précède, afin d'analyser le réseau électrique, il nous faut calculer l'écoulement de puissance dont le calcul doit passer par la résolution des équations différentielles non linéaires, où le recours aux méthodes numériques est inévitable.

Quelques méthodes sont étudiées et nous avons conclu que la méthode de N-R représente des avantages énormes par rapport aux autres méthodes, c'est pour cette raison que nous allons l'utiliser dans la partie du calcul de l'écoulement de puissance lors de l'optimisation qu'on va effectuer par la suite.

CHAPITRE III

METHODOLOGIE D'OPTIMISATION

III. 1. Introduction :

Le problème d'optimisation dans les systèmes électriques de puissance, résulte à partir du moment où deux unités ou plus de production devaient alimenter plusieurs charges, obligeant l'opérateur à décider comment répartir la charge entre les différentes unités.

Le problème de la compensation de l'énergie réactive du point de vue fonctionnement a été largement étudié seul ou associé au problème d'énergie active [25,26]. Quelques références ont utilisé la programmation quadratique successive [27] et d'autres l'approche de Newton [28] en utilisant les équations complètes et couplées du réseau électrique. D'autres techniques considérant seulement le problème découplé Q/V [29,30] sont basées sur la programmation linéaire successive en association avec des fonctions de pénalité ou utilisent les techniques de Quasi-Newton [31], et d'autres techniques utilisant la programmation non linéaire comme celle du point intérieur [32] et celles s'appuyant sur des algorithmes évolués (génétiques) [33].

Afin d'optimiser la compensation réactive, la méthode du Lagrangien projeté et augmenté associé au gradient réduit et Quasi-Newton a été utilisée.

III. 1.1. L'objectif principal [34]:

L'objectif principal de l'optimisation de la puissance réactive est d'optimiser une fonction objective bien définie tous en respectons les limites de fonction de dispositifs de contrôle, on peut citer la minimisation des pertes actives, la minimisation de cout et la maximisation de la puissance active pour la production de l'énergie électrique au profit de la demande du consommateur, tout en maintenant la sécurité et la stabilité du système.

Le maintien de la sécurité du système, nécessite de garder chaque équipement dans les limites de fonctionnement voulues. Ceci inclut les puissances minimales et maximales produites par les générateurs, les puissances apparentes maximales qui transitent au niveau des lignes de transport et des transformateurs, ainsi que les modules de tension au niveau des jeux de barres.

Plusieurs travaux d'optimisation de la puissance réactive dans un réseau électrique ont été appliquées pour différentes méthodes déterministes et évolutionnaires avec les contraintes sont comme suit :

1. L'équilibre entre la production et la consommation (contrainte d'égalité).
2. Garder les puissances générées entre $P_G(\min)$ et (\max) (contrainte d'inégalité).

III. 2. Domaines d'application de l'optimisation de la puissance réactive [35] :

Les applications d'optimisation de la puissance réactive peuvent être classées en applications d'exploitation et celles de planification. Dans le domaine d'exploitation, on distingue les applications d'ordre économiques et celles d'ordre technique.

Dans chaque catégorie on trouve plusieurs applications, dont les plus courantes sont :

a. Minimisation du cout :

Le point de départ est la minimisation des couts d'exploitation des réseaux électrique. Le but étant de trouver les puissances optimales à génère par les centrales de façon à minimiser le cout des générations.

b. Minimisation des pertes :

La minimisation des pertes de transmission est considérée aussi comme l'un des objectifs qui permet une réduction des couts. Cet objectif ainsi que la minimisation du cout de combustible sont les objectifs les plus couramment utilisés.

c. Amélioration du profil de tension :

En général, les tensions sont bornées entre des limites supérieures dans les contraintes d'inégalité. Cependant, il existe d'autres formulations où le but est de déterminer les paramètres de contrôle pour minimiser la somme des déviations de tension au niveau des jeux de barres de charge.

d. Amélioration de la stabilité de tension :

L'amélioration du profil de tension ne garantit pas une sécurité optimale du système. En effet, des problèmes d'instabilité de tension ont été rencontrés dans des systèmes ayant un profil de tension acceptable. La sécurité de tension est assurée si un système est capable de maintenir constamment une tension acceptable au niveau de tous les jeux de barre du système, dans les conditions de fonctionnement normale, après une augmentation de charge, après un changement de configuration ou lorsque le système est soumis à une perturbation. Cet objectif a fait l'objet de plusieurs travaux de recherches ou il a été formulé de différentes manières.

e. Maximisation de la puissance transmissible :

Maximiser le transfert de puissance est un objectif appréciable pour les systèmes interconnectés. Il peut aider à minimiser les coûts d'exploitation des systèmes électriques en plus d'autres avantages tel que l'amélioration de la fiabilité. Cet objectif est mieux géré par un ajustement optimal des sources de puissance réactives. Cependant, l'intégration des dispositifs comme les SVC dans la procédure de l'optimisation, peut apporter une amélioration considérable de la capacité de transfert de puissance.

III. 3. Formulation de problème de la répartition de la puissance réactive :

Le problème de la répartition de la puissance réactive est considéré comme problème de minimisation non-linéaire avec contraintes. Il peut être écrit sous la forme suivante :

$$\text{Sujet à} \quad \begin{cases} \text{Minimiser } f(x, u) \\ g(x, u) = 0 \\ h(x, u) \leq 0 \\ x^{\min} \leq x \leq x^{\max} \\ u^{\min} \leq u \leq u^{\max} \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Avec :

$f(x, u)$: Fonction objective ;

$g(x, u)$: Contraintes d'égalités;

$h(x, u)$: Contraintes d'inégalités;

x : Vecteur des variables d'état ;

u : Vecteur des variables à contrôler ;

$x^{\min}, x^{\max}, u^{\min}, u^{\max}$: Sont les limites admissible des variables de décisions correspondantes.

III. 3.1. Variables de contrôle :

Ce sont les variables du problème qui peuvent être ajustées afin d'optimiser la fonction objectif et satisfaire les contraintes. Ces variables peuvent inclure :

- Les puissances actives générées par les générateurs,
- Les puissances réactives générées par les générateurs,
- Les modules des tensions des jeux de barres des générateurs,
- Les positions des prises de réglage des transformateurs en phase,
- Les phases des transformateurs déphaseurs,
- Les puissances réactives délivrées par les compensateurs synchrones,
- Les puissances réactives fournies par les compensateurs statiques (SVC),
- Les puissances réactives des batteries/bobines de compensation,
- Les puissances nettes échangées entre les systèmes interconnectés.

Le vecteur de contrôle U est défini par :

$$U = (V_i, Q_{ck}) \quad i = 1, \dots, N, \quad k = 1, \dots, N_t \quad (\text{III.2})$$

Où :

V_i : Module de la tension au nœud contrôlé i .

- Q_{ck} : Puissance réactive fournie par le compensateur installé au nœud N_t ,
 N : L'ensemble des jeux de barres de système,
 N_t : L'ensemble des jeux de barres de charge,

III. 3.2. Variables d'état :

Ce sont les variables du problème qui dépendent des variables de contrôle. Ces variables sont essentiellement les modules des tensions des jeux de barres de charges, et les phases des tensions de tous les jeux de barres (sauf le jeu de barres de référence). L'état de fonctionnement d'un système électrique est complètement déterminé par les variables de contrôle et les variables d'état.

Le vecteur d'état X du système est défini par :

$$X = (V_k, \theta_i, P_{Gi}, Q_{Gi}) \quad i = 1, \dots, N, \quad k = 1, \dots, N_t \quad (\text{III.3})$$

Où :

- N : L'ensemble des jeux de barres de système,
 N_t : L'ensemble des jeux de barres de charge,
 V_k : Module de la tension au nœud de charge k ,
 θ_i : Déphasage de la tension au nœud i ,
 P_{Gi} : Puissance active générée au jeu de barres i ,
 Q_{Gi} : Puissance réactive générée au jeu de barres i .

III. 3.3. Fonction objectif :

La fonction objectif représente le critère (ou l'index de performance) utilisé pour l'optimisation. On peut citer quelques fonctions objectives usuelles dans les études, qui sont :

- couts de production minimum,
- pertes actives de transmission minimum,
- pertes réactives de transmission minimum,
- puissances actives transmissibles maximum,

- couts de puissance réactive injectée minimum (afin de déterminer l'emplacement optimal pour l'installation de nouvelles unités de production).

Dans notre étude, l'objectif utilisé dans le problème de la répartition de la puissance réactive est la minimisation des puissances réactives des batteries de compensation et la minimisation des pertes actives dont les caractéristiques sont complexes et fortement non-linéaire en satisfaisant les contraintes d'égalités et d'inégalités [14].

Après avoir les variables de contrôle et les variables d'état, exprimons les fonctions objectives de chaque étape du problème :

- **Etape -1- : Fonction objectives du problème de minimisation des puissances réactives des batteries de compensation**

La fonction qui modélise la minimisation des puissances réactives des batteries de compensation (F_1). L'expression exacte de ces pertes est :

$$F_1 = \sum_{k=1}^{N_t} (Q_{Ck}) \quad k = 1, \dots, N_t \quad (11.4)$$

Avec :

(Q_{Ck}) : Les puissances réactives fournies par les batteries de condensateurs existants dans les nœuds de charge

- **Etape -2- : Fonction objectives du problème de minimisation des pertes actives**

La fonction qui modélise la minimisation des pertes actives (P_{LOSS}) est tout simplement la différence entre la puissance générée et la puissance demandée. L'expression exacte de ces pertes est :

$$F_2 = P_{LOSS} = \sum_{i=1}^N P_{Gi} - \sum_{i=1}^N P_{Di} \quad (II.5)$$

III. 3.4. Contraintes d'égalité :

Ces contraintes sont traduites par les lois physiques gouvernant le système électrique. En régime stationnaire, la puissance générée doit satisfaire la demande de charge plus les pertes de transmission. Elles sont représentées par les équations non-linéaires de l'écoulement de puissance, et qui sont formulées par :

$$P_{Gi} = P_{Di} + \sum_{j=1}^{N_s} V_i \cdot V_j \cdot Y_{ij} \cdot \cos(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}), \quad \forall i \in N_s \quad (III.6)$$

$$Q_{Gi} = Q_{Di} + \sum_{j=1}^{N_t} V_i \cdot V_j \cdot Y_{ij} \cdot \sin(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}), \quad \forall i \in N_t \quad (III.7)$$

Où :

N_s : est l'ensemble des jeux de barres du système (excepté le JB de référence),

N_t : est l'ensemble des jeux de barres de charge.

III. 3.5. Contraintes d'inégalité :

Les contraintes d'inégalités habituelles peuvent inclure les limites sur les dispositifs physiques dans le système électrique tels que, les générateurs, les transformateurs à prises de charge, et les transformateurs déphaseurs, ainsi que les limites créées pour assurer la sécurité de système, en plus d'autres contraintes d'inégalités comme les limites des puissances réactives de compensations.

➤ Les limites sur les générateurs concernent les limites des puissances actives et réactives qui doivent être maintenues dans les limites admissibles :

$$P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{max}, \quad \forall i \in N_g \quad (III.8)$$

$$Q_{Gi}^{min} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi}^{max}, \quad \forall i \in N_g \quad (III.9)$$

Où :

- P_{Gi}^{min} : est la limite minimale de puissance active générée au niveau du JB i ,
- P_{Gi}^{max} : est la limite maximale de puissance active générée au niveau du JB i ,
- Q_{Gi}^{min} : est la limite minimale de puissance réactive générée au niveau du JB i ,
- Q_{Gi}^{max} : est la limite maximale de puissance réactive générée au JB i ,
- N_g : est l'ensemble des indices de tous les jeux de barres générateurs.

- Pour garder la qualité de service électrique et la sécurité du système, il faut limiter les violations sur les contraintes de tension qui doivent être dans leurs limites admissibles.

$$V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max} \quad \forall i \in N \quad (\text{III.10})$$

Où :

- V_i^{min} : est la limite minimale du module de tension au niveau du JB i ,
- V_i^{max} : est la limite maximale du module de tension au niveau du JB i .
- N : est l'ensemble des JB du système.

III.4. Optimisation de la compensation réactive :

La plupart des méthodes existantes en programmation non linéaire sous contraintes peut se rattacher à deux grandes familles [38] :

- méthodes directes (ou primales) ;
- méthodes utilisant la notion de dualité.

Les méthodes primales se caractérisent par le fait qu'elles opèrent directement sur le problème donné. Elles engendrent une séquence de solutions (c'est-à-dire de points satisfaisant les contraintes) en assurant une décroissance monotone de la fonction à minimiser. Elles présentent donc l'avantage important de fournir une solution approchée satisfaisant les contraintes même si le processus itératif est interrompu. Par contre, elles ont généralement l'inconvénient d'être de mise au point délicate, et la propriété de convergence globale est souvent difficile à obtenir. Par opposition, les méthodes duales sont plus

robustes et la convergence globale est souvent plus facile à obtenir ; en contrepartie, elles présentent l'inconvénient de ne fournir une solution primale réalisable qu'en fin de convergence. Aussi, une méthode combinée, tirée des méthodes primales-duales, opère simultanément dans l'espace des variables primales et dans l'espace des multiplicateurs de *Kuhn-Tucker* (variables duales). Cette méthode, appelée méthode du Lagrangien augmenté et projeté, associé au gradient réduit, sera celle avec laquelle notre problème d'optimisation de la compensation réactive est résolu.

III.4.1 Méthode du Lagrangien projeté et augmenté [31, 39,40]

Le problème d'optimisation de la compensation réactive modélisé par la formulation (III.1) est mis sous la forme générale suivante, où nos variables $[X, U]$ sont remplacées par $[x, y]$:

$$\underset{x,y}{\text{Minimise}} \quad F(x) + c^T x + d^T y \quad (\text{III-11})$$

$$s. t \left\{ \begin{array}{l} f(x) + A_1 y \leq b_1 \\ A_2 x + A_3 y \leq b_2 \end{array} \right. \quad (\text{III-12})$$

$$l \leq \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \leq u \quad (\text{III-14})$$

Où

c, d, b_1, b_2, u et l sont des vecteurs constants ainsi que les matrices A_1, A_2, A_3 ,

$F(x)$ est une fonction continûment dérivable et,

$f(x)$ est un vecteur de fonctions continûment dérivables $\{f^i(x)\}$.

Les premières dérivées de $F(x)$ (gradients) et $f^i(x)$ (jacobien) doivent être évaluées à chaque itération.

Les n_1 composantes de x sont appelées variables non linéaires, et les n_2 composantes de y sont appelées variables linéaires. Similairement, les m_1 équations de (III.12) sont appelées contraintes non linéaires et elles correspondent aux contraintes (II.4) et (II.5), et les m_2 équations de (III.13) sont appelées contraintes linéaires

Etant donné que le problème comporte des contraintes non linéaires, on est amené à contourner cette difficulté par une implication de fonctions de pénalité ou par une application de la méthode du Lagrangien projeté et augmenté [39,40]. Cette technique entraîne une séquence d'itérations majeures dont chacune effectue l'optimisation d'un sous-problème avec contraintes linéarisées en plusieurs itérations appelées mineures. Ceci signifie que $f(x)$, dans l'équation (III-19), est remplacée par son approximation linéaire :

$$\bar{f}(x, x_k) = f(x_k) + J(x_k)(x - x_k)$$

Ou plus brièvement
$$\bar{f} = f(x_k) + J(x_k)(x - x_k) \quad (\text{III-15})$$

ou encore
$$f - \bar{f} = f - f(x_k) - J(x_k)(x - x_k)$$

Avec

x_k : Estimation des variables non linéaires,

$J(x_k)$: Jacobien de la fonction $f(x)$.

Le sous-problème à résoudre prend la forme suivante :

$$\underset{x, y}{\text{Minimise}} L(x, y, x_k, \lambda_k, \rho) \quad (\text{III-16})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{f} + A_1 y \leq b_1 \\ A_2 x + A_3 y \leq b_2 \end{array} \right. \quad (\text{III-17})$$

$$\quad \quad \quad (\text{III-18})$$

$$l \leq \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \leq u \quad (\text{III-19})$$

Avec :
$$L(x, y, x_k, \lambda_k, \rho) = F(x) + c^T x + d^T y - \lambda_k^T (f - \bar{f}) + \frac{1}{2} \rho (f - \bar{f})^T (f - \bar{f})$$

Où

Le terme $L(x, y, x_k, \lambda_k, \rho)$ est appelé Lagrangien augmenté modifié, dans lequel $f - \bar{f}$ est utilisé à la place de la contrainte de violation $f + A_1 y - b_1$.

λ_k : Estimation des multiplicateurs de Lagrange (ou variables duales) associés aux contraintes non linéaires au début de chaque $k^{\text{ème}}$ itération majeure,

Les dérivées partielles s'écrivent :

$$\frac{\partial L}{\partial x} = g(x) + c - (J - J_k)^T [\lambda_k - \rho(f - \bar{f})]$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = d$$
(III-20)

Nous constatons que la non linéarité dans L implique x mais pas y , ce qui signifie que le sous-problème a les mêmes variables non linéaires que le problème original. Le scalaire ρ est un paramètre de pénalité, et le terme impliquant ρ est une fonction de pénalité quadratique modifiée. L'utilisation de ce terme consiste à s'assurer que le Lagrangien augmenté maintienne un hessien défini positif dans le sous-espace approprié. En utilisant l'équation (III-15), les contraintes linéaires (III-17) et (III-18) s'écrivent :

$$\begin{pmatrix} J_k & A_1 \\ A_2 & A_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} b_1 + J_k x_k - f_k \\ b_2 \end{pmatrix}$$
(III-21)

Ainsi, le sous-problème est formulé de telle façon qu'il contient seulement des contraintes linéaires exprimées par (III-21). Ces contraintes sont mises sous la forme standard (III-22), où les variables d'écart s_1 et s_2 sont introduites pour avoir seulement des contraintes égalités.

$$\begin{pmatrix} J_k & A_1 \\ A_2 & A_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
(III-22)

Cependant, on utilise la méthode du gradient réduit [38] combinée à celle de Davidon-Fletcher-Powell (Quasi-Newton) [38] pour minimiser la fonction (III-16) associée à la contrainte (III-21) et (III-19). L'estimation initiale des multiplicateurs de Lagrange est $\lambda_0 = 0$. Idéalement, λ_k doit être le plus proche possible de λ^* (optimum local), mais les multiplicateurs optimaux sont normalement inconnus pour le prochain sous-problème. Le meilleur choix sur λ_k est qu'il soit égal au multiplicateur de Lagrange associés aux contraintes linéarisées à la fin de l'itération majeure en cours. Le paramètre de pénalité est égal à $100/m_1$, et il diminue dans les sous-problèmes suivants lorsque la séquence (x_k, λ_k) converge, sinon il est augmenté de façon à approcher la réalisabilité indispensable à la fin de

chaque itération majeure. Le cycle des itérations majeures peut être décrit de la manière suivante :

Etape 0. Mettre $k = 0$. Choisir des estimations initiales x_0, y_0 (à partir du calcul d'écoulement de puissance) et λ_0 ($\lambda_0 = 0$). Spécifier le paramètre de pénalité $\rho \geq 0$ et une tolérance de convergence $\varepsilon_c > 0$.

Etape 1. Partant de x_k, y_k, λ_k , résoudre le sous-problème avec contraintes linéarisées (III-16, 19, 21) afin de trouver x_{k+1}, y_{k+1} et π (où π est le vecteur des multiplicateurs de Lagrange pour le sous-problème), puis trouver λ_{k+1}

Etape 2. (a) Test de convergence.

1. $[x_{k+1}, y_{k+1}]$ vérifie les contraintes non-linéaires tel que :

$$\|f(x_{k+1}) + A_1 y_{k+1} - b_1\| / (1 + \| [x_{k+1}, y_{k+1}] \|) \leq \varepsilon_c \text{ (test sur les normes)}$$

2. $[x_{k+1}, y_{k+1}]$ vérifie les conditions de *Kuhn-Tucker* pour une solution du problème dont les contraintes sont linéarisées (Annexe C).

Si ces conditions sont satisfaites, stop (optimalité). Sinon,

(b) Si $\|\lambda_{k+1} - \lambda_k\| / (1 + \|\lambda_{k+1}\|) \leq \varepsilon_c$, alors mettre $\rho = 0$. Sinon augmenter ρ .

(c) Relinéariser les contraintes au point $[x_{k+1}, y_{k+1}]$.

(d) Mettre $k = k+1$ et retourner à l'étape 1.

III.4.2 Méthode du gradient réduit :

Cette méthode est une méthode d'optimisation d'un problème non linéaire avec des contraintes linéaires. Bien que très proche, au niveau des principes, des méthodes de gradient projeté, elle en diffère assez sensiblement au niveau de la mise en œuvre et elle est généralement reconnue comme plus efficace. Ceci s'explique sans aucun doute par le fait qu'elle constitue une extension directe de la méthode du simplexe.

Après permutation des variables (x , y , s_1 , s_2), les contraintes linéaires de l'équation (III-22) sont partitionnées sous la forme :

$$A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + I \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = [B \ S \ N] \cdot \begin{bmatrix} x_B \\ x_S \\ x_N \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{III-23})$$

Où

x_S : Ensemble des variables super-basiques,

x_B : Ensemble des variables basiques correspondant à la matrice basique B carrée et non singulière (donc inversible)

x_N : Vecteur des variables non-basiques.

Dans toutes les étapes, chaque variable non basique est égale à sa limite inférieure ou supérieure, alors que les autres variables sont comprises entre leurs limites. Le choix des variables super-basiques (variables indépendantes ou de contrôle) porte sur les variables qui améliorent la fonction objective (ou réduit la somme des irréalités). Les variables basiques peuvent donc être ajustées dans le but de satisfaire toujours les contraintes linéaires.

S'il apparaît qu'aucune amélioration ne peut être faite avec la définition courante de B , S et N , quelques variables non-basiques sont choisies pour être ajoutées à S , et le processus est répété avec une valeur supérieure du rang de S . Dans toutes les étapes, si une variable basique ou super-basique atteint une de ses bornes, elle devient non-basique et le rang de S est réduit d'une unité. Dans notre programme, x_S et x_B sont les variables U , tandis que x_N sont les variables d'état X du chapitre II. Le choix des variables change en fonction des résultats obtenus durant l'exécution du programme.

Un certain opérateur Z (matrice) sera fréquemment utile pour les propos décrits. Dans l'algorithme du gradient réduit, cet opérateur s'écrit :

$$Z = \begin{pmatrix} -B^{-1}S \\ I \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III-24})$$

Puisqu'il a un rang de colonne total et satisfait $(B \ S \ N) Z = 0$, on dit que Z franchit l'espace nul de la matrice des contraintes. En appliquant une factorisation LU à la matrice basique B , Z nous permet de travailler à l'intérieur de la région définie par les contraintes linéaires.

Une grande partie du programme est une implémentation de l'algorithme Quasi-Newtonien de Davidon-Fletcher-Powell (Annexe C) pour optimiser les variables super-basiques. Ceci peut achever une convergence super-linéaire à l'intérieur du sous-espace utile (défini par B , S et N). Il obtient une direction de descente réalisable p_s pour les variables super-basiques en résolvant un système de la forme suivante :

$$Z^T H Z p_s = -Z^T g \quad \text{et} \quad p = Z \cdot p_s \quad (\text{III-25})$$

où

g : Est le gradient de la fonction objective (le Lagrangien augmenté),

$Z^T g$: Est le gradient réduit,

H : Est la matrice des dérivées secondes de la fonction L (c'est à dire le hessien ou une matrice qui l'approche pour vérifier la définie positivité. L'approximation de son inverse est déduit de la méthode de Quasi-Newton).

La formule (III-24) peut se réécrire sous la forme :

$$p = -H^{-1}g \quad (\text{III-26})$$

Partitionnons le gradient de la fonction objective en $[g_B, g_S, g_N]$. Si π vérifie $B^T \pi = g_B$, alors le gradient réduit devient égal à :

$$Z^T g = g_S - S^T \pi \quad (\text{III-27})$$

Ce qui signifie qu'il est obtenu par une estimation de la matrice S . C'est une simple opération une fois que π est calculé. Une recherche du pas α est par la suite effectuée pour trouver une solution approximative au problème unidimensionnel utilisant la méthode de Fibonacci [38] (Annexe C):

$$\underset{\alpha}{\text{Minimise}} \quad L(x+\alpha p) \quad \text{sujet à} \quad 0 \leq \alpha \leq \alpha_{max} \quad \text{(III-28)}$$

Où α_{max} est déterminé par les bornes des variables tels que :

$$\alpha_{max} = \min_{p_j < 0} \left\{ \frac{x_j}{p_j} \right\}$$

De plus, pour p on a :

$$p = \begin{bmatrix} p_B \\ p_S \\ p_N \end{bmatrix} = Zp_S = \begin{bmatrix} -B^{-1}Sp \\ p_S \\ 0 \end{bmatrix}.$$

La valeur $p_N = 0$ indique qu'aucun changement ne sera fait aux variables non-basiques actuelles. Tant que le gradient réduit est non nul, seules les variables $[x_B, x_S]$ sont optimisées. Si une variable quelconque rencontre sa limite minimale ou maximale, elle sera déplacée dans N et la partition $[B \ S]$ est convenablement redéfinie.

Notons que si le gradient réduit est nul, la fonction objective a atteint son optimum. D'autre part, nous calculons $\theta = g_N - N^T \pi$, (c'est à dire, l'estimation ordinaire des colonnes non-basiques) :

$$\begin{bmatrix} B^T & 0 \\ S^T & 0 \\ N^T & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_B \\ g_S \\ g_N \end{bmatrix},$$

où π et θ sont les multiplicateurs de Lagrange exacts associés aux contraintes actuelles. Les composantes de θ indiquent quelles variables non-basiques devront être libérées de leurs bornes. Si oui, une ou plus sont déplacées de N vers S et le processus d'optimisation

continue pour un nouvel ensemble $[B \ S]$. Sinon, un optimum a été obtenu pour le problème original.

- **Résumé de la procédure :**

Les entrées sont x_{k_1} , y_{k_1} , λ_{k_1} et p associés au sous-problème (III-16) avec contraintes linéarisées (III-21, 19).

Etape 0 : Supposer un ensemble de paramètres de contrôle en écrivant la contrainte (III-22) sous la forme (III-23), déterminer $[B \ S \ N]$ et calculer B^{-1} (LU) et Z par (III-24).

Etape 1 : A l'itération k_1 . Calculer g_B et g_S de la formule (III-20), $\pi = B^{-1} g_B$ et en déduire le gradient réduit $Z^T g$ par (III-27).

Etape 2 : Si le gradient réduit est suffisamment petit (inférieur à ε_1), calculer θ tel que $\theta = g_N - N^T \pi$.

Test sur θ , s'il y a possibilité d'améliorer la fonction objective, aller à l'étape 0.

Sinon, le minimum est atteint, stop

Si le gradient réduit n'est pas suffisamment petit, trouver une direction de descente p_k par la méthode de Quasi-Newton, ainsi que le pas α pour que $x^{k_1+1} = x^{k_1} + \alpha p^{k_1}$

Etape 3 : Si une variable basique ou super-basique franchit une de ses limites, elle deviendra non-basique. Retourner à l'étape 0.

Sinon aller à l'étape 1 avec $k_1 \leftarrow k_1 + 1$.

III.4.3. Organigramme de l'optimisation de la compensation réactive :

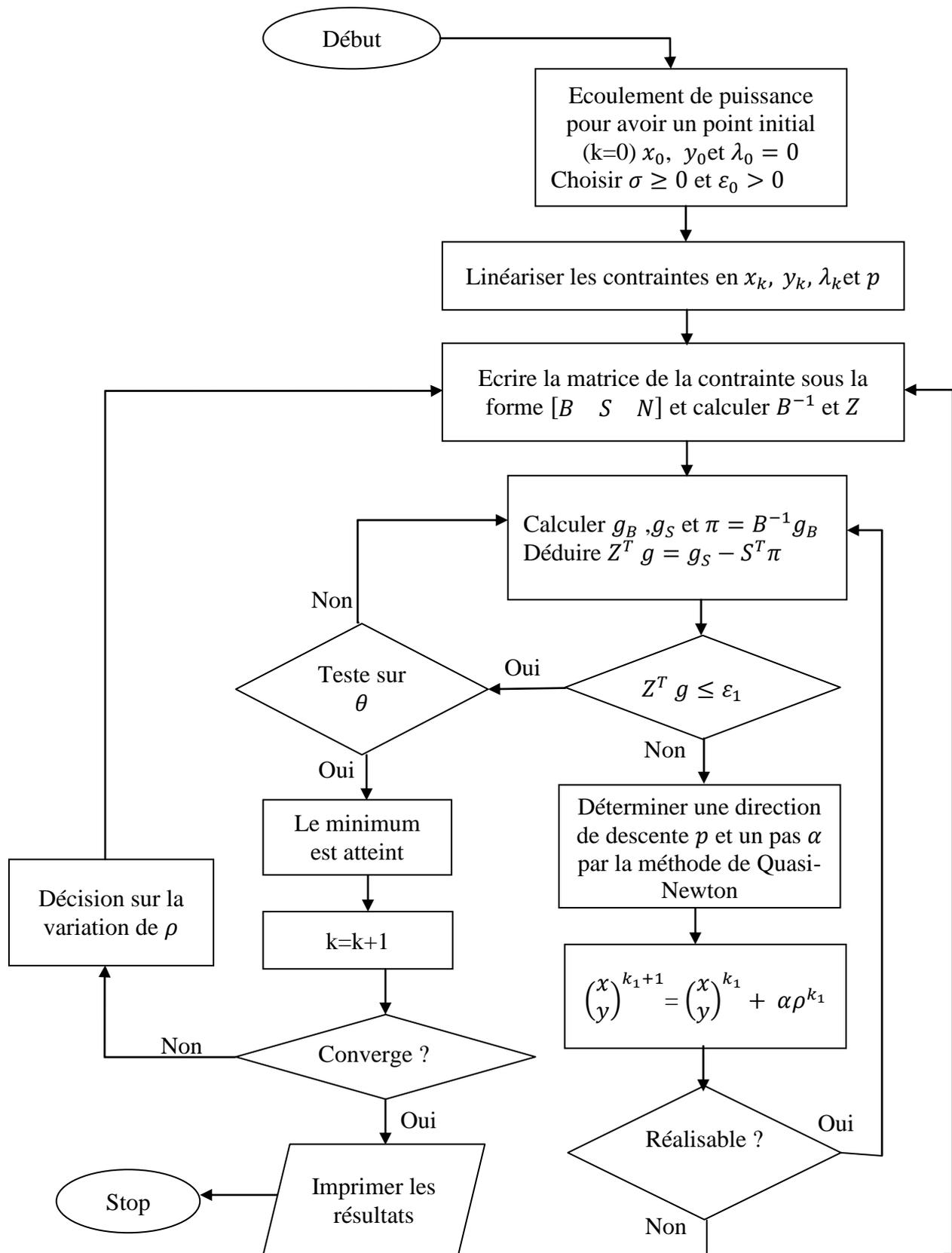


Fig. III.1 : Organigramme d'optimisation de la compensation réactive par la méthode du Lagrangien projeté et augmenté associé au gradient réduit.

III.5. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté la méthodologie utilisée pour résoudre le problème d'optimisation de la compensation réactive. Nous avons élaboré la méthode du Lagrangien augmenté et projeté qui consiste à reformuler le problème original en modifiant la fonction objective et en linéarisant les contraintes, afin d'entraîner une série de sous-problèmes. Chaque sous-problème est résolu par la méthode du gradient réduit, en s'appuyant sur celle de Davidon-Fletcher-Powell (Quasi-Newton) pour déterminer la direction de descente.

Le choix de cette méthode est motivé par le fait que la modélisation du problème donne un système fortement non-linéaire et de taille importante.

CHAPITRE IV

RESULTATS & INTERPRETATIONS

IV. 1. Introduction :

Ce chapitre est réservé à l'application de l'optimisation d'énergie réactive dans un réseau électrique, en utilisant la modélisation et la méthodologie présentées auparavant.

Les algorithmes proposés ont été développés sous l'environnement « **MATLAB** » en utilisant le logiciel « **MATPOWER** » et la fonction « **fmincon** ». Ces algorithmes sont validés sur les réseaux tests 9, 14 et 57 jeux de barres.

Les données des réseaux tests sont présentées dans l'annexe A.

Dans notre programme, nous avons supposé que seuls les nœuds de charge sont considérés comme nœuds candidats à la compensation. D'ailleurs, c'est une contrainte pratique dans la mesure où la compensation se fait au niveau de la moyenne tension pour des raisons de sécurité et pour des raisons économiques.

Le choix du site des compensateurs d'énergie réactive est basé sur la détermination du nœud critique du réseau, dénommé aussi le nœud faible. La compensation de l'énergie réactive en ce nœud, donne une meilleure amélioration de la stabilité de tension par rapport aux autres nœuds du système.

Les limites des amplitudes de tension aux nœuds de charge (V_{Cmin}, V_{Cmax}) et aux nœuds générateurs (V_{Gmin}, V_{Gmax}) sont spécifiées pour chaque réseau électrique.

Les limites des puissances générées (P_{Gmin}, P_{Gmax}) sont illustrées dans l'annexe A.

Les résultats de l'écoulement de puissance, pris comme références, sont ceux de l'état initial, tandis que ceux attribués à l'état final ressortent du programme d'optimisation.

Les tableaux présentés affichent les valeurs des tensions de génération (V_G) en p.u, les puissances générées en MW, les valeurs des batteries de condensateur (Q_C) en MVars, les pertes actives en MW.

IV. 2. Application aux réseaux :

Dans ce programme on a appliqué les deux fonctions objectives suivantes :

- **Etape -1-** : Minimisation des batteries de condensateurs.
- **Etape -2-** : Minimisation des pertes actives.

Trois cas différents du réseau sont considérés :

- **Cas 1** : cas de base (point nominal).
- **Cas 2** : variation uniforme de la charge de 150 % du cas de base.
- **Cas 3** : variation uniforme de la charge de 250 % du cas de base.

IV. 2.1. Réseau 9 jeu de barres :

Les limites des amplitudes de tension aux nœuds de charge et aux nœuds générateurs sont :

$$0.9 \leq V_G \leq 1.10$$

$$0.9 \leq V_C \leq 1.10$$

IV. 2.1.1. Etape -1- (Minimisation des batteries de condensateurs) :

En appliquant le programme au réseau 9 JB, les résultats obtenus sont présentés dans le tableau IV.1 :

Variables	1 ^{er} Cas	2 ^{eme} cas	3 ^{eme} cas
V_{G1}	1.1000	1.1000	1.1000
V_{G2}	1.0974	1.1000	1.1000
V_{G3}	1.0866	1.1000	1.1000
P_{gG1}	89.8004	143.0746	250.0000
P_{gG2}	134.3182	198.2547	296.9528
P_{gG3}	94.1881	138.9131	267.6988
Q_{C9} (MVars)	-	-	2.1219
Pertes actives (MW)	3.3066	7.7425	27.1516

Tableau IV.1 : Résultats d'optimisation du l'étape -1-, Réseau 9JB.

Le tableau IV.1 présente une récapitulation des résultats de Minimisation des batteries de condensateurs.

Dans le premier et le deuxième cas, le réseau n'a pas besoin des batteries de condensateurs parce que le réglage des tensions est suffisant pour le stabiliser, par contre le troisième cas nécessite une batterie de condensateurs de 2.1219 MVars au nœud 9.

Dans les différents cas, on constate une amélioration des tensions dont les valeurs minimale et maximale deviennent respectivement 0.9 et 1.1 pu, ainsi que les puissances actives générées.

IV. 2.1.2. Etape -2- (Minimisation des pertes actives) :

En appliquant le programme au réseau 9 JB, les résultats obtenus sont présentés dans le tableau IV.2 :

Variables	Cas 1	Cas 2	Cas 3
V_{G1}	1.0902	1.0798	1.1000
V_{G2}	1.0849	1.0884	1.0989
V_{G3}	1.0826	1.0794	1.0767
P_{gG1}	164.5903	236.2107	250.0000
P_{gG2}	86.1256	138.1105	300.0000
P_{gG3}	66.5217	103.2475	257.8672
Q_{C4} (MVars)	4.2482	31.9028	50.0000
Q_{C5} (MVars)	3.1490	17.8962	50.0000
Q_{C6} (MVars)	0.9278	10.6503	37.4984
Q_{C7} (MVars)	12.0012	23.2352	50.0000
Q_{C8} (MVars)	1.8163	3.2636	43.4366
Q_{C9} (MVars)	23.7283	50.0000	50.0000
Pertes actives (MW)	2.2376	5.0687	20.3672

Tableau IV.2 : Résultats d'optimisation du l'étape -2-, Réseau 9JB.

Le tableau IV.2 présente une récapitulation des résultats de Minimisation des pertes actives. Pour les différents cas, l'emplacement des batteries intégrées dans les nœuds 4, 5, 6, 7, 8 et 9 avec des quantités citées au tableau permettent de réduire les pertes actives et de rectifier tous les variables (état et contrôle) spécifiant les tensions dans chaque nœud qui sont présentés dans les figures (IV.1) et (IV.2) et (IV.3).

Les tensions des différents nœuds sont présentées dans les figures suivantes :

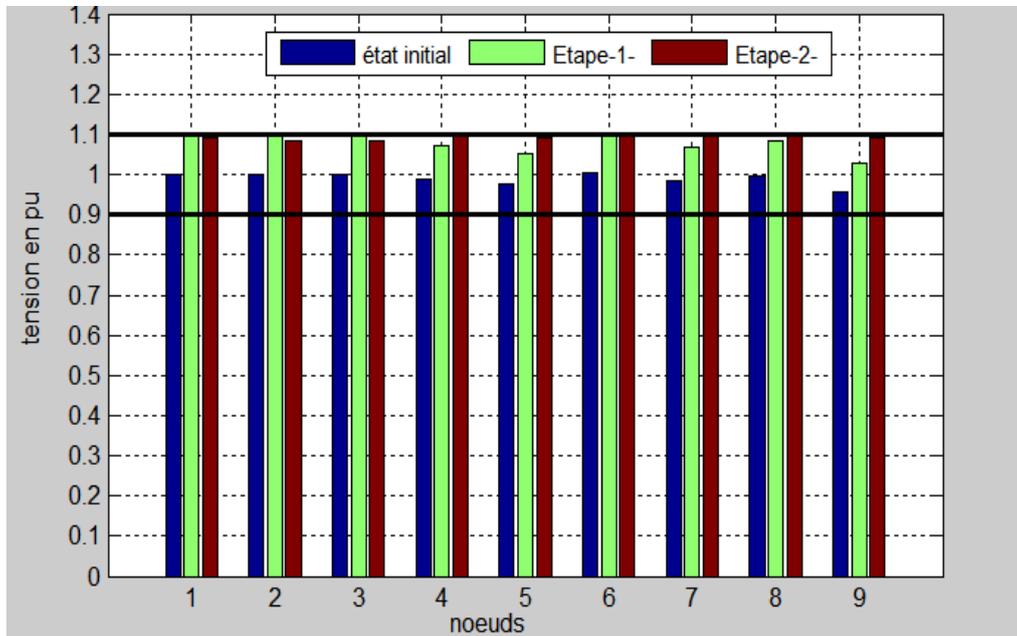


Figure IV.1 : Variation des tensions avant et après optimisation (cas1), 9 JB.

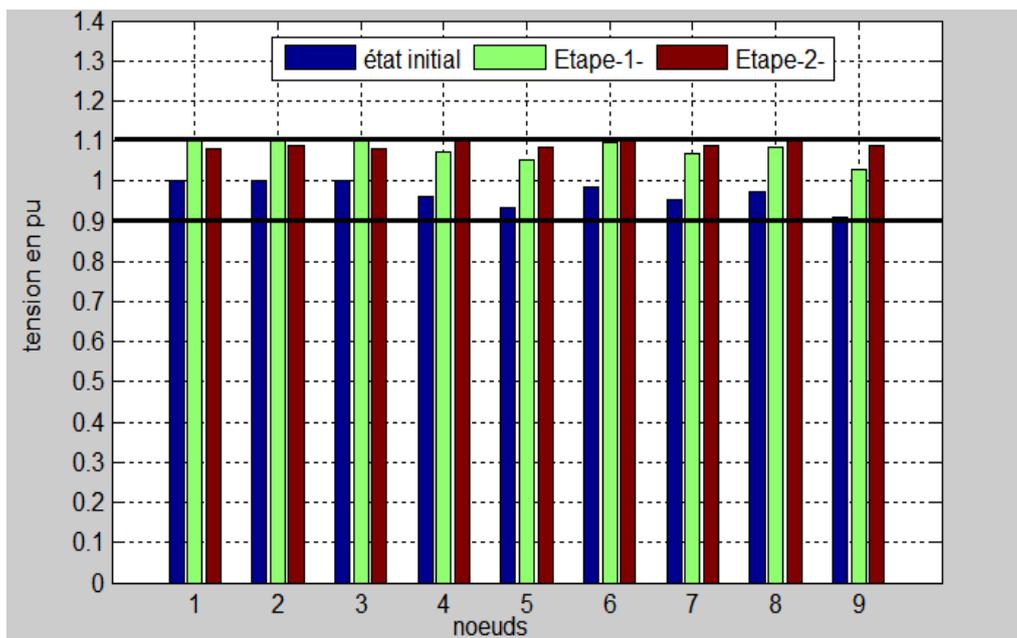


Figure IV.2 : Variation des tensions avant et après optimisation (cas2), 9 JB.

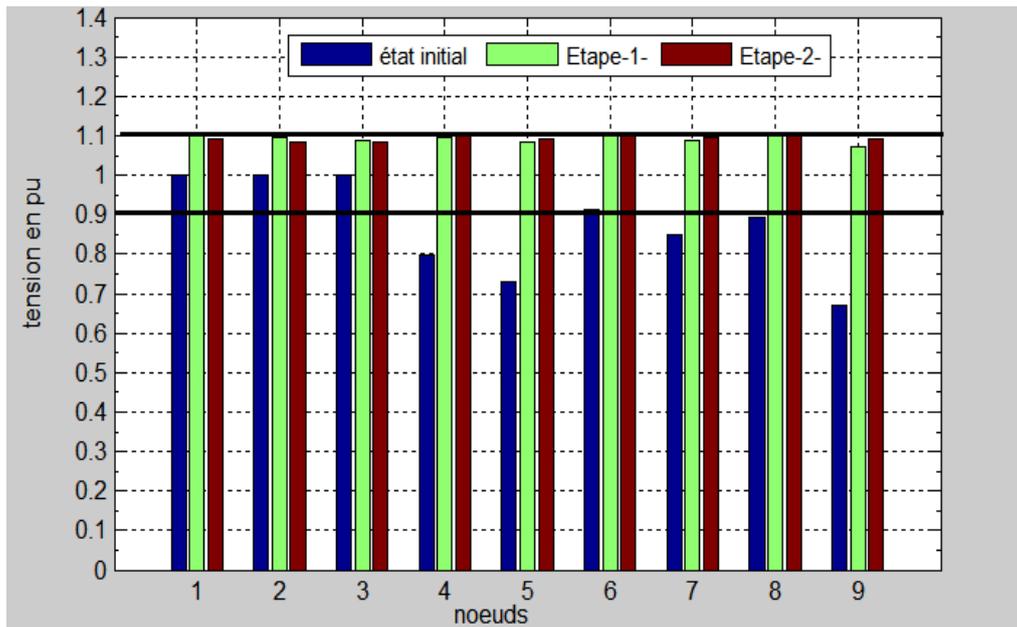


Figure IV.3 : Variation des tensions avant et après optimisation (cas3), 9 JB.

Les figures (IV.1) (IV.2) et (IV.3) présentent une comparaison entre les différents résultats des tensions constatés dans l'étape-1,-2- et l'état initial du réseau de 9 jeux de barres. On remarque l'étape-1- et -2- y' ont permis de stabiliser les tensions dans les limites imposées par rapport aux valeurs de l'écoulement de puissances (état initial).

IV. 2.2. Réseau 14 jeu de barres :

Les limites des amplitudes de tension aux nœuds de charge et aux nœuds générateurs sont :

$$0.94 \leq V_G \leq 1.06$$

$$0.94 \leq V_C \leq 1.06$$

IV. 2.2.1. Etape -1- (Minimisation des batteries de condensateurs) :

En appliquant le programme au réseau 14 JB, les résultats obtenus sont présentés dans le tableau IV.3 :

Variables	Cas 1	Cas 2	Cas 3
V_{G1}	1,0600	1,0600	1,0600
V_{G2}	1,0408	1,0403	1,0337
V_{G3}	1,0156	1,0155	0,9653
V_{G6}	1,0600	1,0544	1,0600
V_{G8}	1,0600	1,0600	1,0600
P_{gG1}	194,3307	202,8388	229,6350
P_{gG2}	36,7192	38,4712	140
P_{gG3}	28,7421	75,5566	100
P_{gG6}	0	28,2463	100
P_{gG8}	8,4952	53,8518	100
Q_{C4} (MVars)	-	-	12.2885
Q_{C5} (MVars)	-	-	7.6421
Q_{C9} (MVars)	-	-	30.3020
Q_{C10} (MVars)	-	-	15.3103
Q_{C12} (MVars)	-	-	0.0028
Q_{C13} (MVars)	-	-	6.7279
Q_{C14} (MVars)	-	-	15.1783
Pertes actives (MW)	9.2872	10.4648	22.1350

Tableau IV.3 : Résultats d'optimisation de l'étape -1-, Réseau 14 JB.

Le tableau IV.3 présente une évaluation des résultats de minimisation des batteries de condensateurs.

Dans les différents cas, nous remarquons que toutes les variables sont toujours comprises entre leurs limites et que les pertes actives après l'optimisation sont inférieures à celle de l'état initial.

IV. 2.2.2. Etape -2- (Minimisation des pertes actives) :

En appliquant le programme au réseau 14 JB, les résultats obtenus sont présentés dans le tableau IV.4 :

Variables	Cas 1	Cas 2	Cas 2
V_{G1}	1.0253	1.0325	1.0600
V_{G2}	1.0223	1.0289	1.0369
V_{G3}	1.0231	1.0143	0.9719
V_{G6}	1.0600	1.0600	1.0600
V_{G8}	1.0235	1.0255	1.0456
P_{gG1}	6.8267	18.2316	229.3431
P_{gG2}	26.8496	87.1463	140.0000

P_{gG3}	96.0643	100.0000	100.0000
P_{gG6}	38.5191	85.2768	100.0000
P_{gG8}	91.1957	100.0000	100.0000
Q_{c4} (MW)	-	-	14.0789
Q_{c5} (MW)	8.5173	13.8474	22.2032
Q_{c7} (MW)	4.1603	0.7279	17.8158
Q_{c9} (MW)	10.3796	19.9377	20.9054
Q_{c10} (MW)	6.3138	7.3160	16.8455
Q_{c11} (MW)	0.8681	3.2441	4.5989
Q_{c12} (MW)	1.6097	1.9720	4.7029
Q_{c13} (MW)	5.1057	7.3881	17.5928
Q_{c14} (MW)	5.2423	8.2092	14.3009
Pertes actives (MW)	0.4554	2.1547	21.8431

Tableau IV.4 : Résultats d’optimisation de l’étape -2-, Réseau 14 JB.

Le tableau IV.4 présente une récapitulation des résultats d’optimisation de l’étapes-2-.

On remarque que les tensions au niveau de chaque nœud vérifient en totalité leurs contraintes. Pour les différents cas, l’emplacement des batteries intégrées dans les nœuds 4, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 13 et 14 avec des quantités citées au tableau permettent de réduire les pertes actives et de améliorer les tensions qui sont présentés dans les figures (IV.4), (IV.5) et (IV.6).

Les tensions des différents nœuds sont présentées dans les figures suivantes :

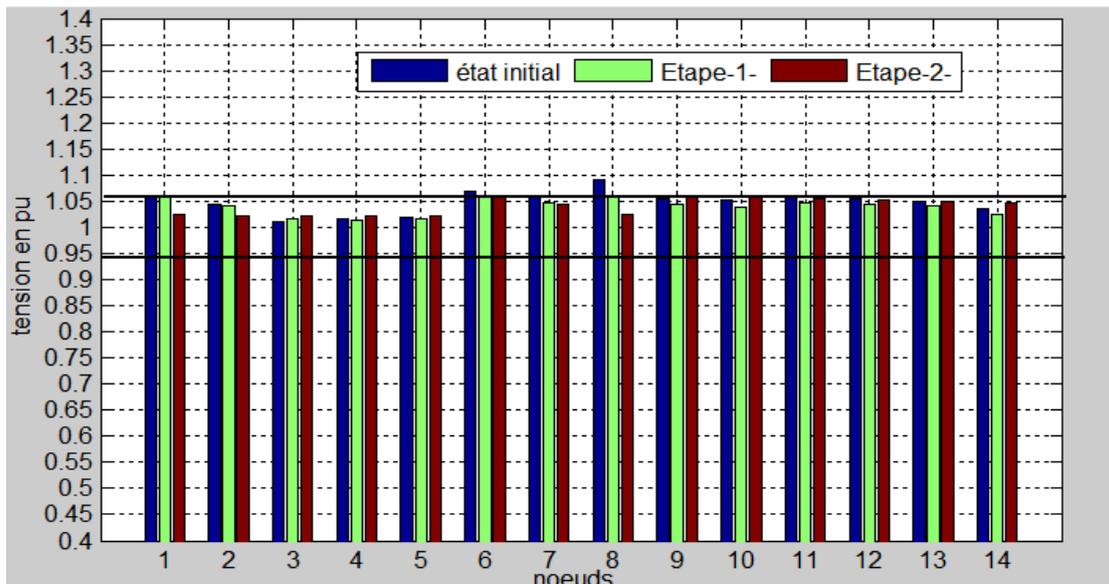


Figure IV.4 : Variation des tensions avant et après optimisation (cas1), 14 JB.

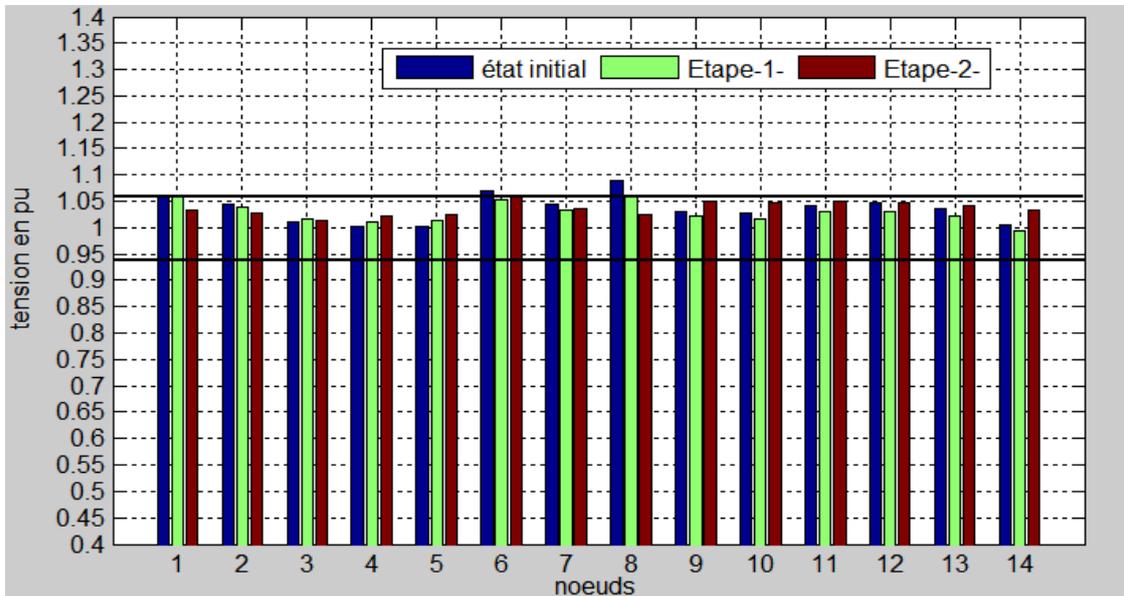


Figure IV.5 : Variation des tensions avant et après optimisation (cas2), 14 JB.

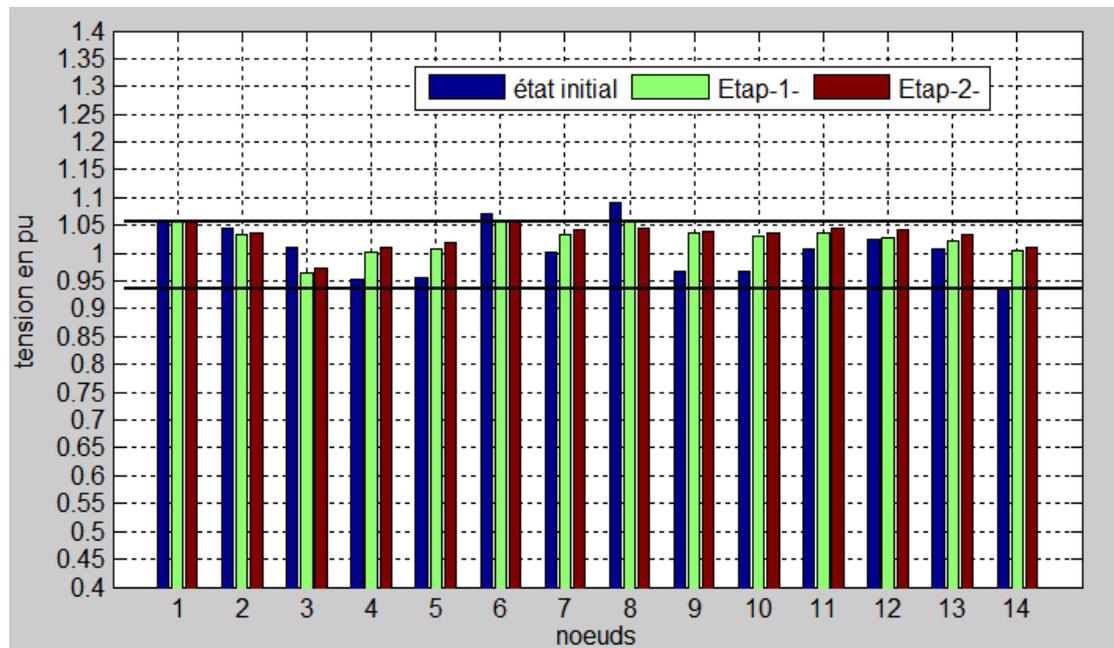


Figure IV.6 : Variation des tensions avant et après optimisation (cas3), 14 JB.

IV. 2.3. Réseau 57 jeu de barres :

Les limites des amplitudes de tension aux nœuds de charge et aux nœuds générateurs sont :

$$0.94 \leq V_G \leq 1.06$$

$$0.94 \leq V_C \leq 1.06$$

IV. 2.3.1. Etape -1- (Minimisation des batteries de condensateurs) :

En appliquant le programme au réseau 9 JB, les résultats obtenus sont présentés dans le tableau IV.5 :

Variables	Cas 1	Cas 2
V_{G1}	1,0093	1,0600
V_{G2}	1,0076	1,0436
V_{G3}	1,0033	1,0319
V_{G6}	1,0257	1,0429
V_{G8}	1,0438	1,0600
V_{G9}	1,0041	1,0060
V_{G12}	0,9918	1,0130
P_{gG1}	142,6264	525,3747
P_{gG2}	87,7924	99,9981
P_{gG3}	45,0706	139,9978
P_{gG6}	72,8616	99,1410
P_{gG8}	459,8046	549,8540
P_{gG9}	97,6349	99,9940
P_{gG12}	361,5217	410
Q_{C31} (MVars)	-	7.6572
Q_{C32} (MVars)	-	0.4544
Q_{C33} (MVars)	-	0.862
Q_{C34} (MVars)	-	3.4039
Q_{C57} (MVars)	-	2.357
Pertes actives (MW)	16.5122	48.1597

Tableau IV.5 : Résultats d'optimisation de l'étape -1-, Réseau 57 JB.

Le troisième cas n'est pas indiqué au tableau ci-dessus, parce qu'il n'y pas d'amélioration sur les tensions, ni sur les pertes actives, les tensions et puissances générées ont dépassés leurs limites minimale et maximale.

Dans le deuxième cas, il existe des batteries de condensateurs dans les nœuds 31, 32, 33, 34 et 57 avec des quantités citées au tableau IV.5.

Les pertes actives du premier et deuxième cas sont inférieures à celles de l'état initial.

IV. 2.3.2. Etape -2- (Minimisation des pertes actives) :

En appliquant le programme au réseau 57 JB, les résultats obtenus sont présentés dans le tableau IV.6 :

Variables	Cas 1	Cas 2
V_{G1}	0.9912	1.0543
V_{G2}	0.9848	1.0356
V_{G3}	0.9887	1.0195
V_{G6}	0.9912	1.0158
V_{G8}	0.9943	1.0236
V_{G9}	0.9784	0.9878
V_{G12}	0.9725	0.9801
P_{gG1}	186.2811	549.4534
P_{gG2}	5.8398	72.1613
P_{gG3}	140.0000	140.0000
P_{gG6}	100.0000	100.0000
P_{gG8}	318.9009	550.0000
P_{gG9}	100.0000	100.0000
P_{gG12}	410.0000	410.0000
Q_{C4} (MW)	0.0117	1.3943
Q_{C5} (MW)	1.7582	8.0549
Q_{C7} (MW)	-	0.5603
Q_{C10} (MW)	0.0052	11.0841
Q_{C13} (MW)	0.1507	0.0021
Q_{C16} (MW)	0.4749	25.0418
Q_{C17} (MW)	5.7837	32.2818
Q_{C18} (MW)	1.4293	7.8321
Q_{C19} (MW)	0.9252	1.8231
Q_{C20} (MW)	0.6628	3.2581
Q_{C21} (MW)	0.1707	-
Q_{C22} (MW)	1.1562	-
Q_{C25} (MW)	-	0.2237
Q_{C26} (MW)	-	2.1937
Q_{C27} (MW)	0.3206	2.4905
Q_{C28} (MW)	2.9044	3.9099

Q_{C29} (MW)	14.5499	12.6452
Q_{C30} (MW)	1.5655	3.1508
Q_{C31} (MW)	2.7700	4.4902
Q_{C32} (MW)	2.0791	0.7124
Q_{C33} (MW)	1.8304	2.9473
Q_{C34} (MW)	0.0000	1.1281
Q_{C35} (MW)	1.8427	5.0839
Q_{C36} (MW)	0.4669	-
Q_{C37} (MW)	0.6990	0.0936
Q_{C38} (MW)	0.3635	-
Q_{C39} (MW)	0.6189	0.6997
Q_{C40} (MW)	2.5362	1.8388
Q_{C41} (MW)	15.4563	16.2883
Q_{C42} (MW)	4.3131	6.8886
Q_{C44} (MW)	2.3003	2.3396
Q_{C45} (MW)	20.9058	14.1846
Q_{C50} (MW)	7.3730	11.3392
Q_{C51} (MW)	8.3059	-
Q_{C52} (MW)	3.4075	5.8126
Q_{C53} (MW)	3.6911	8.9253
Q_{C54} (MW)	1.7761	2.7627
Q_{C55} (MW)	2.3207	12.9983
Q_{C56} (MW)	-	1.7421
Q_{C57} (MW)	1.2548	3.2749
Pertes actives (MW)	10.2218	45.4148

Tableau IV.6: Résultats d'optimisation de l'étape -2-, Réseau 57 JB.

Nous constatons que toutes les variables sont toujours dans leurs intervalles et les pertes actives sont réduites à 10.2218 MW dans le premier cas et à 45.4148 MW dans le deuxième cas à cause de l'emplacement des batteries dans différents nœuds.

Les tensions des différents nœuds sont présentées dans les figures suivantes :

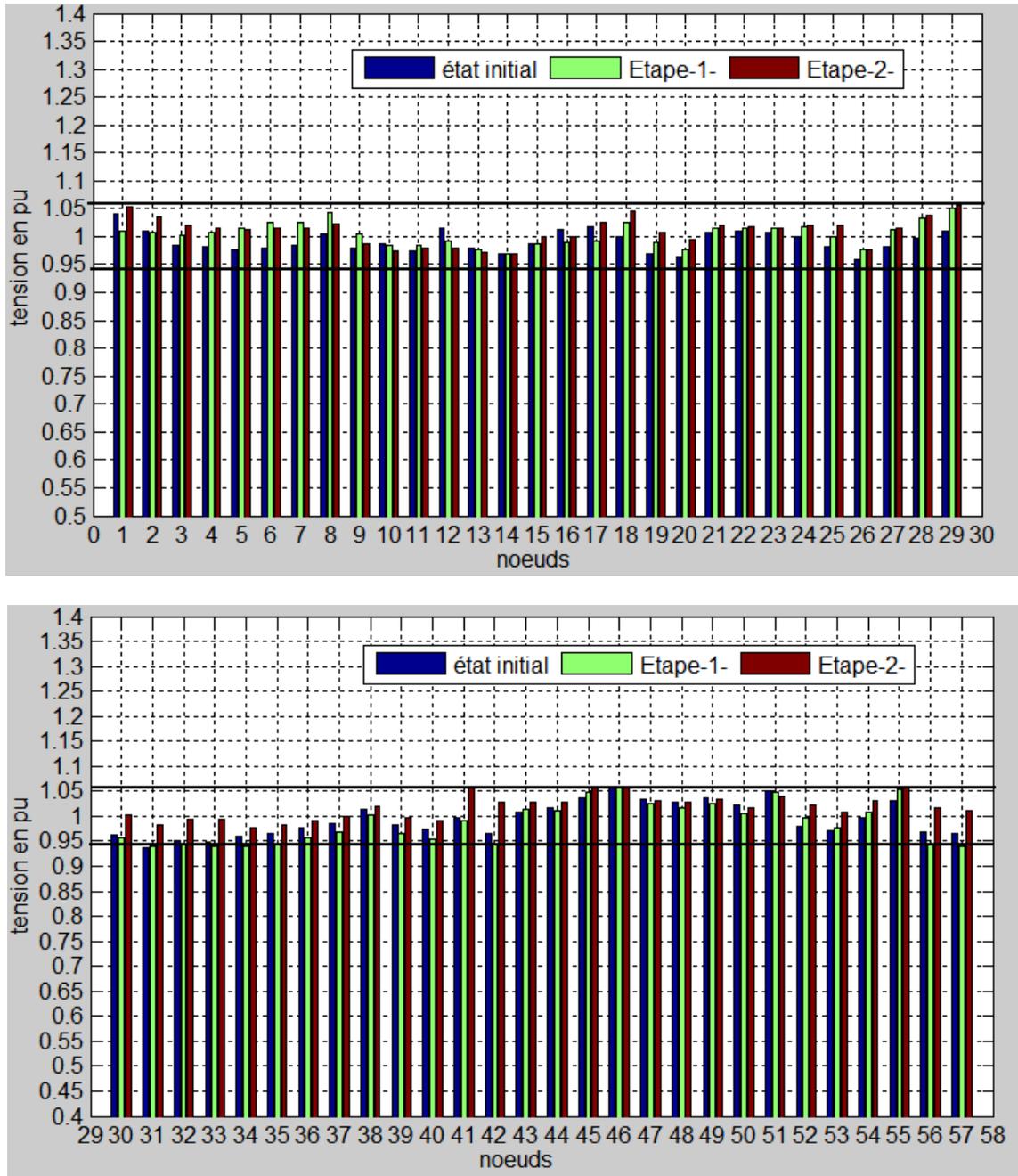


Figure IV.7 : Variation des tensions avant et après optimisation (cas1), 57 JB.

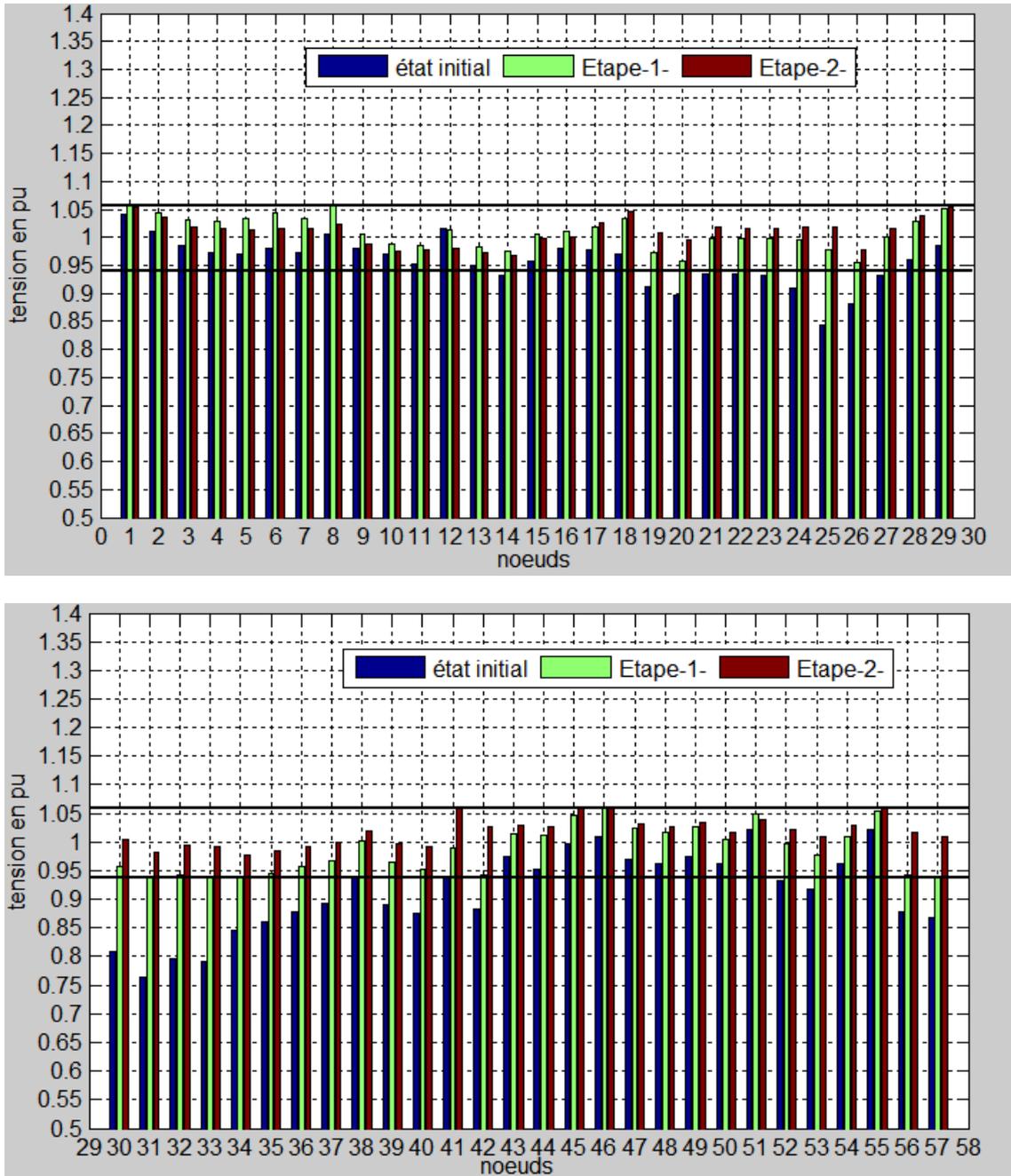


Figure IV.8 : Variation des tensions avant et après optimisation (cas2), 57 JB.

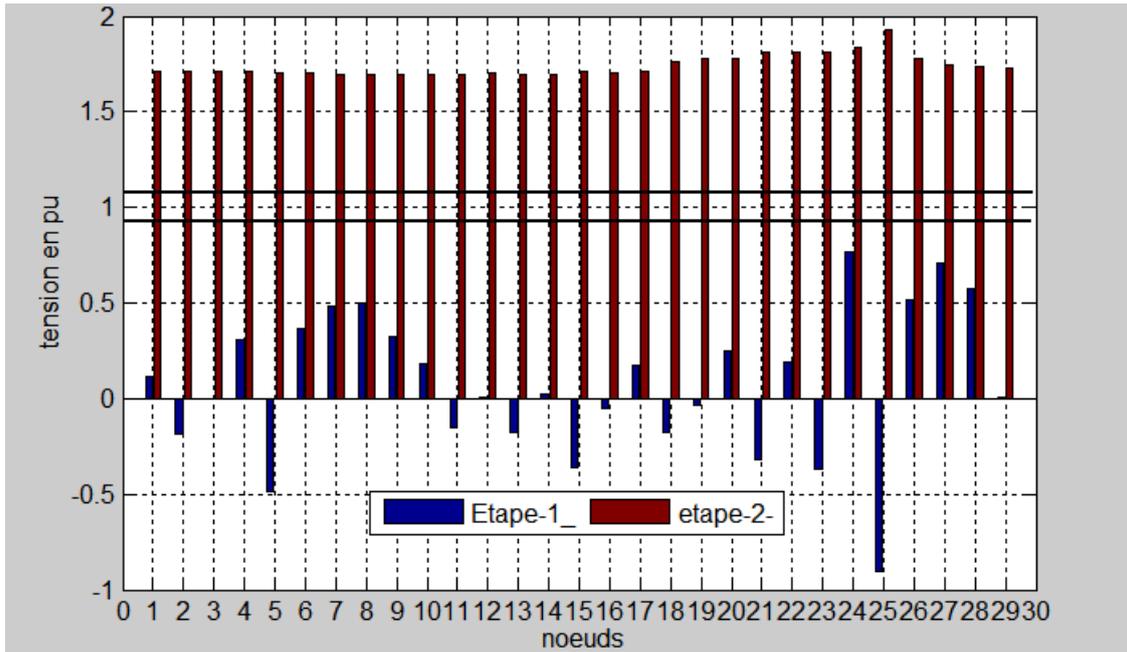


Figure IV.9 : Variation des tensions avant et après optimisation (cas3), 57 JB.

La figure IV.9 est une présentation des tensions de l'étape -1- et -2-. Cette figure confirme que les tensions dépassent leurs limites minimale et maximale, cela signifie que le réseau 57 JB ne converge pas pour une augmentation de 250% de la charge par rapport au cas de base.

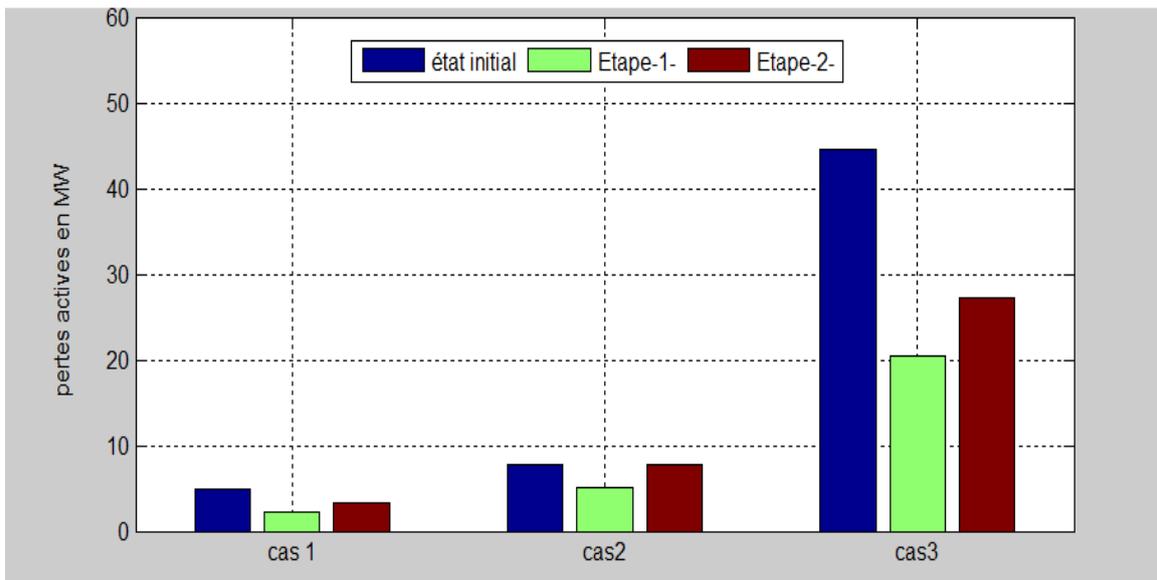


Figure IV.10 : Comparaison des différents résultats des pertes actives ,9JB

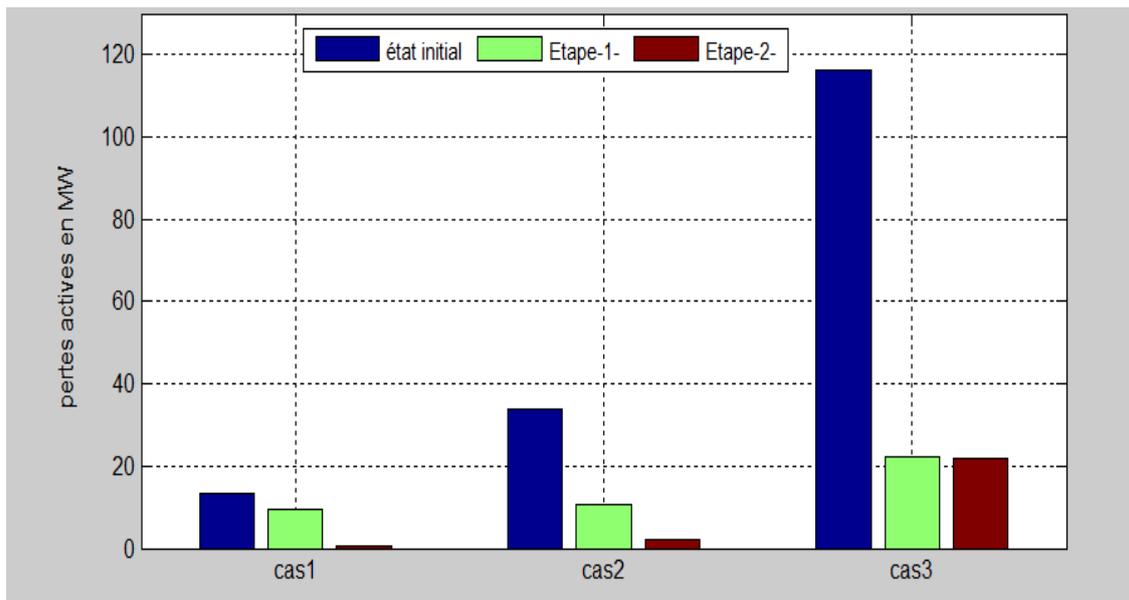


Figure IV.11: Comparaison des différents résultats des pertes actives ,14 JB

Les résultats obtenus après l'optimisation incluant la minimisation des pertes actives et la minimisation des batteries de condensateurs ainsi que l'état initial (écoulement de puissance) dans les réseaux 9 et 14 jeux de barres sont illustrées dans les figures IV.10 et IV.11.

On remarque que le réseau 9 JB, l'étape -1- a donné un plus sur l'ensemble des pertes par rapport à l'étape -2-, par contre le réseau 14 JB, l'étape -2- a donné des meilleurs résultats sur la minimisation des pertes actives.

D'après les résultats obtenus, on peut conclure que nous avons atteint notre objectif, concernant le contrôle des tensions, la minimisation des pertes actives et l'emplacement des batteries de condensateurs.

IV. 3. Conclusion :

Dans ce chapitre, on a testé la méthode de Lagrangien projeté et augmenté associé au gradient réduit et Quasi-Newton sur différents réseaux électriques pour résoudre le problème de la répartition optimal des puissances réactives.

L'amélioration des tensions et la compensation des puissances réactives procèdent un emplacement des batteries de condensateurs dans les nœuds faibles.

Les résultats de simulation démontrent la validité, l'efficacité et la robustesse de cette méthode.

Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons traité le problème de la répartition des puissances réactives et le contrôle des tensions des réseaux d'énergies électriques en incorporant les dispositifs (SVC).

En effet 2 approches ont été développées dans ce mémoire :

La première approche a été fixée sur la méthode de Newton-Raphson pour le calcul de l'écoulement de puissances. Ce choix a été retenu à base de sa précision, sa rapidité et le nombre d'itérations réduit par rapport aux autres méthodes.

La deuxième approche a été établie sur la méthode de Lagrangien augmenté et projeté pour l'optimisation de la puissance réactive.

Cette méthode provoque des sous-problèmes, dans lesquels on linéarise les contraintes, ces derniers sont résolus par la méthode du gradient réduit en association avec celle de Quasi-Newton (méthode de Davidon-Fletcher-Powell).

L'élaboration de cette méthode est conçue pour résoudre des problèmes fortement non linéaires ayant une grande taille, ce qui est le cas de cette étude.

Les résultats de tests de simulation effectués sur différents modèles de réseaux électriques (9 nœuds, 14 nœuds et 57 nœuds) développé sous l'environnement (MATLAB) montrent clairement l'avantage d'intégrer des dispositifs de contrôle (Batteries de condensateurs) dans le domaine de la compensation des puissances réactives et le contrôle des tensions des différents nœuds.

un contrôle flexible de l'énergie réactive est réalisé par un emplacement efficace des batteries de condensateurs.

Annexe A :

Base de données d'un réseau de 9, 14 et 57 jeux de barres

Les données du réseau de 09 jeux de barres sont consignées dans les tableaux A.1.1, A.1.2 et A.1.3. La puissance de base $S_{base} = 100$ MVA et la tension de base $V_{base} = 345$ KV

Nœuds de départ	Nœuds d'arrivée	r (p.u)	x (p.u)	b/2 (p.u)
1	4	0	0.0576	0
4	5	0.0170	0.0920	0,079
5	6	0.0390	0.1700	0,179
3	6	0	0.0586	0
6	7	0.0119	0.1008	0,1045
7	8	0.0085	0.0720	0,0745
8	2	0	0.0625	0
8	9	0.0320	0.1610	0,153
9	4	0.0100	0.0850	0,088

Tableau A.1.1 : données de la ligne de 9 jeux de barres.

Numéro de la branche	Type	Tensions		Générateurs		Charges	
		Amplitude (p.u)	Phase (°)	PG (MW)	QG (MVAR)	PL (MW)	QL (MVAR)
1	3	1	0	0	0	0	0
2	2	1	0	163	0	0	0
3	2	1	0	85	0	0	0
4	1	1	0	-	-	0	0
5	1	1	0	-	-	90	30
6	1	1	0	-	-	0	0
7	1	1	0	-	-	100	35
8	1	1	0	-	-	0	0
9	1	1	0	-	-	125	50

Tableau A.1.2 : données de nœud de 9 jeux de barres.

Variables	Limites	
	Inferieure	Supérieure
P_{gG1} (MW)	10	250
P_{gG2} (MW)	10	300
P_{gG3} (MW)	10	270

Tableau A.1.3 : les limites des puissances générées, 9 JB.

Les données du réseau de 14 jeux de barres consignées dans les tableaux A.2.1, A.2.2 et A.2.3. La puissance de base $S_{base}=100$ MVA et la tension de base $V_{base}= 345$ KV

Nœuds de départ	Nœuds d'arrivée	r (p.u)	x (p.u)	b/2 (p.u)
1	2	0.0194	0.0592	0.0264
1	5	0.0540	0.2230	0.0246
2	3	0.0470	0.1980	0.0219
2	4	0.0581	0.1763	0.0170
2	5	0.0570	0.1739	0.0173
3	4	0.0670	0.1710	0.0064
4	5	0.0134	0.0421	0
4	7	0	0.2091	0
4	9	0	0.5562	0
5	6	0	0.2520	0
6	11	0.0950	0.1989	0
6	12	0.1229	0.2558	0
6	13	0.0662	0.1303	0
7	8	0	0.1762	0
7	9	0	0.1100	0
9	10	0.0318	0.0845	0
9	14	0.1271	0.2704	0
10	11	0.0820	0.1921	0
12	13	0.2209	0.1999	0
13	14	0.1709	0.3480	0

Tableau A.2.1 : données de la ligne de 14 jeux de barres.

Numéro de la branche	Type	Tensions		Générateurs		Charges	
		Amplitude (p.u)	Phase (°)	PG (MW)	QG (MVAR)	PL (MW)	QL (MVAR)
1	3	1.06	0	232.4	-16.9	0	0
2	2	1.045	-4.98	40	42.4	21.7	12.7
3	2	1.01	-12.72	0	23.4	94.2	19
4	1	1.019	-10.33	-	-	47.8	-3.9
5	1	1.02	-8.78	-	-	7.6	1.6
6	2	1.07	-14.22	0	12.2	11.2	7.5
7	1	1.062	-13.37	-	-	0	0
8	2	1.09	-13.36	0	17.4	0	0
9	1	1.056	-14.94	-	-	29.5	16.6
10	1	1.051	-15.1	-	-	9	5.8
11	1	1.057	-14.79	-	-	3.5	1.8
12	1	1.055	-15.07	-	-	6.1	1.6
13	1	1.05	-15.16	-	-	13.5	5.8
14	1	1.036	-16.04	-	-	14.9	5

Tableau A.2.2 : données de nœud de 14 jeux de barre.

Variables	Limites	
	Inferieure	Supérieure
P_{gG1} (MW)	0	232.4
P_{gG2} (MW)	0	140
P_{gG3} (MW)	0	100
P_{gG6} (MW)	0	100
P_{gG8} (MW)	0	100

Tableau A.2.3 : les limites des puissances générées, 14 JB.

Les données du réseade 57 jeux de barres consignées dans les tableaux A.3.1, A.3.2 et A.3.3. La puissance de base $S_{base}=100$ MVA et la tension de base $V_{base}= 345$ KV

Nœuds de départ	Nœuds d'arrivée	r (p.u)	x (p.u)	$b/2$ (p.u)
1	2	0.0083	0.0280	0,0645
2	3	0.0298	0.0850	0,0409
3	4	0.0112	0.0366	0,019
4	5	0.0625	0.1320	0,0129
4	6	0.0430	0.1480	0,0174
6	7	0.0200	0.1020	0,0138
6	8	0.0339	0.1730	0,0235
8	9	0.0099	0.0505	0,0274
9	10	0.0369	0.1679	0,022
9	11	0.0258	0.0848	0,0109
9	12	0.0648	0.2950	0,0386
9	13	0.0481	0.1580	0,0203
13	14	0.0132	0.0434	0,0055
13	15	0.0269	0.0869	0,0115
1	15	0.0178	0.0910	0,494
1	16	0.0454	0.2060	0,0273
1	17	0.0238	0.1080	0,0143
3	15	0.0162	0.0530	0,0272
4	18	0	0.5550	0
4	18	0	0.4300	0
5	6	0.0302	0.0641	0,0062
7	8	0.0139	0.0712	0,0097
10	12	0.0277	0.1262	0,0164
11	13	0.0223	0.0732	0,0094
12	13	0.0178	0.0580	0,0302
12	16	0.0180	0.0813	0,0108
12	17	0.0397	0.1790	0,0238
14	15	0.0171	0.0547	0,0074

18	19	0.4610	0.6850	0
19	20	0.2830	0.4340	0
21	20	0	0.7767	0
21	22	0.0736	0.1170	0
22	23	0.0099	0.0152	0
23	24	0.1660	0.2560	0,0042
24	25	0	1.1820	0
24	25	0	1.2300	0
24	26	0	0.0473	0
26	27	0.1650	0.2540	0
27	28	0.0618	0.0954	0
28	29	0.0418	0.0587	0
7	29	0	0.0648	0
25	30	0.1350	0.2020	0
30	31	0.3260	0.4970	0
31	32	0.5070	0.7550	0
32	33	0.0392	0.0360	0
34	32	0	0.9530	0
34	35	0.0520	0.0780	0,0016
35	36	0.0430	0.0537	0,0008
36	37	0.0290	0.0366	0
37	38	0.0651	0.1009	0,001
37	39	0.0239	0.0379	0
36	40	0.0300	0.0466	0
22	38	0.0192	0.0295	0
11	41	0	0.7490	0
41	42	0.2070	0.3520	0
41	43	0	0.4120	0
38	44	0.0289	0.0585	0,001
15	45	0	0.1042	0
14	46	0	0.0735	0
46	47	0.0230	0.0680	0,0016
47	48	0.0182	0.0233	0
48	49	0.0834	0.1290	0,0024
49	50	0.0801	0.1280	0
50	51	0.1386	0.2200	0
10	51	0	0.0712	0
13	49	0	0.1910	0
29	52	0.1442	0.1870	0
52	53	0.0762	0.0984	0
53	54	0.1878	0.2320	0
54	55	0.1732	0.2265	0
11	43	0	0.1530	0
44	45	0.0624	0.1242	0,002
40	56	0	1.1950	0
56	41	0.5530	0.5490	0

56	42	0.2125	0.3540	0
39	57	0	1.3550	0
57	56	0.1740	0.2600	0
38	49	0.1150	0.1770	0,0015
38	48	0.0312	0.0482	0
9	55	0	0.1205	0

Tableau A.3.1 : données de la ligne de 57 jeux de barres.

Numéro de la branche	Type	Tensions		Générateurs		Charge	
		Amplitude (p.u)	Phase (°)	PG (MW)	QG (MVars)	PL (MW)	QL (MVars)
1	3	1.0400	0	128.9000	-16.1000	55.0000	17.0000
2	2	1.0100	-1.1800	0	-0.8000	3.0000	88.0000
3	2	0.9850	-5.9700	40.0000	-1.0000	41.0000	21.0000
4	1	0.9810	-7.3200	-	-	0	0
5	1	0.9760	-8.5200	-	-	13.0000	4.0000
6	2	0.9800	-8.6500	0	0.8000	75.0000	2.0000
7	1	0.9840	-7.5800	-	-	0	0
8	2	1.0050	-4.4500	450.0000	62.1000	150.0000	22.0000
9	2	0.9800	-9.5600	0	2.2000	121.0000	26.0000
10	1	0.9860	-11.430	-	-	5.0000	2.0000
11	1	0.9740	-10.170	-	-	0	0
12	2	1.0150	-10.460	310.0000	128.5000	377.0000	24.0000
13	1	0.9790	-9.7900	-	-	18.0000	2.3000
14	1	0.9700	-9.3300	-	-	10.5000	5.3000
15	1	0.9880	-7.1800	-	-	22.0000	5.0000
16	1	1.0130	-8.8500	-	-	43.0000	3.0000
17	1	1.0170	-5.3900	-	-	42.0000	8.0000
18	1	1.0010	-11.710	-	-	27.2000	9.8000
19	1	0.9700	-13.200	-	-	3.3000	0.6000
20	1	0.9640	-13.410	-	-	2.3000	1.0000
21	1	1.0080	-12.890	-	-	0	0
22	1	1.0100	-12.840	-	-	0	0
23	1	1.0080	-12.910	-	-	6.3000	2.1000
24	1	0.9990	-13.250	-	-	0	0
25	1	0.9820	-18.130	-	-	6.3000	3.2000
26	1	0.9590	-12.950	-	-	0	0
27	1	0.9820	-11.480	-	-	9.3000	0.5000
28	1	0.9970	-10.450	-	-	4.6000	2.3000
29	1	1.0100	-9.7500	-	-	17.0000	2.6000
30	1	0.9620	-18.680	-	-	3.6000	1.8000
31	1	0.9360	-19.340	-	-	5.8000	2.9000

32	1	0.9490	-18.460	-	-	1.6000	0.8000
33	1	0.9470	-18.500	-	-	3.8000	1.9000
34	1	0.9590	-14.100	-	-	0	0
35	1	0.9660	-13.860	-	-	6.0000	3.0000
36	1	0.9760	-13.590	-	-	0	0
37	1	0.9850	-13.410	-	-	0	0
38	1	1.0130	-12.710	-	-	14.0000	7.0000
39	1	0.9830	-13.460	-	-	0	0
40	1	0.9730	-13.620	-	-	0	0
41	1	0.9960	-14.050	-	-	6.3000	3.0000
42	1	0.9660	-15.500	-	-	7.1000	4.4000
43	1	1.0100	-11.330	-	-	2.0000	1.0000
44	1	1.0170	-11.860	-	-	12.0000	1.8000
45	1	1.0360	-9.2500	-	-	0	0
46	1	1.0500	-11.890	-	-	0	0
47	1	1.0330	-12.490	-	-	29.7000	11.6000
48	1	1.0270	-12.590	-	-	0	0
49	1	1.0360	-12.920	-	-	18.0000	8.5000
50	1	1.0230	-13.390	-	-	21.0000	10.5000
51	1	1.0520	-12.520	-	-	18.0000	5.3000
52	1	0.9800	-11.470	-	-	4.9000	2.2000
53	1	0.9710	-12.230	-	-	20.0000	10.0000
54	1	0.9960	-11.690	-	-	4.1000	1.4000
55	1	1.0310	-10.780	-	-	6.8000	3.4000
56	1	0.9680	-16.040	-	-	7.6000	2.2000
57	1	0.9650	-16.560	-	-	6.7000	2.0000

Tableau A.3.2 : données de nœud de 57 jeux de barres.

Variables	Limites	
	Inferieure	Supérieure
P_{gG1} (MW)	0	575.88
P_{gG2} (MW)	0	100
P_{gG3} (MW)	0	140
P_{gG6} (MW)	0	100
P_{gG8} (MW)	0	550
P_{gG9} (MW)	0	100
P_{gG12} (MW)	0	410

Tableau A.3.3 : les limites de la puissance générée, 57 JB.

Annexe B :

- calcul des éléments de la matrice jacobienne :

$$J_1 = \begin{cases} \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -Q_i + |Y_{ij}| \cdot |V_i|^2 \cdot \sin(\theta_{ii}) \\ \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = |Y_{ij}| \cdot |V_i| \cdot |V_j| \cdot \sin(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) \end{cases} ,$$

$$J_2 = \begin{cases} \frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = \frac{P_i}{|V_i|} + |Y_{ii}| \cdot |V_i| \cdot \cos(\theta_{ii}) \\ \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |Y_{ij}| \cdot |V_i| \cdot \cos(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) \end{cases}$$

$$J_3 = \begin{cases} \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = P_i - |Y_{ii}| \cdot |V_i|^2 \cdot \cos(\theta_{ii}) \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -|Y_{ij}| \cdot |V_i| \cdot |V_j| \cdot \cos(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) \end{cases} ,$$

$$J_4 = \begin{cases} \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = \frac{Q_i}{|V_i|} + |Y_{ii}| \cdot |V_i| \cdot \sin \theta_{ii} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = |Y_{ij}| \cdot |V_i| \cdot \sin(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij}) \end{cases}$$

Annexe C :

I. Conditions nécessaires d'optimalité

C.I. 1. Conditions nécessaires d'optimalité

On s'intéresse au problème suivant :

$$(P') \left\{ \begin{array}{l} \text{Minimiser } f(x) \\ \text{sous les contraintes} \\ g_i(x) \leq 0 \quad i \in I = \{1, 2, \dots, m\} \\ x \in \mathbb{R}^n \end{array} \right.$$

Toutes les fonctions f et g_i sont supposées continues et dérivables. On notera X l'ensemble des solutions de (P') c'est à dire :

$$X = \{x \in \mathbb{R}^n / g_i(x) \leq 0, \forall i \in I\}$$

C.I.2 Directions admissibles et qualification des contraintes :

Nous supposerons que X est non vide ; par contre X peut très bien avoir un intérieur vide.

Dire que $x^0 \in X$ est un optimum local de (P') implique que $f(x)$ ne peut décroître lorsque x décrit un arc de courbe Γ (suffisamment régulier) partant de x^0 et contenu dans l'ensemble X des solutions.

Un tel arc de courbe Γ sera dit admissible en x^0 et sera défini par une fonction ϕ ($|\cdot| \rightarrow |\cdot|$) continûment dérivable du paramètre $\theta \geq 0$:

$\phi(\theta) = [\phi_1(\theta), \phi_2(\theta), \dots, \phi_n(\theta)]$ et telle que :

(a) $\phi(0) = x^0$;

(b) pour $\theta > 0$ suffisamment petit, $\phi(\theta) \in X$.

On appellera direction admissible en x^0 tout vecteur

$$y = \frac{d\phi}{d\theta}(0) = \left[\frac{d\phi_1}{d\theta}(0), \frac{d\phi_2}{d\theta}(0), \dots, \frac{d\phi_n}{d\theta}(0) \right]^T$$

Tangent à un arc de courbe $\phi(\theta)$ admissible en x^0 .

Dans la suite, on notera C_{ad} le cône formé par l'ensemble des directions admissibles en x^0 .

Nous allons tout d'abord rechercher une condition nécessaire pour que $y \in \mathbb{R}^n$ vérifie : $y \in C_{ad}$.

Notons I^0 l'ensemble des indices des contraintes saturées en x^0 c'est à dire :

$$I^0 = \{i \in I / g_i(x^0) = 0\}$$

Considérons par ailleurs le cône G défini par :

$$G = \{y / \nabla g_i^T(x^0) \cdot y \leq 0 \ (\forall i \in I^0)\}$$

On a alors le résultat suivant :

Lemme 1

Soit y une direction admissible en x^0 . Alors nécessairement y vérifie les relations :

$$(1) \quad \nabla g_i^T(x^0) \cdot y \leq 0 \ (\forall i \in I^0)$$

autrement dit, $C_{ad} \subset G$.

La principale source de difficultés provient du fait que toutes les directions y vérifiant (1) ne sont pas nécessairement des directions admissibles. Pour éliminer de telles situations, il faut donc introduire des conditions supplémentaires sur X (c'est à dire sur l'ensemble des contraintes $g_i(x)$).

On dit que le domaine X défini par les contraintes $g_i(x) \leq 0 \ (i \in I)$ satisfait en $x^0 \in X$ l'hypothèse de qualification des contraintes (Kuhn-Tucker) si et seulement si :

$$(QC) \quad \text{cl}(C_{ad}) = G \ (\text{cl}(S) \text{ est l'adhérence (fermeture) de l'ensemble } S).$$

Faire l'hypothèse de qualification des contraintes en x^0 revient donc à supposer que les conditions (1) sont nécessaires et suffisantes pour que y soit direction admissible en x^0 (ou limite d'une suite convergente de directions admissibles en x^0).

Evidemment, la vérification directe de (QC) peut être difficile en pratique, et c'est pourquoi on a recherché des conditions suffisantes pour que (QC) soit réalisé. Les résultats les plus importants sont rassemblés dans le lemme 2 ci-dessous.

Lemme 2

Pour que (QC) soit vérifié en un point $x \in X$, il suffit que l'une des conditions (a) ou (b) soit réalisée :

- (a) toutes les fonctions g_i sont linéaires ;
- (b) toutes les fonctions g_i sont convexes et X a un intérieur non vide.

Pour que (QC) soit vérifié en un point $x^0 \in X$, il suffit que l'on ait :

(c) les gradients $\nabla g_i(x^0)$ ($i \in I^0$) des contraintes saturées en x^0 sont linéairement indépendants.

C.I.3 Conditions nécessaires de Kuhn et Tucker :

Le théorème suivant est fondamental et donne, sous l'hypothèse de qualification des contraintes, une condition nécessaire d'optimalité locale pour un problème d'optimisation avec contraintes du type (P').

Théorème

On suppose que les fonctions f et g_i ($i \in I$) sont continûment dérivables et que l'hypothèse de qualification des contraintes est vérifiée en $x^0 \in X$, avec :

$$X = \{x \in \mathbb{R}^n / g_i(x) \leq 0, \forall i \in I\}$$

Alors, une condition nécessaire pour que x^0 soit un optimum local de (P') est qu'il existe des nombres $\lambda_i \geq 0$ ($i \in I$) appelés multiplicateurs de Kuhn et Tucker, tels que :

$$(KT) \begin{cases} \nabla f(x^0) + \sum_{i \in I} \lambda_i \nabla g_i(x^0) = 0 \\ \text{et :} \\ \lambda_i g_i(x^0) = 0 \end{cases}$$

II. Méthode de Quasi-Newton

C.II.1. Méthode de Quasi-Newton (Davidon-Fletcher-Powell) :

Le principe des méthodes de Quasi-Newton consiste essentiellement en une généralisation de la formule itérative de *Newton* : (ici x présente toute les variables $[x \ y]$)

$$x^{k+1} = x^k - \alpha_k [\nabla^2 L(x^k)]^{-1} \cdot \nabla L(x^k) \quad (B-1)$$

Or, la limitation importante de la méthode de *Newton* consiste dans la restriction : $\nabla^2 L$ définie positive. Une extension naturelle consiste à remplacer $[\nabla^2 L(x^k)]^{-1}$ par une matrice G_k définie positive donnant la direction de déplacement à partir du gradient $\nabla L(x^k)$. D'où une formule itérative du type :

$$x^{k+1} = x^k - \alpha_k G_k \nabla L(x^k) \quad (\text{B-2})$$

G_k étant une approximation de l'inverse du hessien. La formule de correction qui permet d'obtenir la matrice G_{k+1} à partir de la matrice G_k utilise les nouvelles informations obtenues lors de l'étape k de l'algorithme, c'est à dire essentiellement le gradient $\nabla L(x^{k+1})$ au point x^{k+1} (généralement obtenu par recherche unidimensionnelle dans la direction $p_k = -G_k \nabla L(x^k)$.)

L'algorithme de *Davidon-Fletcher-Powell* utilise la formule de correction suivante (elle est de rang 2 ; en contrepartie, celles de rang 1 n'assurent pas la définie positivité de la matrice G) :

$$G_{k+1} = G_k + \frac{\delta_k \cdot \delta_k^T}{\delta_k^T \cdot \gamma_k} - \frac{G_k \cdot \gamma_k \cdot \gamma_k^T \cdot G_k}{\gamma_k^T \cdot G_k \cdot \gamma_k} \quad (\text{B-3})$$

où le point x^{k+1} est obtenu à partir de x^k par déplacement dans la direction $p_k = -G_k \nabla L(x^k)$, et :

$$\delta_k = x^{k+1} - x^k, \quad \gamma_k = \nabla L(x^{k+1}) - \nabla L(x^k)$$

C.II. 2 Algorithme de Davidon-Fletcher-Powell :

(a) x^0 point de départ. Choisir G_0 définie positive quelconque (par exemple la matrice unité) ; $k = 0$

(b) A l'itération k , déterminer la direction de déplacement :

$$p_k = -G_k \nabla L(x^k)$$

Déterminer x^{k+1} comme le minimum de

$$L(x^k + \alpha p_k) \quad \text{pour } \alpha_{\text{Max}} \geq \alpha \geq 0.$$

Poser $\delta^k = x^{k+1} - x^k$.

Calculer : $\gamma_k = \nabla L(x^{k+1}) - \nabla L(x^k)$ puis :

$$G_{k+1} = G_k + \frac{\delta_k \cdot \delta_k^T}{\delta_k^T \cdot \gamma_k} - \frac{G_k \cdot \gamma_k \cdot \gamma_k^T \cdot G_k}{\gamma_k^T \cdot G_k \cdot \gamma_k}$$

(c) $k \leftarrow k + 1$.

Test d'arrêt ou retour en (b).

III. Méthode de Fibonacci

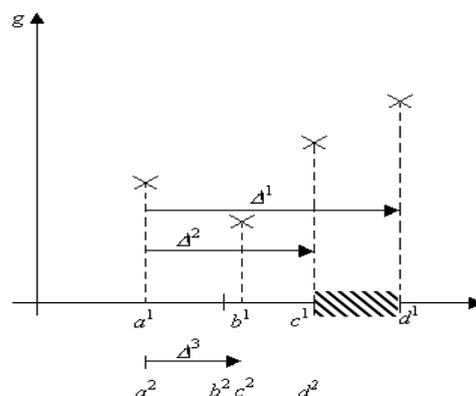
C.III.1. Méthode de Fibonacci :

La méthode de dichotomie n'est pas optimale, en ce sens que, pour un nombre fixé N de calculs de g , elle n'aboutit pas à l'intervalle réduit le plus petit possible. La suite de Fibonacci conduit à une méthode optimale.

L'idée consiste à calculer la valeur de g en N points choisis de telle sorte que le résultat obtenu pour chaque nouveau point permette d'éliminer un sous-intervalle (aussi grand que possible) de l'intervalle initial.

Supposons que l'intervalle initial soit $[a^1, d^1]$ et que l'on dispose des valeurs de la fonction g aux points a^1, d^1 et en deux points intermédiaires b^1 et c^1 . Il est alors possible, en utilisant l'unimodalité, d'éliminer un sous-intervalle soit $[a^1, b^1]$ soit $[c^1, d^1]$.

Soit $\Delta^1 = d^1 - a^1$ la longueur du segment initial. Si l'on élimine le segment $[c^1, d^1]$ on retrouve un segment de longueur $c^1 - a^1$. Si l'on élimine le segment $[a^1, b^1]$ on retrouve un segment de longueur $d^1 - b^1$. Si l'on veut que la longueur Δ^2 de l'intervalle obtenu ne dépende pas du résultat du test (donc la fonction), on doit avoir : $c^1 - a^1 = d^1 - b^1 = \Delta^2$, autrement dit, les points b^1 et c^1 doivent être disposés symétriquement par rapport au milieu de l'intervalle $[a^1, d^1]$.



Dans cette méthode dite de Fibonacci, on doit avoir $\frac{\Delta^k}{\Delta^p} = \frac{F_{N-1}}{F_{N-2}}$ où F_{N-1} et F_{N-2} sont deux termes consécutifs de la suite de Fibonacci.

Supposons maintenant que l'intervalle $[c^1, d^1]$ soit éliminé (comme c'est le cas sur la figure précédente). Pour recommencer l'opération sur l'intervalle réduit $[a^1, c^1]$ il faut calculer la valeur de la fonction en un point supplémentaire b^2 , et ce point, comme nous l'avons vu, ne peut être que le point symétrique de b^1 par rapport au milieu de l'intervalle $[a^1, c^1]$.

De la relation :

$$\begin{aligned} d^1 - a^1 &= (c^1 - a^1) + (d^1 - c^1) \\ &= (c^1 - a^1) + (b^1 - a^1) \end{aligned}$$

on déduit alors:

$$\Delta^1 = \Delta^2 + \Delta^3$$

on généralise facilement le raisonnement précédent pour montrer que, pour tout k :

$$\Delta^k = \Delta^{k+1} + \Delta^{k+2}$$

soit Δ^{N-1} la longueur de l'intervalle obtenu au bout de N calculs de la fonction (N fixé) et définissons les nombres F_0, F_1, \dots, F_{N-1} par :

$$\Delta^k = F_{N-k} \cdot \Delta^{N-1}$$

(Remarquons que pour $k = N-1$, $\Delta^{N-1} = F_1 \cdot \Delta^{N-1} \Rightarrow F_1 = 1$.)

En écrivant :

$$\frac{\Delta^k}{\Delta^{N-1}} = \frac{\Delta^{k+1}}{\Delta^{N-1}} + \frac{\Delta^{k+2}}{\Delta^{N-1}}$$

On voit que les nombres F_n satisfont la relation de récurrence :

$$\begin{cases} F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \\ F_1 = 1 \end{cases} \quad (n=3,4,\dots,N-1)$$

On remarque cependant qu'il subsiste une indétermination au niveau du choix de F_2 , et que, dès que F_2 est choisi, toute la suite F_n est déterminée et par voie de conséquence, les longueurs Δ^k de tous les intervalles successifs. La relation :

$$\Delta^{N-1} = \Delta / F_{N-1}$$

Montre alors que pour avoir un intervalle final de longueur Δ^{N-1} minimale, il faut choisir F_2 de telle sorte que F_{N-1} soit maximal, donc il faut que F_2 lui-même soit maximal. Comme on doit avoir $F_1 \geq F_2/2$, on en déduit que le maximum pour F_2 est $F_2 = 2$. La suite des nombres F_n est alors entièrement déterminée par ces deux premiers termes $F_1=1$ et $F_2=2$.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] : SAHNOUNE Nafaa « étude sur la compensation d'énergie réactive (batterie de condensateur) » Institut national spécialisé en formation professionnelle Bordj El bahri, 2012.
- [2] : Guillaume RAMI « contrôle de tension auto adaptatif pour des productions décentralisées d'énergies connectées au réseau électrique de distribution» Thèse de doctorat INPG, 2006.
- [3] : Ahmed Ould Nagi « Optimisation de l'écoulement de puissance par algorithmes : AG et PSO-TVAC » Université Mohamed Khider Biskra.
- [4] : LABED Imen « ispatching Economique Dans un Système De Puissance Electrique Par L'intelligence Artificielle » Université Constantine 1,2013.
- [5] : RIOUS Vincent, « Le développement du réseau de transport dans un système électrique libéralisé, un problème de coordination avec la production », Thèse de Doctorat en Sciences économiques, U-Paris-Sud 11, 2007.
- [6] : SAYEH Samir « Application de l'Intelligence Artificielle pour le Fonctionnement Optimal des Systèmes Electriques » Thèse de doctorat université de Sétif Algérie, 2010.
- [7] : T. Bouktir « Application de la programmation orientée objet à l'optimisation de l'écoulement de puissances », Thèse de doctorat d'état. Université de Batna, Algérie, juin 2004.
- [8] : BORNARD Pierre « conduite d'un système de production-transport », EDF
- [9] : MAMMERI Oussama «Différents méthodes de calcul de la puissance réactive dans un nœud a charge non linéaire en présence d'un système de compensation de l'énergie », Mémoire de Magister, Université de Batna, 2012.
- [10] : CHAGHI Abdelaziz « documents pédagogiques et didactiques » université de Batna, 2001.

- [11] : GASBAOUI BRAHIM « Optimisation de l'énergie réactive dans un réseau d'énergie électrique » mémoire de magister, Centre Universitaire de Béchar, 2014.
- [12] : HAIMOUR Rachida « Contrôle des Puissances Réactives et des Tensions par les Dispositifs FACTS dans un Réseau Electrique » mémoire de magister, Ecole Normale Supérieure de l'Enseignement Technologique d'Oran, 2008-2009.
- [13] : BENABID Rabah « Optimisation Multiobjectif de la Synthèse des FACTS par les Particules en Essaim pour le Contrôle de la Stabilité de Tension des Réseaux Electriques. » Université Amar Telidji Laghouat, 2007.
- [14] : M.RAHLI « Contribution à l'étude de la répartition optimale des puissances actives dans un réseau d'énergie électrique » .Thèse de Doctorant, Université des sciences technologiques USTOran, 06 Janvier 1996.
- [15] : BARRET Philipe « transitoire des machines tournantes électriques », Edition Eyroles, 1982.
- [16] : MOUASSA Souhil « Optimisation de l'écoulement de puissance par une méthode métaheuristique (technique des abeilles) en présence d'une source renouvelable (éolienne) et des dispositifs FACTS » université ferhat ababas setif-algérie, 2012.
- [17] : HAMED Mostefa, « Dispatching Economique Dynamique par Utilisation de Méthodes d'Optimisation globales. » Université Mohamed Khider - Biskra, 2013.
- [18] : Hingorani NG, Gygyi L. « Understanding Facts: Concept and Technology of Flexible AC Transmission Systems » New York: IEEE Press, 1999.
- [19] : William D.Stevenson, "Element of power system analyse", Mc.Graw-Hill, 2008.

- [20] : TEGANI Ilyes et DAHMANE Abdeslam, «Optimisation multi objectif à base des algorithmes génétiques appliquée sur un réseau électrique», mémoire de Master, Université de Biskra, Algérie, Juin 2011.
- [21] : Mr. BOUABDALLAH AMARA, « Application des algorithmes génétiques Au dispatching économique et environnemental. » Université Mohamed Khider Biskra, 2012.
- [22] : HAIMOUR Rachida, « Contrôle des Puissances Réactives et des Tensions par les Dispositifs FACTS dans un Réseau Electrique », mémoire pour l'obtention du diplôme de magister en électrotechnique, 2009
- [23] : BOUAKAZ Hacène, SEGGA Salim« Calcul de la répartition de charge avec compensation dans le réseau électrique » mémoire de fin d'étude, université de Biskra, 1998.
- [24] : Carpienter J. « Contribution et l'étude do Dispatching Economique » Bulletin Society Française Electriciens, Vol. 3, 1962.
- [25] : Ying-Tung Hsiao, Chun-Chang Chiang, Yuan-Lin Chen, « A New Approach for Optimal VAR Sources Planning in Large Scale Electric Power Systems » IEEE Trans on PAS, Vol 8, No.3, 1993, pp.988-996.
- [26] : M.Yehia, R.Ramadan, Z.El-Tawil, K.TahriniAn «integrated Technico-Economical Methodology for solving Reactive Power Compensation Problem ». IEEE Trans on PAS, Vol 13, No 1, February 1998, pp.54-59.
- [27] : M.A.H.EL.Sayed, « Fast Quadratic Programming Approach for Large Scale Reactive Power Optimization ». European Transactions on electrical Power Engineering, Vol.2, Issue 4, pp.253-257, 1992.
- [28] : J.D.Weber, « Implementation of Newton-Based Optimal Power Flow into a Power System Simulation Environment ». Thesis PhD, University of Illinois, USA, 1997.

- [29] : N.Deeb, S.M.Shahidehpour, « Linear Reactive Power optimisation in a large power network using the decomposition approach Wolfe Dantzig ». IEEE Trans on PAS, Vol .5, Issue 2, May 1990, pp.428-438.
- [30] : V.H.Quintana, M.Santos-Nieto, A.R.Conn, « Solving Reactive Power Dispatch by a Penalty function/linear programming method ». Canadian Journal of Electrical and Computer Engineering, Vol.15, Issue 2, May 1990, Canada, pp.63-72.
- [31] : B.A. Murtagh, and M.A. Saunders, « A projected Lagrangian algorithm and its implementation for sparse nonlinear constraints ». Math. Prog. Study 16, 1982, pp.84-117.
- [32] : Hua Wei, H.Sasaki, J.Kubukawa, R.Yokohama, « An Interior Point Nonlinear Programming for Optimal Power Flow Problems with A Novel Data Structure». IEEE Trans on PAS, Vol.13, No 3, August 1998, pp.870-883.
- [33] : Y.Lee.Kwangia, Frank K.Yang, « Optimal Reactive Power Planning Using Evolutionary Algorithms: A compared study for evolutionary programming, evolutionary strategy, Genetic algorithm, and linear programming». IEEE Trans on PAS, Vol 13, No 1, February 1998, pp.101-107.
- [34] : Angar yahia et Allaoua slimane « Minimisation des pertes actives par Algorithme génétique appliquée au réseau électrique Algérien », Université de Med khider Biskra, Mémoire de fin d'étude pour l'obtention du diplôme deMaster en réseaux électriques une. Promotion Juin 2011.
- [35] : Sayah Samir, « Application de l'intelligence Artificielle pour le Fonctionnement Optimal des Systèmes Electriques », Université de Farhat Abbas-Sétif.
- [36] : A.G. Bakirizis,P.N. Biskas,C.E. Zoumas,V. Petridis, « Optimal power flow by enhanced genetic algorithm ».IEEE Trans.on Power Systems,Vol.17,No.2,May 2002,pp.229-236.
- [37] : H.W. Dommel,W.F. Tinney, « Optimal power flow solutions »,IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems,Vol.PAS-87,No.5, October 1968,pp.1866-1876.
- [38] : M.Minoux, "Programmation Mathématique Théorie et algorithmes". Collection Technique et Scientifique des Télécommunications, 1983.
- [39] : B.A. Murtagh, and M.A. Saunders, « Large-scale linearly constrained optimization. » Math. Prog. Study 14,(1978), .pp 41-72.
- [40] : B.A. Murtagh, and M.A. Saunders, « MINOS 5.0 user's guide ». A Technical report SOL 83-20 December 1983, Department of Operation Research, Standford University, California, 94305.

