



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE SAAD DAHLEB BLIDA -1-
INSTITUT D'AERONAUTIQUE ET DES ETUDES SPATIALES



**Mémoire de fin d'études
MASTER ACADEMIQUE**

**Département De Construction Aéronautique
Spécialité : Structures Aéronautiques**

En Vue De L'obtention Du Diplôme De Master En Aéronautique

Présenté par :

Étudiant 1 : M. MESBAH Abdelhakim Salah
Étudiant 2 : Mlle. SIAM Rayane Tenhinene

Thème

**Etude de l'effet hygrothermique sur le comportement
dynamique des nanostructures poreuses en FGM à
base de céramique-métal**

Soutenu publiquement le : 07/2022

**Encadrante : Pr. Benkhedda Amina
Co-encadrante : Dr. Berghouti Hana**

Année universitaire : 2021 / 2022



Remerciements

Nous remercions Dieu le tout puissant de nous avoir donné la santé et la volonté d'entamer et de terminer ce travail ainsi pour la faveur qu'Il a bien voulu nous accorder. Nous lui donne toute la Gloire et toute la Louange. Tout d'abord, ce travail ne serait pas aussi riche et n'aurait pas pu voir le jour sans l'aide de notre encadrante Madame Benkhedda Amina, professeur à l'institut d'aéronautique et des études spatiales. Son soutien, sa compétence et sa clairvoyance nous ont été d'une aide inestimable Pour la qualité de leur encadrement exceptionnel.

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude envers notre Co-encadrante le docteur Berghouti Hana qui s'est toujours montré à l'écoute et très disponible tout au long de la réalisation de ce travail, ainsi pour l'inspiration, l'aide et le temps qu'il a bien voulu consacrer.

Nous tenons également à remercier les membres de jury : Mc. Mahi Amel qui ont accepté, sans réserve aucune, d'évaluer cette thèse à sa juste valeur, et de nous faire part de leurs remarques sûrement pertinentes qui contribueront, sans nul doute, au perfectionnement du présent travail.

Nous n'oublierons surtout pas de présenter nos remerciements les plus sincères à nos professeurs de l'institut d'aéronautique et des études spatiales qui n'ont ménagé aucun effort pour nous transmettre leurs précieuses connaissances

Enfin, nous remercions tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à la réalisation de ce travail.



Dedicaces

Je dédie ce modeste travail

*A mes chers parents, ma tante Sihem et son marie Harrati Ladjel
Pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur
soutien et leurs prières tout au long de mes études,*

*A mes chers frères,
Youcef, Sofiane, Islam, Nadir, et Ilyes, pour leurs appuis et
leurs encouragements.*

*A mes chères sœurs,
Manel, Rania pour leurs encouragements permanents, et leur
soutien moral.*

*A ma cher binôme,
Siam Rayane Tenhinene à qui je souhaite une vie pleine de joie et de
réussite.*

*A mes meilleurs amis Rayene, Ahmed, Kacimou, Kadiro, Mohamed,
Hamdi, Imad, Saber, Zinou,*

*Avec vous, j'ai appris ce que signifie le mot amitié ; vous avez
toujours été là pour moi, dans les bons et mauvais moments et je vous
porterai toujours dans mon cœur.*

*A tous mes enseignants depuis le primaire, et à toute personne qui
m'a appris un jour quelque chose.*

MESBAH Abdelhakim Salah

Dedicaces





Je dédie ce travail

***A la mémoire de ma grand-mère, que dieu la bénisse de sa grande
miséricorde et l'accueille dans son vaste paradis.***

***A Mes Très Chers Parents, en témoignage et en gratitude de leur
dévouement et leur soutien permanent durant toutes mes années
d'études, leurs sacrifices illimités, leur réconfort moral et tous les
efforts qu'ils ont consentis pour mon éducation et mon instruction
pour me voir réussir un jour***

A ma chère sœur Malek

A toute ma famille

***A mon binôme pour qui je souhaite une vie pleine de joie et de
réussite.***

A toute la promo structure 2017, et à tous mes amis sans exception

Et à tous ceux que ma réussite leur tient à cœur.

SIAM Rayane Tenhinane

Resumé :

Dans ce travail, l'étude de l'effet hygrothermique sur la vibration des nanopoutres poreuses fonctionnellement graduées sera examinée en utilisant la théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé raffinée. Le champ de déplacement de la présente théorie est choisi en se basant sur la variation polynomiale des déplacements en plan à travers l'épaisseur de la nano poutre. En décomposant le déplacement transverse en flexion et en cisaillement, le nombre des inconnues et des équations du mouvement est réduit favorisant la facilité de l'analyse des structures. Les propriétés du matériau sont dépendantes de la température et varient continuellement à travers l'épaisseur de la poutre selon une loi de puissance. L'effet de petite échelle sera pris en considération en se basant sur la théorie d'élasticité non-locale d'Eringen. Les équations de mouvement seront dérivées utilisant le principe d'Hamilton et elles seront résolues par la solution de Navier. L'influence du paramètre de petite échelle, de l'indice matériel, du paramètre d'élancement, de porosité et de température sera discutée.

Mots clés : Effet hygrothermique, théorie d'élasticité non-locale, vibration, FGM, nano-poutre.

Abstract:

In this work, the study of the hygrothermal effect on the vibration of functionally graded porous nano beams will be investigated using the refined high-order shear deformation theory. The displacement field of the present theory is chosen based on the polynomial variation of in-plane displacements through the thickness of the nano beam. By decomposing the transverse displacement into bending and shear, the number of unknowns and equations of motion is reduced promoting ease of structural analysis. The material properties are temperature dependent and vary continuously through the thickness of the beam according to a power law. The small scale effect will be taken into consideration based on the non-local Eringen theory of elasticity. The equations of motion will be derived using Hamilton's principle and they will be solved by Navier's solution. The influence of small scale parameter, material index, slenderness parameter, porosity and temperature will be discussed.

Keywords: Hygrothermal effect, non-local elasticity theory, vibration, FGM, nano beam.

ملخص

في هذا العمل، سيتم فحص دراسة التأثير الحراري مع الرطوبة على اهتزاز أعمدة النانو المسامية المتدرجة وظيفيًا باستخدام نظرية تشوه القص عالية الترتيب المكررة. يتم اختيار مجال إزاحة هذه النظرية بناءً على التباين متعدد الحدود لإزاحة المستوى عبر سمك عمود النانو. من خلال تحليل الإزاحة العرضية إلى الانحناء والقص، يتم تقليل عدد المجهولين ومعادلات الحركة لتسهيل تحليل الهياكل. تعتمد خصائص المادة على درجة الحرارة وتختلف باستمرار عبر سمك الحزمة وفقًا لقانون الطاقة. سيتم النظر في التأثير على نطاق صغير بناءً على نظرية المرونة غير المحلية لإرينجن. سيتم اشتقاق معادلات الحركة باستخدام مبدأ هاميلتون وسيتم حلها بواسطة حل نافيه. سيناقش تأثير العامل الصغير النطاق، ومؤشر المواد، والاستطالة، والمسامية، عامل درجة الحرارة

الكلمات الرئيسية: التأثير الحراري مع الرطوبة، نظرية المرونة غير المحلية، الاهتزاز، مواد متدرجة وظيفيًا، الحزمة النانوية.

Liste des notations

E_m	Module de Young du métal
$E(z)$	Module de young en fonction de z
E_c	Module de Young de céramique
$G(z)$	Module de cisaillement en fonction de z
$\nu(z)$	Coefficient de Poisson en fonction de z
ν_c	Coefficient de poisson de céramique
ν_m	Coefficient de poisson de métal
$\rho(z)$	La densité du matériau en fonction de z
ρ_m	La densité du métal
ρ_c	La densité du céramique
$\alpha(z)$	Coefficient de thermique en fonction de z

Liste des notions

α_m	Coefficient de thermique métal
α_c	Coefficient de thermique céramique
$\beta(z)$	Coefficient d'expansion de de l'humidité fonction de « z »
β_m	Coefficient d'expansion de de l'humidité métal
β_c	Coefficient d'expansion de de l'humidité céramique
$V(z)$	Fraction volumique
k	Paramètre du matériau
L	Longueur de la poutre
B	Largeur de la poutre
h	Épaisseur de la poutre
u_0, v_0, w_0	Les composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la poutre
u, w	Les déplacements dans les directions x, z .

Liste des notions

φ_x, φ_y	Les rotations autour des axes x et y
$F(z)$	Fonction de gauchissement (fonction de cisaillement transverse)
σ_{xx}	Contraintes normales
τ_{xz}	Contraintes cisaillement
l, j, k, l	Sont des nombres naturels.
ε_{xx}	Déformation dans la direction x
$\delta_u, \delta_v, \delta_w$	Champ virtuel de déplacement
$\delta\varepsilon_x$	Champ de déformation longitudinal virtuel
$\delta\gamma_{xz}$	Champ de déformation transversal virtuel
N	Effort normal
M_b	Moments de flexion
M_s	Moment de cisaillement

Liste des notions

N^T	La forces appliquée due au changent de la température
N^H	La forces appliquée due au changent de l'humidité
e_{oa}	paramètre de l'effet non-locale
$\{ \}$	Vecteur colonne
$[]$	Matrice
ω	La fréquence propre de vibration libre
[K] et [M]	Les matrices de rigidité et de masse
FGM	Matériau fonctionnellement graduée.
CBT	Classical beam theory
TBT	Timoshenko beam theory
TSDT	La théorie de la déformation de cisaillement du troisième ordre.
HSDT	Théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé.

Liste des notions

P-FGM Matériau à gradient fonctionnel en puissance.

E-FGM Matériau à gradient fonctionnel en exponentiel.

S-FGM Matériau à gradient fonctionnel en sigmoïde

Table des matières

Remerciements

Dédicace

Résumé

Tables des symboles

Table des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

Introduction générale..... 2

INTRODUCTION GÉNÉRALE..... 2

I.1. GENERALITES SUR LES MATERIAUX FONCTIONNELLEMENT GRADUES 6

I.1.1. Introduction..... 6

I.1.2. la définition des matériaux FGM..... 6

I.1.3. Les matériaux fonctionnellement gradués dans la nature :..... 9

I.1.4. Pourquoi cette orientation vers les FGM :..... 10

I.1.5. Historique sur le développement des matériaux FGM :..... 11

I.1.6. Types des FGM 13

I.1.7. Elaboration des matériaux à gradient de propriétés..... 15

I.1.8. Domaines d'applications des matériaux à gradient de propriétés 16

I.2. GENERALITES SUR LES NANOMATERIAUX..... 18

I.2.1. Introduction 18

I.2.2. La découverte du nanomonde 18

I.2.3. Signification du nano..... 19

I.2.4. Définitions 19

I.2.5. Les familles de produits par nanomatériaux 20

1. Les nanomatériaux d'origine naturelle et / ou anthropique :..... 21

2. Les nanomatériaux manufacturés provenant des nanotechnologies..... 21

I.2.6. Travailler l'échelle du nanomètre..... 22

1. Les microscopes électroniques 23

Table des matières

2. Les microscopes à sonde de balayage (scanning probe mecroscopes SPMs)	23
I.2.7. L'intérêt pour l'échelle nanométrique	26
I.2.8. Procédés de fabrication des nanomatériaux	27
I.2.9. Applications des nanomatériaux	28
Conclusion	30
II.1. Introduction	32
II.2. Lois régissant la variation des propriétés matérielles des FGM.....	32
II.2.1. Loi de mélange en puissance (P-FGM) :	33
II.2.2. Loi de mélange Sigmoidale (S-FGM) :	35
II.2.3. Loi de mélange exponentielle (E-FGM) :	36
II.3. Les modèles de poutre pour les matériaux à gradient de propriétés.....	36
II.3.1 Modèle d'Euler-Bernoulli « EBT » ou théorie classique des poutres « CBT »	37
II.3.2. Modèle de Timoshenko « TBT » ou bien théorie de déformation en cisaillement de premier ordre « FSDBT »	38
II.3.3. Théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé « HSDBT » ...	41
II.3.4. Théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé raffinée « RHSDT » :	44
II.4. Théories des poutres selon la prise en compte de l'effet d'échelle	45
II.4.1. La théorie non locale d'élasticité.....	45
II.5. Revue des travaux sur les structures FGM à l'échelle nanométrique ...	48
Conclusion	49
III. Modélisation de l'effet hygrothermique sur la porosité.....	52
III.1. Introduction	52
III.2. Formulation mathématique	52
III.2.1. Modèle non-local d'une poutre P-FGM	52
III.2.2. Loi de puissance de la nano-poutre poreuse fonctionnellement graduée	53
III. 2.4. Formulation théorique	53
III. 2.5. Les hypothèses de base	54
III. 2.6. Relations cinématiques.....	55
III.2.7. La théorie non-locale et les relations constitutives	56

Table des matières

III.2.8. Équations de mouvement.....	57
III.3. Solution analytique.....	59
III.4. Distribution de la température.....	60
III.5. Divers environnements hygrothermiques.....	61
1. Un Chargement hygrothermique uniforme.....	61
2. Un chargement hygrothermique linéaire.....	61
Conclusion.....	62
IV. Résultats et discussion.....	65
IV.1. Introduction.....	65
IV.2. Validation analytique de la nouvelle théorie.....	66
IV.3. Résultats numériques et interprétations.....	70
Conclusion.....	76
Bibliographies.....	I

Liste des figures

Figure I.1 : (a) Variation continue des propriétés (b) Variation discrète des propriétés [1].	14
Figure I.2 : Concept des matériaux à gradient de propriétés [1].	7
Figure I.3 : Un type d'un matériau FGM en céramique et métal (Yin et al 2004).	8
Figure I.4 : (a) coupe transversal tiges de bambou, (b) Une vue microscopique d'une section transversale de l'os, (c) peau humaine. [7] [8]	10
Figure I.5 : Protection thermique (Aerospace Specification Metals, 2003).	11
Figure I.6 : Les différents types des FGM.	14
Figure I.7 : à gauche le schéma d'un FGM à porosité graduée, à droite une Image montrant la porosité graduelle d'un os [15].	15
Figure I.8 : Les principaux domaines d'application des FGM. (Bessaim, 2014)	17
Figure I.9 : Illustration de l'échelle nanométrique. (Culture Sciences Physique, 2013)	19
Figure I.10 : L'échelle relative de taille des nanomatériaux [25]	20
Figure I.11 : Différentes types des nano-objets manufacturés [14]	22
Figure I.12 : Schéma de principe du STM [28].	24
Figure I.13 : image STM de manipulation d'atome de fer sur une surface de cuivre [29].	24
Figure I.14 : A gauche : image de microscopie à force atomique d'un nanotube de carbone A droite: image de microscopie à force électrostatique après une expérience d'injection de charges. (CNRS 2005)	25
Figure II.1 : variation du module de Young à travers l'épaisseur	34
Figure II.2 : variation du module de Young à travers l'épaisseur d'une	35
Figure II.3 : La variation du module de Young à travers l'épaisseur d'une poutre E-FGM	36
Figure II.4 : Illustration de principe de la théorie classique des poutres [45].	37
Figure II.5 : Illustration de principe de la théorie de Timoshenko [45].	39
Figure II.6 : La distribution constante des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur	40
Figure II.7 : Illustration de principe de la théorie des poutres de déformation en cisaillement d'ordre élevé [45].	41
Figure II.8 : La distribution (variable) des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur dans la théorie d'ordre élevé [18].	43
Figure III.1 : Schéma général de la poutre fonctionnement graduée [14].	54

Liste des tableaux

- Figure IV.1 :** Influence de l'humidité et le paramètre non local sur la fréquence adimensionnelle de la nanopoutre FGM simplement appuyé pour diverses charges hygrothermiques ($k=1, L/h=20, \Delta T=40k$)..... 71
- Figure IV.2 :** Influence de l'humidité sur la fréquence adimensionnelle de la nanopoutre FGM simplement appuyée par rapport aux différentes élévations de température..... 72
- Figure IV.3:** Influence de l'indice matériel sur la fréquence adimensionnelle de la nano-poutre FGM simplement appuyée en fonction du changement de température pour les environnements thermiques $\Delta C=0$ et hygrothermiques $\Delta C=2$, à ($L/h=20, \mu=2nm, \Delta T=40k$)..... 73
- Figure IV.4 :** L'effet du rapport d'élanement sur la fréquence adimensionnelle de la nano-poutre FGM pour diverses augmentations d'humidité à ($k=1, \mu=2nm, \Delta T=40k$).
..... 74
- Figure IV.5 :** L'effet de porosité sur la fréquence adimensionnelle de la nanopoutre FGM pour diverses augmentations de température à ($k=1, \mu=2nm, \Delta C=0$). . 75
- Figure IV.6 :** L'effet de porosité sur la fréquence adimensionnelle de la nano-poutre FGM pour diverses augmentations d'humidité à ($k=1, \mu=2nm, \Delta C=2$)..... 80

Liste des tableaux

Tableau I.1 : comparaison entre les propriétés de la céramique et du métal	9
Tableau I.2 : Histoire des matériaux fonctionnellement gradués	12
Tableau I.3 : Les Pourcentages de nombres d'atomes en surfaces [33].	26
Tableau I.4 : Les différentes méthodes de fabrication des FGM.....	27
Tableau I.5 : Les principaux domaines d'application des nanomatériaux.	29
Tableau III.1 : Propriétés dépendantes de la température des constituants	61
Tableau IV.1 : Comparaison des fréquences fondamentales non dimensionnelles d'une poutre nano-FGM simplement appuyée sous chargement hygrothermique uniforme pour différentes théories de poutres ($L/h=20$)	67
Tableau IV.2 : Comparaison des fréquences fondamentales non dimensionnelles d'une nano-poutre FGM simplement appuyée sous chargement hygrothermique linéaire pour différentes théories de poutres ($L/h=20$).	68
Tableau IV.3 : comparaison des fréquences fondamentales non dimensionnelles d'une nano-poutre FGM simplement appuyée sous chargement hygrothermique linéaire pour différentes théories de poutres ($L/h=20$).	69



Introduction générale

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Depuis toujours, les matériaux ont joué un rôle fondamental dans le développement des technologies. De nombreux domaines de l'ingénierie modernes, en particulier l'aérospatiale, sont confrontés à des environnements extrêmes (haute pression, température et humidité) ce qu'exige le développement des matériaux présentant des propriétés mécaniques élevées et qui sont doués d'un potentiel illimité.

Dans les structures classiques, le matériau est constitué d'un empilement de couches qui sont collées directement l'une à l'autre pour améliorer les propriétés (mécaniques, thermiques, acoustique, ...etc.) de la structure.

Cette transition brutale de composition peut générer localement de fortes concentrations de contraintes à cause de la différence relative entre les propriétés mécaniques et thermiques des deux matériaux constituant le matériau composite ce qui provoque des contraintes résiduelles importantes qui peuvent conduire à des mécanismes d'endommagement différents au niveau de l'interface entre les couches : des fissures, des délaminages...etc. Par conséquent, les performances des structures en matériaux composites peuvent se dégrader gravement par la présence des dommages dus à la discontinuité des propriétés matérielles à travers l'interface des couches surtout dans des environnements agressifs.

A cet effet, les matériaux à gradient des propriétés (Functionally Graded Materials « FGM ») ont été initialement conçus comme matériaux de barrière thermique pour des applications structurales en aérospatiale et dans des réacteurs de fusion en 1984 dans le laboratoire spatial du Japon et ça afin d'éviter les pics de contraintes au niveau des interfaces des panneaux revêtus de la navette spatiale. Les structures FGMs présentent une variation continue et douce des propriétés des matériaux à travers l'épaisseur en offrant une possibilité parfaite de la réduction des contraintes résiduelles d'origine thermiques.

Les structures en matériaux à gradient de propriétés (FGM: Functionally Graded Materials) ont été largement utilisées dans le domaine d'aérospatial, aéronautique, automobile et d'autres domaines d'ingénierie.

Introduction générale

Les composants en FGM sont exposés à des conditions environnementales sévères, qui affaiblissent la résistance et la rigidité des structures en matériaux composites, même à l'échelle nanométrique. Mais les « FGM » sont apte de soutenir des gradients de températures élevés tout en maintenant leur intégrité structurelle.

L'emploi des nano structures en matériaux composites dans les applications industrielles augmente d'une façon continue depuis des années, et cela dans toutes les industries : automobile, aéronautique, spatiale, marine, civil, ferroviaire, médicale, nucléaire ou encore sportive. Les propriétés nouvelles conférées aux nanostructures en raison de leur taille, les rendent intéressantes dans des applications variées, et parfois très complexes

La nanotechnologie est capable de produire des matériaux à gradation fonctionnelle et des structures d'ingénierie à l'échelle atomique, conduisant à créer une nouvelle classe de matériaux aux propriétés plus élevées. Parmi ces structures, il y a des nanopoutre en FGM qui, suite à leurs propriétés mécaniques, chimiques et électriques élevées, ont attiré l'attention des chercheurs dans plusieurs domaines : de physique du solide, de la science des matériaux et de la nanoélectronique. Leur utilisation est évaluée dans les domaines de l'aéronautique, l'aérospatial, le génie civil, le génie mécanique, les ouvrages de travaux publics et bien d'autres secteurs.

Au cours des dernières années, l'analyse de ces nanostructures sous influence thermique fait l'objet de plus en plus de recherches. Il est bien connu que le contrôle des conditions expérimentales n'est pas évident pour les structures à l'échelle nanométrique, donc, un bon modèle théorique doit être utilisé pour décrire correctement le comportement statique et dynamique de la structure.

Comme la mécanique continue classique n'est pas considérée pour étudier les comportements des nano et micro structures. De ce fait de nombreuses théories non locales qui considèrent l'effet d'échelle ont été proposées telles que la théorie non locale d'élasticité (Eringen 1972) en introduisant la longueur d'échelle intrinsèque dans les relations constitutives.

Dans notre recherche, l'influence de l'élévation de température et d'humidité sur le comportement en vibration libre des nano poutre en FGM reposant sur des appuis simples est étudiée en utilisant la théorie de déformation en cisaillement d'ordre supérieur raffinée. L'effet d'échelle est pris en considération en utilisant les relations

Introduction générale

constitutives d'Eringen. Les propriétés matérielles des poutres FGM sont supposées varier en fonction d'une distribution de loi de puissance de la fraction volumique des constituants. Les porosités dans la poutre FGM sont prises en compte dans l'évaluation des propriétés mécaniques de la poutre. Les équations de mouvement sont dérivées du principe de Hamilton. Des exemples illustratifs sont ainsi présentés pour vérifier la présente formulation et ses solutions. L'influence des conditions hygrothermique, l'indice de loi de puissance, l'effet non local et l'effet de porosité sur les réponses en vibration libre des nano poutres en FGM sous l'effet hygrothermique sont discutés.

Pour un meilleur déroulement de ce travail, notre thèse s'articule sur quatre chapitres.

Dans le premier chapitre, nous allons commencer par donner les notions de base sur les matériaux fonctionnels gradués et les nanomatériaux.

Par suite, dans le deuxième chapitre, nous rappelons les différents types et les lois régissant la variation des propriétés matérielles des FGM, les modèles de plaques utilisés pour l'analyse du comportement mécanique des structures en FGM et ainsi une revue récents travaux scientifiques portant sur les nanostructures en matériaux à gradient de propriétés en mettant l'accent sur les travaux publiés récemment.

Le troisième détaille le développement du modèle proposé pour étudier la vibration libre des nano-poutres poreuses FG.

Dans le quatrième chapitre, une validation de la théorie proposée avec d'autres travaux dans la littérature scientifique, une présentation et une discussion des résultats numériques de l'analyse du comportement dynamique des nano-poutres poreuses en FGM sont présentées.

Une conclusion générale sur l'ensemble de ces travaux permet de revenir sur les résultats importants mis en avant.

A decorative border resembling a scroll, with a vertical strip on the left and a horizontal strip at the top, both ending in rounded, scroll-like shapes.

Chapitre I
Généralités sur les matériaux
fonctionnellement gradues

I .1. GENERALITES SUR LES MATERIAUX FONCTIONNELLEMENT GRADUES

I.1.1. Introduction

L'utilisation des matériaux composites avancés est devenue indispensable dans des domaines d'activité variés tel que l'industrie automobile, transport routier et plus important dans l'aéronautique et l'aérospatiale. Cependant, le matériau composite traditionnel est incapable pour utiliser sous des environnements à hautes températures et humides par la présence des concentrations de contraintes thermiques exercées à l'interface entre les deux types de matériaux ayant des propriétés thermiques différentes. Une façon pour surmonter ce problème de l'interface était la suppression de cette interface en créant une phase de transition continu entre les deux matériaux. C'est donc de là que vient le concept de matériaux fonctionnellement gradués. Aujourd'hui, les matériaux à gradient évalués ont été développés pour leurs excellentes propriétés mécaniques. Ces matériaux ont de grandes performances et sont capables de résister dans des environnements à hautes température et humides.

I.1.2. la définition des matériaux FGM

Les matériaux fonctionnellement gradués (FGMs) en anglais, (Functionally Graded Materials), sont une nouvelle classe de matériaux composites macroscopiquement hétérogènes constitués de deux ou plusieurs matériaux dont les propriétés mécaniques telles que le module d'élasticité de Young, coefficient de Poisson, le module d'élasticité de cisaillement, et la densité de la matière, varient graduellement en douceur dans des directions préférées dans les FGMs en général suivant l'épaisseur (z) selon une loi de fonction continue ou discrète (figure I.1).

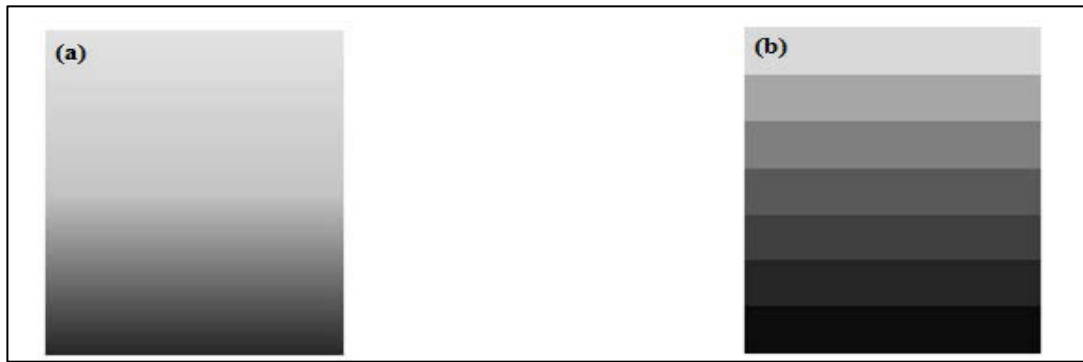


Figure I.1 : (a) Variation continue des propriétés (b) Variation discrète des propriétés [1].

En variant graduellement la fraction de volume des matériaux constitutifs, leurs propriétés matérielles montrent un changement continu d'un point à un autre, ce qui donne au matériau un comportement optimisé en éliminant les problèmes d'interface et en diminuant des concentrations de contrainte thermique [2] [3]. L'évolution continue dans la microstructure des FGM résulte un gradient qui déterminera ces propriétés matérielles (figure I.2).

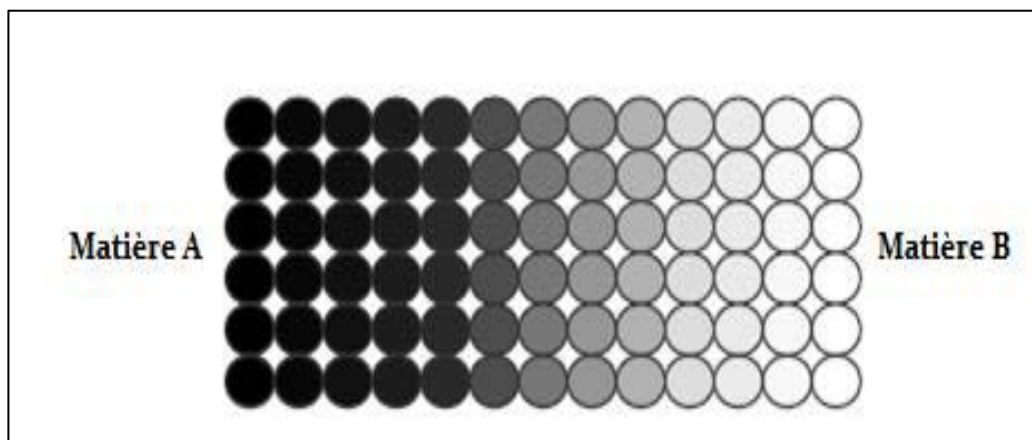


Figure I.2 : Concept des matériaux à gradient de propriétés [1].

Un matériau « FGM » est un composé non homogène constitué de différentes phases matérielles. Habituellement il est fabriqué à partir d'un mélange distinct de métaux et de céramique. Les matériaux FGM de ce type sont constitués de trois phases :

Chapitre I : Généralités sur les matériaux fonctionnellement gradés

- Une phase céramique avec une bonne résistance thermique.
- Une phase métallique qui présente des propriétés mécaniques élevées, permettant de réduire la possibilité de rupture catastrophique.
- Une région intermédiaire transitoire constituée d'un mélange des deux constituants, variant selon une fraction volumique.

Dans certains cas, on peut avoir un FGM constitué d'un même matériau mais de microstructure différente [4].

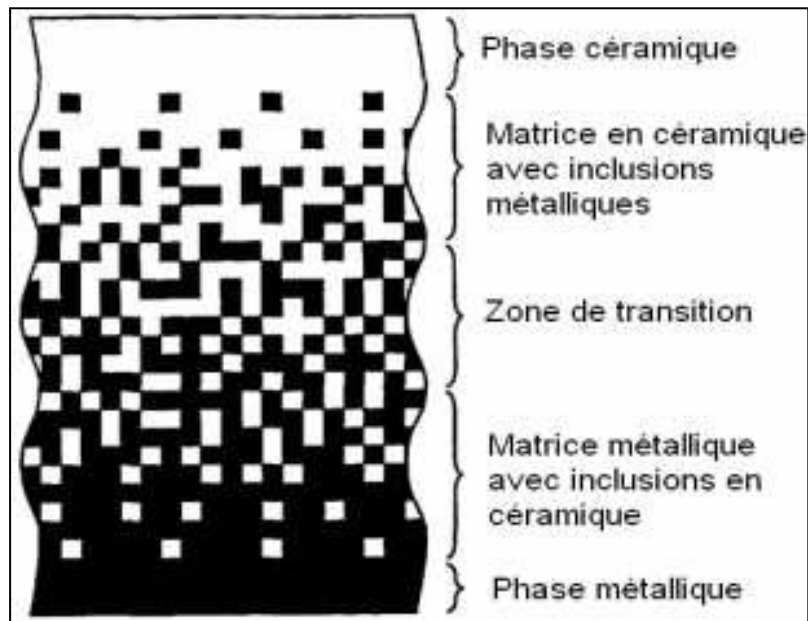


Figure I.3 : Un type d'un matériau FGM en céramique et métal [5].

Une comparaison entre les propriétés matérielles de la céramique et du métal a été faite dans le tableau I.1.

Chapitre I : Généralités sur les matériaux fonctionnellement gradués

Tableau I.1 : comparaison entre les propriétés de la céramique et du métal [6].

Couches	Matériaux	Les propriétés mécaniques
La face à haute température	Céramique	-Bonne résistance thermique ; -Bonne résistance à l'oxydation ; -Faible conductivité thermique.
Continuité du matériau d'un point à l'autre (Couches intermédiaires)	Céramique-métal	-Elimination des problèmes de l'interface ; -Relaxation des contraintes thermiques.
La face à basse température	Métal	-Bonne résistance mécanique -Très bonne ténacité ; -Conductivité thermique élevée

I.1.3. Les matériaux fonctionnellement gradués dans la nature :

La nature est riche en matériaux fonctionnellement gradués, elle était donc une source d'inspiration naturelle pour les scientifiques pour développer cette nouvelle famille de matériaux. Les os sont un exemple des matériaux fonctionnellement gradués naturels avec une structure poreuse. On peut ainsi les trouver dans des dents des animaux, des coquilles, les noix de coco et des fibres végétales (bambou, ...) [7]. Entre 20 % et 30 % de la section transversale du chaume de bambou est constituée de fibres longitudinales réparties d'une façon non uniforme dans l'épaisseur. L'orientation de ces fibres fait du bambou un matériau orthotrope à haute résistance le long de la direction des fibres. [8]

Comme le montre la figure I.1, même notre peau est graduée pour fournir certaine ténacité, qualités tactiles et élastiques en fonction de la profondeur de la peau et l'emplacement sur le corps. Des matériaux fonctionnellement gradués pourraient alors être utilisés dans le domaine médical pour remplacer les tissus endommagés tels que les dents et les os par des matériaux biomédicaux.

Ce nouveau domaine scientifique appelé bio mimétisme, fait d'ailleurs l'objet de très nombreux développements, de salons techniques spécialisés et de publications en grand nombre.

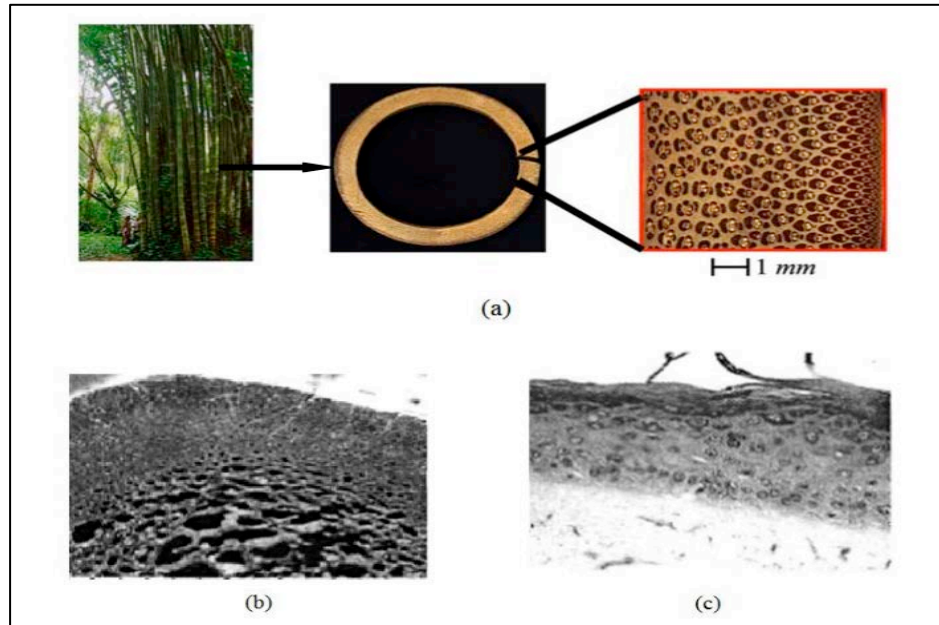


Figure I.4 : (a) coupe transversal tiges de bambou, (b) Une vue microscopique d'une section transversale de l'os, (c) peau humaine. [8] [9]

I.1.4. Pourquoi cette orientation vers les FGM

Les matériaux composites multicouches sont largement utilisés dans plusieurs structures d'ingénierie grâce à leurs performances dominantes. Toutefois, la transition brusque dans les propriétés thermomécaniques d'une couche à l'autre peut entraîner une grande contrainte inter laminaire en provoquant une déformation plastique ou une fissuration. Grâce à la structure spéciale des matériaux fonctionnellement gradués, il est possible de surmonter ces effets nuisibles et d'améliorer les propriétés mécaniques et thermiques des pièces en changeant graduellement les propriétés matérielles à travers l'épaisseur du matériau. La figure I.5 ci-dessous montre les concentrations de contraintes dans les panneaux de protection thermiques conventionnels au niveau des interfaces (changement rapide et brutale de composition). Ainsi, on observe clairement comment un FGM peut alléger ces concentrations de contraintes.

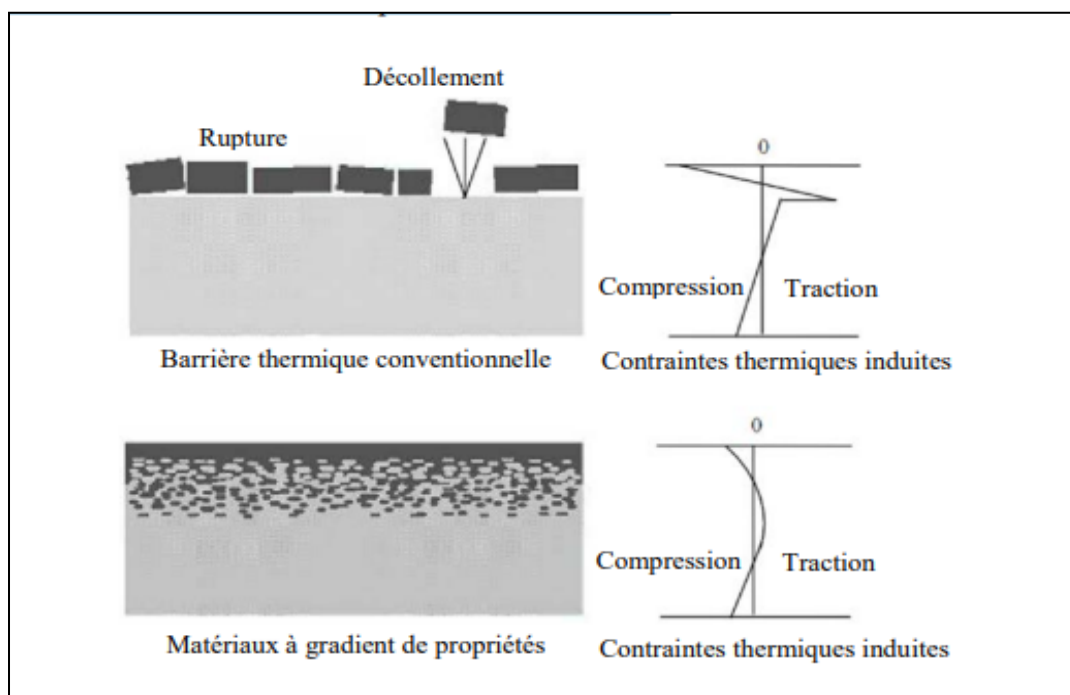


Figure I.5 : Protection thermique [1].

Les matériaux à gradient de propriétés « FGMs » sont des matériaux de haute performance. Ils peuvent agir comme une couche d'interface pour raccorder deux matériaux incompatibles afin d'améliorer la force de liaison, enlever la concentration des contraintes, diminuer la disparité dans les propriétés matérielles, réduire les contraintes thermiques, fournir la multifonctionnalité, la capacité de contrôler la déformation, l'usure, la corrosion, etc.

I.1.5. Historique sur le développement des matériaux FGM

L'idée de la conception des matériaux fonctionnellement gradués n'a vu le jour qu'au début des années 1980, lorsqu'elle a été discutée par des chercheurs japonais, en essayant de trouver un matériau pour concevoir un engin spatial qui est capable résister à un environnement thermique très sévère. Ce matériau doit résister à des températures de surface allant jusqu'à 1800°C ainsi qu'à un gradient de température de l'ordre de 1300°C. Certaines caractéristiques pour la conception d'un tel matériau doivent être considérées [10] :

- Résistance thermique et résistance à l'oxydation à haute température de la couche superficielle du matériau.
- Ténacité du matériau côté basse température.
- Relaxation effective de la contrainte thermique le long du matériau.

Chapitre I : Généralités sur les matériaux fonctionnellement gradués

L'idée originale des FGM a été proposée comme une solution pour répondre à ces exigences. Par la suite, Beaucoup de chercheurs des institutions publiques et de l'industrie ont uni leurs efforts pour développer ce nouveau type de matériau. Dans le tableau suivant, les événements notables ont été mentionnés :

Tableau I.2 : Histoire des matériaux fonctionnellement gradués [11] [12] [13].

Année	Progrès de recherche sur les FGM
1984	Le développement de concept initial des "Matériaux fonctionnellement gradués" par M. Niino et ses collègues dans un laboratoire national d'aérospatial de Sendai Japon.
1986	Etude de faisabilité sur la technologie de base pour le développement des FGM sur la relaxation des contraintes thermiques sous l'auspice de la science et de l'agence de technologie (STA).
1987	«FGM partie I - phase (1) »: Lancement du projet "la recherche sur la technologie de base pour développement des matériaux fonctionnellement gradués et l'étude de la relaxation des contraintes thermiques" par le gouvernement Japonais.
1987-1989	-La première étape du projet : Fabrication des pièces en FGM qui peuvent résister à température maximale de 2000K et a un gradient de température de 1000K.
1988	La 1 ^{er} Colloque sur FGM organisé par FGMP.
1989	Conférence d'Allemagne-Japon (FGM) a Köln, (Allemagne).
1990	La première conférence internationale sur les FGM à Sendai-city au Japon
1990-1991	« FGM partie I - phase (2) » : La seconde étape de projet :réalisation des pièces plus grandes avec des formes plus complexes pour d'autres applications : Biomécaniques, Technologie de capteur, Optiques...etc.
1992	-la période de l'amélioration de l'efficacité des FGM dans la conservation d'énergie photoélectrique, thermoélectrique et thermonucléaire -2 ^{ème} colloque international sur FGM et atelier international Japon-Allemagne-USA à San Francisco, (USA). -Sélectionner les matériaux à gradient fonctionnel parmi les dix premières technologies de pointe au Japon et actuellement dans le monde entier.

1993	Lancement de nouveau projet national intitulé « recherche sur les matériaux pour la conservation de l'énergie avec le plan fonctionnel gradient de structure », appelé « MGF, partie II »
1994	3ème colloque international sur FGM à Lausanne, (Suisse).
1995	-Atelier : Japon-Russie-Ukraine sur des matériaux de conversion d'énergie (ENECOM-95), (Sendai). -changer le nom complet aux matériaux fonctionnellement gradués car il est plus précis à la fois descriptivement et grammaticalement.
1996	4ème colloque international sur FGM dans la ville de la science de Tsukuba, (Japon).

Pendant les années 90, Ces matériaux ont marqué le début d'une révolution dans les domaines de la science et de la mécanique des matériaux. Les matériaux à gradient de propriétés sont considérés parmi les matériaux les plus importants et efficaces pour promouvoir le développement technologique, en raison des caractéristiques performantes qu'ils offrent pour plusieurs utilisations dans l'industrie et la technologie.

I.1.6. Types des FGM

Les matériaux fonctionnellement gradués sont une classe de composites particuliers caractérisée avec des gradients spatiaux en composition et en microstructure, conduisant ainsi à une variation progressive des propriétés.

La réponse mécanique et thermique de ces matériaux présente un intérêt considérable dans nombreux secteurs technologiques tels que, la nanotechnologie, la technologie à haute température, la tribologie et l'optoélectronique, etc. Par conséquence, des efforts sont intensifiés pour le développement de cette nouvelle classe de matériaux qui a abouti à la création des nouveaux types des FGM. Parmi les types des FGM actuellement développés [14] :

- Le gradient de composition chimique FG,
- Le gradient de porosité FG.
- Le gradient microstructural FG.

Généralement le type de matériau à utiliser est choisi selon les types d'applications envisagées.

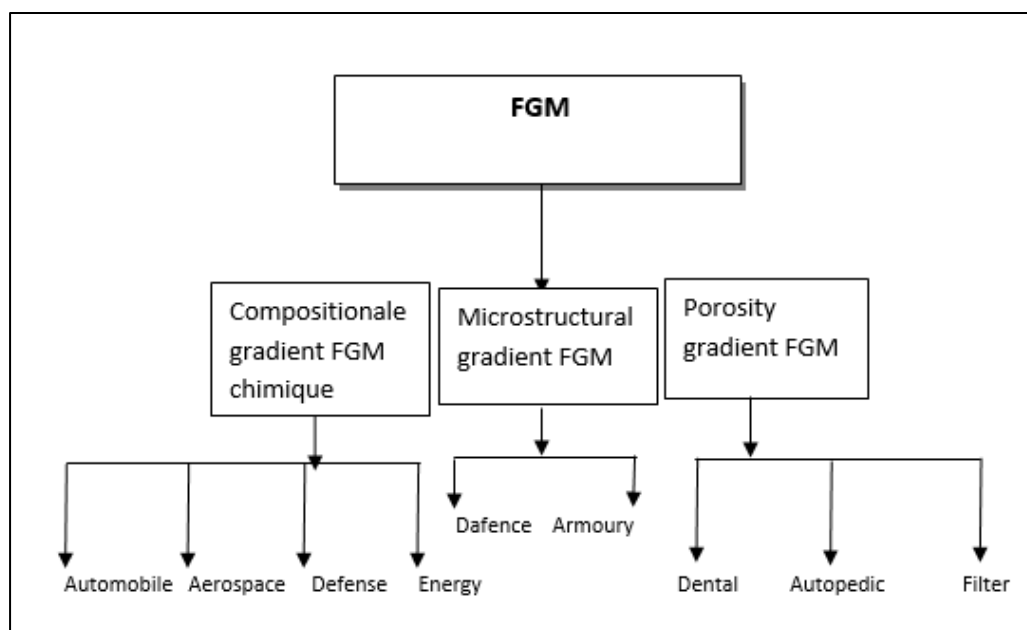


Figure I.6 : Les différents types des FGM [15].

Le cas d'un matériau de gradient de porosité s'agit du type de FGM qu'on va traiter dans ce mémoire, dans lequel la porosité dans le matériau est supposée changer par rapport à une direction dans le matériau. La forme, la taille et la densité de ces microvides sont variées, selon les propriétés requises du matériau à gradation fonctionnel. La densité de porosité est produite lorsque la densité de porosité change en fonction de la position spatiale à travers le volume du matériau. La gradation de la taille des pores est produite par dépôt de poudre avec un mélange varié de formes et de tailles de particules différentes, ce qui aiderait à produire la porosité variable requise en fonction de la forme et de la taille des pores. Elle est également pu être obtenue en faisant varier les paramètres de traitement de la production ou en utilisant des différents paramètres de frittage.

La porosité est une propriété d'un matériau qui peut être écrite sous forme une valeur numérique sans dimension définie comme un rapport entre le volume des vides sur le volume total du milieu poreux [16] :

$$\alpha = \frac{V_{pores}}{V_{total}}$$

Où V_{pores} est le volume des pores et V_{total} représente le volume total des matériaux (solide et pores). La porosité est comprise entre 0 et 1. Après une certaine valeur du rapport de porosité, la structure peut perdre sa résistance [16].

Le changement graduel et continu de la porosité dans un FGM a un effet considérable sur sa résistance à la traction et sur l'amélioration de son module d'élasticité. Les matériaux à gradient fonctionnel de gradient de porosité permettent d'absorber le choc d'une face à une autre, de fournir une isolation thermique et de relâcher les contraintes électriques et thermiques [16].

Le diagramme schématique du gradient de porosité typique d'un matériau fonctionnellement gradué est représenté sur la Figure I.7.

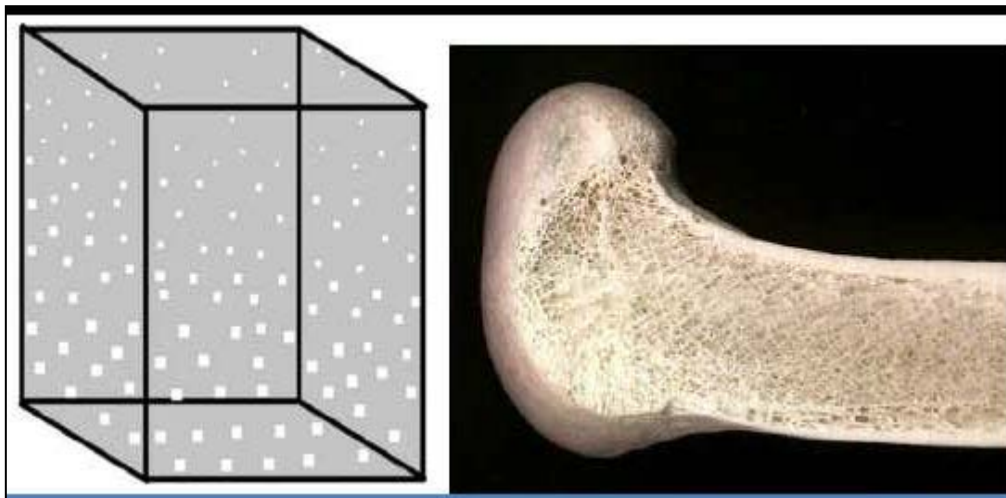


Figure I.7 : à gauche le schéma d'un FGM à porosité graduée, à droite une image montrant la porosité graduelle d'un os [17].

I.1.7. Elaboration des matériaux à gradient de propriétés

Le processus de fabrication est l'un des domaines les plus essentiels pour le développement des matériaux fonctionnellement gradués « FGM ». Depuis les deux dernières décennies, une grande partie des recherches a été consacrée au développement des méthodes d'élaboration et traitement de ce type de matériaux dans le cadre d'un programme de recherche national sur les FGM au Japon [18, 19]. Les procédés de fabrication d'un matériau à gradient évalués peuvent habituellement être divisés en construisant la structure dans un espace hétérogène (mélange graduel) et transformation de cette structure en matériau en bloc « consolidation ».

De nombreuses méthodes d'élaboration ont été développées pour la réalisation des FGM. Les techniques existantes et les plus à jour pour la production des matériaux fonctionnellement gradués sont brièvement cités ci-après [20-21] :

- Coulage séquentiel en barbotine (slip casting).
- Coulage en bande (tape casting).
- Dépôt par électrophorèse, compaction sèche des poudres,
- Projection plasma,
- Frittage en infiltration, implantation ionique
- Le coulage centrifuge
- Métallurgie des poudres
- Frittage laser différentiel
- Implantation ionique
- Dépôt physique en phase vapeur (PVD)
- Dépôt / infiltration chimique en phase vapeur

Le choix de la méthode de production la plus appropriée dépend principalement de la combinaison de matière, du type de la loi de mélange requise et de la géométrie de la composante souhaitée.

I.1.8. Domaines d'applications des matériaux à gradient de propriétés

Grace à leurs propriétés mécaniques et thermiques, les matériaux à gradient de propriétés sont utilisés pour des emplois à une large variété d'applications. Au début les FGM ont été conçus pour l'industrie aéronautique en tant que matériaux de barrière dans les structures spatiales et les réacteurs à fusion en raison de la capacité de ces matériaux à supporter un gradient thermique extrêmement élevé, c'est par suite que les FGM ont été développés dans le domaine militaire, automobile, biomédicale, aérospatial ou aéronautique, électrique, dans les secteurs chimiques et biologique et toutes utilisations dans un environnement à haute température ou corrosif. Actuellement, le concept des FGMs permet la production des matériaux légers, forts et durables et elles sont applicables dans un large intervalle des domaines tels que les matériaux de construction, matériaux de conversion d'énergie, nucléaire et semi-conducteurs [1].

Le concept des FGMs est applicable à divers domaines, comme illustré sur la Figure I.8.

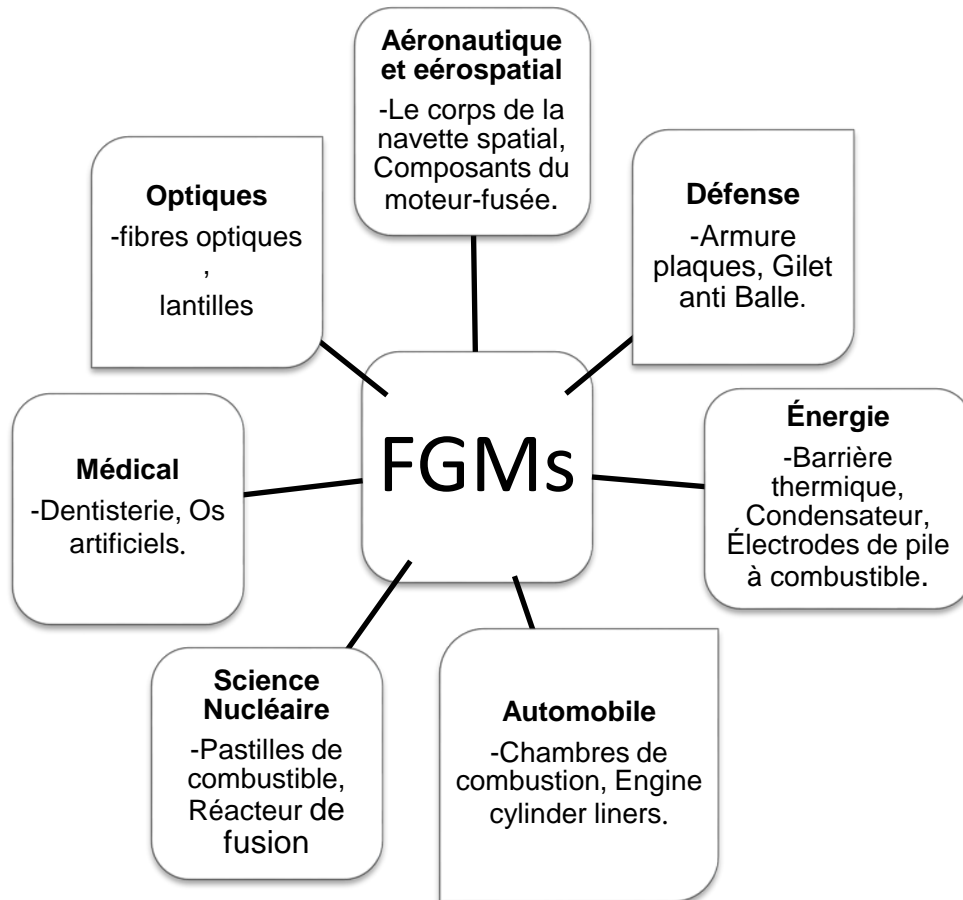


Figure 8 : Les principaux domaines d'application des FGM [22].

I .2. GENERALITES SUR LES NANOMATERIAUX

I .2.1. Introduction

Depuis quelques dizaines d'années, et en raison des espoirs d'avoir des propriétés particulières de la matière à l'échelle nanométrique qui permet d'envisager de nouvelles fonctions jusqu'ici inimaginables, les recherches s'orientent vers l'atome et son environnement. Le nano monde s'agit d'un champ de recherches et de développements technologiques impliquant la fabrication de structures, dispositifs, systèmes à partir d'objets de taille nanométriques et ainsi l'étude qui s'intéresse au comportement d'éléments nanométriques.

I .2.2. La découverte du nanomonde

Des idées et des concepts ont commencé à se former sur les nanosciences et la nanotechnologie bien avant qu'elles ne soient utilisées, lorsque le célèbre physicien américain Richard Feynman lançait lors d'une réunion de l'American Physical Society au Caltech le 29 décembre 1959 un sujet intitulé "There's Plenty of Room at the Bottom: il y a beaucoup de place vers le bas" et cela a ouvert la porte à un nouvel et vaste domaine de recherche pour la communauté scientifique, qui était encore inexploité : l'infiniment petit [23,24].

Le physicien américain décrit un procédé par lequel il pourrait être mis au point la possibilité de manipuler la matière, atome par atome, de la fabriquer, d'améliorer ses propriétés chimiques, physiques ou électroniques. En 1974, le Professeur Norio Taniguchi de l'université de Tokyo a défini pour la première fois le terme même de « nanotechnology », en comme suit « les nanotechnologies consiste principalement en la réalisation, la séparation, la consolidation ou la déformation de matériaux par le biais d'un atome ou d'une molécule »[25]. Depuis cette époque, la définition des nanotechnologies a généralement été étendue pour inclure les caractéristiques de l'ampleur de l'ordre de 100 nm. De plus, l'idée que la nanotechnologie comprend des structures qui montrent les aspects de la mécanique quantique, comme points quantiques, Il a développé sa définition [26].

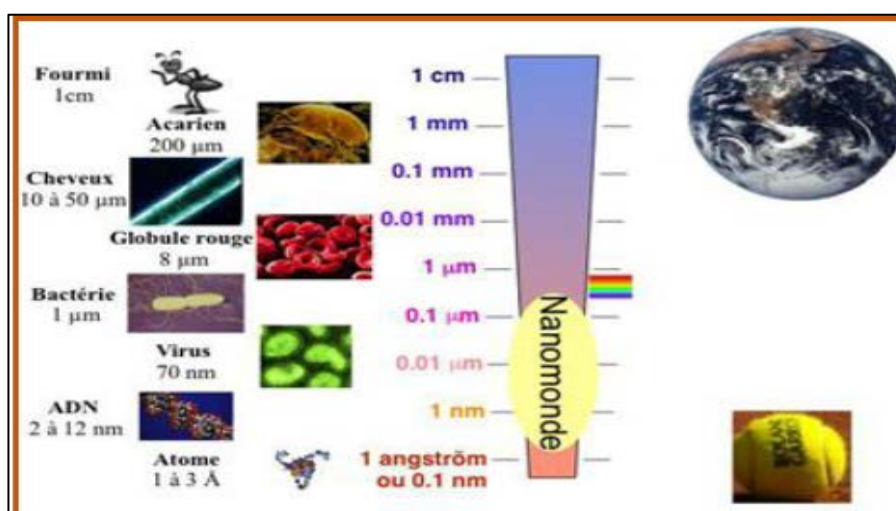
La nanotechnologie et nanosciences Il avait un coup de pouce au début 80 lorsque l'Allemand Gerd Binnig et le Suisse Heinrich Rohrer inventent le premier microscope

Chapitre I : Généralités sur les matériaux fonctionnellement gradues

en champ proche, le microscope à effet tunnel (STM : Scanning Tunneling Microscope). Cette nouvelle technologie permet l'observation et la manipulation des atomes en offrant ainsi de nouvelles pistes d'expérimentations à l'échelle du nanomètre. Cette évolution a conduit à la découverte de fullerènes en 1985, et les nanotubes de carbone quelques années plus tard.

I.2.3. Signification du nano

Un nanomètre (noté en abrégé nm) est l'unité de référence du nanomonde. Le préfixe nano vient du grec nano qui signifie nain. Un nanomètre équivaut à un milliardième de mètre ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m} = 0,000000001 \text{ m}$). Un nanomètre correspond environ à 1/50 000 de l'épaisseur d'un cheveu humain, à 1/500 000 de l'épaisseur du trait de stylo à bille et à 1/100 de la molécule d'ADN. Par exemple, La taille des atomes est de l'ordre de 0,08 à 0,5 nm, une molécule d'ADN à un diamètre de 2 nm, un virus mesure entre 10 et 100 nm.



I.2.4. Définitions :

Figure I.9 : Illustration de l'échelle nanométrique. (Culture Sciences Physique, 2013)

- **Nanomatériau** : Selon La Commission européenne, dans le cadre d'une recommandation, la définition de terme « nanomatériau » est un matériau naturel, formé accidentellement ou manufacturé contenant des particules libres, sous forme d'agrégat ou sous forme d'agglomérat, dont au moins 50 % des particules, dans la répartition numérique par taille, présentent une ou plusieurs dimensions externes se situant entre 1 nm et 100 nm.

Chapitre I : Généralités sur les matériaux fonctionnellement gradues

Selon la norme ISO TS 80004-1, un nanomatériau est un matériau dont au moins une dimension externe est à l'échelle nanométrique c'est-à-dire comprise approximativement entre 1 et 100 nm ou qui possède une structure interne ou de surface à l'échelle nanométrique.

- **Les nanotechnologies** : elles englobent toutes les techniques et les moyens permettant l'étude, la manipulation et l'élaboration de matériaux à l'échelle du nanomètre
- **Les nanosciences** : elles concernent plus précisément l'étude des phénomènes observés dans des objets, des structures, des systèmes dont la taille est de quelques nanomètres

I.2.5. Les familles de produits par nanomatériaux

Aujourd'hui, les nanotechnologies sont désormais tout autour de nous. On peut trouver une multitude de familles des nanoparticules [27] :

- Des nanoparticules naturelles.
- Des nanoparticules formées accidentellement (anthropiques).
- Des nanoparticules manufacturées volontairement par l'homme.

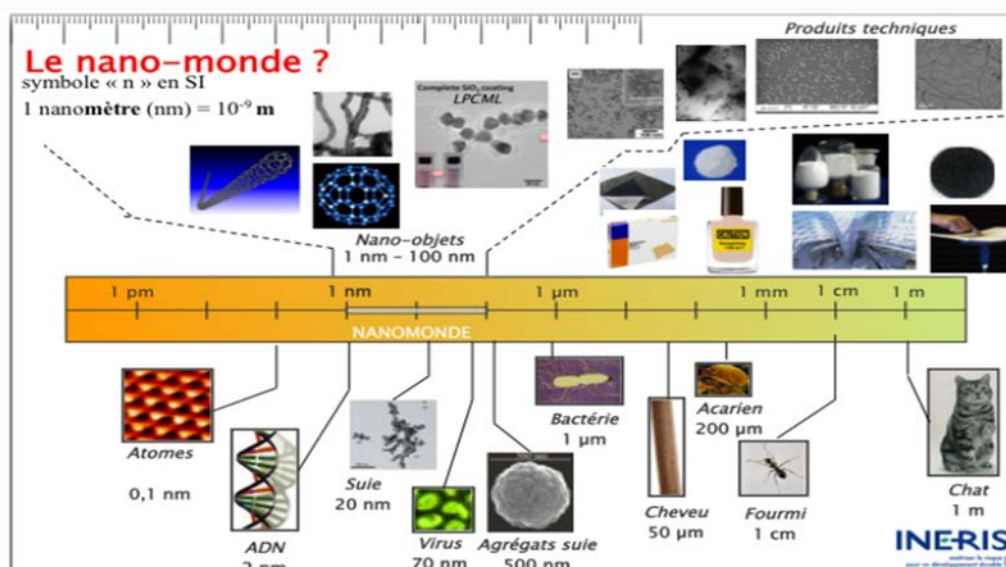


Figure I.10 : L'échelle relative de taille des nanomatériaux [28]

1. Les nanomatériaux d'origine naturelle et / ou anthropique :

La nature est riche de particules nanométriques. Elles sont particules ultrafines qui se retrouvent dans l'atmosphère sous la forme de poussières émises par combustion, par érosion, par les volcans ou sous forme d'aérosols de sel, des composés organiques.

Les nanoparticules anthropiques sont le résultat d'activités industrielles humaines. Il provient principalement des secteurs automobile, agricole et industriel tels que les émissions des moteurs Diesel, la combustion de la biomasse, la fumée de cigarette...Etc.

2. Les nanomatériaux manufacturés provenant des nanotechnologies :

Les nanomatériaux manufacturés sont des nanomatériaux produits d'une façon intentionnelle par l'Homme à des fins d'applications précises et possédant des propriétés spécifiques

- **Les nano-objets :**

Les nano-objets sont des matériaux dont une, deux ou trois dimensions externes se situent à l'échelle nanométrique c'est-à-dire approximativement entre 1 et 100 nm. Parmi les nano-objets, il est possible de distinguer trois catégories :

- Les nanoparticules : ils sont des nano-objets dont les trois dimensions externes se situent à l'échelle nanométrique : nanoparticules de latex, d'oxyde de zinc, de fer et de cérium, d'alumine, de dioxyde de titane, de carbonate de calcium, etc.
- Les nano fibres, nanotubes, nano filaments ou nano bâtonnets : des nano-objets dont deux dimensions externes sont à l'échelle nanométrique et la troisième dimension significativement supérieure : nanotubes de carbone, nano fibres de polyester, nanotubes de bore, etc.
- Les nano-feuillets, nano-plats ou nano-plaquettes : des nano-objets dont une dimension externe se situe à l'échelle nanométrique et les deux autres dimensions sont significativement supérieures : nano-feuillets d'argile, nano-plaquettes de séléniure de cadmium, etc.

Les nano-objets peuvent être utilisés sous forme de poudre, de suspension liquide ou de gel. Les objets manufacturés à l'échelle nanométrique peuvent aussi être

assemblés pour produire des objets dits « nanostructures » qui peuvent atteindre une taille macroscopique.

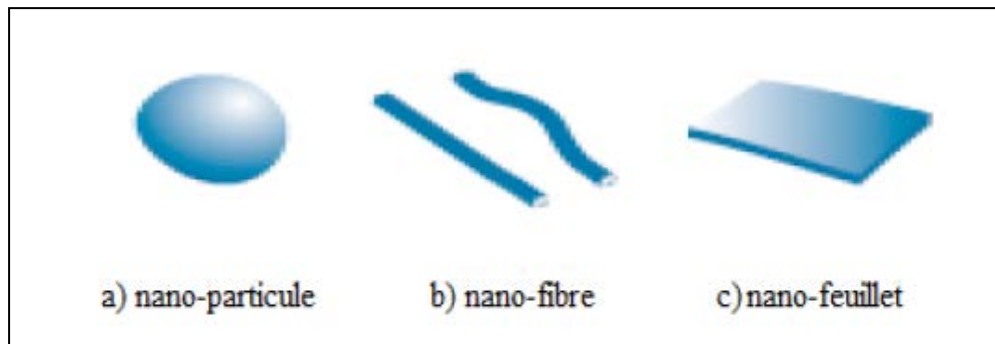


Figure I.11 : Différentes types des nano-objets manufacturés [16]

- **Les matériaux nanostructurés** : des matériaux qui possèdent une structure interne ou de surface à l'échelle nanométrique. Parmi les matériaux nanostructurés, il est possible de distinguer plusieurs familles parmi lesquelles :
 - Les agrégats et agglomérats de nano-objets : c'est la forme individuelle des nano-objets (particules primaires) dont la taille est sensiblement supérieure à 100 nm.
 - Les nano composites : ils sont des matériaux constitués de deux ou plusieurs nano-objets qui leur confèrent des propriétés améliorées ou spécifiques de la dimension nanométrique.
 - Les matériaux nanoporeux : Ces matériaux possèdent des pores de taille nanométrique. Par exemple, les aérogels de silice sont des matériaux nanoporeux qui présentent d'excellentes propriétés d'isolation thermique.

I.2.6. Travailler l'échelle du nanomètre

Il est difficile d'imaginer à quel point la nanotechnologie est petite. Un nanomètre est un milliardième de mètre, soit 10^{-9} de mètre : il y a 25 400 000 nanomètres dans un pouce, à une échelle comparative, si une bille était un nanomètre, alors un mètre serait la taille de la Terre [29].

Mais quelque chose d'aussi petit qu'un atome est impossible à voir à l'œil nu. En fait, il est impossible de voir avec les microscopes optiques créés en 1605. A cette échelle, le premier défi des nanosciences consiste à maîtriser les moyens de voir, d'analyser, de mesurer et de caractériser les objets dans ce monde minuscule, cette

étape est essentielle vers la compréhension de leurs propriétés et de la physique qui les gouverne.

1. Les microscopes électroniques :

La microscopie électronique est née avec la découverte de la mécanique ondulatoire par Louis de Broglie (1923). Il permet d'une analyse chimique localisée à tel point que les chercheurs sont capables d'identifier un atome isolé en remplaçant la source lumineuse par une source qui émet des électrons par chauffage (un faisceau d'électrons de haute énergie) [30].

Il existe plusieurs sortes de microscope électronique. Les plus connus sont :

- Le microscope électronique en transmission.
- Le microscope électronique à balayage.

2. Les microscopes à sonde de balayage (scanning probe microscopes SPMs) :

La microscopie à sonde de balayage est une technique utilisée pour détecter le **relief** (nano-topographie) et la topologie d'un échantillon en balayant la surface à imager à l'aide d'une pointe très fine.

- **Microscope à effet tunnel :**

L'invention au début des années 1980 du microscope à effet tunnel (ou STM), Scanning Tunneling Microscope) a marqué l'essor de la nanotechnologie. Cet instrument est uniquement utilisé pour observer la surface des matériaux conducteurs ou semi-conducteurs avec une résolution atomique. Il permet ainsi de cartographier celle-ci atome par atome, en mesurant le courant « tunnel » passant entre une pointe se déplaçant à quelques nanomètres d'une surface. Le STM bénéficie d'une pointe métallique qui joue le rôle d'une sonde locale du courant tunnel et scanne ligne par ligne la surface d'un objet pour en suivre la géométrie.

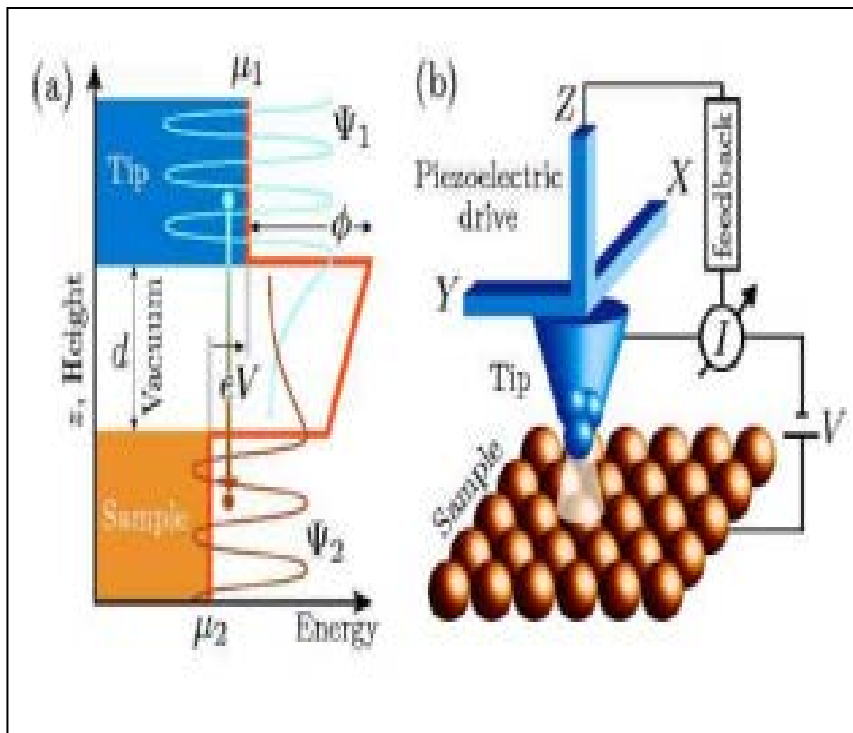


Figure I.12 : Schéma de principe du STM [31].

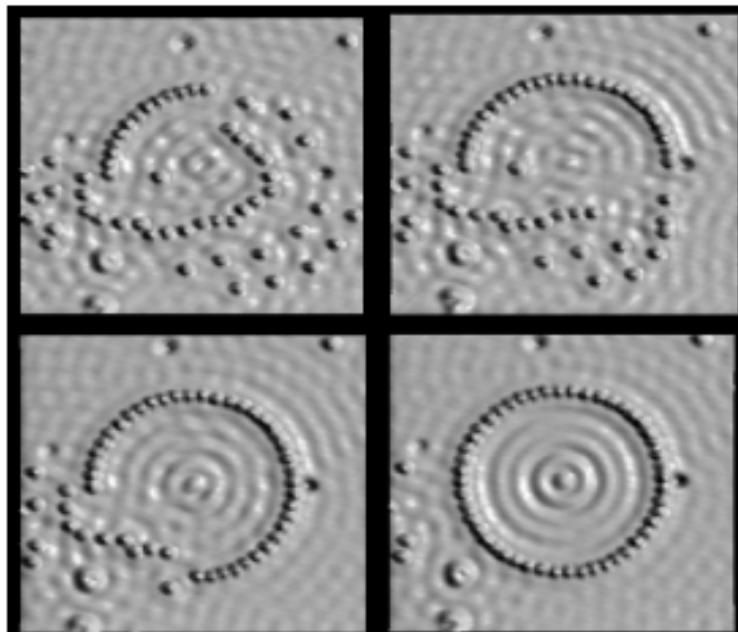


Figure I.13 : image STM de manipulation d'atome de fer sur une surface de cuivre [32].

- **Microscope à force atomique (AFM)**

L'AFM qui est un dérivé du microscope à effet tunnel, permet d'analyser une surface point par point grâce à un balayage par une sonde constituée d'une pointe fine, ce qui constitue sa différence principale avec les microscopes usuels et en fait un outil remarquable pour l'observation d'objets à très petite échelle. En n'utilisant pas la lumière comme moyen direct d'observation, l'AFM permet de s'affranchir des limites posées par la diffraction et d'avoir accès à un niveau de détail jusqu'alors inégalé. Il est ainsi désormais possible d'observer des détails compris entre quelques dixièmes de nanomètres et une dizaine de micromètres [33]. A la différence du microscope à effet tunnel, avec lequel seuls les échantillons conducteurs ou semi-conducteurs peuvent être étudiés, le microscope à force atomique prend en charge les isolants à l'air libre ou contenus dans un liquide [34].

- **Microscopie à force électrostatique**

Le microscope force électrostatique est un instrument dérivé du microscope à force atomique. C'est à l'aide d'une pointe conductrice que le microscope à force électrostatique permet de caractériser les propriétés électrostatiques de matériaux. Un potentiel appliqué entre la surface et la pointe induit une force d'origine capacitive sur celle-ci. C'est la mesure de cette force qui permet d'analyser une distribution de charges à l'aide du MFE [35].



Figure I.14 : A gauche : image de microscopie à force atomique d'un nanotube de carbone







A droite: image de microscopie à force électrostatique après une expérience d'injection de charges.

(CNRS 2005) [36]

I.2.7. L'intérêt pour l'échelle nanométrique

Les matériaux à l'échelle nanométrique ont des surfaces beaucoup plus grandes que des matériaux d'une masse similaire à plus grande échelle. Si, par exemple, un cube d'un mètre de côté. Ce cube a une surface de 6m^2 , Le même volume constitué de nano cubes de 10 nm d'arête développe une surface de 600 km^2 .

Tableau I.3 : Les Pourcentages de nombres d'atomes en surfaces [37].

		Nombre total d'atomes	Atomes en surface (%)
Un motif		13	92
Deux motifs		55	76
Trois motifs		147	63
Quatre motifs		309	52
Cinq motifs		561	45
Sept motifs		1415	35

Lorsque le nombre d'atomes constituant une nanoparticule est réduit, la proportion d'atomes exposés à sa surface est relativement grande par rapport à celle d'un matériau macroscopique. Par conséquent les nanoparticules sont plus « réactives » que des microparticules, ou plus instables. D'autre part, les atomes à la surface d'une nanoparticule (ceux qui forment la dernière couche) n'ont pas le même environnement, et donc pas les mêmes propriétés, que les atomes du cœur de la nanoparticule : ils sont exposés au milieu extérieur et susceptible de créer de nouvelles liaisons chimiques [38]. Pour cela L'échelle nanométrique confère des propriétés chimiques, électriques, magnétiques améliorées et différentes de celles d'échelle macro ou microscopiques :

- Nanoparticules de silice servent à rigidifier et renforcer les pneus

- Nanoparticules d'argile devient un antibactérien très efficace
- Nano billes de silice textile rendent les tissus imperméables
- Nanoparticules de céramiques permettent d'avoir une meilleure résistance à l'usure.

I .2.8. Procédés de fabrication des nanomatériaux

Les matériaux à l'échelle nanométrique peuvent être synthétisés classiquement selon deux approches différentes, On **distingue la méthode dite « ascendante » (en anglais bottom-up) et la méthode dite « descendante » (top-down).**

- L'approche ascendante : (bottom-up), vient des laboratoires de recherche et des nanosciences. il s'agit de créer des nanomatériaux en assemblant les atomes, les particules, les agrégats d'une façon précise, contrôlée et maîtrisée.
- L'approche descendantes :(top-down), consiste à réaliser des nanostructures à partir de matériaux massiques c.à.d. réduire et miniaturiser la taille de la structure jusqu'à arriver à l'infiniment petite.

Les procédés permettant l'élaboration des nanomatériaux sont classés en trois grandes catégories :

Tableau I.4 : Les différentes méthodes de fabrication des FGM.

Type de procédés	Définitions
La voie physique	Les nanoparticules peuvent être produites par : <ul style="list-style-type: none">• L'évaporation/condensation,• L'ablation laser,• La décharge électrique,• Les flammes de combustion,• La pyrolyse laser,• Les micro-ondes,• L'irradiation ionique ou électronique,• La décomposition catalytique,• Les dépôts physiques en phase vapeur regroupés sous le terme de PVD (Physical Vapor Deposition), etc.

La voie chimique	Les techniques de fabrication par voie chimiques les plus couramment utilisées sont : <ul style="list-style-type: none">▪ Les réactions en phase vapeur regroupées sous le terme de CVD (Chemical Vapor Deposition).▪ Les réactions en milieu liquide : co-précipitation chimique, hydrolyse, etc.,▪ Les réactions en milieu solide, Les fluides supercritiques avec réaction chimique, les techniques sol-gel : sol-gel à base de silice, alkoxyde de métal, etc.
La voie mécanique	Les techniques mécaniques pour la production de nanomatériaux sont : Le broyage à haute énergie <ul style="list-style-type: none">• Mécano-synthèse,• Consolidation et la densification• Les techniques de forte déformation : torsion, friction, laminage, etc.

I.2.9. Applications des nanomatériaux

Les nanomatériaux ont été élaborées et développées pour exploiter des nouvelles propriétés techniques de la matière à l'échelle atomique, liées à leur taille, leur structure ou encore leur surface spécifique. Ces matériaux sont susceptibles d'ouvrir de multiples perspectives technologiques dans des domaines d'activités aussi stratégiques : la santé, l'énergie, l'environnement, les technologies de l'information et de la communication et les transports.

Le tableau ci-dessous répertorie les principaux domaines d'activité dans lesquels on retrouve les nanomatériaux ainsi que quelques exemples d'utilisation actuelle.

Tableau 5 : Les principaux domaines d'application des nanomatériaux [39].

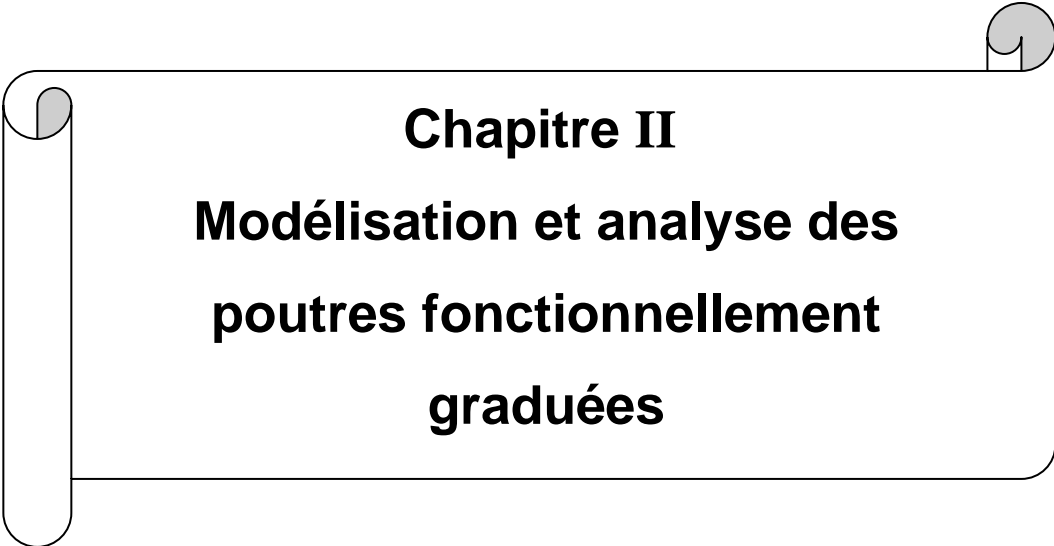
Secteurs d'activité	Exemples d'utilisation
Automobile et aéronautique.	<ul style="list-style-type: none"> -Matériaux renforcés et plus légers. -Revêtement anti-rayures/saleté/corrosion -Additifs pour diesel permettant une meilleure combustion. -Pneumatique plus durable et recyclable
Défense	<ul style="list-style-type: none"> -Systèmes de surveillance miniaturisés -Système de guidage plus précis.
Électronique et communication.	<ul style="list-style-type: none"> -Mémoires hautes densités -Processeurs miniaturisés. -Ordinateurs rapides. -Technologies sans fil -Écrans plats
Chimie et matériaux	<ul style="list-style-type: none"> -Vitres autonettoyantes -Textiles antibactériens et ultra-résistants -Isolation thermique
Cosmétiques	<ul style="list-style-type: none"> -Crèmes solaires transparentes -Rouge à lèvres meilleure tenue -pâtes à dentifrice abrasives
Santé	<ul style="list-style-type: none"> -Destruction de tumeurs par chauffage -Thérapie génique : nano vecteurs pour transfert de gènes -Microchirurgie : nano-implants et prothèses
Énergie	<ul style="list-style-type: none"> -Nouveaux types de batterie -Photosynthèse artificielle
Agroalimentaire	<ul style="list-style-type: none"> -Emballages actifs, colorants, -antiagglomérants, émulsifiants...
Environnement et écologie	<ul style="list-style-type: none"> -Diminution des émissions de dioxyde de carbone -Production d'eau ultra-pure à partir d'eau de mer -Pesticides plus efficaces et moins nocifs

Conclusion

Dans la première partie, nous avons défini les matériaux à gradient fonctionnel « FGM », leurs propriétés effectives et l'intérêt de développement de cette nouvelle famille des matériaux avancés. Un aperçu sur l'histoire des matériaux FGM a été aussi présenté, ainsi que les différentes méthodes de fabrication. Enfin, les domaines d'application des FGM : l'aérospatial, médecine, etc. ont été présentés.

Cependant, la deuxième partie du chapitre a été consacrée pour les nanomatériaux, leurs propriétés révolutionnaires, les techniques d'élaboration et de contrôle à l'échelle atomique et l'exploitation de ces matériaux dans divers domaines. Aujourd'hui, Des progrès énormes sont réalisés dans la course mondiale à la nanotechnologie en produisant des matériaux, objets composants et systèmes plus petits, plus légers, plus rapides et plus efficaces.

Dans le chapitre suivant, une revue bibliographique sur les différentes théories rencontrées dans la littérature est présentée pour l'étude de la déformation de cisaillement des nano poutres.



Chapitre II
Modélisation et analyse des
poutres fonctionnellement
graduées

II. Modélisation et analyse des poutres fonctionnellement graduées

II.1. Introduction

Le terme de « poutre » désigne un élément de structure élancé dont une dimension (la longueur) est très grande devant les deux autres. Les poutres représentent une immense partie des structures industrielle: aéronautique, automobile, génie civil, construction ferroviaire et le domaine de l'énergie, etc. C'est pour cette raison que les poutres ont fait l'objet d'un très grand nombre de travaux depuis plus d'un siècle.

Ce chapitre traite les différentes théories pour la modélisation et l'analyse des poutres fonctionnellement graduées, en se concentrant principalement sur les modèles de poutres, la théorie d'élasticité non-locale et finalement les différents modèles des poutres non-locaux, Les études rapportées sur matériaux fonctionnellement gradués à l'échelle nanométrique.

II.2. Lois régissant la variation des propriétés matérielles des FGM

Les matériaux à fonctionnel gradues FGM sont des matériaux hétérogènes, conçues par deux phases de matériaux avec différentes propriétés matérielles. Cette microstructure non-uniforme confère au matériau un comportement optimisé avec des propriétés améliorées (mécaniques, thermiques, électriques, etc.)

Les propriétés des matériaux sont généralement supposées suivre une gradation à travers l'épaisseur d'une manière continue, afin d'estimer ces propriétés plusieurs modèles d'homogénéisation permettant d'évaluer les propriétés globales ont été développé : le modèle de Voigt [40], le modèle de Tamura [41], le modèle de Mori-Tanaka [42, 43], etc.

Un FGM peut être définie par la variation des fractions de volume. Pour décrire les fractions de volume, le modèle le plus simple et pratique à utiliser est « les lois de mélange », qui suppose que les propriétés efficaces est la somme de chaque constituant de matériel et sa fraction de volume respective [40] :

$$P = \sum_{i=1}^n P_i V_i \quad (\text{II.1})$$

P_i : la propriété mécanique du constituant i .

V_i : la fraction volumique du constituant i , avec :

$$\sum_{i=1}^n V_i = 1 \quad (\text{II.2})$$

En générale, les très populaire FGMs disponibles sont des composites céramique-métal, donc la loi de Voigt d'écrit comme suit :

$$P = P_c V_c + P_m V_m \quad (\text{II.3})$$

Avec :

$$V_c + V_m = 1 \quad (\text{II.4})$$

Où "c" et "m" sont respectivement les indices de la céramique et du métal.

Le module de Young et le coefficient de Poisson varient de façon continue, dans le sens de l'épaisseur (l'axe z).

$$\begin{aligned} E &= E(z) \\ \nu &= \nu(z) \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

Selon Jin et Batra, l'effet du coefficient de Poisson sur la déformation est beaucoup moins important par rapport à celui du module de Young, donc le coefficient de Poisson peut être supposé comme constant [44].

La fraction volumique de chaque phase varie graduellement dans direction de la gradation, en entraînant une variation correspondante dans les propriétés effectives des FGM (module de Young, le coefficient de Poisson le module de cisaillement, de densité) le long de cette direction (l'axe z) $P=P(z)$.

La fraction volumique est décrite par trois fonctions :

- La fonction d'exponentielle E-FGM.
- La fonction polynômiale P-FGM.
- La fonction sigmoïde S-FGM.

II.2.1. Loi de mélange en puissance (P-FGM) :

La fraction volumique des plaques P-FGM est assurée par la loi de puissance:

$$V_c(z) = \left(\frac{z + h/2}{h} \right)^k \quad (\text{II.6})$$

k : représente l'indice matériel.

Chapitre II : Modélisation et analyse des poutres fonctionnellement graduées

h : l'épaisseur de la structure.

z : la coordonnée suivant l'épaisseur.

Les propriétés matérielles d'une poutre P-FGM peuvent être déterminées par la loi de mélange [6] :

$$\begin{aligned} P(z) &= (P_c - P_m)V_c(z) + P_m \\ E(z) &= E_1 + (E_2 - E_1)V(z) \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

P_c : les propriétés de la surface supérieure totalement en céramique ($z = h/2$)

P_m : les propriétés de la surface inférieure totalement en métal ($z = -h/2$) de la poutre FGM.

La variation du module de Young dans la direction de l'épaisseur d'une poutre P-FGM pour différentes valeurs de l'indice matériel k est illustrée sur la figure II.1.

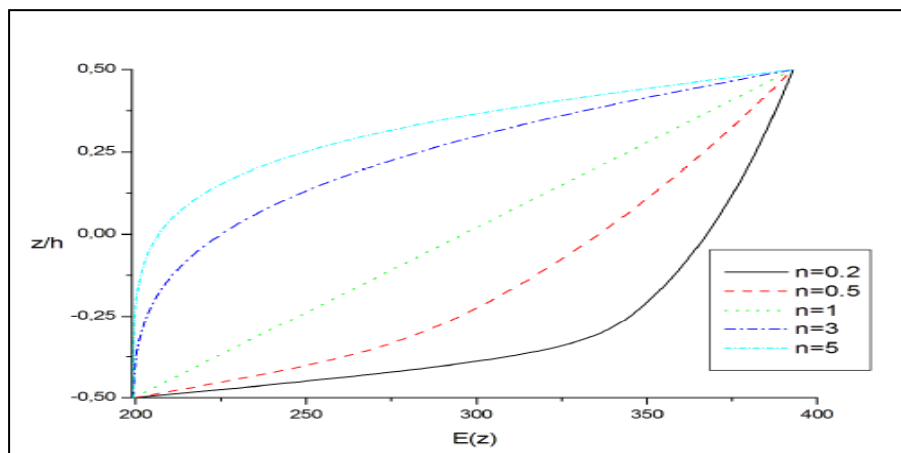


Figure II.1 : variation du module de Young à travers l'épaisseur [16].

On remarque d'après la Figure II.1 que le module de Young décroît dans la direction de l'extrémité inférieure de la plaque ($k > 1$), et s'accroît en allant vers l'extrémité supérieure ($k < 1$) et pour $k = 1$, la variation du module de Young devient linéaire.

On constate aussi, lorsqu'on augmente bien sûr, le pourcentage de la céramique dans la structure, la plaque devient plus résistante. Par contre elle devient de moins en moins résistante, ceci est dû à la diminution de la quantité de la céramique et l'augmentation de celle du métal.

II.2.2. Loi de mélange Sigmoidale (S-FGM) :

Afin d'éviter le changement rapide des concentrations de contraintes dans le cas d'ajouter une poutre P-FGM d'une simple fonction de loi de puissance à une poutre multicouche et pour assurer une bonne distribution des contraintes, la fraction de volume de la structure a été définie à l'aide de deux fonctions en loi de puissance [45] [46].

Les deux fonctions de loi de puissance sont définies par :

$$V_{c1}(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{h/2 + z}{h/2} \right)^k \text{ pour } -\frac{h}{2} \leq z \leq 0$$

$$V_{c2}(z) = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{h/2 - z}{h/2} \right)^k \text{ pour } 0 \leq z \leq \frac{h}{2}$$
(II.8)

En utilisant la loi des mélanges, le module de Young de la poutre S-FGM peut être calculé par :

$$P(z) = P_c V_{c1}(z) + P_m [1 - V_{c1}(z)] \text{ pour } -\frac{h}{2} \leq z \leq 0$$

$$P(z) = P_c V_{c2}(z) + P_m [1 - V_{c2}(z)] \text{ pour } 0 \leq z \leq \frac{h}{2}$$
(II.9)

La Figure II.2 représente la variation de module de Young dans la direction de l'épaisseur d'une poutre P-FGM pour différentes valeurs de l'indice matériel k .

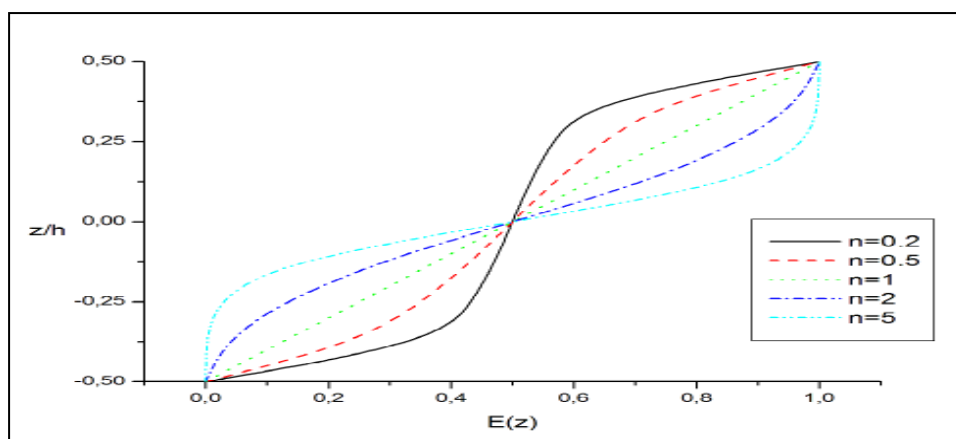


Figure II.2 : variation du module de Young à travers d'une poutre S-FGM [16].

II.2.3. Loi de mélange exponentielle (E-FGM) :

La plupart des chercheurs utilisent la fonction exponentielle, pour décrire les propriétés matérielles des matériaux FGM, elle est donnée par [47] :

$$P(z) = P_m e^{B(z+h/2)}$$

Avec (II.10)

$$B = \frac{1}{h} \ln \left(\frac{P_c}{P_m} \right)$$

La variation du module de Young à travers l'épaisseur d'une poutre E-FGM est représentée dans la figure. II.3.

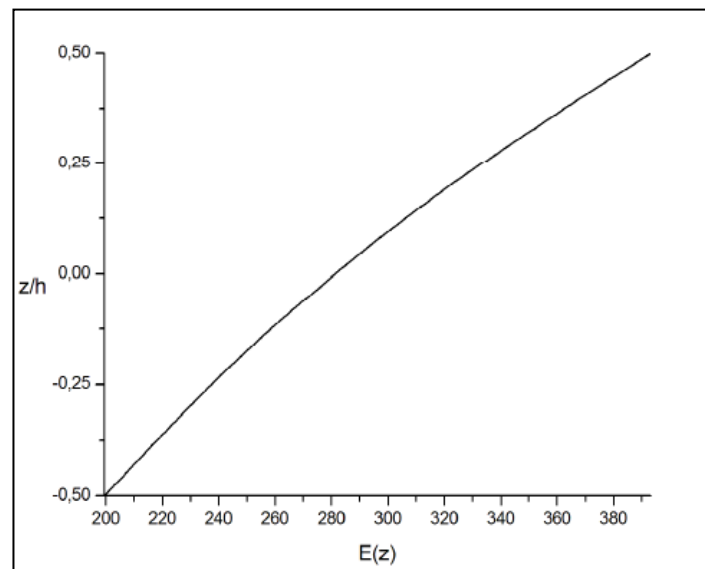


Figure II.3 : La variation du module de Young à travers l'épaisseur d'une poutre E-FGM [16].

D'après cette figure, on remarque que l'augmentation du module de Young est proportionnelle à l'augmentation de la quantité de la céramique (Al₂O₃) par rapport à celle du métal tout en allant vers l'extrémité supérieure de la poutre.

II.3. Les modèles de poutre pour les matériaux à gradient de propriétés

Pour étudier et décrire le comportement statique et dynamique de la structure "les poutres" en matériaux à gradient de propriété et afin d'obtenir une solution analytique approchée [48], des Théories et des modèles ont été proposés et développés qui sont basés sur la prise en compte ou non du cisaillement: le modèle classique de la poutre d'Euler-Bernoulli (CBT : Classical beam theory), le modèle de poutre basé sur

la théorie de la poutre de Timoshenko (TBT : Timoshenko beam theory), le modèle de poutre basé sur la théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDBT : High shear deformation beam theory).

II.3.1 Modèle d'Euler-Bernoulli « EBT » ou théorie classique des poutres « CBT »

Dans cette théorie, les modèles satisfont l'hypothèse d'Euler-Bernoulli avec une distribution linéaire des déplacements suivant l'épaisseur de la structure, ce qui revient à négliger les effets de déformation en cisaillement transverse et la déformation est entièrement due à la déformation de flexion et de la membrane. Cette théorie est valable seulement pour des poutres élancées [49].

L'hypothèse dans cette théorie :

- La section plane et perpendiculaire à l'axe moyen de la poutre avant déformation, reste plane et perpendiculaire à l'axe moyen après déformation
- Les normales ne changent pas de longueur ($\varepsilon_z=0$).

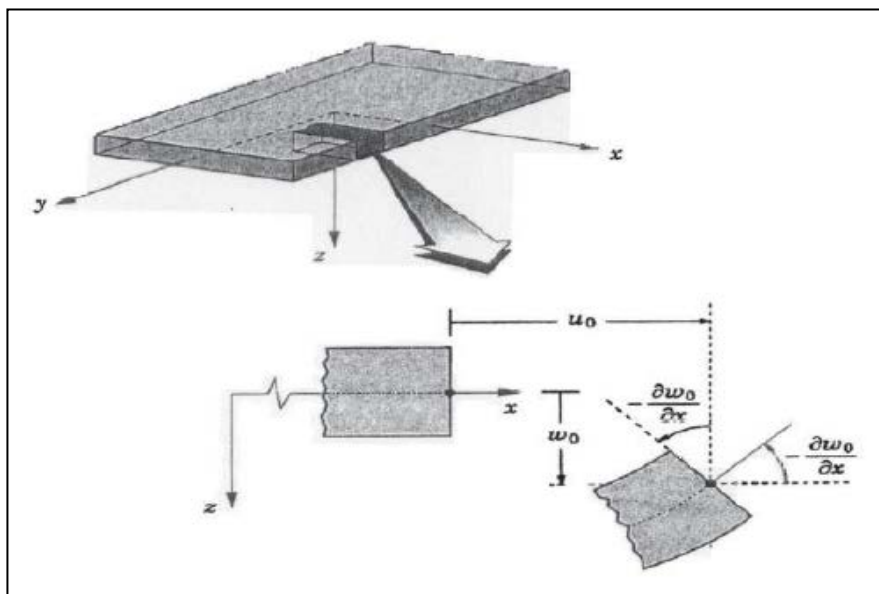


Figure II.4 : Illustration de principe de la théorie classique des poutres [50]

Le champ de déplacement approché est donné par l'équation suivante :

$$U(x) = \begin{cases} u(x, z) = u_0(x) - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} \\ w(x, z) = w_0(x) \end{cases} \quad (\text{II.11})$$

- $u(x, z)$: C'est le déplacement suivant x .
- $w(x, z)$: C'est le déplacement dans la direction de z ou bien la flèche.
- u_0, w_0 : sont deux fonctions de déplacement inconnues de l'axe médian de la poutre ($z = 0$)
- $z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x}$: Le déplacement axial dû à la flexion où $\frac{\partial w_0(x)}{\partial x}$ est la rotation due à la flexion.

Le champ de déformation :

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial w_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.12})$$

Par conséquent la contrainte de cisaillement est nulle :

$$\tau_{xz} = \gamma_{xz} G = 0 \quad (\text{II.13})$$

Avec G : le module de cisaillement transversal qui est supposé constant.

Comme ce modèle néglige l'effet de cisaillement transverse. Les résultats obtenus ne sont pas exacts et précis pour des poutres épaisses et courtes. Néanmoins, ce modèle classique reste toujours une bonne approche en premier.

II.3.2. Modèle de Timoshenko « TBT » ou bien théorie de déformation en cisaillement de premier ordre « FSDBT »

Timoshenko a prolongé la théorie d'Euler-Bernoulli et il a introduit l'effet de déformation en cisaillement transversale qui est considérée constantes dans l'épaisseur de la poutre. Contrairement au modèle classique, ce modèle est peut-être applicable sur des poutres courtes et épaisses. Les études sur ce modèle peuvent être trouvées dans Timoshenko [51] et Woinowsky-Krieger [52], Reddy [53], Miara et Podio-Guidugli [54].

La théorie du premier ordre est basée sur le champ de déplacement selon les mêmes hypothèses que la théorie classique mais Il existe un cisaillement uniforme et les déformations dues au cisaillement transversal ne sont pas négligées. Les hypothèses sont les suivantes :

Chapitre II : Modélisation et analyse des poutres fonctionnellement graduées

- Une section plane et perpendiculaire à l'axe moyen de la poutre avant déformation reste plane mais perd sa perpendicularité après déformation, Ceci est dû au cisaillement transversal, découvert par Timoshenko, sur l'épaisseur de la structure.
- Les normales ne changent pas de longueur ($\varepsilon_z=0$)

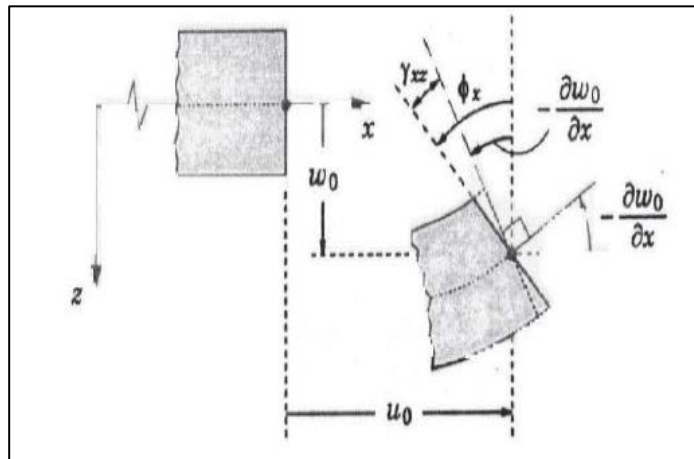


Figure II.5 : Illustration de principe de la théorie de Timoshenko [50]

Le champ de déplacement selon Timoshenko est comme suite :

$$\begin{aligned} u(x, z) &= u_0(x) + z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} - z \varphi_x(x) \\ w(x, z) &= w_0(x) \end{aligned} \quad (\text{II.14})$$

- $u(x, z)$: C'est le déplacement suivant x .
- $w(x, z)$: C'est le déplacement dans la direction de z ou bien la flèche.
- u_0, w_0 : sont deux fonctions de déplacement inconnues de l'axe médian de la poutre ($z = 0$).
- $z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x}$: Le déplacement axial dû à la flexion ou $\frac{\partial w_0(x)}{\partial x}$ est la rotation due à la flexion.
- $z \varphi_x(x)$: Le déplacement dû au cisaillement où $\varphi_x(x)$ est la rotation autour de l'axe y due au cisaillement.

Le champ de déformation :

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_y + \frac{\partial w_0}{\partial x} = \varphi_y \quad (\text{II.15})$$

Par conséquent la contrainte de cisaillement n'est pas nulle :

$$\tau_{xz} = \gamma_{xz} G = \varphi_y G = c^{ste} \quad (\text{II.16})$$

La FSDT est donc une extension de la cinématique de la CBT par une déformation de cisaillement transversale de la poutre dans leur hypothèse cinématique. Grâce à sa simplicité de l'analyse et la programmation, ce modèle est un choix adéquat pour l'analyse des matériaux à gradient de propriété [55] [56].

Cette théorie a permis de résoudre le problème de la théorie classique qui ne prend pas compte le cisaillement transverse mais les contraintes calculées ne s'annulent pas sur les surfaces externes ainsi que la déformation de cisaillement transverse est constante dans l'épaisseur, ce qui est absolument en contradiction avec la réalité.

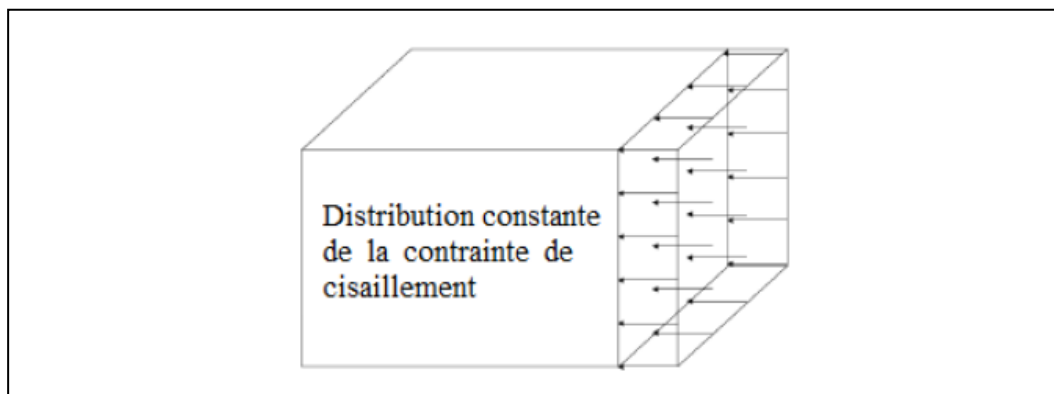


Figure II.6 : La distribution constante des contraintes de cisaillement à travers

Afin d'éviter cette contradiction, il était une nécessité absolue de corriger le calcul des contraintes transversales de cisaillement et des efforts en introduisant des coefficients de correction. Ces coefficients correcteurs notés "k" dépendent de la forme géométrique de la structure considérée (par exemple, pour une structure de section rectangulaire $k=5/6$).

La non nullité des contraintes sur les surfaces externes de la poutre et l'introduction d'un facteur de correction ont mené à développer d'autres théories de déformation en cisaillement d'ordre élevé afin d'éviter les difficultés de la correction de cisaillement.

II.3.3. Théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé « HSDBT »

Contrairement à la CPT et FSDT avec les hypothèses de répartition linéaire de déplacement à travers l'épaisseur, la théorie de la déformation de cisaillement des poutres à ordre élevé est basée sur une distribution non-linéaire des champs selon l'épaisseur de la poutre. Par conséquent, l'effet de la déformation de cisaillement transversal est pris en compte. Ces modèles ne nécessitent pas de facteurs de correction. La théorie d'ordre élevé est plus précise et plus efficace que les théories précédentes pour la modélisation du comportement des poutres épaisses, puisqu'elle introduit une fonction qui tient en compte du phénomène de « gauchissement ». Ces modèles ne nécessitent pas des facteurs de correction. [57,58].

Les hypothèses de cette théorie sont :

- Une section plane et perpendiculaire à l'axe moyen de la poutre avant déformation perd sa planéité et sa perpendicularité par rapport à l'axe moyen après déformation.
- Les normales ne changent pas de longueur ($\varepsilon_z=0$).

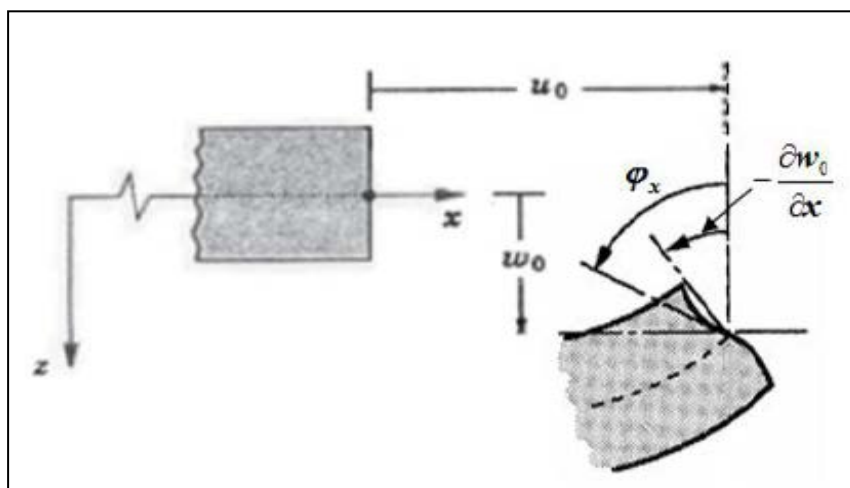


Figure II.7 : Illustration de principe de la théorie des poutres de déformation en cisaillement d'ordre élevé [50].

Le champ de déplacement est écrit comme suit :

$$\begin{aligned} u(x, z) &= u_0(x) - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + f(z) \varphi_y(x) \\ w(x, z) &= w_0(x) \end{aligned} \quad (\text{II.17})$$

- $u(x, z)$: C'est le déplacement suivant x .
- $w(x, z)$: C'est le déplacement dans la direction de z ou bien la flèche.
- u_0, w_0 : sont deux fonctions de déplacement inconnues de l'axe médian de la poutre ($z = 0$).
- $z \varphi_x(x)$: Le déplacement dû au cisaillement où $\varphi_x(x)$ est la rotation autour de l'axe y due au cisaillement.
- $z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x}$: Le déplacement axial dû à la flexion ou $\frac{\partial w_0(x)}{\partial x}$ est la rotation due à la flexion.

En remarque que le « z » dans la théorie précédente est remplacé cette fois par une fonction « $f(z)$ » qui représente le gauchissement. Pour que cette fonction prenne la forme de « S » aplatie, elle doit être impaire. En effet, les déplacements de la théorie classique de plaque (CPT) sont obtenus en mettant $f(z)=0$, alors que la théorie de premier ordre (FSDT) est obtenue en mettant $f(z)=z$ [59].

La contrainte de cisaillement est écrite comme suit :

$$\begin{aligned} \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial w_0}{\partial x} + f'(z) \varphi_y + \frac{\partial w_0}{\partial x} = f'(z) \varphi_y \\ \tau_{xz} &= \gamma_{xz} G = f'(z) \varphi_y G = g(z) \varphi_y G \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

La dérivée « $f'(z)$ » représente le cisaillement.

La fonction $f(z)$ doit satisfaire les conditions aux limites de la nullité des contraintes tangentielles au niveau des surfaces supérieures et inférieures de la poutre, des conditions qui permettent d'avoir une répartition parabolique des contraintes de cisaillement sur l'épaisseur de la poutre:

$$g(z) = f'(z) \Big|_{z=\pm\frac{h}{2}} = 0 \quad (\text{II.19})$$

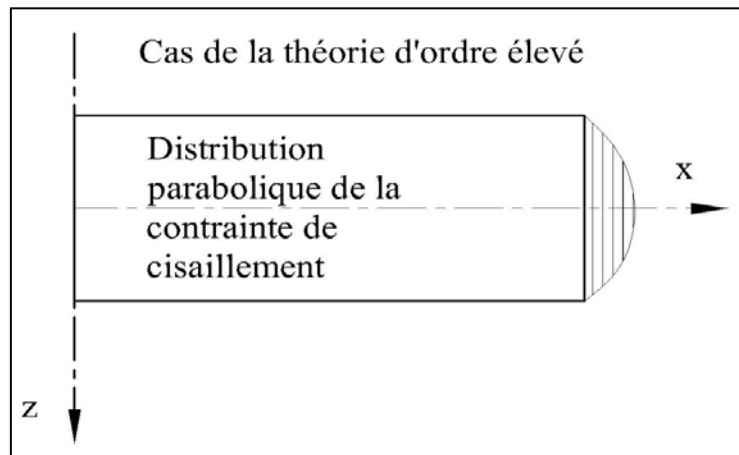


Figure II.8 : La distribution (variable) des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur dans la théorie d'ordre élevé [59].

Plusieurs modèles de fonctions de forme ont été proposés par plusieurs auteurs qui ne nécessitent pas un facteur de correction et chacune d'elle donne des résultats très proches. Parmi ces modèles :

- Le modèle d'ordre élevé, avec l'approche de (Levinson, 1980), (Murthy, 1981) et (Reddy, 1984).

$$f(z) = z \left(1 - \frac{4}{3h^2} z^2 \right) \quad (\text{II.20})$$

La théorie de déformation en cisaillement du troisième ordre "TSDT" suppose que le champ de déplacement membranaire est cubique, la distribution des contraintes de cisaillement transverse est parabolique dans l'épaisseur à travers l'épaisseur de la poutre et les conditions aux limites sur les surfaces libres de la poutre sont satisfaites. Cette théorie a été largement utilisée pour analyser les comportements des plaques et des poutres FGMs.

- Le modèle exponentiel proposé par Touratier [Touratier, 1991]

$$f(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (\text{II.21})$$

Dans ce modèle il est introduit Une fonction trigonométrique sinusoïdale pour modéliser la répartition des contraintes de cisaillement dans l'épaisseur [60]. Le modèle SSDT propose une forme cosinusoïdale pour représenter les contraintes de cisaillement transversales à travers l'épaisseur de la poutre. La précision de ce modèle par rapport à la solution exacte est meilleure que la théorie de Reddy.

- Le modèle le modèle exponentiel (The exponentiel shear déformation plate theory ESDPT) proposé par Karama [61].

$$f(z) = ze^{-2(z/h)^2} \quad (\text{II.22})$$

- La version hyperbolique de la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé (The hyperbolic shear déformation plate théory HSDPT) développée par Ait Atmane [62].

$$f(z) = \frac{\cosh\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\left[\cosh\left(\frac{\pi}{2}\right)-1\right]} z - \frac{\left(\frac{h}{\pi}\right) \sinh\left(\frac{\pi}{h} z\right)}{\left[\cosh\left(\frac{\pi}{2}\right)-1\right]}, \varphi_z = 0 \quad (\text{II.23})$$

II.3.4. Théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé raffinée « RHSDT » :

Dans le but de réduire le nombre de variables dans les équations des théories à ordre élevé, un modèle raffiné a été proposé par Shimpi en 2002 nommé la théorie raffinée de déformation des plaques RPT (Refined Plate Theory) [63].

Cette théorie divise le déplacement transversal $w(x)$ en deux parties : $w_b(x)$ pour la flexion (bending) et $w_s(x)$ (shear) pour le cisaillement, le champ de déplacement peut s'écrire:

$$\begin{aligned} u(x, z) &= u_0(x) - z \frac{\partial w_b(x)}{\partial x} - f(z) \frac{\partial w_s(x)}{\partial x} \\ w(x, z) &= w_b(x) + w_s(x) \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

Le déplacement axial contient :

- Le déplacement axial de l'axe moyen ou de la membrane $u_0(x)$.
- Le déplacement dû flexion $z \frac{\partial w_b(x)}{\partial x}$.

- Le déplacement dû au cisaillement $f'(z) \frac{\partial w_s(x)}{\partial x}$.

Le déplacement transversal se décompose en :

- Le déplacement transversal de flexion $w_b(x)$.
- Le déplacement transversal de cisaillement $w_s(x)$.

La contrainte de cisaillement est :

$$\begin{aligned} \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial w_b}{\partial x} - f'(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} + \frac{\partial w_b}{\partial x} + \frac{\partial w_s}{\partial x} = (1 - f'(z)) \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ \tau_{xz} &= \gamma_{xz} G = (1 - f'(z)) \frac{\partial w_s}{\partial x} G \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$

Dans ce cas, la condition de nullité devient comme suit :

$$\begin{aligned} g(x) &= 1 - f'(z) \Big|_{z=\pm \frac{h}{2}} = 0 \\ f'(z) \Big|_{z=\pm \frac{h}{2}} &= 1 \end{aligned} \quad (\text{II.26})$$

Dans la thèse présente, l'étude de la vibration libre des nano-poutres fonctionnellement graduées se fait en utilisant de cette théorie raffinée.

II.4. Théories des poutres selon la prise en compte de l'effet d'échelle

L'effet d'échelle nanométrique a un impact significatif sur leurs propriétés mécaniques lorsque leurs dimensions deviennent très petites, pour cette raison, l'influence de la taille a un effet considérable sur le comportement et la défaillance des structures au niveau micro et nanométrique. Par conséquent, La modélisation des structures est différente entre le monde macro et le monde micro et nano. Les modèles classiques ne sont pas suffisants pour décrire l'effet de petite échelle ainsi ils sont incapables d'expliquer le comportement des matériaux à l'échelle nanométrique, pour vaincre ce problème, de nombreuses théories non locales qui considèrent l'effet d'échelle ont été proposées.

II.4.1. La théorie non locale d'élasticité

Grâce à leurs propriétés mécaniques, chimiques et électriques élevées, Les nanomatériaux ont attiré l'attention de la communauté scientifique. A cet effet, la

compréhension du comportement mécanique de ces structures nécessite une nouvelle théorie qui tient en compte l'influence de la taille en introduisant la longueur d'échelle intrinsèque dans les relations constitutives, c'est « La théorie d'élasticité non locale ».

Selon la théorie de l'élasticité non-locale (Eringen and Edelen 1972, Eringen 1983), Le comportement à un point matériel dépend non seulement des déformations au point x mais il aussi est influencé par l'état de tous les points du corps [59]. De cette façon, la taille interne a pu être considérée dans les équations constitutives simplement comme un paramètre matériel.

Pour les solides élastiques homogènes, les composantes du tenseur des contraintes non locales σ_{ij} à chaque point x dans le solide peut être exprimé comme :

$$\sigma_{ij}(x) = \int \alpha(|x - x'|, \tau) t_{ij}(x') dV(x'), \forall x \in V \quad (\text{II.27})$$

- t_{ij} : les composantes du tenseur de contrainte locale au point x qui sont associés aux composantes du tenseur de déformation ε_{kl} comme suit :

$$t_{ij}(x') = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}(x') \quad (\text{II.28})$$

- C_{ijkl} : est le tenseur du module élastique en élasticité isotrope classique.

$$\sigma_{ij}(x) = \int \alpha(|x - x'|, \tau) C_{ijkl} \varepsilon_{kl}(x') dV(x') \quad (\text{II.29})$$

Le concept de l'équation (II.3), C'est que la contrainte non-locale en tout point du corps dépend des contraintes locales de tous les points proches, au moyen d'un noyau non-local $\alpha(|x-x'|, \tau)$ qui estime les déformations classiques autour du point x .

- α : est le module non-local qui est fonction de la distance Euclidienne $|x-x'|$.
- τ : une valeur constante comme suit :

$$\tau = e_0 a/l \quad (\text{II.30})$$

- a : longueur caractéristique interne, (paramètre de maille, taille granulaire, distance entre les liaisons C-C).
- l : une longueur caractéristique externe (par exemple, longueur de fissure, longueur d'onde).

- e_0 : une constante appropriée à chaque matériau (évaluée expérimentalement en comparant les courbes de diffusion des ondes planes avec celles de la dynamique atomique).

C'est le coefficient non local e_0a qui indique l'influence de l'échelle nanométrique sur le comportement des nanostructures, En général, une estimation conservatrice du paramètre non local est $e_0a < 2$ nm pour SWCNTs (Wang, 2005; Benzair et al., 2008; Heireche et al., 2008abc; Tounsi et al., 2008; Tounsi et al., 2013bcd; Berrabah et al., 2013; Benguediab et al, 2014ab; Zidour et al., 2014; Semmah et al., 2014).

Selon Eringen, l'équation constitutive non locale donnée sous forme intégrale peut être représentée sous une forme différentielle [64] :

$$\left(1 - (e_0a)^2 \nabla^2\right) \sigma_{ij} = t_{ij} \quad (\text{II.31})$$

Dans lequel ∇^2 est l'opérateur laplacien. La forme explicite de l'équation (II.4) peut être écrite pour trois problèmes avec des matériaux isotropes. Par exemple, pour un problème unidimensionnel peut être écrite comme suit :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} - (e_0a)^2 \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} &= E \varepsilon_{xx} \\ \tau_{xz} - (e_0a)^2 \frac{\partial^2 \tau_{xz}}{\partial x^2} &= \frac{E}{1+\nu} \gamma_{xz} \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

- E : le module de Young
- ν : le coefficient de Poisson

Des intérêts considérables ont été consacrés aux travaux expérimentaux et théoriques de la réponse dynamique et statique des nanostructures graduées. A cause de la difficulté de contrôler les conditions expérimentales pour ces structures, les modèles théoriques deviennent nécessaires [65].

Plusieurs théories d'ordre élevé non locaux ont été développée par plusieurs auteurs comme une réponse à l'incapacité de l'élasticité locale pour gérer les problèmes élastiques avec singularités géométriques pointus (par exemple, une fissure pointu) [66, 67]. On peut citer comme des théories non-locales : la théorie modifiée du couple de contrainte (Yang et al 2002), la théorie de gradient de déformation (Aifantis, 1999), la théorie micropolaire (Eringen, 1967), la théorie de

l'élasticité non local (Eringen, 1972), et le modèle d'élasticité de surface (Gurtin et al 1998). Ces théories visent à caractériser l'effet important de taille en micro des structures à l'échelle nanométrique en introduisant une échelle de longueur intrinsèque dans les relations constitutives. Le modèle d'Eringen a été d'abord appliqué au nano et micro-poutre d'Euler–Bernoulli par (Peddieson et al. 2003), (Sudak 2003) et (Amara et al. 2010) pour l'étude de flambement des barres en nanotube et utilisée par Pisano et al. (Pisano et Fuschi, 2003) pour l'étude de la traction des barres élastiques. Emam SA, (2013) a développé un modèle non local non-linéaire pour l'analyse de flambement et de post-flambement des nano poutres isotropes. En (2015), Ansari et al ont examiné le comportement vibratoire forcée non linéaire de nano poutres magnéto-électro-thermo élastiques. Récemment, le modèle non local a également été développé pour les nano poutres en FGM.

II.5. Revue des travaux sur les structures FGM à l'échelle nanométrique

Le comportement des structures en matériaux à gradient de propriétés (FGM) à l'échelle nanométrique se défaire à celui à l'échelle macro, qui permet de créer des nouvelles propriétés révolutionnaires. La compréhension du comportement mécanique des structure FG à l'échelle nano est essentielle vue l'effet de cette échelle sur le comportement mécanique de ces structures dans lesquelles les dimensions sont faibles et comparables aux dimensions des molécules.

En raison d'excellentes caractéristiques des matériaux fonctionnellement gradués « FGM », ce type des matériaux a suscité beaucoup d'attention récemment. Jusqu'aux nos jours, le nombre travaux qui traitent les poutres nano-FGM est très limité. La recherche sur les nano poutres a été communiquée sur la mécanique des structures FGM basée sur la théorie d'élasticité non locale.

Janghorban et Zare (Janghorban et Zare 2011) ont étudié la vibration axiale non locale des poutres nano-FGM en utilisant la méthode de quadrature différentielle. Eltaher et al. (Eltaher et al. 2012) ont étudié la vibration libre des poutres nano-FGM en utilisant la théorie non locale d'Euler Bernoulli. La vibration axiale des nano tiges en FGM avec des sections transversales variables a été étudiée par Simsek, (2012). Simsek et Yurtcu, (2013) ont proposé des modèles EBT et TBT non locaux pour les analyses de flexion et de flambement des nano poutres FGM. Basé sur l'approche de Galerkin, Niknam et Aghdam, (2014) ont trouvé des solutions du modèle EBT non

local pour les fréquences naturelles et les charges critiques de flambement de nano poutres FGM reposant sur une fondation élastique.

Récemment, Belkorissat et al. (Belkorissat et al. 2015) ont étudié la flexion des plaques nano-FGM en utilisant une nouvelle théorie non locale raffinées à quatre variables. Larbi Chaht et al. (Larbi Chaht et al. 2015) ont étudié la flexion statique et le flambement des nano poutres en utilisant une théorie sinusoïdale non locale. Zemri Amine et al (2015) ont étudié la flexion, le flambement et la vibration libre des nano poutres en FGM en utilisant la théorie non locale développée par Eringen. Une recherche porte sur l'analyse de la vibration libre des nano-plaques FG restées sur une fondation élastique à deux paramètres est faite sur la base d'une nouvelle théorie de déformation en cisaillement non-locale par Besseghier et al. [68]. Moffoki et al ont étudié comportement hygro-thermo-élastique de la vibration libre des nano poutres en FGMs en utilisant une nouvelle théorie de déformation de cisaillement trigonométrique. L'étude de la réponse dynamique des nano-plaques FG rectangulaires est effectuée en employant une théorie d'élasticité non-locale quasi 3D par Boutaleb et al. [69]. Ebrahimi et Barati (2016) ont proposé un modèle RBT non local pour les nano poutres en FGM, dans lequel les effets thermiques et l'interaction entre la nano poutre et un milieu élastique ont été considérés. Sobhy (2016) a proposé une approche analytique pour illustrer la vibration hygrothermique et le flambement des plaques sandwiches FGM reposant sur des fondations élastiques Winkler-Pasternak en utilisant une nouvelle théorie précise de plaque de déformation de cisaillement à quatre variables. Berghouti et al (2022) ont étudié l'effet de porosité sur le comportement dynamique, statique et de flambement des nano-poutres fonctionnellement graduées la base d'une théorie de déformation en cisaillement d'ordre " n ".

Conclusion

Les structures FGMs avec la variation continue des propriétés des matériaux possèdent la capacité de réduire les contraintes résiduelles et thermiques. Par conséquent, l'analyse de telles structures nanométriques composites sous chargement thermique a été d'un intérêt considérable pour les chercheurs. Afin d'étudier un comportement statique et dynamique des structures en FGM dans le

Chapitre II : Modélisation et analyse des poutres fonctionnellement graduées

domaine élastique, il est nécessaire de bien choisir une théorie adéquate qui peut décrire correctement leurs comportements sous des charges mécanique, thermique.

Dans ce chapitre, on a décrit les différentes théories des poutres à l'échelle nanométrique, ainsi que les fonctions les plus utilisées pour décrire leurs propriétés effectives une revue sur les poutres ainsi que les différentes théories utilisées.



Chapitre III
Modélisation de l'effet
hygrothermique sur la
porosité

III. Modélisation de l'effet hygrothermique sur la porosité

III.1. Introduction

La compréhension du comportement mécanique des nanostructures est considérable pour leur développement. De ce fait, la connaissance des fréquences propres permet de dimensionner les sections de manière à éviter des phénomènes d'instabilité fatales qui conduisent généralement à la ruine de la structure, tels que le phénomène de la résonance, flambement, etc.

Dans ce chapitre, la vibration libre des poutres poreuses fonctionnellement graduées à l'échelle nanométrique sous l'influence du chargement hygrothermique est étudiée en utilisant la théorie de déformation en cisaillement d'ordre supérieur raffinée. La fonction de forme ou la fonction de gauchissement utilisée dans cette théorie satisfait les conditions aux limites de la nullité des contraintes tangentielles aux surfaces supérieure et inférieure de la poutre, donc l'introduction d'un facteur de correction n'est pas nécessaire. Une théorie non locale est proposée pour la prise en compte de l'effet d'échelle sur la fréquence.

III.2. Formulation mathématique

III.2.1. Modèle non-local d'une poutre P-FGM

On suppose que les propriétés matérielles effectives non locales de la poutre FGM, y compris le module de Young « E », module de cisaillement « G », la densité massique « ρ », le coefficient de dilatation thermique « α », le coefficient de poisson « ν » et le coefficient d'expansion de l'humidité « β » varient d'une façon continue à travers l'épaisseur de la nanopoutre sous forme d'une loi de puissance (Eltaher et al. 2012; Şimşek et Yurtçu, 2013). Les propriétés peuvent être exprimées sous la forme suivante :

$$P(z) = (P_c - P_m) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^p + P_m \quad (\text{III.1})$$

P_c : Les propriétés correspondantes à la céramique

P_m : Les propriétés correspondantes au métal.

III.2.2. Loi de puissance de la nano-poutre poreuse fonctionnellement graduée

En tenant compte l'effet de porosité induits par les imperfections pendant la fabrication des nano-poutres fonctionnellement graduées [70,71,72], les propriétés matérielles de la nano-poutre poreuse FG varient graduellement à travers l'épaisseur de la nano-poutre sous forme d'une loi de puissance, cette variation peut être exprimée comme suit [73, 74] :

$$\begin{aligned}
 E(z) &= (E_c - E_m) \left(\frac{2z+h}{2h} \right)^k - \log \left(1 + \frac{\xi}{2} \right) (E_c - E_m) \left(1 - \frac{2|z|}{h} \right) + E_m \\
 \rho(z) &= (\rho_c - \rho_m) \left(\frac{2z+h}{2h} \right)^k - \log \left(1 + \frac{\xi}{2} \right) (\rho_c - \rho_m) \left(1 - \frac{2|z|}{h} \right) + \rho_m \\
 \nu(z) &= (\nu_c - \nu_m) \left(\frac{2z+h}{2h} \right)^k - \log \left(1 + \frac{\xi}{2} \right) (\nu_c - \nu_m) \left(1 - \frac{2|z|}{h} \right) + \nu_m \\
 \alpha(z) &= (\alpha_c - \alpha_m) \left(\frac{2z+h}{2h} \right)^k - \log \left(1 + \frac{\xi}{2} \right) (\alpha_c - \alpha_m) \left(1 - \frac{2|z|}{h} \right) + \alpha_m \\
 \beta(z) &= (\beta_c - \beta_m) \left(\frac{2z+h}{2h} \right)^k - \log \left(1 + \frac{\xi}{2} \right) (\beta_c - \beta_m) \left(1 - \frac{2|z|}{h} \right) + \beta_m
 \end{aligned} \tag{III.2}$$

$$G(z) = \frac{E(z)}{2(1-\nu(z))}$$

c et m : les indices qui présentent les surfaces supérieure (céramique) et inférieure (métal) de la nano-poutre FG.

k : l'indice de puissance qui détermine le profil de variation matérielle à travers

L'épaisseur avec " $k \geq 0$ ".

" ξ " : le terme qui prend en considération la porosité.

III. 2.4. Formulation théorique

Dans ce travail, une poutre poreuse en matériaux à gradient de propriétés simplement appuyée d'une longueur L et une section rectangulaire $h*b$ avec b étant la largeur et h est la hauteur est considérée pour investigation (Figure. III.1).

La poutre considérée occupe la région suivante :

$$0 \leq x \leq L; -b/2 \leq y \leq b/2; -h/2 \leq z \leq h/2,$$

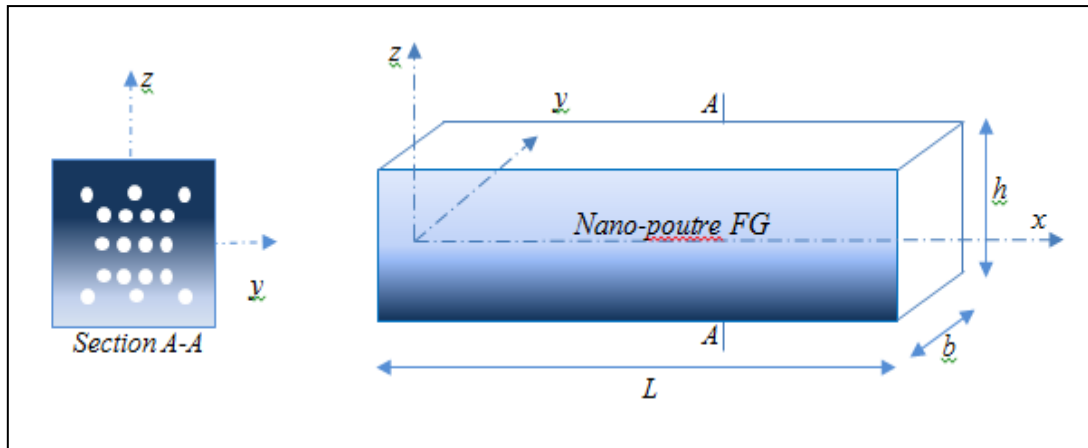


Figure III.1 : Schéma général de la poutre fonctionnement graduée [16].

Où x, y, z sont les coordonnées cartésiennes, L est la longueur, b est la largeur et h est la hauteur totale du nanopoutre.

III. 2.5. Les hypothèses de base

Le champ de déplacement de la théorie proposée est choisi en se basant sur les hypothèses suivantes :

- Les déplacements sont petits par rapport à l'épaisseur de la nano-poutre FG, donc, les déformations résultantes sont infinitésimales.
- Les normales à la fibre moyenne ne changent pas de longueurs, donc tous les points de la même section ont le même déplacement transversal.
- La contrainte transversale " σ_z " est négligeable en comparaison avec la contrainte dans le plan " σ_x ".
- Le déplacement transversal se décompose en déplacement de flexion " w_b " et de cisaillement " w_s ". Ces composantes sont seulement en fonction de x .

$$w(x, z) = w_b(x) + w_s(x) \quad (\text{III.3})$$

- Le déplacement " u " dans la direction de x inclut trois termes : le déplacement de la membrane, de flexion et de cisaillement.

$$u(x, z) = u_0(x) + u_b(x) + u_s(x) \quad (\text{III.4})$$

La composante de la flexion est similaire au déplacement donné par la théorie classique des poutres. Par conséquent, l'expression de u_b peut être exprimée comme suit :

$$u_b(x) = -z \frac{\partial w_b}{\partial x} \quad (\text{III.4.a})$$

La composante de cisaillement " u_s " donne lieu, en combinaison avec " w_s ", à une variation sinusoïdale de la contrainte de cisaillement suivant l'épaisseur de la nano-poutre, en satisfaisant les conditions de nullité au niveau des faces supérieure et inférieure de la nano-poutre. Par conséquent, l'expression peut être donnée par [75, 76] :

$$u_s(x) = z \left[\frac{1}{4} - \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right] \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (\text{III.4.b})$$

III. 2.6. Relations cinématiques

Le champ de déplacement de la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé raffinée basé sur les hypothèses formulées ci-dessus [77, 78, 79], peut être exprimé, comme suit :

$$\begin{aligned} u(x, z, t) &= u_0(x, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ w(x, z, t) &= w_b(x, t) + w_s(x, t) \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

Où les composantes " u_0 ", " u_b " et " u_s " correspondent aux déplacements axiaux d'extension, de flexion et de cisaillement, " w_b " et " w_s " sont respectivement les composantes de déplacement transversal de flexion et de cisaillement.

Le champ de déformation peut se définir comme suit :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \varepsilon_x^0 + z k_x^b + f(z) k_x^s \\ \gamma_{xz} &= g(z) \gamma^s \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

$$\text{Avec : } \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x^0 \\ k_x^b \\ k_x^s \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ -\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} \end{array} \right\}, \gamma^s = \frac{\partial w_s}{\partial x} \text{ et } f(z) = -\frac{z}{4} - \frac{5}{3}z \left(\frac{z}{h}\right)^2, g(z) = 1 - f'(z) \quad (\text{III.7})$$

III.2.7. La théorie non-locale et les relations constitutives

Le comportement des matériaux à l'échelle nanométrique est différent à celui des matériaux à l'échelle macroscopique. Selon Eringen (1972, 1983), le champ des contraintes normales et tangentielles " σ , τ " en un point x dans un milieu élastique continu ne dépend pas uniquement du champ de déformation à ce point, mais aussi de la déformation dans tous les autres points du milieu continu.

Les relations constitutives non-locales peuvent être représentées sous une forme différentielle suivante :

$$\begin{aligned} \sigma_x - \mu \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} &= E \varepsilon_{xx} \\ \tau_{xz} - \mu \frac{\partial^2 \tau_{xz}}{\partial x^2} &= G(z) \gamma_{xz} \end{aligned} \quad (\text{III.8})$$

$$\text{Avec : } \quad \mu = (e_0 a)^2$$

μ est un coefficient non local indiquant l'influence de l'échelle nanométrique sur le comportement des nanostructures, e_0 est une constante appropriée à chaque matériau et a est une longueur caractéristique interne. Selon une estimation, le paramètre non local pour un nanotube de carbone à paroi unique est $e_0 a < 2$ nm [80, 81,82].

III.2.8. Équations de mouvement

Le Principe d'Hamilton sert à déterminer les équations du mouvement pour l'analyse de la vibration libre des nano poutres en FG. La forme analytique de ce principe est donnée par [74, 83, 84] :

$$\int_0^t \delta(U - K + V) dt = 0 \quad (\text{III.9})$$

Où δU , δK et δV sont respectivement les variations de l'énergie de déformation, de l'énergie cinétique et du travail du chargement extérieur.

- La variation de l'énergie de déformation de la poutre « δU » :

$$\delta U = \int_0^L \int_A (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA dx \quad (\text{III.10})$$

- La variation de l'énergie cinétique « δK » :

$$\delta k = \int_0^L \int_A \rho(z, T) (\dot{u} \delta \dot{u} + (\dot{w}_b + \dot{w}_s) \delta (\dot{w}_b + \dot{w}_s)) dA dx \quad (\text{III.11})$$

- La variation du chargement extérieur « δV » :

$$\delta V = \int_0^L (N^T + N^H) \frac{\partial (w_b + w_s)}{\partial x} \delta \frac{\partial (w_b + w_s)}{\partial x} dx \quad (\text{III.12})$$

Avec :

$$N^T = \int_{-h/2}^{h/2} E(z, T) \alpha(z, T) (T - T_0) dz \quad (\text{III.13})$$

$$N^H = \int_{-h/2}^{h/2} E(z, T) \beta(z, T) (C - C_0) dz$$

Où N^T , N^H sont respectivement la résultante thermique et la résultante d'humidité.

Dans le présent travail, le principe d'Hamilton peut être écrit en fonction des contraintes et des déformations comme suit [74,85]:

$$\int_0^L \int_A (\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA dx - \int_0^L \int_A \rho(z, T) (\dot{u} \delta \dot{u} + (\dot{w}_b + \dot{w}_s) \delta (\dot{w}_b + \dot{w}_s)) dA dx \quad (\text{III.14})$$

$$+\int_0^L (N^T + N^H) \frac{\partial(w_b + w_s)}{\partial x} \frac{\partial \delta(w_b + w_s)}{\partial x} dx$$

En remplaçant les équations (III.5), (III.7) dans l'équation (III.14) et en effectuant l'intégration par partie, puis en collectant les coefficients "u₀", "w_b", "w_s", on obtient les trois équations de mouvement suivantes :

$$\begin{aligned} \delta u_0 : \frac{\partial N}{\partial x} &= I_0 \ddot{u}_0 - I_1 \frac{\partial \ddot{w}_b}{\partial x} - J_1 \frac{\partial \ddot{w}_s}{\partial x} \\ \delta w_b : \frac{\partial^2 M_b}{\partial x^2} - (N^T + N^H) \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial x^2} &= I_0 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) + I_1 \frac{\partial \ddot{u}_0}{\partial x} - I_2 \frac{\partial^2 \ddot{w}_b}{\partial x^2} - J_2 \frac{\partial^2 \ddot{w}_s}{\partial x^2} \quad (\text{III.15}) \\ \delta w_s : \frac{\partial^2 M_s}{\partial x^2} + \frac{\partial Q}{\partial x} - (N^T + N^H) \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial x^2} &= I_0 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) + J_1 \frac{\partial \ddot{u}_0}{\partial x} - J_2 \frac{\partial^2 \ddot{w}_b}{\partial x^2} - K_2 \frac{\partial^2 \ddot{w}_s}{\partial x^2} \end{aligned}$$

Où les moments et les contraintes résultantes "N, M" et "Q" sont définis comme suit :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M_b \\ M_s \end{Bmatrix} = \int_A \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ z^2 \end{Bmatrix} \sigma_x dA \quad \text{et} \quad Q = \int_A g(z) \tau_{xz} dA \quad (\text{III.16})$$

Et les inerties massiques "I₀, I₁, I₂, J₁, J₂, K₂" sont définies comme :

$$\begin{Bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ J_1 \\ J_2 \\ K_2 \end{Bmatrix} = \int_A \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ z^2 \\ f(z) \\ zf(z) \\ f^2(z) \end{Bmatrix} \rho(z, T) dA \quad (\text{III.17})$$

En substituant le champ de déformation des équations (III.6) et (III.7) dans les relations constitutives non-locales des équations (III.15) et les résultats obtenus dans l'équation (III.16), les contraintes résultantes de la nano-poutre FG peuvent être obtenues sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} N - \mu \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} &= A \frac{\partial u_0}{\partial x} - B \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} - B_s \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} \\ M_b - \mu \frac{\partial^2 M_b}{\partial x^2} &= B \frac{\partial u_0}{\partial x} - D \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} - D_s \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} \\ M_s - \mu \frac{\partial^2 M_s}{\partial x^2} &= B_s \frac{\partial u_0}{\partial x} - D_s \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} - H_s \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} \\ Q - \mu \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} &= A_s \frac{\partial w_s}{\partial x} \end{aligned} \quad (\text{III.18})$$

Où A, B, D, B_s, D_s, A_s sont les composantes de la rigidité, elles sont définies comme suit :

$$\begin{Bmatrix} A \\ B \\ D \\ B_s \\ D_s \\ H_s \end{Bmatrix} = \int_A \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ z^2 \\ f(z) \\ zf(z) \\ f^2(z) \end{Bmatrix} E(z, T) dA, A_s = \int_A g^2(z) G(z) dA \quad (\text{III.19})$$

En substituant l'équation (III.18) dans l'équation (III.15), les équations non-locales de mouvement peuvent être écrites en termes de déplacements généralisés " u_0 ", " w_b ", " w_s " comme :

$$\begin{aligned} A \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} - B \frac{\partial^3 w_b}{\partial x^3} - B_s \frac{\partial^3 w_s}{\partial x^3} &= I_0 (\ddot{u}_0 - \mu \frac{\partial^2 \ddot{u}_0}{\partial x^2}) - I_1 (\frac{\partial \ddot{w}_b}{\partial x} - \mu \frac{\partial^3 \ddot{w}_b}{\partial x^3}) - J_1 (\frac{\partial \ddot{w}_s}{\partial x} - \mu \frac{\partial^3 \ddot{w}_s}{\partial x^3}) \\ B \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} - D \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} - D_s \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} - (N^T + N^H) (\frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^4 (w_b + w_s)}{\partial x^4}) &= \\ I_0 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) - \mu \frac{\partial^2 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s)}{\partial x^2} + I_1 (\frac{\partial \ddot{u}_0}{\partial x} - \mu \frac{\partial^3 \ddot{u}_0}{\partial x^3}) - I_2 (\frac{\partial^2 \ddot{w}_b}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^4 \ddot{w}_b}{\partial x^4}) - J_2 (\frac{\partial^2 \ddot{w}_s}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^4 \ddot{w}_s}{\partial x^4}) & \quad (\text{III.20}) \\ B_s \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} - D_s \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} - H_s \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} + A_s \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} - (N^T + N^H) (\frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^4 (w_b + w_s)}{\partial x^4}) &= \\ I_0 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) - \mu \frac{\partial^2 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s)}{\partial x^2} + J_1 (\frac{\partial \ddot{u}_0}{\partial x} - \mu \frac{\partial^3 \ddot{u}_0}{\partial x^3}) - J_2 (\frac{\partial^2 \ddot{w}_b}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^4 \ddot{w}_b}{\partial x^4}) - K_2 (\frac{\partial^2 \ddot{w}_s}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^4 \ddot{w}_s}{\partial x^4}) & \end{aligned}$$

Pour obtenir les équations de mouvement de la théorie locale des poutres, il suffit de mettre le paramètre non-local " $\mu=0$ " dans les équations (III.20).

III.3. Solution analytique

Dans cette étude, La résolution analytique les équations non-locales gouvernantes la vibration libre de la poutre nano-FGM simplement appuyée sous l'effet thermique est effectuée en utilisant la solution de Navier. La solution prend la forme suivante [77, 86,87] :

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ w_b \\ w_s \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} U_n \cos(\alpha x) e^{i\omega_n t} \\ W_{bn} \sin(\alpha x) e^{i\omega_n t} \\ W_{sn} \sin(\alpha x) e^{i\omega_n t} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.21})$$

$$\alpha = \frac{m\pi}{L}$$

Chapitre III : Modélisation de l'effet hygrothermique sur la porosité

Où “ u_0 ”, “ w_b ”, “ w_s ” sont des paramètres arbitraires à déterminer, ω_n est la fréquence propre associée au nième mode propre.

En remplaçant les expressions de “ u_0 ”, “ w_b ”, “ w_s ” des équations (III.21) dans les équations de mouvement (III.20), les solutions analytiques peuvent être obtenues sous la forme matricielle suivante :

$$\left\{ ([S] - \omega^2 [M]) \begin{Bmatrix} U_n \\ W_{bn} \\ W_{sn} \end{Bmatrix} \right\} = 0 \quad (\text{III.22})$$

Où $[S]$ et $[M]$ sont respectivement la matrice de rigidité et la matrice de masse.

$$[S] = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} \end{bmatrix} \quad [m] = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{bmatrix}$$

$$s_{11} = A\alpha^2 \quad s_{12} = -B\alpha^3 \quad s_{13} = -B_s\alpha^3 \quad s_{22} = D\alpha^4 - (N^T + N^H)\alpha^2\lambda \quad s_{23} = D_s\alpha^4 - (N^T + N^H)\alpha^2\lambda$$

$$s_{33} = H_s\alpha^4 + A_s\alpha^2 - (N^T + N^H)\alpha^2\lambda$$

$$m_{11} = I_0 \quad m_{12} = -I_1\alpha \quad m_{13} = -J_1\alpha \quad m_{22} = I_0 + I_2\alpha^2 \quad m_{23} = I_0 + J_2\alpha^2 \quad m_{33} = I_0 + K_2\alpha^2$$

$$\lambda = 1 + \mu\alpha^2$$

III.4. Distribution de la température

Lorsque deux systèmes sont à des températures différentes, le système le plus chaud cède de la chaleur au plus froid. On sait que la température est une fonction croissante de l'agitation moléculaire dans un corps. La relation suivante représente les coefficients de matériau dépendant de la température :

$$P = P_0(P_{-1}T^{-1} + 1 + P_1T + P_2T^2 + P_3T^3) \quad (\text{III.23})$$

D'où, T est la température de l'environnement, P indique la propriété du matériau, et $P_0, P_{-1}, P_1, P_2, P_3$ sont les coefficients des propriétés du matériau dépendant de la température unique aux matériaux constitutifs (Tableau III.1).

Tableau III.1 : Propriétés dépendantes de la température des constituants [88]

Material	Properties	P ₀	P ₋₁	P ₁	P ₂	P ₃
Si ₃ N ₄	E(Pa)	348.43e+9	0	-3.070e-4	2.160e-7	-8.946e11
	$\alpha(K^{-1})$	5.8723e-6	0	9.095e-4	0	0
	$\rho(Kg / m^3)$	2370	0	0	0	0
	$\kappa (W/mK)$	13.723	0	-1.032e-3	5.466e-7	-7.876e11
	ν	0.24	0	0	0	0
SUS304	E(Pa)	201.04e+9	0	3.079e-4	-6.534e-7	0
	$\alpha(K^{-1})$	12.330e-6	0	8.086e-4	0	0
	$\rho(Kg / m^3)$	8166	0	0	0	0
	$\kappa (W/mK)$	15.379	0	-1.264e-3	2.092e-6	-7.223e10
	ν	0.3262	0	-2.002e-4	3.797e-7	0

III.5. Divers environnements hygrothermiques

On suppose que la température et l'humidité peuvent être réparties à travers l'épaisseur de la nano poutre FG suivant trois types de chargement hygrothermique :

1. Un Chargement hygrothermique uniforme

Pour une nano poutre en FGM à une température initiale T_0 et une concentration d'humidité de référence C_0 , on suppose que la température et l'humidité sont uniformément changées. L'évolution est donnée par :

$$\begin{aligned}\Delta T &= T - T_0 \\ \Delta C &= C - C_0\end{aligned}\tag{III.24}$$

2. Un chargement hygrothermique linéaire

Pour une FGM nano poutre d'où laquelle l'épaisseur de la poutre est suffisamment fine, On considère que la température varie linéairement le long de l'épaisseur de la température de la face inférieure (riche en métal) T_m à la température de surface supérieure (riche en céramique) T_c , ainsi que l'humidité. Par conséquent, l'élévation de température et d'humidité en fonction de l'épaisseur est obtenue comme suit [89-90] :

$$\begin{aligned} T &= T_m + \Delta T \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right) \\ C &= C_m + \Delta C \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.25})$$

La variation de température ΔT et ΔC dans l'équation (III.4) peut être définie

comme :

$$\begin{aligned} \Delta T &= T - T_o \\ \Delta C &= C - C_o \end{aligned}$$

3. Un chargement hygrothermique sinusoïdale

La distribution d'humidité et de température lorsque la nano-poutre FGM est exposé à un chargement sinusoïdal (de l'humidité / de la température) à travers l'épaisseur peut être défini par la formule suivante [91] :

$$\begin{aligned} T &= T_m + \Delta T \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2}\right) \right) \\ C &= C_m + \Delta C \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2}\right) \right) \end{aligned} \quad (\text{III.26})$$

Avec :

$$\begin{aligned} \Delta T &= T - T_o \\ \Delta C &= C - C_o \end{aligned}$$

Conclusion

Dans cette partie, nous avons proposé une solution générale du comportement en vibration libre des nano poutres poreuses en matériaux à gradient de propriétés « FGM » simplement appuyée en utilisant la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé raffinée d'où le nombre d'inconnues dans la présente théorie est seulement trois par rapport à plus dans le cas des autres théories de déformations en cisaillement.

Cette théorie n'exige pas de facteur de correction de cisaillement, et donne une description parabolique des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur tout en remplissant la condition de contraintes de cisaillement nulles sur les bords libres.

L'effet d'échelle est pris en considération en utilisant les relations constitutives d'Eringen. Les solutions sont obtenues en utilisant la méthode de Navier.

Chapitre III : Modélisation de l'effet hygrothermique sur la porosité

En résolvant le problème en valeurs propres, la fréquence fondamentale de système est déterminée en prenant en considération les effets de porosité et les effets hygrothermiques. Les résultats de ce chapitre seront discutés dans le chapitre suivant.



Chapitre IV
Résultats et discussions

IV. Résultats et discussion

IV.1. Introduction

Les matériaux composites sont largement utilisés dans tous les domaines et sous différentes conditions, généralement des variations de température et l'humidité ou les deux en même temps (chargement hygrothermique) dans certaines applications telles que l'aérospatiale, l'automobile, la construction navale et les structures en bâtiment. Les propriétés des matériaux fonctionnellement gradués sont affectées par les conditions d'environnement auxquelles ils sont soumis. Ces phénomènes induisent des déformations et des contraintes qui peuvent modifier notablement le comportement mécanique des structures en FGM.

L'intérêt de cette partie est de valider analytiquement la présente théorie et de présenter les résultats numériques de l'analyse du comportement hygrothermique de la vibration libre des nano poutres poreuses en matériaux à gradient de propriétés, en utilisant la théorie de déformation de cisaillement d'ordre supérieur raffinée. D'où le nombre de fonctions inconnues est seulement trois contrairement aux d'autres théories déformation de cisaillement. La théorie présentée n'exige pas de facteur de correction de cisaillement, et donne une description parabolique de la contrainte de cisaillement à travers l'épaisseur tout en remplissant les conditions de contraintes de cisaillement nulles sur les bords libres.

On suppose que les propriétés matérielles de la nano-poutre poreuse en FGM en tant que module d'Young, module de cisaillement, coefficient de Poisson, coefficients de dilatation thermique et d'humidité varient sans interruption dans la direction de l'épaisseur selon une simple distribution de loi de puissance en fonction de la fraction volumique des constituants.

Les influences du paramètre non-local, de l'indice matériel, du rapport de dimension et de l'indice de porosité sur la réponse vibratoire des nano poutres FG sous l'effet de différents chargements hygrothermiques sont examinées. Quelques exemples illustratifs sont ainsi présentés pour vérifier la présente formulation et ses solutions.

IV.2. Validation analytique de la nouvelle théorie

Afin d'indiquer l'exactitude de la validité du modèle décrit dans le chapitre précédent pour l'analyse hygrothermique des vibrations d'une poutre FGM nanométrique poreuses simplement appuyée, quelques comparaisons des résultats obtenus avec ceux disponibles dans la littérature scientifique ont été faites et sont présentées dans les tableaux ci-dessous.

Les résultats obtenus sont comparés avec ceux rapportés par Mouffoki et al (2017) sur la base de la théorie non locale des poutres d'Euler-Bernoulli (CBT) et de la théorie des poutres de déformation de cisaillement parabolique (PSBT) et la théorie de Timoshenko (TBT) et de la théorie de poutre de déformation de cisaillement trigonométrique. Les dimensions de la nanopoutre sont supposées d'être comme suit : $L=10$ nm (longueur), $b=1$ nm (largeur), et h =variable (épaisseur).

Les tableaux (IV.1), (IV.2), (IV.3) montre la comparaison des valeurs de la fréquence fondamentale non-dimensionnelle « ω » d'une nano-poutre FG simplement appuyée sous l'effet de trois différents types de chargement hygrothermique pour une large gamme du paramètre non-local « e_0a », de l'indice matériel « k » et pour une valeur d'élanement « $L/h=20$ ». Le cas ($\mu=0$) correspond à la théorie locale des poutres. Les résultats obtenus en utilisant la théorie actuelle de déformation en cisaillement d'ordre supérieur sont comparés avec ceux donnés par la théorie de poutre d'Euler Bernoulli, la théorie de poutre de Timoshenko et la théorie de poutre de déformation en cisaillement raffinée publiés par Mouffoki et al. [1].

A partir de ces tableaux, on peut observer que les résultats obtenus par le présent modèle présentent un excellent accord avec ceux trouvés par Mouffoki et al, pour toutes les valeurs du paramètre non-local « μ », de l'indice de loi de puissance « k » et du rapport longueur/épaisseur « L/h ». Le modèle utilisé dans cette étude peut prédire le comportement vibrationnel des nano-poutres en matériaux fonctionnellement gradués.

On peut ainsi constater que les résultats de la fréquence des théories de poutre de déformation de cisaillement sont inférieurs à la théorie de poutre classique car la CBT est incapable de capturer l'effet de déformation de cisaillement. Elle ne tient pas compte de l'effet de déformation de cisaillement, par conséquent, les fréquences adimensionnelles prédites par CBT sont surestimées.

Chapitre IV : Résultats et discussions

Tableau IV.1 : Comparaison des fréquences fondamentales non dimensionnelles d'une poutre nano-FGM simplement appuyée sous chargement hygrothermique uniforme pour différentes théories de poutres ($L/h=20$)

μ	Beam theory	$(\Delta T, \Delta C) = (0, 0)$			$(\Delta T, \Delta C) = (20, 1)$			$(\Delta T, \Delta C) = (40, 2)$		
		P=0,2	P=1	P=5	P=0,2	P=1	P=5	P=0,2	P=1	P=5
0	CBT	7.9923	5.9506	4.8629	7.4706	5.2423	4.0328	6.9006	4.4134	2.9692
	TBT	7.9683	5.9324	4.8466	7.4449	5.2216	4.0132	6.8728	4.3887	2.9423
	PSBT	7.9684	5.9324	4.8460	7.4451	5.2214	4.0124	6.8729	4.3887	2.9414
	SSDBT	7.9686	5.9324	4.8461	7.4452	5.2215	4.0125	6.8731	4.3888	2.9414
	Present	7.9685	5.9324	4.8461	7.4451	5.2217	4.0126	6.8731	4.3889	2.9416
1	CBT	7.6249	5.6770	4.6393	7.0759	4.9289	3.7594	6.4710	4.0354	2.5845
	TBT	7.6020	5.6597	4.6238	7.0512	4.9089	3.7402	6.4439	4.0108	2.5564
	PSBT	7.6021	5.6597	4.6233	7.0513	4.9089	3.7395	6.4441	4.0108	2.5554
	SSDBT	7.6022	5.6598	4.6233	7.0515	4.9090	3.7395	6.4442	4.0110	2.5554
	Present	7.6022	5.6597	4.6233	7.0514	4.9090	3.7396	6.4442	4.0110	2.5557
2	CBT	7.3039	5.4380	4.4440	6.7285	4.6511	3.5148	6.0889	3.6902	2.2125
	TBT	7.2819	5.4214	4.4292	6.7047	4.6316	3.4960	6.0625	3.6655	2.1824
	PSBT	7.2820	5.4214	4.4286	6.7048	4.6316	3.4953	6.0627	3.6655	2.1813
	SSDBT	7.2822	5.4215	4.4287	6.7050	4.6317	3.4953	6.0628	3.6657	2.1814
	Présente	7.2821	5.4214	4.4287	6.7049	4.6317	3.4954	6.0628	3.6657	2.1817
3	CBT	7.0203	5.2269	4.2714	6.4193	4.4018	3.2933	5.7452	3.3700	1.8393
	TBT	6.9992	5.2109	4.2572	6.4193	4.3828	3.2747	5.7193	3.3450	1.8057
	PSBT	6.9993	5.2109	4.2567	6.3964	4.3828	3.2740	5.7195	3.3450	1.8045
	SSDBT	6.9994	5.2110	4.2567	6.3965	4.3829	3.2741	5.7196	3.3452	1.8045
	Present	6.9994	5.2109	4.2567	6.3965	4.3829	3.2742	5.7197	3.3452	1.8049
4	CBT	6.7673	5.0385	4.1175	6.1415	4.1760	3.0904	5.4328	3.0686	1.4438
	TBT	6.7470	5.0231	4.1038	6.1191	4.1574	3.0721	5.4074	3.0431	1.4039
	PSBT	6.7471	5.0231	4.1033	6.1192	4.1574	3.0714	5.4076	3.0431	1.4024
	SSDBT	6.7472	5.0232	4.1033	6.1194	4.1575	3.0714	5.4077	3.0432	1.4025
	Present	6.7472	5.0232	4.1033	6.1193	4.1575	3.0715	5.4077	3.0433	1.4029

Chapitre IV : Résultats et discussions

Tableau IV.2 : Comparaison des fréquences fondamentales non dimensionnelles d'une nano-poutre FGM simplement appuyée sous chargement hygrothermique linéaire pour différentes théories de poutres ($L/h=20$).

μ	Beam theory	$(\Delta T, \Delta C) = (0, 0)$			$(\Delta T, \Delta C) = (20, 1)$			$(\Delta T, \Delta C) = (40, 2)$		
		P=0,2	P=1	P=5	P=0,2	P=1	P=5	P=0,2	P=1	P=5
0	CBT	7.9053	5.8680	4.7844	7.6880	5.5817	4.4153	7.4600	5.2763	4.0085
	TBT	7.8810	5.8496	4.7679	7.6631	5.5623	4.3974	7.4343	5.2557	3.9887
	PSBT	7.8812	5.8496	4.7673	7.6632	5.5623	4.3967	7.4344	5.2557	3.9880
	SSDBT	7.8813	5.8497	4.7674	7.6634	5.5624	4.3967	7.4345	5.2558	3.9881
	Present	7.8812	5.8496	4.7674	7.6633	5.5623	4.3968	7.4345	5.2558	3.9881
1	CBT	7.5336	5.5904	4.5570	7.3051	5.2885	4.1670	7.0644	4.9645	3.7326
	TBT	7.5105	5.5728	4.5413	7.2812	5.2698	4.1498	7.0397	4.9445	3.7132
	PSBT	7.5106	5.5728	4.5407	7.2813	5.2698	4.1491	7.0398	4.9445	3.7125
	SSDBT	7.5107	5.5729	4.5407	7.2814	5.2699	4.1492	7.0400	4.9446	3.7125
	Present	7.5107	5.5729	4.5407	7.2814	5.2699	4.1492	7.0399	4.9446	3.7126
2	CBT	7.2086	5.3476	4.3580	6.9691	5.0306	3.9478	6.7162	4.6882	3.4854
	TBT	7.1864	5.3307	4.3429	6.9461	5.0126	3.9311	6.6923	4.6688	3.4663
	PSBT	7.1865	5.3307	4.3423	6.9463	5.0126	3.9304	6.6925	4.6688	3.4656
	SSDBT	7.1866	5.3308	4.3424	6.9464	5.0127	3.9305	6.6926	4.6689	3.4658
	Present	7.1865	5.3307	4.3424	6.9463	5.0126	3.9305	6.6926	4.6689	3.4657
3	CBT	6.9211	5.1327	4.1819	6.6711	4.8011	3.7519	6.4063	4.4405	3.2612
	TBT	6.8997	5.1164	4.1674	6.6489	4.7836	3.7357	6.3831	4.4216	3.2424
	PSBT	6.8998	5.1164	4.1668	6.6491	4.7836	3.7350	6.3833	4.4216	3.2417
	SSDBT	6.8999	5.1165	4.1668	6.6492	4.7837	3.7351	6.3834	4.4217	3.2418
	present	6.8999	5.1165	4.1669	6.6491	4.7837	3.7351	6.3834	4.4217	3.2419
4	CBT	6.6644	4.9408	4.0246	6.4042	4.5949	3.5752	6.1277	4.2163	3.0556
	TBT	6.6437	4.9251	4.0105	6.3827	4.5780	3.5593	6.1052	4.1978	3.0370
	PSBT	6.6439	4.9251	4.0100	6.3829	4.5780	3.5588	6.1053	4.1978	3.0363
	SSDBT	6.6440	4.9252	4.0100	6.3830	4.5781	3.5588	6.1054	4.1979	3.0364
	Present	6.6439	4.9251	4.0101	6.3829	4.5781	3.5589	6.1054	4.1979	3.0369

Chapitre IV : Résultats et discussions

Tableau IV.3 : comparaison des fréquences fondamentales non dimensionnelles d'une nano-poutre FGM simplement appuyée sous chargement hygrothermique sinusoïdal pour différentes théories de poutres ($L/h=20$).

μ	Beam theory	$(\Delta T, \Delta C) = (0, 0)$			$(\Delta T, \Delta C) = (20, 1)$			$(\Delta T, \Delta C) = (40, 2)$		
		P=0,2	P=1	P=5	P=0,2	P=1	P=5	P=0,2	P=1	P=5
0	CBT	7.9053	5.8680	4.7844	7.7592	5.6833	4.5349	7.6070	5.4897	4.2683
	TBT	7.8810	5.8496	4.7679	7.7344	5.6642	4.5174	7.5818	5.4699	4.2497
	PSBT	7.8812	5.8496	4.7673	7.7346	5.6642	4.5168	7.5819	5.4699	4.2490
	SSDBT	7.8813	5.8497	4.7674	7.7347	5.6643	4.5168	7.5820	5.4700	4.2490
	Present	7.8812	5.8496	4.7674	7.7346	5.6643	4.5169	7.5819	5.4700	4.2491
1	CBT	7.5336	5.5904	4.5570	7.3799	5.3956	4.2936	7.2194	5.1907	4.0102
	TBT	7.5105	5.5728	4.5413	7.3562	5.3773	4.2768	7.1953	5.1717	3.9922
	PSBT	7.5106	5.5728	4.5407	7.3564	5.3773	4.2762	7.1954	5.1717	3.9915
	SSDBT	7.5107	5.5729	4.5407	7.3565	5.3774	4.2762	7.1955	5.1718	3.9916
	present	7.5107	5.5729	4.5407	7.3564	5.3774	4.2763	7.1954	5.1717	3.9916
2	CBT	7.2086	5.3476	4.3580	7.0475	5.1430	4.0811	6.8791	4.9272	3.7812
	TBT	7.1864	5.3307	4.3429	7.0248	5.1254	4.0649	6.8558	4.9087	3.7637
	PSBT	7.1865	5.3307	4.3423	7.0249	5.1254	4.0643	6.8559	4.9087	3.7630
	SSDBT	7.1866	5.3308	4.3424	7.0250	5.1255	4.0644	6.8560	4.9088	3.7631
	present	7.1865	5.3307	4.3424	7.0250	5.1255	4.0644	6.8560	4.9088	3.7631
3	CBT	6.9211	5.1327	4.1819	6.7530	4.9188	3.8920	6.5768	4.6921	3.5756
	TBT	6.8997	5.1164	4.1674	6.7310	4.9018	3.8763	6.5543	4.6742	3.5585
	PSBT	6.8998	5.1164	4.1668	6.7312	4.9018	3.8757	6.5544	4.6742	3.5579
	SSDBT	6.8999	5.1165	4.1668	6.7313	4.9019	3.8757	6.5545	4.6743	3.5579
	present	6.8999	5.1165	4.1669	6.7312	4.9018	3.8758	6.5550	4.6743	3.5580
4	CBT	6.6644	4.9408	4.0246	6.4894	4.7178	3.7219	6.3058	4.4806	3.3892
	TBT	6.6437	4.9251	4.0105	6.4682	4.7013	3.7067	6.2840	4.4631	3.3724
	PSBT	6.6439	4.9251	4.0100	6.4684	4.7013	3.7061	6.2840	4.4631	3.3718
	SSDBT	6.6440	4.9252	4.0100	6.4685	4.7014	3.7062	6.2842	4.4632	3.3718
	Present	6.6439	4.9251	4.0101	6.4684	4.7014	3.7062	6.2841	4.4632	3.3719

IV.3. Résultats numériques et interprétations

Dans l'ordre de vérifier la précision de la nouvelle théorie non-locale de poutre de déformation de cisaillement proposée, quelques exemples numériques sont présentés pour prouver sa performance à prédire les fréquences fondamentales des nano poutres en FGM.

Pour bien illustrer l'analyse hygrothermique, trois types de conditions environnementales sont étudiées : les charges hygrothermiques uniformes, linéaires et sinusoïdales.

Les propriétés matérielles dépendants de la température d'une poutre P-FGM non local qui est faite d'acier (SUS 304) avec $\beta_m=0.0005$ et Silicon nitride (Si3N4) avec $\beta_c=0$ sont indiquées dans Le tableau III-1.

Pour une meilleure présentation des résultats, Les solutions de référence sont données sous forme adimensionnelle suivante :

$$\varpi = \omega L^2 \sqrt{\frac{\rho_c A}{E_c I}}$$

Avec "I" et "A" sont respectivement le moment d'inertie et la section transversale de la nano-poutre.

La figure IV.1 montre la variation de la fréquence naturelle adimensionnelle de nanopoutres simplement appuyées par rapport à l'augmentation d'humidité uniforme, linéaire et sinusoïdale dans le domaine de pré-flambage pour différentes valeurs du paramètre non local à ($k=1, L/h=20, \Delta T=40k$).

Il est remarquable qu'à une condition environnementale spécifiée, les fréquences propres adimensionnelles prédites par la théorie non locale sont inférieures que celles de la théorie locale. En outre, il est montré que pour toutes les charges hygrothermiques, la fréquence naturelle adimensionnelle diminue avec l'augmentation d'humidité. Par conséquent, la concentration de l'humidité et la non-localité assouplissent la nano-poutre en FGM.

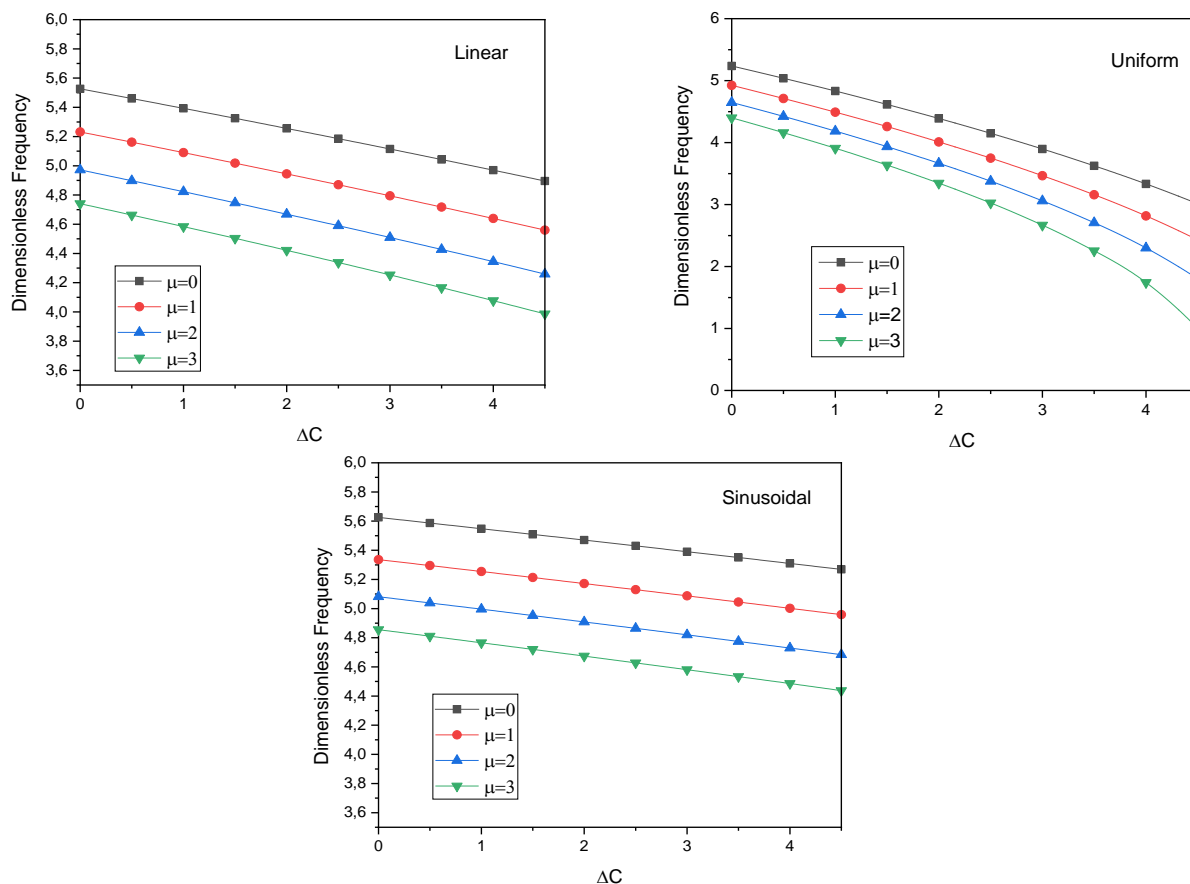


Figure IV.1 : Influence de l'humidité et le paramètre non local sur la fréquence adimensionnelle de la nano poutre FGM simplement appuyé pour diverses charges hygrothermiques ($k=1$, $L/h=20$, $\Delta T=40k$).

La figure IV.2 présente Les variations des fréquences propres adimensionnelles des FGM nano-poutres simplement appuyées en fonction de différentes augmentations de température et différentes valeurs de concentration d'humidité à ($k=1$, $L/h=20$, $\mu=2nm$).

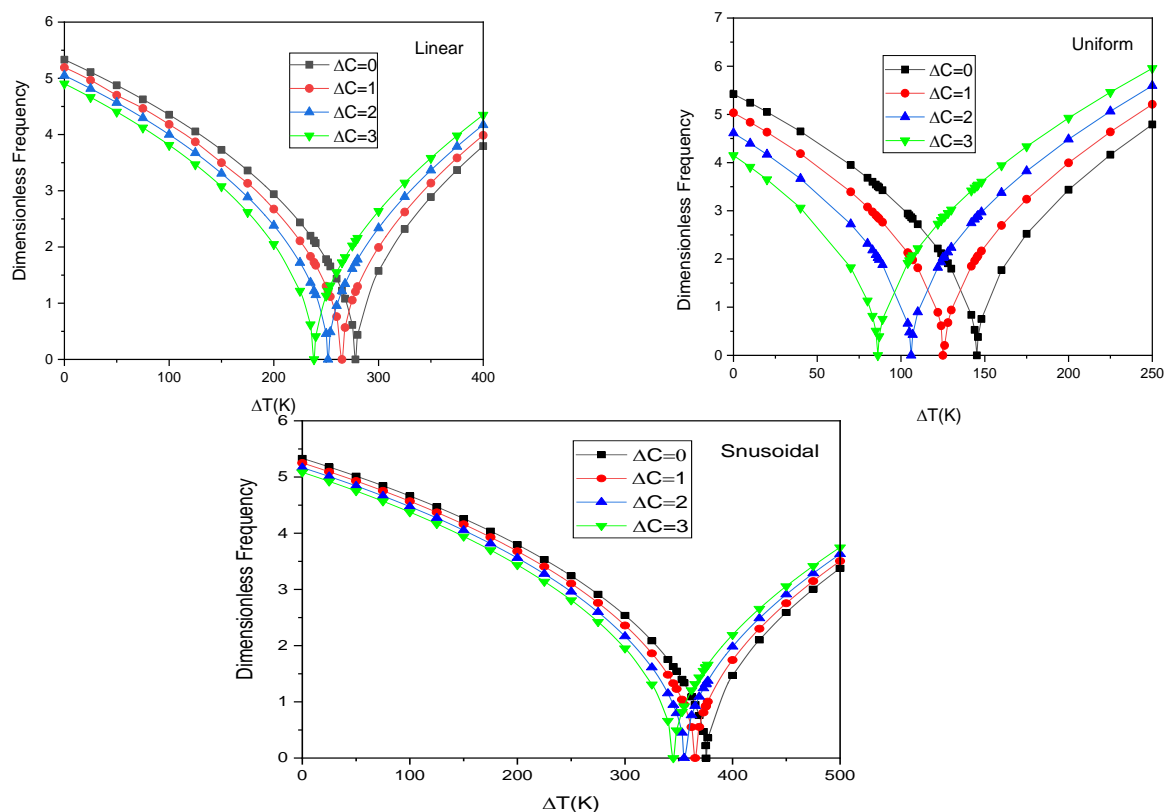


Figure IV.2 : Influence de l'humidité sur la fréquence adimensionnelle de la nanopoutre FGM simplement appuyée par rapport aux différentes élévations de température.

L'augmentation de la température et la dilatation thermique sous certaines conditions aux limites peuvent provoquer un flambement thermique car la structure ne peut se dilater librement.

Sous l'effet de tout type de chargement hygrothermique, les fréquences propres adimensionnelles d'une nano poutre en matériaux fonctionnellement gradué dans la plage de température avant la température critique diminuent jusqu'à elles atteignent la valeur zéro à proximité du point de température critique, ceci peut être justifié par l'augmentation de la température qui mène à une réduction de la rigidité de la poutre nano-FGM. Après le point de ramification, l'augmentation de la température entraîne une augmentation des fréquences.

Il est clairement observable la concentration d'humidité a un impact important sur la configuration pré-/post flambage du nano poutre FG sous charges hygrothermiques. Plus la concentration est importante plus les fréquences sont réduites, et plus la température critique est réduite. Après le point critique, nous

Chapitre IV : Résultats et discussions

observons une augmentation des fréquences, la vitesse d'augmentation est aussi importante que la concentration est importante

De plus, on voit que la distribution sinusoïdale de la température et de l'humidité fournit une fréquence naturelle plus élevée que les autres chargements hygrothermiques ; le chargement hygrothermique uniforme a la plus basse fréquence.

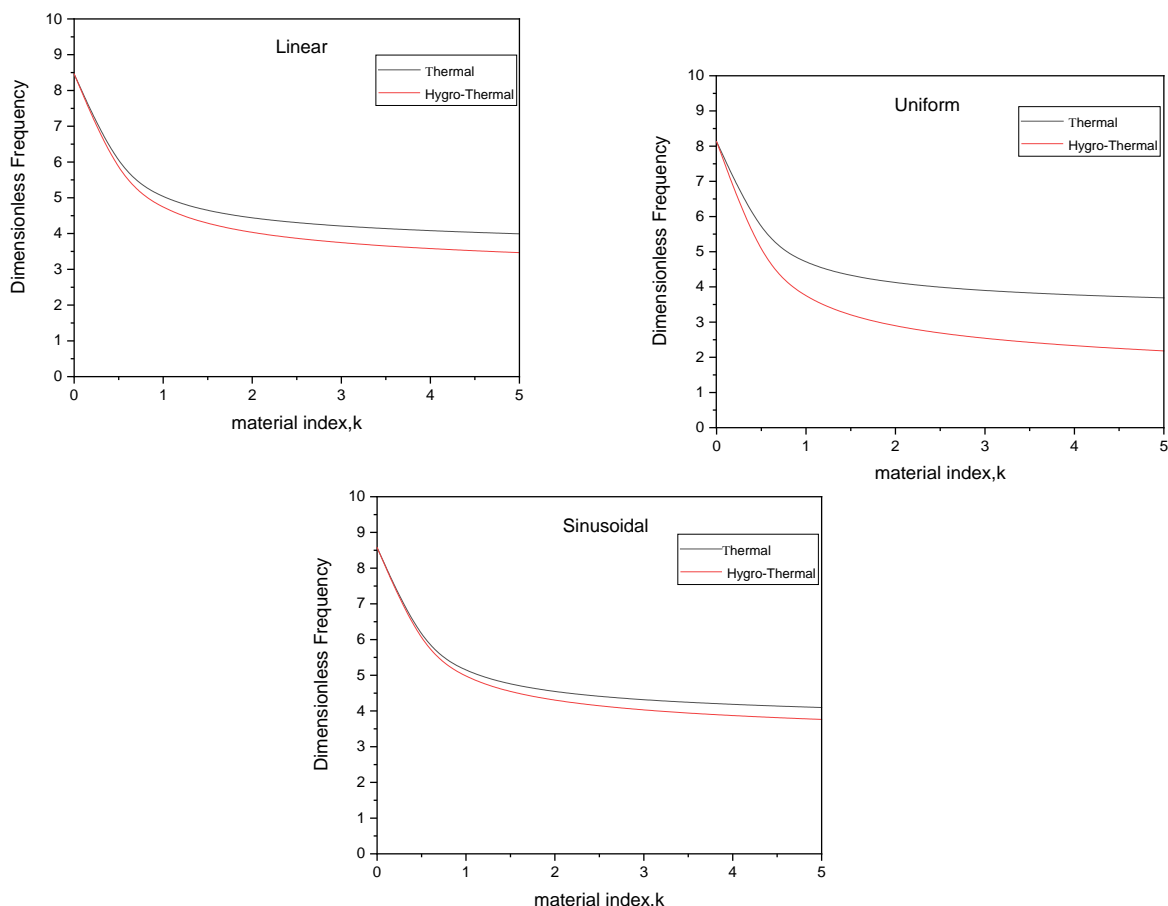


Figure IV.3: Influence de l'indice matériel sur la fréquence adimensionnelle de la nano-poutre FGM simplement appuyée en fonction du changement de température pour les environnements thermiques $\Delta T=40k$ et hygrothermiques $\Delta C=2$, à ($L/h=20$, $\mu=2nm$, $\Delta T=40k$).

D'après cette figure, on constate que sous n'importe quel type de conditions environnementales, la fréquence naturelle diminue avec la croissance de l'indice de gradient. Ainsi que l'effet d'humidité sur les réponses de fréquences naturelles adimensionnelles des nano poutres fonctionnellement graduées est plus important pour des valeurs plus grandes de l'indice matériel, comme les valeurs inférieures de l'indice de gradient correspondent à une plus grande partie de la phase céramique qui a un coefficient de dilatation à l'humidité égal à zéro ($\beta_c=0$). Sous l'effet du chargement thermique, la capacité de chargement mécanique des nano poutre FG est

Chapitre IV : Résultats et discussions

plus réduite avec la diminution de la phase céramique car cette dernière présente une bonne résistance à la température que la phase métal.

La variation de la fréquence propre par rapport le rapport d'élancement « L/h » pour diverses charges thermiques $\Delta C=0$ et hygrothermiques $\Delta C=2$ avec ($k=1$ et $\mu=2nm$) est représentée sur la figure IV.4.

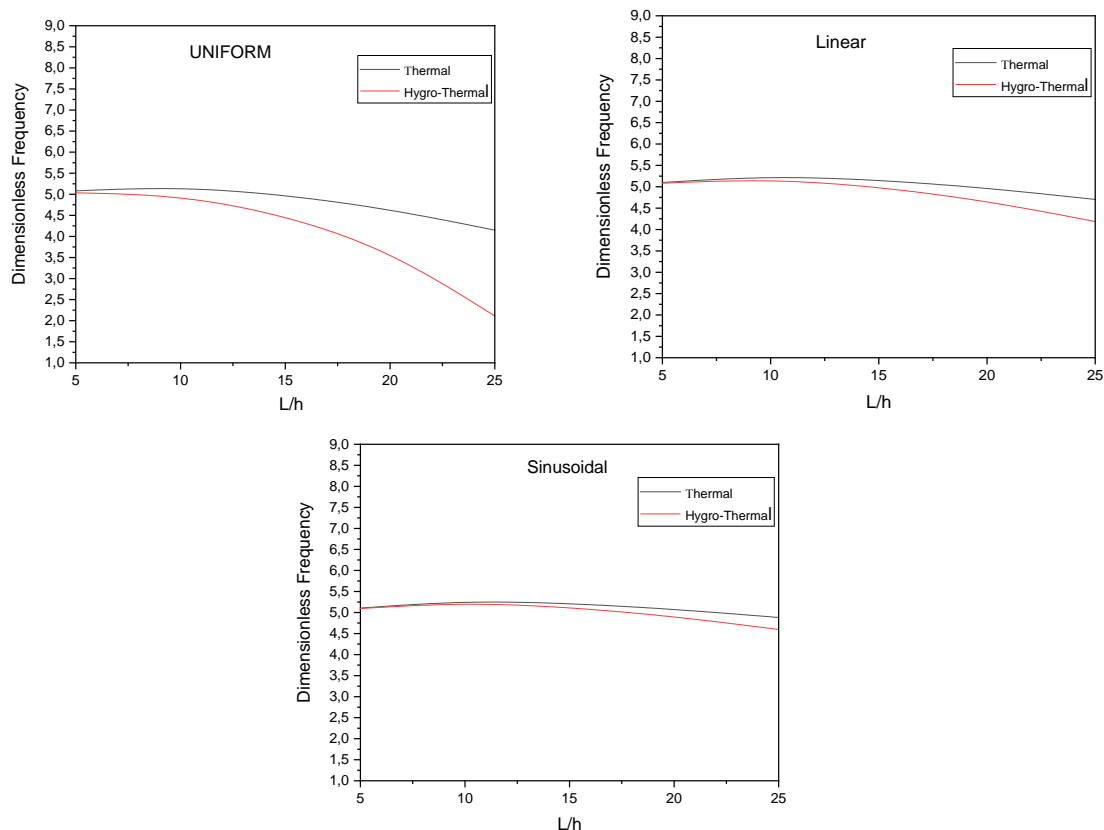


Figure IV.4 : L'effet du rapport d'élancement sur la fréquence adimensionnelle de la nano-poutre FGM pour diverses augmentations d'humidité à ($k=1$, $\mu=2nm$, $\Delta T=40k$).

A partir des courbes tracées, on peut remarquer que pour toutes les conditions environnementales, la fréquence adimensionnelle croît pour des faibles rapports d'élancement, puis diminue pour des rapports d'élancement plus élevés, ce qui indique l'importance de la déformation de cisaillement lorsque l'épaisseur de la poutre est grande. L'influence d'effet thermique et hygrothermique sur la vibration libre pour les poutres nano-FGM est significatif surtout pour des valeurs relativement élevées du rapport L/h .

Les figures (IV.5) et (IV.6) illustrent la variation de la fréquence fondamentale « ω » adimensionnelles en fonction de différentes valeurs de l'indice de porosité « ξ ».

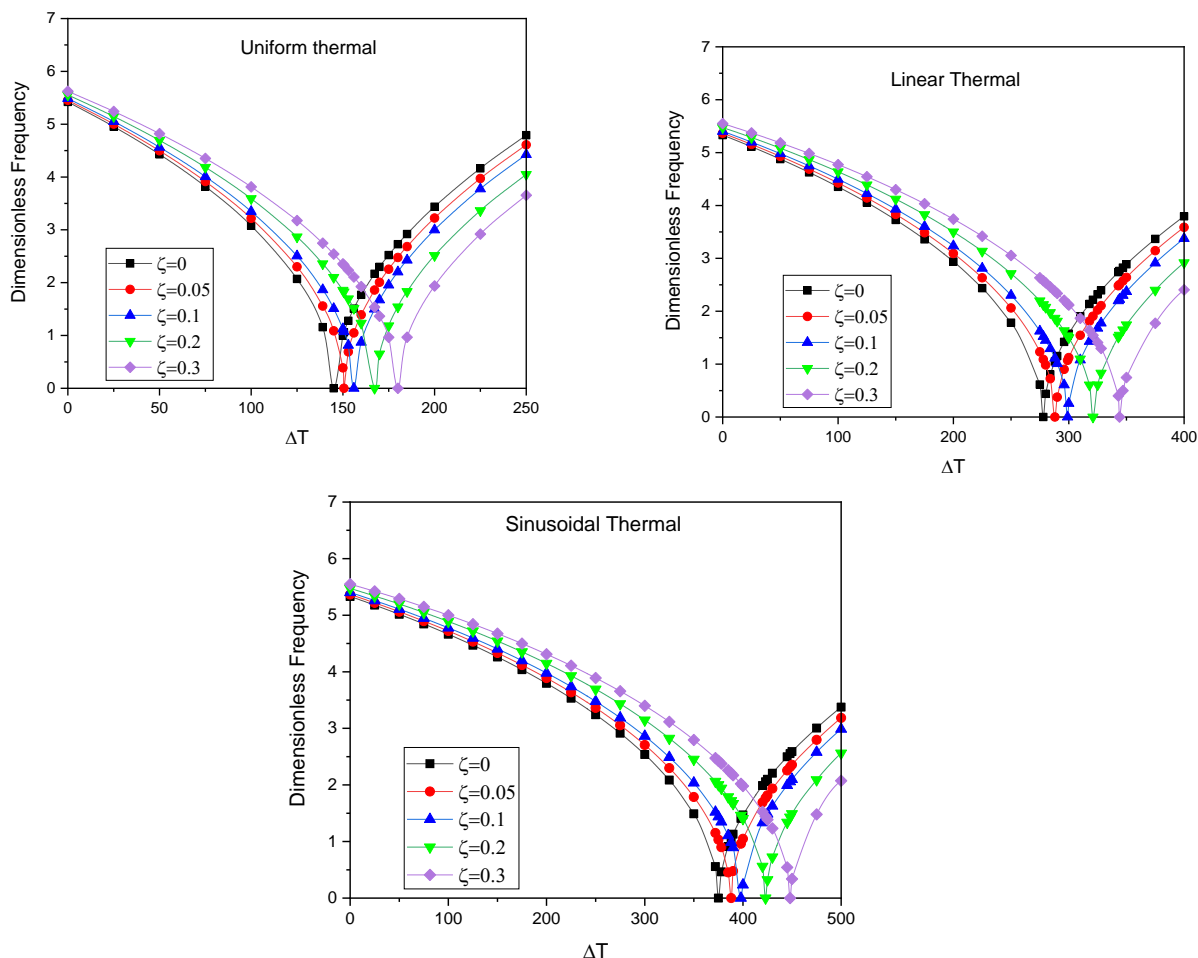


Figure IV.5 : L'effet de porosité sur la fréquence adimensionnelle de la nanopoutre FGM pour diverses augmentations de température à ($k=1$, $\mu=2nm$, $\Delta C=0$).

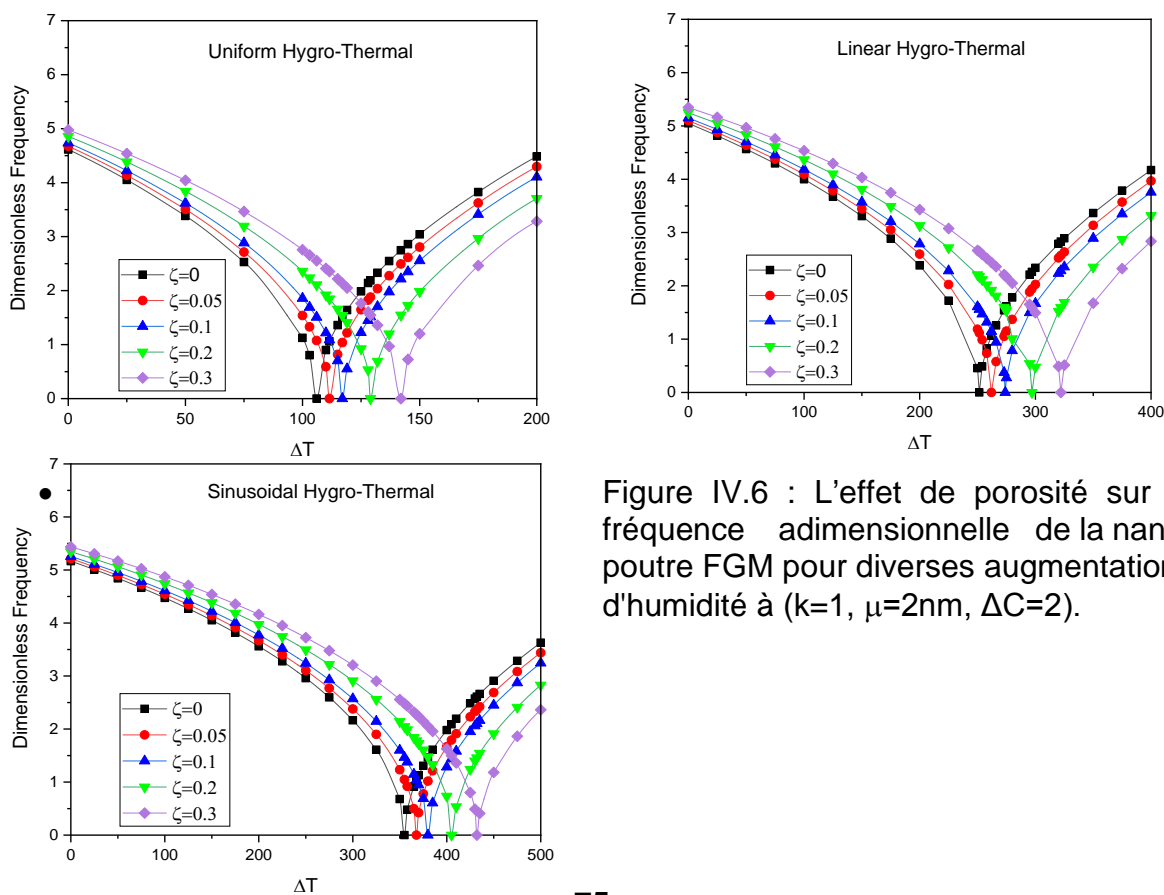


Figure IV.6 : L'effet de porosité sur la fréquence adimensionnelle de la nanopoutre FGM pour diverses augmentations d'humidité à ($k=1$, $\mu=2nm$, $\Delta C=2$).

Chapitre IV : Résultats et discussions

On peut déduire des courbes que, sous l'effet de température et d'humidité, Les valeurs importantes de la fréquence fondamentale adimensionnelle sont obtenues pour l'indice de porosité le plus élevé ($\xi=0.3$). L'introduction de l'effet de porosité mène à une augmentation de la fréquence adimensionnelle. Cela est du au fait que la porosité s'oppose au transfert de la chaleur à cause de leur faible conductivité thermique rendant le matériau plus isolant.

A la fin, on peut conclure que les conditions environnementales, les imperfections sous forme de porosité, l'indice de loi de puissance, la non localité et le rapport d'élanement ont une influence significative sur la réponse des poutres en FGM à l'échelle nanométrique.

Conclusion

Dans cette partie, le comportement vibratoire de la nano poutre poreuse en matériaux fonctionnellement gradué sous l'effet de trois différentes charges hygrothermiques a été analysé en utilisant la théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé raffinée. Plusieurs exemples numériques sont examinés pour démontrer l'exactitude et l'efficacité de la présente théorie. Une très bonne corrélation a été trouvée entre les résultats obtenus et ceux trouvés dans la littérature scientifique. L'effet de plusieurs paramètres sur les réponses de vibration libres des FG nano poutres sous l'effet hygrothermique a été discuté, tels que le paramètre de petite échelle, l'indice de loi de puissance, le rapport d'élanement et l'indice de porosité.



Conclusion générale

Conclusion générale

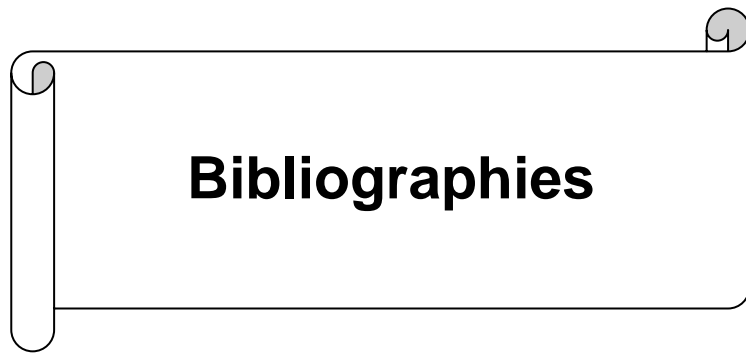
Les recherches dans le domaine des sciences des matériaux conduisent à développer un nouveau type de matériaux avec une variation continue des propriétés matérielles suivant l'épaisseur appelées matériaux à gradient fonctionnel (FGM). Cette nouvelle classe des matériaux représente un domaine de recherche très vaste et des applications immenses parce qu'ils présentent des propriétés intéressantes qui pourraient être utiles pour des applications dans des environnements avec des températures et humidité élevées. Par conséquent, la réponse hygro-thermo-mécanique des matériaux aux gradients spatiaux en composition et en microstructure est le sujet de plus en plus de recherches dans divers domaines technologiques.

L'objectif de ce travail a été d'étudier du comportement vibratoire des structures fonctionnellement graduées poreuses à l'échelle nanométrique soumises à des différentes conditions environnementales : les charges hygrothermiques uniformes, linéaires et sinusoïdales, en employant un nouveau modèle de déformation en cisaillement raffiné d'ordre élevé sur la base de la formulation d'élasticité non locale en conjonction avec la procédure d'analyse de Navier. Le principal avantage de ce modèle est la prise en compte de l'influence de la déformation de cisaillement sans avoir besoin d'introduire un facteur de correction, ainsi il contient moins d'inconnues et moins d'équations non locales de mouvement. Les propriétés des matériaux changent selon le modèle de loi de puissance sont censées être dépendantes de la température.

Afin de valider le présent modèle mathématique, une comparaison entre les résultats obtenus par ce module et ceux rencontrés dans la littérature scientifique a été effectuée. Des illustrations numériques sont présentées pour montrer l'efficacité et la précision de la présente théorie de déformation de cisaillement.

Les effets des environnements hygrothermiques, de porosité, du rapport d'élançement, du paramètre non local et de l'indice matériel k sur les réponses de vibration libres des poutres en matériaux fonctionnellement gradués sous l'effet hygrothermique sont étudiées puis discutées. L'exactitude des résultats est examinée par les données disponibles dans la littérature.

Comme perspective immédiate de cette étude nous proposons l'introduction de l'effet temps dans l'analyse du problème



Bibliographies

Bibliographies

- [1]. Mouffoki Abderrahmane, Etude du comportement mécanique des structures FGM à l'échelle nanométrique, thèse de doctorat, Université de Djilalli Liabès Sidi Bel Abbès, Algérie
- [2]. Shiota. I, et Y. Miyamoto, Functionally graded materials 19961997, Elsevier.
- [3]. Udupa, G., S.S. Rao, et K. Gangadharan, Functionally graded composite materials: an overview. *Procedia Materials Science*, 5: p. 1291-1299, 2014.
- [4]. Boch, P., T. Chartier, et M. Huttepain, Tape casting of Al₂O₃/ZrO₂ laminated composites. *Journal of the American Ceramic Society*, 69(8): p. C-191-C-192, 1986.
- [5]. Yin, H., L. Sun, and G.H. Paulino, Micromechanics-based elastic model for functionally graded composites formed by Field-Activated synthesis. *Journal of the American Ceramic society*, 2001.
- [6]. Houari MSA, Analyse des contraintes thermoélastique: Lois des puissances. Thèse de Doctorat, Université de Djilalli Liabès Sidi Bel Abbès, Algérie, 2011.
- [7]. Laoufi Imene, Analyse des plaques FGM sous différents types de chargements, thèse de doctorat, Université de Djilalli Liabès Sidi Bel Abbès, Algérie, 2015/2016
- [8]. Sobhaniaragh.B, Vibration and thermal stress analyses of functionally graded materials, Ph.D. Dissertation; Ghent University, Belgium, 2014.
- [9]. E.C.N. Silva, M.C. Walters, and G.H. Paulino: Modeling bamboo as a functionally graded material: lessons for the analysis of affordable materials. *Journal of Materials Science*, 41, 6991–7004, 2006.
- [10]. Daikh Ahmed Amine, vibration libre et flambement des structures sandwiches en FGM, thèse de doctorat, Université de Djilalli Liabès Sidi Bel Abbès, Algérie, 2017/2018

Bibliographies

- [11]. Koizumi, M., FGM activities in Japan. *Composites Part B: Engineering*, 1997. 28(1-2): p. 1-4.
- [12]. Okamura, H., State of the art of material design projects for severe service applications. *Materials Science and Engineering: A*, 1991. 143(1-2): p. 3-9.
- [13]. Kieback, B., A. Neubrand, and H. Riedel, Processing techniques for functionally graded materials. *Materials Science and Engineering: A*, 2003. 362(1-2): p. 81-106.
- [14]. Mahamood, R.M. and E.T. Akinlabi, Types of functionally graded materials and their areas of application, in *Functionally Graded Materials 2017*, Springer. p. 9-21.
- [15]. Rasheedat.M and Esther.T, *Functionally Graded Materials*, Topics in mining, Metallurgy and Materials Engineering.
- [16]. Hana Berghouti, Etude et investigation des nanostructures en FGM a base de ceramique-metal dans les structures aeronautique, thèse de doctorat, université Saad Dahleb Blida 1, Algérie.
- [17]. Djoumer Lyes et Benazouz Samir, mémoire master, Contribution à l'étude des matériaux à gradient de propriétés fonctionnels, Université Abderrahmen Mira Bjaia, Algérie, 2018.
- [18]. Mortensen, A. et S. Suresh, Functionally graded metals and metal-ceramic composites: Part 1 Processing. *International materials reviews*, 40(6): p. 239-265, 1995.
- [19]. Brook, R.J., *Materials Science and Technology*, Volume 17B, Processing of Ceramics Part II. *Materials Science and Technology*, 17: p. 379, 1996.
- [20]. Aubert, A., et al., Hard chrome coatings deposited by physical vapour deposition. *Thin Solid Films*, 108(2): p. 165-172, 1983.

Bibliographies

- [21]. Kumar, V. et B. Kandasubramanian, Processing and design methodologies for advanced and novel thermal barrier coatings for engineering applications. *Particuology*, 27: p. 1-28, 2016.
- [22]. Bessaim Aicha, Etude de l'influence de cisaillement transverse et de la déformation normale sur le comportement statique et dynamique des structure FGM, Yniversité Mustapha stambouli de Mascara,2014.
- [23]. Feynman, R., There's plenty of room at the bottom, in Feynman and computation2018, CRC Press. p. 63-76. Feynman, R., There is plenty of room at the bottom, in Feynman and computation2018, CRC Press. p. 63-76.
- [24]. Ahmed, W., M. Jackson, and I.U. Hassan, Nanotechnology to Nanomanufacturing, in Emerging Nanotechnologies for Manufacturing2010, Elsevier. p. 1-15.
- [25]. Norio Taniguchi, "Sur le concept de base de la 'Nano-technologie'," Proc. Intl. Conf. Prod. Eng. Tokyo, partie II, la Société japonaise de l'ingénierie de précision, 1974.
- [26]. Historique de la nanotéchnologie, Available from : <https://boowiki.info/art/la-nanotechnologie/histoire-de-la-nanotechnologie.html>
- [27]. Nanomatériaux, nanoparticules. Terminologie et définitions, Available from : <https://www.inrs.fr/risques/nanomateriaux/terminologie-definition.html>
- [28]. Connaître et maîtriser les risques des nanoparticules ,Emeric Frejafon, Institut National de l'Environnement Industriel et des Risques ,Journée de formation « FormaSciences » à l'ENS de Lyon le 26 février 2015,
- [29]. About Nanotechnology, National Nanotechnology Initiative, Available from: <https://www.nano.gov/about-nanotechnology/just-how-small-is-nano>

Bibliographies

[30]. La Microscopie électronique ; Available from :

<https://www.gazettelabo.fr/archives/pratic/2003/81micros.htm>

[31] Fischer, O., Kugler, M., Maggio-Aprile, I., Berthod, C., and Renner, C. Scanning tunneling spectroscopy of high-temperature superconductors. *Rev. Mod. Phys.* 79, 1 (2007), 353–419

[32]. Crommie, M. F., Lutz, C. P., et Eigler, D. M. Confinement of electrons to quantum corrals on a metal surface. *Science* 262, 218–220, 1993.

[33]. La Microscopie à Force Atomique pour l'observation de molécules avec une résolution atomique , Available from :

<https://culturesciences.chimie.ens.fr/thematiques/chimie-analytique/la-microscopie-a-force-atomique-pour-l-observation-de-molecules-avec>

[34]. Bouafia Khadra, Etude du comportement physique des nanostructures pour les matériaux graduée (F.G.M), Thèse de Doctorat, Université de Djilalli Liabès Sidi Bel Abbes, Algérie, 2017.

[35]. Jérôme LAMBERT ; Etude de la dynamique de charges par microscopie à force électrostatique Exemple des isolants `a grande constante diélectrique, Thèse de Doctorat,2013.

[36]. Belkorissat Ismahene, Etude de la réponse dynamique des plaques FGM avec la prise en compte de l'effet d'échelle, Thèse de Doctorat, Université de Djilalli Liabès Sidi Bel Abbes, Algérie, 2015.

[37]. Hamleti ; cours « Nanotechnologie », Université Saad Dahleb, Institut d'aéronautique et des études spatiales, Algérie.

[38]. Chimie et Nano : Une question d'échelle ; Available from :
<https://culturesciences.chimie.ens.fr>

Bibliographies

- [39]. Bouafia Khadra, Etude du comportement physique des nanostructures pour les matériaux gradués, Thèse de Doctorat, Université de Djilalli Liabès Sidi Bel Abbès, Algérie. [40].
- Voigt, W., Ueber die Beziehung zwischen den beiden Elasticitätsconstanten isotroper Körper. *Annalen der Physik*, 1889. 274(12): p. 573-587.
- [41]. Tamura, I. Strength and ductility of Fe-Ni-C alloys composed of austenite and martensite with various strength. in *Proceedings of the third international conference on strength of metals and alloys*, 1973. 1973. Cambridge, Institute of Metals.
- [42]. Suresh, S. and A. Mortensen, *Fundamentals of functionally graded materials* 1998: The Institut of Materials.
- [43]. Pradhan, S., et al., Vibration characteristics of functionally graded cylindrical shells under various boundary conditions. *Applied Acoustics*, 2000. 61(1): p. 111-129.
- [44]. Jin, Z.-H. and R. Batra, Stress intensity relaxation at the tip of an edge crack in a functionally graded material subjected to a thermal shock. *Journal of Thermal Stresses*, 1996. 19(4): p. 317-339.
- [45]. Bao, G. and L. Wang, Multiple cracking in functionally graded ceramic/metal coatings. *International Journal of Solids and Structures*, 1995. 32(19): p. 2853-2871.
- [46]. Chi, S.-h. and Y.-L. Chung, Cracking in coating–substrate composites with multi-layered and FGM coatings. *Engineering Fracture Mechanics*, 2003. 70(10): p. 1227-1243.
- [47]. P. M. Naghdi, On the theory of thin elastic shells. *Quarterly Appl. Math*, 14: 369-380 1957.
- [48]. Génevaux, J.-M., *Théorie des poutres, résistance des matériaux*. 2012.

Bibliographies

- [49]. Peddieson, J., G.R. Buchanan, and R.P. McNitt, Application of nonlocal continuum models to nanotechnology. *International journal of engineering science*, 2003. 41(3-5): p. 305-312.
- [50]. Reddy, J., 1997. *Mechanics of Laminated composites plates. Theory and analysis*. CRC Press, Boca Raton.
- [51]. Timoshenko, S.P., LXVI. On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 1921. 41(245): p. 744-746.
- [52]. Timoshenko, S. P., Woinowsky-Kreiger, S., 1959. *Theory of plates and Shells*. McGraw-Hill, New York.
- [53]. Reddy, J., 1997. *Mechanics of Laminated composites plates. Theory and analysis*. CRC Press, Boca Raton.
- [54]. Miara, B., Podio-Guidugli, P., 2006. Une approche formelle unifiée des théories de plaques et poutres linéairement élastiques. *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I* 343, 375-678.
- [55]. Praveen, G. N., Reddy, J. N., 1998. Nonlinear transient thermoelastic analysis of functionally graded ceramic-metal plates. *Int. J. Solids Struct.* 35, 4457-4476.
- [56]. Croce, L. D., Venini, P., 2004. Finite elements for functionally graded Reissner-Mindlin plates. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 193, 705-725
- [57]. Reddy, J., on locking-free shear deformable beam finite elements. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 1997. 149(1-4): p. 113-132.
- [58]. Reddy, J.N., *Theory and analysis of elastic plates and shells*1999: CRC press.
- [59]. Zemri.Amine ; *Etude comparative entre la théorie locale et non locale d'élasticité: Application aux structures homogènes ; Thèse de doctorat ; Université de Djilalli Liabès Sidi Bel Abbes, Algérie,2015*

Bibliographies

- [60]. M. Touratier, An efficient standard plate theory, *Int. J. Eng. Sc*; 29 (8): 901-916, 1991.
- [61]. Karama, M., K. Afaq, and S. Mistou, Mechanical behaviour of laminated composite beam by the new multi-layered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity. *International Journal of Solids and Structures*, 2003. 40(6): p. 1525-1546.
- [62]. Atmane, H.A., A. Tounsi, and I. Mechab, Free vibration analysis of functionally graded plates resting on Winkler–Pasternak elastic foundations using a new shear deformation theory. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 2010. 6(2): p. 113-121.
- [63]. Shimpi, R.P., Refined plate theory and its variants. *AIAA journal*, 2002. 40(1): p. 137-146.
- [64]. Eringen, A.C., On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves. *Journal of applied physics*, 1983. 54(9): p. 4703-4710.
- [65]. Arash, B. and Q. Wang, A review on the application of nonlocal elastic models in modeling of carbon nanotubes and graphenes. *Computational materials science*, 2012. 51(1): p. 303-313
- [66]. Eringen, A.C., Nonlocal polar elastic continua. *International journal of engineering science*, 1972. 10(1): p. 1-16.
- [67]. Eringen, A.C., On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves. *Journal of applied physics*, 1983. 54(9): p. 4703-4710.

Bibliographies

- [68]. Besseghier, A., et al., Free vibration analysis of embedded nanosize FG plates using a new nonlocal trigonometric shear deformation theory. *Smart Struct. Syst.*, 2017. 19(6): p. 601-614.
- [69]. Boutaleb, S., et al., Dynamic analysis of nanosize FG rectangular plates based on simple nonlocal quasi 3D HSDT. *Advances in Nano Research*, 2019. 7(3): p. 191.
- [70]. Wattanasakulpong, N. and V. Ungbhakorn, Linear and nonlinear vibration analysis of elastically restrained ends FGM beams with porosities. *Aerospace science and technology*, 2014. 32(1): p. 111-120.
- [71]. Yahia, S.A., et al., Wave propagation in functionally graded plates with porosities using various higher-order shear deformation plate theories. *Structural Engineering and Mechanics*, 2015. 53(6): p. 1143-1165.
- [72]. Zhu, J., et al., Fabrication of ZrO₂-NiCr functionally graded material by powder metallurgy. *Materials chemistry and physics*, 2001. 68(1-3): p. 130-135.
- [73]. Gupta, A. and M. Talha, Influence of porosity on the flexural and vibration response of gradient plate using nonpolynomial higher-order shear and normal deformation theory. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 2018. 14(2): p. 277-296.
- [74]. Bourada, F., et al., Dynamic investigation of porous functionally graded beam using a sinusoidal shear deformation theory. *Wind and Structures*, 2019. 28(1): p. 19-30.
- [75]. Benachour, A., et al., A four variable refined plate theory for free vibrations of functionally graded plates with arbitrary gradient. *Composites Part B: Engineering*, 2011. 42(6): p. 1386-1394.

Bibliographies

- [76]. Zidi, M., et al., Bending analysis of FGM plates under hygro-thermo-mechanical loading using a four variable refined plate theory. *Aerospace science and technology*, 2014. 34: p. 24-34.
- [77]. Bourada, F., et al., Dynamic investigation of porous functionally graded beam using a sinusoidal shear deformation theory. *Wind and Structures*, 2019. 28(1): p. 19-30
- [78]. Meziane, M.A.A., H.H. Abdelaziz, and A. Tounsi, An efficient and simple refined theory for buckling and free vibration of exponentially graded sandwich plates under various boundary conditions. *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 2014. 16(3): p. 293-318.
- [79]. Kolahchi, R., A comparative study on the bending, vibration and buckling of viscoelastic sandwich nano-plates based on different nonlocal theories using DC, HDQ and DQ methods. *Aerospace science and technology*, 2017. 66: p. 235-248.
- [80]. Tounsi, A., A. Semmah, and A.A. Bousahla, Thermal buckling behavior of nanobeams using an efficient higher-order nonlocal beam theory. *Journal of Nanomechanics and Micromechanics*, 2013. 3(3): p. 37-42.
- [81]. Zidour, M., et al., Buckling analysis of chiral single-walled carbon nanotubes by using the nonlocal Timoshenko beam theory. *Mechanics of Composite Materials*, 2014. 50(1): p. 95-104.
- [82]. Bensattalah, T., et al., Critical-buckling loads of carbon nanotube embedded in Kerr's medium. *Advances in Nano Research*, 2018. 6(4): p. 339.
- [83]. Zidi, M., et al., A novel simple two-unknown hyperbolic shear deformation theory for functionally graded beams. *Structural Engineering and Mechanics*, 2017. 64(2): p. 145-153.

Bibliographies

- [84]. Kaci, A., et al., Post-buckling analysis of shear-deformable composite beams using a novel simple two-unknown beam theory. *Structural Engineering and Mechanics*, 2018. 65(5): p. 621-631.
- [85]. Mahi, A. and A. Tounsi, A new hyperbolic shear deformation theory for bending and free vibration analysis of isotropic, functionally graded, sandwich and laminated composite plates. *Applied Mathematical Modelling*, 2015. 39(9): p. 2489-2508.
- [86]. Tagrara, S., et al., on bending, buckling and vibration responses of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams. *Steel and Composite Structures*, 2015. 19(5): p. 1259-1277.
- [87]. Draoui, A., et al. Static and dynamic behavior of nanotubes-reinforced sandwich plates using (FSDT). In *Journal of Nano Research*. 2019. Trans Tech Publ.
- [88]. Ebrahimi et Salari, Effect of various thermal loadings on buckling and vibrational characteristics of nonlocal temperature-dependent FG nanobeams, *Article in Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2015
- [89]. A.M. Zenkour, M. Sobhy, (2010). Thermal buckling of various types of FGM sandwich plates, *Composite Structures* 93, 93–102.
- [90]. F.Z. Kettaf, M.S.A. Houari, M. Benguediab, A. Tounsi, (2013). Thermal buckling of functionally graded sandwich plates using a new hyperbolic shear displacement model,” *Steel and Composite Structures*, 15, 399–423.
- [91]. Ebrahimi et Barati , A unified formulation for dynamic analysis of nonlocal heterogeneous nanobeams in hygro-thermal environment, 2016.