

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'enseignement Supérieur et de La Recherche Scientifique

Université SAAD DAHLEB BLIDA

Faculté des sciences de l'ingénieur

Département d'Aéronautique



## **Mémoire de Fin d'Etudes**

En Vue De l'Obtention Du Diplôme d'Ingénieur d'Etat en  
**Aéronautique**

Option : **Propulsion**

**ELABORATION D'UN CODE DE CALCUL DES PERFORMANCES  
HORS ADAPTATION DES COMPRESSEURS AXIAUX MULTI-  
ETAGES**

**Promoteur :**

M<sup>f</sup> A.E.Badereddine

**Présenté Par :**

MESSAADI Oualid

*Promotion 2004*

# REMERCIEMENTS

*Je remercie Dieu le tout puissant d'avoir aidé à achever à temps ce travail en donnant la chance, la patience et la force impérieuse pour s'améliorer en terme de connaissances.*

*Il va de soi de faire grâce à tous ceux qui m'ont attribués leurs soutiens moraux et assistances tout au long de l'année en occurrence à l'astreint de mon promoteur Monsieur AIMAD.EDDINE .BADREDDINE à qui revient l'initiative de m'avoir orienté durant l'élaboration de ce modeste travail.*

*Je doit aussi souligner mon extrême gratitude à l'égard des enseignants de l'institut d'aéronautique de Blida , pour leur encadrement durant trois années d'études.*

*Oualid*

# DEDICACES

Je dédie ce modeste travail :

Aux très chères au monde : mes parents en les remerciant pour leurs amour, sacrifices et leurs encouragements.

A mon frère SAMIR et mes sœurs .

A ma grand mère : HALIMA.

A toute la famille MESSAADI et la famille HEZILI.

A tout les amis, BLOC 02 précisément.

A

Oualid

## RESUME :

Cette thèse présente dans sa totalité, les procédures à suivre pour le calcul hors adaptation des performances des compresseurs axiaux subsonique, transonique et supersonique en tenant compte des pertes visqueuses et des pertes par choc dans la machine.

Pour ce fait, on est arriver à structurer deux programmes informatiques en langage Fortran 90, dont l'un -INPUT- est fait pour nous donner les caractéristiques géométriques le long de l'aubage choisi, et qui seront utilisées comme des entrées pour le deuxième programme -CALI.PERF-, Ce dernier fait le calcul des performances suivant le régime (vitesse de rotation) et le nombre de mach choisi à l'entrée du compresseur.

Pour le calcul de ces performances, on s'est basé sur la méthode de l'équilibre radial, obtenu par le model de l'écoulement axisymétrique dans les turbomachines. La méthode numérique de Runge-Kutta d'ordre quatre est enfin choisie pour la résolution du système d'équations différentielles donnant lieu à la distribution radial de tous les paramètres de l'écoulement dans tout le compresseur.



# Sommaire

## INTRODUCTION

### CHAPITRE I GENERALITES SUR LE FONCTIONNEMENT HORS ADAPTATION DES COMPRESSEURS AXIAUX

I.1 PRESENTATION DU FONCTIONNEMENT HORS ADAPTATION DES TURBOMACHINES.....	01
I.1.1 PARAMETRES REDUITS ET CHAMPS DU COMPRESSEUR.....	01
I.1.2 ANALYSE DU DIAGRAMME CARACTERISTIQUE D'UN COMPRESSEUR AXIAL.....	03
I.2 LES INSTABILITES.....	05
I.2.1 PRESENTATION DU PROBLEME.....	05
I.2.2 LE PHENOMENE DE POMPAGE DANS LES COMPRESSEURS AXIAUX.....	06
I.2.2.1 INTRODUCTION.....	06
I.2.2.2 DEFINITION QUANTATIVE DE LA MARGE AU POMPAGE.....	06
I.2.3 LE FLOTTEMENT.....	08
I.2.4 LE DECOLLEMENT ROTATIF.....	08

### CHAPITRE II METHODE DE L'EQUILIBRE RADIAL

II.1 CALCUL DE L'EQUILIBRE RADIAL.....	10
II.1.1 DEFINITIONS.....	11
II.1.2 MODELES SIMPLIFIES DE L'EQUILIBRE RADIAL.....	12
II.1.3 MODELE NON SIMPLIFIE DE L'EQUILIBRE RADIAL.....	13
II.2- MODELE DE L'EQUILIBRE RADIAL.....	14
II.3 RESOLUTION DE L'EQUATION GENERALE.....	16
II.4 PRESENTATION DU MODEL.....	17

### CHAPITRE III CALCULS DES PERTES

III.1 LES PROFILS.....	19
III.2 CALCUL DES ANGLES DE DEVIATIONS ; ECARTS FLUX-PROFIL.....	21
III.2.1 REGLE DE HOWELL.....	21
III.2.2 LES CORRELATIONS ANGLAISES (NGTE).....	22
III.3 PERTES DE PROFIL.....	23
III.3.1 LES PERTES VISQUEUSES.....	24
III.3.2 PERTES PAR CHOCS.....	26
III.3.2.1 ESTIMATION DU MACH CRITIQUE $M_w$ crit.....	27
III.3.2.2 ESTIMATION DES PERTES.....	28
III.4 CALCUL DES PERTES SECONDAIRES.....	28
III.4.1 PERTES DE LA VEINE.....	28
III.4.2 PERTES INDUITES.....	29
III.5 CRITERES SIMPLES PERMETTANT DE DETERMINER LA LIGNE DE POMPAGE.....	29
III.5.1 CRITERE DU FACTEUR DE DIFFUSION.....	29
III.5.2 CRITERE DE RALENTISSEMENT.....	30
III.5.3 CRITERE LIE AU DECOLLEMENT DE LA COUCHE LIMITE PARIETALE.....	30
III.5.4 CRITERE BASE SUR LA PENTE DE LA COURBE CARACTERISTIQUE.....	30

<b>CHAPITRE IV RESOLUTION NUMERIQUE</b>	
IV.1 METHODES ET PROCEDURES DE CALCUL.....	32
IV.2 LA PROCEDURE A SUIVRE.....	32
IV.2.1 CALCUL DES CARACTERISTIQUES A L'ENTREE DU 1er ETAGE.....	33
IV.2.2 MAILLAGE DU DOMAINE DE CALCUL.....	34
IV.2.3 CALCUL DES CARACTERISTIQUES A LA SORTIE DE LA 1ere NAPPE.....	35
IV.2.4 CALCUL DES CARACTERISTIQUES A LA SORTIE DES AUTRES NAPPES.....	37
a) Démarrage de la méthode de Runge-Kutta .....	37
b) schéma numérique .....	38
IV.3 CALCUL DES CARACTERISTIQUES MOYENNES DE L'ECOULEMENT.....	38
IV.3.1 CARACTERISTIQUES MOYENNES D'UN ETAGE.....	38
IV.3.2 CARACTERISTIQUES MOYENNES DE TOUS LE COMPRESSEUR.....	41
IV.4 ORGANIGRAMME DE CALCUL	
<b>CHAPITRE V RESULTATS ET INTERPRETATION</b>	
V.1 INTERPRETATION DES RESULTATS.....	47
V.2 COURBES DES PRESSIONS STATIQUES DANS CHAQUE ROUE .....	49
V.3 COURBES DES PRESSIONS TOTALES DANS CHAQUE ROUE .....	51
V.4 COURBES DES TEMPERATURES STATIQUES DANS CHAQUE ROUE .....	53
V.5 COURBES DES TEMPERATURES TOTALES DANS CHAQUE ROUE .....	55
V.6 COURBES DES MACHS ( $M_r$ et $M_a$ ) DANS CHAQUE ROUE .....	57
<b>CONCLUSION</b>	
<b>ANNEXES</b>	
ANNEXE A	
ANNEXE B	
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	

## LISTE DES FIGURES

FIG. (I.1) : CHAMPS DU COMPRESSEUR.....	02
FIG. (I.2) : VARIATION DE TAUX DE COMPRESSION EN FONCTION DU débit.....	04
FIG. (I.3) : DIAGRAMME CARACTERISTIQUE DETAILLE D'UN COMPRESSEUR AXIAL.....	04
FIG. (I.4) : ZONES D'INSTABILITES.....	05
FIG. (I.5) : MARGE AU POMPAGE BASEE SUR LA PENTE INITIALE « $M_{p1}$ ».....	07
FIG. (I.6) : PROPAGATION DU DECOLLEMENT ROTATIF.....	09
FIG. (II.1) : SCHEMATISATION DE L'ECOULEMENT SELON DEUX CONCEPTS : ECOULEMENT MERIDIEN ET ECOULEMENT AUBE A AUBE.....	10
FIG. (II.2) : PLAN MERIDIEN ATTACHE A UN POINT COURANT.....	11
FIG. (II.3) : PLAN MERIDIEN.....	11
FIG. (II.4) : ECOULEMENT TRIDIMENSIONNEL (CONDITION DE L'EQUILIBRE RADIAL).....	12
FIG. (II.5) : COURBURE DES FILETS D'AIR.....	15
FIG. (II.6) : ECOULEMENT A TRAVERS UNE GRILLE D'AUBES.....	17
FIG. (III.1) : PROFIL D'AUBE.....	19
FIG. (III.2) : NOTATIONS ET NOMENCLATURES.....	20
FIG. (III.3) : SQUELETTE D'UN PROFIL.....	21
FIG. (III.4) : PHENOMENES VISQUEUX DANS UNE ROUE DE COMPRESSEUR.....	23
FIG. (III.5) : CONDITION SUPERCRITIQUE.....	27
FIG. (III.6) : CONDITION D'ENTREE SUPERSONIQUE.....	27
FIG. (III.7) : DIAGRAMME ( $\varphi - \psi$ ).....	31
FIG. (IV.1) : L'ECOULEMENT A TRAVERS LA GRILLE D'AUBES.....	32
FIG. (IV.2) : DISCRETISATION DE L'ECOULEMENT LE LONG DE L'AUBAGE.....	34
FIG. (V.1,V.2,V.3,V.4) REPRESENTENT LA DISTRIBUTION DES ( $P_2$ ).....	PP.49-50
FIG. (V.5,V.6,V.7,V.8) REPRESENTENT LA DISTRIBUTION DES ( $P_{T2}$ ).....	PP.51-52
FIG. (V.9,V.10,V.11,V.12) REPRESENTENT LA DISTRIBUTION DES ( $T_2$ ).....	PP.53-54
FIG. (V.13,V.14,V.15,V.16) REPRESENTENT LA DISTRIBUTION DES ( $T_{T2}$ ).....	PP.55-56
FIG. (V.17,V.18,V.19,V.20) REPRESENTENT LA DISTRIBUTION DES ( $P_{T2}$ ).....	PP.57-58
FIG. (V.21) DIAGRAMME CARACTERISTIQUE DU COMPRESSEUR ENSAE.....	59
FIG. (V.22) REPRESENTE LES COURBES DES RENDEMENTS EN FONCTION DU DEBIT REDUIT.....	60

## NOTATIONS PRINCIPALES

### ❖ ALPHABETS LATINS :

- $H_i$  : L'enthalpie de l'écoulement absolu.
- $U$  : Vitesse tangentielle ( $U = w.r$ ).
- $w$  : Vitesse angulaire.
- $V_u$  : Composante azimutale ( ou tangentielle) de la vitesse absolue.
- $J$  : La rothalpie
- $H_{tm}^*$  : L'enthalpie d'arrêt relative moyen
- $H_i^*$  : L'enthalpie d'arrêt relative.
- $T_i^*$  : Température d'arrêt dans le repère relative.
- $R$  : Constante des gaz.
- $M_1$  : Nombre de Mach à l'entrée de la première nappe.
- $M$  : Nombre de Mach de rotation.
- $M_1^*$  : Nombre de Mach relatif à l'entrée de la première nappe.
- $M_2^*$  : Nombre de Mach relatif à la sortie de la première nappe.
- $M_m^*$  : Nombre de Mach relatif moyen.
- $M_{w_{crit}}$  : Nombre de Mach relatif critique.
- $P_1$  : Pression locale à l'entrée du rotor.
- $P_{t1}$  : Pression totale à l'entrée du stator.
- $P_{t1}^*$  : Pression totale relative à l'entrée du rotor.
- $P_2$  : Pression locale du stator.
- $P_{t2}$  : Pression totale à la sortie du stator.
- $P_{t2}^*$  : Pression totale relative à la sortie du stator.
- $P_{t2}^*$  : Pression relative statique à la sortie du rotor.
- $r_{m1}$  : Rayon moyen de la première nappe à l'entrée de la roue.
- $r_{m2}$  : Rayon moyen de la première nappe à la sortie de la roue.
- $U_m$  : Vitesse d'entraînement moyenne de la première nappe
- $U(1)$  : Vitesse d'entraînement à la sortie de la première nappe.
- $U_2(1)$  : Vitesse périphérique à l'entrée de la première nappe.

- $W_1(l)$  : Vitesse relative à l'entrée de la première nappe.
- $W_2(l)$  : Vitesse relative à la sortie de la première nappe.
- $V_2(l)$  : Vitesse tangentielle à la sortie de la première nappe.
- $V_{u2}(l)$  : Vitesse absolue à la sortie de la première nappe.
- $V_{m1}$  : Vitesse méridienne à l'entrée de la première nappe.
- $V_{m2}(l)$  : Vitesse méridienne à la sortie de la première nappe.
- A : Section.
- $T_m$  : Température relative moyenne.
- $P_m$  : Pression relative moyenne.
- $P_{tm}^*$  : Pression totale relative moyenne.
- $T_{tm}$  : Température absolue moyenne.
- $P_{tm}$  : Pression absolue totale moyenne.
- $M_m$  : Nombre de Mach absolu moyen.
- $N_r$  : Régime réduit (vitesse réduite).
- $D_r$  : Débit réduit.
- C : La corde.
- $f$  : La flèche.
- c : L'épaisseur maximale.
- s : Le pas.
- b : La profondeur de la grille.
- i : L'incidence.
- $\frac{f}{C}$  : Position de la flèche maxi.
- $\frac{s}{C}$  : Pas relatif de grille (inverse de la solidité).
- $w_R$  : Coefficient des pertes du rotor.
- $w_s$  : Coefficient des pertes du stator.
- $w_a$  : Travail de l'arbre.
- $w$  : Coefficient des pertes visqueuses.
- D : Facteur de diffusion.
- $D_{eq}$  : Facteur de diffusion équivalent.
- $H_2$  : Facteur de forme.

$L_a$  : Nombre de Laval.

$L_{p,crit}$  : Nombre de laval critique.

$\frac{t}{C}$  : Epaisseur de profil.

$W_{max}$  : Vitesse maximale sur l'extrados.

$C_{p_i}$  : Coefficient de pression statique local.

$w_l$  : Coefficient des pertes par choc.

$C_D$  : Coefficient de traînée globale.

$C_{DS}$  : Coefficient de traînée secondaire.

$C_{DA}$  : Coefficient de traînée de la veine.

$C_{DI}$  : Coefficient de traînée induite.

$C_L$  : Coefficient de portance.

$\theta$  : Epaisseur de quantité de mouvement de la couche limite.

$K_p$  : Coefficient de pression statique.

$\Delta H_{is}$  : Variation de l'enthalpie isentropique.

$C_M$  : Cambrure des lignes de courant dans le plan méridien.

$A_1$  : Section d'entrée.

$N$  : Vitesse de rotation en tours/min.

$\rho_1$  : Densité à l'entrée.

$A_{TE}$  : Différence de température.

$b_1$  : Largeur de la première nappe.

#### ❖ ALPHABETS GRECS :

$C_p$  : Capacité thermique massique à pression constante.

$\gamma$  : Exposant isentropique.

$\beta_1$  : Angle de flux.

$\beta_2$  : Angle de l'écoulement relatif de sortie.

$\beta_{ic}$  : Angle de profil.

$\eta \rightarrow \pi_r$  : L'efficacité relative.

$\eta_p$  : Rendement polytropique.

$\eta_s$  : Rendement isentropique moyen de tous le compresseur.

$\delta$  : Ecart flux/profil.

$\rho_m$  : Densité moyenne.

$\tau_{tm}$  : Rapport de température moyenné d'un seul étage.

$\eta_m$  : Efficacité moyenne d'un seul étage.

$\eta_{sm}$  : Rendement isentropique moyen d'un seul étage.

$\tau_t$  : Rapport de température moyenne de tous le compresseur.

$\theta$  : Cambrure.

$\varepsilon$  : Déflexion.

$\xi$  : Angle de calage.

$\alpha_1$  : Angle entre le vecteur de vitesse et le front de la grille en bord d'attaque.

$\alpha_2$  : Angle entre le vecteur de vitesse et le front de la grille en bord de fuite.

$\Delta\beta$  : Dérivation de « w ».

$\varphi$  : Coefficient de débit.

$\psi$  : Coefficient de pression.

$\pi_r$  : Rapport de compression

#### ❖ SYMBOLES DU PROGRAMME :

**b<sub>1</sub>** : La largeur de la nappe d'air à l'entrée du rotor.

**b<sub>2</sub>** : La largeur de la nappe d'air à la sortie du rotor.

**S** : L'espacement entre deux grilles.

**Taux** : Le taux de compression moyen de l'étage.

**ATE** : La différence de la température totale entre la station 1 et 2.

**To** : Le taux de compression de la nappe.

**Rmc** : Le rayon moyen (Mean), de la courbure.

**Rt<sub>1</sub>** : Le rayon du sommet (tip), à l'entrée de l'aube.

**Rt<sub>2</sub>** : Le rayon de sommet (tip), à la sortie de l'aube.

**Rr<sub>1</sub>** : Le rayon de base (root), à l'entrée de l'aube.

**Rr<sub>2</sub>** : Le rayon de base (root), à la sortie de l'aube.

**h<sub>1</sub>** : La hauteur de l'aube à l'entrée de la grille.

**h<sub>2</sub>** : La hauteur de l'aube à la sortie de la grille.

**CM** : La courbure.

**del ( $\delta$ )** : L'écart, Flux / Profil.

**teta** : L'angle méridienne.

**$R_m$**  : Le rayon moyen (mean) de la nappe d'air.

**$m$**  : Le nombre d'étages du compresseur.

**$N$**  : Le nombre des nappes dans l'aube.

**$\rho$**  : La masse volumique de l'air.

**Press** : La pression totale moyenne de l'étage.

**Temp** : La température totale moyenne de l'étage.

**tot** : Le taux de compression moyen de tous les étages.

## INTRODUCTION :

Une des qualités essentielles des compresseurs des moteurs modernes est de disposer d'une large plage de fonctionnement stable, cette plage est située entre les points de fonctionnement stabilisé du compresseur (ligne de fonctionnement) et sa limite de fonctionnement (ligne de pompage).

A même charge (taux de compression, vitesse périphérique ...) il est connu qu'un compresseur engendre plus au moins de plage de fonctionnement stable (marge au pompage) selon le choix de répartition de la charge entre les étages et le type des profils d'aubes utilisées.

En effet le pompage du compresseur est conséquent d'un décrochage local, pariétal ou de profil dépendant des conditions locales limites de l'écoulement.

L'objet de notre étude est d'élaborer un ensemble de programmes informatiques (codes de calcul) en langage fortran 90, qui nous permettent de calculer les performances hors adaptation pour n'importe quel type des compresseurs axiaux et tracer leurs diagrammes caractéristiques avec prédiction de la ligne de pompage.

Ces programmes de calcul représentent dans leur ensemble une application spéciale sur le compresseur bi-axial du banc compresseur de l'ENSAE.

La méthode de calcul utilisée est une méthode numérique (RUNGE-KUTTA d'ordre 4) pour la résolution du système d'équations différentielles de l'équilibre radial, avec les lois fondamentales de la conservation du débit, de la quantité de mouvement et de l'énergie. De plus nous avons utilisé quelques formules empiriques et différentes corrélations, pour le calcul des pertes et la prédiction de la ligne de pompage du compresseur étudié, ainsi que tracer son diagramme caractéristique.

Dans le premier chapitre, on présente quelques généralités sur le fonctionnement hors adaptation des compresseurs axiaux, où nous passons à la définition des multiples régimes appliqués aux compresseurs, et le phénomène de pompage, son origine et les facteurs qui sont appropriés.

Le deuxième chapitre, présente la méthode de l'équilibre radial ainsi que le modèle mathématique choisi pour la résolution de l'équation générale de l'équilibre radial.

Les types de pertes existants dans le compresseur, tels que les pertes visqueuses et les pertes par ondes de choc, sont traités en introduisant des corrélations empiriques dans le modèle de calcul, ce qui fait l'objet du troisième chapitre.

Le suivant chapitre contient toutes les procédures de calcul, ainsi que les formules appliquées aux calculs hors adaptation des performances des compresseurs axiaux avec une représentation synoptique des codes de calcul.

Dans le dernier chapitre, on a présenté les résultats obtenus par les codes sous formes de courbes, ainsi que leurs interprétation.

La thèse a été clôturée par une conclusion suivie par des annexes complémentaires aux chapitres précédents.

# CHAPITRE I

Généralités sur le fonctionnement hors adaptation des  
compresseurs axiaux

## L1 PRESENTATION DU FONCTIONNEMENT HORS ADAPTATION DES TURBOMACHINES :

Une turbomachine se calcule et se dimensionne pour un point de fonctionnement stabilisé bien déterminé (pour un avion civil, il sera en général le point de vol croisière par exemple :

$M = 0,8$  ,  $Z = 8000$  m, avec une poussée spécifique bien définie).

Le cycle pour ce point de fonctionnement s'optimise en fonction de certains critères tels que : la poussée, la consommation spécifique et l'état actuel de la technologie.

A la fin de cette étape, on a donc déterminé le cycle de cette machine et par suite son dimensionnement. Il reste à étudier le comportement de la machine tournante pour les autres points du domaine du vol. c'est ce qui constitue le fonctionnement hors adaptation de la turbomachine, dont la finalité est de trouver la ligne de fonctionnement en régime établi.

En régime transitoire, le problème est différent entre autre, car le moment cinétique du rotor intervient dans l'équilibre mécanique turbine-compresseur.

### L1.1 PARAMETRES REDUITS ET CHAMPS DU COMPRESSEUR :

Dans la pratique, on utilise les valeurs totales des températures et des pressions afin de faire apparaître, à partir du théorème de VACHY, les paramètres réduits suivants :

$$D_r = \frac{D\sqrt{T_{01}}}{P_{01}} \quad ; \quad N_r = \frac{N}{\sqrt{T_{01}}} \quad ; \quad \pi_r = \frac{P_{02}}{P_{01}}$$

Avec :

$D_r$  : débit réduit.

$N_r$  : vitesse réduite.

$\pi_r$  : rapport de compression.

$N$  : vitesse de rotation ( tours/minutes).

$D$  : débit d'écoulement à l'entrée  $D = (\rho_1, V_1, A_1)$ .

$A_1$  : section d'entrée.

Le champs de compression et la représentation des relations suivantes :

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \frac{P_{02}}{P_{01}} = f\left(\frac{D\sqrt{T_{01}}}{P_{01}}, \frac{N}{\sqrt{T_{01}}}\right) \quad \text{et} \quad \eta = g\left(\frac{D\sqrt{T_{01}}}{P_{01}}, \frac{N}{\sqrt{T_{01}}}\right)$$

Un exemple de champs de compresseur est représenté sur la figure (L1). On superpose aux iso régimes réduits des courbes iso rendement.

L'utilisation des paramètres réduits permettent donc de décrire les caractéristiques du compresseur de façon plus condensée, indépendante des conditions de température et de pression à l'entrée du composant.

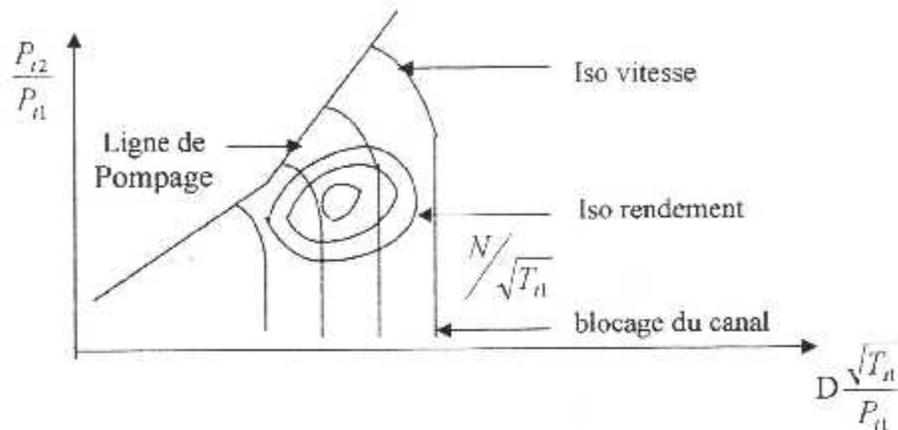
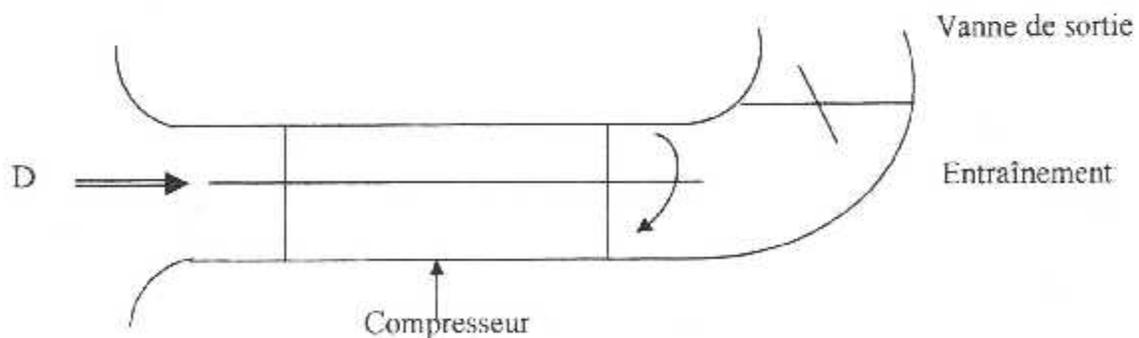


Fig. (1.1) : Champs du compresseur

Ce diagramme peut s'obtenir expérimentalement en entraînant le compresseur par un moteur électrique ou une turbine à gaz à une vitesse de rotation constante et en vannant la sortie du compresseur ; plus on ferme la sortie plus le débit réduit diminue alors que le taux de compression augmente : le maximum de puissance absorbée aboutira au point de pompage de la machine (décrochage des profils avec baisse brutale du débit) qu'il faudra éviter d'atteindre le régime stabilisé.



Le compresseur placé dans la turbomachine (accouplée avec la turbine et précédant la chambre de combustion) ne peut plus se déplacer que sur une ou plusieurs lignes de fonctionnement. Cette ligne doit être éloignée du pompage, mais pas trop, sous peine de détériorer le rendement. On ne peut pas avoir les caractéristiques du compresseur complètement que si celui-ci est entraîné par une source de force externe. L'unité d'entraînement doit être capable d'opérer en plusieurs régimes variables et contrôlés.

L'un des plus grands problèmes en testant le compresseur est le besoin d'une très grande puissance. Il existe deux méthodes pour réduire cette dernière :

- Serrer l'entrée d'air du compresseur
- Tester des modèles réduits

La diminution de l'entrée d'air réduit la densité, d'où le débit massique réduit aussi la puissance fournie.

Un autre problème apparaît lors des testes, c'est que l'environnement du compresseur pendant le test n'est pas le même que celui rencontré dans le moteur, à cause des changements du jeu cartère comme résultat des augmentations de température du cartère et de l'expansion des arbres.

Les testes des compresseurs sont en même temps complexes et coûteux, mais ils sont essentiels pour le développement de hautes performances du moteur.

### **L1.2 ANALYSE DU DIAGRAMME CARACTERISTIQUE D'UN COMPRESSEUR AXIAL :**

Afin d'examiner la courbe caractéristique d'un compresseur, il est préférable d'examiner en premier lieu la relation qui lie la pression disponible à la pression requise par un système, (voir Fig I.1). La pression requise est dictée entièrement par la résistance du système qui est à l'aval du compresseur. Donc, la courbe de la pression requise ne dépend pas du système et de la machinerie qui sont montés à l'aval du compresseur.

Donc, la position de cette courbe n'est pas fixe. Si un appareil est installé alors toute la courbe est déplacée vers le haut. La courbe de la pression disponible se termine au point A par un fonctionnement stable, pour un système donné la pression requise doit être égale à la pression fournie par le compresseur dans un domaine stable.

L'intersection des deux courbes est représentée par le point O, il est impossible d'opérer à la droite de ce point parce que à ce régime, la pression requise est supérieure à la pression disponible.

Il est possible d'opérer à la gauche du point O pour une vitesse constante à condition d'ajouter une résistance supplémentaire dans l'écoulement et donne un nouveau point O, situé sur la courbe de stabilité apparaît. Il faut rappeler que la limite des points stables est désignée par le point A.

Dans les turboréacteurs, la résistance de l'écoulement à vaincre pour un compresseur est la somme de toutes les résistances dues à la quincaillerie aéronautique situées à l'aval du compresseur, à savoir, la chambre de combustion, la turbine et le canal d'éjection et en fin la tuyère.

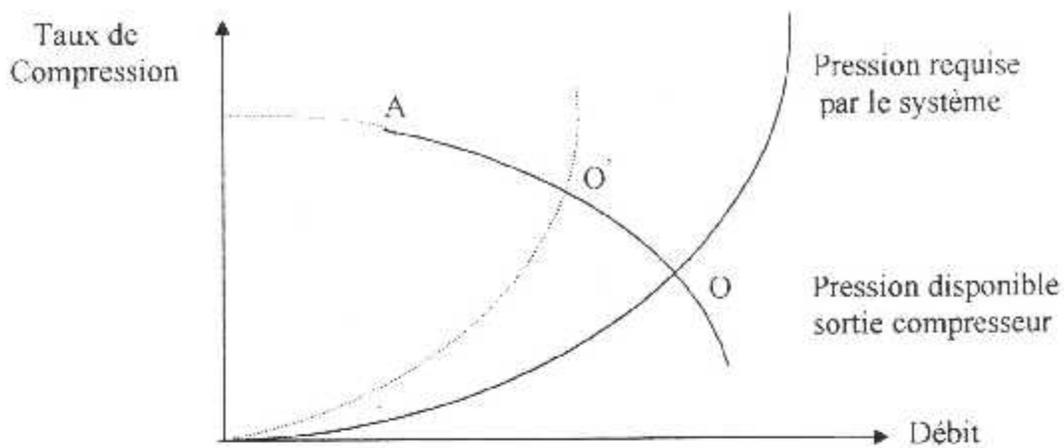


Fig. (I.2) : Variation de taux de compression en fonction du débit

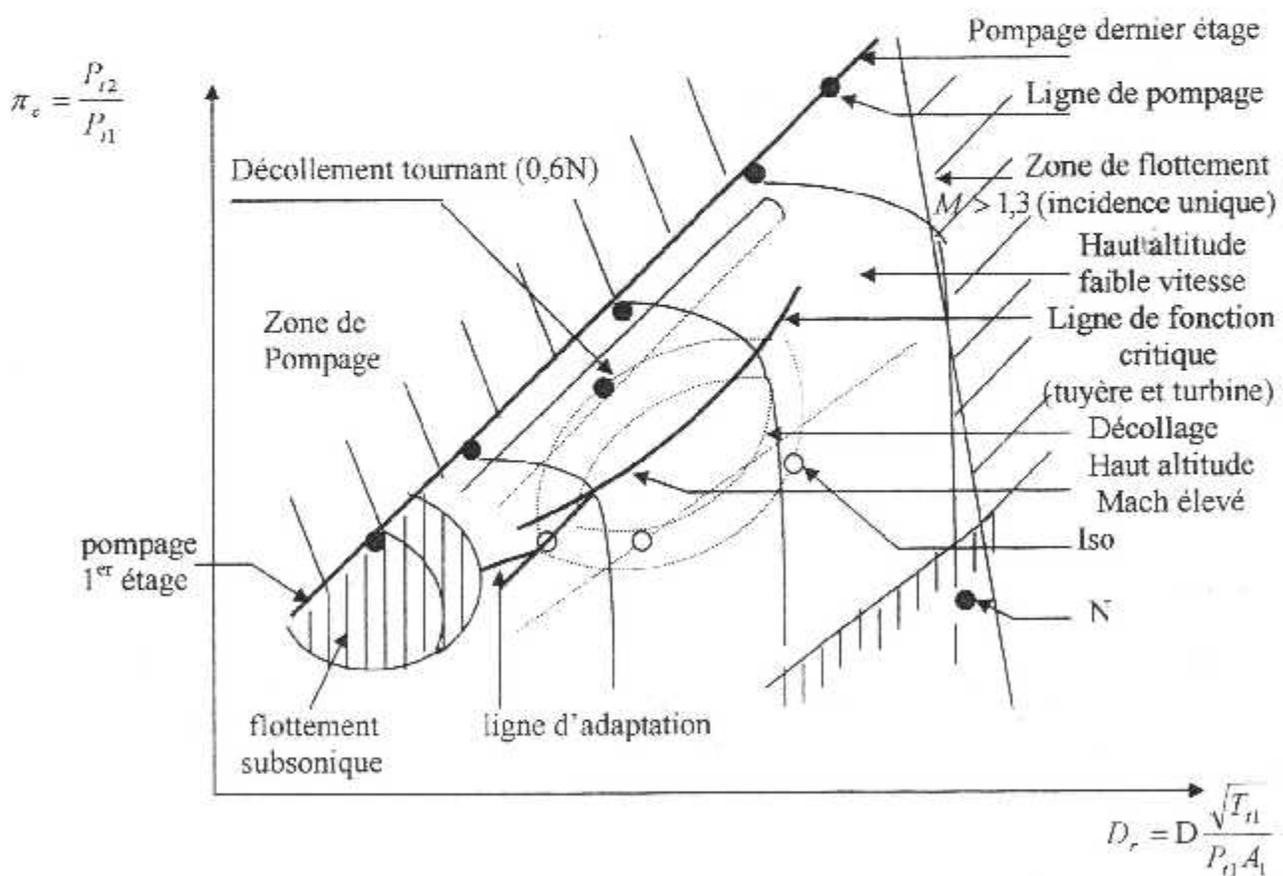
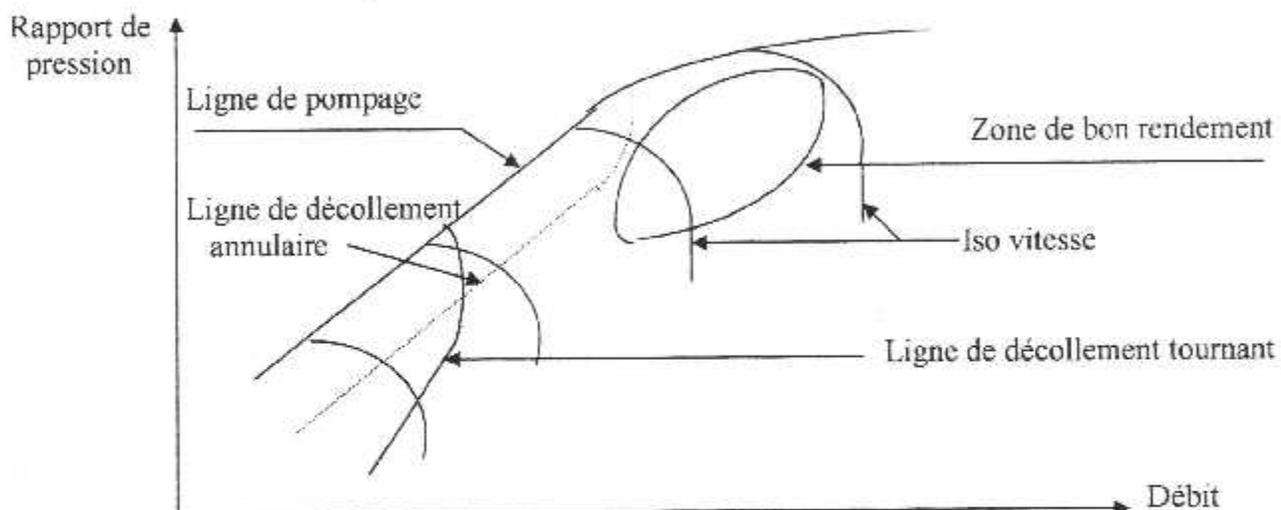


Fig. (I.3) : Diagramme caractéristique détaillé d'un compresseur axial

## I.2 LES INSTABILITES :

### I.2.1 PRESENTATION DU PROBLEME :

Il est classique de représenter la carte des performances d'un compresseur axiale dans le plan rapport de pression débit sur chaque courbe caractéristiques à vitesse de rotation constante (iso vitesse). Il existe un point rapport de pression débit au delà duquel apparaît un régime localement ou globalement instationnaire.



**Fig. (I.4) : Zones d'instabilités**

Ces régimes peuvent être essentiellement de quatre types : décollement tournant, décollement annulaire, flottement ou pompage.

Le pompage est un régime instationnaire qui affecte l'ensemble « compresseur - circuit récepteur ». il est caractérisé par une oscillation axiale du débit à faible fréquence avec des amplitudes considérables. La naissance d'un tel phénomène dépend non seulement du compresseur mais aussi de son environnement, elle peut néanmoins être déclenchée par la présence de décollement tournant. Ce régime inacceptable, en raison des graves dangers qu'il présente, oblige les constructeurs à prévoir une « Marge de pompage », c'est à dire une limite du domaine de fonctionnement qui exclut l'ensemble de ces instabilités, le problème est d'autant plus critique que la zone de bon rendement voisine avec cette marge doit se faire au niveau de l'avant projet en tenant compte de la précision de la méthode déterminant la ligne de pompage de son éloignement du point d'opération optimum et de l'influence des hétérogénéités de l'écoulement à l'entrée du compresseur.

## **I.2.2 LE PHENOMENE DE POMPAGE DANS LES COMPRESSEURS AXIAUX :**

### **I.2.2.1 INTRODUCTION :**

La plage de fonctionnement stable des moteurs modernes est limité par le phénomène du pompage du compresseur. Plusieurs méthodes ont été développées visant à étendre cette plage en retardant l'apparition de ce phénomène.

Dans cette partie on essaiera d'analyser le phénomène de pompage, d'étudier les différentes méthodes permettant d'augmenter la « Marge au pompage » et enfin de situer dans le cadre de ces méthodes une nouvelle approche consistant à optimiser le gradient radial de charge. En effet, le pompage du compresseur est la conséquence d'un décrochage local, pariétal ou de profil, dépendant des conditions limites de l'écoulement.

Ce raisonnement laisse à penser que tous les moyens permettant de retarder l'apparition des conditions limites locales de l'écoulement responsables du décrochage et conduiraient à un élargissement du plage de fonctionnement stable du compresseur. Le changement sensible du gradient entre le pied et la tête des aubages des différents paramètres aérodynamiques entre la ligne de fonctionnement nominale et la limite de pompage permet d'avancer l'idée que l'optimisation de ces gradients au point nominal pourrait améliorer la marge au pompage du compresseur.

### **I.2.2.2 DEFINITION QUANTATIVE DE LA MARGE AU POMPAGE :**

La marge au pompage, nous l'avons vu, estime la distance entre la ligne de fonctionnement (définie généralement comme le lieu géométrique, dans le plan taux de compression – débit, des points de rendement maximal) et la ligne de pompage (limite de fonctionnement stable) pour une iso vitesse deux thèses s'affrontent :

- La première intéresse à la distance entre le point nominal et le point de pompage sur la même iso vitesse.
- La deuxième à la distance entre le point nominal et un point sur la ligne de pompage se trouvant au même débit du point nominal.

a) Marge au pompage basée sur la pente initiale «  $M_{pi}$  » :

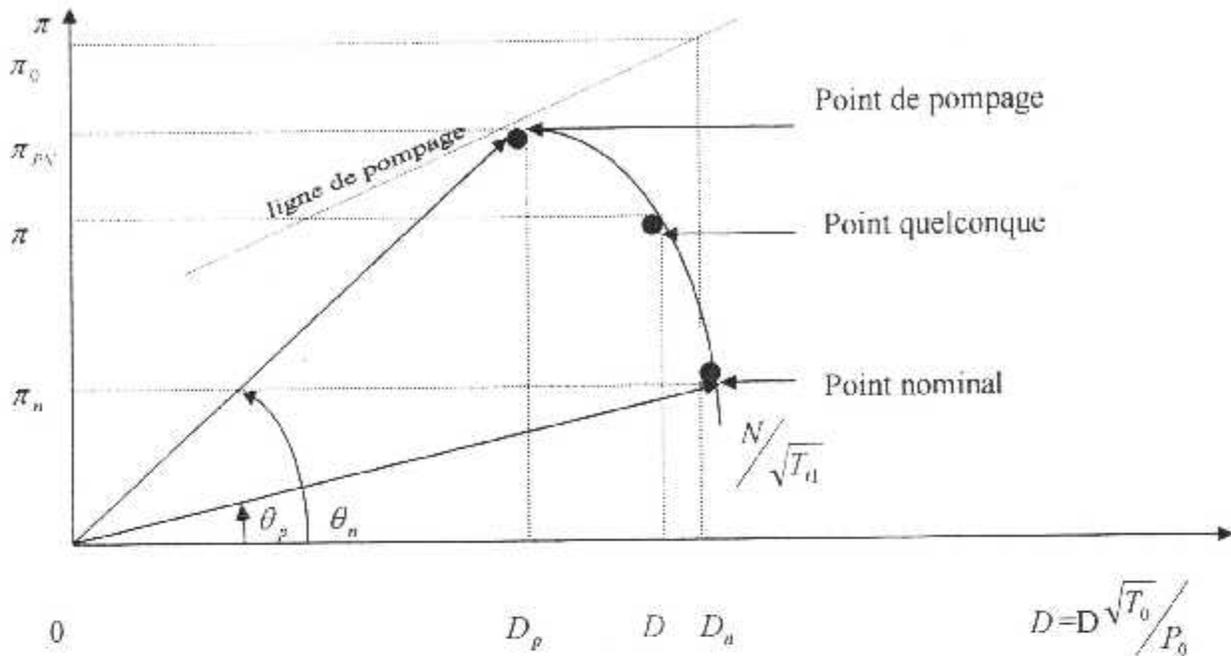


Fig. (I.5): Marge au pompage basée sur la pente initiale «  $M_{pi}$  »

Cette définition de la marge au pompage ne s'intéresse qu'au pompage sur une même iso vitesse indépendamment de la forme de la ligne de pompage ou des points de pompage sur les autres iso vitesses, fig (I.6).

On a : 
$$M_{pi} = \left[ \left( \frac{\pi_{pv}}{D_p} \right) / \left( \frac{\pi_n}{D_n} \right) - 1 \right] * 100 \dots\dots\dots (I.1)$$

«  $M_{pi}$  » Mesure la distance angulaire entre le point nominal et le point de pompage. Cette définition la plus souvent utilisée par le rapport NASA, peut être exprimée également par :

$$M_{pi} = \left[ \frac{tg \theta_p}{tg \theta_n} - 1 \right] * 100 \dots\dots\dots (I.2)$$

Utilisant la même méthode, on peut définir un point quelconque sur une vitesse donnée par un paramètre appelé « XMARGE ».

Avec :

$$XMARGE = \left[ \left( \frac{\pi}{2} \right) / \left( \frac{\pi_n}{D_n} \right) - 1 \right] * 100 \dots\dots\dots (I.3)$$

Au point nominal	$X_{MARGE} = 0,0 \%$ .
Au point de pompage	$X_{MARGE} = M_{pi}$ .
Pour $\pi < \pi_n$	$X_{MARGE}$ est négatif.
Pour $\pi > \pi_n$	$X_{MARGE}$ est positif.

#### b) Marge au pompage basée sur un iso débit « $M_{pd}$ » :

Cette marge au pompage est la plus utilisée dans l'industrie. Elle est définie par la figure (I.6).

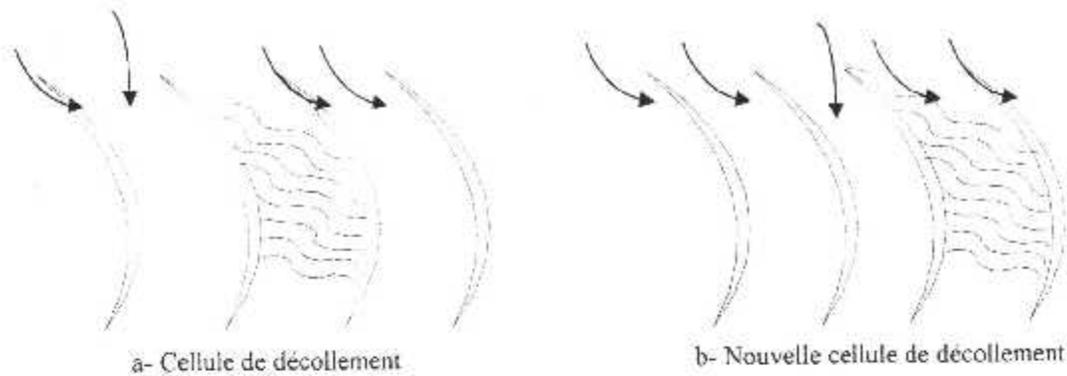
La simplicité de cette définition est évidente, elle s'intéresse directement au taux de compression. La notion d'iso débit n'est pas éloignée de la méthode de calcul hors adaptation généralement utilisée et dans laquelle on impose un débit.

#### I.2.3 LE FLOTTEMENT :

Couplage mécanique ( vibration d'aube ) et aérodynamique ( si l'incidence bouge ) pouvant apparaître en subsonique à faible débit, forte pression ou en supersonique à fort débit et forte pression.

#### I.2.4 LE DECOLLEMENT ROTATIF :

Un autre phénomène important qui peut conduire à un dommage important du compresseur, est celui du décollement rotatif. Si l'incidence «  $i$  » devient trop forte ( en positif ) sur une ailette, l'extrados décolle et le débit au niveau de cette ailette diminue, le débit total restant stationnaire contrairement au pompage. Il est dévié vers les ailettes voisines qui sont ainsi sustentées avec des incidences trop fortes et qui décollent à leur tour. Ce décollement tourne dans une roue à une vitesse liée à la vitesse de rotation de cette roue. Comme le montre la figure (I.6a), on a une seule ailette décollée quand il y a déviation du flux qui tend à surcharger une ailette voisine et décharger l'autre adjacente, alors celle qui est surchargée décolle et la déviation du flux qui résulte déchargera l'ailette originale décollée comme dans la figure (I.6b).



**Fig. (L6) : Propagation du décollement rotatif**

Ce processus se répète et la cellule décollée se propage dans la direction indiquée. Dans ce cas, il peut y avoir plus d'une cellule décollée dans une seule grille.

Généralement, les zones de décollement qui peuvent être plusieurs, tournent à peu près à  $\frac{1}{2}$  de la vitesse du moteur.

Ces charges et décharges alternées des ailettes établissent des contraintes alternatives dans chaque ailette. Ces contraintes ne sont pas très élevées à moins qu'il y est une fréquence égale à la fréquence vibratoire de l'ailette. dans ce cas, des contraintes élevées se présentent et ainsi une panne de fatigue, d'où une destruction totale de toute la grille.

La moindre chose à faire est de prévenir ces pannes en évitant les vitesses correspondantes aux résonances.

# CHAPITRE II

Méthode de l'équilibre radial

Cette synthèse concerne une méthode permettant une simulation numérique du comportement des écoulements qui traversent une turbomachine (parties fixes et mobiles des compresseurs et turbines axiales), seul l'aspect aérodynamique sera étudié à l'exclusion de tout phénomène réactif, il convient également préciser que :

- ♦ Seuls les fluides compressibles monophasiques considérés ici.
- ♦ Les applications envisagées font intervenir la compressibilité du fluide excluant ainsi les régimes à basse vitesse.

Les méthodes de calcul appropriées, les plus avancées, sont surtout développées dans le domaine aéronautique.

L'écoulement dans une turbomachine est caractérisé par quatre aspects essentiels qui sont : La tridimensionnelle, la viscosité, l'instationnarité (même en régime stationnaire) et les transferts thermiques.

## II.1 CALCUL DE L'EQUILIBRE RADIAL :

L'équilibre radial constitue l'approche la plus simplifiée de l'écoulement méridien, il consiste à se donner à priori la conicité et la courbure des filets fluides. Sa description sera plus détaillée que les méthodes de calcul plus générales car il contient un outil très précieux et relativement facile à mettre en œuvre.

Rappelons que les schémas d'écoulement moyen à l'origine du développement de nombreuses méthodes de calcul, consiste à admettre que si le nombre d'aubes est suffisamment élevé, l'écoulement demeure en moyenne axisymétrique à la traversée des diverses roues dont l'action peut être simulée par un champs de forces volumiques. Le calcul de cet écoulement moyen, dit également méridien, qui est mathématiquement bidimensionnel, permet de déterminer, d'une part la géométrie des nappes de courant de révolution à travers toute la machine considérée.

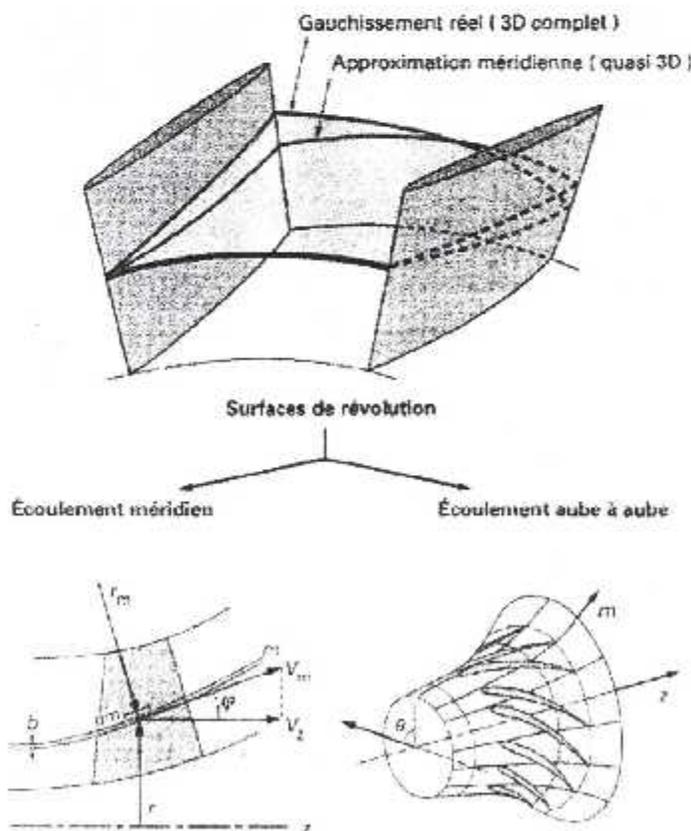


Fig. (II.1) Schématisation de l'écoulement selon deux concepts :  
Écoulement méridien et écoulement aube à aube

## II.1.1 DEFINITIONS :

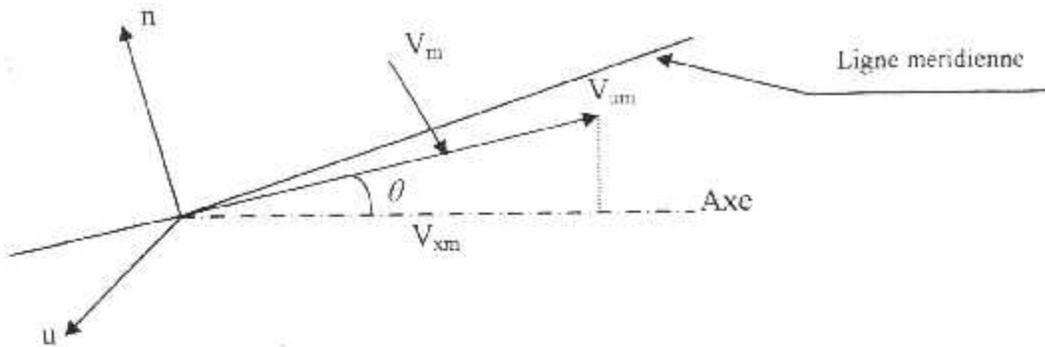


Fig. (II.2) : Plan méridien attaché à un point courant

$V_m$  = vitesse méridienne (projection de la vitesse  $V$  sur une ligne méridienne).

$V_u$  = projection de  $V$  sur une section droite (projection de  $V$  sur  $U$ ) selon  $U$ .

**Remarque :** Ce plan méridien contient le point 0 et l'axe de la machine.

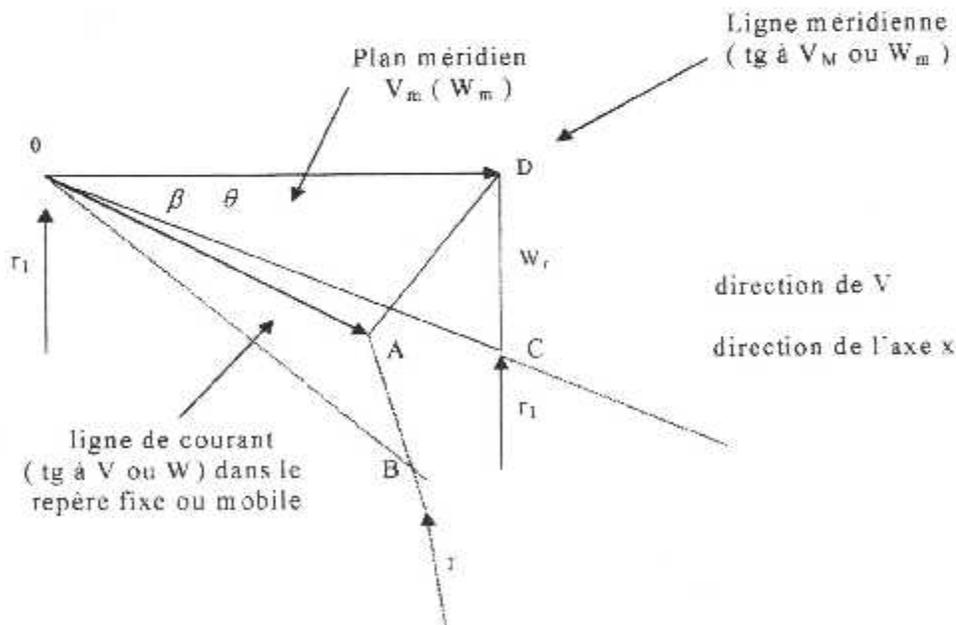


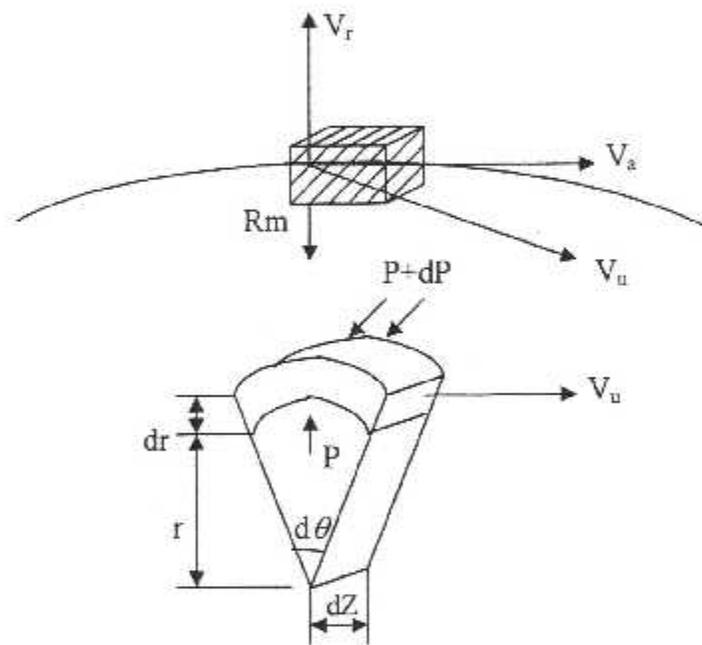
Fig. (II.3) : Plan méridien

L'écoulement tridimensionnel est remplacé par un écoulement moyen axisymétrique (projeté dans le plan méridien) bidimensionnel  $f(r,x)$  auquel on superposera un écoulement sur une surface axisymétrique (résolu par Catsanis = différences finies ou d'autres méthodes fluide parfait). On supposera être en fluide parfait ( $\vec{\tau}_f = \vec{0}$ ) pour l'écoulement moyen stationnaire dans chaque aubage par rapport au repère lié à l'aubage (l'hypothèse d'écoulement moyen axisymétrique ne sera faite qu'à la fin). Les effets de viscosité se rajoutent après[2].

**II.1.2 MODELES SIMPLIFIES DE L'EQUILIBRE RADIAL :**

L'écoulement étudié est considéré comme permanent quelque soit le repère, ignorant les perturbations instationnaires induites par une roue sur son environnement. Une simplification largement utilisée de cet écoulement est obtenu par le concept de l'équilibre radial ; en effet ; dans le cas d'un écoulement axisymétrique, l'équation dans le sens radial, écrite en coordonnées cylindriques sans prendre en compte les termes de frottement, s'écrit pour un écoulement permanent :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{V_u^2}{r} - \frac{dV_r}{dt} \dots\dots\dots(II.1)$$



**Fig. (II.4) : Ecoulement tridimensionnel (condition de l'équilibre radial)**

Les termes dus à la conicité et à la courbure des filets fluides sont mis en évidence de la façon suivante :

Appelons «  $V_m$  » la projection de la vitesse «  $V$  » dans le plan méridien et «  $\theta$  » l'angle de «  $V_m$  » avec «  $V_z$  ». «  $R_m$  » étant le rayon de courbure de la projection méridienne du filet de courant. Il vient alors :

$$V_r = V_m \cdot \sin \theta$$

Ce qui donne en dérivant :

$$\frac{dV_r}{dt} = \frac{dV_m}{dt} \sin \theta + V_m \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \dots\dots\dots(II.2)$$

Avec : 
$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d\theta}{dm} \frac{dm}{dt} = \frac{V_m}{R_m}$$

D'où la nouvelle forme de l'équilibre radial :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{V_u^2}{r} - \frac{dV_m}{dt} \sin \theta - \frac{V_m^2}{R_m} \cos \theta \dots\dots\dots(II.3)$$

Avec :  $\frac{V_u^2}{r}$  : Giration.

$\frac{dV_m}{dt} \sin \theta$  : Conicité.

$\frac{V_m^2}{R_m} \cos \theta$  : Courbure.

Si l'on néglige les deux derniers termes, on obtient l'expression la plus simplifiée, dite "équilibre radial simplifié", qui peut être intégré analytiquement dans des cas simples.

**Exemple :** Cas de "Frée-Vortex" ; la solution analytique est :

$r \cdot V_u = \text{cte}$  (condition de Vortex libre).

**II.1.3 MODELE NON SIMPLIFIE DE L'EQUILIBRE RADIAL :**

Comme il est démontré dans [02], l'équation complète de l'équilibre radial est déduite des équations de "Navier Stocks" en coordonnées cylindriques ou les effets de viscosité et l'hypothèse de l'axisymétrie de l'écoulement moyen ne sont introduits qu'à la fin. L'équation finale est de la forme :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1 - \frac{W_x^2}{a^2}}{1 - \frac{W_M^2}{a^2}} \left[ \frac{(W_u + u)^2}{r} - \frac{W_M^2}{\cos \theta} C_M \right] - a^2 \left( \frac{\text{tg} \theta}{r} + \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) \left\{ \begin{array}{l} \frac{W_x W_r}{a^2} \\ 1 - \frac{W_M^2}{a^2} \end{array} \right\} \dots\dots(II.4)$$

ou bien :

$$\left( 1 - \frac{M_{W_x}^2}{\cos^2 \theta} \right) \cdot \frac{1}{\rho a^2} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} = \left( 1 - M_{W_x}^2 \right) \left[ \frac{M_{V_u}^2}{r} - \frac{M_{W_x}^2}{R_m \cos^3 \theta} \right] \cdot M_x \cdot M_r \cdot \left( \frac{\text{tg} \theta}{r} + \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right)$$

**II.2- MODEL DE L'EQUILIBRE RADIAL :**

Écoulement axisymétrique  $\longrightarrow \frac{\partial}{\partial \theta} ( ) = 0$

Avec l'hypothèse axisymétrique  $\frac{\partial}{\partial \theta} ( ) = 0$ , les équations de continuité, de mouvement et de l'énergie sont écrites dans le repère mobile comme suit :

♦ **Continuité :**

$$\frac{\partial}{\partial r} (\rho W_r) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho W_x) + \rho \frac{W_r}{r} = 0 \dots\dots\dots (II.5)$$

♦ **Mouvement :**

$$W_r \frac{\partial W_r}{\partial r} + W_x \frac{\partial W_r}{\partial x} - \frac{W_u^2}{r} - w^2 r - 2wW_u = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \dots\dots\dots (II.6)$$

$$W_r \frac{\partial W_u}{\partial r} - W_x \frac{\partial W_u}{\partial x} + \frac{W_r W_u}{r} - 2wW_r = 0 \dots\dots\dots (II.7)$$

$$W_r \frac{\partial W_x}{\partial r} + W_x \frac{\partial W_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \dots\dots\dots (II.8)$$

♦ **Energie :**

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = T \frac{\partial S}{\partial r} - \frac{\partial J}{\partial r} + \frac{1}{2} \frac{\partial (W^2)}{\partial r} - w^2 r \dots\dots\dots (II.9)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = T \frac{\partial S}{\partial x} - \frac{\partial J}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial (W^2)}{\partial x} \dots\dots\dots (II.10)$$

On peut introduire la vitesse du son  $a^2 = \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{s=cte}$  dans l'équation (II.1) qui devient :

$$a^2 \frac{\partial W_r}{\partial r} + a^2 \frac{\partial W_x}{\partial x} + a^2 \frac{W_r}{r} + \frac{1}{\rho} W_r \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{\rho} W_x \frac{\partial P}{\partial x} = 0$$

Si on associe (II.6) et (II.8) on obtient :

$$\frac{1 - \frac{W_x^2}{a^2}}{1 - \frac{W_x^2 + W_r^2}{a^2}} \left( W_x \frac{\partial W_r}{\partial x} - W_r \frac{\partial W_x}{\partial x} - \frac{(W_u + U)^2}{r} \right) + \frac{W_x W_r}{a^2} \left( W_r \frac{\partial W_x}{\partial r} - W_x \frac{\partial W_r}{\partial r} - \frac{a^2 W_r}{r W_x} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \dots (II.11)$$

Or :  $\operatorname{tg} \theta = \frac{W_r}{W_x} = \frac{\partial r}{\partial x}$  et  $W_M^2 = W_x^2 + W_r^2$

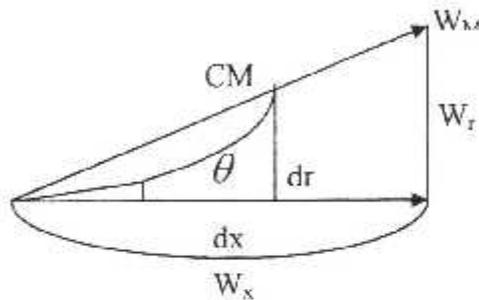


Fig. (II.5) : Courbure des filets d'air

D'où la nouvelle équation :

$$\frac{1 - \frac{W_x^2}{a^2}}{1 - \frac{W_M^2}{a^2}} \left( \frac{W_x^2}{\cos^2 \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{(W_u + U)^2}{r} \right) - \frac{W_x W_r}{a^2} \left( \frac{W_x^2}{\cos^2 \theta} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{a^2 W_r}{r W_x} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \dots (II.12)$$

que l'on peut combiner avec celle de l'énergie pour obtenir, si on tient en compte de la définition de la cambrure des lignes de courant dans le plan méridien :

$$C_M = \frac{d\theta}{dsm} = \frac{\frac{d\theta}{dx}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}}$$

Avec :  $\frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial \theta}{\partial r} \operatorname{tg} \theta = \frac{C_M}{\cos \theta}$  puisque  $\frac{d\theta}{dx} = \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial \theta}{\partial r} \frac{dr}{dx} + 0$

D'où la forme implicite pour la vitesse :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{W^2}{2} \right) = \frac{\partial J}{\partial r} - T \frac{\partial S}{\partial r} + w^2 r - \frac{1 - \frac{W_x^2}{a^2}}{1 - \frac{W_M^2}{a^2}} \left( \frac{(W_u + U)^2}{r} - \frac{W_M^2}{\cos \theta} C_M \right) - \frac{W_x W_r}{1 - \frac{W_M^2}{a^2}} \left( \frac{\text{tg} \theta}{r} + \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) \dots \dots \dots (II.13)$$

• Dans la roue fixe :

- On a « W » remplacé par « V »
- « J<sub>rothalpie</sub> » remplacé par « H<sub>i</sub> »
- « U » remplacé par « O »

On remarquera que la seule variable indépendante est « r » (pas de x ni de θ ) d'où :  $\frac{\partial}{\partial r} ( ) = \frac{d}{dr} ( )$

**II.3 RESOLUTION DE L'EQUATION GENERALE :**

L'équation (II.13) peut s'écrire de façon générale en introduisant la courbure de la ligne de courant méridienne :

Puisque  $W_x W_r = W_x^2 \text{tg} \theta$

On a :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1 - \frac{W_x^2}{a^2}}{1 - \frac{W_M^2}{a^2}} \left[ \overbrace{\frac{(W_u + U)^2}{r}}^{\text{giration}} - \overbrace{\frac{W_M^2}{\cos \theta} C_M}^{\text{terme de courbure de la méridienne}} \right] - a^2 \overbrace{\left( \frac{\text{tg} \theta}{r} + \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right)}^{\text{coefficient des lignes de courant}} \left( \frac{W_x W_r}{1 - \frac{W_M^2}{a^2}} \right) \dots \dots \dots (II.14)$$

En introduisant :  $Mw_x, Mw_M, Mv_u$  et  $Rm = \frac{1}{Cm}$

$$Mw_x = \frac{W_x}{a} \quad ; \quad Mv_u = \frac{V_u}{a}$$

$$Mw_M = \frac{W_M}{a} = \frac{W_x}{a \cos \theta}$$

L'équation générale précédente devient :

$$\left(1 - \frac{Mw_x^2}{\cos^2 \theta}\right) \frac{1}{a^2 \rho} \frac{dp}{dr} = (1 - Mw_x^2) \left[ \frac{Mw_u^2}{r} - \frac{Mw_x^2}{R_m \cos^3 \theta} \right] - M_x M_r \left( \frac{tg \theta}{r} + \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{d\theta}{dr} \right) \dots \dots \dots (II.15)$$

En introduisant l'angle «  $\beta$  » de W avec  $W_M$ , on aura :

$$Mw_x = Mw \cos \beta \cos \theta \quad ; \quad Mw_u = Mw \sin \beta \quad ; \quad Mw_x Mw_r = Mw_x^2 tg \theta$$

Les maches se relient aux pressions totales :

$$\omega(M) = \frac{P}{P_t} \quad ; \quad \omega(Mw) = \frac{P}{P_t'}$$

On veut résoudre cette équation dans deux plans (sections droites) plan (1) et plan (2). Le plan (1) désigne l'entrée ; par contre le plan (2) désigne la sortie d'un canal annulaire avec ou sans roue fixe ou mobile [2]

**II.4 PRESENTATION DU MODEL :**

La théorie classique, telle qu'elle est appliquée en aérodynamique interne, permet des calculs simples très utiles grâce à l'application des relations générales déduites des équations de conservation du débit, théorème d'Euler et de la conservation de la rothalpie.

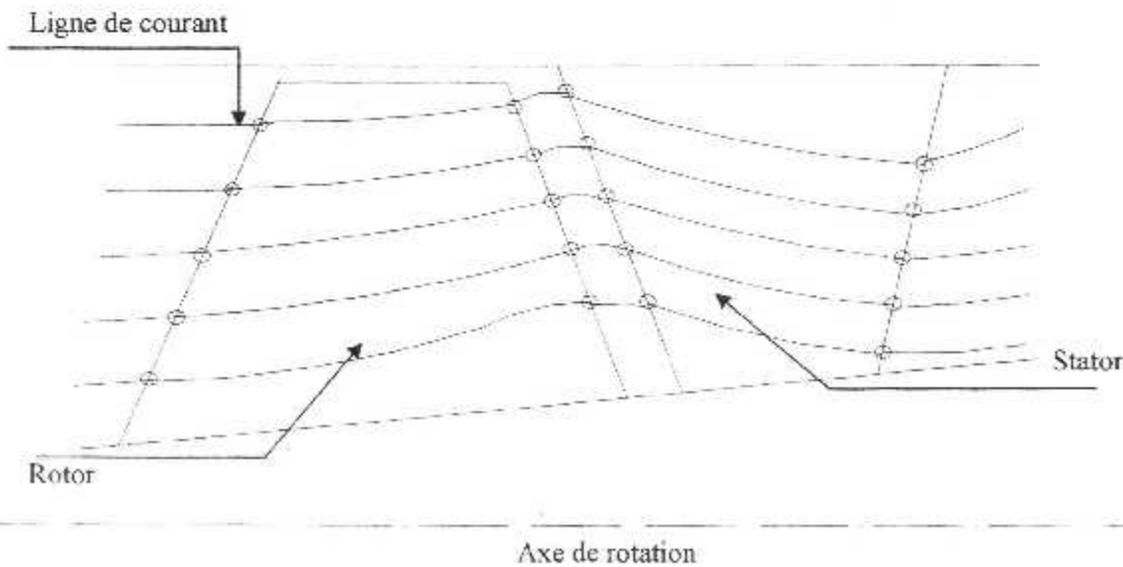


Fig. (II.6) : Ecoulement à travers une grille d'aubes

L'extension en cas d'une nappe de courant (oxy) axisymétrique dans un référentiel en rotation, appliquée aux grandeurs moyennes azimutales [Annexe A] donne :

$$\frac{dr_2}{dr_1} = \frac{\sum (M_2') \cdot r_1 \cos \beta_2 \cos \theta_1}{\sum (M_1') \left( \frac{T_{12}'}{T_1'} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \cdot r_2 \cos \beta_1 \cos \theta_2 \cdot \eta_{12}} \dots\dots\dots (II.17)$$

Ou bien :

$$\frac{dr_2}{dr_1} = g[r_2, \beta_2, P_2, P_{12}, T_{12}, \theta(r_2)] \dots\dots\dots (II.18)$$

Et comme le rayon « r<sub>2</sub> » est inconnu, on ne peut pas intégrer cette équation, de ce fait on utilise l'équation de l'équilibre radial comme une deuxième équation différentielle, on aura :

$$\left( 1 - \frac{M_{wx_2}^2}{\cos^2 \theta_2} \right) \frac{1}{\rho_2 a_2^2} \frac{dP_2}{dr_2} = \left( 1 - M_{wx_2}^2 \right) \left[ \frac{M_{v1_2}^2}{r_2} - \frac{M_{wx_2}^2}{R_m \cos^3 \theta_2} \right] - M_{x_2} M_{r_2} \left( \frac{tg \theta_2}{r_2} + \frac{1}{\cos^2 \theta_2} \frac{d\theta_2}{dr_2} \right) \dots\dots\dots (II.19)$$

Ou bien :

$$\frac{dP_2}{dr_2} = f[P_2, r_2, \theta(r_2), r_m(r_2), \beta_2, P_{12}] \dots\dots\dots (II.20)$$

Du fait que :

$$\frac{dP_2}{dr_1} = \frac{dr_2}{dr_1} \cdot \frac{dP_2}{dr_2} \dots\dots\dots (II.21)$$

Les deux équations ci-dessus forment un système d'équation différentielle du premier ordre de la forme :

$$\begin{cases} \frac{dr_2}{dr_1} = g[r_2, \beta_2, P_2, P_{12}, T_{12}, \theta(r_2)] \\ \frac{dP_2}{dr_1} = \frac{dr_2}{dr_1} f[P_2, r_2, \theta(r_2), r_m(r_2), \beta_2, P_{12}] \end{cases} \dots\dots\dots (II.22)$$

Ces deux équations différentielles s'intègrent par une méthode numérique (la méthode de RUNGE-KUTTA du 4<sup>ème</sup> ordre).

# CHAPITRE III

Calcul des pertes

## III.1 LES PROFILS :

## ❖ NOMENCLATURE DES PROFILS :

On appelle profil, la section plane de l'aube par rapport à un plan perpendiculaire à sa ligne moyenne. Cependant, certaine nomenclature relative aux profils sont comme suite :

- Le squelette d'un profil : la ligne médiane entre l'extrados et l'intrados.
- La corde  $C$  : est le segment rectiligne joignant les extrémités du squelette orienté dans le sens de l'écoulement.
- La flèche «  $f$  » du profil : est l'ordonnée maximale du squelette par rapport à sa corde. Elle est généralement exprimée en % de la corde.
- La distance  $a$  : est l'abscisse de cette flèche, projeté sur la corde à partir du bord d'attaque. Elle est exprimée en % de la corde.

( $\frac{a}{c} = 50\%$  Dans le cas des squelettes circulaires utilisées souvent pour les aubes du compresseur).

- La cambrure  $\theta$  :  $\theta = \beta_1' - \beta_2'$

Avec :

- ❖  $\beta_1'$  : angle d'entrée d'aube.
- ❖  $\beta_2'$  : angle de sortie d'aube.

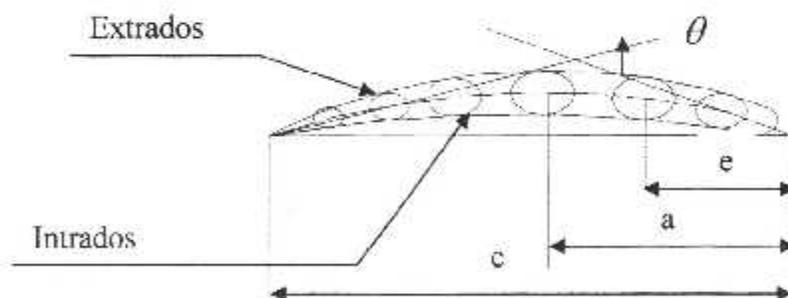


Fig. (III.1) : Profil d'aube

On définit le squelette, la corde «  $C$  », la flèche «  $f$  », l'épaisseur maximale «  $e$  » et la déviation angulaire «  $\theta$  ».

Dans le cas d'une grille, les profils sont reliés entre eux par d'autres paramètres tels que (fig.III.2).

- Le pas  $S$  : la distance entre deux aubes successives mesurée parallèlement au front de la grille.
- La profondeur «  $b$  » de la grille : est la distance perpendiculaire entre la section d'entrée de la grille et celle de la sortie.

- L'incidence «  $i$  » : l'angle entre la vitesse d'entrée d'air et la tangente du squelette à l'entrée.
- La déflexion «  $\varepsilon$  » : l'angle de déflexion de l'écoulement entre l'entrée et la sortie d'aube.

Avec :

$$\varepsilon = \beta_1 - \beta_2.$$

- L'angle de calage «  $\xi$  » : l'angle entre la corde et la perpendiculaire sur le front. *de la grille*
- L'angle de déflexion «  $\delta$  » : l'angle entre la vitesse de sortie d'air et la tangente du squelette à la sortie.

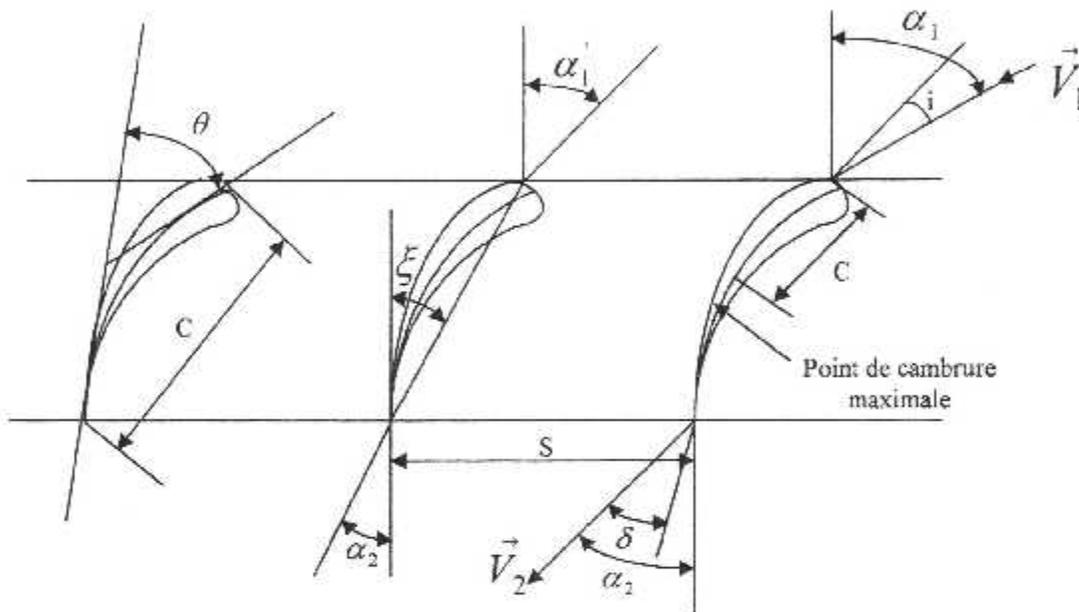


Fig. (III.2) : Notations et nomenclatures

Avec :

- ❖  $\xi$  : Angle de calage.
- ❖  $S$  : Le pas
- ❖  $\alpha_1$  : Angle entre le vecteur de vitesse et le front de la grille en bord d'attaque.
- ❖  $\alpha_2$  : Angle entre le vecteur de vitesse et le front de la grille en bord de fuite.
- ❖  $i$  : L'indice ( $i = \alpha_1 - \alpha_2$ )
- ❖  $\delta$  : L'angle de déviation ou l'écart flux / profil.  $\delta = \beta_2 - \beta_1$
- ❖  $V_1$  : La vitesse absolue d'air à l'entrée du bord d'attaque.
- ❖  $V_2$  : La vitesse absolue d'air à la sortie du bord de fuite.
- ❖  $W_1$  : La vitesse relative d'air à l'entrée du bord d'attaque.
- ❖  $W_2$  : La vitesse relative d'air à la sortie du bord de fuite.

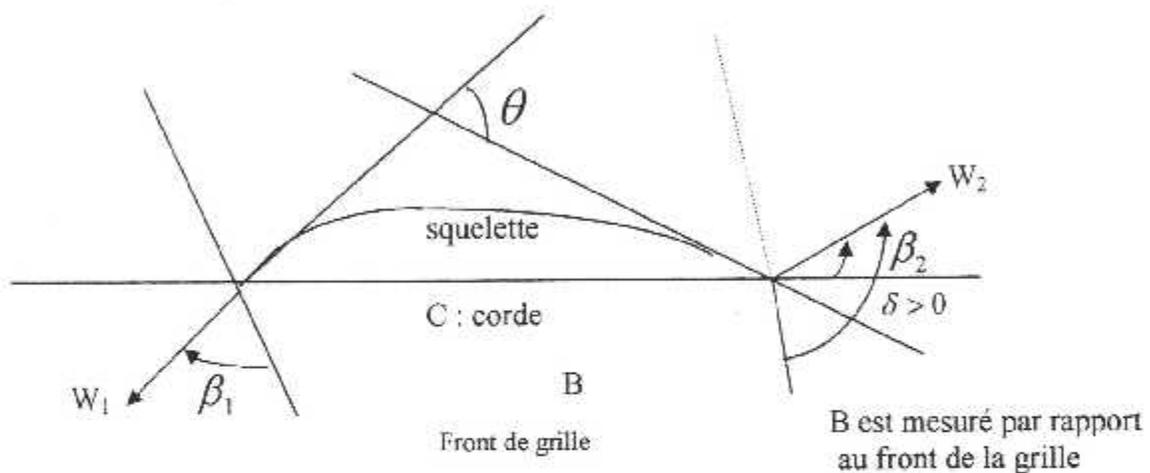
**III.2 CALCUL DES ANGLES DE DEVIATIONS ; ECARTS FLUX-PROFIL :**

Obtenus à partir d'essais en grille.

Ecart flux profil =  $\delta$  manque à dévier qui varie avec la cambrure du profil de façon linéaire (cet écart est défini à un rayon donné ou le profil est bien défini). Cependant, il existe différents critères associés du calcul de déviation dont on va citer que deux parmi ceux proposés par différents auteurs.

**III.2.1 REGLE DE HOWELL :**

Elle est utilisée en hors adaptation.



**Fig. (III.3) : Squelette d'un profil**

$$\delta = \frac{\Delta\beta - i}{\frac{\sqrt{c/s}}{m} - 1} \dots\dots\dots (III.1)$$

Avec :

- $\Delta\beta$  : Déviation de w
- $i$  : Indice de  $w_1$
- $\frac{f}{c}$  : Position de la flèche maxi.
- $\frac{s}{c}$  : pas relatif de la grille (inverse de la solidité).

Avec :

$$m = 0,23 \left[ 2 \left( \frac{f}{c} \right)_{\max}^2 \right] + 0,002 \beta_2$$

Pour tenir compte de l'effet du nombre de Mach, on a l'expression suivante :

$$m = 0,23 \left( \frac{2f}{c} \right)^2 + 0,1 \left( \frac{90 - \beta_2}{50} \right) + 0,05 * M_a^2$$

Avec :

- $\delta^* = \beta_2' - \beta_2 = m(c_a + i) \sqrt{\frac{s}{c}}$ .
- $c_a = \beta_2' - \beta_2$  la cambrure.
- $\beta_2'$  : angle de calage de l'aube au bord de fuite.
- $\beta_2$  : angle de sortie du fluide.
- $f$  : distance au bord d'attaque de la flèche maximale du profil.

**III.2.2 LES CORRELATIONS ANGLAISES (NGTE) :**

La corrélation de base pour l'écart flux profil au point nominal est :

$$\delta_{ef} = m_c * \theta \sqrt{\frac{s}{c}} \dots\dots\dots(III.2)$$

Dans cette équation, comme sous le nom de « Règle de Carter »,  $m_c$  est une fonction de la flèche ( $X_F / c$ ) et du calage de l'aube.

Pour le calcul hors adaptation, une forme modifiée de l'équation (III.1).

$$\delta = \frac{\Delta\beta - i}{\frac{1}{m_c \sqrt{s/c}} - 1} \dots\dots\dots(III.3)$$

Avec :

$$m_c = 0,92 \left( \frac{X_F}{c} \right)^2 + 0,002 \beta_2$$

L'équation ci-dessus est connue sous le nom de « Règle de Howell ». Pour tenir compte du changement de rayon entre l'entrée et la sortie de l'aube  $\Delta\beta$  doit être remplacé par  $\Delta\beta_e$ .

Avec :

$$\Delta\beta_e = \beta_1 - \beta_{2e} \dots\dots\dots(III.4)$$

➤ Pour un rotor :

$$\beta_{2e} = \arctg \left\{ \frac{r_2 \cdot v_{m2}}{r \cdot v_{m1}} \operatorname{tg} \beta_2 + \frac{u_1}{v_{m1}} \left[ 1 - \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \right] \right\}$$

➤ Pour un redresseur :

$$\beta_{2e} = \arctg \left[ \frac{r_2 \cdot v_{m2}}{r_1 \cdot v_{m1}} \operatorname{tg} \beta_2 \right]$$

$\beta_{2e}$  : Angle de sortie à circulation équivalente.

### REMARQUE :

Il existe bien d'autres corrélations utilisées pour le calcul des déviations telles que :

- ◆ *Corrélation NACA [ENSA-Elément de propulsion].*
- ◆ *Corrélation NACA-NASA [Thèse présentée à l'école nationale d'aéronautique et de l'espace par Ali Elbahi (docteur ingénieur)].*
- ◆ *Corrélation soviétique [Thèse présentée à l'école nationale d'aéronautique et de l'espace par Ali Elbahi (docteur ingénieur)].*

### III.3 PERTES DE PROFIL :

Les pertes sont classées sous deux rubriques :

- ❖ Les pertes visqueuses : ou pertes selon Leiblen incluant essentiellement les effets de la viscosité (couche limite, traînée de culot, décollement... etc.) Fig. (III.4)

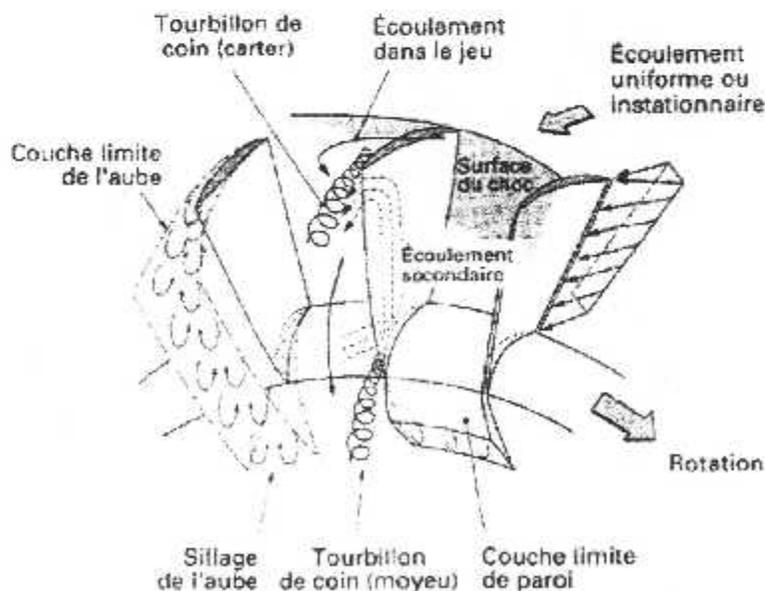


Fig. (III.4) Phénomènes visqueux dans une roue de compresseur

- ❖ Les pertes par choc affectant l'écoulement dans le canal interaubes. Ces pertes recouvrent les pertes par choc droit, mais aussi par détachement des chocs obliques ; au voisinage du bord d'attaque, les pertes par chocs obliques dans le canal, les chocs de compatibilité en sortie de grille ainsi que les systèmes complexe de chocs dus à l'interaction du choc droit et de la couche limite.

**III.3.1 LES PERTES VISQUEUSES : PERTES DE LEIBLEIN**

Le calcul des pertes visqueuses est généralement basé sur des corrélations empiriques, entre le coefficient de perte et la charge de l'aubage. Pour l'écoulement incompressible dans une grille, la perte de profil est définie par l'équation suivante :

$$\varpi = \left[ \frac{2 / \left( \frac{S}{C} \right)}{\cos \beta_2} \right] \left( \frac{\theta}{C} \right) \left( \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2} \right)^2 \left\{ 1 - \left( \frac{\theta}{C} \right) \left[ \frac{H_2 / S}{\cos \beta_2} \right]^{-3} \left( \frac{3H_2 - 1}{2H_2} \right) \right\} \dots (III.5)$$

Leiblein a défini le facteur de diffusion D comme paramètre de charge :

On a : 
$$D = \frac{V_{\max} - V_1}{V_1} \dots (III.6)$$

Avec : 
$$\frac{V_{\max}}{V_1} = 1 - \frac{1}{2} \left| \frac{\Delta V_u}{V_1} \right| \frac{S}{C} \dots (III.7)$$

Le modèle de Leiblein est basé sur le critère de bruit pour le décollement de la couche limite appliquée aux aubages NACA 65 de 10% d'épaisseur relative.

En 1959 et 1961, Leiblein a proposé un facteur de diffusion équivalent exprimé par :

$$D_{eq} = \frac{V_{\max}}{2} \dots (III.8)$$

Il a aussi formulé une corrélation entre le facteur de diffusion équivalent et les angles d'entrée et de sortie de la grille.

$$D_{eq}^* = \frac{\cos \beta_1^*}{\cos \beta_2^*} \left[ 1,12 + 0,61 \cos^2 \beta_1^* \left( \frac{S}{C} \right) (tg \beta_1^* - tg \beta_2^*) \right] \dots (III.9)$$

La méthode de « Leiblein » est toujours utilisée. Quelques modifications ont été apportées concernant le déplacement des lignes de courant et la convergence des tubes de courant dans les compresseurs actuels. Les pertes de profil en hors adaptation sont estimées en fonction de la variation de l'angle d'incidence et de la charge basée sur les valeurs nominales déjà calculées.

Il existe différentes corrélations utilisées par différents auteurs [Thèse présentée à l'école nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace par "ALI EL BAHI" (docteur ingénieur)]. Telle que Monsarat, Fottner, Strinning, Smith, Swan et Jausen / Moffa dont on va proposer celle de Swan.

➤ **Corrélation de SWAN :**

Au point nominal Swan détermine un facteur de diffusion équivalent dans lequel interviennent les effets de déplacement radial de la ligne de courant et de l'épaisseur de profil :

$$\left. \begin{aligned}
 D_{eq}^* &= \frac{V_{m1}}{V_{m2}} \frac{\cos \beta^*}{\cos \beta_1^*} (1,12 + 0,6 K) \\
 \text{Avec} \\
 K &= \cos^2 \beta_1^* \left( \frac{S}{C} \right) \left[ \operatorname{tg} \beta_1^* - \frac{r_2 V_{m2}}{r_1 V_{m1}} \operatorname{tg} \beta_2^* - \frac{U_2}{V_{m1}} \left( 1 - \frac{r_2^2}{r_1^2} \right) \right]
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (III.10)$$

Swan a établi une corrélation entre l'épaisseur de la quantité de mouvement au bord de fuite et ce facteur on le nomme «  $D_{eq}^*$  ». En hors adaptation, l'analyse des données des compresseurs montre que la position radiale de la ligne de courant a un effet minime. Par contre c'est le nombre de Mach à l'entrée qui joue un rôle essentiel dans ce calcul de pertes.

- Pour :  $D_{eq} > D_{eq}^*$

$$\frac{\theta}{C} - \frac{\theta^*}{C} = (0,827 M_1 - 2,692 M_1^2 + 2,675 M_1^3) (D_{eq} - D_{eq}^*)^2 \dots\dots\dots (III.11)$$

- Pour :  $D_{eq} < D_{eq}^*$

$$\frac{\theta}{C} - \frac{\theta^*}{C} = (2,80 M_1 - 8,71 M_1^2 + 9,36 M_1^3) (D_{eq} - D_{eq}^*)^2 \dots\dots\dots (III.12)$$

Avec un facteur de diffusion hors adaptation «  $D_{eq}$  »

$$D_{eq} = \frac{V_{m1}}{V_{m2}} \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1} \left( 1,12 + a(i - i^*)^{0,43} + 0,61K \right)$$

Avec

$$K = \cos^2 \beta_1 \left( \frac{S}{C} \right) \left[ \lg \beta - \frac{r_2 V_{m2}}{r_1 V_{m1}} \lg \beta - \frac{U}{V_{m1}} \left( 1 - \frac{r_2^2}{r_1} \right) \right]$$

(III.13)

$a = 0,0117$  pour NACA 65.

$a = 0,007$  pour DCA-C

### III.3.2 PERTES PAR CHOCS :

Du aux conditions très complexes de l'écoulement transonique, rendant difficile l'obtention analytique des pertes par chocs. La méthode utilisée est dérivée de la modélisation simple du choc avec des corrélations simples pour l'obtention des pertes globales.

Des mesures effectuées en grilles d'aubes montrent que l'effet du nombre de Mach à l'entrée peut être divisé en trois régimes :

- Jusqu'au Mach critique, ou la vitesse maximale sur l'extrados atteint la valeur sonique, les pertes ne dépendent pas du nombre de Mach, elles restent égales à leurs valeurs incompressibles.  $M_{w1} \leq M_{w1crit}$

- La région entre Mach critique et la condition sonique à l'entrée avec des nombres de Mach dits supercritiques.  $M_{w1crit} < M_{w1} < 1,0$  voir Fig (III.5).

- La région correspondant à une entrée supersonique.

$$M_{w1} > 1,0 \quad \text{voir Fig. (III.6).}$$

Pour les deux dernières régions, les estimations des pertes par choc sont données par des corrélations basées sur le calcul de l'intensité d'un choc droit placé au col à l'entrée de la grille.

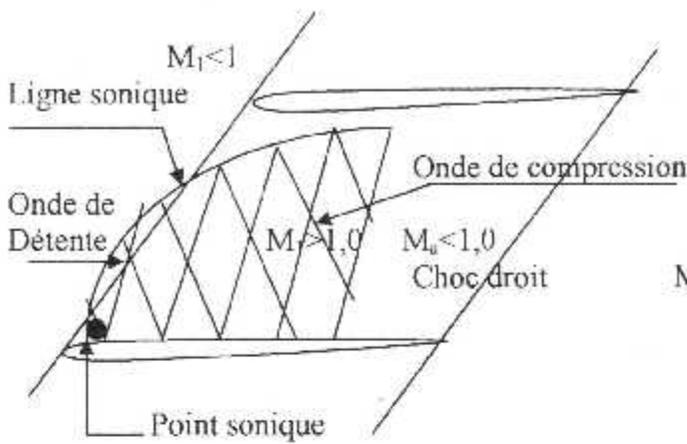


Fig (III.5) : Condition supercritique

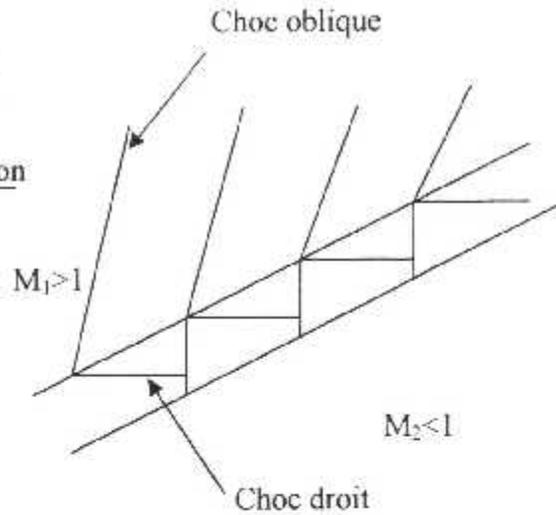


Fig (III.6) : Condition d'entrée supersonique

III.3.2.1 ESTIMATION DU MACH CRITIQUE  $M_{w\text{crit}}$  :

Les corrélations existantes dans la littérature sont valables pour des Mach à l'entrée supérieur au Mach critique (la vitesse maximale sur l'extrémité atteint la valeur sonique).

Ce nombre de Mach critique est obtenu par l'équation :

$$M_{w1\text{crit}} = \frac{L_{al\text{crit}}}{\sqrt{0,5 \cdot [1 + \gamma - (\gamma - 1) \cdot L_{al\text{crit}}]}} \dots\dots\dots (III.14)$$

Ou :  $L_{al}$  est le nombre de Laval critique

$$L_{al\text{crit}} = \sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \left\{ 1 - \left[ \frac{\left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} (Cp_1)_{\text{min}}}{1 - (Cp)_{\text{min}}} \right] \right\}} \dots\dots\dots (III.15)$$

Avec :

$Cp_1$  : coefficient de pression statique local ; avec :  $Cp_1 = \frac{P - P_1}{P_0 - P_1}$

Supposé constant dans la région jusqu'à  $M_{w1\text{crit}}$  et on a :

$$(Cp_1)_{\text{min}} = (Cp_1)_{\text{min}\text{inc}} = 1 - \left(\frac{W_{\text{max}}}{W_1}\right)_{\text{inc}} \dots\dots\dots (III.16)$$

Avec :

$W_{max}$  : la vitesse maximale sur l'extrados.

- Pour les profils NACA 65 :

$$\left(\frac{W_{max}}{W_1}\right)_{inc} = 1,03 + \left[0,4 + \left(\frac{t}{C}\right)\right] \left(\frac{\bar{S}}{C}\right) \frac{\Delta V_u}{W_1} + 0,7 \left(\frac{t}{C}\right) \dots \dots \dots (III.17)$$

Où :

$\left(\frac{t}{C}\right)$  : Épaisseur du profil.

$$\frac{W_{max}}{W} \approx \frac{W_{max}}{W_{col}} = 1 + 0,7688 \left(\frac{t}{C}\right) + 0,6024 \left(\frac{S}{C}\right) \left(\frac{\Delta V_u}{W_1}\right) \dots \dots \dots (III.18)$$

### III.3.2.2 ESTIMATION DES PERTES :

Ces conditions correspondent à un nombre de Mach à l'entrée défini par :  $M_{w1,crit} < M_{w1} < 1,0$ .

Prenant en compte les effets de compressibilité et de chocs locaux, les pertes par chocs sont cependant exprimées par la formule empirique suivante :

$$\omega_1 = \frac{P_{t1} - P_{t2}}{P_{t1} - P_1} = \omega_{1inc} [A (M_{w1} - M_{w1,crit}) + 1] \dots \dots \dots (III.19)$$

Avec :

- $A = 2,0$  pour le régime supercritique ;  $M_{w1,crit} < M_{w1} < 1,0$
- $A = 1,8$  pour le régime supersonique ;  $M_{w1} > 1,0$

### III.4 CALCUL DES PERTES SECONDAIRES :

Les analyses des performances du compresseur montrent que les pertes secondaires sont d'une majeure importance et que son amplitude est du même ordre que celles causées par la traînée de profil, beaucoup influencée par le jeu Carter (tip clearance), qui doit être aussi petit que possible.

$$C_{LS} = C_{DA} + C_{DT}$$

#### III.4.1 PERTES DE LA VEINE :

Il est plus convenable de relier le coefficient de traînée annulaire résultant de pertes aux parois de la couronne aux dimensions de la grille par la formule empirique :

$$C_{DA} = 0,02 (S/h)$$

Où « S » et « h » sont respectivement le pas et la hauteur de l'ailette.

**III.4.2 PERTES INDUITES :**

Pour des conceptions typiques des compresseurs axiaux, la formule empirique suivante, pour le coefficient de traînée induite a été dérivée :  $C_{DI} = 0,0018 CL^2$

Son influence augmente quand les aubes deviennent plus courtes relativement à leurs cordes (faible allongement) avec :

$$\text{Avec : } \begin{cases} C_L = 2 \left( \frac{S}{C} \right) (\operatorname{tg} \beta_1 - \operatorname{tg} \beta_2) \cos \beta_m \\ \beta_m = \operatorname{arctg} \left[ \frac{1}{2} (\operatorname{tg} \beta_1 + \operatorname{tg} \beta_2) \right] \end{cases}$$

Donc le coefficient de traînée globale est donné par :  $C_D = C_{DP} + C_{DA} + C_{DI}$

$$\text{Alors : } \frac{\bar{W}}{\sqrt{\frac{1}{2} \rho W_1^2}} = \frac{C_D}{\left[ \left( \frac{S}{C} \right) \frac{\cos^3 \beta_m}{\cos^2 \beta_1} \right]} \dots \dots \dots (\text{III.20})$$

$$\text{Donc : } \bar{W} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2} \rho W_1^2} C_D}{\left[ \left( \frac{S}{C} \right) \frac{\cos^3 \beta_m}{\cos^2 \beta_1} \right]} = f(C_L, C_D) \dots \dots \dots (\text{III.21})$$

**III.5 CRITERES SIMPLES PERMETTANT DE DETERMINER LA LIGNE DE POMPAGE :**

Pour déterminer la marge au pompage, marge de sécurité nécessaire pour le bon fonctionnement du compresseur alors nous devons connaître la position de la ligne de pompage par rapport à la ligne de fonctionnement du moteur, pour cela nous disposons de certains critères explicites ci dessous :

La pression de la ligne de pompage est un élément essentiel dans le calcul avant projet. Dans cette étape de calcul, la simplicité est un critère appréciable.

**III.5.1 CRITERE DU FACTEUR DE DIFFUSION :**

L'analyse semi théorique de Leibien a permis, à partir de l'étude de la couche limite, de dégrader le paramètre simple du facteur de diffusion, figuratif de l'effet du ralentissement d'extrados sur le comportement de la couche limite.

Ce facteur de diffusion est défini par :

$$D = 1 - \frac{V_2}{V_1} + \frac{\Delta W}{2V_1} \left( \frac{S}{C} \right) \dots\dots\dots (III.22)$$

Ce facteur est directement lié à l'évolution de la couche limite sur l'extrados par l'équation :

$$D \cong \frac{\partial \theta}{\partial Z} \dots\dots\dots (III.23)$$

Avec :

" $\theta$ " : L'épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite.

"Z" : La direction axiale.

**III.5.2 CRITERE DE RALENTISSEMENT :**

Le facteur de diffusion de Leiblein ne dépend pas uniquement du triangle des vitesses puisqu'il fait intervenir le pas relatif de la grille  $\left( \frac{S}{C} \right)$  seul le terme de ralentissement  $\left( \frac{V_2}{V_1} \right)$  (entre la vitesse d'entrée «  $V_1$  » et la vitesse de sortie «  $V_2$  ») ne dépend que du triangle de vitesse. Plus  $(V_2/V_1)$  sera faible, plus « D » sera élevée, quelque soit le pas relatif de la grille, il est clair que la difficulté de la grille croit très vite.

**III.5.3 CRITERE LIE AU DECOLLEMENT DE LA COUCHE LIMITE PARIETALE :**

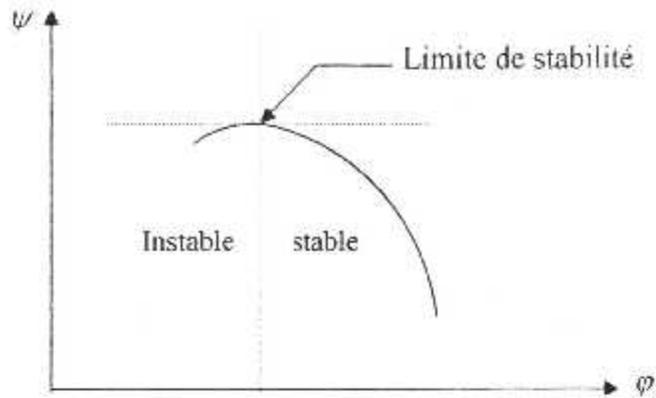
Ce critère est basé sur le coefficient de pression statique «  $K_p$  » à travers l'étage :

$$K_p = \frac{P_2 - P_1}{\left( \frac{1}{2} \right) \rho W_1^2} \dots\dots\dots (III.24)$$

Ce coefficient représente la contre pression sur les couches limites pariétales. Pour des valeurs supérieures à 0,6 ces couches limites décollent conduisant au pompage.

**III.5.4 CRITERE BASE SUR LA PENTE DE LA COURBE CARACTERISTIQUE :**

Cette courbe caractéristique est notée : «  $\varphi - \psi$  ». La forme de la courbe caractéristique du compresseur joue un rôle fondamental dans sa réponse aux distorsions et dans la stabilité de la couche limite. La courbe caractéristique du compresseur ou d'un de ses étages est souvent représentée dans un diagramme  $(\varphi - \psi)$  Fig (III.7).

Fig (III.7) : Diagramme ( $\varphi - \psi$ )

«  $\varphi$  » : Représente le coefficient de débit défini par :

$$\varphi = \frac{V_L}{U} = \frac{\dot{m}}{\rho A U} \dots\dots\dots (III.25)$$

Avec :

"A" : la section

" $\psi$ " : Le coefficient de pression défini par :

$$\psi = \frac{\Delta H_{is}}{U^2} = C_p T_1 \left( \pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) / U^2 \dots\dots\dots (III.26)$$

Avec :

" $\Delta H_{is}$ " : La variation de l'enthalpie isentropique.

La limite de stabilité sur cette courbe est définie par le point à pente nulle.

# CHAPITRE IV

Résolution numérique

### IV.1 METHODES ET PROCEDURES DE CALCUL : [4]

Dans la présente méthode, la veine est plutôt subdivisée en un nombre suffisant de nappes (Tubes de courant) permettant en conséquence le traitement judicieux des pertes le long de l'évolution radiale du régime de l'écoulement en se basant sur le principe de l'équilibre radial des différentes nappes.

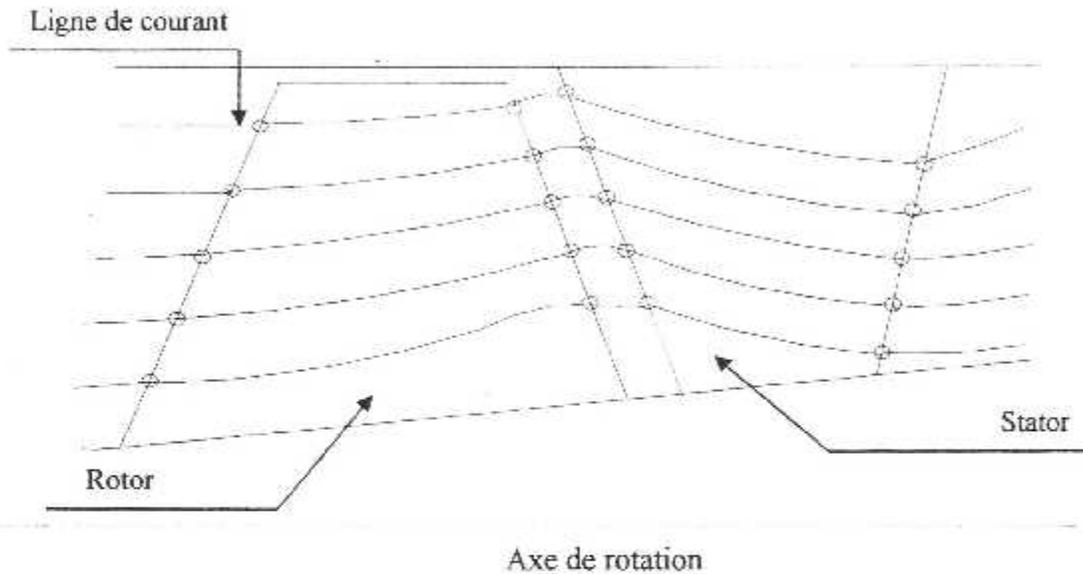


Fig. (IV.1) L'écoulement à travers la grille d'aubes

❖ *Les espaces entre grilles sont négligeables.*

### IV.2 LA PROCEDURE A SUIVRE :

Cette procédure permet de calculer le rendement moyen et le taux de compression moyen pour une aube d'un étage de compresseur ainsi que pour tout le compresseur.

Pour cela, il nous faut plusieurs données qui sont :

- La géométrie des grilles.
- Le régime (vitesse de rotation)
- Le nombre de Mach.
- Les conditions atmosphériques (pression et températures totales).

La première des choses c'est la discrétisation de notre écoulement à travers l'aube en plusieurs nappes.

- Pour un régime et un Mach donné, on a :

$$w = 2\pi N / 60 \quad \text{Vitesse angulaire.}$$

$$T_1 = T_a \frac{1}{1 + 0,2 M_1^2} \dots\dots\dots (IV.1)$$

$$V_1 = a_1 M_1 \dots\dots\dots (IV.2)$$

Tel que  $a_1 = \sqrt{\gamma r T_1}$

$$P_1 = P_a \left( \frac{1}{1 + 0,2 M_1^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \dots\dots\dots (IV.3)$$

**IV.2.1 CALCUL DES CARACTERISTIQUES A L'ENTREE DU 1<sup>er</sup> ETAGE :**

- La vitesse périphérique :  $U_1(1) = w R(1) \dots\dots\dots (IV.4)$

R (1) : le rayon moyen de la première nappe à l'entrée de la roue.

- La vitesse relative «  $W_1$  »  $W_1(1) = \sqrt{V_1^2 + U_1^2(1)} \dots\dots\dots (IV.5)$

- Le nombre de mach relatif «  $M_1^r(1)$  »  $M_1^r(1) = W_1/a_1 \dots\dots\dots (IV.6)$

- L'angle «  $\beta_1$  »  $\beta_1 = \arctg(U_1(1)/V_1) \dots\dots\dots (IV.7)$

- L'incidence «  $i$  »  $i = \beta_{1c} - \beta_1 \dots\dots\dots (IV.8)$

Avec :  $\beta_{1c}$  : l'angle de profil.

$\beta_1$  : L'angle de flux.

**IMPORTANT :**

*Les caractéristiques d'entrée d'une aube pour le reste des aubes, rotor et stator sont celles de la sortie de la précédente.*

On peut aussi calculer la distance entre deux aubes :

$$S(1) = 2\pi R(1) / Z \dots\dots\dots(IV.9)$$

Z : nombre d'aubes.

$$Ca = \beta_{1c} - \beta_{2c} \dots\dots\dots(IV.10)$$

Ca : la cambrure

**IV.2.2 MAILLAGE DU DOMAINE DE CALCUL :**

Le maillage du domaine de calcul sera suivant la discrétisation de l'écoulement le long de l'aubage, du pied jusqu'au sommet, en plusieurs nappes (tubes de courant) comme il est indiqué dans la figure suivante :

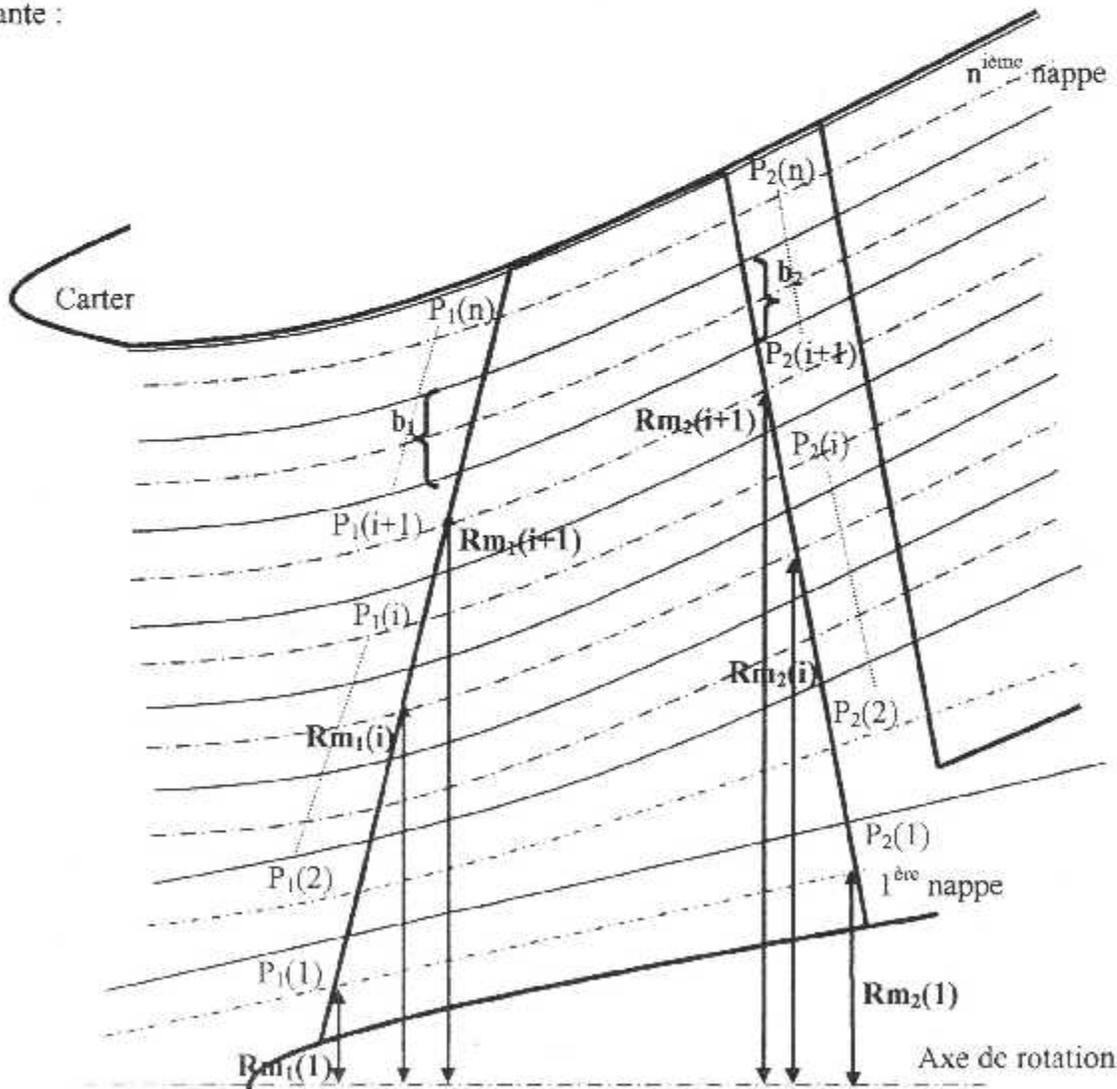


Fig. (IV.2) Discrétisation de l'écoulement le long de l'aubage

**IV.2.3 CALCUL DES CARACTERISTIQUES A LA SORTIE DE LA 1<sup>ère</sup> NAPPE :**

Pour déterminer la valeur de « P<sub>2</sub> » on utilise les formules suivantes :

Soit :

$$Y = \frac{H_2'}{H_1'} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1'^2 \left( \left[ \frac{r_{m2}^2}{r_{m1}^2} \right] - 1 \right) \frac{2}{2 + (\gamma - 1) M_1'^2} \dots\dots\dots (IV.11)$$

$$P_{t2}' = P_{t1}' \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1'^2 \left[ \frac{r_{m2}^2}{r_{m1}^2} - 1 \right] \frac{2}{2 + (\gamma - 1) M_1'^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \dots\dots\dots (IV.12)$$

D'autre part ; on peut calculer « M<sub>2</sub>' » (le mach relatif) et ceci avec une méthode numérique (approximation successive).

Alors :

$$\sum(M_2') = \sum(M_1') (Y)^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} \frac{b_2 r_{m2} \cos \beta_2}{b_1 r_{m1} \cos \beta_1} \dots\dots\dots (IV.13)$$

Avec :

$$\sum(x) = \frac{1}{x} \left( \frac{2 + (\gamma - 1)x^2}{\gamma + 1} \right) \frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)} \dots\dots\dots (IV.14)$$

Donc :

$$P_2 = \frac{P_{t2}'}{1 + ((\gamma - 1) M_2'^2)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}} \dots\dots\dots (IV.15)$$

L'angle β<sub>2</sub> est obtenu en effet par une procédure itérative, sur les deux équations ci dessus, jusqu'à la convergence.

Soit :

δ : Écart flux / profil.

$$\delta = m(Ca \cdot i) \sqrt{\frac{S}{C}} \dots\dots\dots (IV.16.a)$$

Avec :

$$m = 0,23 \left( \frac{2a}{C} \right)^2 + 0,1 \left( \frac{\beta_2}{50} \right) + 0,05 M_1^2 \dots\dots\dots (IV.16.b)$$

Les caractéristiques à la sortie sont donc :

$$T_2(1) = T_1^* / (1 + 0,2 M_2^*(1)^2) \dots\dots\dots (IV.17)$$

$$a_2(1) = \sqrt{\gamma r T_2(1)} \dots\dots\dots (IV.18)$$

$$W_2(1) = M_2^*(1) a_2(1) \dots\dots\dots (IV.19)$$

$$U_2(1) = w_2 \cdot r_{m2}(1) \dots\dots\dots (IV.20)$$

$$V_2(1) = \sqrt{V_{m2}^2(1) + V_u^2} \dots\dots\dots (IV.21)$$

$$V_{U_2}(1) = U_2(1) - \sqrt{W_2(1)^2 - V_{m_2}(1)^2} \dots\dots\dots (IV.22)$$

$$V_{m_2}(1) = W_2(1) \cdot \cos \beta_2 \dots\dots\dots (IV.23)$$

Avec :

$W_2(1)$  : la vitesse relative.

$U_2(1)$  : la vitesse d'entraînement.

$V_2(1)$  : la vitesse tangentielle,

$V_{U_2}(1)$  : La vitesse absolue.

$V_{m2}(1)$  : La vitesse méridienne.

Après avoir calculer les caractéristiques d'entrée et de sortie de la grille, on peut calculer la variation de l'enthalpie à travers cette dernière :

$$\Delta H_s = U_2(1) V_{U_2}(1) - U_1(1) V_{U_1}(1) \dots\dots\dots (IV.24)$$

#### IV.2.4 CALCUL DES CARACTERISTIQUES A LA SORTIE DES AUTRES NAPPES :

##### a) Démarrage de la méthode de Runge-Kutta :

La méthode de "Runge Kutta" d'ordre quatre est utilisée pour la résolution du système donné par l'équation (II.22) qui est :

$$\begin{cases} \frac{dr_2}{dr_1} = g[r_2, \beta_2, P_2, P_{i2}, T_{i2}, \theta(r_2)] \\ \frac{dP_2}{dr_1} = \frac{dr_2}{dr_1} f[P_2, r_2, \theta(r_2), r_m(r_2), \beta_2, P_{i2}] \end{cases} \dots\dots\dots (IV.25)$$

Avec les conditions initiales suivantes :

$$\begin{cases} r_2 & \text{imposé à la première nappe} \\ P_2 & \text{déduite par la conservation du débit sur la même nappe} \end{cases}$$

On procède de la façon suivante :

On donne un pas «  $dr_1$  » dans le plan  $Z_{1i}$ , on choisit une valeur initiale du rayon «  $r_2$  » (ou  $p_2$ ) sur l'une des parois dans le plan  $Z_2$ . L'intégration permet de déterminer l'évolution conjointe du rayon «  $r_2$  » et de la pression «  $P_2$  ». En fin de calcul, la valeur de «  $r_2$  » ne correspond pas en général à la géométrie donnée, il est alors nécessaire de faire une itération sur la valeur de «  $r_2$  » (ou  $P_2$ ) pour obtenir la coïncidence du rayon en fin d'intégration avec la géométrie donnée. On peut noter que ce procédé de calcul associe les rayons «  $r_2$  » aux rayons «  $r_1$  » sur une même surface de courant.

Tous les paramètres calculés précédemment sont considérés comme des conditions initiales pour le démarrage de la méthode numérique Runge-Kutta RK<sub>4,4</sub>. Avec cette méthode, on peut calculer les autres paramètres des nappes prochaines.

Donc pour chaque nappe, on peut calculer les performances qui sont le rendement et le taux de compression.

Cependant, il faut tester que la ligne de courant de la dernière nappe coïncide avec le carter de la veine pour s'assurer de la convergence. Si non, on refait le calcul de la première nappe avec un nouveau choix de  $r_2$ .

**b) schéma numérique :**

$$k1 = b1 \cdot f2 (Rm1 (i), p2 (i), Rm2 (i))$$

$$l1 = b1 \cdot f1 (Rm1 (i), p2 (i), Rm2 (i))$$

$$k2 = b1 \cdot f2 (Rm1 (i) + b1 / 2, p2 (i) + k1 / 2, Rm2 (i) + l1 / 2)$$

$$l2 = b1 \cdot f1 (Rm1 (i) + b1 / 2, p2 (i) + k1 / 2, Rm2 (i) + l1 / 2)$$

$$k3 = b1 \cdot f2 (Rm1 (i) + b1 / 2, p2 (i) - k2 / 2, Rm2 (i) + l2 / 2)$$

$$l3 = b1 \cdot f1 (Rm1 (i) + b1 / 2, p2 (i) + k2 / 2, Rm2 (i) + l2 / 2)$$

$$k4 = b1 \cdot f2 (Rm1 (i) - b1, p2 (i) - k3, Rm2 (i) + l3)$$

$$l4 = b1 \cdot f1 (Rm1 (i) + b1, p2 (i) + k3, Rm2 (i) + l3)$$

$$P2 (i+1) = P2 (i) + \mathbf{ABS} ((k1 + 2 \cdot 0 \cdot k2 + 2 \cdot k3 + k4) / 6)$$

$$Rm2 (i+1) = Rm2 (i) + \mathbf{ABS} ((l1 + 2 \cdot 0 \cdot l2 + 2 \cdot l3 + l4) / 6)$$

Avec:

$$f1 (x, y, z) = dr_2 / dr_1$$

$$f2 (x, y, z) = dP_2 / dr_1$$

**IV.3 CALCUL DES CARACTERISTIQUES MOYENNES DE L'ÉCOULEMENT :**

Si l'écoulement réel n'est pas uniforme, on lui associe un écoulement moyen de même section, avec le même débit, même enthalpie et même enthalpie totale.

**IV.3.1 CARACTERISTIQUES MOYENNES D'UN ETAGE :**

Les grandeurs moyennes telles que :  $\rho_m, W_m, h_m^r, T_m^r, P_m, P_m^r$  de l'écoulement réel sont obtenues par la résolution du système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Débit} : \int_0^A \rho V_x \cdot dA = K_1 = \rho_m V_m \cdot A \\ \text{Dynamique} : \int (P + \rho V_x^2) \cdot dA = K_2 = (P_m + \rho_m V_m^2) \cdot A \quad \dots\dots\dots (IV.26) \\ \text{Enthalpie} : \int \rho V_x \cdot h_i \cdot dA = K_3 = \rho_m V_m \cdot A \cdot h_m = \dot{m} \cdot c_p \cdot T_m \end{array} \right.$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} K_1 = \sum_{i=1}^n (\rho_i V_{xi} \cdot A_i) = \sum_{i=1}^n \dot{m}_i \\ K_2 = \sum_{i=1}^n (P_i + \rho_m V_{xi}^2) A_i \quad \dots\dots\dots (IV.27) \\ K_3 = \sum_{i=1}^n (\rho_i V_{xi} C_p T_i \cdot A_i) = \sum_{i=1}^n \dot{m} c_p T_{ii} \end{array} \right.$$

$$A_i = \frac{2 \pi r_i dr_i \cos \theta_i}{2 \pi r_i b_i} \quad \dots\dots\dots (IV.28)$$

La résolution du système d'équation ci dessus nous amènent au nombre de mach moyen « M<sub>m</sub> »

$$\frac{1 + \gamma M_m^2}{(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_m^2) \cdot \gamma M_m^2} = \frac{\gamma K_2^2}{\gamma-1 K_3 K_1} \quad \dots\dots\dots (IV.29)$$

Que l'on peut résoudre numériquement par la méthode des approximations successives sur « M<sub>m</sub> ».

D'ou :

$$T_m = \frac{T_{im}}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_m^2} \quad \dots\dots\dots (IV.30)$$

$$P_m = \frac{C_2}{1 + \gamma M_m^2} \quad \dots\dots\dots (IV.31)$$

$$\left( C_2 = \frac{K_2}{A} \right)$$

$$\rho_m = \frac{P_m}{r T_m} \dots\dots\dots (IV.32)$$

$$P_{t_m} = P_m \left( \frac{T_{t_m}}{T_m} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \dots\dots\dots (IV.33)$$

$$\dot{m} C_p T_{t_m} = \sum_{i=1}^n \dot{m}_i C_p T_{t_i} \dots\dots\dots (IV.34)$$

D'où :

$$T_{t_m} = \sum_{i=1}^n \frac{\dot{m}_i T_{t_i}}{\dot{m}} \dots\dots\dots (IV.35)$$

$$\frac{T_{t_m}}{T_m} = \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_m^2 \right) \dots\dots\dots (IV.36)$$

$$\Rightarrow M_m = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left( \frac{T_{t_m}}{T_m} - 1 \right)} \dots\dots\dots (IV.37)$$

$$P_{t_m} = P_m \left( \frac{T_{t_m}}{T_m} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \dots\dots\dots (IV.38)$$

Donc :

$$\pi_{t_m} = \eta_m = \frac{P_{t_{m2}}}{P_{t_{m1}}} = \pi_{t_{m2}} \cdot \pi_{t_{m1}} \dots\dots\dots (IV.39)$$

$$\eta_c = \frac{\left( P_{t_{m2}} / P_{t_{m1}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1}{\tau_{t_m} - 1} \dots\dots\dots (IV.40)$$

$$\tau_{tm} = \frac{T_{tm}}{T_{tm1}} \dots \dots \dots (IV.41)$$

Avec cette procédure, on aura des résultats pour un étage seulement, et aussi pour un Mach et un régime donnés. Pour avoir les résultats nécessaires pour dessiner le diagramme caractéristique, on varie le nombre de Mach pour des régimes différents. La variation de ce dernier s'effectue dans une boucle qui calcule à chaque Mach le rendement, le taux de compression et les paramètres réduits :

Régime :

$$N_r = N / \sqrt{T_0}$$

Débit réduit :

et ainsi de suite.

$$D_r = D \frac{\sqrt{T_0}}{P_0}$$

**IV.3.2 CARACTERISTIQUES MOYENNES DE TOUS LE COMPRESSEUR :**

Les caractéristiques moyennes de l'écoulement le long de tous le compresseur ( $\pi_t, \tau_t, \eta_s$ ) sont déterminés comme suit :

$$\pi_t = \prod_{i=1}^{n \text{ étage}} \pi_{tmEi} = \pi_{tmE1} \cdot \pi_{tmE2} \cdot \dots \cdot \pi_{tmEn} \dots \dots \dots (IV.42)$$

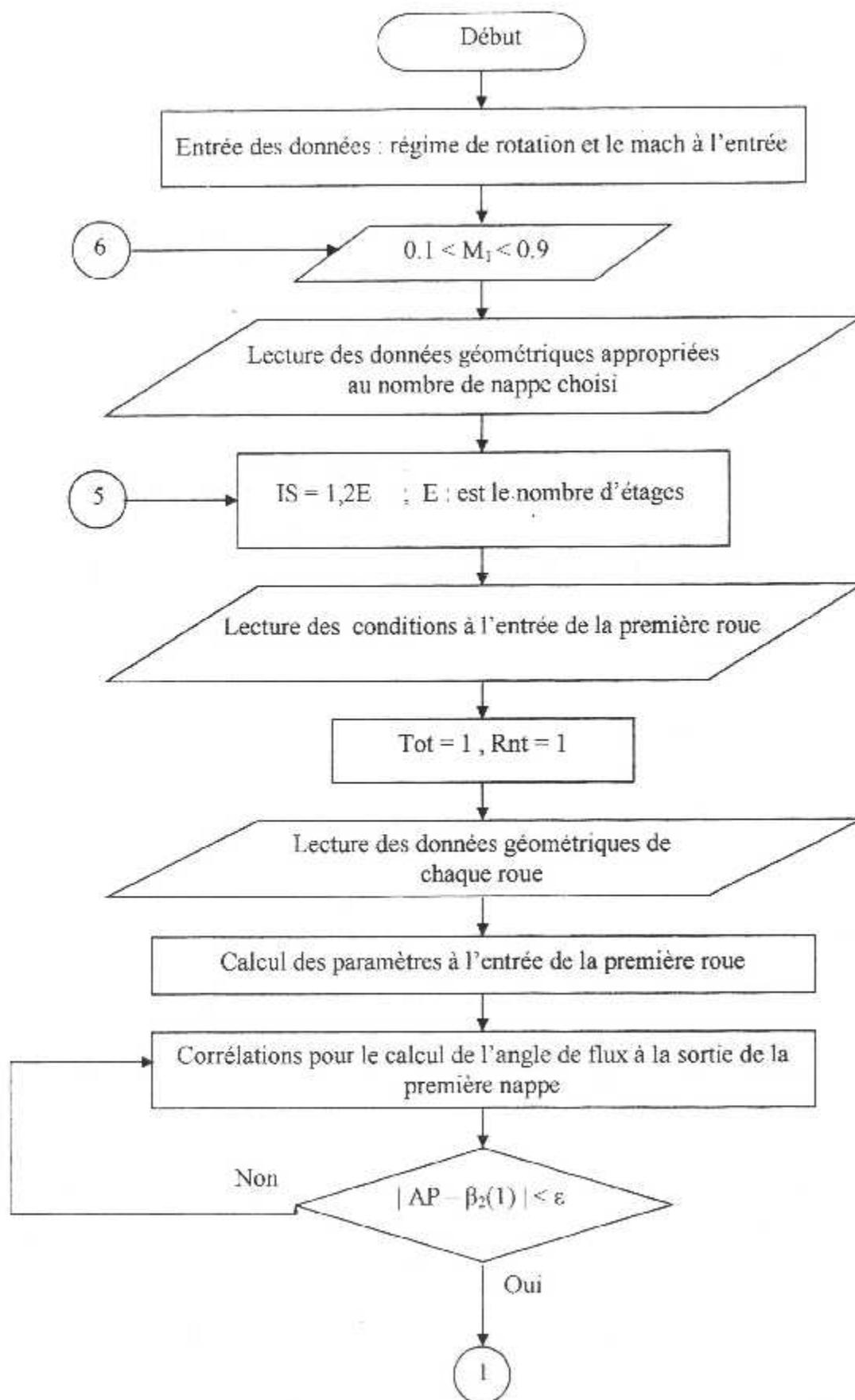
$$\tau_t = \prod_{i=1}^n \tau_{tmEi} = \tau_{tmE1} \cdot \tau_{tmE2} \cdot \dots \cdot \tau_{tmEn} \dots \dots \dots (IV.43)$$

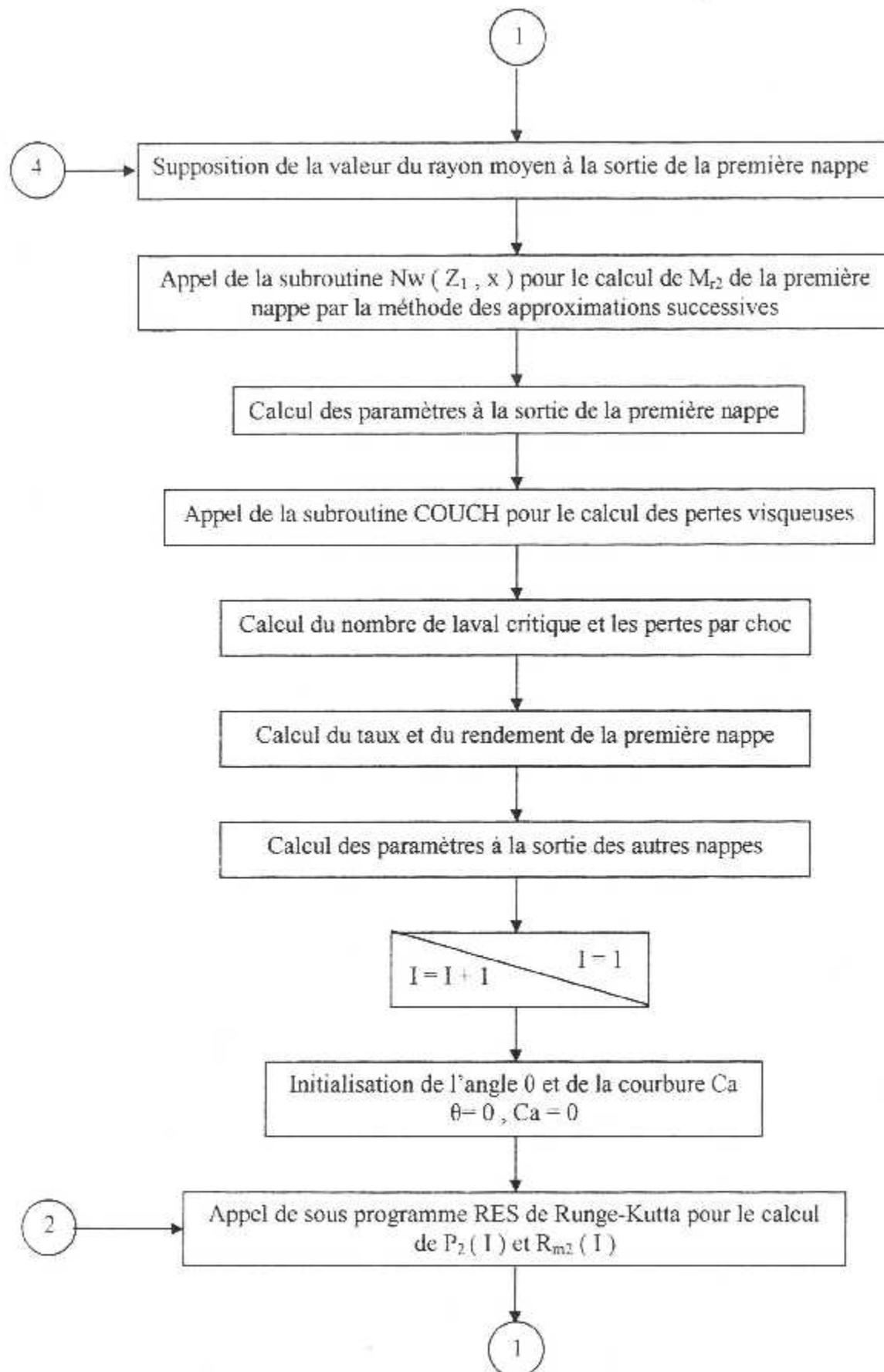
$$\eta_s = \frac{\pi_t^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{\tau_t - 1} \dots \dots \dots (IV.44)$$

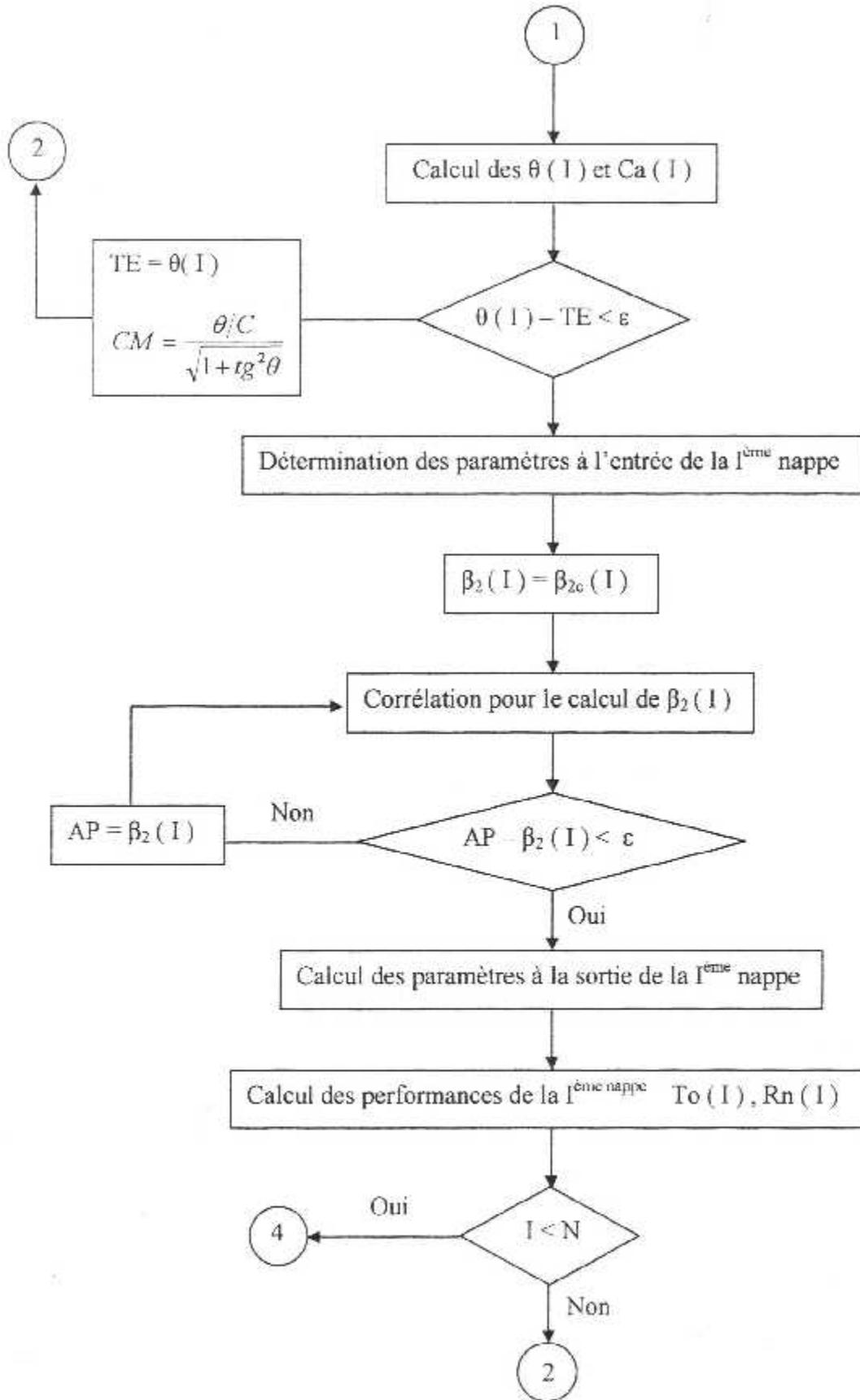
#### IV.4 ORGANIGRAMME DE CALCUL :

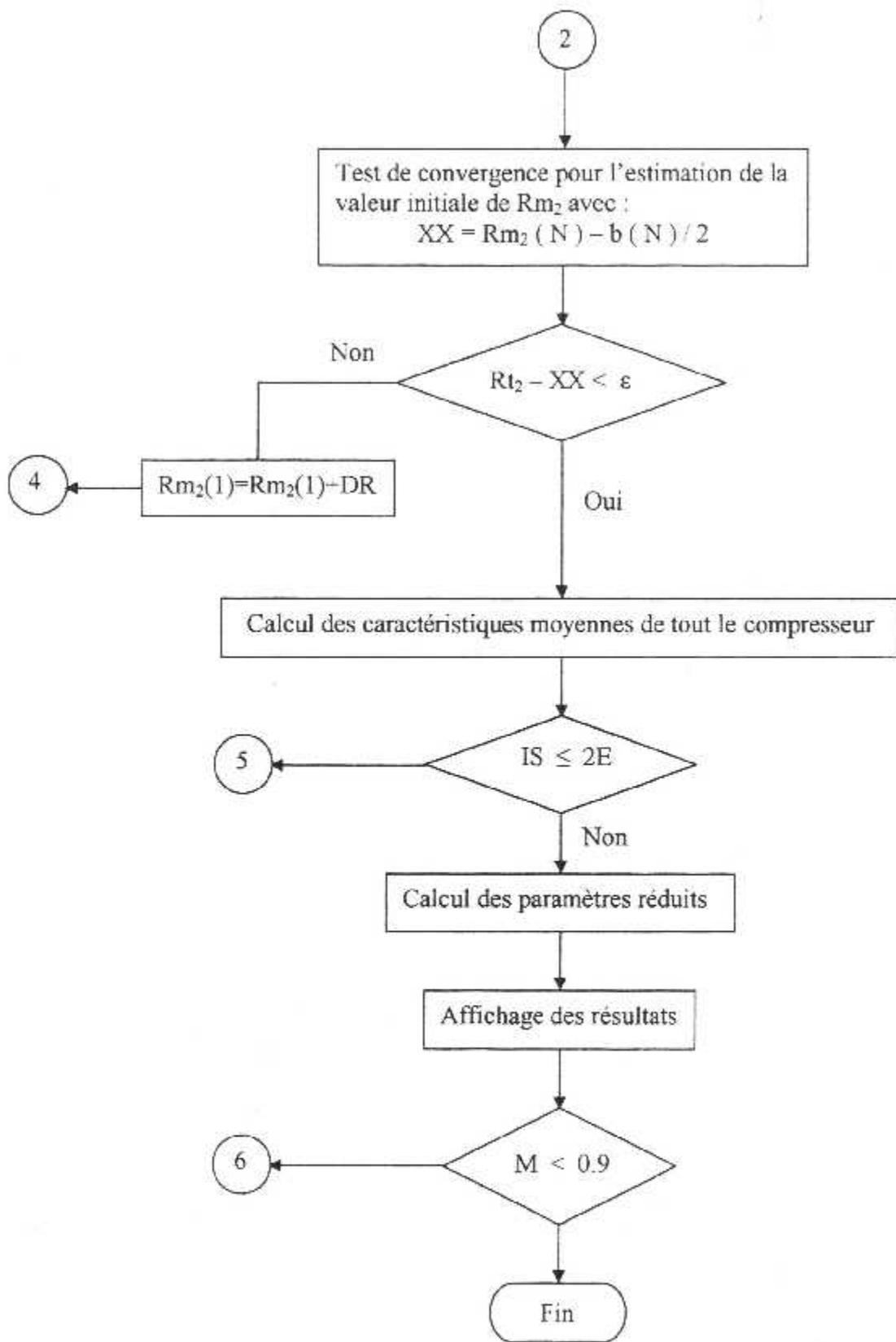
Dans la méthode courante de calcul des performances hors adaptation des étages d'un compresseur, on a élaborer un ensemble de 02 programmes informatiques en langage FORTRAN 90, **INPUT** et **CALPERF** qui permettent à faire ce calcul pour chaque type d'aube cad pour chaque type de compresseur, en définissons les caractéristiques géométriques des aubages (angles de profil pour plusieurs points de l'aube ,la corde et le nombre d'aubes) ainsi que les dimensions principales de la veine ( diamètres extérieurs et inférieurs pour chaque station , rotor et stator).

Cependant nous allons représenter seulement l'organigramme du programme de calcul principale- **CALPERF**- permettant de visualiser la structuration de ce dernier.(*Voir les pages suivantes*).









# CHAPITRE V

Résultats et interprétation

### V.1 INTERPRETAION DES RESULTATS :

D'après les courbes des pressions, températures et nombre de mach qui présentent l'évolution de ces paramètres en fonction de la hauteur de l'aube, on peut constater la tendance croissante de ces grandeurs dans leurs ensembles à l'exception des perturbations plus au moins forts dues aux effets des ondes de choc dans le canal inter aube d'une part et de l'interaction couches limites ondes de chocs au voisinage du carter au sommet de l'aube.

Sur les figures représentant, la variation du taux de compression en fonction du débit réduit pour certains régimes N1, pour le compresseur de l'ENSAE, nous pouvons remarquer que :

- le taux de compression diminue en augmentant le débit, et croit avec le régime. Le débit aussi croit avec le régime de rotation réduit ;

- pour un régime réduit donné, on peut avoir le même rendement en deux points pour deux valeurs différentes du débit réduit ;

- à un nombre de tour élevé, la ligne iso vitesse (iso régime) devient rapidement vertical. Des limitations pareilles arrivent à la fin des lignes ( $N/T_a$ ) due au pompage et au décollement rotatif ;

- pour n'importe quel régime il y a des limitations définies de la plage du taux de compression pour une marge stable, et à un taux de compression très bas la compression produite est insuffisante pour faire passer le débit de masse à travers le compresseur ;

- pour les régimes faibles de vol (Mach faible), le pompage se produit à des faibles valeurs de régime de rotation. Tandis que pour les régimes de vol élevés, on aura le pompage pour des valeurs du régime de rotation plus élevés, il faut donc éviter de diminuer ce dernier dans ce cas.

- A un Mach supérieur à 0,4 le régime moteur doit être faible, de l'ordre de 12000tr/min pour éviter le pompage .

- Pour les Mach de vol de croisière, le régime doit être élevé, de l'ordre de 19000tr/min.

La ligne de fonctionnement est une ligne que le compresseur doit être suivre pour les la stabilité quand ce dernier est installé dans un turboréacteur de géométrie fixe. Si la vitesse N1 est réduite au point d'adaptation, le rendement diminue encore si la pression diminue ou la pression augmente le rendement diminue aussi voir figure(  $\eta = f(Dr)$  ).

Au décollage le moteur ne fonctionne pas dans son régime de fonctionnement optimal, par contre au régime de croisière on se trouve dans la zone de fonctionnement optimal.

D'après différentes analyses, il faut faire fonctionner le moteur à des régimes de rotation élevés pour éviter le pompage. Cependant l'augmentation du régime peut nous amener dans certains cas à un écoulement à grand Mach relatif ( $M_r > 1$ ) d'où l'apparition d'onde de chocs.

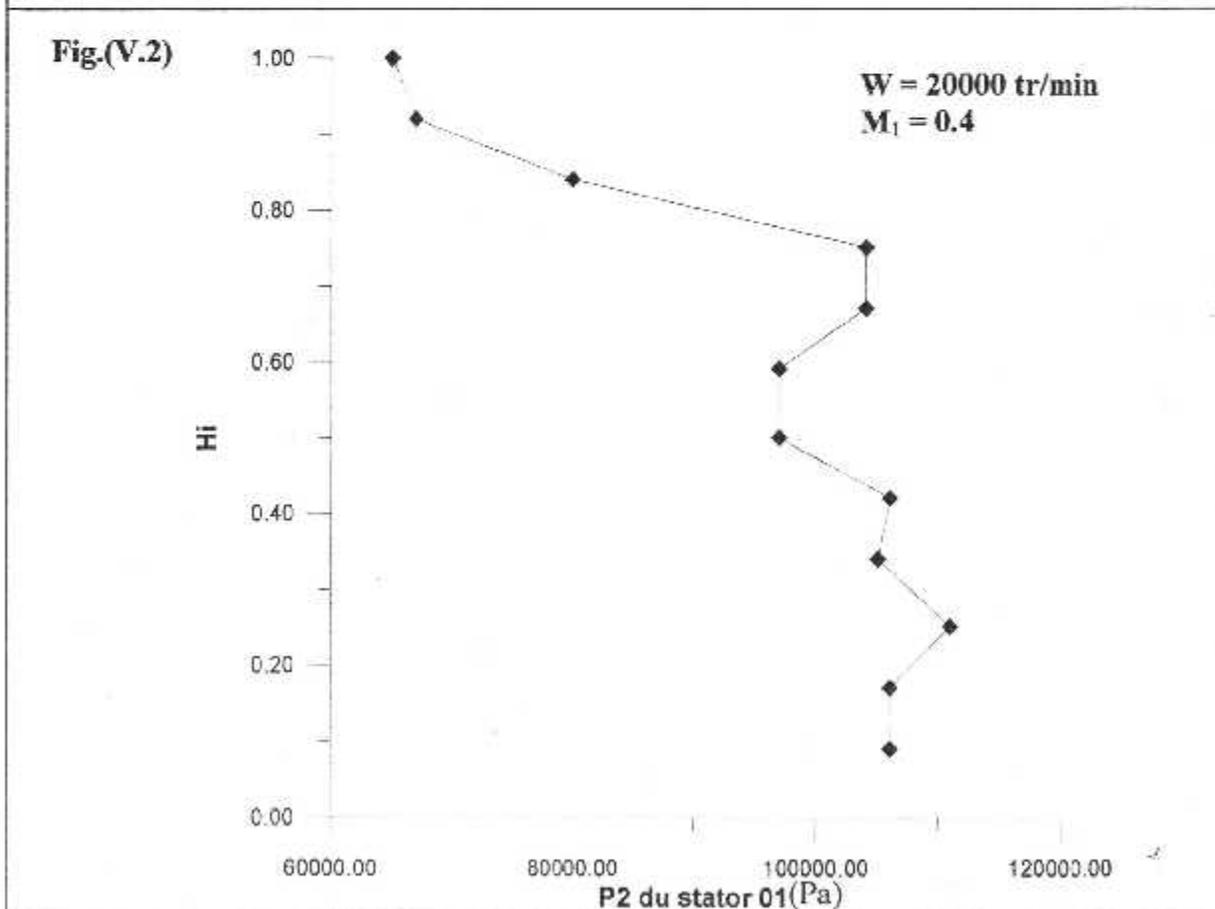
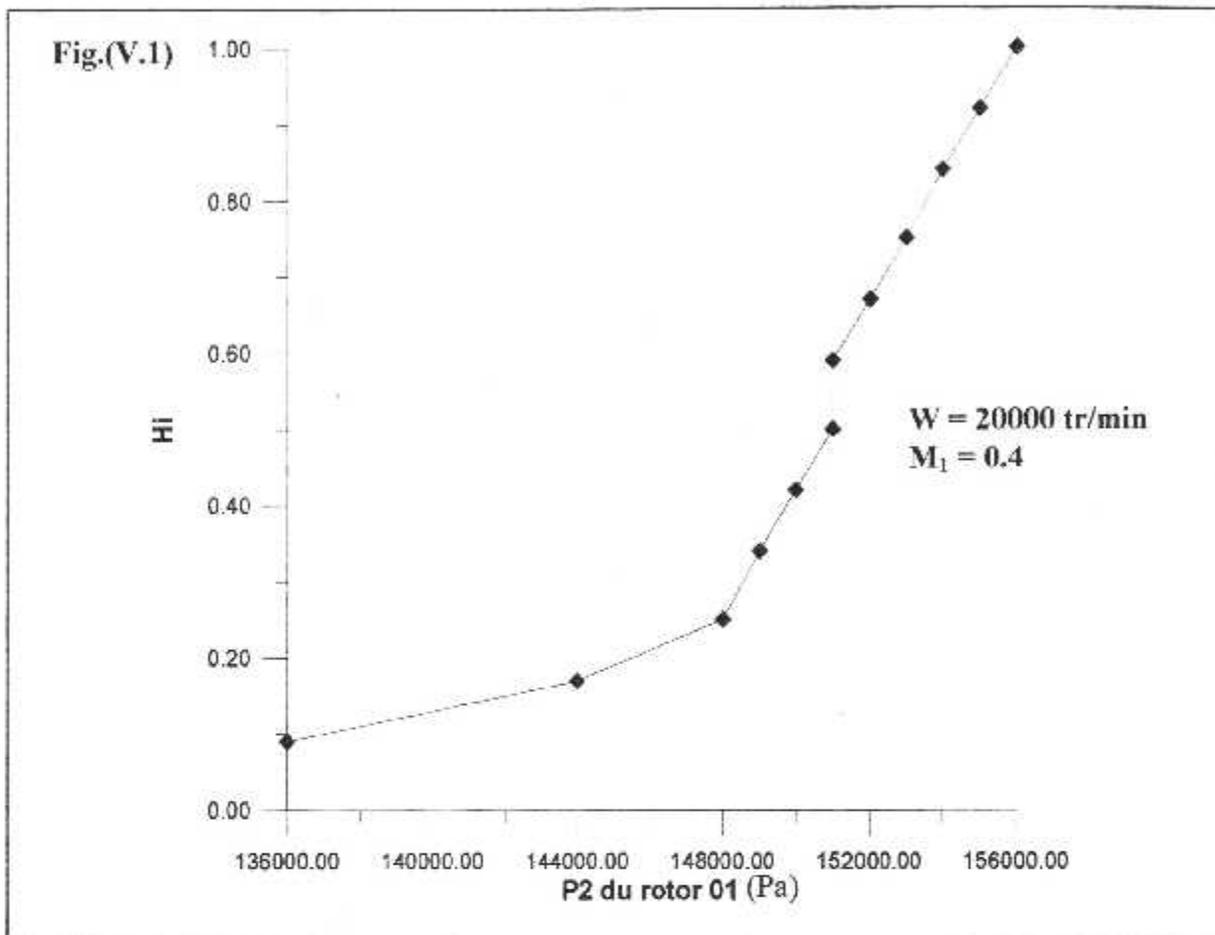
Pour les compresseurs transsoniques, tel que ceci de l'ENSAE, les profils des aubes sont dessinés d'une manière appropriée pour le traitement des ondes de chocs en réduisant en conséquence les pertes qui en résultent.

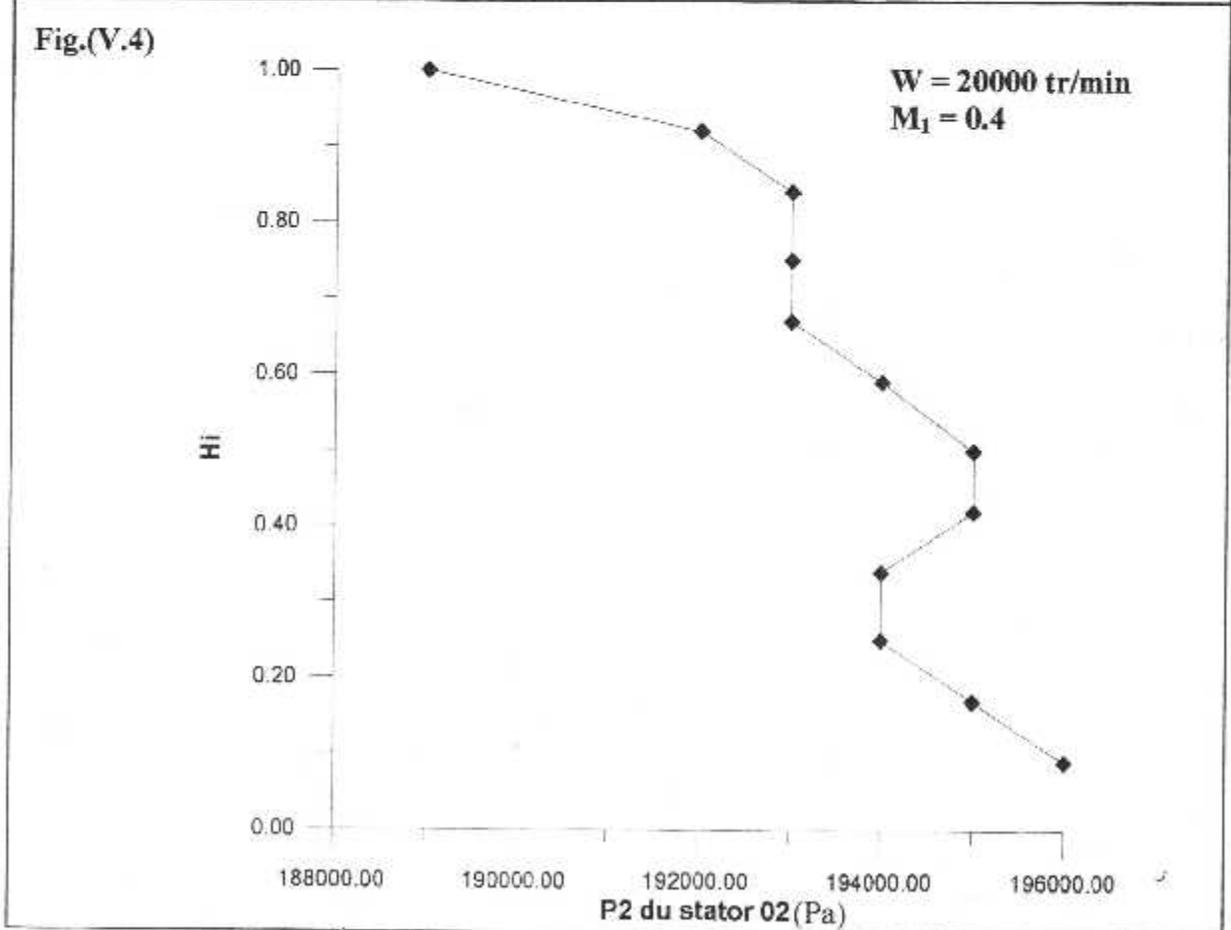
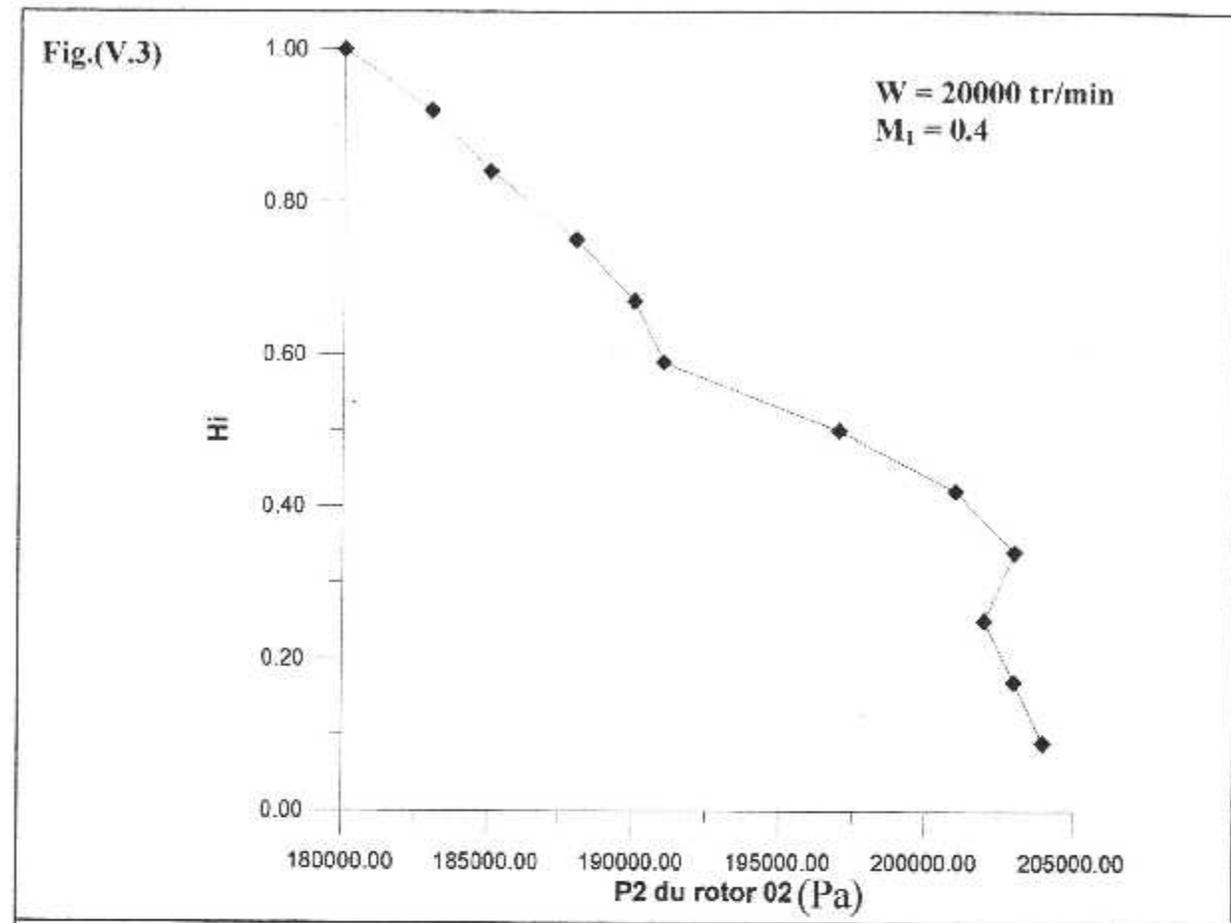
En ce qui concerne les rendements, figure ( $\eta$ ,  $D_r$ ), les courbes obtenues par le calcul montrent qu'il y a un seul point de débit réduit où le rendement atteint sa valeur maximale. Pour les autres points, chaque valeur de rendement correspond à deux valeurs de débit réduit  $D_r$ .

Ceci explique que la présentation de ces grandeurs sur le diagramme ( $\pi$ ,  $D_r$ ) donne lieu à des courbes iso-rendements.

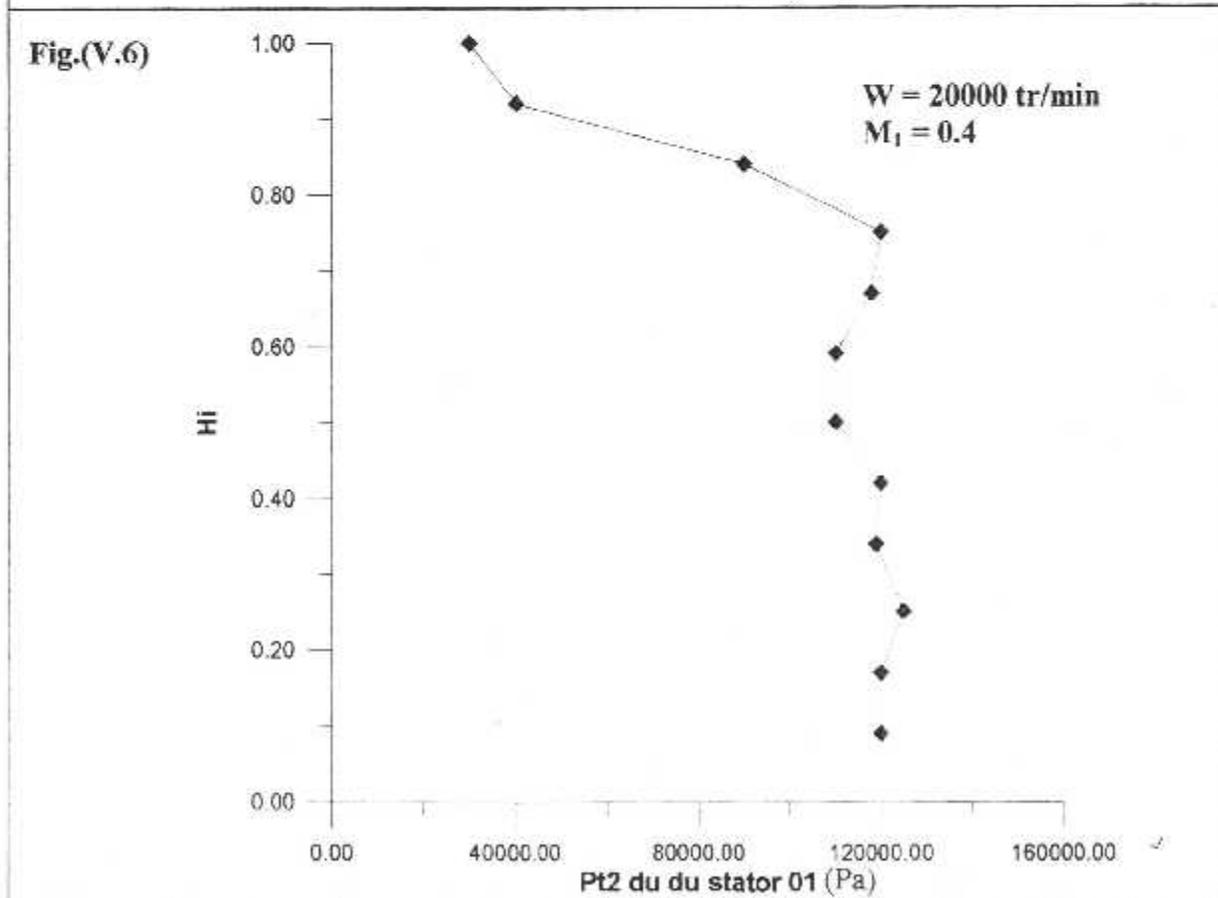
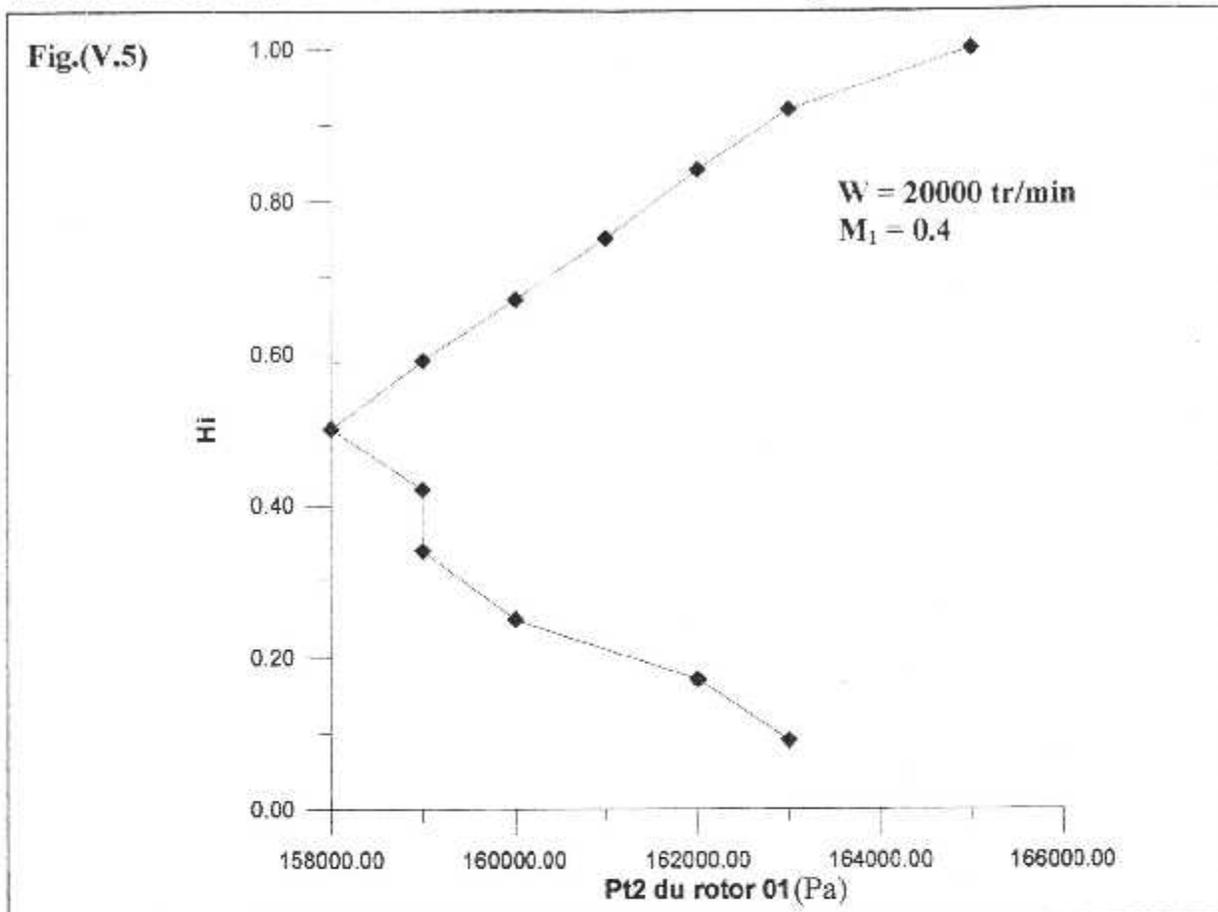
On remarque que le taux de compression est très élevé dans les nappes supérieures de l'aube sous l'effet d'une vitesse périphérique très importante. On voit aussi que le rayon est très important, puisque le débit massique est en fonction de ces derniers.

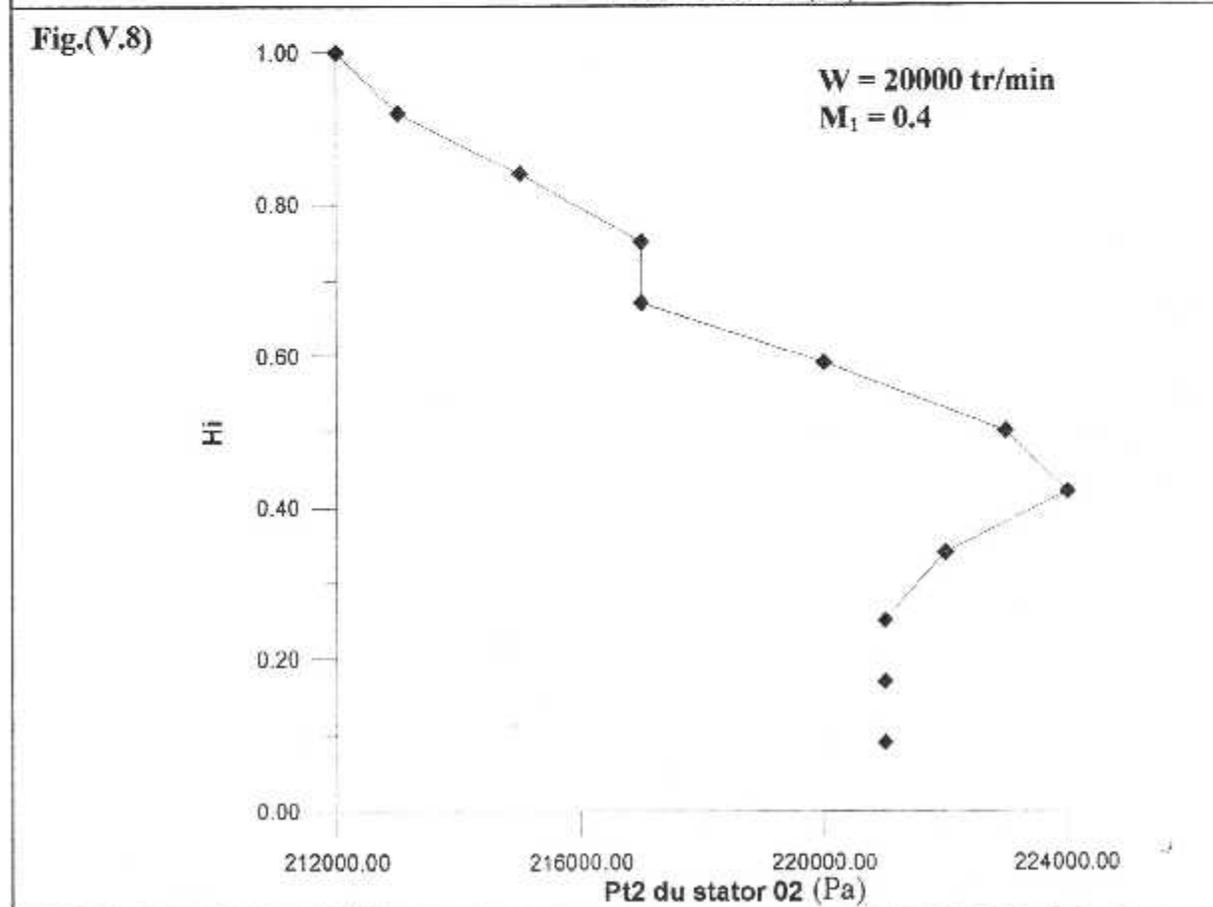
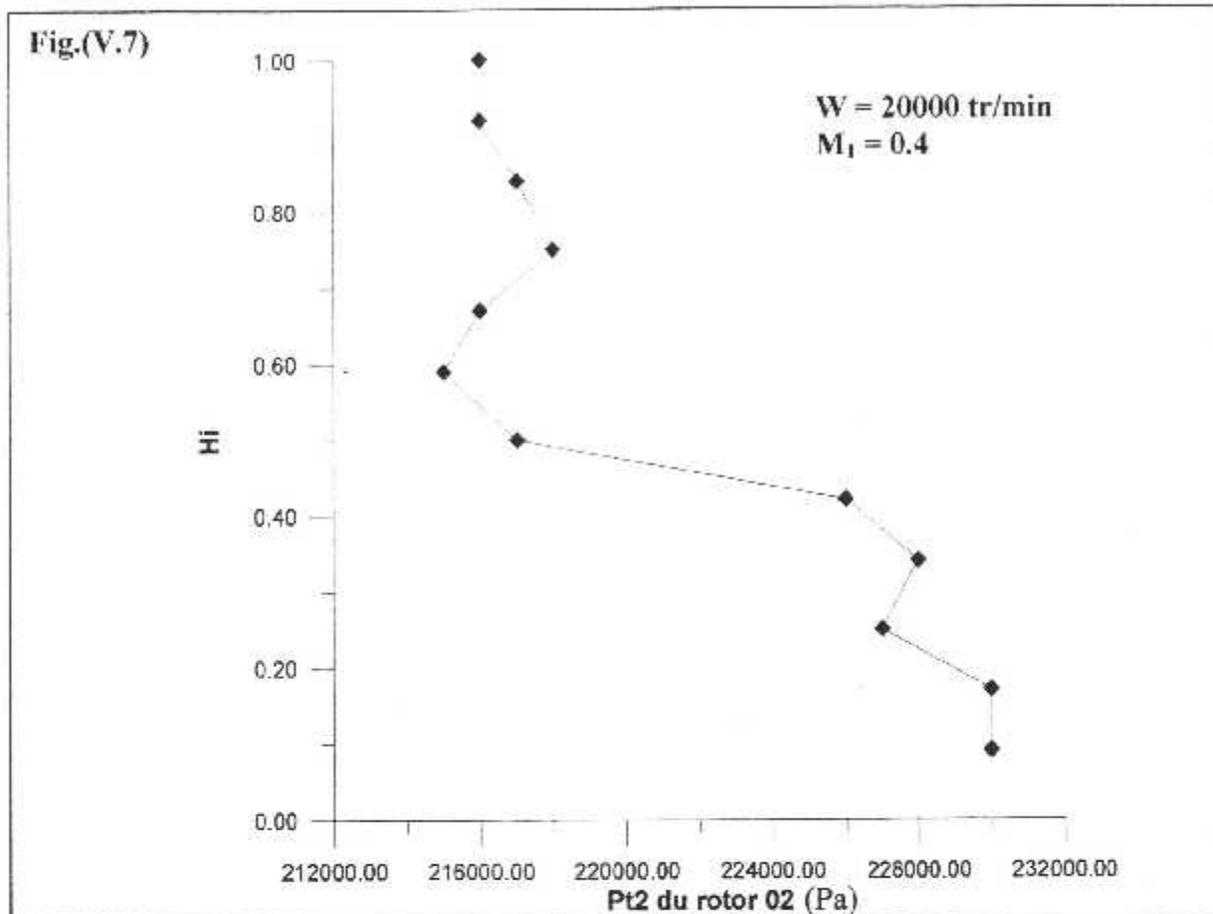
V.2 COURBES DES PRESSIONS STATIQUES DANS CHAQUE ROUE :



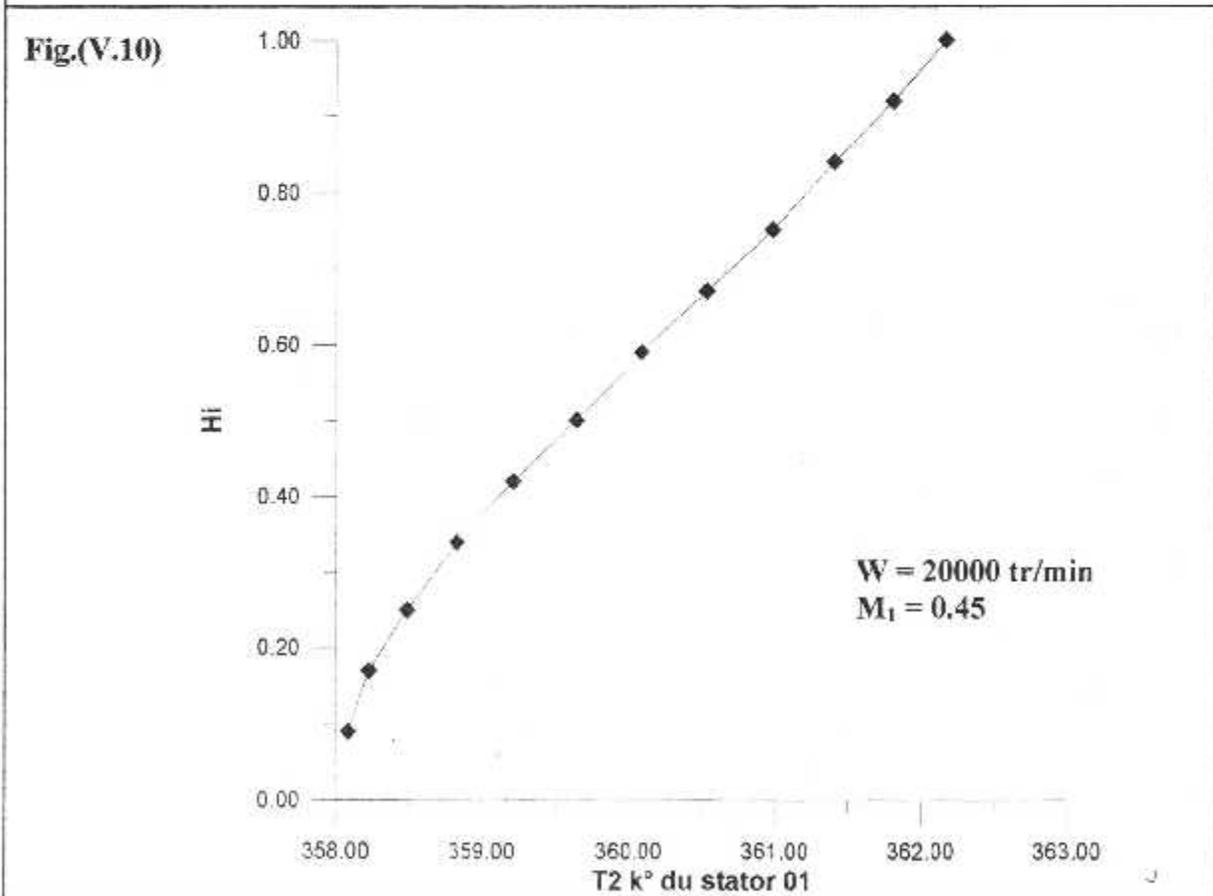
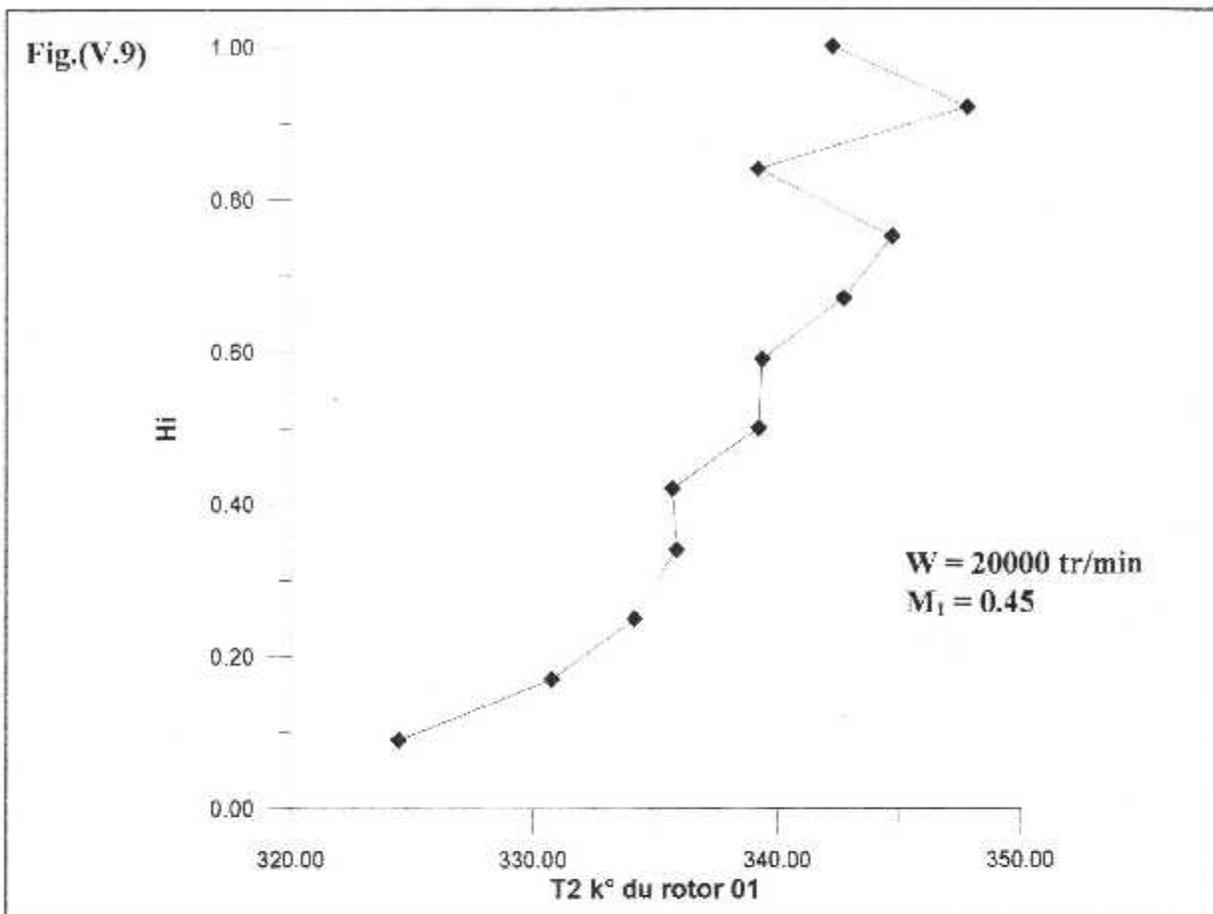


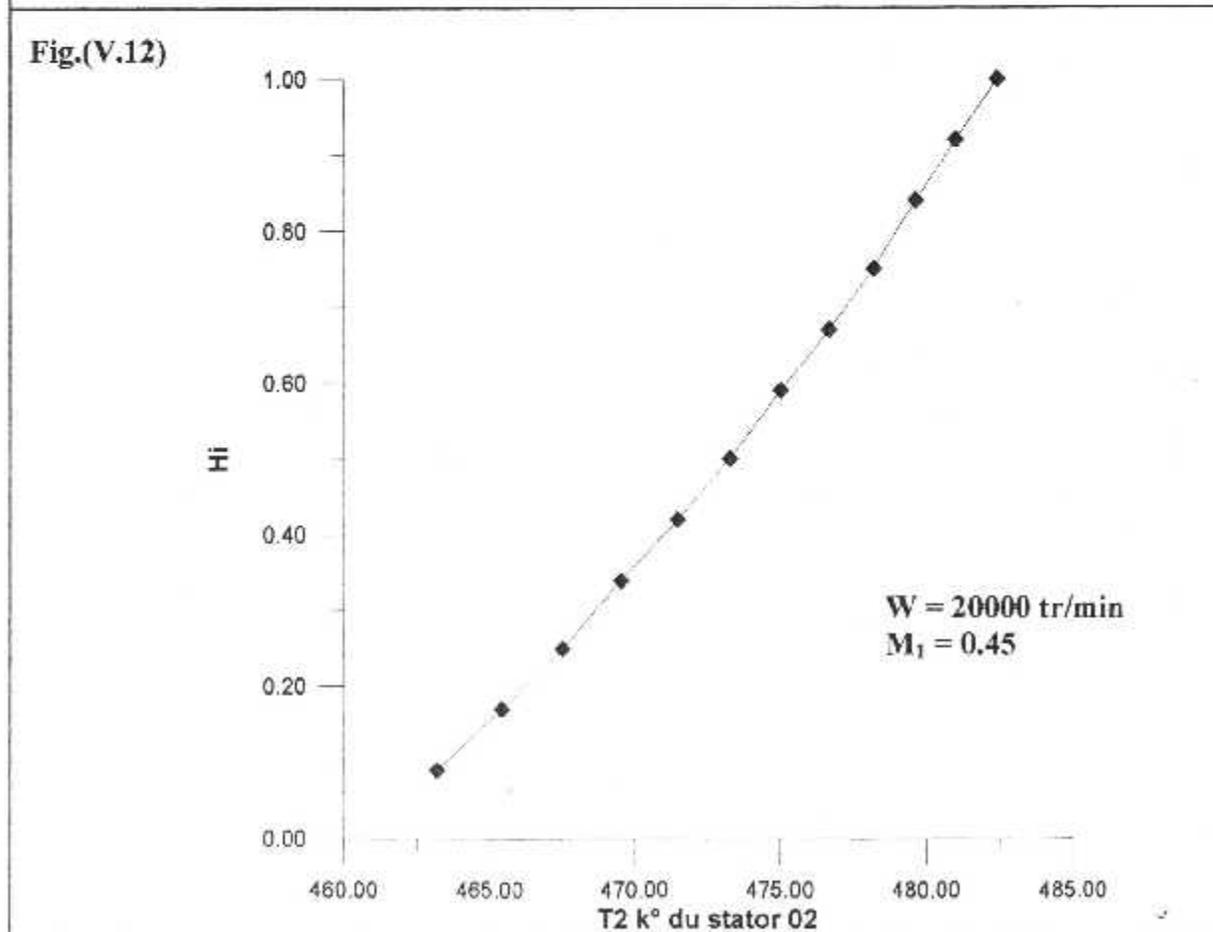
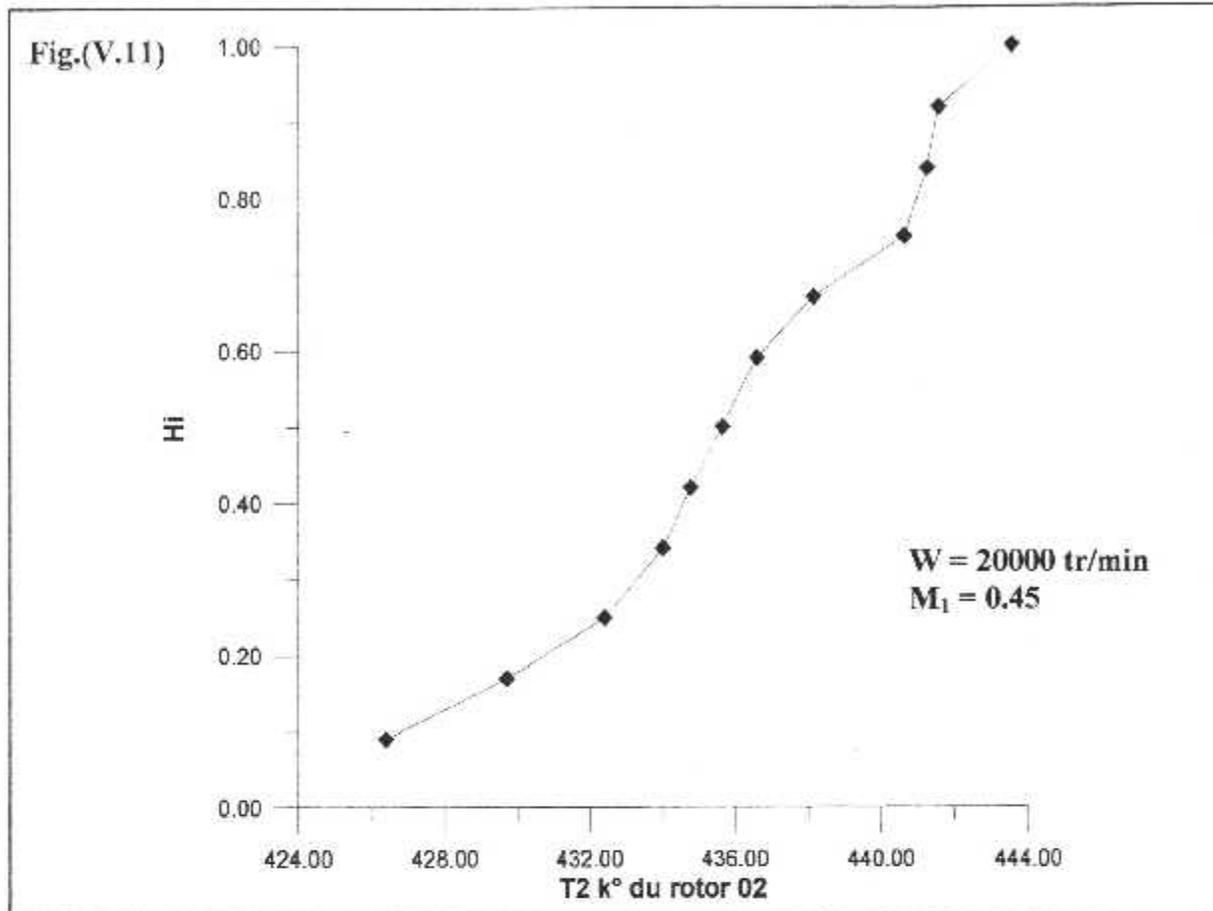
V.3 COURBES DES PRESSIONS TOTALES DANS CHAQUE ROUE :





V.4 COURBES DES TEMPERATURES STATIQUES DANS CHAQUE ROUE :





V.5 COURBES DES TEMPERATURES TOTALES DANS CHAQUE ROUE :

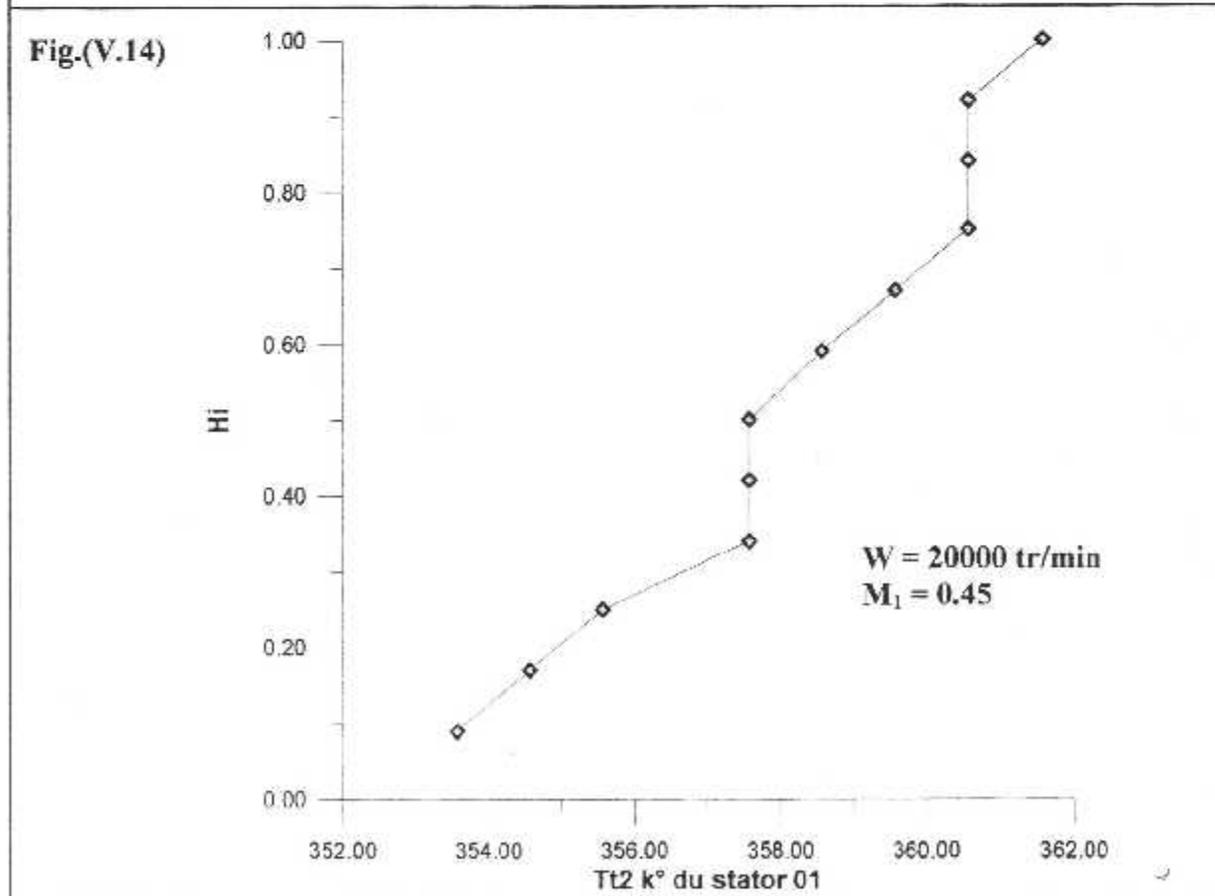
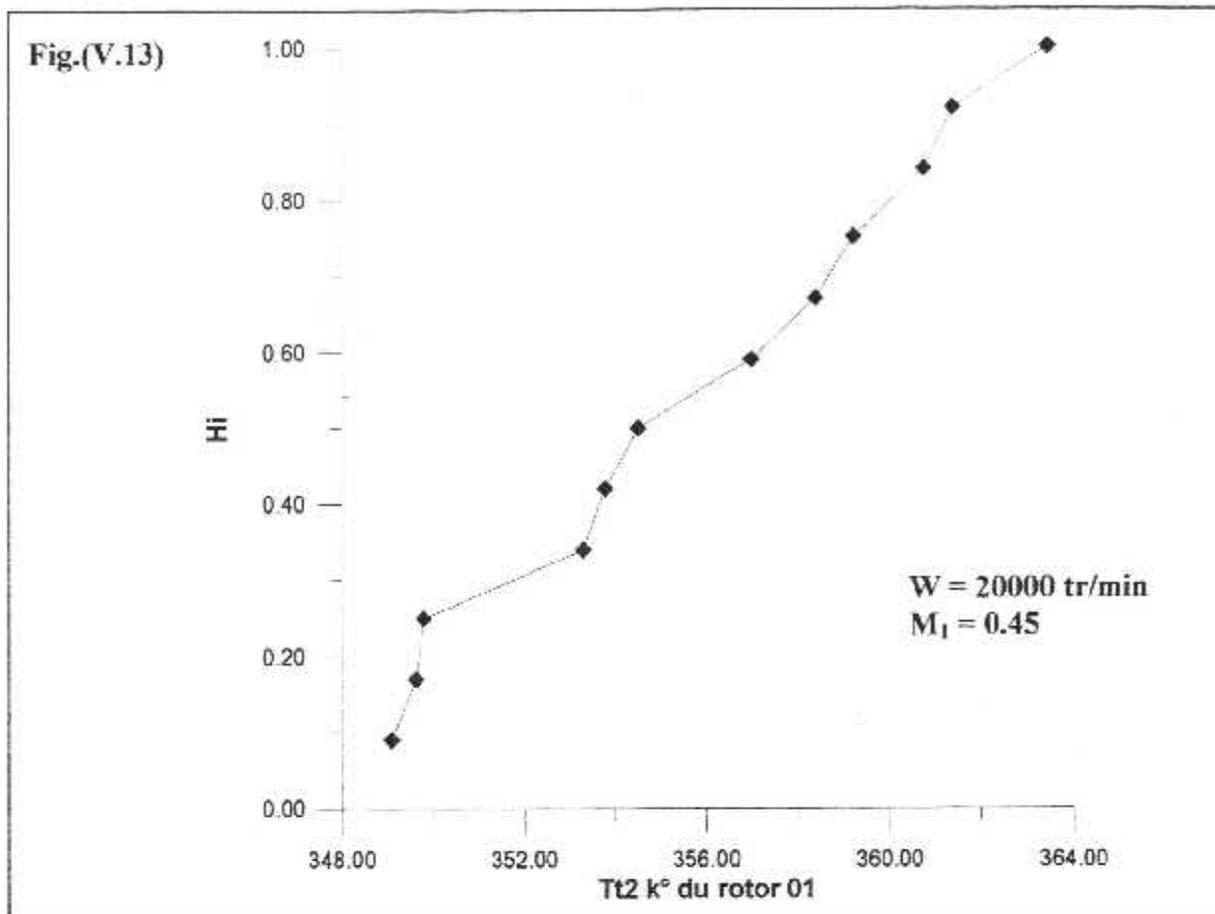


Fig.(V.15)

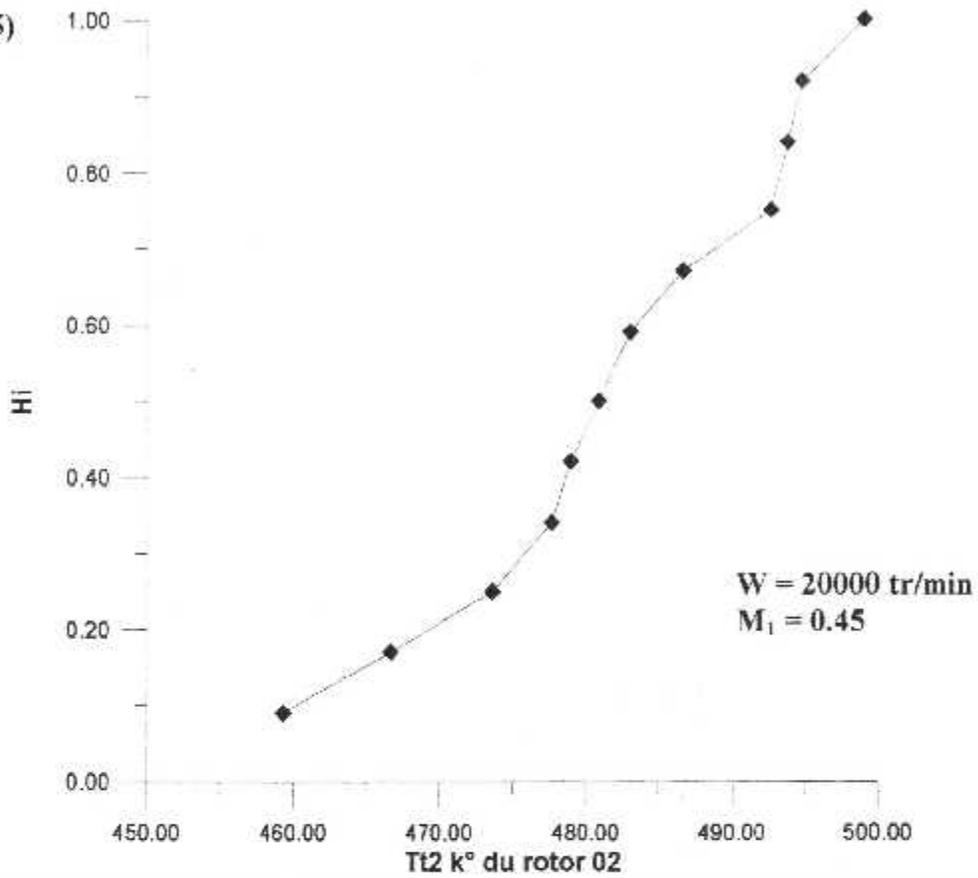
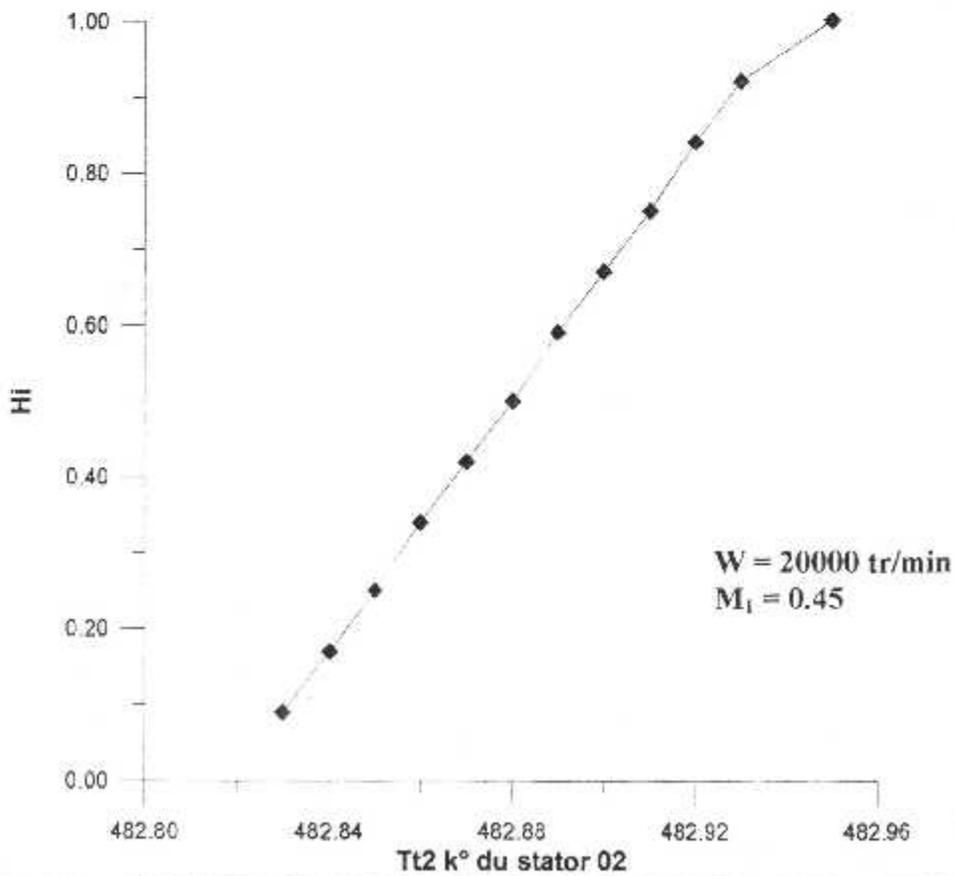


Fig.(V.16)



V.6 COURBES DES MACHS ( $M_r$  et  $M_a$ ) DANS CHAQUE ROUE :

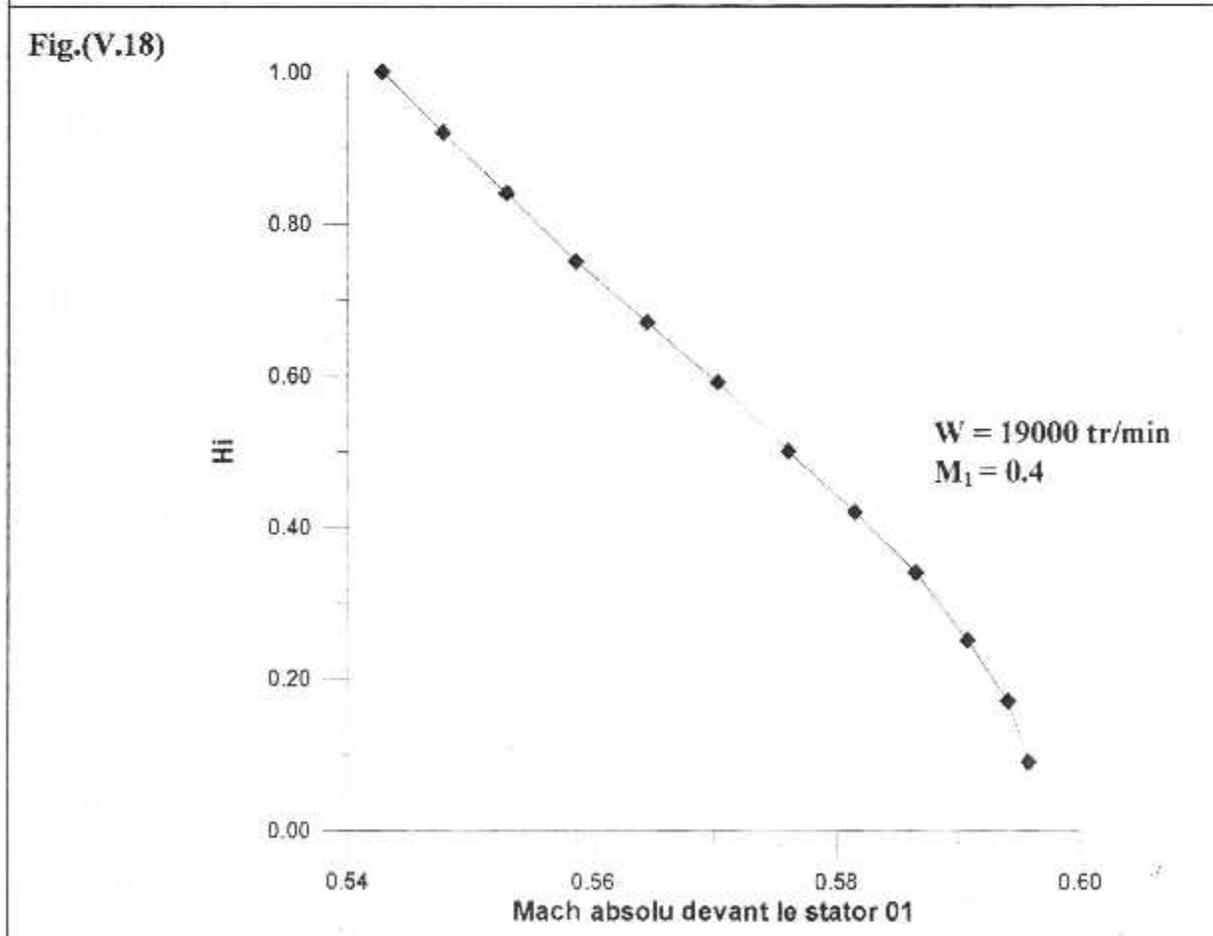
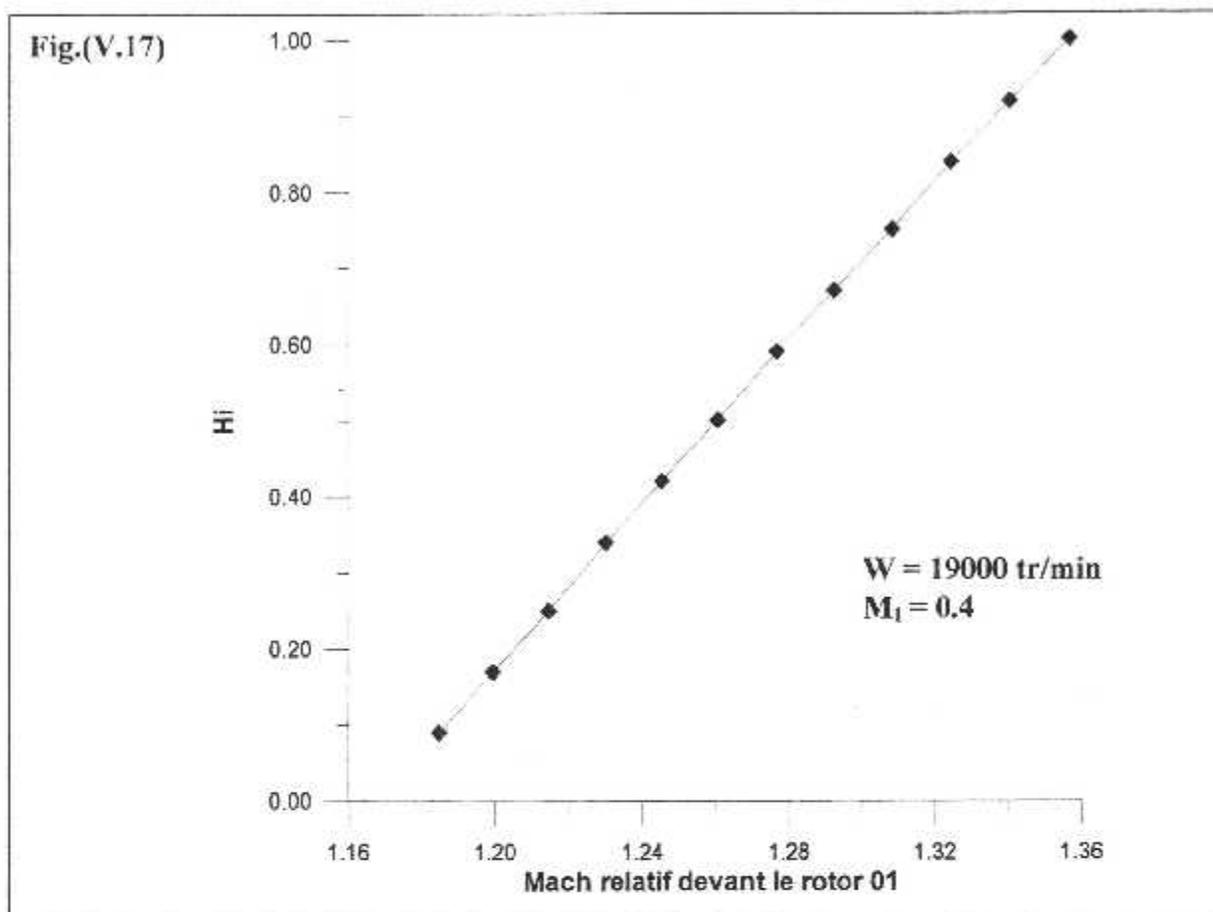


Fig.(V.19)

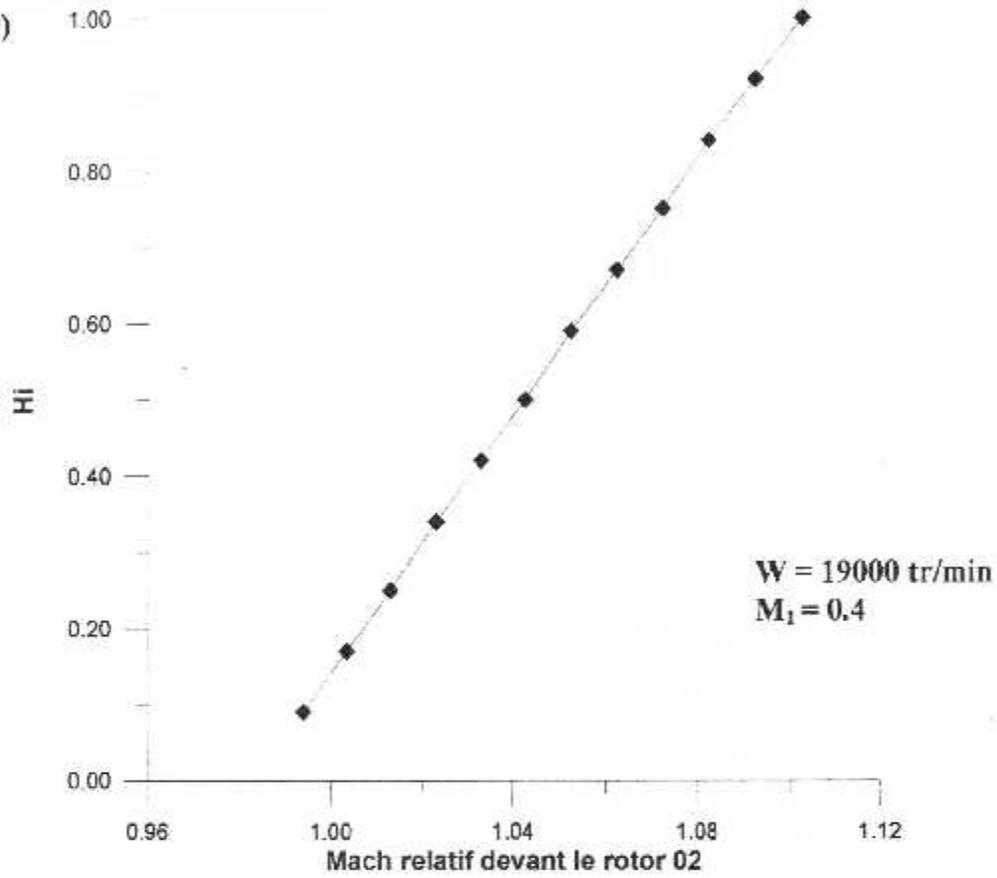
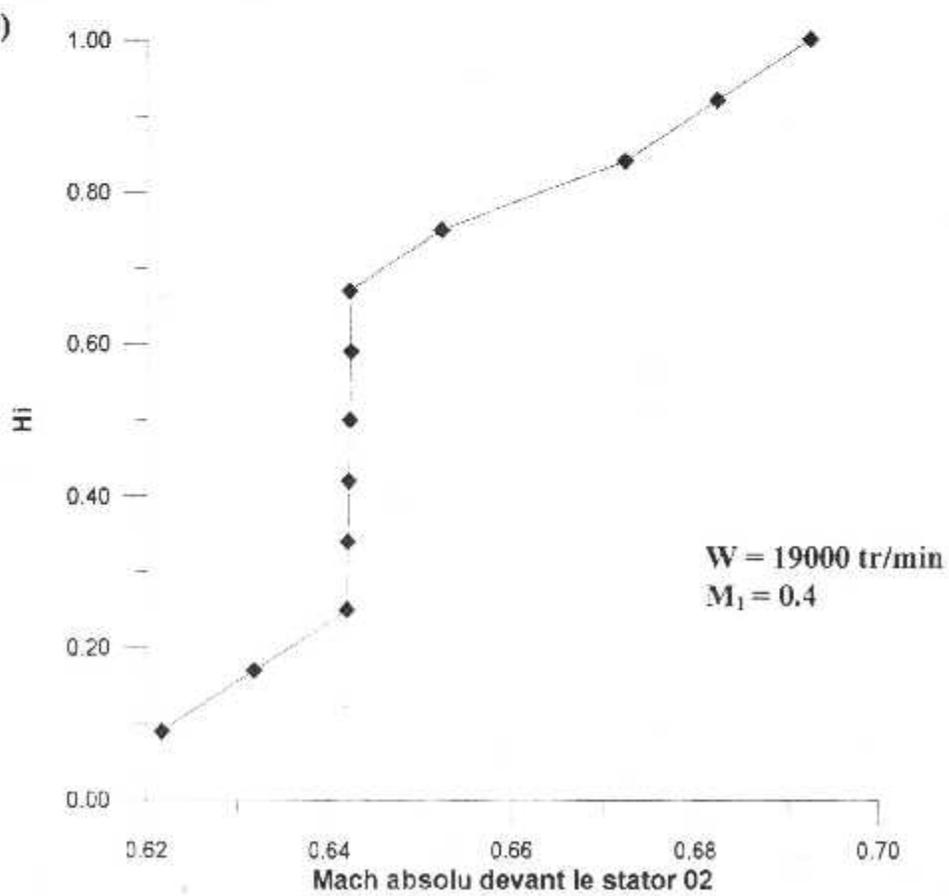


Fig.(V.20)



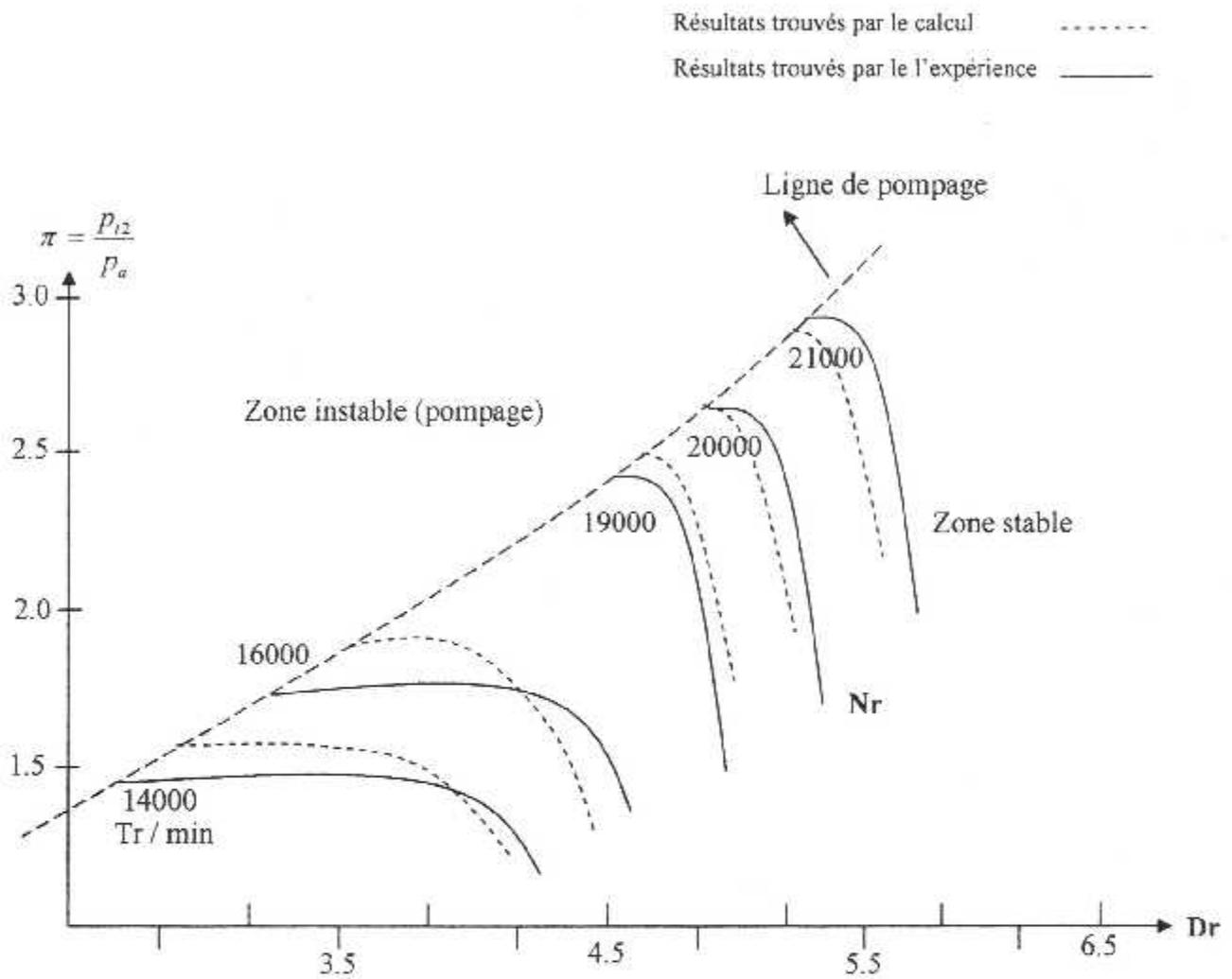


Fig. (V.21) Diagramme caractéristique du compresseur ENSAE en banc d'essai

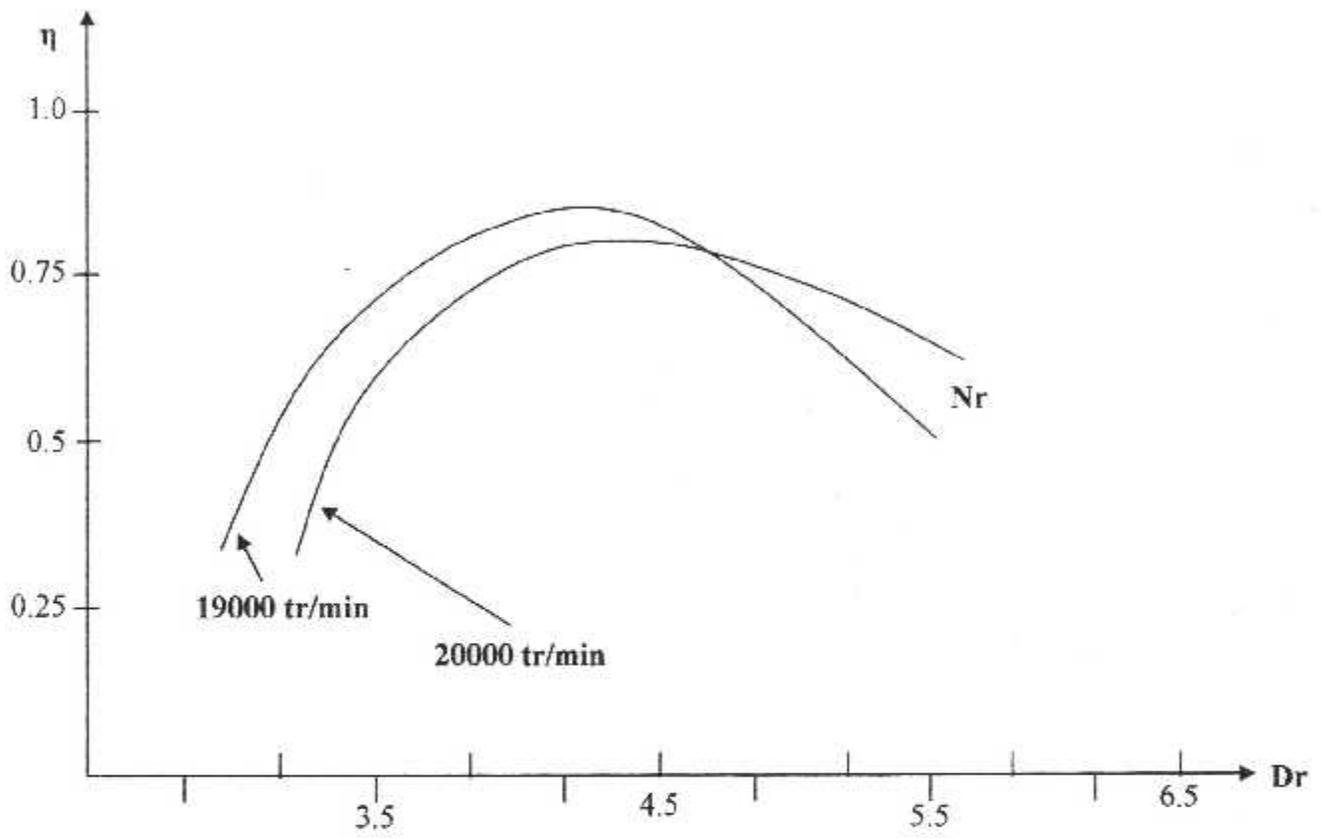


Fig. (V.22) Courbes des rendements en fonction du débit réduit

## CONCLUSION :

Dans le cadre de notre travail nous sommes arrivés à élaborer des codes de calcul des performances hors adaptation des compresseurs, quelques soient leurs géométrie et leurs nombre d'étages en tenant compte de la continuité de l'écoulement le long de la veine.

Pour le calcul des caractéristiques de l'écoulement au niveau de chaque roue on a utilisé la méthode numérique Range-Kutta de l'ordre 4 vu à sa rapidité et sa convergence, c'est ce qui rend les codes de calcul plus performant.

Cependant, la qualité des résultats obtenus après l'exécution de ces codes, montre bien l'efficacité de ces derniers, ce qui est très important pour le futur proche à essayer d'introduire les effets de la régulation -calage variable des stators- sur le comportement hors adaptation de la machine ce qui rend facile aussi d'étudier le double corps.

Cette petite expérience m'a permis de bien connaître le fonctionnement hors adaptation des compresseurs pour différents régimes et différentes conditions atmosphériques, et m'a permis aussi d'apprendre et d'approfondir mes connaissances dans la programmation en langage Fortran 90.

Enfin, espérons que ce modeste travail sera comme une aide et document nécessaire pour les futurs étudiants d'aéronautique et toute personne intéressée.

## DEMONSTRATION DE L'EQUATION (IL17)

## I- CONSERVATION DU DEBIT :

Si « b » est la hauteur du tube de courant suivant la normale à la surface de courant et «  $W_m$  » la composante méridienne de la vitesse relative, l'équation de conservation du débit s'écrit :

$$\rho w_m b_r = cte$$

Si  $\beta$  est l'angle de la vitesse  $w$  avec  $w_m$ , On peut encore écrire :

$$\rho w b_r \cos \beta = cte$$

Avec :  $b = dr \cos \theta$

Pour les calculs numériques, il est commandé de faire apparaître la fonction  $\Sigma(M)$  qui représente le rapport de la section de passage à la section sonique correspondant aux valeurs locales de la pression d'arrêt et de la température d'arrêt, soit :

$$\Sigma(M) = \frac{1}{M} \left( \frac{2 + (\gamma - 1)M^2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}}$$

D'où la forme la plus pratique de l'équation de conservation du débit :

$$\frac{\dot{m}}{2\pi} = \frac{b_r P_t^r \cos \beta}{\sqrt{T_t^r} \Sigma(M)} = Cte \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{P_{t1}^r}{\sqrt{T_{t1}^r}} \frac{\cos \beta_1 r_1 dr_1 \cos \theta_1}{\Sigma(M_1^r)} = \frac{P_{t2}^r}{\sqrt{T_{t2}^r}} \frac{\cos \beta_2 r_2 dr_2 \cos \theta_2}{\Sigma(M_2^r)} \dots \dots \dots (2)$$

## II-THEOREME D'EULER :

Pour un fluide en rotation et en régime permanent, le théorème des moments des quantités de mouvement permet d'écrire :

$$C = \dot{m} \Delta(r \cdot V_u)$$

Avec :  $P = C \cdot w = \dot{m} \cdot \Delta H_t$

Donc :  $\Delta H_t = \Delta(U \cdot V_u) \dots \dots \dots (3)$

Avec :

$H_t$  : Enthalpie de l'écoulement absolu.

$U$  : Vitesse tangentielle ( $U = w.r$ ).

$V_u$  : composante azimutale (ou tangentielle) de la vitesse absolue.

Ainsi dans une roue mobile qui échange du travail avec le fluide qui la traverse, la variation d'enthalpie absolue dépend directement de la variation de «  $V_u$  » (liée à la variation de quantité de mouvement azimutale) et de l'évolution du rayon (lié à l'effet centrifuge ou centripète). Il en résulte en particulier que :

De part et d'autre d'une roue fixe ;

$$\Delta H_t = 0 \quad (\text{ce qui est cohérent avec } \langle U=0 \rangle).$$

En dehors des roues ;

$\Delta H_t = 0$  (ce qui est cohérent avec la conservation de la quantité de mouvement tangentielle «  $rV_u = \text{cte}$  »).

### III-CONSERVATION DE LA ROTHALPIE :

En utilisant la géométrie des vitesses, l'équation (3) donne lieu à :

$$\Delta H_t = \frac{\Delta V^2}{2} + \frac{\Delta U^2}{2} - \frac{\Delta W^2}{2}$$

Avec :

$$\Delta h_t = \Delta h + \frac{\Delta V^2}{2}$$

D'où :

$$0 = \Delta \left( h + \frac{W^2}{2} - \frac{U^2}{2} \right)$$

Soit «  $J$  » la variable telle que :

$$J = h + \frac{W^2}{2} - \frac{U^2}{2} \dots \dots \dots (4)$$

Donc :  $\Delta J = 0$ ,

Alors :  $J = cte$ .

Cette variable est désignée par le nom de « Rothalpie ».

C'est la généralisation du cas stationnaire adiabatique pour lequel l'enthalpie d'arrêt est conservée et on a :

$$H_t^r = h + \frac{V^2}{2} \dots \dots \dots (5)$$

Où :

$H_t^r$  : est l'enthalpie d'arrêt relative ( $= h + W^2 / 2$ ), effectivement dans un repère mobile, n'est pas en général constant.

Sauf dans le cas où «  $U = W.r$  » ne varie pas, c'est à dire quand l'évolution du fluide considéré reste sur une surface à rayon constant, l'enthalpie d'arrêt relative  $H_t^r$  reste constante.

L'équation de conservation de rothalpie J dans le repère relatif permet d'écrire :

$$C_p T_t^r = J + \frac{W^2 r^2}{2} \dots \dots \dots (6)$$

Avec :

$T_t^r$  : Température d'arrêt dans le repère relatif, par analogie avec la température d'arrêt dans le repère absolu.

Comme la capacité thermique massique à pression constante est liée à la constante des gaz et l'exposant isentropique  $\gamma$  par :

$$C_p = \gamma.R/(\gamma - 1)$$

On obtient entre deux plans d'indices 1 et 2 :

$$\frac{\gamma R T_{t1}^r}{\gamma - 1} - \frac{W r_1^2}{2} = \frac{\gamma R T_{t2}^r}{\gamma - 1} - \frac{W r_2^2}{2} \dots \dots \dots (7)$$

En introduisant le nombre de Mach de rotation :

$$M = \omega r / \sqrt{\gamma r T}$$

Avec :

$$\frac{T}{T_c} = \theta(M) = \frac{2}{2 + (\gamma - 1)M^2}$$

$$\frac{T_2^r}{T_1^r} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \left[ \left( \frac{r_2^2}{r_1^2} \right) - 1 \right] \theta(M_1^r) \dots \dots \dots (8)$$

Ainsi, si tout l'écoulement est déterminée dans un plan 1, la relation (8) permet le calcul de la température «  $T_2^r$  » qui ne dépend que du rayon «  $r_2$  » dans le plan 2 (il est appelé que les seules hypothèses sont un écoulement relatif permanent et adiabatique à l'exécution de toute hypothèse sur l'entropie).

Nous supposerons connu l'écoulement dans le plan d'entrée, de plus l'angle «  $\beta_2$  » de l'écoulement relatif de sortie, le nombre de Mach «  $M_2^r$  » se détermine par itérations rapidement convergentes à partir de la relation (2), si l'on connaît la pression d'arrêt relative «  $P_{12}^r$  ».

**IV-CONSEQUENCES :**

Il est intéressant d'utiliser le concept d'efficacité par analogie avec les prises et les diffuseurs de la façon suivante :

Si la température est isentropique, la pression d'arrêt est uniquement liée à la température d'arrêt par :

$$\frac{P_{12s}^r}{P_1^r} = \left( \frac{T_{12}^r}{T_1^r} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \dots \dots \dots (9)$$

Il est alors possible de définir une efficacité relative :

$$\eta_{12} = \frac{P_{12}^r}{P_1^r} = \frac{P_{12}^r}{P_{12s}^r} \quad (\text{Toujours } < 1) \quad P_1^r = P_{12s}^r$$

On peut alors écrire l'équation (V.1) de la manière suivante :

$$\sum(M_2^r) = \sum(M_1^r) \left( \frac{T_{12}^r}{T_{11}^r} \right)^{\gamma+1} \cdot \frac{dr_2 r_2 \cos \beta_1 \cos \theta_2}{dr_1 r_1 \cos \beta_2 \cos \theta_1} \cdot \eta_{12} \dots \dots \dots (10)$$

«  $\eta_{12}$  » est tout à fait caractéristique des pertes aérodynamiques internes et peut être déterminé à partir de la loi empirique que l'on trouve dans la littérature.

En cas d'absence d'une grille mobile, cas d'un stator ou d'un simple canal, on remplace les grandeurs relatives dans les formules ci-dessus par les grandeurs absolues correspondantes.

#### REMARQUE :

Comme notre équation de l'équilibre radial est sous la forme :

$$\frac{dP_2}{dr_2} = f(\rho, r, \theta(r), r_m(r), \beta(r), P_1(r)) \dots \dots \dots (11)$$

Et comme le rayon «  $r_2$  » est inconnu, on ne peut pas intégrer cette équation et pour trouver la valeur de ce rayon, on utilise l'équation ci-dessus (8) comme une deuxième équation différentielle, on aura :

$$\frac{dr_2}{dr_1} = \frac{\sum(M_2^r) \cdot r_1 \cos \beta_2 \cos \theta_1}{\sum(M_1^r) \left( \frac{T_{12}^r}{T_{11}^r} \right)^{\gamma+1} \cdot r_2 \cos \beta_1 \cos \theta_2 \cdot \eta_{12}} \dots \dots \dots (12)$$

## REPRESENTATION SYNOPTIQUE DES PROGRAMMES DE CALCUL

**INPUT** : Ce programme est fait pour calculer les caractéristiques géométriques des aubages et les dimensions principales de la veine en fonction de la hauteur de l'aube pour plusieurs nappes au niveau de chaque station (rotor, stator) et les afficher dans un fichier nommé (**MOTEUR.dat**)

➤ (**MOTEUR.dat**) : Est considéré ; comme un fichier, affichant les données principales pour le programme **CALPERF**.

**CALPERF** : Représente le programme principal de notre étude, puisqu' il est chargé de calculer les performances de chaque nappe et de chaque station (rotor, stator) du compresseur choisi, utilisant la méthode numérique RUNGE-KUTTA (4,4) pour résoudre le système d'équation de l'équilibre radial.

### I- Le programme INPUT :

```
PROGRAM INPUT
```

```
EXTERNAL f1,g1,c1,fc1
```

```
EXTERNAL Sf1,Sg1,Sc1,Sfc1
```

```
EXTERNAL f2,g2,c2,fc2
```

```
EXTERNAL Sf2,Sg2,Sc2,Sfc2
```

```
DIMENSION b1c(50),b2c(50),CC(50),FC(50)
```

```
OPEN (1,FILE='MOTEUR.DAT')
```

```
***** * LIRE LE NOMBRE DE NAPPE *****
```

```
WRITE (*,*) 'DONNER LE NOMBRE DE NAPPES N = ?'
```

```
READ*,N
```

```
NS = 4
```

```
WRITE (1,*) N,NS
```

\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\* ROTOR 1 \*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*

Rt1=17.8

Rr1=13.9

Rt2=17.8

Rr2=14.5

Z = 41

CALL MOTEUR(N,Rt1,Rr1,f1,g1,c1,fc1,b1c,b2c,CC,FC)

WRITE (1,100)Z,Rt1,Rr1,Rt2,Rr2

DO I = 1,N

WRITE (1,\*)b1c(I),b2c(I),CC(I),FC(I)

ENDDO

\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\* STATOR 1 \*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*

Rt1=0.5\*35.77

Rr1=0.5\*29.12

Rt2=0.5\*35.77

Rr2=0.5\*29.12

Z = 83

CALL MOTEUR(N,Rt1,Rr1,f1,g1,c1,fc1,b1c,b2c,CC,FC)

WRITE(1,100)Z,Rt1,Rr1,Rt2,Rr2

DO I = 1,N

WRITE (1,\*)-b1c(I),-b2c(I),CC(I),FC(I)

ENDDO

\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\* ROTOR 2 \*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*

Rt1=0.5\*35.6

Rr1=0.5\*30.1

Rt2=0.5\*35.6

Rr2=0.5\*30.85

Z = 47

CALL MOTEUR(N,Rt1,Rr1,f2,g2,c2,fc2,b1c,b2c,CC,FC)

WRITE (1,100)Z,Rt1,Rr1,Rt2,Rr2

DO I = 1,N







```

SUBROUTINE MOTEUR(N,Rt1,Rr1,df,dg,dc,dfc,b1c,b2c,CC,FC)
REAL b1c(N),b2c(N),CC(N),FC(N)
EXTERNAL df,dg,dc,dfc
  h = Rt1 - Rr1
  b = h / N
  x = Rr1 + 0.5 * b

  DO I = 1,N
    Hi = (X - Rr1)/h
    b1c(I) = df(Hi)
    b2c(I) = dg(Hi)
    CC(I) = dc(Hi)
    FC(I) = dfc(Hi)
    x = x + b
  ENDDO
RETURN
END

```

### Explication des sous programmes :

- **Les fonctions :** On trouve 04 types de fonction pour chaque station :

Ces fonctions représentent la variation des angles de profil (b1c et b2c) et de la corde (CC) ainsi que le rapport entre l'épaisseur maxi du profil et la corde (FC) en fonction de la variable (x), pour chaque station (rotor, stator).

- **Les sous-routines :** Ce programme contient une sous-routine nommée **MOTEUR**, cette dernière fait le calcul des caractéristiques géométriques de l'aubage le long de la veine en fonction du nombre de nappes choisi.

**II- Le programme CALPERF :****DECLARATION DES VARIABLES :**

```

PROGRAM CALPERF
EXTERNAL F1,F2,g
COMMON VU2(50),Rm1(50),bb2(50),Rm2(50),y(50),P2(50),T2(50),
        rMr1(50),rMr2(50),bb1(50),b1,i,Rn(50),TE,CM,W2(50),a2(50)
REAL b1c(50),b2c(50),Vm2(50),Vr2(50),V2(50),M1(50),Dr(50)
REAL u1(50),s(50),W1(50),M2(50),b2(50),u2(50),taux(50)
REAL Ptr1(50),Ptr2(50),Ttr1(50),Ttr2(50),xx(50)
REAL Va2(50),ATE(50),Pt2(50),Tt2(50),To(50),Rmc(50)
REAL Pa,Ta,Rt1(5),Rr1(5),Rt2(5),Rr2(5),gama,Pl,h1,h2,T1,d1,d2
REAL Nt,b1,w,r,Pl,Cp,Pt,del,inc,v1,z1,E,a,rm,rmm,p,epsr,Lac
REAL kk,var,m,x,Te,Ta(50),AP,D,Nr,som,sa,Rou,press(50)
REAL temp(50),tot(50),di(50)
REAL CC(50),FC(50),PIC(50),TAUC(50),ETA(50)
REAL ZK(5),Rt1K(5),Rr1K(5),Rt2K(5),Rr2K(5)
REAL b1cK(50,5),b2cK(50,5),CK(50,5),FCK(50,5)

```

**LECTURE DES DONNEES:**

PI = ACOS (-1.)

\* NOMBRE DE NAPPES :N, NOMBRE D'ETAGES :NS

READ (50,\*)N,NS

\* REGIME DE ROTATION :

WRITE (\*,\*) 'DONNER LA VITESSE DE ROTATION Nt = ?'

READ (\*,\*)Nt

OMEGA = Nt

\* PARAMETRES D'ENTREE :

Pa=101325

Ta=288.

gama=1.4

cp=1004.5

r=287.



```

*****
*          CALCUL DES PARAMETRES D'ENTREE          *
*****

```

```
DO J = NMACH,NMACH
```

```
TOT(J) = 1.
```

```
DO IS = 1,4
```

```
Z = ZK(IS)
```

```
Rt1(1)=Rt1K(IS)
```

```
Rr1(1)=Rr1K(IS)
```

```
Rt2(1)=Rt2K(IS)
```

```
Rr2(1)=Rr2K(IS)
```

```
DO IK = 1,N
```

```
b1c(IK) = b1cK(IK,IS)
```

```
b2c (IK)= b2cK(IK,IS)
```

```
CC (IK) = CK(IK,IS)
```

```
FC(IK) = FCK(IK,IS)
```

```
ENDDO
```

```
IF (MOD(IS,2).EQ.0) THEN
```

```
Nt = 0.
```

```
ELSE
```

```
Nt = OMEGA
```

```
ENDIF
```

```
C = CC(1)
```

```
K = 1
```

```
T1= Ta/(1+0.2*M1(j)**2)
```

```
P1= Pa/(1+0.2*M1(j)**2)**(gama/(gama-1))
```

```
V1=M1(J)*sqrt(gama*r*T1)
```

```
VV1 = M1(J)*SQRT(gama*r*(Ta/(1. + 0.2*M1(J)**2)))
```

```
w=(2. *pi*Nt)/60.0
```



















```

k4 = b1*f2(Rm1(i)+b1,p2(i)+k3,Rm2(i)+l3)
l4 = b1*f1(Rm1(i)+b1,p2(i)+k3,Rm2(i)-l3)
P2(i+1) = P2(i) + ABS ((k11+2.0*k2+2.0*k3+k4)/6.)
Rm2(i+1)= Rm2(i) + ABS ((l1+2.0*l2+2.0*l3+l4)/6.)
RETURN
END

```

#### LES FICHIERS UTILISES DANS LE PROGRAMME :

```

*****
*           FICHIERS D'AFFICHAGE           *
*****
OPEN(1,FILE='RES1.DAT')
OPEN(2,FILE='RES2.DAT')
OPEN(3,FILE='RES3.DAT')
OPEN(4,FILE='RES4.DAT')
OPEN(10,FILE='RES10.DAT')
*****
*           FICHIERS DE LECTURE           *
*****
OPEN(50,FILE='MOTEUR.DAT',STATUS='OLD')
OPEN(60,FILE='MACH.DAT',STATUS='OLD')

```

#### Explication des sous programmes :

- **Les fonctions :** Ce programme contient 08 fonctions :

**FUNCTION g(q) :** Est utilisée dans les calculs de la résolution des systèmes d'équations différentielles ( $dp_2/dr_1$ ) et ( $dr_2/dr_1$ ).

**FUNCTION f3(x),f4(x),f5(x),f6(x),f7(x) :** Ces fonctions représentent la variation des effets de déplacement radial de la ligne de courant et de l'épaisseur du profil ( $Q_{sr}$ ) en fonction des facteurs de diffusion équivalents ( $Deqs$ ) pour plusieurs conditions posées sur la valeur du rayon moyen.

**FUNCTION f1(x,yy,z),f2(x,yy,z) :** Ces deux fonctions représentent les fonctions ( $dr_2/dr_1$ ) et ( $dp_2/dr_1$ ).

- **Les sous-routines :** On trouve trois :

**SUBROUTINE Nw :** Représente le calcul du mach relatif suivant la méthode des approximations successives.

**SUBROUTINE COUCH :** Est utilisée pour le choix de la valeur du facteur de diffusion ( $Deq$ ) qui est nécessaire pour le calcul des pertes visqueuses.

**SUBROUTINE RES :** Représente le sous-programme de Runge-Kutta calculant les caractéristiques de l'écoulement à la sortie de toutes les nappes.

## Bibliographie

- [1] Ali El Bahi "Influence du gradient radial de pression sur la marge au pompage des compresseurs"; Thèse doctorale à l'ENSA, 1983.
- [2] Rouibi A. et Aggoune W "Etude de l'effet radial sur le fonctionnement hors adaptation des compresseurs axiaux"; Thèse d'ingénieur au DAB, 2001.
- [3] Smith, L.H "the radial equilibrium Equation of turbo-machinery", transaction ASME série A.
- [4] George mauzé "turbomachines : calcul des écoulements compressibles". Coordinateur turbomachines à L'ONERA 1995.
- [5] Carrere A. "Turbomachines"; éléments de propulsion, Partie II.
- [6] Badereddine A. "Fonctionnement hors adaptation des turbomachines"; cours de propulsion II, 5<sup>e</sup> année ingénieurs, DAB.
- [7] Carrere A. "prise d'air"; aérodynamique interne des turboréacteurs, Année 1977.
- [9] Polycopie "ventilateurs-compresseur"; Techniques de l'ingénieur BM4 500 pp.22- -26.
- [10] Polycopie "dimensionnement desturbomachines"; Techniques de l'ingénieur BM 4 490 pp.11-17 .