

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTERE DE
L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA 1

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE MECANIQUE



Projet de Fin d'Etudes

Pour l'obtention du diplôme de master en génie mécanique

Option : Energétique

Titre

**Génération des tables aérodynamiques pour
écoulement isentropique, ondes de choc normal
et oblique.**

Proposé et encadré par :

Mr. SAID

Réalisé par :

LARBI CHERIF Narimene

BELHADI Nesrin

Année universitaire 2021 /2022

Remerciements

Nous remercions avant tout ALLAH le tout puissant nous avoir donné la volonté et le courage de mener ce travail.

Nous tenons à saisir cette occasion et adresser nos profonds remerciements et nos profondes reconnaissances à :

*Notre encadrant de mémoire de fin d'étude, notre promoteur **Mr. SAID** pour ses précieux conseils et son orientation tout au long de notre recherche.*

A nos familles et nos amis qui par leurs prières et leurs encouragements, on a pu surmonter tous les obstacles.

Nos sincères remerciements s'adressent à tous ceux qui, par leurs travaux, leurs idées, leurs présentations, leur collaboration ou leurs relectures, ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire.

DEDICACES

A ma très chère mère

*Quoi que je fasse ou que je dise, je ne saurai point te remercier comme
il se doit.*

*Ton affection me couvre, ta bienveillance me guide et ta
présence à mes côtés a toujours été ma source de force*

Affronter les différents obstacles.

A mon très cher père

Tu as toujours été à mes côtés pour me soutenir et m'encourager. Que

Ce travail traduit ma gratitude et mon affection.

A mon cher mari Rabah

A ma fille Salsabil

A mes frères Fares et Mohamed Souhaib

Puisse Dieu vous donner santé, bonheur, courage et surtout réussite

A mon cher binôme Narimene

Pour son entente et sa sympathie.

A mes chères amies Pour leurs aides et supports dans les moments

Difficiles.

A toute ma famille

A tous ceux que j'aime.

Merci

BELHADI Nesrin.

DEDICACE :

Je dédie ce travail :

A ma mère,

Pour son amour,

Ses encouragements et ses sacrifices

A mon père,

Pour son soutien, son affection

Et la confiance qu'il m'a accordée.

A mes frères,

Ayoub ahmed ilyes

Marwane et sa femme.

A mes grand mere

A tous les membres de ma famille

A tous mes amis

Sur tout yousra et fatma

A mon cher binome nesrin.

Merci

Larbi cherif Narimene.

Résumé :

L'étude concerne l'établissement on génération des tables des écoulements isentropique, écoulement avec onde de choc normale, onde de choc oblique, ces tables sont d'une utilisation pratique dans l'industrie notamment dans l'aéronautique et le milieu étudiant.

ABSTRACT:

The study concerns the establishment on generation of tables of isentropic flows, flow with normal, shock wave oblique shock wave, these tables are of practical use in industry, in particular in aeronautics and the student environment.

ملخص

تتعلق الدراسة بإنشاء جداول من التدفقات المتساوية ، والتدفق مع موجة الصدمة العادية لموجة الصدمة المائلة ، وهذه الجداول ذات استخدام عملي في الصناعة ، ولا سيما في مجال الطيران وبيئة الطلاب.

Sommaire

Résumé	
Liste des figures	
Liste des tableaux	
Introduction générale.....	1
 Chapitre I: Généralités sur les écoulements dans les conduites tuyère	
I.1. Introduction.....	3
I.2. Rappels sur la mécanique des fluides.....	3
I.2.1. Définition du fluide.....	3
I.3. Propriétés du fluide.....	4
I.4. Équation de continuité.....	4
I.5. Equation de la quantité de mouvement.....	6
I.6. Equations de Navier –Stokes.....	6
I.6.1. Equation de conservation de l'énergie (1 ^{er} principe de la thermodynamique).....	7
I.6.2. Equation d'état.....	7
I.7. Types des écoulements.....	7
I.7.1. Écoulements incompressibles et compressibles.....	7
I.7.2. Écoulement interne et externe.....	8
I.7.3. Écoulements unidimensionnels et bidimensionnels.....	8
I.7.4. Écoulements stationnaires et in stationnaires.....	8
I.7.5. Écoulement laminaire ou turbulent nombre de Reynolds.....	8
I.7.6. Nombre de Mach.....	9
I.8. Grandeurs génératrice réduites, pour un écoulement isentropique.....	9
I.9. Relation d'Hugoniot dans une tuyère.....	10
I.10. Différents régimes d'écoulements, dans une tuyère convergente divergente.....	11
I.11. Les tuyères.....	12
I.11.1. Définition.....	12
I.12. Domaines d'application des tuyères dans l'industrie.....	13
I.12.1. Tuyère supersonique appliquée au traitement des gaz.....	13
I.12.2. Turbo réacteur.....	14
I.13. Régime aérodynamique d'une tuyère.....	14
I.14. Le régime d'adaptation.....	15
I.15. Le régime de sous-détente.....	15
I.16. Le régime de sur-détente.....	16

I.17. Principaux types de tuyères	16
I.18. Onde de Choc	18
Chapitre II;Relation fondamentale pour écoulement isentropique et onde de choc normale et onde de choc obliques	
II.1. Ecoulement isentropique avec changement de section	20
II.2. Débit massique d'une canalisation de section variable.....	22
II.3. Tuyère convergente.....	24
II.4. Tuyère convergente-divergente	26
II.5. Equation du rapport des sections	28
II.6. Ondes de choc normales	29
II.7. Equations de base.....	30
II.8. Equation de Prandtl.....	33
II.9. Changement d'entropie à travers un choc.....	33
II.10. Les ondes de choc obliques.....	34
II.11. Equations de base.....	35
II.12. Equation de Prandtl.....	36
II.13. Adaptations des tables du choc normal aux chocs obliques	37
II.14. Les ondes de choc faibles	38
II.15. Ecoulement autour d'un coin.....	40
II.16. Réflexion et réfraction des ondes obliques	41
Chapitre III : Résultats et interprétation	
Introduction	43
III.1. Application1 : l'écoulement isentropique.	43
III.2. Application2 : L'écoulement avec ondes de choc normal.....	45
III.3. Application 3 : l'écoulement avec onde de choc oblique.	47
Conclusion Générale.....	49
RÉFÉRENCES	50
Annexes	52

Liste des figures

Figure I. 1: Bilan de masse.	5
Figure I. 2: Différents régimes d'écoulements dans une tuyère convergente divergente.....	12
Figure I. 3: tuyère convergent	13
Figure I. 4: tuyère convergent-divergent.	13
Figure I. 5: La tuyère supersonique	14
Figure I. 6: Organisation de l'écoulement à l'adaptation.....	15
Figure I. 7: Organisation de l'écoulement en régime de sous-détente.....	15
Figure I. 8: Profil de pression pariétale le long de la tuyère à l'adaptation et en sous-détente.	16
Figure I. 9: Principaux types de tuyères conventionnelles (coniques et galbées) et non conventionnelles (Aerospace), d'après	17
Figure II. 1: Ecoulement compressible dans une canalisation : (a) Profile de vitesse d'un fluide réel ; (b) Approximation unidimensionnelle.	20
Figure II. 2: Ecoulement compressible dans une canalisation de section variable : (a) l'écoulement accélère graduellement de l'état subsonique au supersonique ; (b) l'écoulement dans cette configuration n'est plus sonique de point de vue physique.	22
Figure II. 3: Tracé de la fonction Ψ	23
Figure II. 4: Tuyère convergente : (a) Géométrie et pressions caractéristiques de la tuyère ; (b) distribution des pressions causée par divers pressions aval p_b ; (c) débit massique.	25
Figure II. 5: Tuyère convergente-divergente : (a) Géométrie de la tuyère et configurations possibles ; (b) distribution des pressions causée par divers pressions aval p_b ; (c) débit massique.	27
Figure II. 6: L'équation (II -10) pour $\gamma = 1$	28
Figure II. 7: Propagation d'une onde de compression	29
Figure II. 8: Avion à réaction volant à vitesse supersonique.....	29
Figure II. 9: Cône volant à une vitesse supersonique(Mach 3) dans l'air (Schlieren method).	30
Figure II. 10: Ecoulement à travers d'une onde de choc normale fixe.....	30
Figure II. 11: Géométrie d'un écoulement à onde de choc oblique.	34
Figure II. 12: Angles de déflexion du choc oblique en fonction de l'angle de choc pour divers nombre de Mach, $\gamma = 1.4$	38
Figure II. 13: Saut de pression à travers une onde de choc oblique faible avec des angles de déflexion très petits, $\gamma = 1.4$	39
Figure II. 14: Chocs au voisinage d'un coin.....	40
Figure II. 15: Intersection des ondes	41
Figure II. 16: Réflexion d'une onde de choc oblique.	41

Figure III. 1: Evaluation des parametres thermodynamique en fonction du l'ecoulement (nombre de mach, $(AA^*, \rho\rho_i, PP_i, TT_i)$	44
Figure III. 2: Evaluation des parametres thermodynamique en fonction du l'ecoulement (nombre de mach, $P_2P_1, \rho_2\rho_1, T_2T_1, P_{t2}P_{t1}, A^*_{2A^*_1}, \Delta SR, M_2$).....	45
Figure III. 3: Angle de defle du choc oblique en fonction de l'angle de choc pour divers nombres de mach, $\gamma=1.4$	47
Figure III. 4: Evaluation des parametres thermodynamique en fonction du l'ecoulement (nombre de mach, $P_2P_1, \rho_2\rho_1, T_2T_1, P_{t2}P_{t1}, M_2$).....	48

Liste des tableaux

Tableau III. 1: Résultat de l'écoulement isentropique.....	43
Tableau III. 2: Résultat d'écoulement avec onde de choc normale (suite annexe 1) : ($\gamma=1.4$)	45
Tableau III. 3: Résultats d'écoulement avec onde de choc oblique (suite annexe 3).....	48

Annexes

Tableau 1: table de l'écoulement isentropique.....	53
Tableau 2: table d'écoulement avec onde de choc normale.....	55
Tableau 3: table d'écoulement avec onde de choc oblique.	57

Introduction générale

Dans des nombreux écoulements compressibles à haute vitesse, on trouve des fortes variations des propriétés physiques (ρ, T, \dots) sur des distances très faibles, de l'ordre du libre parcours moyen. On appelle ces phénomènes des chocs. Ils peuvent être causés, par exemple, par l'écoulement sortant d'un moteur à réaction ou une onde expansive générée par une explosion.

Les chocs, peuvent se propager dans la direction normale à l'écoulement ou bien de manière oblique. On parle ainsi d'un choc normal ou bien d'un choc oblique, respectivement.

L'écoulement restera isentropique en amont et aval du choc, mais l'entropie ne sera nécessairement pas la même.

En effet, le passage d'un écoulement supersonique à subsonique à travers un choc est un phénomène fortement irréversible, donc, avec un incrément d'entropie.

On présente le travail, après cette brève introduction, en trois chapitres :

-le premier chapitre est une généralité sur les écoulements utilisés dans l'industrie, notamment isentropique et les ondes de choc normale et oblique

-le deuxième chapitre est consacré à la théorie de ces écoulements isentropiques avec onde de choc normale et oblique

-le troisième est un générateur des tables qu'on utilise dans la pratique pour le calcul notamment celle de l'onde de choc normale et oblique.

Chapitre I:

Généralités sur les écoulements dans les
conduites tuyère

I.1. Introduction

Les problèmes de la mécanique des fluides sont assez complexes en égard aux modèles mathématiques de bases généralement non linéaires. Cette discipline évolue et progresse en donnant des résultats attendus et satisfaisants pour la résolution de différents cas rencontrés. La mécanique des fluides est une partie des sciences physiques qui étudient le comportement des fluides au repos ou en mouvement. Actuellement, la mécanique des fluides est employée dans de vastes tant industriels qu'autres ; notamment pour l'asservissement d'organes de machines, pour le secteur de transport, de l'énergétique l'aéronautique, la chimie, le génie civil, la météorologie. La mécanique des fluides peut être divisée en deux grandes catégories : la statique des fluides, ou hydrostatique, qui modélise les fluides au repos, et la dynamique des fluides, qui étudie les fluides en mouvement : Le terme hydrodynamique s'applique à l'écoulement des liquides ou des gaz à faible vitesse. Dans ce cas, le gaz est considéré comme incompressible. L'aérodynamique, ou dynamique de gaz, s'intéresse au comportement des gaz lorsque les changements de vitesse et de pression sont trop importants pour pouvoir négliger la compressibilité des gaz.

I.2. Rappels sur la mécanique des fluides

I.2.1. Définition du fluide

Définition d'un fluide La matière existe sous deux formes : fluide et solide. Un fluide est un corps physique sans rigidité dont une de principales propriétés est de subir de grandes déformations non élastiques sous l'action de forces extérieures faibles. Cette propriété, que l'on appelle fluidité, est due à une grande mobilité de particules fluides. Les forces extérieures provoquent.

L'écoulement du fluide dans le sens d'action des forces. Les fluides sont considérés comme des milieux déformables et continus dont n'importe quel volume infiniment petit possède les mêmes propriétés qu'un volume aux dimensions finies. Un fluide est modélisé comme un milieu continu ou continuum ; la structure moléculaire des particules fluides n'est pas modélisée en tant que telle. Parmi les fluides, on distingue les liquides et les gaz. Un liquide, par exemple l'eau, est un fluide pratiquement incompressible, tandis qu'un gaz, par exemple l'air, est un fluide compressible. Suivant les deux modèles de fluide, on distingue en général deux branches de la mécanique des fluides, notamment la dynamique des liquides “hydrodynamique” et la dynamique des gaz ou “aérodynamique”. Un liquide prend la forme du

réceptif qui le contient et produit une surface libre quand il est en contact avec l'atmosphère. Cette surface libre est un plan horizontal si le liquide ne subit que le champ de la pesanteur et si l'on néglige la courbure de la terre. [1]

I.3. Propriétés du fluide

- ❖ **Fluide incompressible** : Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure ou de la température. La masse volumique est $\rho \equiv \rho_0$ est constante (eau, huile, etc.).
- ❖ **Fluide compressible** : Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. La masse volumique ρ est variable. Les gaz sont des fluides compressibles.
- ❖ **Fluide parfait** : Dans un fluide parfait, les forces de contacts sont perpendiculaires aux éléments de surfaces sur lesquelles elles s'exercent.
- ❖ **Fluide réel** : Dans un fluide réel, il existe des forces (tangentielles) élémentaires qui s'opposent au mouvement. C'est ce que l'on appelle la force de viscosité.
-Un fluide réel au repos, peut être considéré comme parfait.
- ❖ **Fluide barotrope** :
 - Un fluide barotrope est définie comme l'état d'un fluide pour lequel ρ est une fonction de la pression uniquement.
 - Lorsqu'un fluide subit des évolutions très rapides (écoulement en tuyère, ondes acoustiques, explosions sous-marines, etc.) les phénomènes diffusifs (frottements visqueux, conduction de la chaleur) n'ont pas le temps d'influencer l'état du milieu, la transformation est isentropique. Dès lors, l'équation de la transformation :

$$s(\rho, T) = S_0 \quad (\text{I-1})$$

Où s est l'entropie, permet d'éliminer la température T ; mais T n'est pas constante. On a donc :

$$\rho = \rho(p) \quad (\text{I-2})$$

I.4. Équation de continuité

L'équation de continuité traduit le principe de conservation de la masse. En considérant la figure (1.1), le flux net total est :

$$\left(\frac{\rho u}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right) dx dy dz$$

Où : ρ est la masse volumique du fluide.

u , v et w sont les composantes de la vitesse de l'écoulement suivant les axes x , y et z respectivement.

La masse totale de l'élément de volume est :

$$\rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz.$$

L'augmentation de la masse dans l'élément de volume avec le temps est :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

D'après le principe de la conservation de la masse :

$$\left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right) dx \cdot dy \cdot dz = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right) = 0$$

Donc:
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \tag{I-3}$$

Si l'écoulement est permanent, on peut écrire :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \tag{I-4}$$

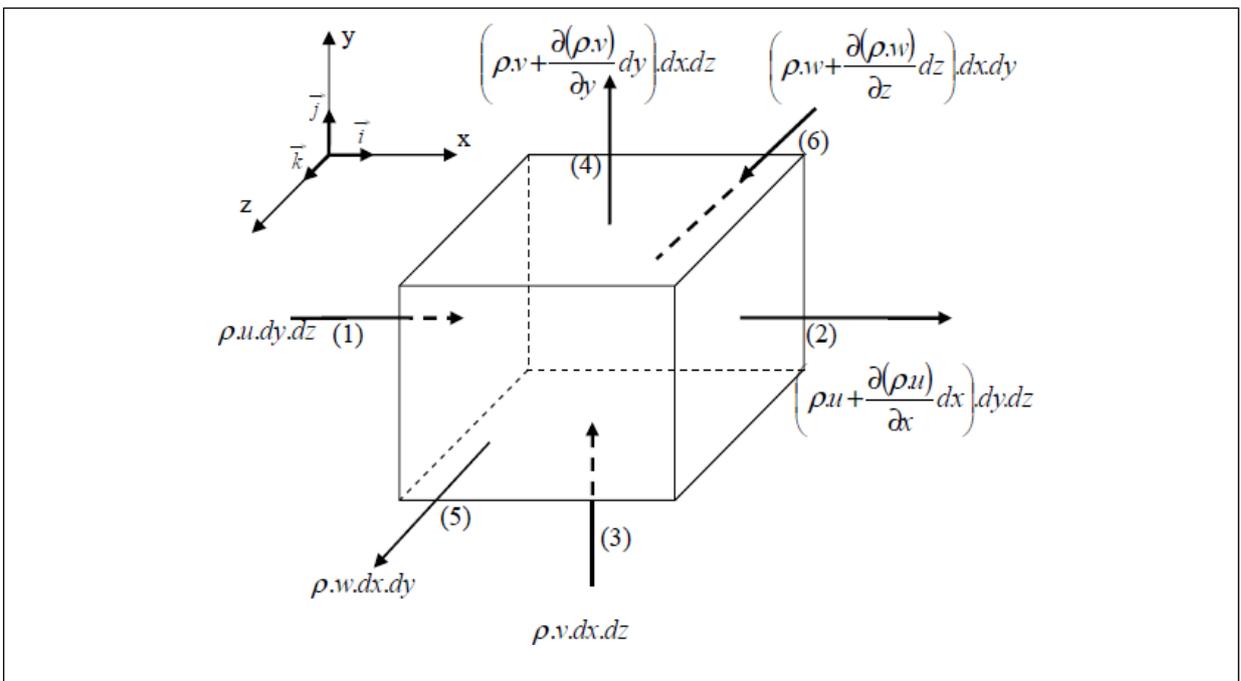


Figure I. 1: Bilan de masse.

I.5. Equation de la quantité de mouvement

Le principe de la conservation de la quantité de mouvement est basé sur la deuxième loi de Newton et se traduit par :

$$\vec{F} = m\vec{\Gamma} \quad (\text{I-5})$$

\vec{F} est la résultante des différentes forces appliquées sur le système considéré (Forces de volume et forces de surface).

La loi fondamentale de la dynamique appliquée à un domaine matériel que l'on suit dans son mouvement exprime que :

La dérivée particulière du tenseur de quantité de mouvement est égale au tenseur des forces extérieures appliquées au domaine.

L'équation de la résultante du bilan des quantités de mouvement s'écrit [3] :

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \vec{V}^2 + (\nabla \vec{V}) \vec{V} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \nabla P + \mathbf{V} \left[\Delta \mathbf{V} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \vec{V}) \right] \quad (\text{I-6})$$

I.6. Equations de Navier –Stokes

La forme générale de ces équations après quelques transformations s'écrit :

$$\frac{du}{dt} = -\frac{\partial \Omega}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \left(\frac{\mu + \eta}{\rho} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (\text{I-7})$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\partial \Omega}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \left(\frac{\mu + \eta}{\rho} \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (\text{I-8})$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{\partial \Omega}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \left(\frac{\mu + \eta}{\rho} \right) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (\text{I-9})$$

Avec : p , u , η , Ω et (u, v, w) sont respectivement, la pression, la viscosité dynamique, la viscosité de dilatation, le potentiel d'où dérivent les forces de volume et les composantes de la vitesse absolue du fluide.

Pour un écoulement d'un fluide parfait, unidimensionnel et instationnaire, en négligeant les forces de volume, ces équations se réduisent à :

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (\text{I-10})$$

I.6.1. Equation de conservation de l'énergie (1^{er} principe de la thermodynamique)

Ce principe traduit la conservation de l'énergie totale. Il s'énonce : La dérivée totale de l'énergie interne et de l'énergie cinétique, d'un milieu continu dans un domaine D, est égale à la somme des puissances des actions extérieures (mécaniques et thermiques).

Sa forme locale est :

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \left(e + \frac{v^2}{2} \right) = -k\Delta T - P\varnothing + \Phi \quad (\text{I-11})$$

\varnothing : OÙ : divergence du vecteur vitesse.

Φ : fonction de dissipation visqueuse.

I.6.2. Equation d'état

Le fluide est caractérisé par son équation d'état, qui s'écrit sous la forme générale :

$$f(\rho, p, T) = 0 \quad (\text{I-12})$$

L'équation d'état d'un gaz parfait (gaz idéal) est de la forme :

$$P = \rho r T \quad (\text{I-13})$$

T, r sont respectivement, la température et la constante des Gaz parfait.

I.7. Types des écoulements

I.7.1. Écoulements incompressibles et compressibles

Si l'on fait référence à des physiques, on peut distinguer des écoulements compressibles, et des écoulements incompressibles. Un fluide est dit incompressible lorsque sa masse volumique ne dépende pas (ou pratiquement pas) de la pression et de la température. Généralement, en statique des fluides. Les liquides sont considérés comme incompressibles et les gaz sont compressibles.

Par contre, l'étude de l'écoulement compressible suppose que l'on prenne en compte la variation de la masse volumique.

I.7.2. Écoulement interne et externe

En mécanique des fluides, les diverses régions d'un écoulement peuvent être cataloguées en fonction de différents critères retenus. D'ordre géométrique, on peut distinguer les écoulements internes, qui s'effectuent à l'intérieur d'une conduite, des écoulements externes, qui se font autour d'objets solides, par exemple un navire ou une aile d'avion [2].

I.7.3. Écoulements unidimensionnels et bidimensionnels

Dans certains cas particuliers intéressants, le problème physique réel tridimensionnel peut se ramener à l'étude d'un écoulement théorique bidimensionnel ou unidimensionnel. C'est pour ça, on peut considérer l'écoulement de grande étendue suivant l'axe des (z) comme un écoulement bidimensionnel suivant les axes des (x) et (y), et toutes les grandeurs cinématiques ne dépendent alors que de deux variables d'espace [01].

I.7.4. Écoulements stationnaires et in stationnaires

On dit qu'un écoulement est stationnaire si toutes les variables décrivant le mouvement sont indépendantes du temps. Ainsi la pression p , la vitesse V , la densité ρ , l'énergie d'un écoulement stationnaire sont des quantités indépendantes du temps. Un écoulement est dit in stationnaire si les variables décrivant le mouvement dépendent du temps [3].

I.7.5. Écoulement laminaire ou turbulent nombre de Reynolds

Un écoulement est dit laminaire lorsque le mouvement des particules fluides se fait de façon régulière et ordonnée. L'écoulement est turbulent lorsque le déplacement est irrégulier et que des fluctuations aléatoires de vitesse se superposent au mouvement moyen du fluide. En utilisant des fluides divers, en faisant varier le débit et le diamètre de la canalisation, Reynolds a montré que le paramètre qui permettait de déterminer [2] :

- ✓ Si l'écoulement est laminaire ou turbulent est un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds et donné par : $Re = Ud/\nu$ où U est la vitesse moyenne de l'écoulement, d le diamètre de la canalisation et ν la viscosité cinématique du fluide.
- ✓ Si $Re < 2000$ le régime est laminaire.
- ✓ Si $2000 < Re < 3000$ le régime est intermédiaire.

- ✓ Si $Re > 3000$ le régime est turbulent.

I.7.6. Nombre de Mach

Le nombre de Mach est une grandeur physique adimensionnelle importante dans l'analyse des écoulements compressibles, définie comme le rapport entre la vitesse du fluide et la vitesse du son au point considéré.

$$M = \frac{v}{c} \quad (\text{I-14})$$

- ❖ Si dans une région de l'écoulement le nombre de Mach est inférieur à 1 alors le fluide se déplace moins vite que les perturbations de pression. On parle alors d'écoulement compressible en régime subsonique. Dans le cas contraire, le fluide se déplace plus vite que les ondes de compression/détente. On est alors en présence d'un écoulement supersonique, transsonique et hypersonique.

On a donc :

- $M < 1$: l'écoulement est subsonique.
- $M = 1$: l'écoulement est sonique.
- $M > 1$: l'écoulement est supersonique.
- $0.8 < M < 1.2$: l'écoulement est transsonique.
- Si, $M > 5$ l'écoulement est hypersonique.

I.8. Grandeurs génératrice réduites, pour un écoulement isentropique

Soit T_0, P_0, ρ_0 : les paramètres de l'état générateur, la combinaison de la loi d'isotropie avec la relation de Zenner conduit à :

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (\text{I-15})$$

$$\frac{P_0}{P} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{I-16})$$

$$\frac{T_0}{T} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) \quad (\text{I-17})$$

On peut également exprimer le rapport de section par la relation :

$$\frac{S}{S_c} = \frac{1}{M} \left[\frac{(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2)^{\frac{\gamma+1}{2}}}{\frac{\gamma+1}{2}} \right]^{2(\gamma-1)} \quad (\text{I-18})$$

S_c : la section au col.

I.9. Relation d'Hugoniot dans une tuyère

On considère un fluide parfait compressible, en écoulement unidimensionnel isentropique, dont le régime est permanent.

Compte tenu des hypothèses déjà posées, l'équation de conservation de la masse s'écrit :

$$\rho S v = C^{ste} \quad (\text{I-19})$$

La forme différentielle de cette équation est :

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dv}{v} + \frac{dS}{S} = 0 \quad (\text{I-20})$$

L'équation d'EULER, pour un fluide parfait, en absence de choc s'écrit :

$$v dv + \frac{dp}{\rho} = 0 \quad (\text{I-21})$$

Pour un écoulement isentropique (I.16) s'écrit :

$$C^2 = \frac{dp}{d\rho} \quad (\text{I-22})$$

A partir des équations (I-20), (I-21), (I-22), on obtient des équations dite « D'HUGONIOT » :

- Relation entre dS et dv :

$$\frac{dS}{S} = \frac{dv}{v} (M^2 - 1) \quad (\text{I-23})$$

- Relation entre dv et dp :

$$\frac{dv}{v} = - \frac{1}{M^2 \gamma} \frac{dp}{p} \quad (\text{I-24})$$

D'après la relation (I-23), on distingue trois cas :

1^{er} Cas :

$M < 1$: (vitesse subsonique), la vitesse varie en sens inverse de la section.

$$dv > 0 \text{ si } dS < 0$$

2^{eme} Cas :

$M > 1$: (vitesse supersonique), la vitesse varie dans le même sens que la section.

$$dv > 0 \text{ si } dS > 0$$

3^{eme} Cas :

$M=1$: (vitesse sonique), elle ne peut avoir lieu, que dans une section dont l'aire est minimale.

Pour la relation (I - 24), montre que la pression et la vitesse varient en sens contraires.

I.10. Différents régimes d'écoulements, dans une tuyère convergente divergente

Si on varie le rapport $\frac{P_a}{P_0}$ entre l'amont et l'aval d'une tuyère convergente-divergente, on obtient plusieurs régimes d'écoulements. Ils sont représentés sur la figure (I.2)

- ❖ Si $P_a = P_0$: l'écoulement n'aura pas lieu dans la tuyère.
- ❖ Si $\frac{P_{a1}}{P_0} < \frac{P_a}{P_0} < 1$: Ecoulement subsonique dans toute la tuyère. (courbe 1)
- ❖ Si $\frac{P_a}{P_0} = \frac{P_{a1}}{P_0}$ L'écoulement est subsonique partout, sonique au col (courbe 2)
- ❖ Si $\frac{P_{a1}}{P_0} < \frac{P_a}{P_0} < \frac{P_{a2}}{P_0}$ Ecoulement à onde de choc stationnaire dans le divergent.
L'écoulement est sonique au col, subsonique au convergent, supersonique entre le col et l'onde de choc, subsonique ensuite.
- ❖ Si $\frac{P_a}{P_0} = \frac{P_{a2}}{P_0}$ L'onde de choc se produit à la sortie de la tuyère.
- ❖ Si $\frac{P_{a3}}{P_0} < \frac{P_a}{P_0} < \frac{P_{a2}}{P_0}$ Le rapport $\frac{P_a}{P_0}$ est insuffisant pour que l'onde de choc remonte dans la tuyère. L'expression montre que le plus souvent, ce régime est instable et qu'il se forme, des décollements dans le divergent.
- ❖ Si $\frac{P_a}{P_0} = \frac{P_{a3}}{P_0}$ L'écoulement est subsonique dans le convergent, sonique au col, et supersonique dans le divergent. La tuyère est en régime adapté. C'est le cas limite, où la pression à la sortie est égale la pression d'enceinte.
- ❖ Si $0 < \frac{P_a}{P_0} < \frac{P_{a3}}{P_0}$ L'écoulement est le même que dans le cas précédent, sauf qu'ici, il se forme des ondes de détente irréversibles à la sortie de la tuyère.

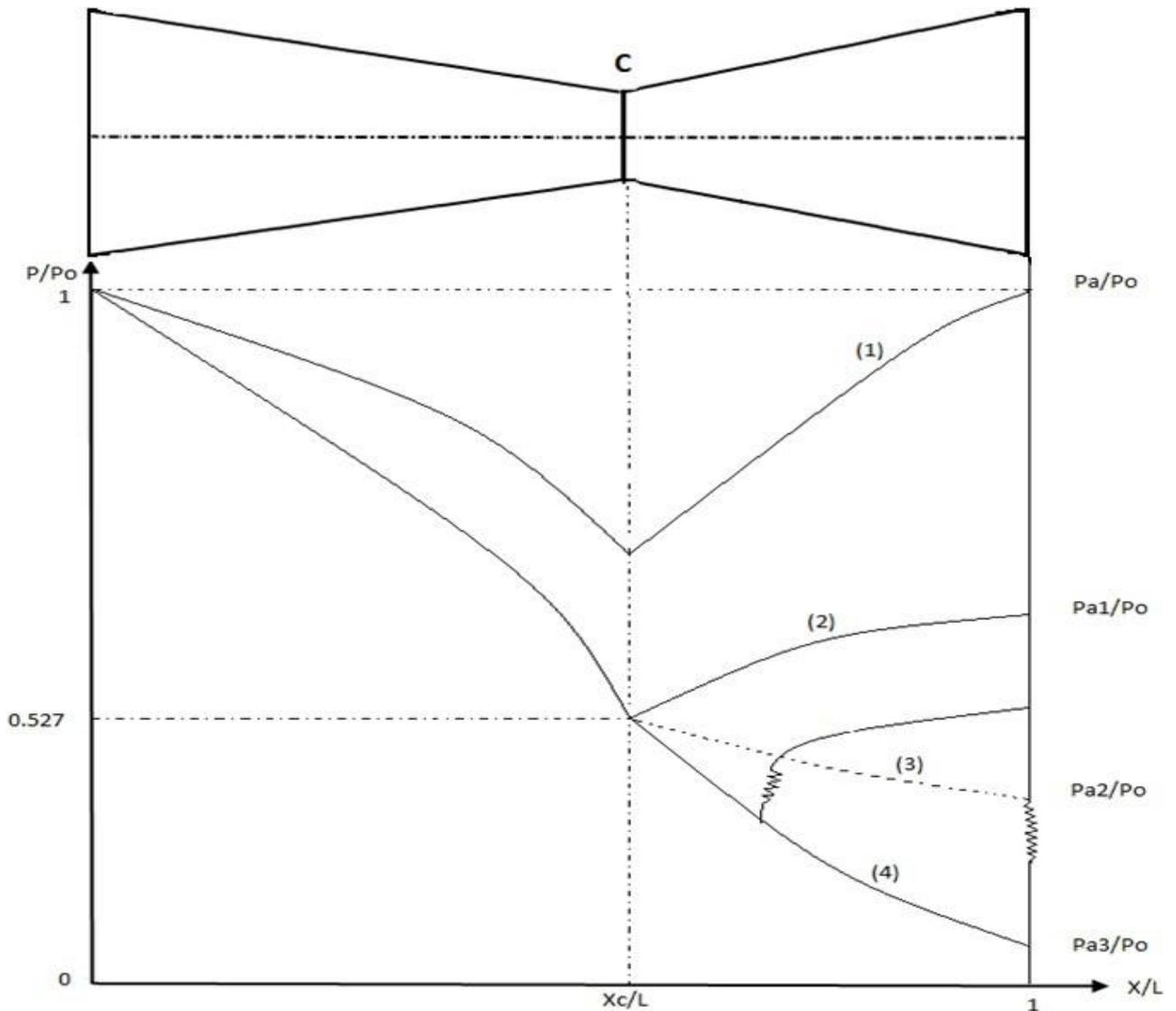


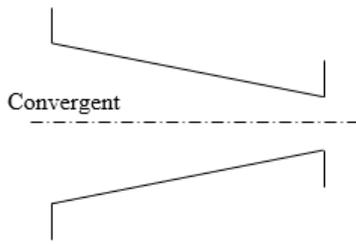
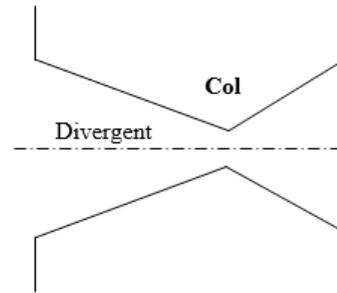
Figure I. 2: Différents régimes d'écoulements dans une tuyère convergente divergente

I.11. Les tuyères

I.11.1. Définition

Une tuyère est un organe mécanique passif qui met en communication deux réservoirs à des pressions différentes, elle constitue un des éléments les plus importants dans les turbomachines et les turboréacteurs.

Selon le taux de détente utilisé, la tuyère seront soit simplement convergent, figure (Fig.I.3) pour les taux de détente élevés, sinon seront convergent –divergent, (Fig.I.4), elles ont des géométries plane ou asymétrique.

**Figure I. 3: tuyère convergent****Figure I. 4: tuyère convergent-divergent.**

La tuyère est désignée pour accélérer les gaz d'une vitesse subsonique à une vitesse supersonique. L'étude théorique de l'écoulement monodimensionnel des gaz parfaits en régime permanent est un cas particulier simple, qui nous permet d'écrire ces lois, mais dans presque toutes les situations pratiques les paramètres de gaz varient selon deux, voire trois dimensions ce qui rend l'étude du problème plus complexe et donne lieu à des résolutions faisant appel à des méthodes numériques.

I.12. Domaines d'application des tuyères dans l'industrie

I.12.1. Tuyère supersonique appliquée au traitement des gaz

Une tuyère supersonique est une conduite de forme convergente-divergente qui a un profil spécifiquement étudié. Elle met en communication une chambre contenant un gaz comprimé avec un milieu extérieur d'évacuation. La chambre et le milieu extérieur sont à des pressions différentes pour permettre le mouvement du gaz. La tuyère supersonique a pour rôle d'accélérer les gaz d'une vitesse faible à l'entrée du convergent à une vitesse sonique au col puis à une vitesse supersonique à la sortie du divergent de la tuyère. La forme de la tuyère permet de détendre les gaz. L'opération de détente transforme l'énergie potentielle du gaz en énergie cinétique. Tout le long de la tuyère, la vitesse du gaz augmente, cependant que sa pression et sa température diminuent. La tuyère supersonique est appelée tuyère de Laval, elle est représentée dans la (Fig.I.5) [1], [2].

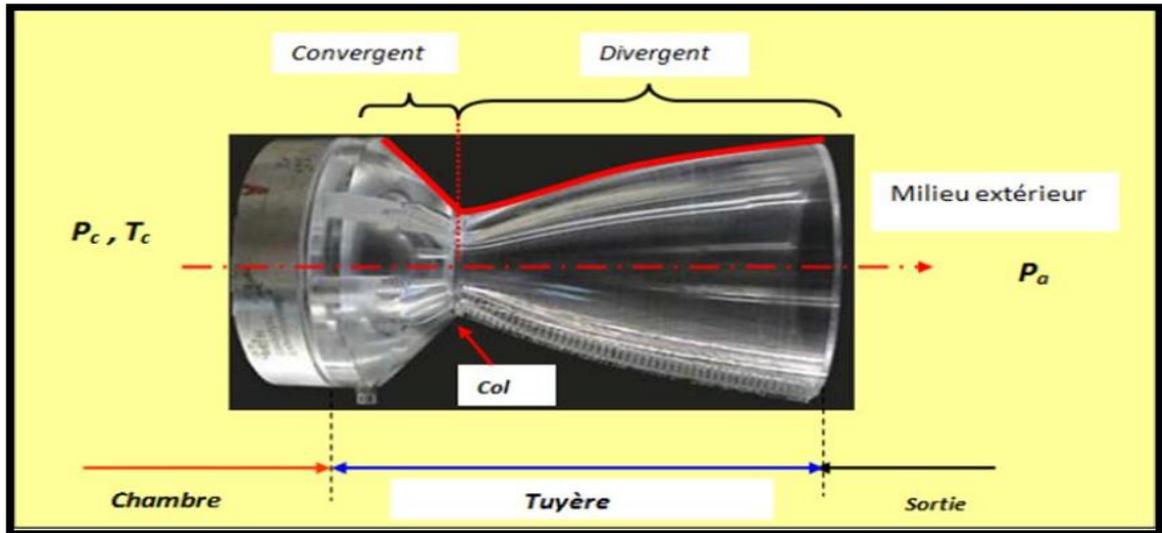


Figure I. 5: La tuyère supersonique [3].

I.12.2. Turboréacteur

Parmi les moteurs qui fonctionnent dans l'air, les turboréacteurs sont les plus utilisés après l'admission de l'air dans le moteur, un ou plusieurs compresseur, axiaux ou centrifuges, augmentent la pression de l'air, puis ce dernier pénètre dans la chambre de combustion, où il est mélangé avec le combustible vaporisé et ensuite brûlé. L'énergie nécessaire au fonctionnement du compresseur est fournie par une turbine placée entre la chambre de combustion et la tuyère. En sortant de la chambre de combustion, les gaz atteignent les aubes d'une ou de plusieurs turbines et sont alors ralenties. Ils sont ensuite détendus essentiellement dans la tuyère terminale, ce qui engendre une poussée propulsant l'avion.

I.13. Régime aérodynamique d'une tuyère

L'approche monodimensionnelle des écoulements des gaz calorifiques ment parfait et non visqueux suppose l'absence totale des effets visqueux. Dans les écoulements réels, la tuyère comporte une couche limite qui est très sensible aux variations de pression, ce qui rend les phénomènes physiques dans la tuyère plus complexes. Lorsque le col de la tuyère est sonique, l'écoulement dans la tuyère dépend uniquement de la pression à la sortie de la tuyère notée P_e et de la pression du milieu ambiant P_a . En fonction de la différence entre ces deux pressions, trois cas sont rencontrés [4] :

- ✓ Si $P_e = P_a$, la tuyère est dite adaptée.
- ✓ Si $P_e > P_a$, la tuyère est dite sous-détendue.
- ✓ Si $P_e < P_a$, la tuyère est dite sur-détendue.

I.14. Le régime d'adaptation

Dans le cas du régime adapté, la détente du gaz est complètement accomplie dans la tuyère. Le gaz se détend depuis la chambre jusqu'à la sortie de la tuyère. En sortant de la tuyère aucune adaptation de pression n'est nécessaire vue que la pression du milieu ambiant P_a est égale à la pression de sortie P_e . L'écoulement du gaz sort de la tuyère sous forme d'un jet supersonique quasi-uniforme. Une frontière isobare sépare le jet supersonique du fluide ambiant. En sortant de la tuyère, la couche limite du jet entre en contact avec le fluide ambiant et l'entraîne dans son sillage. Cette interaction forme une couche de mélange

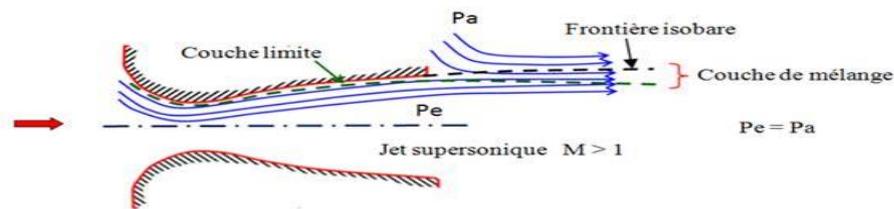


Figure I. 6: Organisation de l'écoulement à l'adaptation

I.15. Le régime de sous-détente

Ce régime supersonique hors adaptation est appelé régime de sous-détente. Il se concrétise lorsque la pression du milieu ambiant P_a est inférieure à la pression d'adaptation. La détente est incomplète dans la tuyère. En sortant de la tuyère, le gaz continue sa détente de la pression de sortie P_e à la pression inférieure ambiante P_a . La suite de la détente du gaz est réalisée à la sortie de la tuyère par un faisceau d'ondes de détente. Vu que la pression de sortie est supérieure à la pression ambiante, un élargissement du jet supersonique est observé à la sortie de la tuyère. La frontière isobare qui sépare le jet supersonique du fluide du milieu ambiant prend une forme divergente (Fig.I.7).

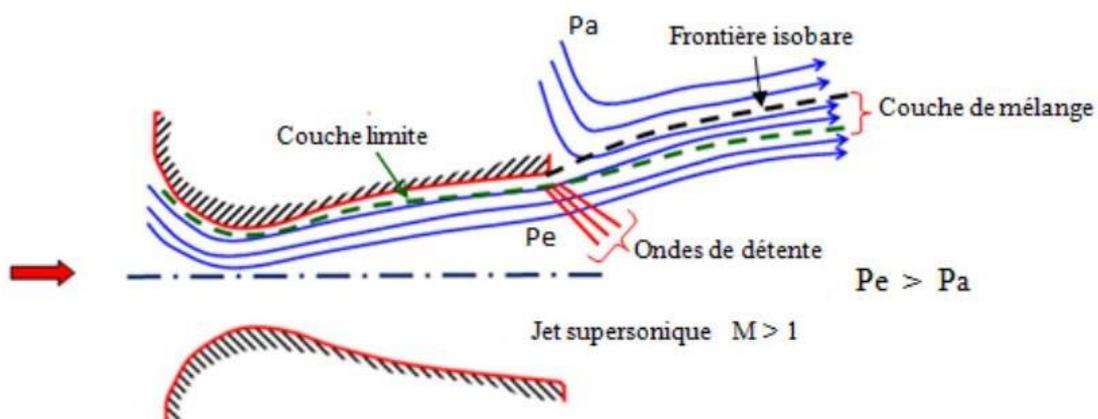


Figure I. 7: Organisation de l'écoulement en régime de sous-détente.

La Figure.I.8 représente le profil de pression pariétale le long de la tuyère à l'adaptation et en sous-détente. L'écoulement suit une distribution de pression strictement décroissante depuis la pression chambre jusqu'à la pression de sortie.

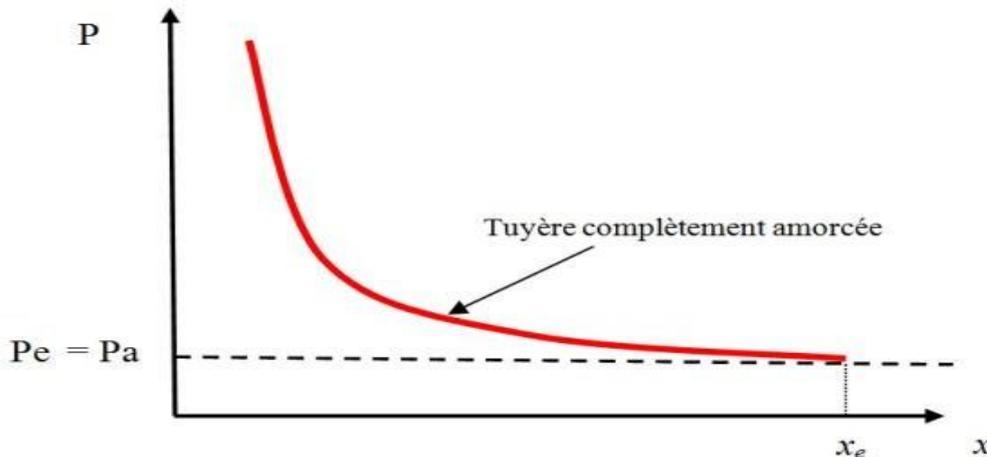


Figure I. 8: Profil de pression pariétale le long de la tuyère à l'adaptation et en sous-détente.

I.16. Le régime de sur-détente

Le deuxième régime supersonique hors adaptation est le régime désigné par le régime de sur détente : Ce régime se produit lorsque la pression du milieu ambiant P_a est supérieure à la pression d'adaptation de la tuyère. La détente des gaz dans la tuyère s'effectue jusqu'à une pression statique P_1 qui est inférieure à la pression ambiante P_a . La couche limite du jet dans cette situation subit une contre-pression et un choc d'intensité P_2/P_1 se forme dans l'écoulement. La pression P_2 est la pression après le choc, elle est presque égale à la pression ambiante. Suivant l'intensité du choc, deux cas sont rencontrés le régime de sur-détente avec décollement naissant et le régime de sur-détente avec décollement étendu.

I.17. Principaux types de tuyères

Avant d'aborder les différents régimes de fonctionnement d'une tuyère et en particulier le phénomène de décollement en régime de forts sur détente, il est important de rappeler les caractéristiques des tuyères conventionnelles. En effet, le décollement est fonction, entre autres, de la géométrie du divergent. Deux principales familles (fig.I.9) peuvent être distinguées [5] :

- ✓ Les tuyères coniques qui furent très largement utilisées dans la conception des premiers moteurs fusée de par leur simplicité et leur facilité de
- ✓ Construction. Généralement, ces tuyères présentent des angles de divergence entre 15

et 25 degrés.

- ✓ Les tuyères galbées, qui forment la seconde famille de tuyères convention.
- ✓ Nnelles, offrent de s'rieux avantages sur les précédentes en terme.

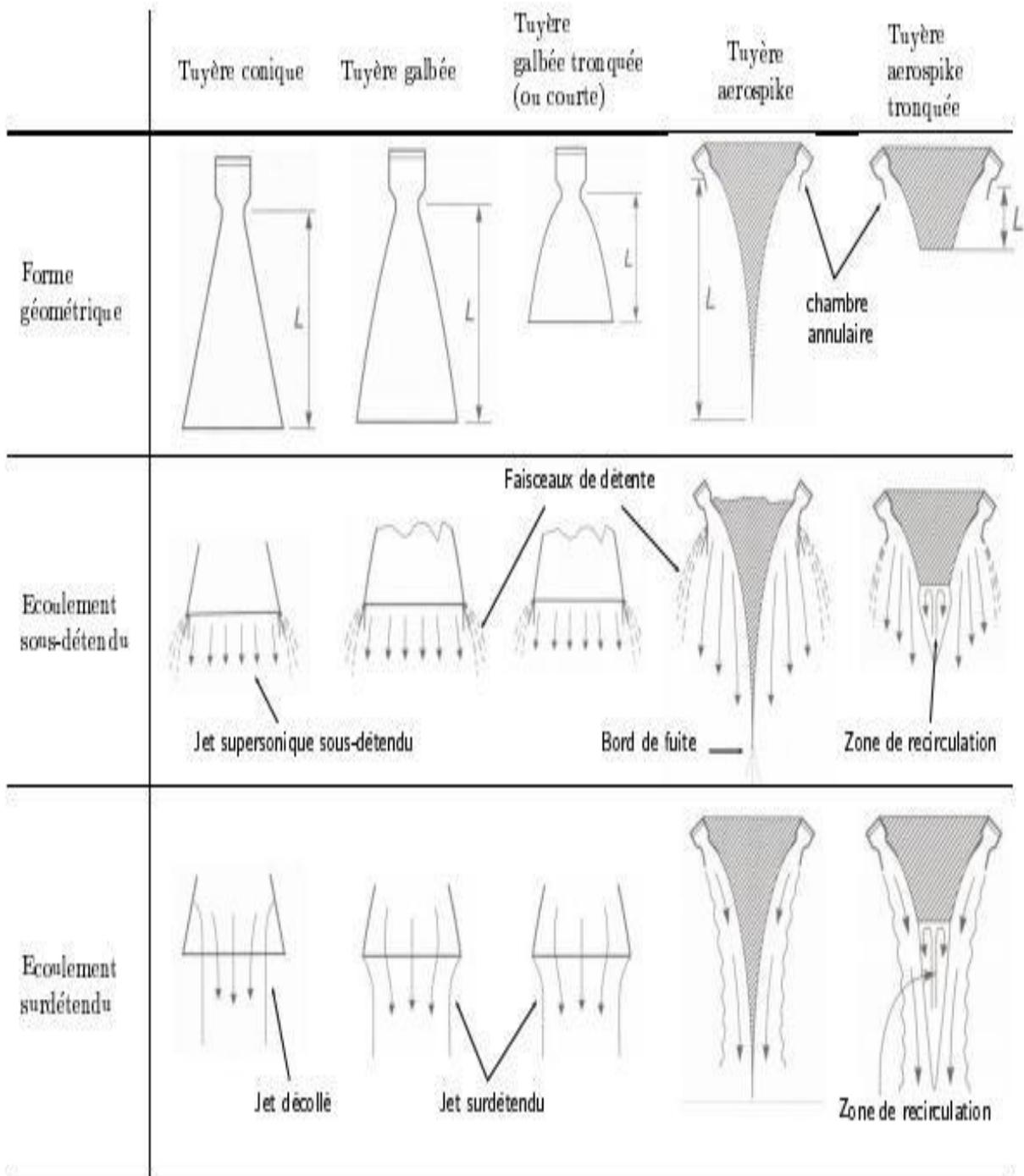


Figure I. 9: Principaux types de tuyères conventionnelles (coniques et galbées) et non conventionnelles (Aerospace), d'après [6].

Par ailleurs, cette famille de tuyère peut elle-même être divisée en sous-familles. Ainsi, on distingue [7] :

- ✓ Les tuyères idéales tronquées (dites TIC, Trucage Idéal Contourne). La tuyère idéale, si elle n'est pas tronquée, produit un profil uniforme de l'écoulement en sortie de tuyère. La dernière partie de leur contour ne présente qu'une faible inclinaison, ce qui leur confère une grande longueur.
- ✓ Les tuyères optimisées en poussée (dites TOC, Thrust- Optimized Contourne). Rao [8] proposa une méthode permettant d'optimiser la performance d'une tuyère pour une longueur donnée.

I.18. Onde de Choc

Dans certaines conditions des discontinuités très minces et très irréversibles peuvent se produire dans des écoulements isentropiques. Ces discontinuités sont connues comme ondes de choc et elle s'appelle comme l'onde de choc normale si elle est perpendiculaire au vecteur vitesse d'écoulement. Une application de la seconde loi de la thermodynamique à une onde de choc normale très mince montre que les ondes de choc normales causent une augmentation brusque dans la pression de gaz et elle doivent être supersoniques en amont et subsoniques en aval du choc normal. Les ondes de raréfaction qui aboutissent à une diminution de pression et augmentation du nombre de Mach sont compressibles d'après la seconde loi. En résumé :

- ✓ Le choc est une discontinuité.
- ✓ Il réduit l'écoulement supersonique à un écoulement subsonique.
- ✓ L'épaisseur du choc est très faible, de quelques micromètres.
- ✓ C'est un phénomène irréversible.

Chapitre II

Relation fondamentale pour écoulement
isentropique et onde de choc normale et
onde de choc obliques

II.1. Ecoulement isentropique avec changement de section

En combinant les relations isentropiques d'un écoulement compressible avec l'équation de continuité, on peut étudier des problèmes pratiques des écoulements compressibles. La figure II -1, illustre le cas d'un écoulement unidimensionnel. Un fluide réel (figure II-1a) a la propriété de non-glissement à la paroi, et le profile de vitesse $V(x, y)$ variable à travers la section de la conduite.

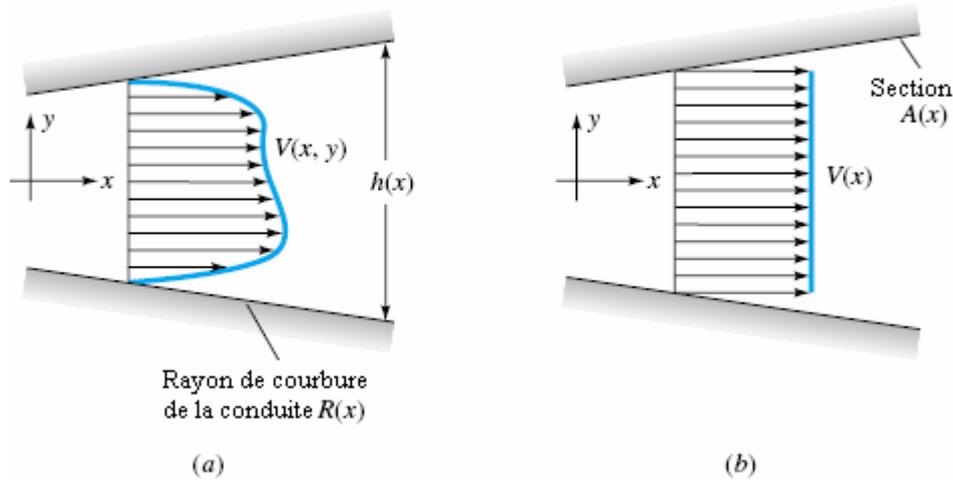


Figure II. 1: Ecoulement compressible dans une canalisation : (a) Profile de vitesse d'un fluide réel ; (b) Approximation unidimensionnelle.

Cependant, si la variation de la section est petite et le rayon de courbure est grand :

$$\frac{dh}{dx} \ll 1 \quad h(x) \ll r(x)$$

L'écoulement est approximativement unidimensionnel (figure II-1b) avec $V \approx V(x)$, ce qui simplifie la théorie.

Pour l'écoulement unidimensionnel stationnaire, l'équation de continuité informe que le débit massique soit constant : $\dot{m} = \rho VA = const$

En différenciant logarithmiquement (voir appendice II), on obtient :

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} + \frac{dA}{A} = 0 \tag{II-1}$$

L'équation d'Euler décrivant le mouvement stationnaire le long d'une ligne de courant est :

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{d\ell} + \frac{d}{d\ell} \left(\frac{1}{2} V^2 \right) = 0$$

Ou bien: $\frac{dp}{\rho} + VdV = 0 \tag{II-2}$

La vitesse du son est $a^2 = \frac{dp}{d\rho}$ d'où :

CHAPITRE II : Relation fondamentale pour écoulement isentropique et onde de choc normale et onde de choc obliques

$dp = a^2 d\rho$ En éliminant dp dans l'équation (II-2), on obtient :

$$\frac{a^2}{\rho} dp + VdV = 0 \rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = -\frac{VdV}{a^2}$$

Puisque : $M^2 = V^2/a^2$ (II-3)

$$\frac{d\rho}{\rho} = -M^2 \frac{dV}{V}$$

Si on substitue $\frac{d\rho}{\rho}$ dans l'équation on aura :

$$\frac{dV}{V} = \frac{1}{(M^2-1)} \frac{dA}{A} \quad (\text{II -4})$$

Qui est la première équation de la théorie d'Hugoniot donnant la relation entre le changement de la section d'une canalisation et la vitesse de l'écoulement compressible.

Aussi on a d'après l'équation (II-2) :

$$\frac{dV}{V} = -\frac{1}{M^2 a^2} \frac{d\rho}{\rho} \quad (\text{II -5})$$

Et puisque : $a^2 = \frac{\gamma p}{\rho}$

$$\frac{dV}{V} = -\frac{1}{\gamma M^2} \frac{dp}{p}$$

Qui représente la deuxième équation d'Hugoniot.

L'inspection de ces deux équations (II-4 et II-5) nous révélera un aspect fascinant de l'écoulement compressible : les variations des propriétés ont des sens opposés pour les écoulements subsonique et supersonique à cause du terme $M^2 - 1$. Il y'a quatre combinaisons du changement de section et du nombre de Mach.

1. Si $M = 1$; écoulement sonique, puisqu'une accélération infinie est physiquement impossible (équation II-4), donc $dA=0$, qui signifie mathématiquement une section minimale (col) ou maximale (figure II-2), mais ce dernier cas (maximum) n'a pas de sens physique. Par conséquent, si l'écoulement est sonique, il aura lieu dans la section minimale de la canalisation (appelée le col).

CHAPITRE II : Relation fondamentale pour écoulement isentropique et onde de choc normale et onde de choc obliques

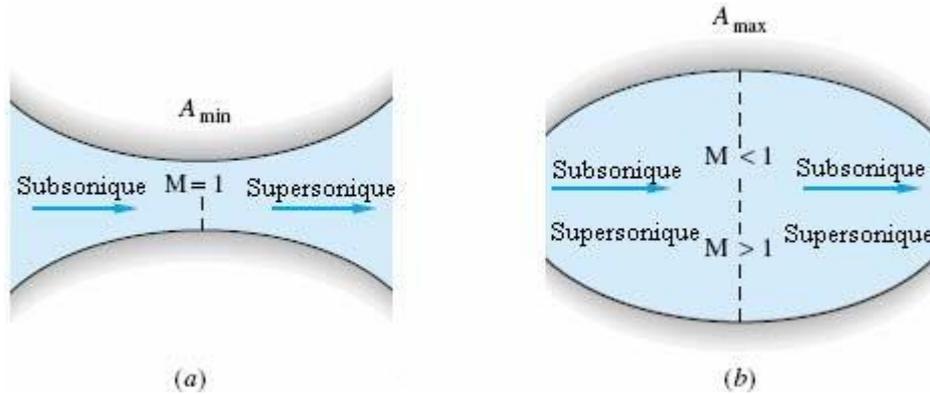


Figure II. 2: Ecoulement compressible dans une canalisation de section variable : (a) l'écoulement accélère graduellement de l'état subsonique au supersonique ; (b) l'écoulement dans cette configuration n'est plus sonique de point de vue physique.

1. Si $M < 1$; écoulement subsonique, quand la section A augmenté la vitesse V diminue et vice-versa.
2. Si $M > 1$; écoulement supersonique, toute augmentation de la section A impliquent une augmentation de la vitesse V et vice-versa.
3. Ainsi d'après l'équation (II-5), toute variation de la vitesse V entraîne une variation de la pression p dans le sens inverse. La table suivante récapitule les quatre cas déjà cités :

Propriétés	Ecoulement			
	Subsonique		Supersonique	
Section	-	+	-	+
Vitesse / nombre de Mach	+	-	-	+
Densité / pression / température	-	+	+	-

II.2. Débit massique d'une canalisation de section variable

Le point essentiel dans l'étude des écoulements compressibles dans les canalisations avec changement de section, est la détermination du débit massique \dot{m} fonction des autres propriétés de l'écoulement, on a l'équation :

$$\dot{m} = \rho V A$$

Substituons V par son expression d'après l'équation de Saint-Venant (II-5) :

$$\dot{m} = \rho A \sqrt{\frac{2\gamma p_0 \left(1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)}{\gamma - 1 \rho_0}}$$

CHAPITRE II : Relation fondamentale pour écoulement isentropique et onde de choc normale et onde de choc obliques

Et puisque l'écoulement est isentropique : $\frac{p_0}{\rho_0^\gamma} = \frac{p}{\rho^\gamma} = \text{const}$

$$\rightarrow \rho = \rho_0 \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

D ou:
$$\dot{m} = \rho_0 A \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{2\gamma p_0 \left(1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)}{\gamma-1 \rho_0}}$$

$$\rightarrow \rho_0 A \sqrt{\frac{2\gamma p_0}{\gamma-1 \rho_0}} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}}$$

(II -6)

$$\rightarrow \dot{m} = \rho_0 A V_{max} \Psi$$

Avec: $V_{max} = V_L = \sqrt{\frac{2\gamma p_0}{\gamma-1 \rho_0}}$

Et : $\Psi = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}}$

Posons $\frac{p}{p_0} = x$, donc :

$$\frac{d\Psi}{dx} = 0 \rightarrow x = \frac{p}{p_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Quand $\frac{p}{p_0}$ a la valeur $\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$, la fonction Ψ est maximum, puisque $\Psi = \Psi \frac{p}{p_0}$

S annule si $p = 0$ et $p = p_0$

(figure II -3).

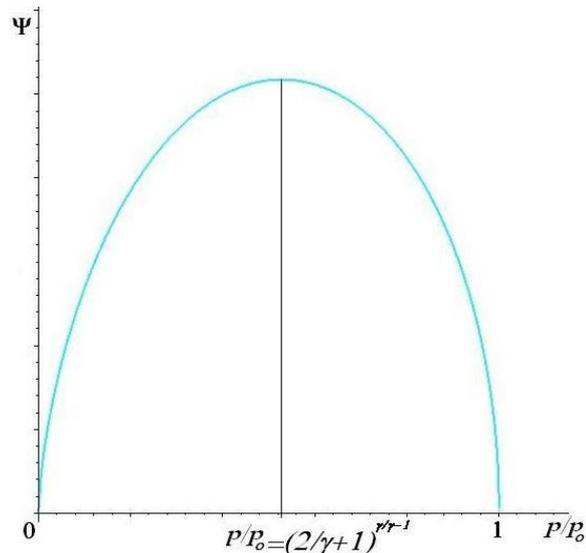


Figure II. 3: Tracé de la fonction Ψ .

La pression correspondante est appelée pression critique et s'écrit :

$$\frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

CHAPITRE II : Relation fondamentale pour écoulement isentropique et onde de choc normale et onde de choc obliques

Elle s'obtiendra au col d'après la théorie d'Hugoniot, et le débit massique maximal sera :

$$\dot{m}_{max} = \rho_0 A V_{max} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \sqrt{1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}} \quad (\text{II-7})$$

Cette expression donne le débit massique maximum au col de la tuyère, où règne les conditions critiques. Pour $\gamma = 1.4$ on a :

$$\dot{m}_{max} = 0.685 * A^* \rho_0 a_0$$

II.3. Tuyère convergente

Un gaz de pression p_0 , densité ρ_0 et de température T_0 s'écoule isentropiquement depuis un réservoir de grandes dimensions ($V_0 \approx 0$) à travers une tuyère convergente (figure II- .4a) vers un compartiment de décharge où règne la pression en aval p_b , Inférieure à p_0 . Adoptons que la pression et la vitesse de sortie p_e et V , d'après la formule de Saint Venant

$$V = \sqrt{\frac{2\gamma p_0 \left(1 - \left(\frac{p_e}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)}{\gamma-1 \rho_0}}$$

Et $\dot{m} = \rho V A$ on étudie les différents états de l'écoulement dans la tuyère convergente en changeant la pression en aval p_b à diverses valeurs modérées.

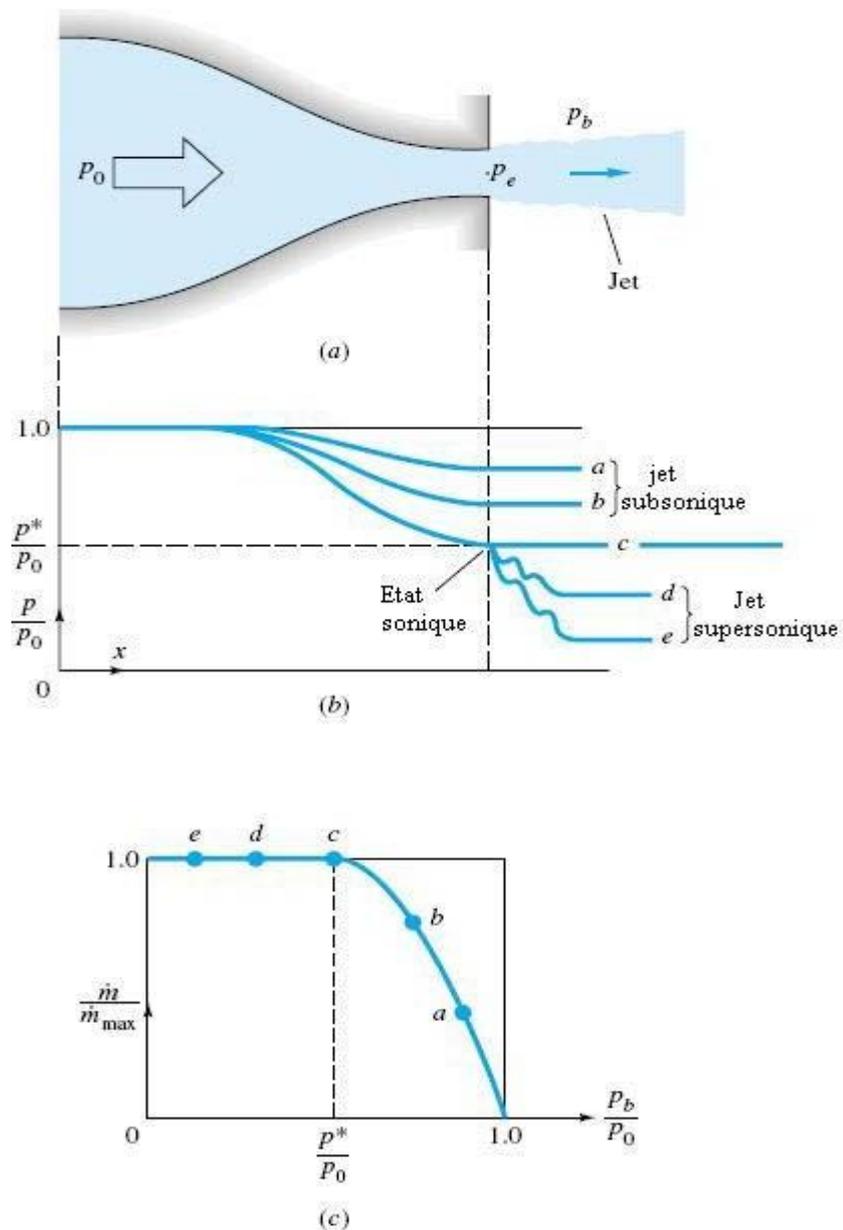


Figure II. 4: Tuyère convergente : (a) Géométrie et pressions caractéristiques de la tuyère ; (b) distribution des pressions causée par divers pressions aval p_b ; (c) débit massique.

☆ Si on considère des valeurs de p_b comme dans le cas a et b (figure II-4b), la pression au col est supérieure à la pression critique p^* . L'écoulement au sein de la tuyère convergente est subsonique et jet sort à la pression $p_e = p_b$. Le débit massique de l'écoulement isentropique subsonique est inférieur à la valeur critique \dot{m}_{\max} (figure II-4c).

☆ Si la pression p_b est égale à p^* (le cas c) au col. L'écoulement au col sera sonique, et le jet aussi ($p_e = p_b$), et le débit massique de l'écoulement sera maximal. L'écoulement en amont du col est subsonique.

☆ Finalement, si p_b est diminuée au dessus de p^* , comme les cas d et e , la tuyère ne peut répondre plus puisqu'elle est suffoquée à sa valeur maximum du débit massique. Le col reste sonique avec $p_e = p^*$, et la distribution de la pression dans la tuyère est la même que celle dans le cas c . le jet s'étend de façon supersonique en réduisant sa pression de sa valeur critique p^* (au col) à la pression p_b . Mathématiquement parlant, le débit massique donné par l'équation (II-6) voit sa valeur se réduit dans les cas d et e ; mais ceci n'est pas vrai physiquement, en raison de la violation de la condition de l'écoulement isentropique autour d'elle s'appuie le théorie, l'écoulement sera non-isentropique à cause des ondes de choc qui apparaissent en rendant le phénomène irréversible.

II.4. Tuyère convergente-divergente

Une tuyère convergente-divergente (aussi appelée tuyère de Laval) est représentée dans la figure (II-5a). Si la pression en aval p_b est suffisamment faible, il existera un écoulement supersonique dans la portion divergente de la tuyère aussi qu'une variété de conditions de choc pourra exister.

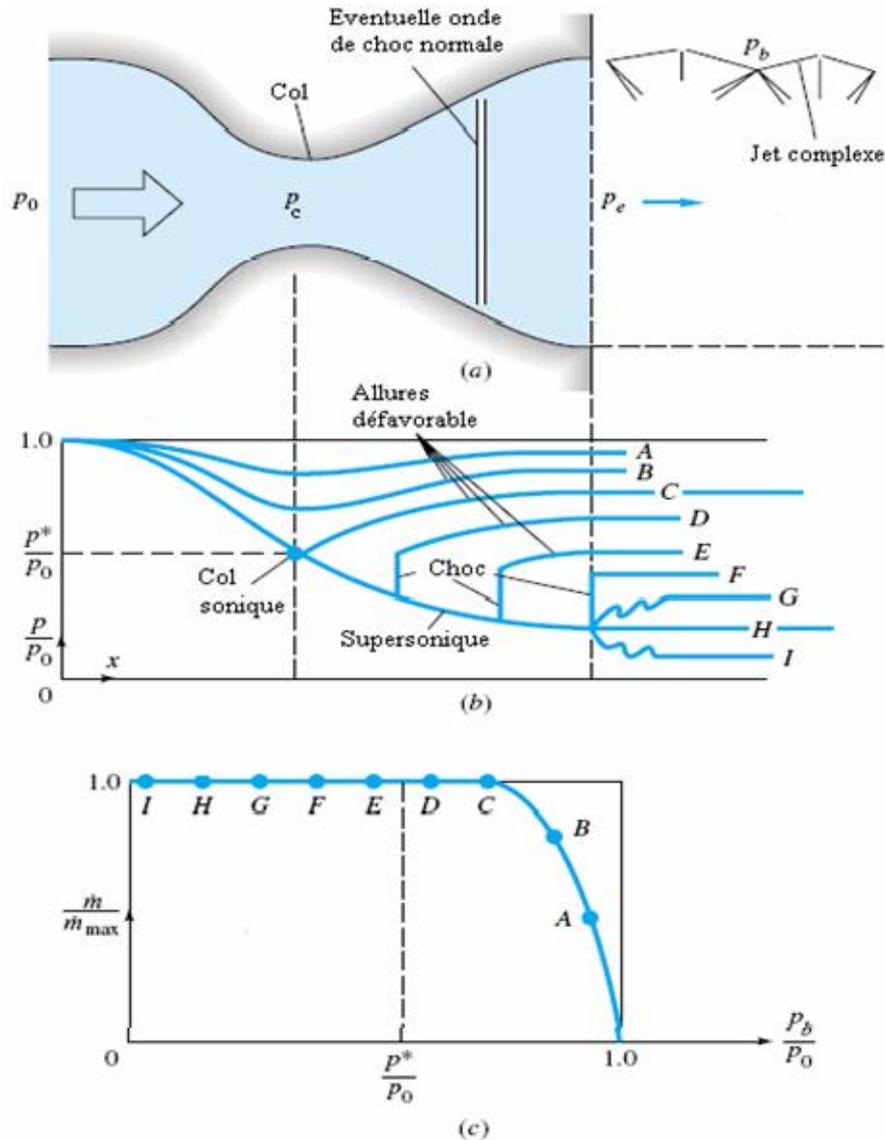


Figure II. 5: Tuyère convergente-divergente : (a) Géométrie de la tuyère et configurations possibles ; (b) distribution des pressions causée par divers pressions aval p_b ; (c) débit massique.

☆ Supposons dans ce cas que p_b se trouve entre les cas C et H, qui est impossible d'après les relations de l'écoulement isentropique. Alors, les pressions p_b des cas D à F ont lieu (figure II-5b). Le col reste suffoqué à la valeur sonique. Le débit massique garde sa valeur maximale (figure II-5c). A la pression en aval du cas F l'onde de choc normale apparaîtra à la sortie de la tuyère. Dans le cas G, l'écoulement présentera des séries complexes d'ondes de choc obliques jusqu'il atteinte la pression p_b .

☆ Finalement dans le cas I, p_b est inférieure à celle du cas H, mais la tuyère est suffoquée et ne répond plus. L'écoulement à la sortie s'étend en de complexes séries d'ondes supersoniques.

II.5. Equation du rapport des sections

En utilisant les relations de l'écoulement isentropique du gaz parfait et l'équation de continuité on peut tirer une expression faisant intervenir seulement la section A et le nombre de Mach. Puisque le débit massique est conservé sous les conditions soniques :

$$\rho VA = \rho^* V^* A^* \quad (\text{II -8})$$

$$\text{Ou} \quad \frac{A}{A^*} = \frac{\rho^* V^*}{\rho V}$$

Les termes à droite sont des fonctions du nombre de Mach pour l'écoulement isentropique on a d'après les relations isentropiques déjà rencontrées dans le chapitre précédent :

$$\frac{\rho^*}{\rho} = \frac{\rho^* \rho_0}{\rho_0 \rho} = \left[\frac{2}{\gamma + 1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \right]^{\frac{1}{\gamma - 1}}$$

Aussi des équations exprimant les diverses températures (T , T^* et T^0) on aura :

$$\frac{V^*}{V} = \frac{(\gamma RT^*)^{\frac{1}{2}}}{(\gamma RT)^{\frac{1}{2}}} = \frac{(\gamma RT^*)^{\frac{1}{2}}}{(\gamma RT)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{T^*}{T} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\rightarrow \frac{V^*}{V} = \frac{1}{M} \left(\frac{2}{\gamma + 1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{II -9})$$

Combinons les équations (II -8 et II -9) :

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left(\frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2}{\frac{\gamma + 1}{2}} \right)^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} \quad (\text{II -10})$$

Le graphe de cette expression pour un écoulement ($\gamma = 1.4$) monodimensionnel et isentropique sans ondes de choc dans la tuyère (figure II -6), montre que la section d'un écoulement isentropique dans une tuyère convergent divergente est la section sonique ou critique (le col).

Dans divers écoulements, un col sonique n'est plus présent est l'écoulement dans la tuyère est entièrement subsonique, ou moins fréquemment supersonique.

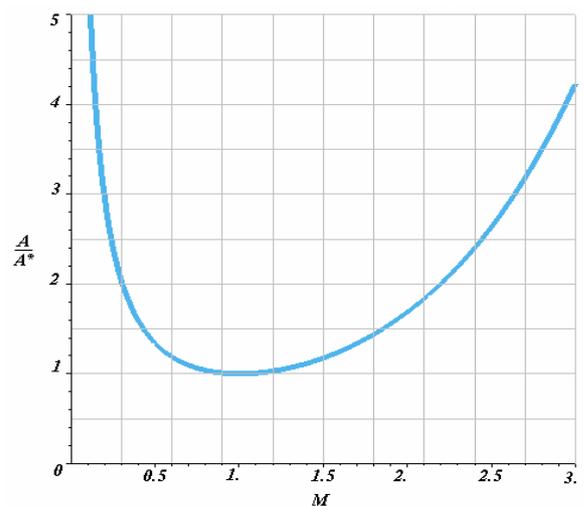


Figure II. 6: L'équation (II -10) pour $\gamma = 1$

II.6. Ondes de choc normales

Un phénomène irréversible commun aura lieu dans les écoulements supersoniques que ces soient internes ou externes, qui est l'onde de choc normale. C'est une très mince onde (d'épaisseur de quelques microns) de discontinuité dans les propriétés de l'écoulement.

Puisque l'état du gaz change adiabatique ment, une augmentation de la température statique s'accompagne d'une augmentation de la pression (figure II -7a), la face arrière de l'onde de compression ayant une température plus grande, se propage plus rapidement que la face frontale de l'onde (figure II -7b), ces deux faces de l'onde se combinent en une mince discontinuité de la pression. Les ondes de choc sont associées avec nécessairement d'une augmentation de la pression et pas d'une réduction.

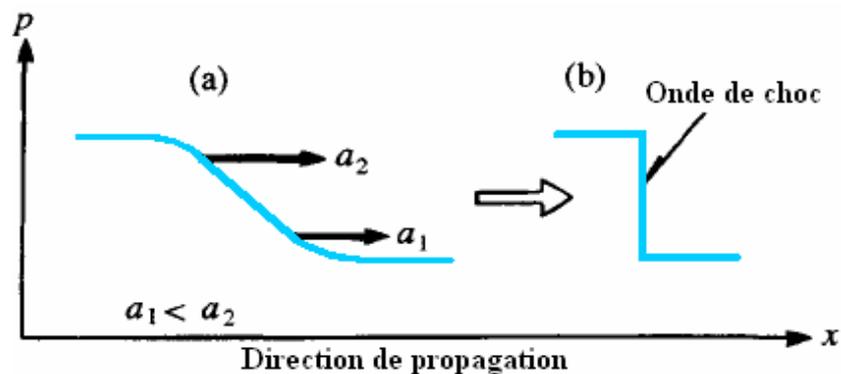


Figure II. 7: Propagation d'une onde de compression

Puisqu'une onde de choc est essentiellement différente d'une onde sonore à cause de l'intense changement de la pression, la vitesse de propagation du choc est plus élevée que celle du son, et la hausse de la pression l'est aussi.

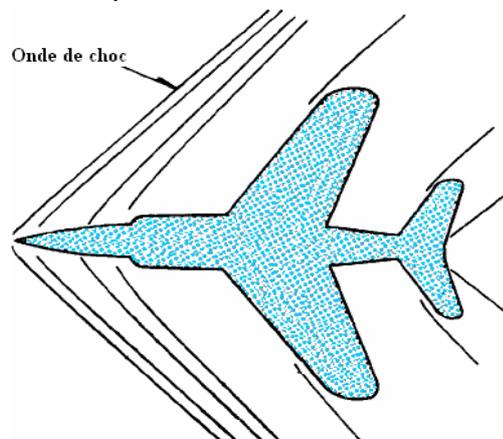


Figure II. 8: Avion à réaction volant à vitesse supersonique.

Les ondes de choc se remarquent par exemple après une explosion, l'éjection des gaz brûlés à travers une tuyère d'échappement ou quand un avion ou un projectile vole à une

vitessesupersonique (figures II -8, II -9)

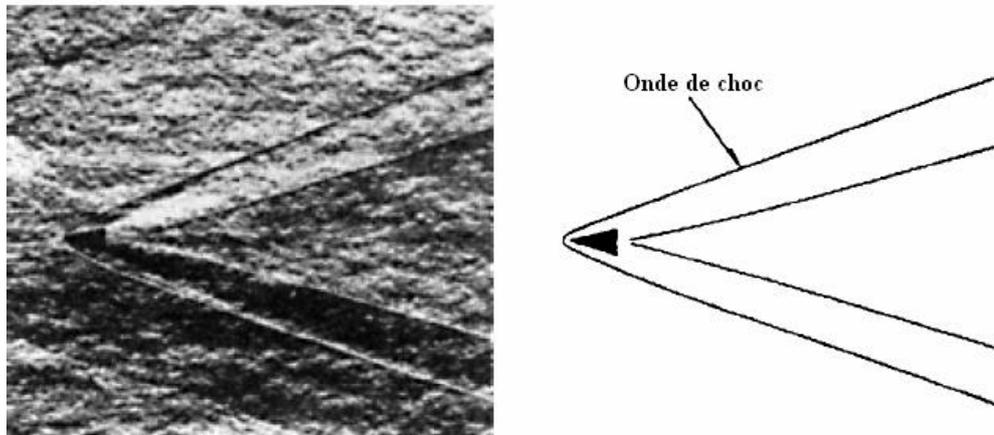


Figure II. 9: Cône volant à une vitesse supersonique(Mach 3) dans l'air (Schlieren method).

II.7. Equations de base

L'analyse des ondes de choc se base sur le concept d'une onde fixe de pression (figure II -10).

Les états amont et aval de l'onde de choc sont désignés par les indices 1 et 2 respectivement.

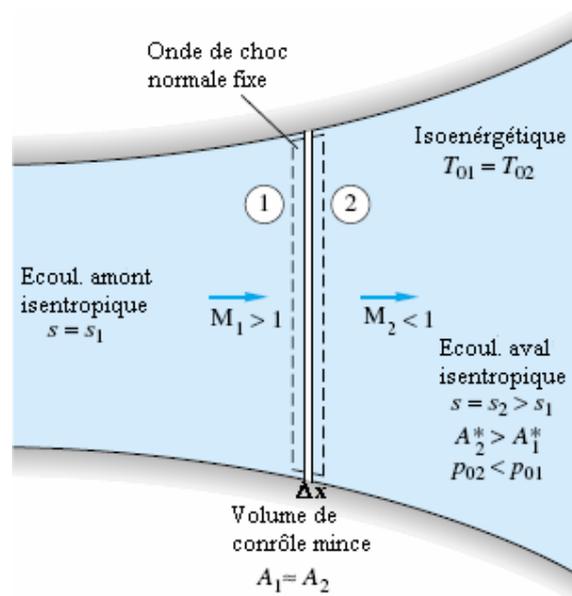


Figure II. 10: Ecoulement à travers d'une onde de choc normale fixe.

L'épaisseur d'une onde de choc Δx est tellement petite (approximativement des microns), qu'elle soit supposée n'ayant aucun changement de section (dans une conduite à section variable),

Donc $A_1 \approx A_2$ et l'équation de continuité s'écrit :

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 = \text{const} \quad (\text{II -1. a})$$

CHAPITRE II : Relation fondamentale pour écoulement isentropique et onde de choc normale et onde de choc obliques

L'équation de quantité de mouvement est :

$$p_1 - p_2 = \rho_2 V_2^2 - \rho_1 V_1^2 \quad (\text{II -1b})$$

L'équation de l'énergie :

$$h_1 + \frac{1}{2} V_1^2 = h_2 + \frac{1}{2} V_2^2 = h_0 = \text{const} \quad (\text{II.1.c})$$

Les relations d'un gaz parfait :

$$\frac{p_1}{\rho_1 T_1} = \frac{p_2}{\rho_2 T_2} \quad (\text{II}_1\text{.d})$$

$$\text{Et : } h = c_p T ; \gamma = \text{Const} \quad (\text{II -1.e})$$

En supposant que les conditions en amont ($p_1, V_1, \rho_1, h_1, T_1$) sont connues, les équations précédentes (équations II -1) présentent 5 relations algébriques à 5 inconnues ($p_2, V_2, \rho_2, h_2, T_2$). Les termes carrés de la vitesse nous révèlent l'existence de deux solutions, la correcte parmi elle est déterminée d'après le second principe de la thermodynamique, qui exige $s_2 > s_1$.

En éliminant les vitesses V_1 et V_2 des équations (II -1a à -1c), on obtient la relation de Rankine-Hugoniot :

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2} (p_2 - p_1) \left(\frac{1}{\rho_2} + \frac{1}{\rho_1} \right) \quad \text{II.2}$$

Mais puisque pour un gaz parfait :

$$h = c_p T = \frac{\gamma p}{(\gamma-1)\rho}$$

L'équation (II -2) se réécrit :

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1 + \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)}{\frac{\gamma+1}{\gamma-1} + \left(\frac{p_2}{p_1} \right)} = \frac{V_1}{V_2} \quad \text{II.3}$$

Ou bien :

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1 - \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)}{\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right) - \frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \quad \text{II.4}$$

Aussi pour un gaz parfait :

$$\frac{\rho_1 V_1^2}{p_1} = \frac{\gamma V_1^2}{\gamma R T_1} = \gamma M_1^2$$

Et l'équation (II -4) sera :

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{\gamma+1} (2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)) \quad \text{II.5}$$

De cette dernière équation on peut remarquer que pour un γ quelconque ; $p_2 > p_1$ seulement si $M_1 > 1.0$. Ainsi pour un écoulement avec onde de choc normale, le nombre de Mach amont doit être supersonique pour satisfaire le second principe de la thermodynamique.

Aussi pour le gaz parfait on a l'identité $\rho V^2 = \gamma p M^2$, et on peut réécrire l'équation (II -1b) comme :

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1+\gamma M_1^2}{1+\gamma M_2^2} \quad \text{II.6}$$

Et le nombre de Mach en aval sera après combinaisons des équations (II -5 et II -6) :

$$M_2^2 = \frac{\gamma - 1 M_1^2 + 2}{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)} \quad \text{II.7}$$

Mais comme M_1 doit être supersonique, cette équation prédit pour tout $\gamma > 1$ que M_2 doit être subsonique. Ainsi une onde de choc normale décélère un écoulement presque d'une façon discontinue des conditions supersoniques aux conditions subsoniques.

D'autres manipulations des équations (II -1) donnent des relations additionnelles décrivant les changements des propriétés à travers d'une onde de choc normale au sein d'un gaz parfait :

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1)M_1^2}{(\gamma - 1)M_1^2 + 2} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = (2 + (\gamma - 1)M_1^2) \frac{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)}{(\gamma + 1)^2 M_1^2} \quad \text{II.8}$$

$$T_{01} = T_{02}$$

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} = \left(\frac{(\gamma + 1)M_1^2}{(\gamma - 1)M_1^2 + 2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left(\frac{\gamma + 1}{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

D'un intérêt plus considérable, est le fait que la section critique (au col sonique) A^* d'une tuyère augmente à travers une onde de choc normale.

$$\frac{A_2^*}{A_1^*} = \frac{M_2}{M_1} \left(\frac{(\gamma - 1)M_1^2 + 2}{(\gamma - 1)M_2^2 + 2} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad \text{II.9}$$

En conclusion, dans les ondes de choc les températures totales (de stagnation) restent les mêmes, mais les pressions et les densités totales diminuent avec le même ratio, c.-à-d. l'écoulement à travers le choc est adiabatique mais non-isentropique. Ainsi les principes

CHAPITRE II : Relation fondamentale pour écoulement isentropique et onde de choc normale et onde de choc obliques

fondamentaux gouvernant les écoulements aux ondes de choc peuvent être récapitulés comme suit :

1. L'écoulement en amont est supersonique, et celui en aval est subsonique.
2. Pour les gaz parfaits (aussi que pour les fluides réels), seulement les ondes de compression peuvent exister.
3. L'entropie augmente à travers le choc.
4. Les ondes de choc faibles sont presque isentropiques.

L'analyse des ondes de choc normales fixes s'applique également aux ondes de choc en mouvement.

II.8. Equation de Prandtl

En considérons l'équation de l'énergie (II -1c), on a pour un gaz parfait :

$$\frac{\gamma R}{\gamma - 1} T_1 + \frac{1}{2} V_1^2 = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} T_2 + \frac{1}{2} V_2^2 = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} T_0$$

Introduisons la vitesse du son critique

$$a^{*2} = \frac{2\gamma R}{\gamma + 1} T_0$$
$$\frac{\gamma p_1}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho_1 V_1^2 = \frac{\rho_1 \gamma + 1}{2\gamma - 1} a^{*2}$$
$$\frac{\gamma p_2}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho_2 V_2^2 = \frac{\rho_2 \gamma + 1}{2\gamma - 1} a^{*2}$$

Soustrayons ces deux équations, on obtient :

$$\frac{\gamma(p_1 - p_2)}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}(\rho_1 V_1^2 - \rho_2 V_2^2) = \frac{(p_1 - p_2)(\gamma + 1)}{2 * (\gamma - 1)} a^{*2}$$

Mais, d'après l'équation de quantité de mouvement (équ. II -1b):

$$\rho_1 V_1^2 - \rho_2 V_2^2 = (\rho_2 - \rho_1) a^{*2}$$

Finalement, en utilisant l'équation de continuité (équ. II -1a) :

$$V_1 V_2 = a^{*2} \quad \text{II-10}$$

Cette équation dite de Prandtl permet de calculer la vitesse en aval de l'onde de choc normale, en connaissant les conditions en amont du choc.

II.9. Changement d'entropie à travers un choc

La variation de l'entropie à travers le choc peut être calculée selon la relation du gaz parfait :

$$\frac{s_2 - s_1}{R} = \frac{\Delta s}{R} = \ln \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right) \quad (\text{II-11})$$

En supposant que l'intensité de l'onde de choc $\frac{p_2}{p_1}$ est connue, on peut calculer le rapport des densités de l'équation (II -3) et par suite calculer le changement d'entropie Δs .

II.10. Les ondes de choc obliques

Les ondes de choc peuvent se former à angle oblique σ par rapport au courant supersonique. Ce type d'ondes dévie le courant d'un angle δ (angle de déflexion), contrairement aux ondes de choc normales, pour lesquelles l'écoulement aval ne change plus sa direction.

Un choc oblique est causé essentiellement par la nécessité d'un écoulement de tourner selon un certain angle. Exemples des chocs obliques est l'écoulement à travers un coin d'extrémité d'un corps et à travers une rampe dans la paroi d'un tunnel supersonique.

La géométrie de l'écoulement considéré est illustrée dans la figure (V-1). Comme dans le chapitre précédent des ondes de choc normales l'état 1 dénote les conditions en amont et l'état 2 dénote celles en aval.

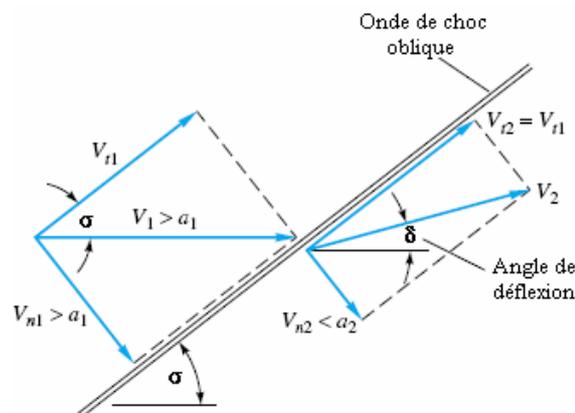


Figure II. 11: Géométrie d'un écoulement à onde de choc oblique.

L'angle de choc a une valeur arbitraire σ , et l'écoulement en aval V_2 change de direction d'un angle δ qui est fonction de σ et les conditions de l'état 1. L'écoulement amont est toujours supersonique, mais le nombre de Mach $M_2 = V_2 / a_2$ peut être subsonique, sonique ou supersonique tout dépend des conditions de l'écoulement.

II.11. Equations de base

Il est avantageux d'analyser l'écoulement à choc oblique en lui décomposant en deux composantes normale et tangentielle par rapport à l'onde, (voir figure II -1). Pour un volume de contrôle très mince, on peut écrire les relations suivantes, sachant que $A_1 = A_2$ de l'onde : de part et d'autre.

L'équation de continuité est :

$$\rho_1 V_{n1} = \rho_2 V_{n2} \quad \text{II -1a}$$

La projection normale de l'équation de quantité de mouvement est :

$$p_1 - p_2 = \rho_2 V_{n2} - \rho_1 V_{n1} \quad \text{II -1b}$$

La projection tangentielle de l'équation de quantité de mouvement est :

$$\rho_1 V_{n1} (V_{t2} - V_{t1}) = 0 \quad \text{II -1c}$$

L'équation de l'énergie :

$$h_1 + \frac{1}{2} V_{t1}^2 + \frac{1}{2} V_{n1}^2 = h_2 + \frac{1}{2} V_{t2}^2 + \frac{1}{2} V_{n2}^2 \quad \text{II-1d}$$

D'après l'équation (II -1c) on peut déduire qu'il y'en a pas de variation de la vitesse tangentielle à travers un choc oblique :

$$V_{t2} = V_{t1} = V_t = \text{Const} \quad \text{II -2}$$

Par suite la composante tangentielle de la vitesse a le seul effet d'ajouter une énergie cinétique constante $\frac{1}{2} V_t^2$ aux deux membres de l'équation de l'énergie (II -1d). Donc, les ondes de choc normales avec V_1 et V_2 remplacées par les composantes normales V_{n1} et V_{n2} , ce qui entraîne l'apparition des nombres de Mach normaux aux lieux de M_1 et M_2 :

$$M_{n1} = \frac{V_{n1}}{a_1} = M_1 \sin \sigma$$

$$M_{n2} = \frac{V_{n2}}{a_2} = M_2 \sin(\sigma - \delta)$$

Pour un gaz parfait ($\gamma = \text{Const}$), et avec M_1 remplacé par M_{n1} :

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{\gamma+1} (2\gamma M_1^2 \sin^2 \sigma - (\gamma - 1)) \quad \text{II-4a}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\tan \sigma}{\tan(\sigma - \delta)} = \frac{(\gamma+1)M_1^2 \sin^2 \sigma}{(\gamma-1)M_1^2 \sin^2(\sigma+2)} = \frac{V_{n1}}{V_{n2}} \quad \text{II-4b}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = (2 + (\gamma - 1))M_1^2 \sin^2 \sigma \frac{2\gamma M_1^2 \sin^2 \sigma - (\gamma - 1)}{(\gamma+1)^2 M_1^2 \sin^2 \sigma} \quad \text{II-4c}$$

$$T_{01} + T_{02} \quad \text{II-4d}$$

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \left(\frac{(\gamma+1)M_1^2 \sin^2 \sigma}{2+(\gamma-1)M_1^2 \sin^2 \sigma} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left(\frac{\gamma+1}{2\gamma M_1^2 \sin^2 \sigma - (\gamma-1)} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \text{II-4e}$$

$$M_{n2}^2 = \frac{(\gamma-1)M_{n1}^2 + 2}{2\gamma M_{n1}^2 - (\gamma-1)} \quad \text{II-4f}$$

Toutes ces dernières équations sont tabulées dans la table de l'onde de choc normale. Il estclair maintenant que la table est aussi valable pour les ondes de choc obliques.

II.12. Equation de Prandtl

En considérons l'équation de l'énergie (II -1d), on a pour un gaz parfait :

$$\frac{\gamma RT_1}{\gamma - 1} + \frac{(V_{n1}^2 + V_{t1}^2)}{2} = \frac{\gamma RT_2}{\gamma - 1} + \frac{(V_{n2}^2 + V_{t2}^2)}{2} = \frac{\gamma RT_0}{\gamma - 1}$$

$$\frac{\gamma p_1}{\gamma - 1} + \rho_1 \frac{(V_{n1}^2 + V_{t1}^2)}{2} = \frac{\rho_1 (\gamma - 1)}{2(\gamma - 1)} a^{*2}$$

$$\frac{\gamma p_2}{\gamma - 1} + \rho_1 \frac{(V_{n2}^2 + V_{t2}^2)}{2} = \frac{\rho_2 (\gamma - 1)}{2(\gamma - 1)} a^{*2}$$

Introduisons la vitesse du son critique $a^{*2} = \frac{2\gamma RT_0}{\gamma+1}$ pour un gaz parfait :

$$\frac{\gamma p_1}{\gamma - 1} + \rho_1 \frac{(V_{n1}^2 + V_{t1}^2)}{2} = \frac{\rho_1 (\gamma - 1)}{2(\gamma - 1)} a^{*2}$$

$$\frac{\gamma p_2}{\gamma - 1} + \rho_1 \frac{(V_{n2}^2 + V_{t2}^2)}{2} = \frac{\rho_2 (\gamma - 1)}{2(\gamma - 1)} a^{*2}$$

Soustrayons ces deux équations, on obtient :

$$\frac{\gamma(p_1 - p_2)}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} (\rho_1 (V_{n1}^2 + V_{t1}^2)) - \rho_2 (V_{n2}^2 + V_{t2}^2) = \frac{\rho_1 - \rho_2 (\gamma + 1)}{2(\gamma - 1)} a^{*2}$$

CHAPITRE II : Relation fondamentale pour écoulement isentropique et onde de choc normale et onde de choc obliques

Mais, les projections de l'équation de quantité de mouvement (II -1b et II -1c):

$$(\rho_2 V_{n2}^2 - \rho_1 V_{n1}^2) \left(\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)} \right) = \frac{(\rho_2 - \rho_1)}{2} \left(\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} a^{*2} - V_t^2 \right)$$

Finalement, en utilisant l'équation de continuité (équ. II -1a) :

$$V_{n1} V_{n2} = a^{*2} - \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} V_t^2 \quad \text{II-5}$$

C'est la relation de Prandtl pour un choc oblique.

Pour un choc normal ; avec $V_t = 0$, l'équation précédente prend la forme $V_1 V_2 = a^{*2}$ déjà rencontrée dans le chapitre précédent.

Une autre forme utile de l'équation (V-5) est :

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho_2 - \rho_1} = a^{*2} - \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} V_t^2 \quad \text{II.6}$$

II.13. Adaptations des tables du choc normal aux chocs obliques

Les tables (II) représentant les relations des chocs normaux peuvent être adaptées aux calculs des ondes de choc obliques. Une onde de choc oblique avec un nombre de Mach amont M_1 peut, par une transformation appropriée, être réduite à une onde de choc normale avec un nombre de Mach amont de $M_1 \sin \sigma$. Par conséquent, si M_x de la table est égal à $M_1 \sin \sigma$,

donc $\frac{p_y}{p_x}$, $\frac{T_y}{T_x}$, Mach amont de M_1 .

$\frac{p_y}{p_x}$ et $\frac{p_{0y}}{p_{0x}}$ de la table sont respectivement les valeurs de $\frac{p_2}{p_1}$, $\frac{T_2}{T_1}$, $\frac{p_2}{p_1}$ et $\frac{p_{02}}{p_{01}}$, pour un choc oblique de nombre de Mach amont M_1 et d'angle de choc σ , et le nombre de Mach en aval $M_2 = M_y \sin(\sigma - \delta)$.

Une famille complète de solutions des ondes de choc obliques peut être tracée ou calculée d'après les équations (II_4). Pour un γ donné, l'angle de choc σ varie avec M_1 et δ de l'équation (II -4b). En utilisant une identité trigonométrique pour $\tan(\sigma - \delta)$, cela peut être réécrit de cette forme :

$$\tan \delta = \frac{2 \cot \sigma (M_1^2 \sin^2 \sigma - 1)}{M_1^2 (\gamma + \cos 2\sigma) + 2} \quad \text{II-7}$$

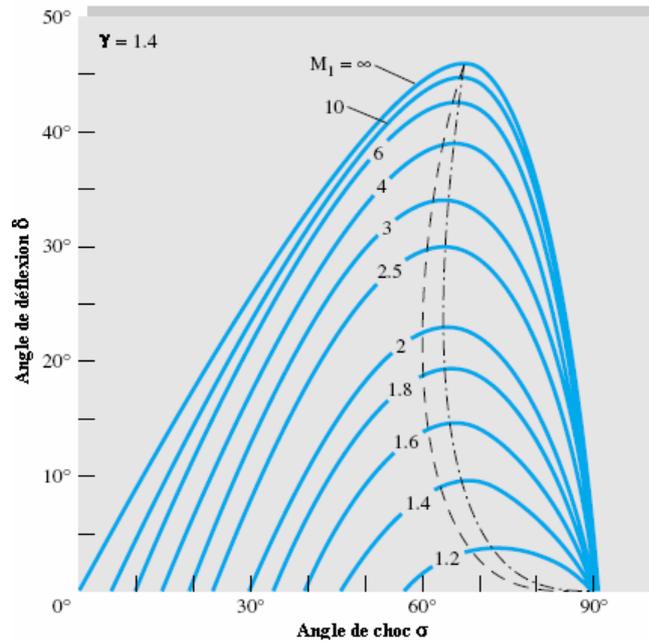


Figure II. 12: Angles de déflexion du choc oblique en fonction de l'angle de choc pour divers nombre de Mach, $\gamma = 1.4$.

Toutes les solutions possibles de l'équation (II -7) pour $\gamma = 1.4$ sont tracées dans le graphique de la figure (II -2). Pour les déflexions où $\delta < \delta_{\max}$ il y'a deux solutions : un choc faible (σ petit) et un choc fort (σ grand). Tous les points le long de la ligne tiret-pointillée sont le lieu géométrique de δ_{\max} . La ligne en tirets est ajoutée au graphique pour montrer où M_2 est exactement sonique.

On peut voir clairement que la région où l'écoulement en aval est subsonique est très étroite.

Pour les déflexions nulles ($\delta = 0$), la famille de chocs faibles satisfait la relation :

$$\sigma = \beta = \arcsin \frac{1}{M} \tag{II-8}$$

Ainsi les chocs faibles de déflexions nulles sont équivalents aux ondes de Mach.

II.14. Les ondes de choc faibles

Pour toute δ finie, l'angle σ d'un choc faible est supérieur à l'angle de Mach β . Pour des petites δ l'équation (II -7) peut être développée en série de puissances (développement de Taylor) en $\tan \delta$ avec linéarisation de l'angle de choc :

$$\sin \sigma = \sin \beta + \frac{\gamma+1}{4 \cos \beta} \tan \delta + \dots + O(\tan^2 \delta) + \dots \tag{II-9}$$

Si M_1 se situe entre 1.4 et 20.0 et les déflexions sont inférieures à 6° cette relation prédit les valeurs de σ d'un degré (1°) près pour un choc faible. Pour les déflexions supérieures, la relation précédente (équ. II -9) peut être utilisée comme estimation initiale d'une solution itérative de l'équation (II -7).

Une autre propriété qui change à travers le choc oblique et qui peut être développée en série de puissance pour de petits angles de déflexion, est la pression. Selon l'équation II (4a) et avec linéarisation :

$$\frac{p_2 - p_1}{p_1} = \frac{\gamma M_1^2}{(M_1^2 - 1)^{\frac{1}{2}}} \tan \delta + \dots + O(\tan^2 \delta) + \dots \quad \text{II-10}$$

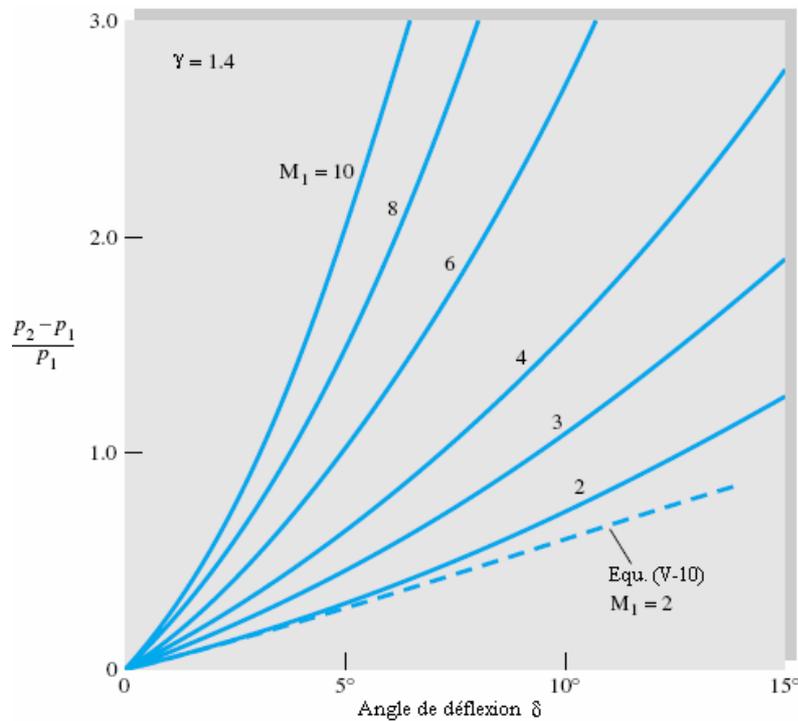


Figure II. 13: Saut de pression à travers une onde de choc oblique faible avec des angles de déflexion très petits, $\gamma = 1.4$.

La figure (II -3) montre le saut de pression exact d'un choc faible calculé par (équ. II -4a). Aux petites déflexions les courbes sont linéaires avec des pentes données par l'équation (V-10).

Finalement, le changement d'entropie à travers le choc faible se développe en série de puissances, et on obtient :

$$\frac{s_2 - s_1}{R} = \frac{\gamma(\gamma+1)M^2}{12(M^2+1)^{3/2}} \tan^3 \delta + \dots + O(\tan^4 \delta) + \dots$$

II -11

La variation de l'entropie est une puissance cubique de l'angle de déflexion δ . Ainsi les ondes de choc faibles sont presque isentropiques.

II.15. Ecoulement autour d'un coin

Considérons l'écoulement autour d'un dièdre saillant d'angle au sommet 2ψ , dont l'arrête est perpendiculaire à la direction de l'écoulement.

- a) Si ψ est petit, le phénomène se réduit à un
- b) A partir d'une certaine valeur maximale de ψ ou d'une valeur minimale de M_1 qu'il est possible de calculer, l'onde se détache et le nombre de Mach aval M_2 devient inférieur à 1 (fig. II -4b). le point critique correspond au minimum de M_1 que présentent les courbes $\psi = Const$ de la figure (II -4b). d'après les courbes on remarque que M_2 devient subsonique un peu avant que l'onde se détache.
- c) Si l'obstacle est émoussé, le phénomène sera analogue mais l'onde se détache plutôt (fig. II -4c).

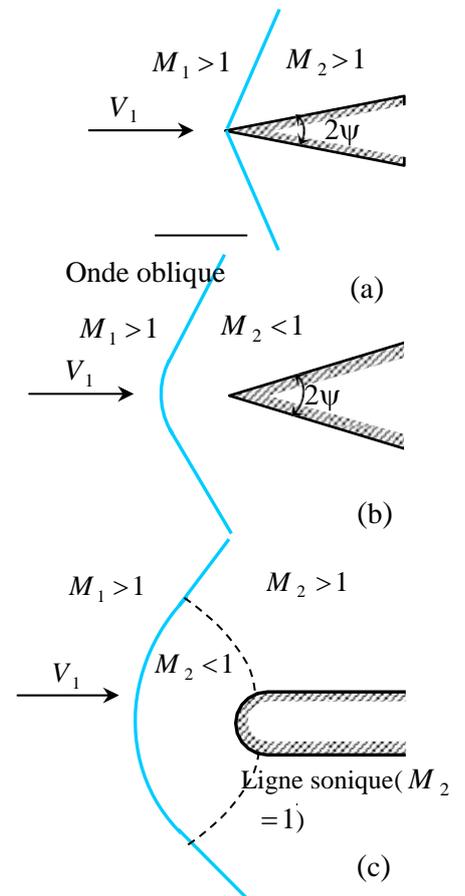


Figure II. 14: Chocs au voisinage d'un coin.

II.16. Réflexion et réfraction des ondes obliques

Quand un choc oblique rencontre une paroi il y a réflexion. Le choc réfléchi produit une déflexion en sens inverse, l'écoulement aval étant à nouveau parallèle à la paroi.

Chaque onde produit une diminution du nombre de mach et une augmentation de la pression. Les taux de compression des deux ondes sont différents ainsi que les rapports des nombres de Mach. La figure (II-6) représente schématiquement le phénomène ainsi que la variation de pression le long d'une ligne de courant et à la paroi.

Un phénomène analogue intervient quand il y a intersection d'ondes (fig. II-5) qui est accompagnée d'une réfraction. Cette réfraction est négligeable pour des ondes de faible intensité.

Quand il y a réflexion d'une onde de choc oblique sur la limite libre d'un jet il y a réflexion avec changement de signe.

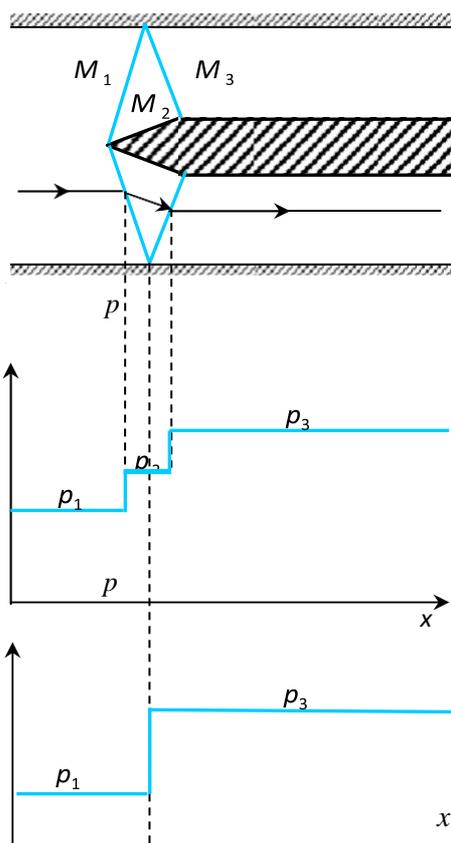


Figure II. 16: Réflexion d'une onde de choc oblique.

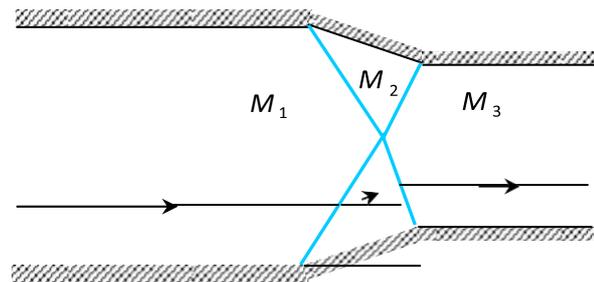


Figure II. 15: Intersection des ondes

Chapitre III :

Résultats et interprétation

Introduction

On se propose de faire les tables de l'écoulement isentropique, d'onde de choc normale et onde de choc oblique avec des nombre de mach allant de 0 à 3 avec un pas de 0.05, quant à l'onde de choc oblique le nombre de mach de 1 à 3 avec un pas de 0.1 pour les courbes.

III.1. Application1 : l'écoulement isentropique.

Pour l'écoulement isentropique le Nombre de Mach a débuté de $M=0$ avec un pas de 0.05 et $\gamma=1.4$

Tableau III. 1: Résultat de l'écoulement isentropique

M	p/pi	T/Ti	ρ/ρ_i	A/A*	$\dot{m}\sqrt{RT_0}/\rho_0 A$
0	1	1	1	∞	0
0.05	0.99825197	0.99950025	0.99875109	11.5914439	0.05907215
0.1	0.99303138	0.99800399	0.99501745	5.82182875	0.1176145
0.15	0.98440816	0.99552016	0.988838	3.91034275	0.17510778
0.2	0.9724967	0.99206349	0.98027668	2.96352	0.23105343
0.25	0.95745283	0.98765432	0.96942099	2.40270996	0.28498298
0.3	0.9394697	0.98231827	0.95638015	2.03506526	0.33646658
0.35	0.9187728	0.9760859	0.94128274	1.77796868	0.38512009
0.4	0.89561438	0.96899225	0.92427404	1.59014	0.4306108
0.45	0.87026738	0.96107641	0.90551321	1.44867179	0.47266155
0.5	0.84301918	0.95238095	0.88517013	1.33984375	0.51105322
0.55	0.81416541	0.94295144	0.86342241	1.2549476	0.54562554
0.6	0.78400395	0.93283582	0.84045224	1.18819951	0.5762765
0.65	0.75282937	0.92208391	0.81644345	1.13561619	0.60296028
0.7	0.72092786	0.91074681	0.79157879	1.09437268	0.62568398
0.75	0.68857291	0.8988764	0.76603736	1.06241711	0.64450341
0.8	0.65602162	0.88652482	0.73999239	1.03823	0.65951808
0.85	0.62351185	0.87374399	0.71360931	1.02066854	0.67086565
0.9	0.59126007	0.8605852	0.6870442	1.00886287	0.67871609
0.95	0.55945999	0.84709869	0.66044251	1.00214515	0.68326575
1	0.52828179	0.83333333	0.63393815	1	0.68473146
2	0.12780453	0.55555556	0.23004815	1.6875	0.40576679

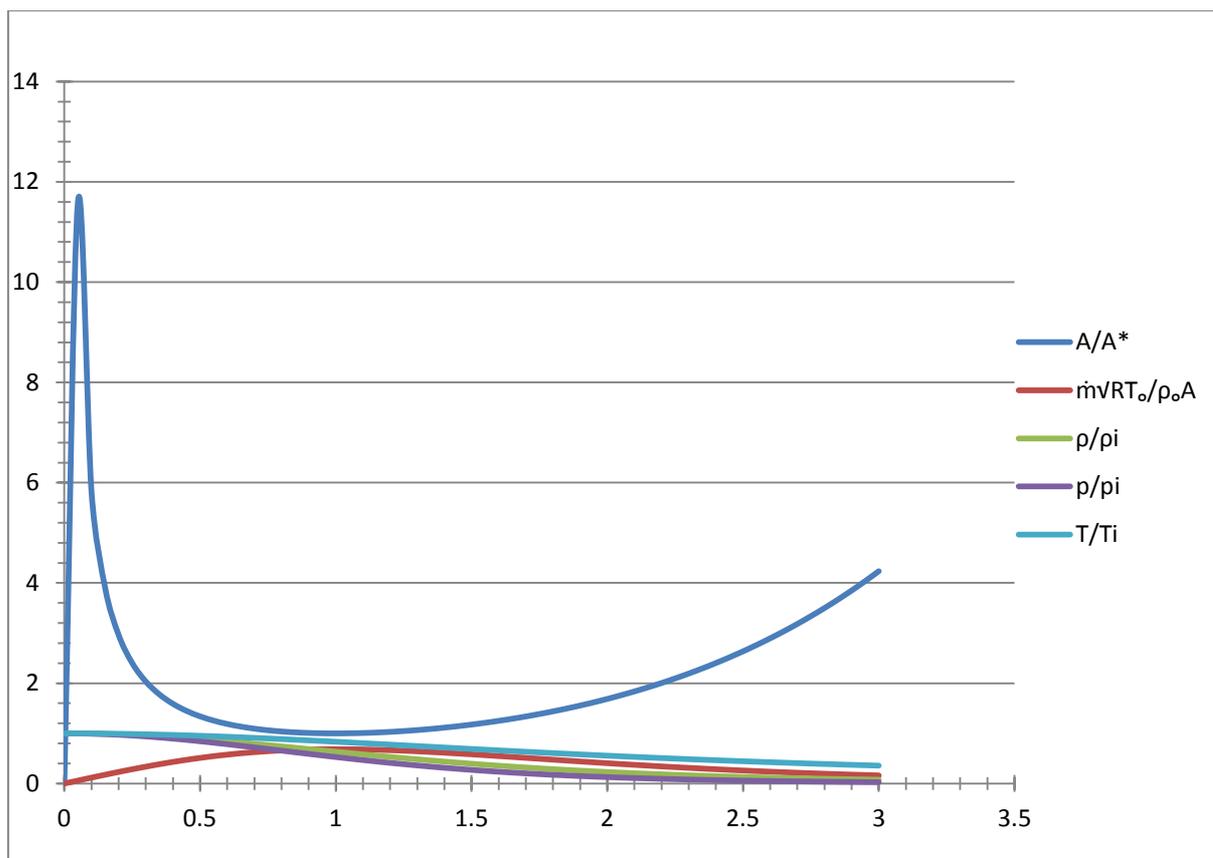


Figure III. 1: Evaluation des paramètres thermodynamique en fonction du l'écoulement (nombre de mach, $(\frac{A}{A^*}, \frac{\rho}{\rho_i}, \frac{P}{P_i}, \frac{T}{T_i})$).

Commentaires :

-La figure III.1 représente la variation de rapport de pression P/P_i et la variation du rapport de section A/A^* rapporte de température T/T_i , la variation du rapporte de masse volumique ρ/ρ_i respectivement en fonction de nombre de mach, On remarque l'augmentation de nombre de mach entraine une diminution des rapports de température et une diminution des rapports de masse volumique et une diminution de rapports de pression et rapports de section.

Et représente la variation de rapport de débit massique en fonction de nombre de mach, en remarque que le débit massique augment pour $M [0,1]$ et diminution pour $M [1,3]$.

III.2. Application2 : L'écoulement avec ondes de choc normal.

Tableau III. 2: Résultat d'écoulement avec onde de choc normale (suite annexe 1) : $(\gamma=1.4)$

M_1	M_2	$\frac{p_2}{p_1}$	$\frac{\rho_2}{\rho_1}$	$\frac{T_2}{T_1}$	$\frac{P_{t2}}{P_{t1}}$	$\frac{A^*_2}{A^*_1}$	$\frac{\Delta S}{R}$
1	1	1	1	1	1	1	0
1.2	0.8422	1.513333333	1.34161491	1.12799383	0.9927984	1.00725384	0.00722766
1.3	0.7859	1.805	1.51569507	1.19087278	0.97937365	1.02106076	0.02084205
1.4	0.7397	2.12	1.68965517	1.25469388	0.95819441	1.04362954	0.04270458
1.5	0.7011	2.458333333	1.86206897	1.32021605	0.92978651	1.07551571	0.07280028
2	0.5773	4.5	2.66666667	1.6875	0.72087386	1.38720524	0.32729111
3	0.4752	10.33333333	3.85714286	2.67901235	0.32834389	3.04558737	1.11369378

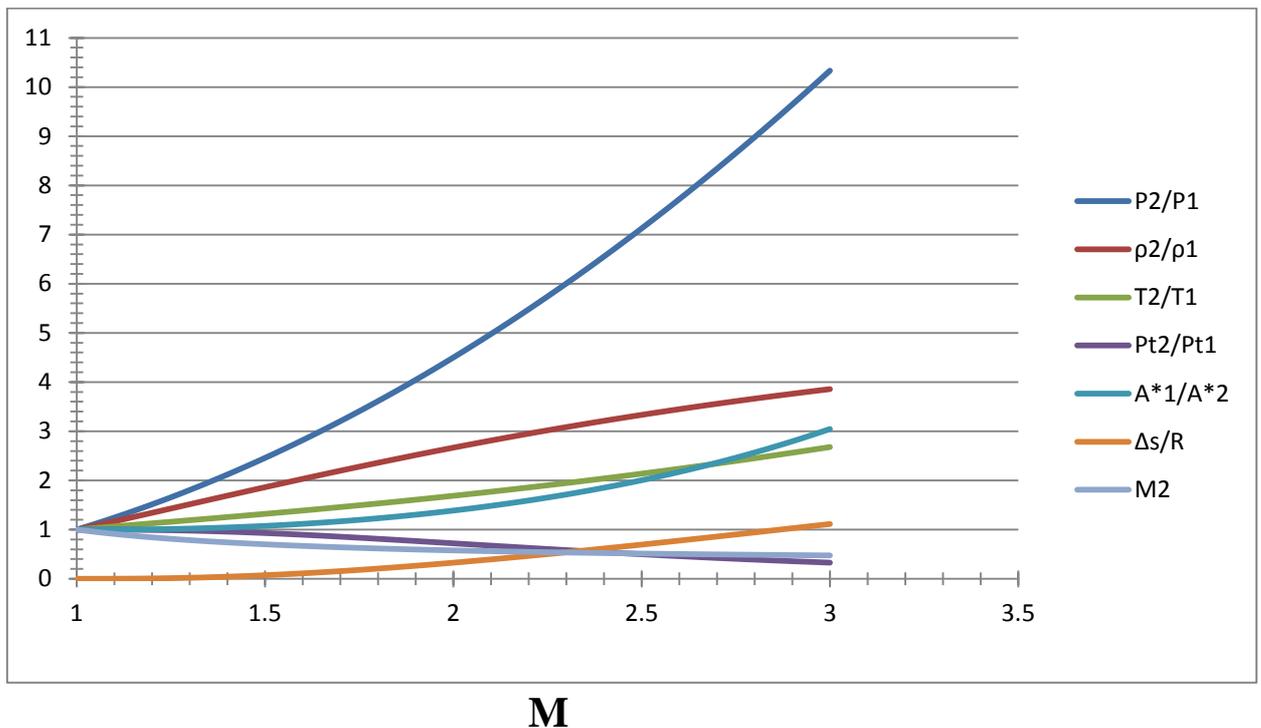


Figure III. 2: Evaluation des paramètres thermodynamique en fonction du l'écoulement (nombre de mach, $\frac{P_2}{P_1}$, $\frac{\rho_2}{\rho_1}$, $\frac{T_2}{T_1}$, $\frac{P_{t2}}{P_{t1}}$, $\frac{A^*_2}{A^*_1}$, $\frac{\Delta S}{R}$, M_2).

Commentaires :

La figure III.2 montres :

- La variation de rapport de température T_2/T_1 à travers une onde de choc normale en fonction de nombre de mach, en remarque l'augmentation de nombre de mach entraine une augmentation de rapporte de température dans l'onde de choc normale.
- la variation de rapport de densité de masse ρ_2/ρ_1 à travers une onde de choc normale en fonction de nombre de mach, en remarque que l'augmentation de nombre de mach donne une augmentation de rapport de densité de masse ρ_2/ρ_1 .
- la variation de rapport de pression P_2/P_1 et de rapport de section A_2/A_1^* à travers une onde de choc normale en fonction de nombre de mach, en remarque que l'augmentation de nombre mach donne l'augmentation de rapport de pression P_2/P_1 et rapport de section A_2/A_1^* .
- la variation de rapport de pression statique P_{t2}/P_{t1} à travers une onde de choc normale en fonction de nombre de mach, en remarque que l'augmentation de nombre de mach M_1 attende une diminution de rapport de pression statique.
- la variation d'entropie $\Delta s/R$ à travers une onde de choc normale en fonction de nombre de mach, en remarque que l'augmentation de nombre de mach en amont attende une augmentation d'entropie $\Delta s/R$.
- la variation du nombre de mach en aval M_2 à travers d'onde de choc normale en fonction de nombre de mach en amont, en remarque que l'augmentation de nombre de mach en amont donnée une diminution de nombre de mach en aval.

III.3. Application 3 : l'écoulement avec onde de choc oblique.

On connaissant le couple M et δ , on tire l'angle de l'onde oblique (σ) à partir du diagramme (δ, σ, M), ($\gamma = 1.4$)

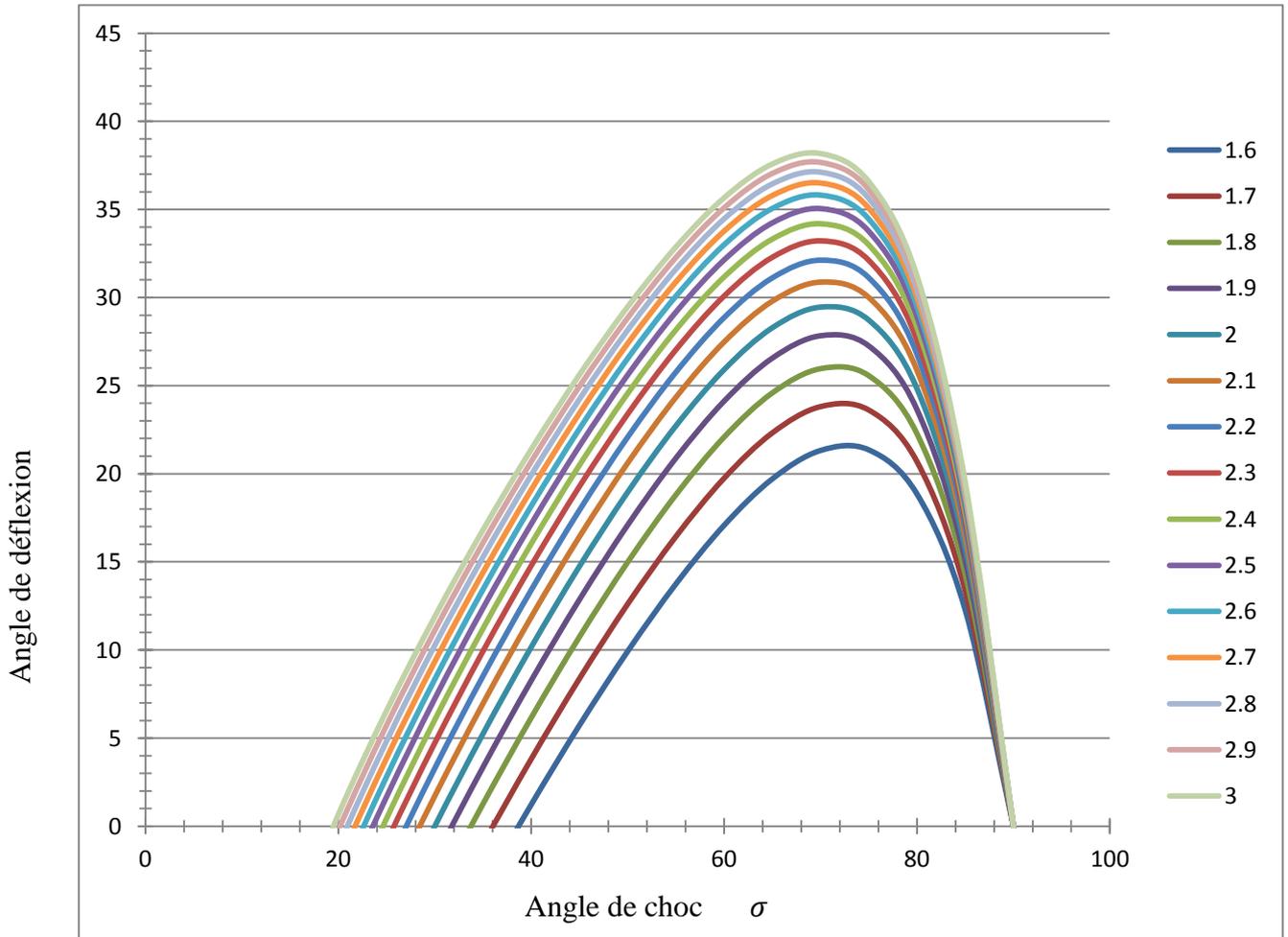


Figure III. 3: Angle de déflexion du choc oblique en fonction de l'angle de choc pour divers nombres de mach, $\gamma=1.4$

Exemple : pour $\delta = 20^\circ$, $M=1.6$, le daigramme (δ, σ, M) donne $\sigma = 65.9^\circ$.figure(III.3)

On calcule la composante normale M_{n1} du mach M_1

$$M_{n1} = M_1 \sin \sigma = 1.6 \sin 65.9^\circ = 1.46$$

On a utilisé cette composante normale comme le mach d'un choc normal pour tirer toutes les propriétés avales en fonction de celles amont par le biais des tables de choc normale.

$M_{n1} = 1.46$, On aura donc :

$$M_{n2} = 0.715, \quad \frac{p_2}{p_1} = 2.322, \quad \frac{T_2}{T_1} = 1.294, \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = 1.794, \quad \frac{P_{t2}}{P_{t1}} = 0.942.$$

$$M_2 = \frac{M_{n1}}{\sin(\sigma - \delta)} = \frac{1.46}{\sin(65.9 - 20)} = 0.996$$

Tableau III. 3: Résultats d'écoulement avec onde de choc oblique (suite annexe 3)

M_1	M_2	$\frac{P_2}{P_1}$	$\frac{T_2}{T_1}$	$\frac{\rho_2}{\rho_1}$	$\frac{P_{t2}}{P_{t1}}$
1.6	0.996395	2.322022	1.294116	1.794291	0.941802
2	1.29991	2.691552	1.364123	1.973101	0.907854
3	1.962129	3.813243	1.567049	2.433391	0.791599

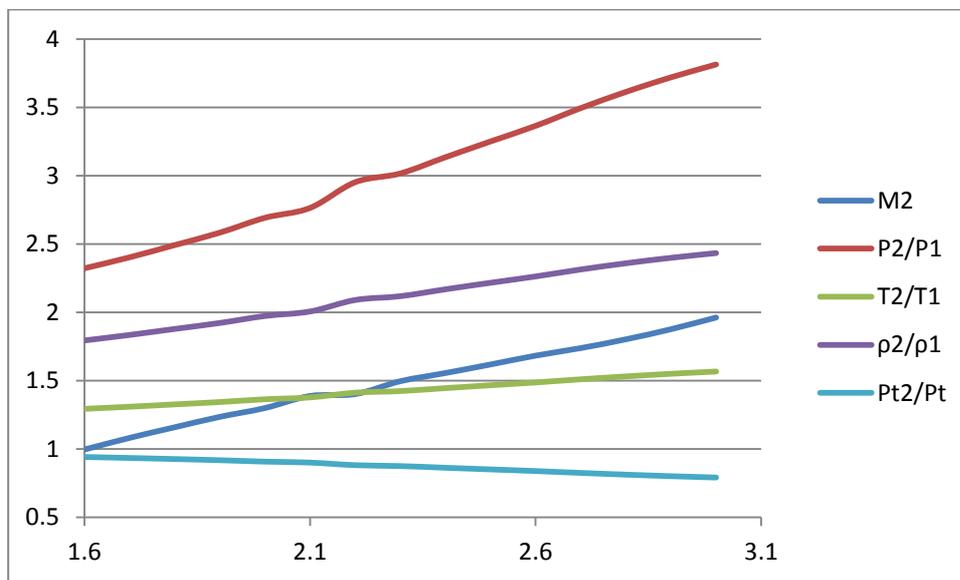


Figure III. 4: Evaluation des paramètres thermodynamique en fonction du l'écoulement (nombre de mach, $\frac{P_2}{P_1}$, $\frac{\rho_2}{\rho_1}$, $\frac{T_2}{T_1}$, $\frac{P_{t2}}{P_{t1}}$, M_2).

Commentaires :

La figure III.4 :

Représente la variation de rapport de pression $\frac{P_2}{P_1}$ et rapport de pression statique $\frac{P_{t2}}{P_{t1}}$ et la variation de rapporte de température $\frac{T_2}{T_1}$, la variation de rapporte de masse volumique $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ et nombre de mach en aval respectivement en fonction de nombre de mach en amont, On remarque l'augmentation de nombre de mach entraine une diminution des rapports de pression statique et l'augmentation des rapports de pression et température et masse volumique .

Conclusion Générale

L'étude concerne la génération des tables d'écoulement utilisées dans la pratique et notamment dans le cas pédagogique.

Une comparaison de nos tables de calculs et faite avec le document de mécanique des fluides elle s'avait concordantes.

On souhaite imprimer les tables pour en faire une seule polycopie détaché de la thèse et sera utilisé pratiquement.

L'onde de choc oblique s'avère un peu compliquée dans notre étude c'est pour cela on l'a utilisé sur forme graphique.

RÉFÉRENCES

-
- [1] Far riadh, étude numérique d'un écoulement compressible dans une tuyère, Mémoire de fin d'étude. Ingénieur d'état En génie mécanique, université Mohamed Boudiaf M'sila, 2016.
- [2] Berkane Houda, influence de l'effet thermique sur les caractéristiques de la couche limite laminaire sur une paroi lisse, université Mohamed Khider Biskra, 2005.
- [3] Zaynab salloumi, étude mathématique d'écoulement de fluides viscoélastiques dans des domaines singulier, thèse de doctorat de l'université paris-Est, 2008.
- [4] BOUKERMA Karima, Etude de l'écoulement laminaire accompagné du transfert de chaleur dans une conduit rectangulaire présentant un changement de section (Elargissement brusque), l'Université 20 Août 55, Skikda, 2007
- [5] M.Van Dyak, An album of fluid Motion, parabolic press Stanford, california, 1982
- [6] J.Kim and P.Moin, large eddy simulation of turbulent channel flow ILLIAC 5 calculation NASA center: Ames Research Center, 1980.
- [7] M.Samimy, KSBreuer, L.G.Leal, P.H .Steen, A Gallery of fluid motion, Cambridge University Press ,2003
- [8] Pilinski C. and Nebbache A. Unsteady Separated Two-Throat Nozzle Flows. Flow,
- [9] Gahmousse A: Cours de gazo dynamique enseignés aux étudiants du 4^{ème} année génie mécanique, 2004.
- [10] Joseph M. Powers: Aerospace Engineering 360, Aerodynamics II, Spring 1997.
- [11] Frank M. White: Fluid mechanics, Forth Edition, McGraw-Hill 2001.
- [12] Nakayama Y. & Boucher R.F. : Introduction to Fluid Mechanics, Butterworth-Heinemann 2000.
- ☆ Gahmousse A. : Cours de gazodynamique enseignés aux étudiants du 4^{ème} année génie mécanique, 2004.
- ☆ Joseph M. Powers: Aerospace Engineering 360, Aerodynamics II, Spring 1997.
- ☆ Frank M. White : Fluid mechanics, Forth Edition, McGraw-Hill 2001.
- ☆ Nakayama Y. & Boucher R.F. : Introduction to Fluid Mechanics, Butterworth-Heinemann 2000.

Annexes

Annexe 1:

Tableau 1: table de l'écoulement isentropique

M	p/pi	T/Ti	ρ/ρ_i	A/A*	$\dot{m}\sqrt{RT_0/\rho_0 A}$
0	1	1	1	∞	0
0.05	0.99825197	0.99950025	0.99875109	11.5914439	0.05907215
0.1	0.99303138	0.99800399	0.99501745	5.82182875	0.1176145
0.15	0.98440816	0.99552016	0.988838	3.91034275	0.17510778
0.2	0.9724967	0.99206349	0.98027668	2.96352	0.23105343
0.25	0.95745283	0.98765432	0.96942099	2.40270996	0.28498298
0.3	0.9394697	0.98231827	0.95638015	2.03506526	0.33646658
0.35	0.9187728	0.9760859	0.94128274	1.77796868	0.38512009
0.4	0.89561438	0.96899225	0.92427404	1.59014	0.4306108
0.45	0.87026738	0.96107641	0.90551321	1.44867179	0.47266155
0.5	0.84301918	0.95238095	0.88517013	1.33984375	0.51105322
0.55	0.81416541	0.94295144	0.86342241	1.2549476	0.54562554
0.6	0.78400395	0.93283582	0.84045224	1.18819951	0.5762765
0.65	0.75282937	0.92208391	0.81644345	1.13561619	0.60296028
0.7	0.72092786	0.91074681	0.79157879	1.09437268	0.62568398
0.75	0.68857291	0.8988764	0.76603736	1.06241711	0.64450341
0.8	0.65602162	0.88652482	0.73999239	1.03823	0.65951808
0.85	0.62351185	0.87374399	0.71360931	1.02066854	0.67086565
0.9	0.59126007	0.8605852	0.6870442	1.00886287	0.67871609
0.95	0.55945999	0.84709869	0.66044251	1.00214515	0.68326575
1	0.52828179	0.83333333	0.63393815	1	0.68473146
1.05	0.49787206	0.81933634	0.60765285	1.00202905	0.68334491
1.1	0.4683542	0.80515298	0.58169591	1.00792534	0.6793474
1.15	0.43982922	0.79082641	0.55616405	1.01745433	0.67298496
1.2	0.41237704	0.77639752	0.53114163	1.03043975	0.66450412
1.25	0.38605787	0.76190476	0.50670095	1.04675293	0.65414812
1.3	0.3609139	0.74738416	0.48290279	1.06630452	0.64215376
1.35	0.33697106	0.73286918	0.45979702	1.0890382	0.6287488
1.4	0.31424088	0.7183908	0.4374233	1.11492571	0.61414985
1.45	0.2927222	0.70397747	0.41581189	1.14396299	0.59856085
1.5	0.27240307	0.68965517	0.39498445	1.17616705	0.58217194
1.55	0.25326231	0.67544748	0.37495485	1.21157359	0.56515878
1.6	0.23527118	0.66137566	0.35573002	1.250235	0.5476822
1.65	0.21839481	0.64745872	0.33731078	1.2922188	0.52988817
1.7	0.2025935	0.63371356	0.31969254	1.3376064	0.51190803
1.75	0.18782395	0.62015504	0.30286612	1.38649205	0.49385891
1.8	0.17404028	0.60679612	0.28681838	1.43898206	0.47584433

1.85	0.16119496	0.59364797	0.2715329	1.49519412	0.45795489
1.9	0.14923957	0.58072009	0.25699054	1.55525678	0.44026907
1.95	0.13812551	0.56802045	0.24316996	1.61930903	0.4228541
2	0.12780453	0.55555556	0.23004815	1.6875	0.40576679
2.05	0.11822917	0.54333062	0.21760078	1.75998865	0.38905447
2.1	0.10935316	0.53134963	0.20580265	1.83694361	0.37275584
2.15	0.1011317	0.51961548	0.19462795	1.91854305	0.35690179
2.2	0.09352165	0.50813008	0.18405061	2.00497455	0.34151628
2.25	0.08648173	0.49689441	0.17404449	2.09643504	0.32661706
2.3	0.0799726	0.48590865	0.16458361	2.19313082	0.31221642
2.35	0.07395691	0.47517225	0.15564231	2.29527745	0.29832187
2.4	0.06839936	0.46468401	0.14719543	2.40309988	0.28493674
2.45	0.0632667	0.45444217	0.13921838	2.5168324	0.27206081
2.5	0.05852766	0.44444444	0.13168724	2.63671875	0.25969074
2.55	0.05415296	0.43468811	0.12457888	2.76301215	0.24782065
2.6	0.05011519	0.42517007	0.11787093	2.89597538	0.23644243
2.65	0.04638881	0.41588688	0.1115419	3.03588092	0.22554622
2.7	0.04295003	0.40683483	0.10557116	3.18301096	0.21512067
2.75	0.0397767	0.39800995	0.09993896	3.33765758	0.2051533
2.8	0.0368483	0.3894081	0.09462643	3.50012286	0.19563069
2.85	0.03414578	0.38102496	0.08961559	3.67071894	0.18653879
2.9	0.0316515	0.37285608	0.08488932	3.84976823	0.17786303
2.95	0.02934916	0.36489692	0.08043137	4.03760347	0.16958858
3	0.02722368	0.35714286	0.07622631	4.2345679	0.16170043

Annexe 2:

Tableau 2: table d'écoulement avec onde de choc normale.

M1	M2	P2/P1	ρ_2/ρ_1	T2/T1	Pt2/Pt1	A*1/A*2	$\Delta s/R$
1	1	1	1	1	1	1	0
1.05	0.9531	1.11958333	1.08398197	1.03284313	0.99985299	1.00014703	0.00014702
1.1	0.9118	1.245	1.16908213	1.06493802	0.99892802	1.00107314	0.00107256
1.15	0.8750	1.37625	1.25504152	1.09657727	0.99668976	1.00332124	0.00331573
1.2	0.8422	1.51333333	1.34161491	1.12799383	0.9927984	1.00725384	0.00722766
1.25	0.8126	1.65625	1.42857143	1.159375	0.98705677	1.01311295	0.01302772
1.3	0.7859	1.805	1.51569507	1.19087278	0.97937365	1.02106076	0.02084205
1.35	0.7617	1.95958333	1.6027849	1.22261155	0.96973709	1.03120733	0.03073028
1.4	0.7397	2.12	1.68965517	1.25469388	0.95819441	1.04362954	0.04270458
1.45	0.7196	2.28625	1.77613516	1.28720496	0.94483669	1.05838397	0.05674319
1.5	0.7011	2.45833333	1.86206897	1.32021605	0.92978651	1.07551571	0.07280028
1.55	0.6841	2.63625	1.9473151	1.35378707	0.91318827	1.09506444	0.09081321
1.6	0.6684	2.82	2.03174603	1.38796875	0.89520026	1.11706849	0.11070783
1.65	0.6539	3.00958333	2.11524765	1.42280424	0.87598838	1.14156766	0.13240246
1.7	0.6405	3.205	2.19771863	1.45833045	0.85572108	1.16860508	0.1558108
1.75	0.6281	3.40625	2.27906977	1.49457908	0.83456539	1.19822845	0.18084418
1.8	0.6165	3.61333333	2.3592233	1.5315775	0.8126838	1.23049088	0.20741318
1.85	0.6057	3.82625	2.4381122	1.56934943	0.79023189	1.26545134	0.23542885
1.9	0.5956	4.045	2.51567944	1.60791551	0.76735661	1.30317507	0.26480365
1.95	0.5862	4.26958333	2.59187731	1.64729377	0.74419509	1.34373367	0.29545206
2	0.5773	4.5	2.66666667	1.6875	0.72087386	1.38720524	0.32729111
2.05	0.5691	4.73625	2.7400163	1.72854811	0.69750844	1.43367441	0.36024067
2.1	0.5613	4.97833333	2.81190223	1.77045037	0.67420323	1.4832323	0.39422369
2.15	0.5539	5.22625	2.88230709	1.81321762	0.65105162	1.53597651	0.42916634
2.2	0.5470	5.48	2.95121951	1.8568595	0.62813631	1.59201113	0.46499808
2.25	0.5405	5.73958333	3.01863354	1.9013846	0.60552972	1.65144661	0.50165164
2.3	0.5344	6.005	3.0845481	1.94680057	0.58329451	1.71439982	0.53906306
2.35	0.5286	6.27625	3.1489665	1.99311425	0.56148422	1.78099395	0.57717161
2.4	0.5231	6.55333333	3.21189591	2.04033179	0.54014389	1.85135852	0.6159197
2.45	0.5179	6.83625	3.27334697	2.08845872	0.51931074	1.92562934	0.65525284
2.5	0.5129	7.125	3.33333333	2.1375	0.49901481	2.00394853	0.6951195
2.55	0.5083	7.41958333	3.39187133	2.18746014	0.47927966	2.0864645	0.73547101
2.6	0.5038	7.72	3.44897959	2.2383432	0.46012299	2.17333195	0.77626145
2.65	0.4996	8.02625	3.50467873	2.29015286	0.44155727	2.26471191	0.81744756
2.7	0.4956	8.33833333	3.55899105	2.34289247	0.4235903	2.36077173	0.85898857

2.75	0.4918	8.65625	3.6119403	2.39656508	0.40622579	2.46168515	0.90084613
2.8	0.4881	8.98	3.6635514	2.45117347	0.38946387	2.56763229	0.94298419
2.85	0.4847	9.30958333	3.71385026	2.50672017	0.37330151	2.67879974	0.98536884
2.9	0.4814	9.645	3.76286353	2.56320749	0.35773304	2.79538056	1.02796826
2.95	0.4782	9.98625	3.8106185	2.62063757	0.34275047	2.91757437	1.07075258
3	0.4752	10.3333333	3.85714286	2.67901235	0.32834389	3.04558737	1.11369378

Annexe 3:

Tableau 3: table d'écoulement avec onde de choc oblique.

M1	M2	P2/P1	T2/T1	ρ_2/ρ_1	Pt2/Pt
1.6	0.996395	2.322022	1.294116	1.794291	0.941802
1.7	1.081756	2.40252	1.309573	1.834583	0.934788
1.8	1.159351	2.492066	1.326621	1.878506	0.926713
1.9	1.235315	2.58291	1.343776	1.922129	0.91826
2	1.29991	2.691552	1.364123	1.973101	0.907854
2.1	1.388256	2.763856	1.377572	2.006324	0.900773
2.2	1.40202	2.951785	1.412226	2.090165	0.881902
2.3	1.496075	3.016095	1.423994	2.118053	0.875319
2.4	1.555871	3.134693	1.445589	2.168454	0.863054
2.5	1.618592	3.250243	1.466507	2.216316	0.850983
2.6	1.683289	3.364476	1.48708	2.262471	0.838971
2.7	1.738541	3.494	1.510291	2.313461	0.825297
2.8	1.802656	3.612516	1.531432	2.358914	0.81277
2.9	1.876722	3.719187	1.550387	2.398876	0.801507
3	1.962129	3.813243	1.567049	2.433391	0.791599