

Remerciements

Nous tenons à remercier vivement monsieur *HEMNI MANSOUR* Zoubir pour avoir accepté de diriger notre modeste travail et pour ses précieux conseils.

Qu'il nous soit permis de remercier également Mr. *BOUGUERRA* Amine, *BALLA* Fouzi, les enseignants et le personnel de l'institut d'aéronautique à qui nous devons notre formation.

Nous remercions le personnel d'air Algérie, spécialement Mr *TALBI* Sofiane et Ami *REMDHANE* de l'atelier *ALS*

Nos remerciements s'adressent aussi aux membres de jury pour avoir bien voulu juger ce mémoire.

A tous ceux qui ont contribué de près ou de loiz à la réalisation de ce travail.



Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à celle qui s'inquiète toujours pour moi, et à celui qui mon fondateur par son exemple d'éducation, mes très chers parents qui sont toujours présent à mes côtés.

A mes adorables frères et sœurs, sans oublier mes petits-neveux « Mohamed, Moussa et Maroua ».

A mes Oncles et mes Tantes Paternels et Maternels ainsi que leurs familles.

Je dédie également à ma futur femme « Amina » et à toute sa famille

A mes très chers amis « Salah, Mamar, Redouane », ainsi que mes collègues « Amine, Bachir, Achour, Merouane, Raid, Houari, Mekaoui, Fouad, Joufik » et à ma promotion 98 « Issam, Walid, Alaimia et les autres, sans oublier Fouzi, Lotfi, Noureddine, Issad, Samir

Et à toute personne que j'aurais pu oublier, je dédie ce modeste travail.

Nedjem



Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

- *A mes parents.*
- *A mes sœurs et frères Toufik et Sofiane .*
- *A mes amis Abdelhamide, Amine , Mino et Chakib.*
- *A mes amis de promotion et plus particulièrement Ali, Djamel, Issad, Lotfi, Merouane, Nouredine, Samir, Zerrouk, Zinou, sans oublier Aicha, Amel et Ilham*

Mohamed



Résumé :

Pendant le freinage par frottement, les énergies cinétiques et potentielles sont transformées en chaleur. La forte montée de température et l'apparition de points chauds sur le disque est une des causes de l'usure pour le couple disque /garniture. Les températures atteintes dépendent des propriétés thermiques et mécaniques des organes en frottement, de l'importance de l'effort de freinage, et déterminent largement la vitesse d'usure des matériaux composites utilisés aujourd'hui pour les patins, et peut être aussi du métal des disques.

La volonté de baisser le niveau des températures et d'obtenir une répartition uniforme de celle-ci pour limiter les contraintes thermiques dans le disque nous a conduit à rechercher des stratégies de refroidissement. Deux axes de recherche ont été développés, un modèle mathématique du comportement thermique du disque classique. La distribution de la température dans l'épaisseur du disque a permis d'obtenir les profils de température, ainsi que les zones à températures élevées.

Une modélisation du disque équipé de caloduc présentée comme une proposition. Une partie de la chaleur générée par frottement du patin sur le disque au cours du freinage sera transférée vers moyeu du disque par l'effet caloduc et évacuée par convection dans l'air.

Mots clés : Transfert thermique, conduction, freinage, modèle mathématique, caloduc, disque-garniture.

Abstract :

During braking by friction of the planes, the kinetic and potential energies are transformed into heat. The strong rises in temperature the appearance of hot points on the disc are one of the causes of wear for the couple disc/lining. The temperatures reached depend on the thermal and mechanical properties of the bodies in friction, the importance of the braking force, and largely determine the speed of wearing away of composite materials used today for the shoes, and fear being also of the metal of the disc.

The will to lower the level of the temperatures and to obtain a uniform distribution of this one to limit the thermal stresses in the disc led us to seek strategies of cooling. Two research orientations were developed. A mathematical model of the thermal behaviors of the traditional disc. The distribution of the temperature in the thickness of the disc made it possible to obtain the profiles of temperature, as well as the zones at high temperatures.

A modeling of the disc equipped with heat pipes (proposition & perspective). Part of the heat generated by friction of the shoe on the disc during braking will transformed towards the hub from the disc by the heat pipe effect and will be evacuated by convection in the air.

Word keys: Heat transfer, conduction, braking, mathematical model, heat pipe, disc-lining.

ملخص:

أثناء الفرملة بالاحتكاك عند الطائرات، تتحول الطاقات الحركية و انكامنة إلى حرارة. يعد التصاعد للقوي في درجة الحرارة و ظهور نقاط ساخنة جدا على أسطوانة الفرملة من أهم الأسباب المؤدية إلى تآكل الأسطوانة ولبوس المكبح.

تتوقف درجات الحرارة المحققة على الخصائص الحرارية و الميكانيكية للأعضاء المحتكة و أهمية قوة الفرملة، كما أنها تعرف بوضوح سرعة إتلاف الصانة المركبة المستعملة حاليا في صنع مزلفة المكبح، و ربما أيضا معدن الأسطوانات .

إن بغية خفض من مستوى درجات الحرارة، والحصول على توزيع منتظم لها مع الحد من الضغوط الحرارية فإذنتنا نحو إستراتيجية تبريد، لذلك تم تطوير محورين للبحث:

* أولهما: إيجاد نموذج رياضي يصف التعامل الحراري للأسطوانة. فهذا النموذج سمح لنا بالحصول على بيانات توزيع درجة الحرارة في سمك الأسطوانة وكذا مناطق الحرارة المرتفعة.

* ثانيا: وكإقتراح، هو إيجاد نموذج أسطوانة مجهزة بأنابيب الحرارة، فإثناء الفرملة جزء من حرارة احتكاك المزلفة على الأسطوانة ينتقل إلى مركزها ويتحول بفضل أنابيب الحرارة إلى الهواء كبيرة.

المفاتيح المعجمية :

النقل الحراري - الناقلية - الفرملة - النموذج الرياضي - أنابيب الحرارة

SOMMAIRE

SOMMAIRE**NOTATION**

INTRDUCTION	11
Chapitre I : Théorie de freinage	
I.1. Définitions	14
I.2. classifications des freins	14
I.3. conditions à respecter pour les freins	15
I.4. Qualités demandées à un frein	15
I.5. Frein à disque	16
I.5.1. Définition	16
I.5.2. Freins monodisques	16
I.5.3. Freins multidisques	16
I.5.4. Disques et patins de friction	17
I.5.4.1. Généralités sur les organes de friction	17
I.5.4.2. Le matériau de friction de frottement des garnitures	17
I.5.4.3. Caractéristiques générales des garnitures	18
I.5.4.3.1. Caractéristiques physiques	18
I.5.4.3.2. Caractéristiques mécaniques	19
I.5.4.3.3. Caractéristiques thermiques	19
I.5.4.4. Le contre matériau (disque ou rotor)	19
I.5.4.4.1. Généralités	19
I.5.4.4.2. Les matériaux pour disque de frein	20
I.5.4.4.3. Qualités du disque de frein	20
I.5.4.4.4. Caractéristiques générales du contre matériau	20
I.6. Freins pour avions	21
I.6.1. Moyens de freinage et de ralentissement	21
I.6.2. Types de freinage à assurer	22
I.6.3. Evolution des freins de roue pour avion	23
Chapitre II : Présentation du bloc du frein B737/800 (NG).	
II.1. Présentation de l'avion BOEING 737- 800/NG	25
II.2. Présentation de fiche technique du frein	25
II.2.1. Description	25
II.2.2. Dimensionnement des freins d'avion	25
II.2.3. Fonctionnement du frein	26
II.2.4. Anomalies de fonctionnement des dispositifs de freinage	26
II.2.5. Les principaux motifs de dépose des freins	27

Chapitre III : Etude des différents modes de transfert de chaleur

III.1. Introduction aux transferts thermiques	30
III.2. Les différents modes de transfert de chaleur	30
III.2.1. Conduction	30
III.2.2. Rayonnement	32
III.2.3. Convection	33
III.2.4. Combinaisons des différents modes de transfert	33
III.3. Transfert de chaleur par conduction	34
III.3.1. Loi de Fourier (1807)	34
III.3.2. Equation de propagation de la chaleur (milieux solides)	36
III.3.3. Conditions aux limites en conduction	41
III.3.3.1. La condition initiale	41
III.3.3.2. Les conditions aux limites (spatio-temporelles)	41
III.4. Les différentes méthodes de résolution de l'équation de la chaleur	44
III.4.1. Méthode utilisant la transformation de LAPLACE	44
III.4.2. Méthode utilisant la séparation des variables (de FOURIER)	45
III.4.3. Méthode des différences finies	46
III.4.4. Méthode de résolution analogique	46
III.4.5. La méthode graphique de BINDER-SCHMIDT	46
III.4.6. La méthode utilisant le théorème de DUHAMEL	46

Chapitre IV : Présentation du théorème de DUHAMEL.

IV.1. Utilité du théorème	48
IV.2. Le théorème dans sa forme générale	48
IV.3. Deux cas particuliers	50
IV.4. Application de DUHAMEL dans le cas d'une densité de flux variable avec le temps appliquée en surface	52
IV.5. Conclusion	52

Chapitre V : Résolution du problème

V.1. Détermination de la loi de distribution des températures	
dans le disque de freinage	54
V.1.1. Présentation du problème	54
V.1.2. Paramètres cinématiques	55
V.1.3. Détermination de la densité de flux $q_1'(t)$ dégagée lors du freinage ...	56
V.1.4. Application numérique	57
V.2. Organigramme de résolution et Interprétation des résultats	60
V.2.1. Organigramme (1)	
Calcul de la densité de flux en fonction du temps	60
V.2.2. Interprétation	62
V.3. Détermination de la loi de distribution de la température	
dans le disque	63
V.3.1. Mise en équation	63
V.3.2. Solution $\theta_1(z, t)$ dans le cas où $q_1'(t)=1$, pour $z=L$	64
V.3.3. Solution générale $\theta_1(z, t)$ par application du théorème	
de DUIIAMEL	66
V.3.4. Application numérique	68
V.4. Organigrammes de résolution et Interprétation des résultats	69
V.4.1. Organigramme (2)	
Calcul de la Température (Pour : Z=Fixe ET & t =Varie)	69
V.4.2. Organigramme (3)	
Calcul de la Température (Pour : t=Fixe ET & Z =Varie)	70
V.4.3. Interprétation des résultats	71

Propositions & Perspectives

1. Introduction	81
2. Principe de fonctionnement	81
3. Différents types de caloducs	83
4. Mode de fabrication	83
- Choix du fluide caloporteur	83
- Choix de matériau d'enveloppe	85
- Réseaux capillaires	85
5. Les limites de fonctionnement	86
- Limite visqueuse	87
- Limite sonique	87
- Limite d'entraînement	87
- Limite apillaire	87
- Limite d'ébullition	87

Conclusion générale90

Bibliographie

Annexes :

Annexe 1 : Bloc de Frein Boeing 737/800-NG : Schéma éclaté

Annexe 2 : Fonction erreur et fonction erreur complémentaire

Annexe 3 : Résultats pour la variation de la densité de flux en fonction du temps.

Annexe 4 : Résultats pour 'z' fixe et 't' varie & Résultats pour 't' fixe et 'z' varie.

Annexe 5 : Les programmes de calcul.

▪ NOTATIONS UTILISEES

a	: Décélération	[m/s ²]
A	: Section	[m ²]
K	: Conductivité thermique	[W/m ^o K]
b	: Effusivité thermique $b = \sqrt{k.\rho.C}$	[J/m ² s ^{1/2}]
C	: Chaleur spécifique	[J/kg K]
c _f	: Coefficient de frottement	
F	: Force de freinage par unité de surface	[N/m ²]
2L	: Epaisseur du disque	[m]
m	: La proportion d'énergie calorifique dégagée qui pénètre dans le 1 ^{er} corps	
P	: Pression	[Pa]
q	: Flux thermique	[W]
q',E	: Densité de flux thermique	[W/m ²]
Q	: Quantité de chaleur	[J]
t	: Temps	[s]
tf	: Temps de freinage	[s]
T	: Température	[°K]
T ₀	: Température initiale	[°K]
$\bar{T}(x,\beta)$: Transformée de LAPLACE de la température	
V(t)	: Vitesse instantanée	[m/s]
V _i (t)	: Vitesse instantanée en fonction de t et tf	[m/s]
V _o	: Vitesse initiale	[m/s]
x, y, z	: Coordonnées cartésiennes ou cylindriques	
X(x)	: Fonction qui dépend que de x	
Y(t)	: Fonction qui dépend que de t	
r	: Rayon des pores de réseaux capillaire	[m]

▪ NOTATIONS GRECQUES

α	: Diffusivité thermique $\alpha = \frac{k}{\rho C}$	[m ² /s]
ρ	: Masse volumique	[kg/m ³]
θ	: Différence de température	[°K]
ϕ, θ_1	: Température (solution particulière d'un problème)	[°K]
λ	: Variable, paramètre d'intégration	
σ	: Tension superficielle du liquide	
γ	: Angle de Mouillage du liquide sur le réseau	

▪ INDICES

1	: Pour le premier (disque)
2	: Pour le deuxième corps (plaquette)
f	: frottement

▪ OPERATEURS MATHEMATIQUES

Δ, ∇^2	: Laplacien
∂	: Dérivée partielle
d	: Dérivée totale
Div	: Divergence
\vec{grad}	: Gradient
erf	: Fonction erreur
erfc	: Fonction erreur complémentaire
ierfc	: Intégrale de la fonction erreur complémentaire

INTRODUCTION

INTRODUCTION

Pour la première génération des avions, le problème de freinage n'était pas vraiment un grand souci, vu la petite taille de l'appareil, ainsi que sa vitesse et sa masse relativement faibles.

Plus l'appareil évoluait dans le temps, quant à son architecture qui a voulu s'intégrer dans le transport, alors l'avion a commencé à prendre du volume nécessitant ainsi des masses de plus en plus grandes, donc des moteurs de plus en plus puissants, même le facteur temps était un paramètre tout à fait important dans cette évolution vue que l'avion était devenu plus rapide, le freinage était devenu un élément majeur dans sa conception. L'évolution suit sa course par extrapolation avec l'automobile. On a conçu la génération de freinage à tambour avec commande indépendante.

Les inventions s'amélioraient de plus en plus jusqu'aux freins multidisques qui ont permis d'augmenter les surfaces d'échange et d'absorber une forte quantité d'énergie pour une masse plus réduite et cela avec des matériaux à haute performance comme le composite carbone/carbone par exemple, où les températures de freinage sont de l'ordre de 1500°C .

En effet, les énergies cinétique et potentielle se transforment en chaleur par effet de frottement, et par conséquent cette quantité de chaleur qui s'accumule dans le système de freinage et d'autres organes de contact, provoquent une forte augmentation de température qui entraîne les conséquences suivantes :

- Evanouissement (décroissance du coefficient de frottement) ;
- Distorsion des surfaces frottantes ;
- Usure accrue des garnitures et plaquettes ;
- Contraintes thermiques pouvant entraîner l'apparition de fissures ;
- Vaporisation du fluide de commande ;
- Détérioration des joints et pièces en caoutchouc ;
- Réduction de l'efficacité du freinage, risquant ainsi de diminuer la sécurité.

Dans le cadre de notre étude qui concerne la distribution de la température dans les disques des freins des roues pour un avion (Boeing737-800/NG), on a fait appel à un modèle mathématique qui nous a permis de visualiser la variation de la température en fonction du temps et de l'épaisseur du disque à partir de la détermination de la densité de flux de chaleur généré par frottement et de résoudre l'équation de la chaleur, par l'utilisation du théorème de DUHAMEL.

Pour ce-la, notre travail est structuré selon le plan suivant :

- Le premier chapitre est consacré à l'étude bibliographique sur la théorie de freinage et particulièrement sur les systèmes de freinage utilisés en aéronautique ;
- Dans le deuxième chapitre on a fait une description du bloc de frein d'un Boeing 737/800-NG (Next Generation) et son fonctionnement ainsi que les Anomalies de fonctionnement des dispositifs de freinage ;
- Pour le troisième chapitre, nous abordons l'étude des différents modes de transfert, en particulier la conduction et les différentes méthodes de résolution de l'équation de la conduction en milieu homogène et isotrope, ainsi que les conditions aux limites en conduction ;
- Dans ce quatrième chapitre, nous représentons la méthode utilisant le théorème de DUHAMEL pour la résolution de l'équation de la chaleur, avec des conditions aux limites qui sont fonctions du temps ;
- Dans le cinquième chapitre, nous présentons la résolution de l'équation de la chaleur après la détermination de la densité de chaleur produite au cours de freinage, qui nous permet de visualiser la distribution de la température en fonction du temps et de la position dans l'épaisseur du disque.
- Et en perspective, nous proposons un système à Caloduc qui semble être une solution intéressante pour la limitation des températures à un niveau acceptable et leur l'homogénéisation dans chacun des composants du frein ;
- Enfin, une conclusion générale met en évidence les résultats qui semblent constituer les apports principaux de ce travail.

CHAPITRE I

Théorie de Freinage

1.1. Définitions

Un frein est un transformateur d'énergie destiné à ralentir (frein de ralentissement) ou à arrêter le mouvement d'un engin (frein d'arrêt).

Quelque soit les systèmes de freinage et leurs emplois, un frein absorbe une énergie mécanique extérieure pouvant être, soit une énergie potentielle due à la gravité (cas des appareils de levage), soit une énergie cinétique (cas des véhicules). L'énergie mécanique absorbée est restituée par le frein sous une autre forme qui dépend du système de freinage considéré.

Nous limiterons notre étude à des freins transformant l'énergie mécanique en chaleur par frottement de deux solides, car ces freins se sont les plus répandus et économiques pour assurer la fonction de freinage: le ralentissement ou l'arrêt de la machine ou de l'appareil en mouvement est dû à la résistance de frottement engendrée dans un organe de friction, par la pression d'un corps sur la jante d'un rotor en mouvement.

Un organe de friction est essentiellement un transformateur d'énergie en chaleur. Le rotor du frein emmagasine et disperse la plus grande partie de la chaleur produite.

1.2. Classification des freins

Les freins peuvent être classés d'après deux paramètres :

a. D'après la forme de l'organe de friction utilisée :

- Freins à sabots (rotors cylindriques ou rotors à gorge),
- Freins coniques (rotor conique ou rotor à gorge),
- Freins à enroulement (ou à bandes),
- Freins à mâchoires (rotor, tambour cylindrique),
- Freins à disques.

b. D'après le mode de fonctionnement :

- Freins à commande réversible sans blocage (fonctionnement à la main, au pied),
- Freins à encliquetages non automatiques (fonctionnement à la main, au pied, électromagnétiques...),
- Freins à encliquetages (freins actionnés par la charge et utilisant la poussée axiale d'une vis) ; ces freins peuvent être coniques ou à lame,
- Freins à sabots ou à bandes actionnées par force centrifuge.

I.3. Conditions à respecter pour les freins

a. Conditions d'établissement :

- L'énergie de la charge à freiner est un ennemi qu'il faut réduire le plus possible.
- Un frein ne doit pas demander de trop gros efforts de commande ; on doit pouvoir le commander avec la progressivité et l'instantanéité que demandent les circonstances.
- En raison du travail considérable fourni par les appareils, on doit s'assurer que l'échauffement des parties frottantes n'est pas trop grand.

b. Conditions d'installation :

- Les rotors de freins doivent être installés, autant que possible sur l'arbre de commande (arbre tournant à grande vitesse) ou, si cet arbre susceptible de se déplacer sur l'arbre intermédiaire le plus voisin, afin de diminuer l'effort tangentiel, c'est à dire travailler avec un couple minimal.
- Les freins doivent être accessibles pour faciliter leur entretien.
- La disposition du frein doit être telle que les calories dégagées lors de son fonctionnement soient facilement évacuées.

I.4. Qualités demandées à un frein

On demande à un frein :

- L'efficacité,
- La régularité du couple de freinage,
- Le silence lors du fonctionnement,
- Un faible indice de commande,
- Des réglages aussi espacés que possible ou bien un réglage grâce à un dispositif automatique,
- Une construction facile,
- Un entretien facile,
- Un bas prix de revient correspondant au genre de construction de la machine.

I.5. Frein à disques

I.5.1. Définitions

Un frein à disques est un transformateur d'énergie mécanique en énergie calorifique ; il est constitué de trois parties principales :

- Un disque (ou des disques) : partie tournante ; son rôle est d'absorber et de dissiper l'énergie mécanique transformée en chaleur au cours du freinage,
- Un ensemble étrier (ou stator) ; partie non tournante ; il peut être fixé ou avoir un mouvement de translation ou de rotation,
- Des surfaces de frottement, appelées également patins ou organes de friction, garnitures ou plaquettes ; elles sont planes et perpendiculaires à l'axe de rotation.

I.5.2. Freins monodisques

Si nous nous attachons au domaine automobile, il existe actuellement cinq types de freins :

- Freins à étrier fixe ;
- Freins à étrier mobile par translation ;
- Freins à étrier inversé mobile par translation ;
- Freins à étrier mobile par rotation ;
- Freins à disque mobile.

Dans ces variantes, les freins à étrier mobile par translation sont actuellement les plus utilisés.

I.5.3. Freins multidisques

Entre les deux branches de l'étrier, d'un frein multidisques, sont placées un ou plusieurs disques montés coulissant sur des carnelures qui les solidarisent en rotation avec l'organe à freiner.

Dans le cas du frein bidisques, entre deux disques sont disposés les patins de friction à deux faces de frottement ; ces patins sont insérés sur une pièce de support et peuvent coulisser parallèlement à l'axe de rotation des disques sur les faces extérieures peuvent être utilisés des patins classiques.

I.5.4. Disques et patins de friction

Les disques communément utilisés ont la forme d'un cylindre (de faible longueur); les surfaces opposées du disque forment les pistes de frottement.

Les organes de friction complets, en forme de couronnes, ne sont utilisés que pour le freinage à pressions unitaires très élevées (aviation par exemple).

A ce jour, le domaine automobile a adapté le patin partiel qui ne recouvre qu'une portion angulairement réduite de la piste de frottement. Cette solution, en dégageant la majeure partie du disque, permet une meilleure évacuation de la chaleur.

I.5.4.1. Généralités sur les organes de friction

Sachant qu'un organe de friction est un transformateur d'énergie mécanique en chaleur, le calcul des organes de friction consiste, d'abord à proportionner leurs dimensions suivant l'énergie qu'ils doivent absorber, puis à vérifier la pression qu'ils supportent ainsi que la fixation des garnitures sur leur support.

L'étude des organes de friction doit assurer la meilleure évacuation de la chaleur. Les garnitures supportent leur travail de friction, où le travail de freinage avec une usure minime tant qu'une température critique n'est pas dépassée. Au-delà de cette température, le frottement devient irrégulier et l'usure s'accroît très rapidement.

Chaque type de garniture a une température critique, (ou température maximale d'utilisation) au-delà de laquelle les caractéristiques d'usure et de coefficient de friction divergent. Le choix des garnitures se fera donc surtout d'après la température limite présumée des surfaces frottantes.

En général, un organe de friction travaille de façon intermittente, par périodes très courtes de travail violent suivie de longs arrêts. Pendant ces périodes très courtes, il y a accumulation d'une certaine quantité de chaleur dans un volume réduit. Cette chaleur se propage ensuite dans la masse pour s'évacuer lentement vers l'extérieur.

I.5.4.2. Le matériau de friction (frottement) des garnitures

Une garniture de friction est un composite complexe élaboré à partir de fibres, et de charges diverses, comme tout composite classique (plastiques, caoutchoucs ou autres). La garniture se transforme et vieillit lorsqu'elle est soumise à des contraintes mécaniques et thermiques.

Les évolutions ne doivent pas se traduire par des usures excessives ou par des modifications sensibles des caractéristiques de la garniture.

Les garnitures de frein sont fabriquées dans un matériau de friction conçu pour frotter avec les parties tournantes (disques ou rotors).

Le coefficient de frottement des garnitures se situe entre 0,35 et 0,45. Les garnitures ne sont pas donc identiques. Les garnitures de frein doivent de plus présenter des caractéristiques de :

- Résistance convenable à l'usure,
- Non-agressivité vis-à-vis des pistes de frottement,
- Absence de bruit ou de broutement.

Les garnitures sont exécutées sous deux formes :

- Produits tissés à partir d'un tissu d'amiante armé de fils métalliques, trempés dans un imprégnant qui est ensuite cuit en plaque en bandes enroulées ou, en garnitures prêtes au montage.
- Produits moulés : constitués par des fibres d'amiante courtes mélangées aux liants et aux charges, le tout moulé sous forte pression et traité à la température voulue.

I.5.4.3. Caractéristiques générales des garnitures

I.5.4.3.1. Caractéristiques physiques

a. Frottement des garnitures :

Le coefficient de frottement de la garniture doit d'une part, avoir une valeur appropriée au but poursuivi et, d'autre part, rester constant dans la zone habituelle de fonctionnement des freins ; la valeur habituelle recherchée pour le frottement est comprise entre 0,35 et 0,45. Cette valeur sert normalement de base au calcul de la plupart des freins existants.

Ce coefficient doit être le plus stable possible malgré de sérieuses difficultés dues à de nombreux facteurs (température, pression, vitesse, présence de poussière, etc....).

b. Usure des garnitures :

Il est souhaitable qu'au cours de son usure, la face d'appui des garnitures reste équidistante de sa face d'origine, donc que l'usure soit constante sur toute la surface de friction.

L'usure est nécessaire. Elle renouvelle la surface frottante en éliminant les produits brûlés par coup de frein précédent, mais, elle doit rester assez faible pour éviter un remplacement trop fréquent des garnitures.

I.5.4.3.2. Caractéristiques mécaniques

En plus des caractéristiques de frottement et d'usure, on exige des garnitures avec :

- Une résistance en traction suffisante pour supporter les efforts tangentiels souvent importants auxquels elles sont soumises en freinage, à froid et à chaud, que les garnitures soient neuves ou usées.
- Une résistance suffisante au choc, à la flexion, au cisaillement, à la compression. Les garnitures doivent résister aux manipulations diverses auxquelles sont soumises avant leur montage, pour certaines permettre le rivetage.
- Une souplesse suffisante : pour être montées facilement sur mâchoires ou sur les stators.

I.5.4.3.3. Caractéristiques thermiques

Nous avons vu que les caractéristiques diverses (frottement, usure, etc....) dépendent des paramètres : pression, vitesse, température et que les garnitures, par les sollicitations thermiques qu'elles subissent au cours des coups de frein répétés, évoluent en cours d'utilisation.

Il est donc nécessaire de prévoir un matériau dont les caractéristiques évoluent le plus faiblement possible, et plus particulièrement le coefficient de frottement.

Les différents paramètres pouvant influencer dans une phase de transformation interne du matériau sont la conductivité thermique entre 0,8 et 1,3 W/m K, la diffusivité thermique et l'effusivité thermique.

I.5.4.4. Le contre matériau (Disque ou rotor)

I.5.4.4.1. Généralités

Dans tous les freins, il existe une partie fixe (garniture) qui vient frotter sur une partie mobile (disque ou rotor). Cette partie mobile est en métal et se trouve soumise à des contraintes de double origine :

- Une origine thermique due en particulier dans les disques à un très fort gradient de température dans l'épaisseur de celui-ci.
- Une origine purement mécanique due à l'action des segments et dont l'effet s'ajoute à celui de la contrainte thermique.

I.5.4.4.2. Les matériaux pour disque de frein

Pour certains métaux, l'amortissement s'effectue très lentement comme pour l'acier et l'aluminium ; par contre, pour la fonte, l'amortissement est très rapide avec dissipation de chaleur élevée. On trouve aussi des disques à base de cuivre ou en composite carbone / carbone.

I.5.4.4.3. Qualités du disque de frein

Les qualités doivent être multiples, il est néanmoins l'un des organes le plus important du système de freinage. Il requiert les qualités suivantes :

- Résistance,
- Permettre un coefficient de frottement élevé tout en gardant une surface de contact très lisse.
- Pouvoir emmagasiner sans déformation et sans élévation excessive de température un nombre très important de calories.
- Pouvoir être refroidi très rapidement afin d'être toujours disponible.
- Ne pas être sensible à l'usure,
- Etre accessible rapidement sans grand démontage lors d'interventions mécaniques,
- Ne pas être sensible aux rayures provoquées par des corps étrangers.

I.5.4.4.4. Caractéristiques générales du contre matériau

La qualité du contre matériau ou rotor est en relation avec celle de la garniture et l'ensemble doit avoir un coefficient de frottement élevé et surtout stable, ce qui requiert une structure suffisamment fine. Le rotor doit résister aux efforts mécaniques de transmission de couple de freinage, avoir un faible allongement, une faible usure (surtout ne s'user qu'en conservant un état de surface convenable, sans rugosité, ni fissuration, ne pas se déformer sous l'effet de l'échauffement avec une bonne conductivité thermique, forte capacité thermique). Le métal du rotor doit résister aux érosions, comme le grippage, le phénomène de soudure,...

Le refroidissement d'un rotor de frein dépend des diamètres intérieurs et extérieurs et de la vitesse de rotation. Les arrêts avec grand dégagement d'énergie engendrant de forts gradients de température à travers l'épaisseur du disque, se traduisent par des tensions superficielles.

I.6. Freins pour avions

I.6.1. Moyens de freinage et de ralentissement

Un avion dispose de plusieurs moyens de ralentissement : freins de roue, parachutes, aérofreins et spoilers reverses ou inversion de pas :

➤ **Frein de roue :**

Comme sur les véhicules terrestres, ce sont eux qui assurent la principale dégradation de l'énergie cinétique, les autres moyens étant des ralentisseurs de rappel.

➤ **Parachutes :**

Le parachute a été très utilisé dans les années 50, surtout sur les avions militaires. Il est peu utilisé aujourd'hui du fait de sa complexité d'emploi.

➤ **Aérofreins et spoilers :**

Les spoilers sont des volets placés sur le bord de fuite des ailes et qui sont actionnés vers le haut, ce qui a pour effet de plaquer l'avion au sol et de permettre d'utiliser au mieux les freins de roue.

➤ **Reverses ou (inverseurs de poussée) :**

Tous les avions de transport civils ont des réacteurs équipés de reverses, c'est à dire des dispositifs qui, toujours sur commande du pilote et moyennant les sécurités indispensables, viennent obstruer la tuyère d'éjection et renvoyer les gaz latéralement et vers l'avant.

Remarque : ce moyen est utilisé quand l'avion est sur le sol.

➤ **Inversion de pas :**

Les avions à hélice, à partir d'une certaine taille, et tous les multimoteurs sont équipés d'une hélice dont le pas peut varier et même s'inverser, de façon à produire une force retardataire très efficace. Du fait de cette efficacité, les freins de roue de ces avions sont beaucoup moins sollicités.

➤ **Barrière d'arrêt au sol :**

C'est un filet qui se dresse en travers de la piste en cas de détresse ; il accueille l'avion et l'immobilise avec un minimum d'endommagement.

➤ **Brins d'arrêt au sol :**

Certaines pistes d'atterrissage sont munies d'une corse qui au moment de l'atterrissage accroche un câble déroulant sur des tombeurs et freine l'avion, ce procédé exige une grande précision du pilote lors de l'atterrissage et on le trouve sur des pistes courtes comme celles des porte-avions.

1.6.2. Types de freinage à assurer

Les freinages d'avion peuvent être regroupés dans différentes familles selon le niveau d'énergie à absorber.

➤ **Freinage de parking:**

Il assure le maintien de l'avion au sol à l'arrêt, moteurs arrêtés. De plus les normes civiles spécifient que, à l'arrêt et à pression de parking, l'ensemble des freins doit assurer le maintien de l'avion pour la pleine poussée du moteur le plus défavorable.

➤ **Freinage de point fixe normalisé :**

A l'arrêt et à la pression de freinage maximale, l'ensemble des freins doit assurer une traînée supérieure à la poussée maximale des moteurs.

Cela n'est plus vrai pour certains avions militaires pour lesquels l'adhérence au sol n'est pas suffisante, on ne peut maintenir l'avion immobile que pour une partie de la poussée des moteurs.

➤ **Freinage de taxiage :**

Ils correspondent aux coups de frein donnés à basse vitesse, lorsque l'avion parcourt les bretelles d'accès (taxiage) entre l'aéroport et la piste.

➤ **Freinage de service :**

Il correspond au ralentissement de l'avion après un atterrissage courant. Les freinages de taxiage et de service peuvent être quantifiés par l'avionneur pour définir un cycle moyen d'utilisation à prendre en considération pour estimer l'endurance des freins.

➤ **Freinage d'atterrissage :**

Il est défini par les normes en vitesse initiale, niveau d'énergie et décélération en fonction des paramètres de l'avion.

➤ **Freinage de surcharge :**

Il n'est pas toujours prévu par les normes. Il correspond au un atterrissage exceptionnel en énergie, vitesse et décélération.

➤ **Freinage RTO (Refused Take-off):**

Il correspond au cas du décollage interrompu de l'avion le plus lourd, sur la piste à altitude maximale prévue et à la température maximale. L'avionneur calcule la vitesse critique de freinage appelé V_2 , au-delà de laquelle l'avion doit continuer son décollage en cas de panne, typiquement celle d'un moteur.

I.6.3. Evolution des freins de roues pour avion

Les freins à tambour ont été utilisés jusque vers le milieu des années 50, sur les avions de ligne (par exemple, Boeing).

Actuellement, tous les avions sont équipés de freins à disques.

➤ Disques acier, garnitures organiques :

Ce montage a été utilisé dans les années 50, sur des avions à faible énergie, par exemple, le Fougo.

➤ Disques cuivres, garnitures organiques :

Ce montage a été utilisé dans les années 50, principalement en Europe sur des avions moyens et lourds. L'intérêt du cuivre est son fort coefficient de conductivité thermique. Cette technologie est complètement abandonnée, car trop peu performante.

➤ Disques acier, garnitures frittées :

L'intérêt de tout métal est de pouvoir atteindre en fin de freinage des températures plus élevées qu'avec le cuivre, 1000 à 1100 °C (au lieu de 600 à 650°C). La garniture organique est remplacée par un fritté métallique. La composition de fritté est souvent propre à chaque constructeur. Il existe deux grandes familles de frittés :

- Les frittés à base de bronze, dont l'usure est faible mais le coefficient de friction à haute température est faible.
- Les frittés à base de fer, qui ont un coefficient de friction plus élevé, ainsi qu'un taux d'usure plus élevé ; généralement sont utilisés en coupelles lesquelles sont rivetées sur des segments de stator.

➤ Frein « béryllium » :

Le béryllium est un matériau qui paraît intéressant pour être utilisé dans un puits de chaleur, de part sa forte capacité thermique massique et son haut point de fusion.

Malheureusement, la poussière de béryllium étant très toxique, il ne peut être utilisé en frottement direct. De plus, c'est un matériau cher.

➤ Disques en composite carbone / carbone :

Cette technologie a été développée au cours des années 70, pour les avions militaires, puis a été mise en service sur les avions civils à partir de 1985. Elle est aujourd'hui en cours de se généraliser à tous les gros avions, d'autant plus qu'ils sont longs courriers, car elle permet de réaliser un gain de masse important ; en plus, le carbone présente des caractéristiques plus intéressantes que celles des aciers pour réaliser des puits de chaleur de freins.

CHAPITRE II

Présentation du Bloc de frein

B737-800/NG

II.1. Présentation de l'avion Boeing 737-800/NG

Le Boeing 737-800/NG est un avion court, à moyen courrier et qui représente la nouvelle génération de la série des 737, il a effectué son premier vol en juillet 1997, et qui est caractérisé par :

- *Motorisation* : 2 turbofans General Electric-SNECMA CFM56-7B, avec une Poussée de 2×117 kN, avec une consommation de 2×2950 L/h ;
- *Masse maximale à l'atterrissage et au décollage* : 65310 kg, 70530 kg respectivement ;
- *Distance de décollage* : 2800 m .

II.2. Présentation de la fiche technique du frein

II.2.1. Description

-Les contraintes d'encombrement et de poids réduits qu'imposent les avionneurs à l'ensemble du système d'atterrissage conduisent à minimiser le nombre de roues par avion et à adopter les systèmes de freins originaux capables d'offrir, dans un volume très réduit, des capacités de freinage très importantes, c'est pourquoi, le mécanisme de frein de Boeing 737 est installé à l'intérieur des jantes de chaque roue du train principal. Ce mécanisme est constitué :

D'une part, d'un ensemble de disques, c'est à dire quatre stators et cinq rotors (disques) solidaires à la jante au moyen d'encoches coulissant sur des clavettes fixées sur la jante. Les éléments fixes (stators, plaque de poussée) sont solidaires d'un essieu fixe au moyen d'encoches coulissant sur un tube crénelé appelé torque tube. Sur ces éléments sont rivetés des patins en céramétique. Ces matériaux sont composés de céramique stable à la chaleur et d'ingrédients métalliques composés pour garder leurs rigidités d'origine et leurs propriétés de friction même aux hautes températures.

D'autre part, d'un dispositif appelé carter ou logement de pistons qui, une fois alimenté, assure le serrage des disques entre eux. (Voir fig.1).

-Ce système multidisques (5 rotors) offre une surface de frottement entre éléments fixes, éléments mobiles extrêmement élevés et par-là, des efforts de freinage très importants pour une force de serrage limitée.

II.2.2. Dimensionnement des freins d'avion

Le dimensionnement des freins d'avion est réalisé pour répondre essentiellement à une contrainte, limiter l'échauffement de frein lors des freinages d'urgence pour ne pas atteindre les températures de fusion des matériaux du frein lui-même et de son environnement. Apparaît ainsi, la notion de masse minimale de frein et de puits de chaleur (le frein n'est qu'un organe capable d'absorber l'énergie cinétique de l'avion). Toutes les autres contraintes, force de freinage, stabilité de freinage, etc....., sont assurées grâce aux asservissements adéquats.

II.2.3. Fonctionnement du frein

Le frein fonctionne normalement par un circuit hydraulique principal qui utilise comme fluide de pression le (SKYDROL 500 B) ou fluide par spécification Boeing 3.11.C. Ce fluide a un très faible pourcentage en eau pour éviter que les éléments de frein ne soient corrodés.

Quand les freins sont actionnés, le fluide hydraulique, sous pression entre par l'orifice d'admission et il est distribué dans les six (6) chambres de pistons. Sous la pression exercée, les pistons se déplacent vers l'extérieur agissant ainsi sur la plaque de poussée. Le déplacement de la plaque de poussée va comprimer les rotors et les stators. Les rotors étant liés à la roue sont donc en rotation et la force de serrage qui agit sur les rotors et les stators va progressivement arrêter la rotation de la roue.

La plaque de poussée est attachée au carter par six (6) tubes ajusteurs, chaque tube traverse un ressort appelé ressort de rappel. Le déplacement de la plaque de poussée, sous l'effet de la pression, actionne en parallèle le déplacement des tubes ajusteurs, qui vont comprimer les ressorts de rappel.

Après le freinage, les ressorts de rappel vont se détendre et remettre les tubes ajusteurs et la plaque de poussée à leur position initiale et permettre à la roue de tourner librement.

II.2.4. Anomalie de fonctionnement des dispositifs de freinage

➤ Manque d'efficacité :

Si les freins manquent d'efficacité, la cause peut en être :

- Garnitures usées, grasses, mal réglées ou trop faible coefficient de frottement,
- Disques ou rotors usés,
- Trop de jeu entre garnitures et disques, il faut actionner plusieurs fois pour freiner,
- élévation importante de température à la suite de freinage prolongé ; les organes de friction se déforment.

➤ **Manque de progressivité :**

- Garnitures mal fixées ;
- Garnitures mal dessalantes ;
- Disques voilés ;
- Mauvaise répartition du freinage.

➤ **Manque de régularité :**

Le mauvais état des disques entraîne un contact irrégulier avec les garnitures. Tous ces défauts entraînent des dérapages plus ou moins dangereux.

➤ **Bruit :**

Des bruits anormaux peuvent se produire soit :

- A un moment quelconque, ils proviennent alors des ressorts de rappel insuffisamment puissants, les garnitures battent,
- Au moment du freinage, ils peuvent provenir des garnitures usées : les têtes de rivets portant sur les disques, il y a risque de formation des rayures,
- Par des vibrations des flasques de frein,
- A cause des disques insuffisamment rigides.

II.2.5. Les Principaux motifs de dépose des freins

➤ **Limite d'usure :**

Le bloc de frein étant utilisé normalement et suivant les modes techniques s'use entièrement après un certain temps ; il est en « fin de potentiel ou en limite d'usure » et cela nécessite une dépose pour une nouvelle régénération. La limite d'usure est indiquée par le témoin d'usure après un certain potentiel.

➤ **Fuite hydraulique :**

Après chaque atterrissage, les blocs de frein sont contrôlés visuellement et en cas de fuite, ils seront déposés pour une vérification ou pour une révision.

➤ **Surchauffe :**

Anomalie qui nécessite la dépose du frein due à une élévation supérieure de température sur le frein ; on reconnaît la surchauffe par un changement de couleur du carter qui sera légèrement marron.

➤ **Autres anomalies :**

Le blocage dû à une défection d'un accessoire hydraulique (tel que : La métring, valve anti-skid) ou du frein lui-même en cas de non-fonctionnement des ressorts de rappels.

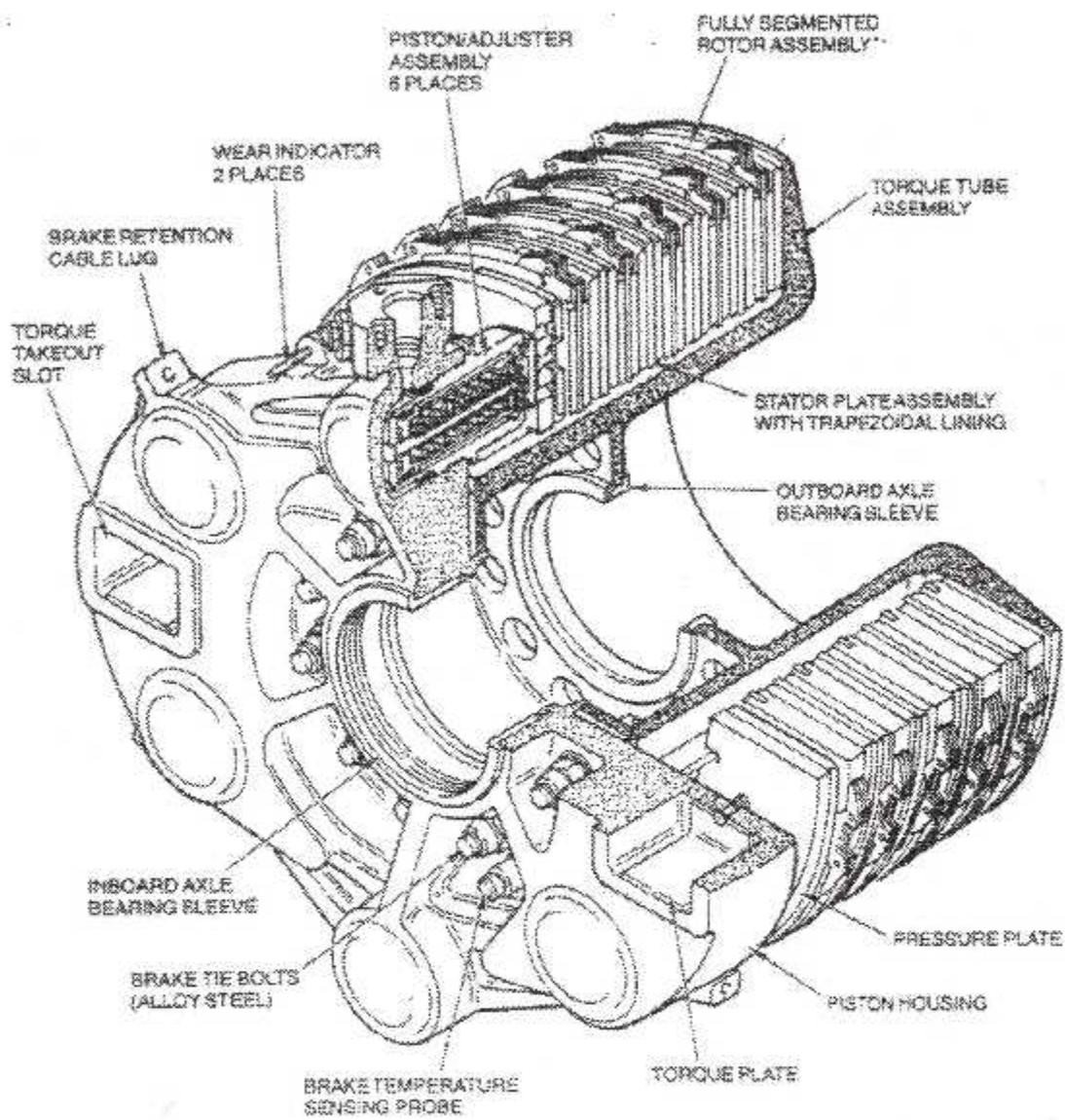


Fig.1. Ensemble principal de frein

CHAPITRE III
Etude de différents modes
de
transfert de chaleur

III.1. Introduction aux Transferts Thermiques

Le transfert de chaleur est l'un des modes les plus connus d'échange d'énergie. Il intervient naturellement entre deux systèmes dès qu'il existe entre eux une différence de température et cela quelque soit le milieu, même le vide, qui les sépare.

Cet échange peut se faire suivant trois modes de transmission fondamentaux : la conduction, le rayonnement, la convection. De ce fait, les transferts thermiques ont, aussi bien dans le domaine des sciences pures que dans celui des applications technologiques, un rôle souvent essentiel, ce rôle devient même déterminant lorsqu'il est à l'origine des techniques utilisées (échangeurs, moteurs thermiques...).

III.2. Les Différents Modes de Transfert de Chaleur

Comme nous l'avons signalé, on peut distinguer trois grandes parties se rattachant chacune à un mode de transfert de chaleur particulier : Conduction, rayonnement et convection. Seuls les deux premiers sont cependant dépendent d'une différence de température, alors que la convection faisant intervenir un transport d'énergie calorifique par transport de matière. Mais le résultat global est bien de transmettre de l'énergie des régions à haute température vers des régions à basse température.

III.2.1. Conduction

La conduction est définie comme le mode de transmission de la chaleur (ou l'échange d'énergie interne) provoquée par la différence de températures entre deux régions d'un milieu solide, liquide ou gazeux, ou encore entre deux milieux en contact physique ; Il n'y a pas de déplacement appréciable des molécules.

Ce mode d'échange tend à une distribution homogène, au sein du milieu

- Pour un système solide seul ce processus de transfert est possible ;
- Pour un système fluide il peut aussi se produire des transferts d'énergie par transport macroscopique de matière, ce processus est appelé convection de la chaleur.

Le milieu matériel, siège d'un phénomène de conduction de la chaleur, peut être homogène ou hétérogène, isotrope ou anisotrope, ses dimensions peuvent être finies ou infinies.

Le milieu est en " contact " avec des sources de chaleur internes ou externes et le champ de température et noté $T(M, t)$.

Le caractère de déséquilibre peut être classé en quatre types de régimes :

- *Les régimes permanents* : pour lesquels la température en tout point du milieu est indépendante du temps, le déséquilibre est entretenu par les sources de chaleur
- *Les régimes périodiques établis* : pour lesquels la température, en tout point, effectue des oscillations périodiques indépendantes du champ de température initial
- *Les régimes transitoires* : Qui correspondent à l'évolution d'un système d'un état initial (permanent ou en équilibre) vers un état final (permanent ou en équilibre) provoquée par un changement à l'instant initial des sources; Le champ de Température $T(M,t)$ dépend du champ de température initial $T(M,t)$ mais l'influence de celui-ci s'estompe avec le temps.
- *Les régimes variables* : Pour lesquels les sources évoluent constamment, le champ de température $T(M,t)$ dépend des valeurs instantanées des sources et des évolutions antérieures. La loi correspondant à ce processus particulier de diffusion de la chaleur est telle que la densité q' « courant » de chaleur en un point, appelé encore densité du flux, est une fonction linéaire du gradient de température en ce point :

$$\vec{q}' = -\vec{k} \cdot \text{grad}T \quad \dots\dots\dots(III.1)$$

La relation ci-dessous, dite loi de Fourier, se démontre à partir des lois de la mécanique statique appliquée aux atomes, molécules ou électrons libres du milieu considéré.

Remarque :

- Flux thermique : est la puissance échangée par une surface s

$$q = \frac{dQ}{dt}$$

- Densité de flux thermique : est la puissance échangée par une surface unité

$$q' = \frac{dQ}{S \cdot dt} = \frac{q}{s}$$

III.2.2. Rayonnement

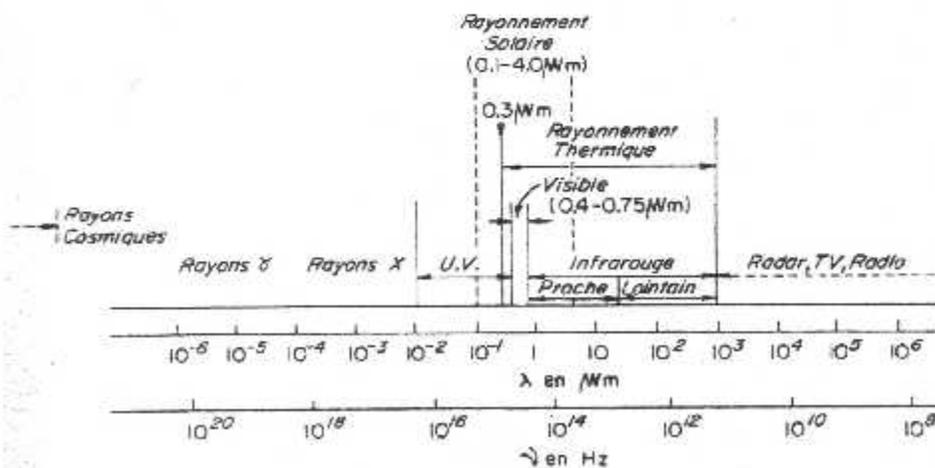
Le rayonnement caractérisé par un champ électrique et un champ magnétique. Les rayonnements électromagnétiques comprennent, dans l'ordre croissant des longueurs d'onde, les rayons gamma, les rayons X, l'ultraviolet, la lumière visible, l'infrarouge, les micro-ondes et les ondes radio. Plus la longueur d'onde du rayonnement est élevée, plus sa fréquence est basse (voir la figure ci-dessous).

Le rayonnement thermique peut être considéré comme un cas particulier du rayonnement électromagnétique ; Il est caractérisé par sa longueur d'onde. Donc le rayonnement thermique est le mode de transmission par lequel la chaleur passe d'un corps à haute température à un autre, plus froid ; les deux corps ne se touchent pas, mais ils sont séparés par un milieu transparent tel que l'air, ou le vide (n'exigeant pas de support matériel pour se propager), de plus il (celui du soleil) est émis continuellement par tous les corps, dans toutes les directions et à la vitesse de la lumière (dans le vide). Dans un milieu matériel, les ondes électromagnétiques se propagent à une vitesse c / n , où n est l'indice du milieu.

La relation de base est celle de STEFAN – BOLTZMANN (1879), selon laquelle le flux du rayonnement thermique émis par unité de surface d'un corps noir est directement proportionnel à la puissance quatrième de la température absolue :

$$(q' = \sigma T^4) \dots\dots\dots(III.2)$$

Cette expression se déduit par intégration sur l'ensemble des longueurs d'ondes de la relation fondamentale obtenue par PLANCK dans sa théorie des quanta ($E = h.v$).



Le spectre Électromagnétique

III.2.3. Convection

La convection est le mode de transmission qui implique le déplacement d'un fluide, liquide ou gazeux.

Pour ce mode, on peut distinguer la convection forcée, dans laquelle le mouvement du fluide est dû à l'action extérieure (pompe, ventilateur, etc....), et la convection libre (ou naturelle), dans laquelle le mouvement du fluide est créé par la différence de densité entre les parties chaudes et froides du fluide.

La représentation exacte du processus de transfert par convection pose des problèmes de mécanique des fluides extrêmement difficile qu'il ne soit pas, dans la plus part des cas, possible de résoudre directement cependant comme le plus souvent on ne s'intéresse qu'à la quantité de chaleur échangée entre le fluide et la paroi solide qui le limite, on introduit par analogie avec les transferts thermiques par conduction, un coefficient d'échange superficiel h tel que la densité du flux de chaleur q , à travers un élément de surface de la paroi, qui soit proportionnelle à la différence entre la température T_p de cet élément de surface et une température moyenne du fluide de T_f .

$$q' = h (T_p - T_f) \quad \dots\dots\dots (III.3)$$

III.2.4. Combinaisons des différents modes de transfert

Ci-dessus, nous avons considéré séparément les trois modes de base des échanges thermiques. Dans la réalité, les différents modes sont le plus souvent, intimement liés : conduction et rayonnement dans le cas de solides non opaques (verre, matière plastiques,...) ou encore conduction, convection et rayonnement dans les fluides.

La plupart des problèmes techniques qui se posent font intervenir une combinaison des différents modes de transfert.

Et comme dans notre cas d'étude, on s'intéresse à la conduction le mode prépondérant, alors on néglige en quelque sorte les deux autres modes (rayonnement, convection).

III.3. Transferts de Chaleur par Conduction

Le problème fondamental de la conduction est de trouver la température en tout point d'un corps (répartition de la température) et la puissance thermique échangée à travers sa surface. Pour cela, il est nécessaire de connaître non seulement le mécanisme du phénomène, mais aussi les conditions physiques extérieures qui les conditionnent. En effet en tout point s'applique une équation qui traduit le mécanisme local du transfert conductif.

III.3.1. Loi de Fourier (1807)

Si les variations de températures ne sont pas trop importantes, on rend compte localement des phénomènes de conduction de la chaleur par la **loi de Fourier**, qui est une relation linéaire entre la densité de flux thermique et le gradient de température, en tout point d'un milieu isotrope, la densité de flux thermique instantanée est proportionnelle à la conductivité thermique k du milieu et au gradient de la température :

$$\vec{q}' = -k \cdot \vec{\text{grad}}T$$

□ La conductivité thermique

La conductivité thermique peut se définir à partir de la loi de Fourier : C'est le flux de chaleur qui traverse une surface unitaire quand le gradient de température est égal à l'unité. La conductivité thermique dépend de :

- La nature du matériau,
- La nature de la phase considérée (solide, liquide, gazeuse),
- La température,
- L'orientation des cristaux des fibres, dans les corps anisotropes (cristaux, bois, métaux et plastiques laminés),

En outre, pour un gaz, surtout près du point critique, k dépend de la pression ; pour certains matériaux de construction comme le bois, k dépend de l'humidité présente, de la densité et de la température.

La conductivité thermique est une propriété importante des matériaux. Elle détermine souvent l'aptitude d'un matériau en vue d'une application thermique déterminée, tout au moins en régime statique par contre, en régime instationnaire, c'est la diffusivité thermique qui, en principe, joue un rôle important.

On remarque que pour de nombreux solides (métalliques ou non), il sera souvent acceptable de supposer, soit une conductivité qui varie suivant la loi linéaire :

$$k = k_0 [1 + C (T - T_0)]$$

où :

k_0 : la conductivité thermique à la température T_0

C : une constante à déterminer expérimentalement.

Si on admette que $k=f(T)$, cette expression rend l'équation de la chaleur non linéaire.

□ La diffusivité thermique

Le groupe $\alpha=k/\rho.c$, contient de la conductivité thermique, de la chaleur spécifique et de la masse volumique ; S'appelle diffusivité thermique (parfois diffusivité de la température), c'est une mesure du temps nécessaire pour qu'un matériau effectue une variation de température, à la suite par exemple d'une modification de condition aux limites. Ainsi dans un problème d'homogénéisation des températures, avec isolation sur les conditions aux limites, l'homogénéisation se fait d'autant plus vite que la diffusivité du milieu est grande.

D'ailleurs l'équation de la conduction dans sa forme la plus simple, sans source,

$$\alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\partial T}{\partial t}$$

Montre qu'en tout point du solide considéré la variation de la température avec le temps est proportionnelle à la diffusivité.

□ Résistance Thermique

- On appelle résistance thermique conductive le rapport : $\frac{\text{Epaisseur}}{k}$
- On appelle résistance convectif le rapport : $\frac{1}{h}$

Ainsi que la résistance Utile (pour les matériaux hétérogènes) et les Lames d'air.

III.3.2. Equation de propagation de la chaleur (milieux solides)

Dans le cas général, et dans le cas d'un domaine D quelconque l'équation de la conservation de l'énergie (1^{er} principes de la thermodynamique) s'exprime par :
L'équation de la conservation de l'énergie s'écrit :

$$\frac{d}{dt}(U+E_c) = \delta \dot{w} + \delta \dot{Q} \quad \dots\dots\dots(III.4)$$

$$\frac{d}{dt}(U+E_c) = \vec{F} \cdot \vec{V} - \frac{1}{\rho} \operatorname{div} (p \cdot \vec{V}) + \frac{1}{\rho} \operatorname{div} (\overline{\tau}_f \cdot \vec{V}) + \delta \dot{Q} \quad \dots\dots\dots(III.5)$$

↓ Puissance Calorifique
 ↓ Puissance de forces de frottement(viscosité)
 ↓ Puissance de forces de pression
 ↓ Puissance de forces de volume

 ↓ Puissance Mécanique fournie à D

$$-\frac{1}{\rho} \operatorname{div} (p \cdot \vec{V}) = -\frac{1}{\rho} \vec{V} \cdot \operatorname{grad} p - \frac{1}{\rho} p \cdot \operatorname{div} \vec{V}$$

↓ Puissance de forces de pression (déformation)
 ↓ Puissance de forces de pression (déplacement)

$$\frac{1}{\rho} \operatorname{div} (\overline{\tau}_f \cdot \vec{V}) = \frac{1}{\rho} \operatorname{div} \overline{\tau}_f \cdot \vec{V} + \frac{1}{\rho} \overline{\tau}_f \cdot \operatorname{grad} \cdot \vec{V}$$

↓ Puissance de forces de ^{frottement}pression (déformation)
 ↓ Puissance de forces de frottement (déplacement)

Dans le cas ou :

□ $\delta \dot{w}=0$ (Pas de puissance mécanique) ;

et

□ $E_c \approx 0$ (Négligeable).

l'équation de l'énergie (III.4) s'écrit : $\frac{d}{dt}(U) = \delta \dot{Q}$

Ou dans le domaine D : $\frac{d}{dt} \iiint_D U = \iiint_D \delta \dot{Q} = \dot{Q} \dots\dots\dots(III.6)$

U : énergie interne contenue dans dv

$U = \rho \cdot C_v \cdot T \cdot dv$ ou $U = f(\vec{r}, t)$

ρ : masse volumique
 C_v : chaleur massique

Le bilan d'énergie est :

$$\frac{d}{dt} \iiint_D U = \frac{d}{dt} \iiint_D \rho \cdot c_v \cdot T \cdot dv = -\oint_S \vec{\varphi} \cdot ds + \iiint_D P(\vec{r}, t) \cdot dv \Rightarrow$$

$$\iiint_D \delta \dot{Q} = -\oint_S \vec{\varphi} \cdot ds + \iiint_D P(\vec{r}, t) \cdot dv \dots\dots\dots(III.7)$$

Avec :

$-\oint_S \vec{\varphi} \cdot ds$: Quantité de chaleur qui quitte le domaine D par unité de temps ;

$\iiint P(\vec{r}, t) \cdot dv$: Quantité de chaleur produite dans D lorsqu'il y a source de chaleur par unité de temps

- Barreau d'Uranium Actif ;
- Fil électrique parcouru par un courant électrique.

Pour le passage de l'intégration surfacique à l'intégration volumique on fait appel au théorème de (Gauss) : Гауссовский :

$$-\oint_S \vec{\varphi} \cdot ds = -\iiint_D \text{div} \vec{\varphi} \cdot dv \dots\dots\dots(III.8)$$

(III.6) s'écrit alors :

$$\frac{d}{dt} \iiint_D \rho \cdot c_v \cdot T \cdot dv = -\iiint_D \text{div} \vec{\varphi} \cdot dv + \iiint_D P(\vec{r}, t) \cdot dv \dots\dots\dots(III.9)$$

Loi de Fourier : $\vec{\varphi} = -\vec{k} \cdot \text{grad} T$

avec : \vec{k} tenseur de conductivité thermique

(III.9) \Rightarrow

$$\frac{d}{dt} \iiint_D \rho \cdot C_v \cdot T \cdot dv = \iiint_D \text{div} \vec{k} \cdot \text{grad} T \cdot dv + \iiint_D P(\vec{r}, t) \cdot dv \quad \dots\dots\dots(III.10)$$

la forme générale : non linéaire, non homogène, anisotrope

$$\frac{d}{dt} \rho \cdot C_v \cdot T - \text{div} \vec{k} \cdot \text{grad} T = P(\vec{r}, t)$$

.....(III.11)

Cas particulier :

$$1. \text{div} \vec{k} \cdot \text{grad} T = \vec{k} \cdot \text{div} \text{grad} T + \text{grad} T \cdot \text{div} \vec{k}$$

\downarrow \downarrow
Partie antisymétrique du tenseur
du conductivité thermique

$$\text{div} \text{grad} T = \Delta T \quad (\text{Laplacien})$$

$$(III.11) \Rightarrow \frac{d}{dt} \rho \cdot C_v \cdot T - (k_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_2 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_3 \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}) = P(\vec{r}, t) \quad \dots\dots\dots(III.12)$$

C'est la forme linéaire, non homogène, non anisotrope

2. Solide isotrope \Rightarrow

$$k_1 = k_2 = k_3 = k$$

$$(III.12) \Rightarrow \frac{d}{dt} \rho \cdot C_v \cdot T - k \cdot \Delta T = P(\vec{r}, t) \quad \dots\dots\dots(III.13)$$

$$3. \text{Solide homogène} \Rightarrow \rho \cdot C_v \frac{dT}{dt} - k \Delta T = P(\vec{r}, t) \quad \dots\dots\dots(III.14)$$

4. Axe immobile : Corps est considéré comme immobile dans le repère

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \underbrace{\frac{\partial T}{\partial x} \frac{dx}{dt}}_{u=0} + \underbrace{\frac{\partial T}{\partial y} \frac{dy}{dt}}_{v=0} + \underbrace{\frac{\partial T}{\partial z} \frac{dz}{dt}}_{w=0}$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t}$$

(III.14) \Rightarrow la forme linéaire, homogène, isotrope

$$\rho \cdot C_v \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - k \cdot \Delta T = P(\vec{r}, t) \quad \dots\dots\dots(III.15)$$

Ou :
$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{k}{\rho \cdot C_v} \Delta T = \frac{P(\vec{r}, t)}{\rho \cdot C_v}$$

On pose :

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot C_v} : \text{la diffusivité du matériau}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \alpha \cdot \Delta T = \frac{P(\vec{r}, t)}{\rho \cdot C_v} \quad \dots\dots\dots(III.16)$$

- P=0 conduction morte ;
- P≠0 conduction vive ;
- $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$: (régime permanent) $\Rightarrow P(\vec{r}, t) + k \cdot \Delta T = 0$

D'où : $\frac{P(\vec{r}, t)}{k} + \Delta T = 0$ Equation de POISSON(III.17)

- $\frac{\partial T}{\partial t} \neq 0 \Rightarrow \rho \cdot C_v \frac{\partial T}{\partial t} = k \cdot \Delta T + P(\vec{r}, t)$

$$\text{Si } P=0 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho \cdot C_v} \cdot \Delta T$$

$$\text{D'où : } \boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \cdot \Delta T} \quad \text{Equation de FOURIER} \quad \dots\dots\dots(\text{III.18})$$

- Régime permanent par rapport au repère immobile, $k = \text{cte}$

$$\text{On a : } \boxed{\Delta T = 0} \quad \text{Equation de LAPLACE} \quad \dots\dots\dots(\text{III.19})$$

Remarque1 :

- En coordonnées cartésiennes :

$$\boxed{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{P(x, y, z)}{k} = 0}$$

- En coordonnées cylindriques :

$$\boxed{\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{p(x,y,z,t)}{k} = 0}$$

- Pour une sphère dans la température ne dépend que r et t :

$$\boxed{\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{p(r,t)}{k} = 0}$$

Remarque2 :

- *Milieu isotrope* : Ou les propriétés physiques sont les mêmes dans toutes les directions de l'espace.
- *Milieu homogène* : est de la même nature, formé de une même substance.

III.3.3. Conditions aux limites en conduction

La solution analytique d'un problème de conduction (en régime permanent ou non) s'exprime par une certaine fonction T (représente la température) de x, y, z et t qui devra satisfaire à l'équation différentielle propre au problème.

Cette équation différentielle ne fait qu'exprimer comment les variables de température se font dans l'espace et dans le temps, mais pour que le phénomène soit décrit complètement (et d'une façon absolue), il faut que la solution trouvée satisfasse aussi aux conditions limites (spatiales et temporelle).

On distingue deux types de conditions aux limites :

III.3.3.1. Les conditions initiales

Elles expriment, dans les problèmes en régime non permanent, la distribution spatiale des températures à un instant donné, le plus souvent pris comme origine des temps :

$$T(x, y, z, 0) = T_0(x, y, z), \quad \text{à } t = 0$$

III.3.3.2. Les conditions aux limites (spatio-temporelles)

Elles expriment comment, à partir de l'instant 0, varient sur les frontières du corps étudié, la température ou sa dérivée ou, encore une combinaison des deux.

a. Condition de DIRICHLET ou de premier type

La distribution de la température T à la surface frontière considérée est donnée en fonctions du temps et pour tous les points de la surface :

$$T(x, t) = T(0, t) = f(x, y, z, t)$$

Souvent, on aura affaire à un des cas particuliers où la température en surface ne dépend que de la position :

$$T(x, t) \Big|_{x=0} = T(0, t) = f(x, y, z)$$

Ou par exemple en rencontra un problème où à partir de l'instant 0, on impose sur la face $x = L$ d'un mur une température T_1 constante au moyen d'un fluide lui-même à T_1 , l'expression mathématique de cette condition sera :

$$T(L, t) = T_1$$

b. Condition de NEUMANN ou du deuxième type

On impose la densité de flux à la surface, pour tous les points de la surface et en fonction du temps :

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = f_2(x, y, z, t)$$

Remarquons qu'un cas particulier important est celui de la condition aux limites homogène du deuxième type, où sur la surface $x=x_0$, on impose une isolation thermique c'est-à-dire un flux nul :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x_0} = 0 \quad \text{en } x = x_0$$

On dit souvent alors que le plan $x=x_0$ est « adiabatique ».

c. Condition FOURIER ou, de ROBIN ou, du troisième type

On impose au fluide ambiant une température T_{∞} , au large et en outre un coefficient de convection h pour l'échange entre la paroi ($x=L$, p. ex) et le fluide :

$$\text{En } x=0, \quad -k \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = h_1 \left[T_{\infty 1}(t) - T(x, t) \Big|_{x=0} \right]$$

$$\text{En } x=L, \quad -k \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=L} = h_2 \left[T(x, t) \Big|_{x=L} - T_{\infty 2}(t) \right]$$

Où les indices 1 et 2 se réfèrent au fluide baignant les côtés gauche ($x=0$) et à droite ($x=L$) respectivement.

Ce pendant, la forme la plus générale de la condition de Fourier s'écrit :

$$\pm k \frac{\partial T}{\partial n} + ht = f_3(x, y, z, t) \quad \text{Sur la frontière.}$$

Enfin, notons qu'on peut représenter les trois conditions aux limites principales par une seule expression :

$$A \frac{\partial T}{\partial x} + B T + C = 0$$

Alors : Si $A = 0$ et $B \neq 0$, on obtient une C.L du premier type,

Si $A \neq 0$ et $B = 0$, on obtient une C.L du deuxième type,

Si $A \neq 0$ et $B \neq 0$, on obtient une C.L du troisième type.

d. Condition du quatrième type

Il s'agit du contact parfait tel que réalisée par une soudure entre deux solides de propriétés thermique différentes, mais possèdent une frontière commune dans le cas d'une résistance de contact R_c non nulle, la condition est donnée par :

$$-k_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{1}{R_c} [T_1 - T_2]_{x=0}, \quad t > 0$$

Avec :

$$-k_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = -k_2 \frac{\partial T_2}{\partial x}, \quad \text{en } x = 0, \quad t > 0$$

Remarque :

Les conditions aux limites sur chacune des frontières peuvent très bien être de types différents.

III.4. Les Différentes Méthodes de Résolution de l'Equation de Chaleur

III.4.1. Méthode utilisant la transformation de Laplace

Cette technique permet de résoudre aisément les problèmes, grâce à l'emploi des tables de transformées de Laplace.

La transformée de Laplace $\bar{T}(\beta)$ d'une fonction $T(t)$ est définie, sous certaines conditions, par l'intégrale :

$$\bar{T}(x, \beta) = \int_0^{\infty} e^{-\beta t} T(x, t) dt$$

Dans laquelle β est un nombre réel ou complexe, $\bar{T}(\beta)$ est appelé image ou transformée de la fonction originale $T(t)$.

La transformation de Laplace précédente à l'équation unidimensionnelle de la chaleur donne :

$$\int_0^{\infty} e^{-\beta t} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) dt - \frac{1}{\alpha} \int_0^{\infty} e^{-\beta t} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) dt = 0$$

Cette équation s'écrit :

$$\frac{d^2 \bar{T}}{dx^2} - \frac{\beta}{\alpha} \bar{T} = -\frac{T_0}{\alpha} \quad \text{où } T_0 = T(x, 0)$$

Ainsi apparaît clairement l'intérêt de la transformation de Laplace, qui est de ramener une équation aux dérivées partielles à une équation simplement différentielle, plus facile à résoudre.

Si l'on pose $T^* = T - T_0$, l'équation transformée se réduit à une équation différentielle sans second membre :

$$\frac{d^2 T^*}{dx^2} - \frac{\beta}{\alpha} T^* = 0$$

dont la solution générale est : $\bar{T}^*(x, \beta) = A \exp\left(-\frac{\beta}{\alpha} x\right) + B \exp\left(\frac{\beta}{\alpha} x\right)$

A partir de la solution transformée, $\bar{T}^*(x, \beta)$ on parvient à la solution originale

$T^*(x, t) = T(x, t) - T_0$ à l'aide de la transformation inverse.

Les constantes A et B sont obtenues à partir des conditions aux limites qui ne sont pas fonction du temps.

III.4.2. La méthode utilisant la séparation des variables (de FOURIER)

On cherche s'il existe une solution particulière, à variables séparées, et de la forme :

$$T(x, t) = X(x) \cdot Y(t)$$

Où $X(x)$ est une fonction de x seul et $Y(t)$, est une fonction de t seul.

En reportant dans l'équation de la chaleur on obtient :

$$X''(x) Y(t) - \frac{1}{\alpha} X(x) Y'(t) = 0$$

Ou encore :

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = \frac{1}{\alpha} \frac{Y'(t)}{Y(t)}$$

Le premier membre de l'égalité dépend seulement de x ou peut être une constante. Le second membre dépend seulement de t ou peut être une constante, l'égalité doivent être vérifié pour toutes les valeurs de x et de t ,

Ceci n'est possible que si chaque membre soit égal à une constante.

Soit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{X''(x)}{X(x)} = \omega \\ \frac{1}{\alpha} \frac{Y'(t)}{Y(t)} = \omega \end{array} \right. \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha \frac{X''(x)}{X(x)} = \varpi \\ \frac{Y'(t)}{Y(t)} = \varpi \end{array} \right.$$

Le choix de la constante ω ou ϖ se fait à partir de considérations physiques.

Donc à partir d'une équation aux dérivées partielles on arrive à deux équations différentielles plus faciles à résoudre.

La solution élémentaire T est le produit des solutions $X(x)$ et $Y(t)$ du système dans lesquelles interviennent des constantes. Celles-ci sont déterminées dans chaque cas particulier par les conditions aux limites.

III.4.3. Méthode de différences finies (méthodes numériques)

Dans ces méthodes on transforme l'équation de la chaleur et les conditions aux limites en un système d'équations aux différences finies.

Les discrétisations des variables est obtenue en découpant le domaine étudié par maillage de forme et de dimensions adaptées à chaque problème.

III.4.4. Méthode de résolution analogique

Généralement lorsque deux phénomènes physiques sont régis par des équations identiques et que l'un d'eux est facilement accessible aux mesures, on peut avec profit utiliser ces mesures pour étudier d'autres phénomènes $T(M,t)$. Ainsi les équations de Laplace, Poisson et Fourier sont communes à la thermocinétique et à l'électricité. Le réseau des équipotentielles, $E=cte$, correspond au réseau des isothermes $T = cte$.

Cette méthode est utilisée surtout dans un régime permanent à plusieurs dimensions (bi ou tridimensionnels).

III.4.5. Méthode graphique de BINDER-SCHMIDT

La méthode graphique de BINDER, améliorée par SCHMIDT, et peut être l'une des méthodes de résolution des nombreux problèmes à une dimension spatiale en régime variable, pour le mur, le solide semi-infini et pour le cylindre ou la sphère. De plus, de nombreux problèmes qui ne peuvent être résolus que très difficilement par voie analytique, se prêtent à la résolution graphique. La méthode consiste à remplacer l'équation différentielle de rigueur (dans le cas le plus simple, du mur en coordonnées cartésiennes.) Par une équation aux différences finies, en divisant l'épaisseur du solide en intervalles Δx et le temps en intervalles Δt , et en étudiant l'évolution de la température dans ces intervalles. La précision obtenue dépend essentiellement du nombre d'intervalles choisis par l'opérateur et peut donc être augmenté à volonté.

III.4.6. Méthode utilisant le théorème de DUHAMEL

On peut ramener la solution d'un problème de conduction, c'est-à-dire avec des conditions aux limites variables dans le temps à celle d'un phénomène similaire, avec une condition aux limites constante, au moyen du théorème de DUHAMEL appelé par fois l'intégrale de superposition du DUHAMEL. On a consacré tout un chapitre pour la présentation de cette méthode.

CHAPITRE IV
Présentation du théorème
de
DUHAMEL.

IV.1. Utilité du théorème

Il y a plusieurs problèmes de transfert de chaleur dans laquelle les conditions aux limites sont dépendantes du temps et / ou un terme source variable (dans le temps), le théorème de DUHAMEL fournit une approche convenable pour développer une solution aux problèmes de la conduction de la chaleur avec des conditions aux limites dépendantes du temps et / ou un terme source variable (dans le temps), en utilisant la solution du même problème avec des conditions aux limites indépendantes du temps et / ou un terme source indépendant du temps.

Cette méthode est applicable aux problèmes linéaires car elle est basée sur le principe de superposition.

IV.2. Le théorème de DUHAMEL dans sa forme générale

Il s'agit de ramener la solution d'un problème de conduction linéaire avec des conditions aux limites variables (dans le temps) et / ou un terme source variable (dans le temps) à celle d'un problème analogue mais les conditions aux limites et/ou le terme source et indépendant du temps.

Soit le problème non homogène dans le domaine D, à trois dimensions (\vec{r}), avec les conditions aux limites et une source variable dans le temps :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 T(\vec{r}, t) + \frac{1}{k} P(\vec{r}, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}(\vec{r}, t), \quad t > 0, \text{ dans } D. \\ T(\vec{r}, t) = f(\vec{r}), \quad t = 0, \text{ dans } D. \\ k_i \frac{\partial T}{\partial n_i} + h_i T = f_i(\vec{r}, t), \quad \text{à la frontière } i, \quad t > 0. \end{array} \right. \dots\dots\dots (IV.1)$$

Il peut y avoir, dans le domaine D, plusieurs frontières continues i , k_i et h_i sont constants. Les termes non homogènes $P(\vec{r}, t)$ et $f(\vec{r}, t)$ empêchent de résoudre le système (IV.1) par les méthodes habituelles.

La solution est exprimée en fonction de celle d'un problème auxiliaire plus simple qui est définie comme suit :

Appelons $\phi(\vec{r}, t, \lambda)$ la solution du problème (IV.1) où l'on aurait supposé que les termes $P(\vec{r}, \lambda)$ et $f(\vec{r}, \lambda)$ ne dépendent pas du temps t ; la variable λ n'est qu'un paramètre.

Dans ce cas, $\phi(\vec{r}, t, \lambda)$ est la solution du problème auxiliaire suivant :

(ϕ dépend de λ car $P(\vec{r}, \lambda)$ et $f(\vec{r}, \lambda)$ en dépendent)

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 \phi(\vec{r}, t, \lambda) + \frac{1}{k} P(\vec{r}, \lambda) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \phi}{\partial t}(\vec{r}, t, \lambda) \quad , \text{ Dans } D, t > 0. \\ \phi(\vec{r}, t, \lambda) = f(\vec{r}) \quad , t = 0 \text{ dans } D. \\ k_i \frac{\partial \phi(\vec{r}, t, \lambda)}{\partial n_i} + h_i \phi(\vec{r}, t, \lambda) = f_i(\vec{r}, \lambda) \quad , \text{ à la frontière } i, t > 0. \end{array} \right. \dots\dots\dots (IV.2)$$

Supposons que nous ayons obtenu la solution $\phi(\vec{r}, t, \lambda)$ du problème auxiliaire (IV.2) pour lequel nous connaissons des techniques de résolution.

Le théorème de DUHAMEL affirme que la solution $T(\vec{r}, t)$ du problème (IV.1) est liée à la solution $\phi(\vec{r}, t, \lambda)$ du problème (IV.2) par la relation suivante :

$$T(\vec{r}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\lambda=0}^{\lambda=t} \phi(\vec{r}, t-\lambda, \lambda) d\lambda \quad \dots\dots\dots (IV.3)$$

qui est peut être exprimée sous la forme suivante :

$$T(\vec{r}, t) = f(\vec{r}) + \int_{\lambda=0}^{\lambda=t} \frac{\partial}{\partial t} \phi(\vec{r}, t-\lambda, \lambda) d\lambda \quad \dots\dots\dots (IV.4)$$

Etant donnée que : $\phi(\vec{r}, t-\lambda, \lambda)|_{\lambda=t} = \phi(\vec{r}, 0, \lambda) = f(\vec{r})$

IV.3. Deux cas particuliers

➤ **Cas condition initiale** $f(\vec{r})=0$:

Dans le cas où la température initiale est nulle (IV.4) devient :

$$T(\vec{r}, t) = \int_{\lambda=0}^{\lambda=t} \frac{\partial}{\partial t} \phi(\vec{r}, t-\lambda, \lambda) d\lambda \quad \dots\dots\dots(\text{IV.5})$$

➤ **La condition initiale est zéro et, en plus il n a qu'un seul terme non homogène :**

Si en plus d'une condition initiale nulle il n y a qu'un seul terme non homogène qui peut être le $f_i(\vec{r}, t)$ d'une des C.L ou le terme $P(\vec{r}, t)$, la relation (IV.5) est remplacée par une autre relation.

Supposons que P est nul mais que $f_i(\vec{r}, t)$ pour la surface numéro (1) est différent de zéro, on a alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 T(\vec{r}, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}(\vec{r}, t) \quad , t > 0, \text{ dans } D. \\ T(\vec{r}, t) = 0 \quad , t = 0 \text{ dans } D. \\ k_i \frac{\partial T}{\partial n_i} + h_i T = 0 \quad , \text{ pour } i \neq 1, \text{ à la frontière } i, \\ k_1 \frac{\partial T}{\partial n_1} + h_1 T = f_1(\vec{r}, t) \quad , \text{ à la frontière } 1, t > 0 \end{array} \right. \quad \dots\dots\dots(\text{IV.6})$$

Le problème auxiliaire est, dans ce cas :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 \phi(\vec{r}, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \phi}{\partial t}(\vec{r}, t) \quad , t > 0, \text{ dans } D. \\ \phi(\vec{r}, t) = 0 \quad , t = 0 \text{ dans } D. \\ k_i \frac{\partial \phi}{\partial n_i} + h_i \phi = 0 \quad , \text{ pour } i \neq 1, \text{ à la frontière } i, t > 0 \\ k_1 \frac{\partial \phi}{\partial n_1} + h_1 \phi = 1 \quad , \text{ à la frontière } 1, t > 0 \end{array} \right. \dots\dots\dots(\text{IV.7})$$

La solution $T(\vec{r}, t)$ du problème (IV.6) est alors reliée à celle $\phi(\vec{r}, t)$ du problème auxiliaire (IV.7) par :

$$T(\vec{r}, t) = \int_{\lambda=0}^{\lambda=t} f_1(\lambda) \frac{\partial}{\partial t} \phi(\vec{r}, t-\lambda) d\lambda \quad \dots\dots\dots(\text{IV.8})$$

En effet, si $\phi(\vec{r}, t, \lambda)$ est la solution du problème (IV.7) pour une C.L. $f_1(\lambda)$ pour la frontière 1 ou, zéro pour une autre frontière, alors $\phi(\vec{r}, t, \lambda)$ est relié à $\phi(\vec{r}, t)$ par : $\phi(\vec{r}, t, \lambda) = f_1(\lambda) \phi(\vec{r}, t)$

On peut aussi écrire (IV.8) sous une autre forme :

$$T(\vec{r}, t) = \int_{\lambda=0}^{\lambda=t} f_1(t-\lambda) \frac{\partial}{\partial t} \phi(\vec{r}, \lambda) d\lambda \quad \dots\dots\dots(\text{IV.9})$$

(Caractéristique de l'intégrale d'un produit de convolution)

Remarque :

Une autre forme de (IV.8), où N est le nombre de discontinuités finies existant entre $\lambda=0$ et $\lambda=t$ s'écrit :

$$T(\vec{r}, t) = \int_{\lambda=0}^{\lambda=t} \phi(\vec{r}, t-\lambda) \frac{df_1(\lambda)}{d\lambda} d\lambda + \sum_{i=1}^N \phi(\vec{r}, t-\lambda_i) \Delta f_i \quad \dots\dots\dots(\text{IV.10})$$

IV.4. Application de DUHAMEL dans le cas d'une densité de flux $q'(t)$ variable avec le temps appliquée en surface

Soit $\phi(x,t)$ la solution exprimant la température d'un solide dont la température initiale est zéro, et qui subit en surface une densité de flux égale à un.

$q'(t)$ une densité de flux variable en surface, la solution du nouveau problème s'écrira :

$$T(x,t) = \int_{\lambda=0}^{\lambda=t} q'(\lambda) \frac{\partial \phi(x, t-\lambda)}{\partial t} d\lambda \quad \dots\dots\dots(\text{IV.11})$$

Une autre forme de (IV.11), (en exploitant les caractéristiques de l'intégrale de produit de convolution) s'écrit :

$$T(x,t) = \int_{\lambda=0}^{\lambda=t} q'(t-\lambda) \frac{\partial \phi(x, \lambda)}{\partial t} d\lambda \quad \dots\dots\dots(\text{IV.12})$$

VI.5. Conclusion

La méthode utilisant le théorème de DUHAMEL, donne un avantage par apport aux autres méthodes, avec des conditions aux limites qui sont fonction du temps, mais elle nécessite des connaissances approfondis en outil mathématique (équations différentielles, transformations $T(M,t)$ de FOURIER, et intégrales).

CHAPITRE V

Résolution de problèmes

V.1. Détermination de la Loi de Distribution des Températures dans le Disque de Freinage

V.1.1 Présentation du problème

Un problème pratique important est celui où un solide (disque ou rotors) initialement à la température T_0 , est soudainement soumis à une densité de flux q' variable avec le temps sur les deux faces (cas de freinage).

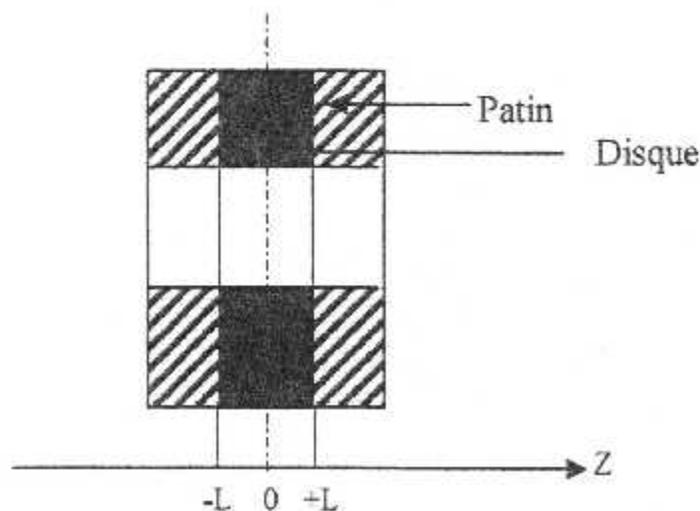
On cherche la loi de propagation de la chaleur dans ce disque, pour résoudre ce problème, on cherche d'abord la solution dans le cas où le flux thermique par unité de surface (Densité de flux de chaleur) imposé sur l'une de ces face ($z=L$) qui pénètre dans le disque est égal à l'unité, ensuite on applique le théorème de DUHAMEL.

Pour simplifier le problème on considère que :

- La propagation de la chaleur est unidirectionnelle en régime variable avec une condition aux limites qui dépend du temps,
- Il n'y a pas des sources internes (dans le solide),
- La conductivité thermique du matériau de disque est constante,
- La résistance de contact (patin, disque) est négligeable,
- Le régime permanent n'est pas établi pendant la période de freinage,
- Il n'y a pas d'échange convectif avec le milieu extérieur,
- La température initiale du disque est uniforme.

Le flux de chaleur pénètre dans le disque étant identique pour les deux côtés, donc, par raison de symétrie, le plan central du disque constitue une surface adiabatique. (figure.2.)

Fig.2.



V.1.2. Paramètres cinématiques

Les paramètres cinématiques servent à déterminer la vitesse instantanée en fonction de temps, qui va être utilisé par la suite pour la détermination du flux instantané par unité de surface dissipé à l'interface disque-patin.

➤ **Calcul cinématique :**

A partir du mouvement rectiligne uniformément varié, on a :

$$X(t) = \frac{1}{2}at^2 + V_0t \quad \dots\dots\dots(V.1)$$

et

$$V(t) = at + V_0 \quad \dots\dots\dots(V.2)$$

- le temps de freinage t_f est :

$$t_f = -\frac{V_0}{a} \quad \text{avec : } V(t) = 0 \quad \dots\dots\dots(V.3)$$

- le parcours de freinage est donné par :

$$X_f = -\frac{V_0^2}{2a} \quad \dots\dots\dots(V.4)$$

- la vitesse instantanée en fonction de t et t_f :

$$V_1(t) = a.t - a.t_f \quad \dots\dots\dots(V.5)$$

$$V_1(t) = -a.t_f \left(1 - \frac{t}{t_f}\right)$$

V.1.3. Détermination de la densité de flux $q'_1(t)$ dégagée lors du freinage

➤ **La densité de flux libérée au cours de freinage :**

Le flux instantané par unité de surface (densité de flux) dissipée à l'interface disque-plaquette [7] :

$$E(t) = F.V_1(t).c_f \quad \dots\dots\dots(V.6)$$

- E : Flux instantané par unité de surface ;
- F : L'effort de retenue par le disque (force de freinage par unité de Surface) ;
- $V_1(t)$: Vitesse instantanée pendant le freinage ;
- C_f : Coefficient de frottement.

La puissance dissipée en chaleur entre deux corps frottants, a approximativement la forme linéaire et que le flux par unité de surface (densité de flux) pénétrant respectivement dans les deux corps frottants s'expriment par [2] :

$$q'_1(t) = m.E(t) \quad [\text{premier corps}] \quad \dots\dots\dots(V.7)$$

$$q'_2(t) = (1-m).E(t) \quad [\text{deuxième corps}] \quad \dots\dots\dots(V.8)$$

m : est la proportion d'énergie calorifique dégagée qui pénètre dans le premier corps [3].

Avec :
$$m = \frac{A_1 b_1}{(A_1 b_1 + A_2 b_2)} \quad \dots\dots\dots(V.9)$$

- b_1, b_2 : Effusivités des corps 1 et 2 respectivement ;
- A_1, A_2 : Section des corps 1 et 2 respectivement.

Ou :
$$b_1 = \sqrt{k_1 \rho_1 C_1} \quad \text{et} \quad b_2 = \sqrt{k_2 \rho_2 C_2}$$

- k_1, k_2 : Conductivités thermiques des corps 1 et 2 respectivement ;
- ρ_1, ρ_2 : Masses volumiques des corps 1 et 2 respectivement ;
- C_1, C_2 : Chaleurs spécifiques des corps 1 et 2 respectivement.

De (V.6), (V.5) et (V.7), le flux par unité de surface pénétrant dans le premier corps est :

$$q'_1(t) = \frac{A_1 \cdot b_1}{A_1 \cdot b_1 + A_2 \cdot b_2} \left[-a \cdot F \cdot c_f \cdot t_f \left(1 - \frac{t}{t_f} \right) \right] = \left[\frac{-a \cdot F \cdot c_f \cdot t_f \cdot A_1 \cdot b_1}{A_1 \cdot b_1 + A_2 \cdot b_2} \right] \left(1 - \frac{t}{t_f} \right) \quad \dots\dots(V.10)$$

De (V.6), (V.5) et (V.8), le flux pénétrant dans le deuxième corps est :

$$q'_2(t) = \left(1 - \frac{A_1 \cdot b_1}{A_1 \cdot b_1 + A_2 \cdot b_2} \right) \left[-a \cdot F \cdot c_f \cdot t_f \left(1 - \frac{t}{t_f} \right) \right] = \left[-a \left(1 - \frac{A_1 \cdot b_1}{A_1 \cdot b_1 + A_2 \cdot b_2} \right) F \cdot c_f \cdot t_f \right] \left(1 - \frac{t}{t_f} \right) \quad \dots(V.11)$$

V.1.4. Application numérique

On Utilisant les caractéristiques suivantes l'application :

Disque (Acier dur à 0,1% c) [18] :

- La conductivité thermique $k_1 = 46 \text{ w/m } ^\circ\text{K}$
- La chaleur spécifique $c_1 = 0,52 \cdot 10^{+3} \text{ J/kg } ^\circ\text{K}$
- Masse volumique $\rho_1 = 8000 \text{ kg/m}^3$
- La diffusivité thermique $\alpha_1 = 0,12 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$
- L'effusivité thermique $b_1 = 1,38 \cdot 10^{+4} \text{ J/m}^2 \cdot ^\circ\text{Ks}^{1/2}$
- L'épaisseur du disque $2L = 0.017 \text{ m}$
- La section du disque $A_1 = 0.07237 \text{ m}^2$

Patin (patin Céramétique) :(Alumine = Al_2O_3)

- La conductivité thermique $k_2 = 5.3 \text{ w/m } ^\circ\text{K}$
- La chaleur spécifique $c_2 = 1200 \text{ J/kg } ^\circ\text{K}$
- Masse volumique $\rho_2 = 3900 \text{ kg/m}^3$
- La diffusivité thermique $\alpha_2 = 0.112 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$
- L'effusivité thermique $b_2 = 4980.361 \text{ J/m}^2 \cdot ^\circ\text{Ks}^{1/2}$
- La section des patins (14) $A_2 = 0.07182 \text{ m}^2$
- La température de fusion $T_{\text{fusion}} = 2250^\circ\text{c} = 2523^\circ\text{k}$

Autres caractéristiques :

- La pression moyenne $P = 1750 \text{ psi} = 122,5 \text{ bar}$
- La section des six pistons $S_p = 0,00912 \text{ m}^2$
- La décélération $a = -4 \text{ m/s}^2$ [11]
- Le temps de freinage $t_f = 29 \text{ s}$
- Le coefficient de frottement $c_f = 0.21$ [5]
- La température initiale $T_o = 20^\circ\text{c} = 293,15^\circ\text{K}$

Remarque :

Pour la pression moyenne et temps de freinage sont obtenus au niveau de la compagnie Air Algérie.

- **La vitesse instantanée :**

$$V_i(t) = -a \cdot t_f \left(1 - \frac{t}{t_f}\right)$$

$$= 4.29 \left(1 - \frac{t}{29}\right) \Rightarrow V_i(t) = -4 t + 116 \text{ m/s}$$

- **Le flux par unité de surface libéré au cours du freinage :**

$$E(t) = F \cdot V_i(t) \cdot c_f$$

➤ sachant que F est la force de freinage calculée par :

$$F = P \cdot S_p \Rightarrow F = 122,5 \cdot 10^5 \cdot 0,00912 \Rightarrow F = 111720 \text{ N}$$

Donc :

$$E(t) = -936844.8 t + 2721499.2 \text{ (w/m}^2\text{)}.$$

- **Le flux par unité de surface pénétrant dans le premier corps :**

➤ La proportion de l'énergie calorifique dégagée qui pénètre dans le premier corps est :

$$m = \frac{A_1 b_1}{(A_1 b_1 + A_2 b_2)} \Rightarrow m = 0,07237 \cdot 13800 / (0,07237 \cdot 13800 + 0,07182 \cdot 4980,361)$$

$$\Rightarrow m = 0,7363$$

➤ Donc le flux par unité de surface qui pénètre dans le premier corps est :

$$q_1'(t) = m.E(t) \Rightarrow q_1'(t) = 0,7363 (- 936844,8 t + 2721499,2)$$

$$\Rightarrow q_1'(t) = -69097,93t + 2003839,86 \quad (\text{w/m}^2)$$

➤ Et le flux par unité de surface pénètrent dans le deuxième corps est :

$$q_2'(t) = (1-m).E(t) \Rightarrow q_2'(t) = (1 - 0,7363) (- 936844,8 t + 2721499,2)$$

$$\Rightarrow q_2'(t) = - 24746,87 .t + 717659,34 \quad (\text{w/m}^2).$$

D'après les résultats obtenus on a :

$q_1'(t) > q_2'(t)$, se qui signifie que le flux $q_1'(t)$ pénétrant dans le disque est important que le flux $q_2'(t)$ pénétrant dans le patin, (c-à-d que Le disque a une éffusivité thermique importante / Le patin). [7] [17]

Donc le flux pénétrant dans le disque est :

$$q_1'(t) = \left[\frac{-a.F.c_f.t_f.A_1.b_1}{A_1.b_1 + A_2.b_2} \right] \left(1 - \frac{t}{t_f} \right) \Rightarrow \text{On pose : } N = \left[\frac{-a.F.c_f.t_f.A_1.b_1}{A_1.b_1 + A_2.b_2} \right]$$

Donc : $q_1'(t) = N \left(1 - \frac{t}{t_f} \right) \dots\dots\dots(V.12)$

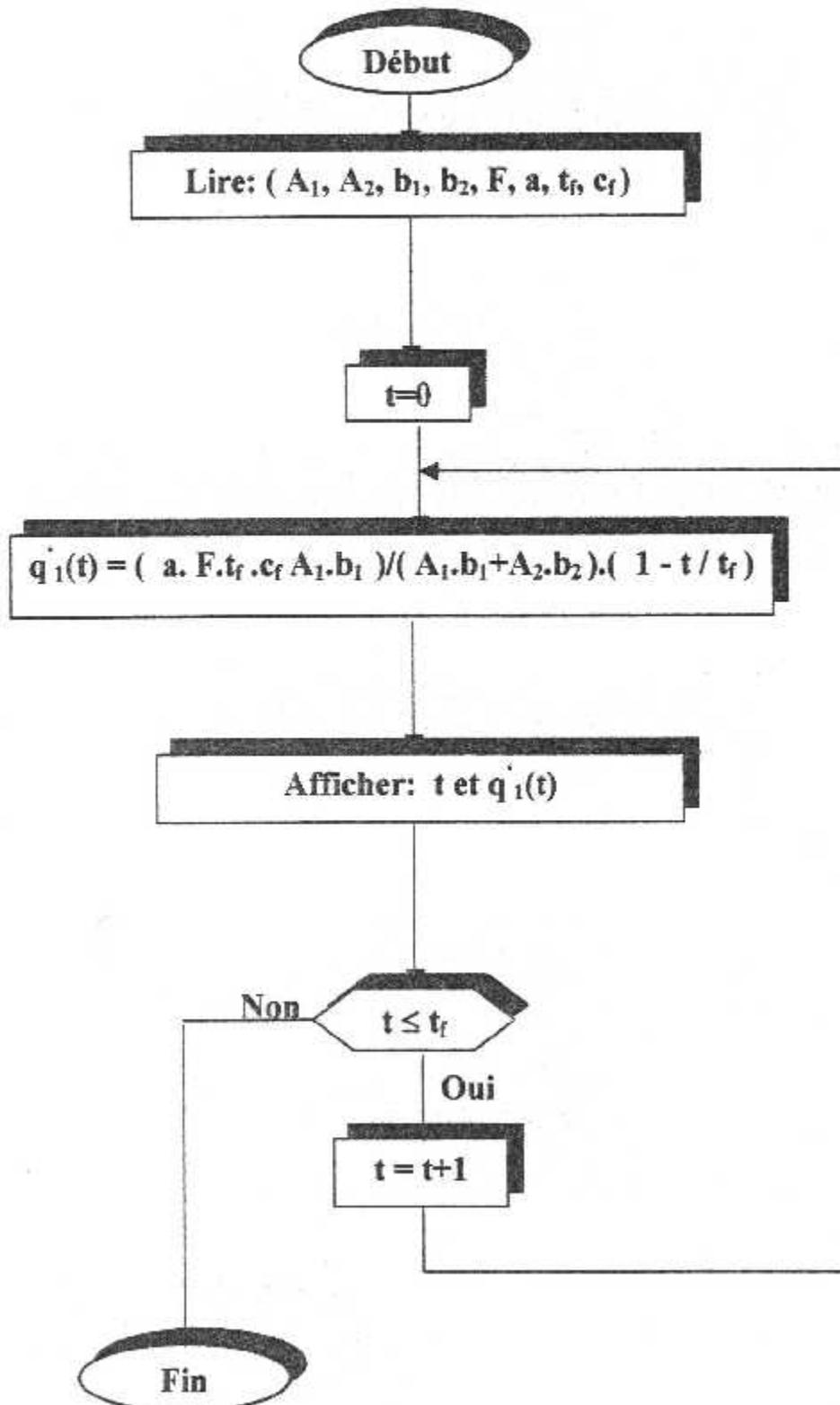
Remarque :

Pour montré le comportement ou la variation de la densité de flux qui pénètre dans le disque en fonction du temps, on fait appel à l'outil informatique(Langage Fortran) selon l'Organigramme suivant :

V.2. Organigramme de résolution et Interprétation des résultats

V.2.1.Organigramme (1)

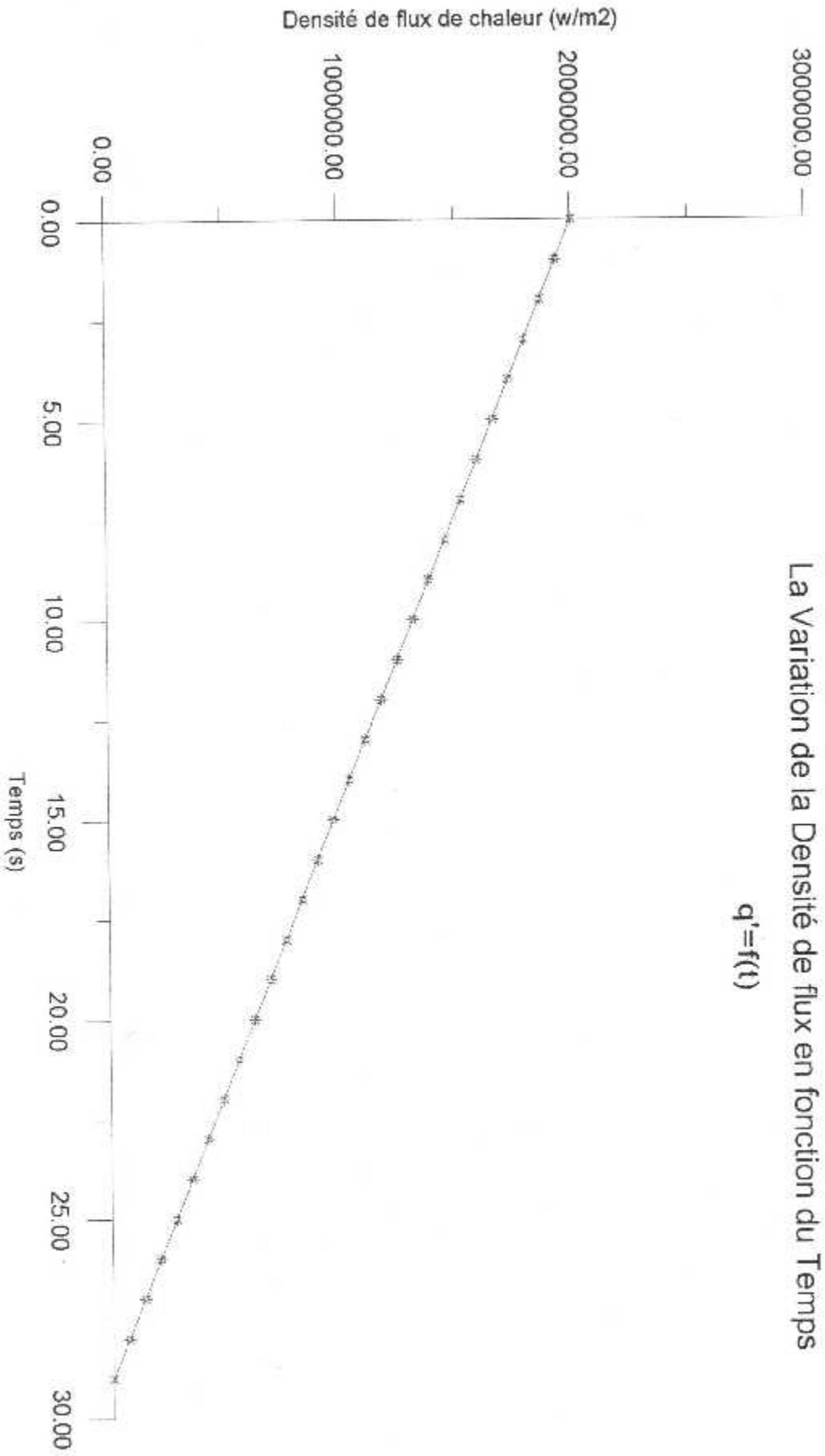
Calcul de la Densité de Flux en Fonction du Temps



Graph -1-

La Variation de la Densité de flux en fonction du Temps

$$q' = f(t)$$



V.2.2. Interprétation

La courbe qui représente la variation de la densité de flux de chaleur à une forme linéaire.

A l'instant $t = 0$, la densité de flux de chaleur prend sa valeur maximale (c-à-d que l'énergie mécanique est maximale = l'énergie calorifique).

Pendant la période de freinage, la densité de flux de chaleur diminue jusqu'à ce qu'elle soit nulle à la fin de la période de freinage, donc elle est inversement proportionnelle au temps de freinage. Et physiquement on peut dire qu'il y a transformation d'énergie mécanique en chaleur; cette quantité de chaleur propagée se dissipe le long de l'épaisseur du disque sur les deux cotés, (supposons que la propagation de cette chaleur s'effectue suivant une la direction "z").

Remarque :

La quantité de chaleur générée par frottement est fonction de plusieurs facteurs (la force appliquée, le temps de freinage et la décélération), c'est-à-dire si l'un de ces facteurs change, la quantité de chaleur change.

V.3. Détermination de la loi de distribution de T dans le disque

V.3.1. Mise en équations

Un problème pareil avec une température du disque initialement à la température T_0 s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}(z,t) = \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial T}{\partial t}(z,t) \\ \text{Avec la condition initiale :} \\ T(z,t) = T_0 \quad , t=0 \\ \text{Et les conditions spatiales du 2^{ème} type :} \dots\dots\dots(V.13) \\ \frac{\partial T}{\partial z}(z,t) = 0 \quad , z=0 \quad \text{(plan de symétrie)} \\ k_1 \frac{\partial T}{\partial z}(z,t) = q_1(t) \quad , z=L \quad \text{(densité de flux dépendant de t)} \end{array} \right.$$

Avec : $q_1'(t)$ est la densité de flux de chaleur pénétrant dans le disque.

On posera $\theta_1 = T - T_0$ ce qui revient à supposer la température initiale uniforme θ_0 nulle ;

Le problème (V.13) s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z^2}(z,t) = \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial \theta_1}{\partial t}(z,t) \\ \theta_1(z,t) = 0 \quad , t = 0 \quad \dots\dots\dots(V.14) \\ \frac{\partial \theta_1}{\partial z}(z,t) = 0 \quad , z = 0 \\ k_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial z}(z,t) = q_1'(t) \quad , z = L \end{array} \right.$$

V.3.2. Solution $\theta_1(z,t)$ dans le cas ou $q'_1(t)=1$ pour $z=L$

Le système (V.14) s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z^2}(z,t) = \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial \theta_1}{\partial t}(z,t) \quad 0 < z < L \quad \text{et} \quad t > 0 \\ \theta_1(z,t) = 0 \quad , \quad t = 0 \\ \frac{\partial \theta_1}{\partial z}(0,t) = 0 \quad , \quad z = 0 \\ k_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial z}(L,t) = 1 \quad , \quad z = L \end{array} \right. \dots\dots\dots(V.15)$$

la densité de flux $q'_1(t)$ vérifie évidemment la loi :

$$q'_1(t) = k_1 \frac{\partial \theta(z,t)}{\partial z} \dots\dots\dots(V.16)$$

Dérivons membre à membre la première équation du système (V.15) par rapport à z et inversons comme indiqué par le résultat, l'ordre de dérivation :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial \theta_1}{\partial z}(z,t) \right] = \alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[\frac{\partial \theta_1(z,t)}{\partial z} \right]$$

ou :
$$\frac{\partial q'_1(z,t)}{\partial t} = \alpha_1 \frac{\partial^2 q'_1(z,t)}{\partial z^2} \dots\dots\dots(V.17)$$

On reconnaît l'équation de la diffusion à une dimension dans laquelle la température a été remplacée par q'_1 .

Les conditions aux limites sont maintenant :

$$\left\{ \begin{array}{l} q'_1(z,t) = 0 \quad , \quad t=0 \\ q'_1(z,t) = 1 \quad , \quad z=L \\ q'_1(z,t) = 0 \quad , \quad z = 0 \end{array} \right. \dots\dots\dots(V.18)$$

La solution du système en q_1 est donnée dans [2].[7] par :

$$q_1(z,t) = \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{\alpha_1 t}}\right) \dots\dots\dots(\text{V.19})$$

La température s'obtient en introduisant dans (V.16) la valeur q_1 donnée par (V.19), tout en effectuant le changement de variable, $Z = \frac{z}{2\sqrt{\alpha_1 t}}$ et en intégrant de 0 à Z, sans oublier la constante d'intégration, fonction de t, que nous appelons C(t) :

$$\begin{aligned} \theta(z,t) &= -\frac{2\sqrt{\alpha_1 t}}{k_1} \int_0^Z \operatorname{erfc}(Z) dZ + C(t) \\ &= -\frac{2\sqrt{\alpha_1 t}}{k_1} \left[\int_0^\infty \operatorname{erfc}(Z) dZ - \int_Z^\infty \operatorname{erfc}(Z) dZ \right] + C(t) \\ &= -\frac{2\sqrt{t}}{b_1} \left[\frac{1}{\sqrt{\pi}} - \operatorname{ierfc}(Z) \right] + C(t) \dots\dots\dots(\text{V.20}) \end{aligned}$$

où l'on introduit l'effusivité, $b_1 = \sqrt{k_1 \rho_1 c_1}$ ainsi que l'intégrale de $\operatorname{erfc}(Z)$:

Pour calculer la constante on applique la condition aux limites $\theta(\infty, t) = 0$

on trouve :

$$C(t) = \frac{2\sqrt{t}}{b_1 \sqrt{\pi}} \dots\dots\dots(\text{V.21})$$

d'où finalement :

$$\theta_1(z,t) = \frac{2\sqrt{t}}{b_1} \operatorname{ierfc}(Z)$$

avec :

$$Z = \frac{z}{2\sqrt{\alpha_1 t}}$$

On peut l'écrire sous une autre forme en utilisant la forme développée de l'intégrale de $\operatorname{erfc}(Z)$:

$$\operatorname{ierfc}(Z) = \int_Z^\infty \operatorname{erfc}(Z) dZ = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-Z^2) - Z \operatorname{erfc}(Z).$$

d'où :

$$\boxed{\theta(z,t) = \frac{2\sqrt{t}}{b_1 \sqrt{\pi}} \left[\exp\left(\frac{-Z^2}{4\alpha_1 t}\right) - \frac{z}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha_1 t}} \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{\alpha_1 t}}\right) \right]} \dots\dots\dots(\text{V.22})$$

V.3.3. Solution générale $\theta_1(z,t)$ par le théorème de DUHAMEL

La solution de notre problème en utilisant la forme (IV.12) du théorème de DUHAMEL est donnée par :

$$\theta_1(z,t) = \int_0^t q_1(t-\lambda) \frac{\partial}{\partial t} \theta_1(z,\lambda) d\lambda \quad , \quad t > 0 \quad \dots\dots\dots(V.23)$$

où :

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial t}(z,t) = \frac{1}{b_1 \sqrt{\pi t}} \exp\left(\frac{-z^2}{4\alpha_1 t}\right) \quad \dots\dots\dots(V.24)$$

avec :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{\alpha_1 t}}\right) \right] = \frac{z}{\sqrt{4\pi \alpha_1 t^3}} \exp\left(-\frac{z^2}{4\alpha_1 t}\right)$$

On introduit (V.24) dans (V.23), on trouve :

$$\theta_1(z,t) = \frac{1}{b_1 \sqrt{\pi}} \int_0^t q_1(t-\lambda) \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \exp\left(\frac{-z^2}{4\alpha_1 \lambda}\right) d\lambda \quad \dots\dots\dots(V.25)$$

Pour évaluer (V.25), on utilisant la transformation de Fournier : [3]
on trouve :

$$\theta_1(z,t) = \frac{\alpha_1}{k_1 L} \int_0^t q_1(\lambda) d\lambda + \frac{2\alpha_1}{k_1 L} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (-1)^n \cos \frac{n\pi z}{L} \int_0^t q_1(\lambda) \exp\left[-\frac{\alpha_1 n^2 \pi^2}{L^2} (t-\lambda)\right] d\lambda \right\} \quad \dots\dots\dots(V.26)$$

Pour calculer les deux intégrales, on introduit la densité de flux $q'_1(t)$ dans (V.26) et en calculant le premier intégral simple et le deuxième par partie, on trouve la solution finale de notre problème :

$$\theta_1(z, t) = NP \left[t + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos(qz) \frac{1}{\alpha_1 q^2} [1 - \exp(-q^2 \alpha_1 t)] \right. \\ \left. \frac{t^2}{2t_f} + \frac{2}{t_f} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos(qz) \left[\frac{-t}{\alpha_1 q^2} + \frac{1}{\alpha_1^2 q^4} - \frac{1}{\alpha_1^2 q^4} \exp(-q^2 \alpha_1 t) \right] \right] \dots\dots (V.27)$$

Avec :

$$P = \frac{\alpha}{h.L} \quad \text{et} \quad q = \frac{n\pi}{L}$$

A partir de : $\theta = T - T_0$

$$T(z, t) = T_0 + NP \left[t + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos(qz) \frac{1}{\alpha_1 q^2} [1 - \exp(-q^2 \alpha_1 t)] \right. \\ \left. \frac{t^2}{2t_f} + \frac{2}{t_f} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos(qz) \left[\frac{-t}{\alpha_1 q^2} + \frac{1}{\alpha_1^2 q^4} - \frac{1}{\alpha_1^2 q^4} \exp(-q^2 \alpha_1 t) \right] \right] \dots\dots (V.28)$$

Pour rendre l'équation pratique, on ne retient que le premier terme (n=1) et on néglige les autres termes de l'argument exponentiel (avec n=1, 2, 3, 4....), puis on remplace les séries de fonctions précédentes avec :

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{n\pi z}{L}\right) / n^2 = \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{z^2}{L^2} - \frac{1}{3} \right) \quad \text{avec } 0 \leq z \leq L$$

et :

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{n\pi z}{L}\right) / n^4 = \frac{\pi^4}{48} \left(-\frac{z^4}{L^4} + 2\frac{z^2}{L^2} - \frac{7}{15} \right) \quad \text{avec } 0 \leq z \leq L$$

L'équation (V.28) devient alors :

$$T = T_0 + N.P \left\{ \frac{1}{2.t_f} t^2 + \left(1 - \frac{L^2}{2.t_f.\alpha_1} \left(\frac{Z^2}{L^2} - \frac{1}{3} \right) \right) t + \frac{L^4}{24.t_f.\alpha_1^2} \left(1 - \exp \left(-\frac{\pi^2.\alpha_1.t}{L^2} \right) \right) \right. \\ \left. \left[-\frac{Z^4}{L^4} + \left(2 + \frac{12.t_f.\alpha_1}{L^2} \right) \frac{Z^2}{L^2} - \left(\frac{7}{15} + 4\frac{t_f.\alpha_1}{L^4} \right) \right] \right\} \dots\dots\dots(V.29)$$

Si on néglige la partie exponentielle et on fait fixer $z, (z = L)$ et en dérivant (V.29) par rapport au temps, on trouve que la température maximum a lieu pour :

$$t = t_f - \frac{L^2}{3\alpha_1} \approx t_f - 1$$

Pour :

$$L = 0,0085 \text{ m}$$

et

$$\alpha_1 = 0,112.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

V.3.4. Application numérique :

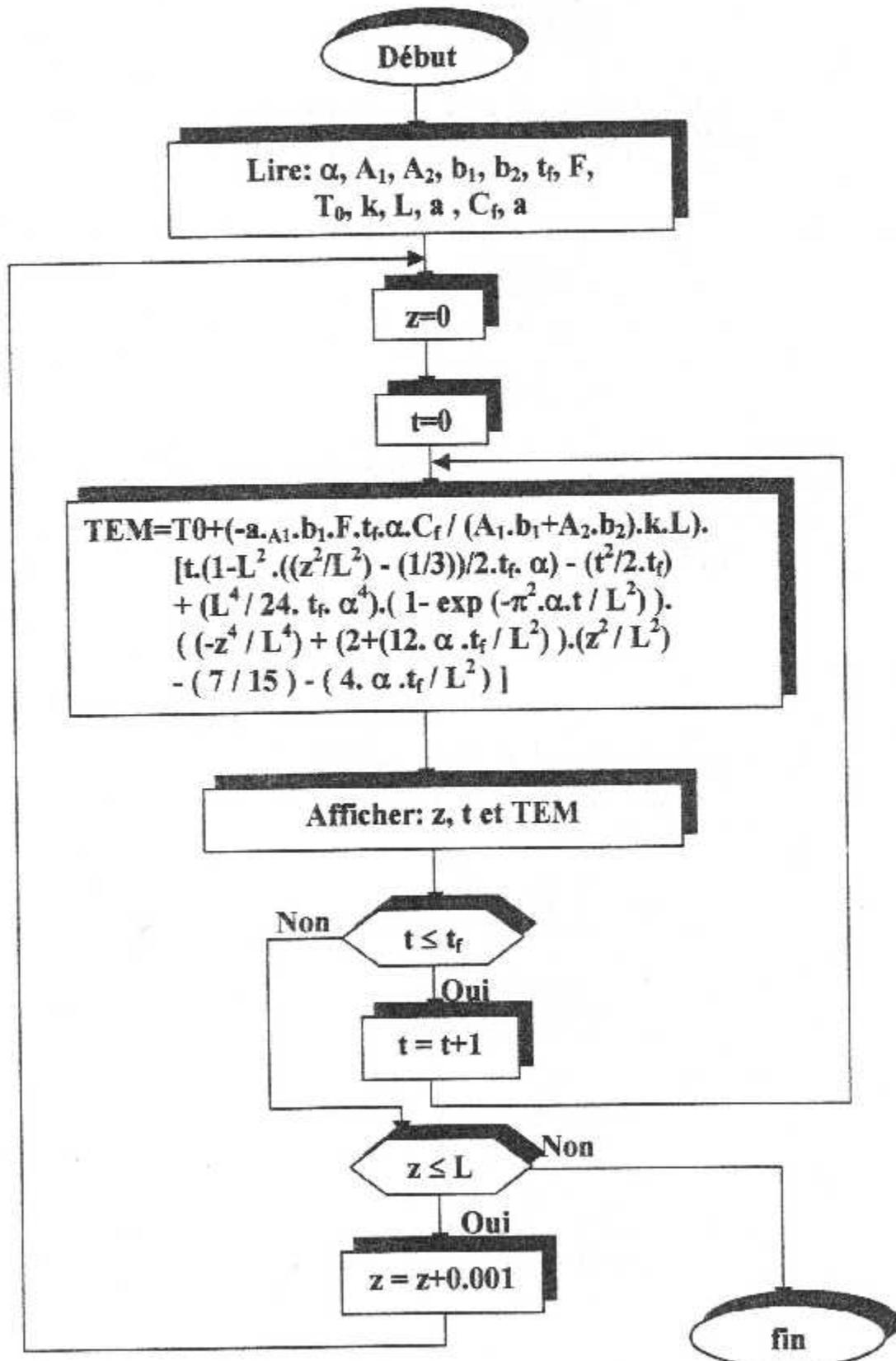
Pour visualiser l'évolution de la température en fonction du temps, et en fonction de la position z sur l'épaisseur du disque, on utilise le programme en Fortran qui calcule la température en fonction du temps (z fixe), et qui calcule aussi la température en fonction de la position (t =fixe), ce programme est schématisé par 2 Organigrammes.

Et à l'aide du langage « MATLAB » en fait une présentation en 3D qui donne la distribution de la température le long de l'épaisseur du disque et sur toute la période de freinage.

V.4.Organigrammes de résolution et Interprétation des résultats

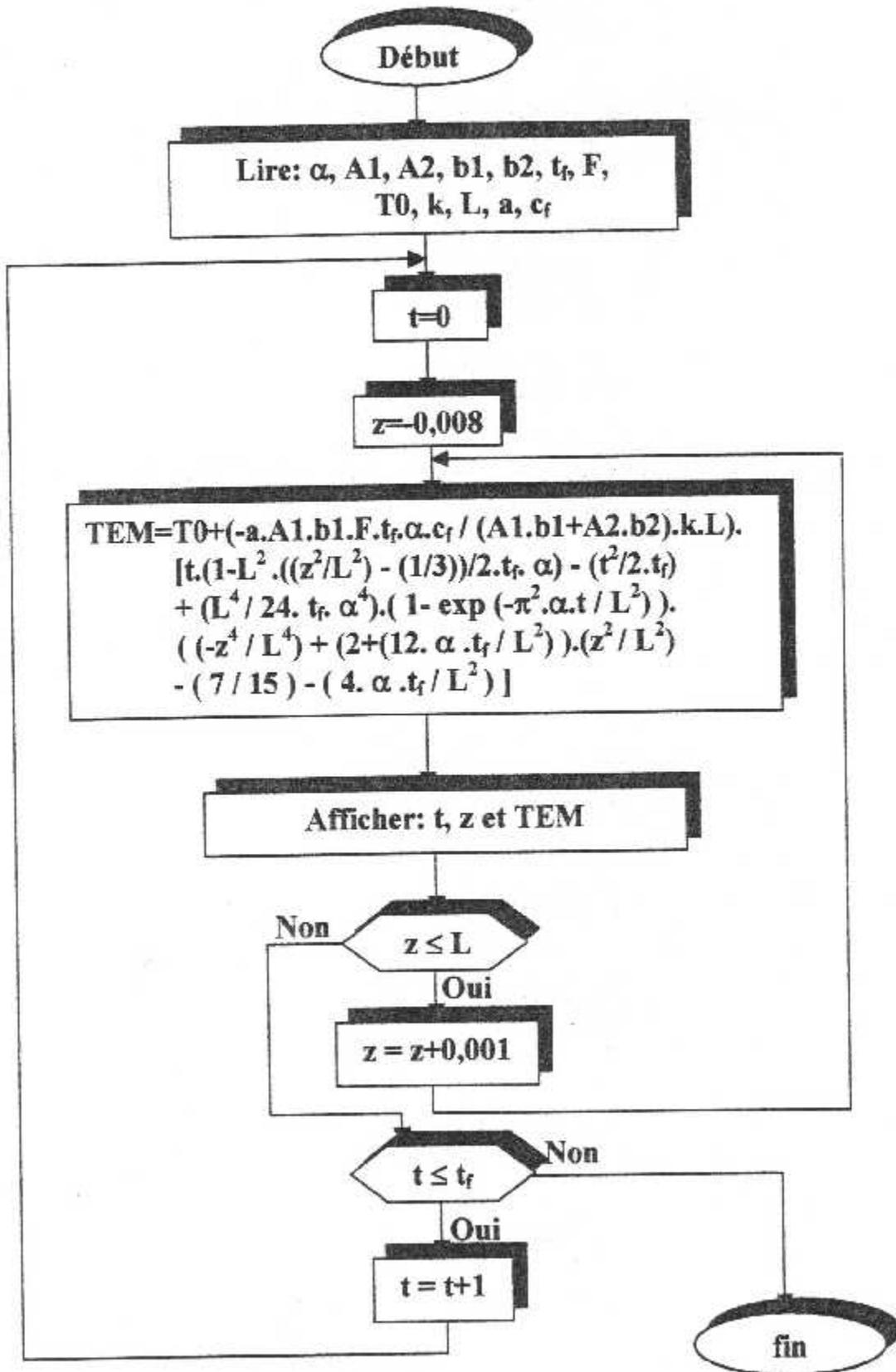
V.4.1.Organigramme (2)

Calcul de la Température (Pour : Z=Fixe ET & t=Varie)



V.4.2.Organigramme (3)

Calcul de la Température (Pour : t=Fixe ET & Z=Varie)



V.4.3. Interprétation des résultats

Les figures de 2 à 10 qui représentent la variation de la température en fonction du temps ayant une forme exponentielle, ou la température varie d'une façon croissante avec le temps pour chaque position (z) de l'épaisseur du disque.

1) - Le graphe 2 :

Pour la position ($z = 0$ m) représente le profil de la température en fonction du temps pour le plan de symétrie (au centre du disque), sa température varie d'une façon proportionnelle avec le temps, c'est-à-dire lorsque le temps augmente, la température augmente, dont la température maximale est $T_{\max} = 1182,528^\circ\text{K}$, pour $t = t_f = 29$ s.

2) - Les graphes 3, 4 et 5 :

Représentent l'évolution de la température en fonction du temps au cours du freinage de $t=0$ à $t=29$ s pour les positions distantes de ($0.001, 0.002, 0.003$ m) du plan de symétrie, dont les températures maximales sont pour $T_{\max} = 1182,611^\circ\text{K}$, $T_{\max} = 1182,852^\circ\text{K}$, $T_{\max} = 1183,227^\circ\text{K}$ respectivement, pour $t_f = 29$ s.

3) - Les graphes 6, 7 et 8 :

Visualisent l'évolution de la température en fonction du temps pour les épaisseurs ($0.004, 0.005$ et 0.006 m) par rapport au plan de symétrie, dont les températures maximales pour le temps fin de freinage $t=28$ s sont pour $T_{\max} = 1184,072^\circ\text{K}$, $T_{\max} = 1185,427^\circ\text{K}$, $T_{\max} = 1186,941^\circ\text{K}$ respectivement.

4) - Les graphes 9 et 10 :

Pour ($z = 0.007, 0.008$ m), ces courbes visualisent la variation de la température en fonction du temps durant la période de freinage, dont les températures maximales sont $T_{\max} = 1188,526^\circ\text{K}$, $1190,081^\circ\text{K}$ respectivement, pour un temps de fin de freinage $t=28$ s.

Remarques :

- * Pour les graphes 6, 7, 8, 9, 10, on remarque que la valeur maximale de la température correspond à $t=28$ s au lieu de $t_f=29$ s par rapport aux autres graphes, on peut dire qu'à partir de $t=29$ s (fin de freinage), les patins commencent à s'éloigner du disque, donc on a moins de frottement ce qui signifie la diminution de la température. De plus on a trouvé au paravent que pour $Z=L$, T_{\max} correspond à $t \cong t_f - 1$.

- * D'après les valeurs maximales de la température obtenues pour chaque position de l'épaisseur, Il apparaît que le plan qui a la température la plus élevée est le plan à une distance de 0.008 m du plan de symétrie (c'est-à-dire l'interface frottante Patin/Disque), et a chaque fois qu'on s'approche du plan de symétrie (au centre du disque) la température diminue par rapport à la température de cette interface. Ce qui signifie physiquement qu'il y a des pertes de chaleur lors de la conduction où la résistance thermique du matériau est la cause.

5) - Le graphe 11 :

Visualise la variation de la température en fonction de la position z sur l'épaisseur du disque, et cela à des temps fixes ($t = 0s, 3s, 6s, 12s, 15s, 18s, 21s, 24s, 27s$ et $29s$).

On constate qu'au début de la période de freinage l'écart de la température entre l'extrémité et le plan de symétrie est plus important, au fur et à mesure que le temps augmente l'écart diminue, jusqu'à ce que la température soit uniforme à la fin de la période de freinage (ou l'écart est nul), et le comportement de cette variation (l'écart) est dû à la variation de densité de flux de chaleur, ou on a constaté qu'elle est plus importante au début de la période de freinage et elle diminue avec le temps jusqu'à ce quelle s'annule en fin de freinage.

Remarques :

- * On remarque que l'écart entre les courbes représente la quantité de flux de chaleur transporté entre deux zones de température différente, et qui diminue progressivement depuis le début de freinage jusqu'à la fin de la période de freinage où il s'annule, ce qui signifie physiquement que le transport de flux de chaleur s'effectue grâce à l'écart important de la Température entre l'interface frottante et le plan de symétrie du disque, et au fur et à mesure que le temps augmente la température de ces deux zones devient voisine, d'où le transport de flux de chaleur devient aussi faible.

6) - Le graphe 12 :

C'est une courbe à 3D, elle Représente à la fois la distribution sur la température le long de l'épaisseur du disque, et durant la période de freinage.

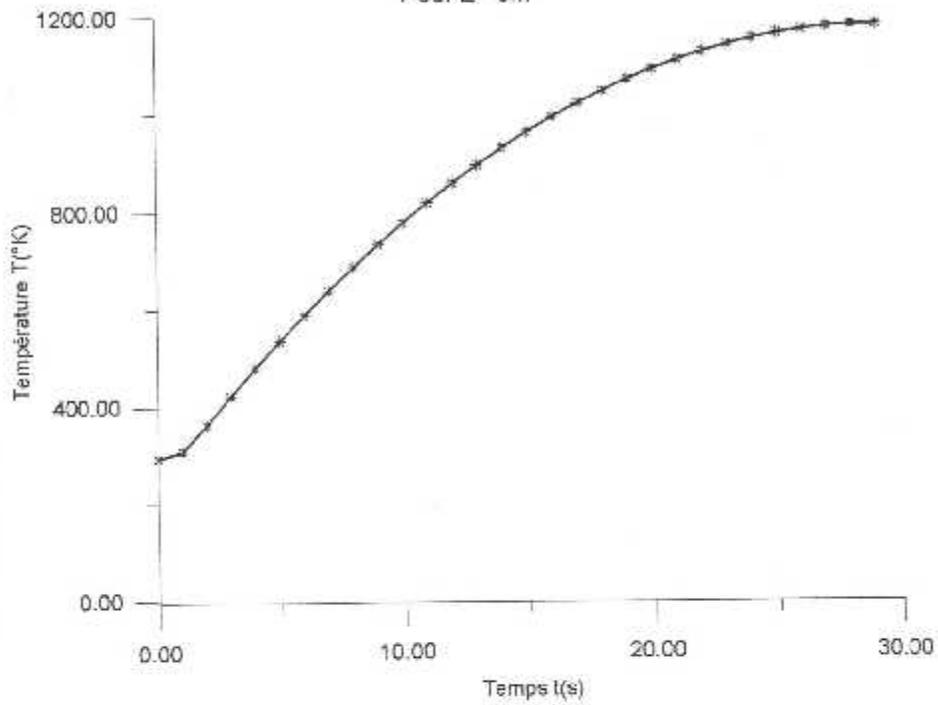
Il apparaît que l'écart de la température entre les faces frottantes et les autres positions est plus important.

Finalement, on conclue, que la température est maximale sur l'interface frottantes, pour la position ($z=0,008m$), dont la valeur est de $T_{max}=1190,081^{\circ}K$, qui est sensiblement inférieure à la température de fusion du matériau ($T_{fusion} \cong 1400^{\circ}K$).

Graphe -2-

Variation de la Température en fonction du temps

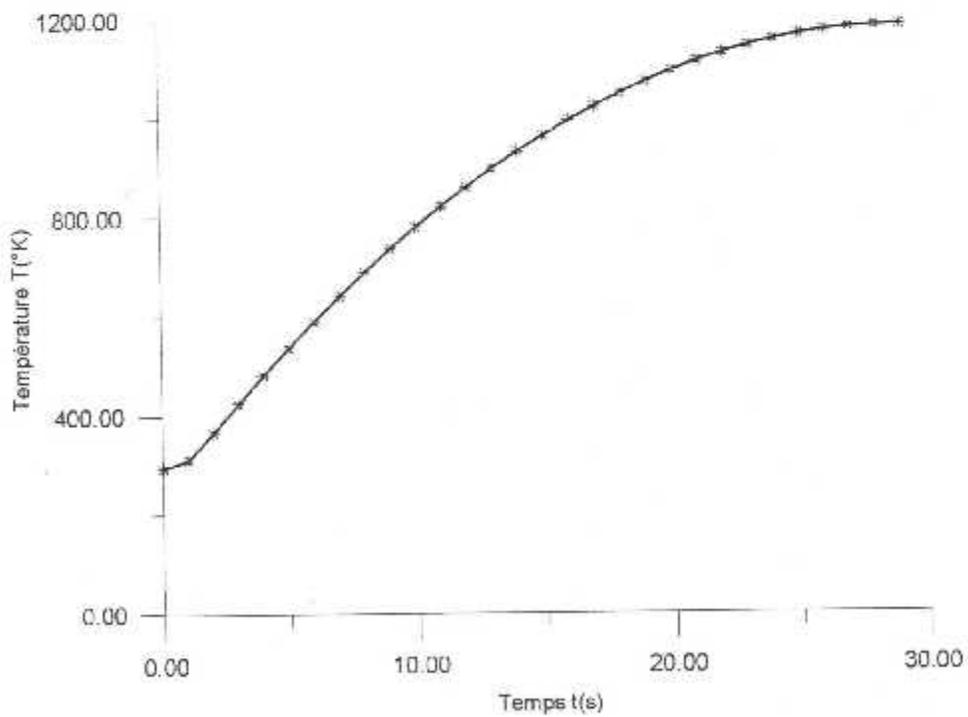
Pour $Z=0m$

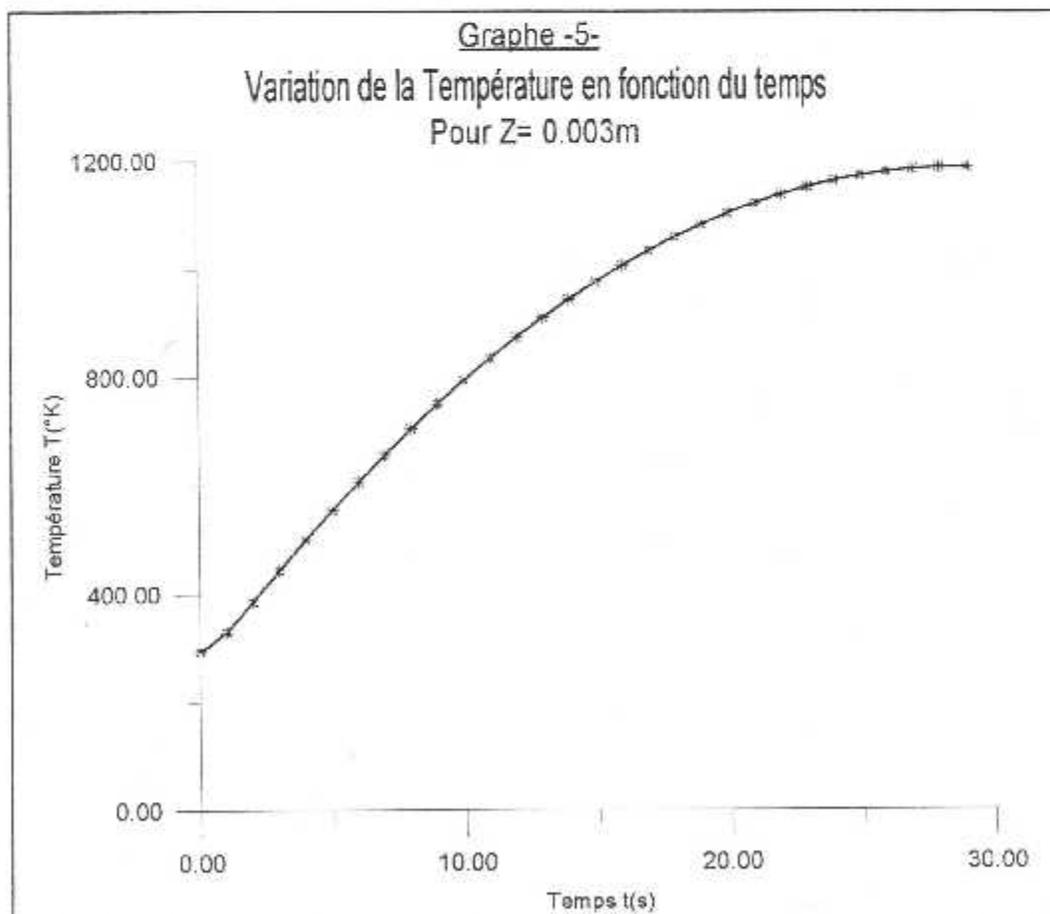
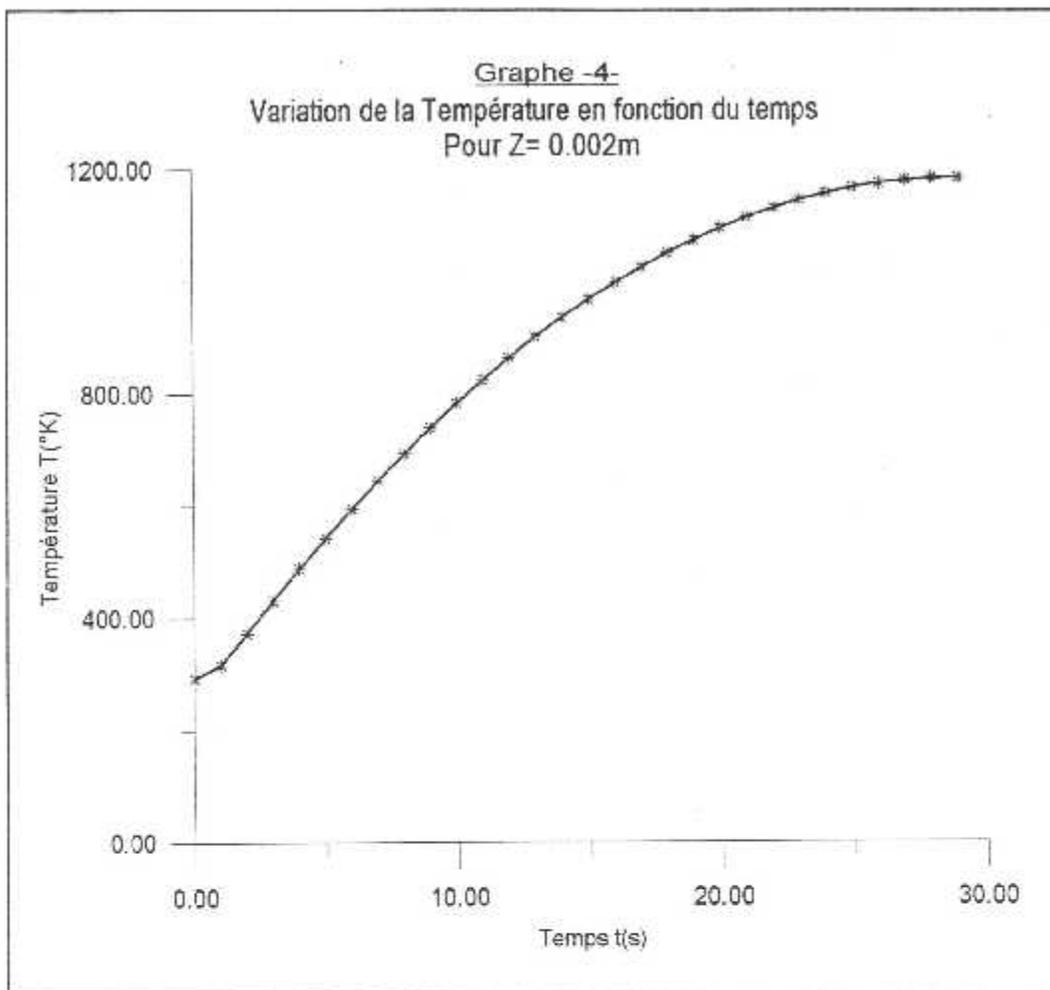


Graphe -3-

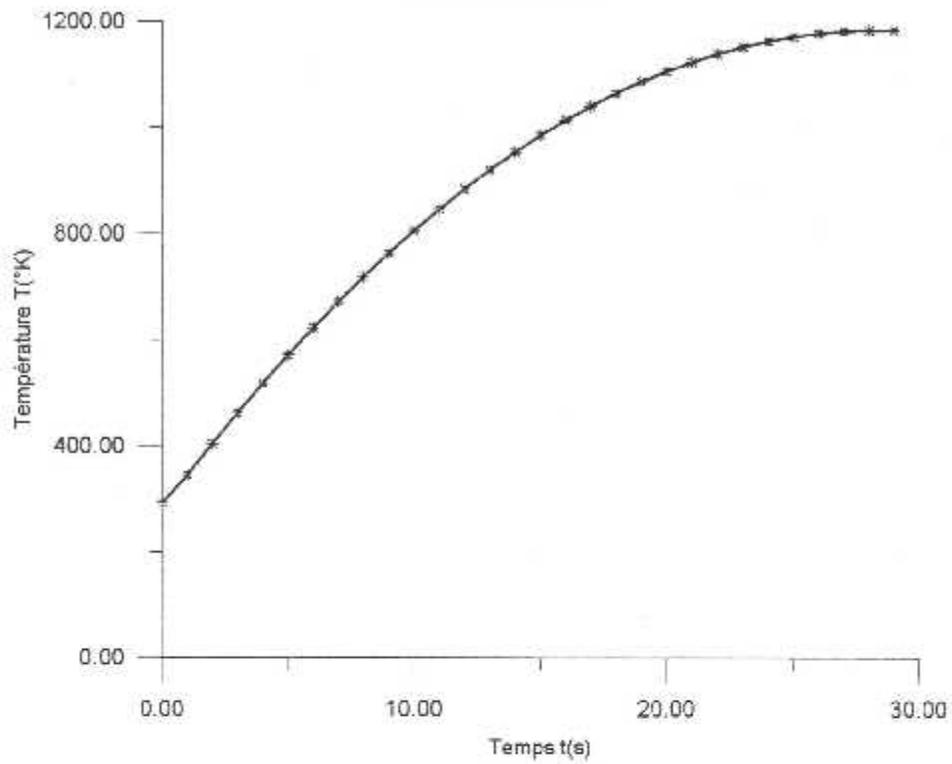
Variation de la Température en fonction du temps

Pour $Z=0.001m$

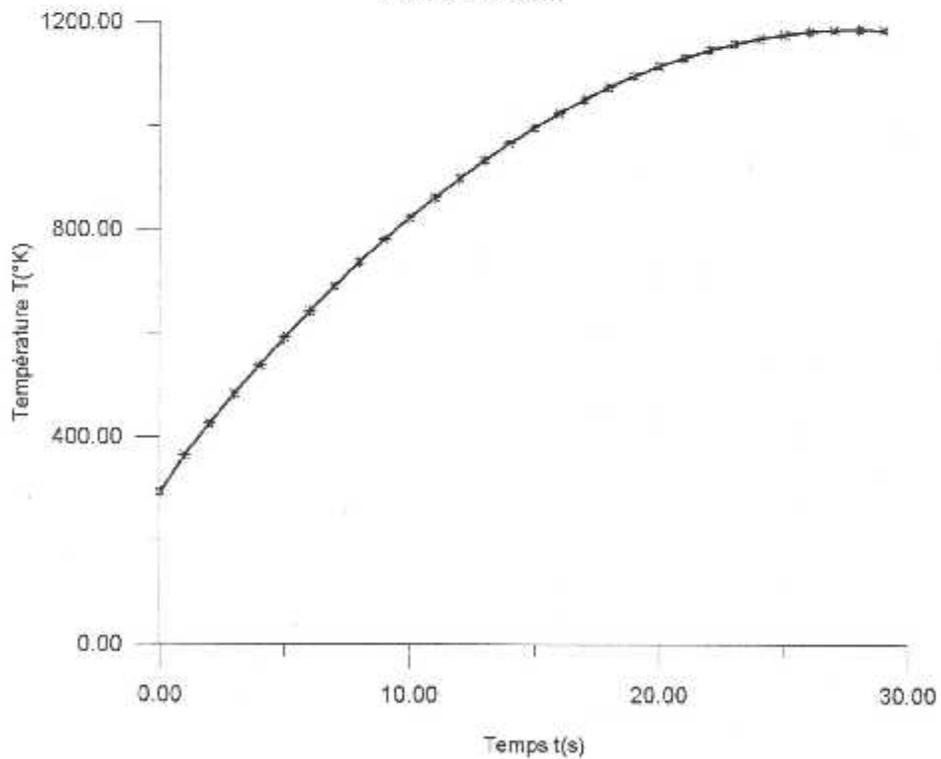




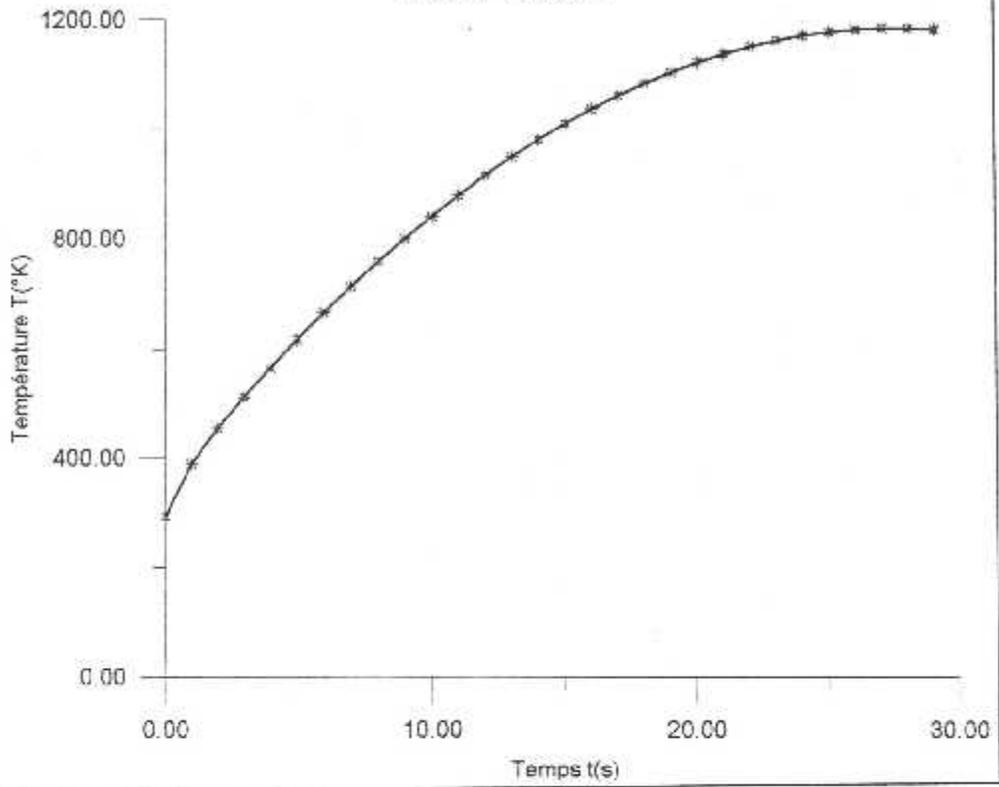
Graphe -6-
Variation de la Température en fonction du temps
Pour $Z= 0.004\text{m}$



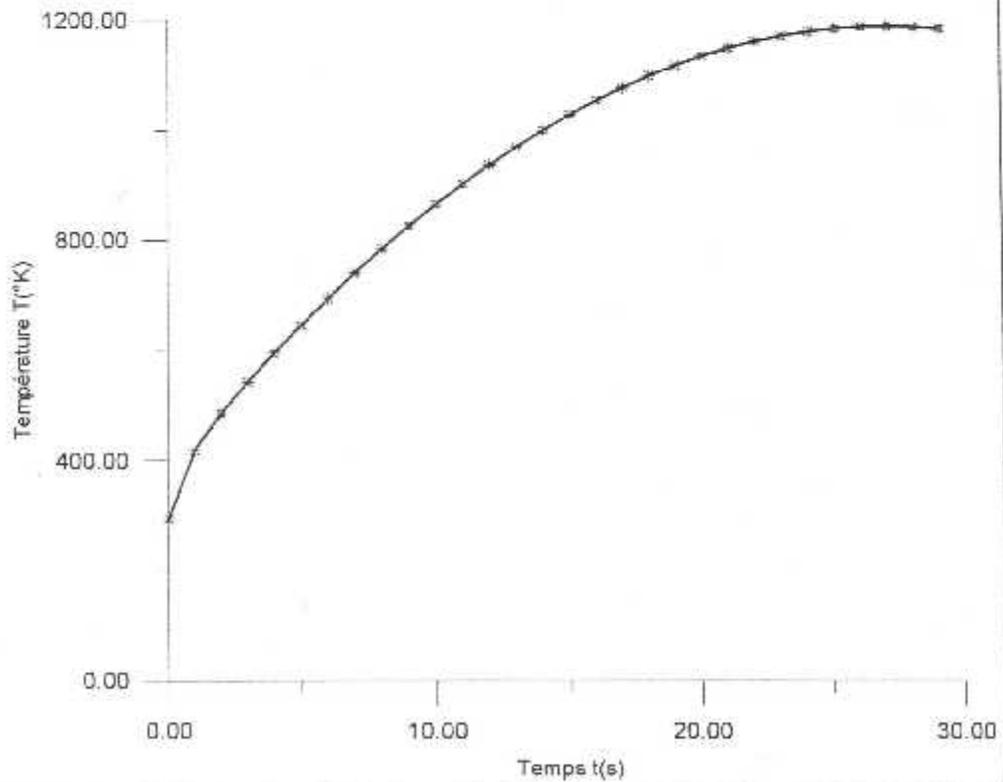
Graphe -7-
Variation de la Température en fonction du temps
Pour $Z= 0.005\text{m}$



Graphe -8-
Variation de la Température en fonction du temps
Pour $Z = 0.006\text{m}$

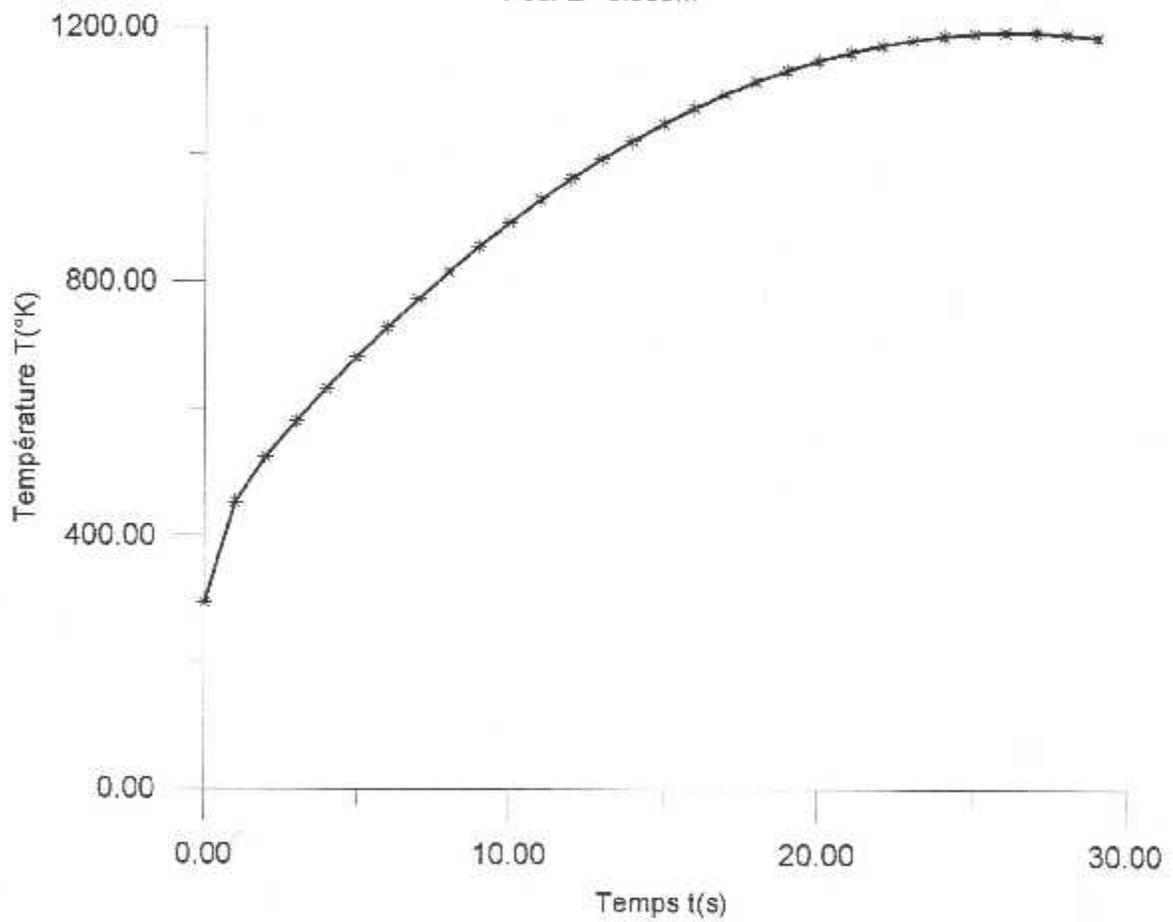


Graphe -9-
Variation de la Température en fonction du temps
Pour $Z = 0.007\text{m}$



Grphe -10-

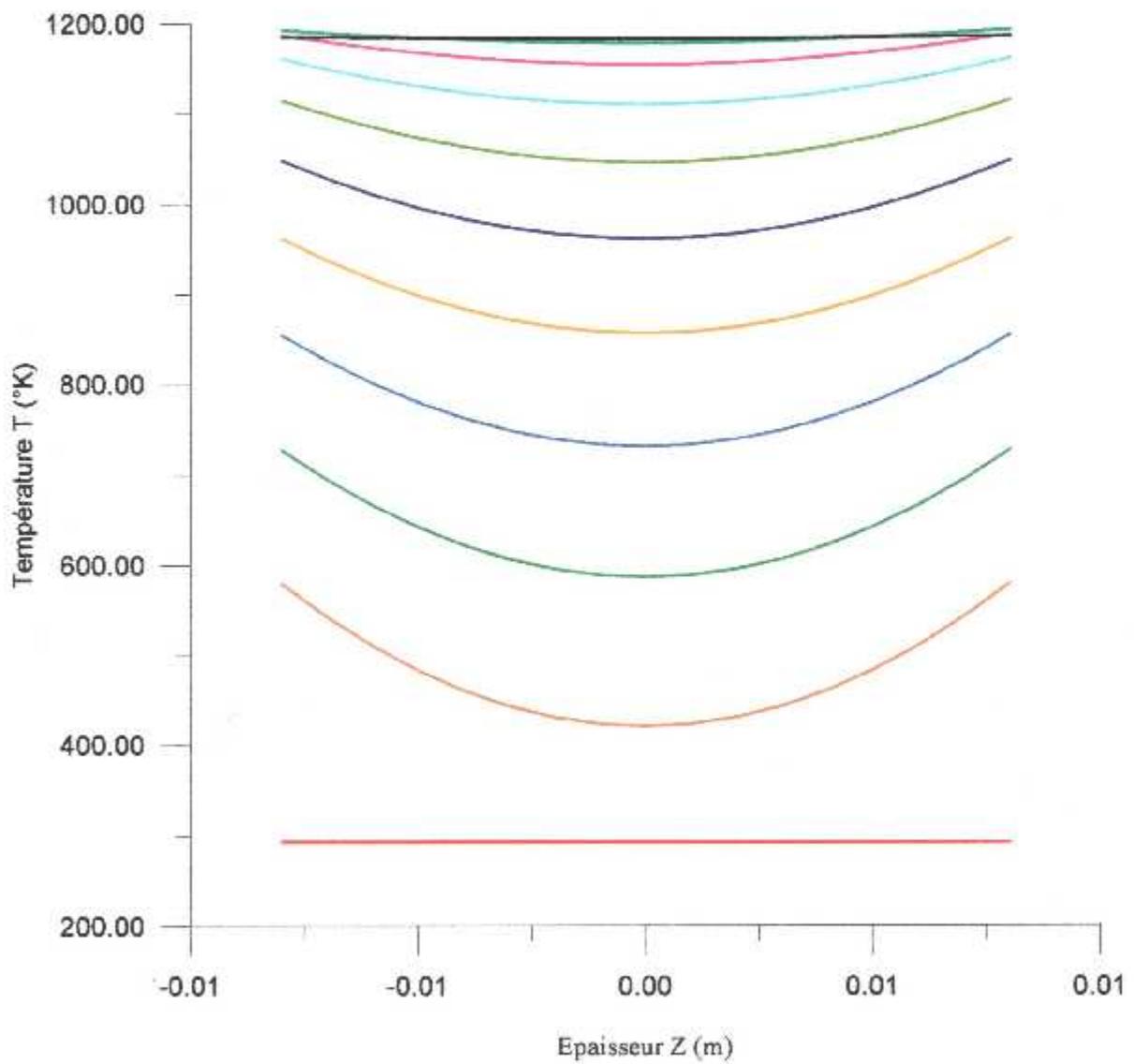
Variation de la Température en fonction du temps
Pour $Z = 0.008\text{m}$



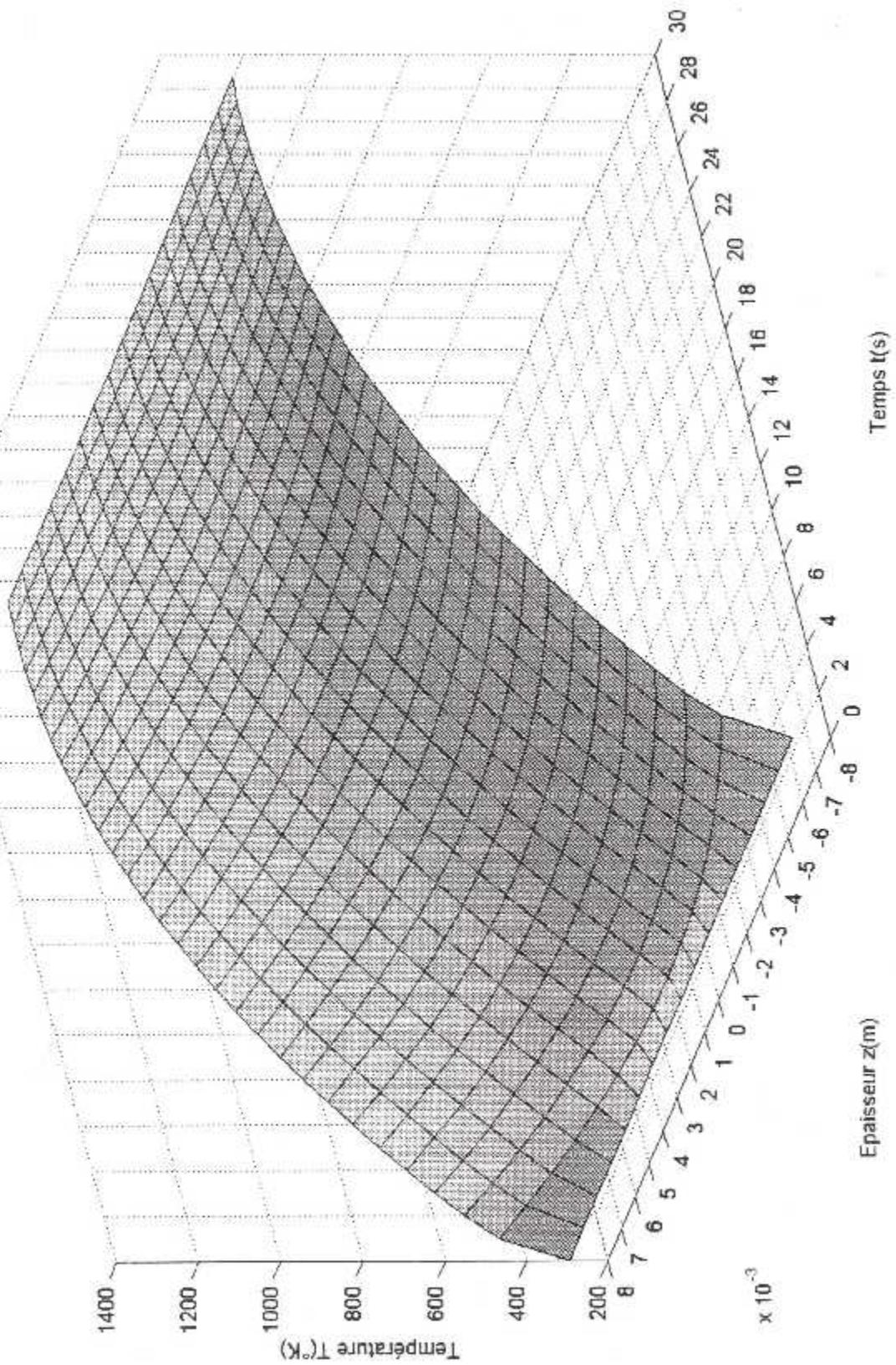
Graphe -11-

Evolution de la Température en fonction de l'épaisseur du disque

t = 0s	—	t = 15s	—		
t = 3s	—	t = 18s	—		
t = 6s	—	t = 21s	—	t = 29s	—
t = 9s	—	t = 24s	—		
t = 12s	—	t = 27s	—		



Graphe-12- Evolution de la Température en fonction de l'épaisseur et du temps



Propositions

&

Perspectives

1. Introduction

Afin de limiter les températures à un niveau acceptable et homogénéiser ces températures dans chacun des composants du frein, on propose une étude sur la possibilité de remplacer les disques pleins classiques par des disques de frein équipés de *Caloducs*,

Le principe du caloduc a été conçu par GAUGLER en 1944 ensuite par TREFETHEN en 1962. En 1964 GROVER et ses collègues ont pu mettre en application dans leur laboratoire, donc on peut définir le Caloduc comme un dispositif qui a pour but d'abaisser la température des disques, notamment lors de freinage à hautes vitesses et en mode de surcharge (càd d'évacuation de chaleur), et qui peut être lié directement au disque sans que cela perturbe son fonctionnement ou diminue son efficacité.

Un système à Caloduc semble être une solution intéressante car les caloduc sont des appareils qui peuvent transporter une quantité de chaleur égale à plusieurs centaines ou milliers de fois celle transportée par un conducteur métallique solide et homogène de même volume. Il s'est d'abord développé sous la pression des besoins de l'industrie spatiale en vue du conditionnement thermique.

Les études sur les caloducs ont atteint une maturité suffisante pour proposer une forme de produits variés allant des réalisations les plus sophistiquées (caloducs spatiaux, fours étalons à très haute température) jusqu'aux plus rustiques (capteurs solaires) en passant par les réalisations industrielles de grande séries (caloducs pour moules de fonderie, échangeurs thermique...).

2. Principe de fonctionnement d'un caloduc

Un caloduc est une enceinte étanche (le plus souvent sous la forme d'un cylindre) qui contient un liquide en équilibre avec sa vapeur en absence totale d'air ou tout autre gaz (pour les caloducs à conductances (CCV).

Le liquide s'évapore dans l'évaporateur (zone chauffée) et la vapeur vient se condenser dans le condenseur (zone refroidie).

Le condensât retourne vers l'évaporateur grâce à l'effet de la capillarité développé dans un milieu poreux qui tapisse la paroi intérieure du caloduc. Le revêtement de ce réseau capillaire peut être de différentes formes.

Cet effet capillaire véritable moteur du caloduc peut être aidé, voir remplacé, par la gravité lorsque le condenseur est au-dessous de l'évaporateur où par l'effet centrifuge (dans le cas des caloducs rotatifs).

L'évaporateur et le condenseur sont séparés par une zone adiabatique de longueur très variable selon les applications (de quelques centimètres à plusieurs mètres). Ainsi, dans un caloduc, le transfert de chaleur se fait d'une manière continue par transformation de la chaleur sensible en chaleur latente transmise par un transfert de masse (la vapeur et le liquide se déplaçant dans le caloduc). Ce sont ces phénomènes là qui expliquent la conductivité thermique apparente exceptionnelle du caloduc.

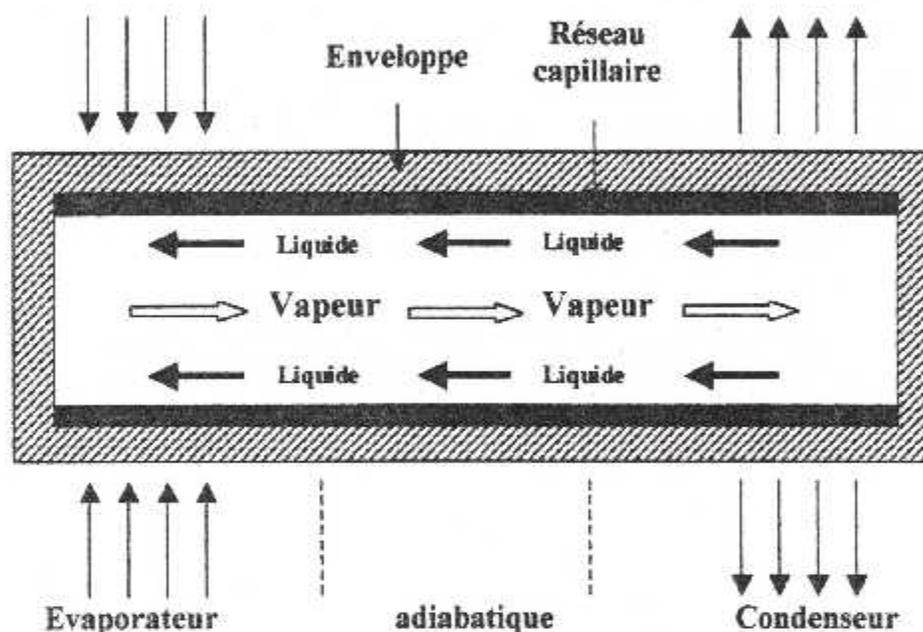


Schéma de Principe du Caloduc

3. Différents types de Caloducs

Parmi les modèles de caloduc qui existent on a :

- Caloducs assistés par gravité ;
 - Caloducs à réseau capillaire rainurés ;
 - Caloducs sans réseaux capillaires ;
- Caloducs tournants ;
- Caloducs à conductances variables (CCV).

En fin il existe de nombreux types des caloducs dérivant des caloducs classiques décrits précédemment reposant sur des principes nettement différents.

Citons notamment les caloducs qui se caractérisent par :

- La nature de leurs enveloppes (caloducs plats ou flexibles, ...) ;
- La nature du phénomène assurant le retour de condensât ;
- Caloducs osmotiques (utilisant le phénomène d'osmose) ;
- Caloducs électrohydrodynamiques (utilisant un champ électrostatique).
- Thermosiphons antigraité (utilisant une pompe à vapeur avec chauffage auxiliaire).

4. Mode de fabrication

○ choix du fluide caloporteur

Le fluide est déterminé d'abord par le domaine de température de fonctionnement du caloduc et ensuite par le niveau des performances souhaitées.

Le fluide doit être choisi de manière à ce que sa pression de vapeur saturant dans le domaine de température de fonctionnement ne soit ni trop faible, ni trop élevée (voir le tableau ci-dessous).

fluide	Température de fusion °C	Température d'ébullition sous 1 bar °C	Domaine température utile °C	Coût de mise en oeuvre	Niveau de performances
Hélium	-272	-269	-271 à -269		
Azote	-210	-196	-203 à -160		
Ammoniac	-78	-30	-60 à -70	Elevé	Elevé
Fréon 11	-111	24	-40 à 120	Faible	Faible
Pentane	-130	28	-20 à 120		
Fréon 113	-35	48	-10 à 100	Elevé	Elevé
Acétone	-95	57	0 à 120	moyen	moyen
Méthanol	-98	64	10 à 130	moyen	moyen
Ethanol	-112	78	0 à 130	moyen	moyen
Heptane	-90	98	0 à 150		
Eau	0	100	30 à 250	moyen	Elevé
Toluène	-95	111	70 à 270	Faible	moyen
Gilotherm	12	250	130 à 350	Faible	moyen
DO					
Naphtalène	80	218	150 à 430	moyen	moyen
Mercure	-39	357	220 à 600	Elevé	Elevé
Césium	29	670	430 à 800	Elevé	moyen
Potassium	64	760	500 à 850	Elevé	Elevé
Sodium	98	892	550 à 110	Elevé	Très levé
Lithium	180	1342	1000 à 1700	Très levé	Très levé
Argent	960	2212	1800 à 2300	Très levé	Très levé

Tableau d'utilisation des fluides des caloducs les plus courants

o **Choix du matériau d'enveloppe**

Le facteur principal dans la sélection du matériau d'enveloppe et des réseaux capillaires est sa compatibilité avec le fluide interne que l'on a préalablement choisi.

Aucune réaction chimique entre le fluide et le matériau ne peut être tolérée car les gaz dégagés par cette réaction s'accumulent dans l'extrémité du condenseur formant aussi une zone inactive (condenseur bloqué).

Fluide caloduc	Matériau d'enveloppe usuelle compatible
Ammoniac	Aluminium, aciers inoxydables
Fréon	Aluminium, cuivre aciers inoxydables
Acétone	cuivre
Méthanol, Ethanol	cuivre
Eau	cuivre
Toluène	Aciers, aciers inoxydables
Gilotherm DO	Aciers, aciers inoxydables
Naphtalène	Aciers, aciers inoxydables
Mercure	Aciers bas carbone, aciers inoxydables jusqu'à 500°C
Potassium	Aciers inoxydables AISI316, Nickel
Sodium	Aciers inoxydables, Nickel, Tungstène, Molybdène
Lithium	Tungstène, Molybdène, Alliogemolybdène-rhénium

Tableau de Compatibilité fluide enveloppe pour les caloducs

o **Réseaux capillaires**

La fonction principale du réseau capillaire est le pompage (ramener le condensât vers l'évaporateur). En effet le capillaire assure une bonne réparation du liquide le long de la paroi de l'évaporateur et une évaporation régulière évitant les instabilités au retard d'ébullition. De plus, limite la surface de contact entre les écoulements liquide et vapeur, ce qui augmente considérablement la limite d'entraînement.

On peut distinguer deux principales structures de ce réseau :

- Les rainures axiales de section rectangulaire (à faible coût) usinées dans l'enveloppe, qui doivent être suffisamment profondes pour assurer un bon débit et étroites pour assurer une bonne pression capillaire ;
- Les rainures rapportées (des fils régulièrement espacés plaqués contre l'enveloppe, une cage usinée dans un tube rentrant glissant dans l'enveloppe) ;
- Capillaire toile métallique : simple, avec espace annulaire, avec artère ;
- Capillaire poudre métallique frittée.

5. Les limite de fonctionnement

Un caloduc ne peut fonctionner que dans un domaine limité de température (qui peut néanmoins atteindre plusieurs centaines de degrés Celsius) pour lequel la pression interne n'est ni trop faible ni trop élevée.

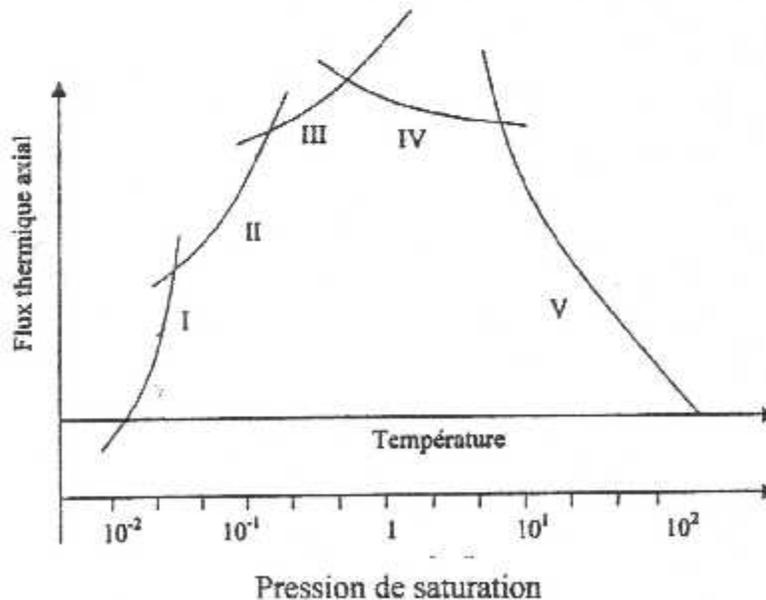
La pression dans un caloduc a une température donnée et très voisine de la pression de saturation du fluide interne à cette température, à l'équilibre, lorsque le caloduc n'échange pas de chaleur, elle est exactement égale à la pression de saturation.

En effet, une pression trop faible, donc une vapeur peu dense, conduira à une limite de type visqueuse ou sonique, tandis qu'une pression trop élevée conduira à une limite ébullition, c'est à dire à un non fonctionnement dû à l'approche du point critique du fluide. Cela peut entraîner la rupture mécanique de l'enveloppe.

Quand le caloduc fonctionne dans son domaine de température optimale, ce sont la limite d'entraînement et la limite capillaire qui limitent le flux thermique que peut transporter le caloduc.

La quantité de fluide dans le caloduc étant optimale (la quantité juste nécessaire pour saturer le liquide du réseau capillaire à la température de fonctionnement).

On peut aussi définir à la fin, un domaine de fonctionnement sur un diagramme flux/pression de saturation. (figure ci-dessous)



Limite de fonctionnement des Caloducs

▪ **Limite visqueuse (I)**

Elle se manifeste pour des caloducs fonctionnant à une température correspondant à une pression du fluide interne extrêmement basse.

Son origine réside dans le fait que la pression au niveau de l'évaporateur n'est pas suffisante pour permettre à la vapeur de vaincre les frottements visqueux au cours de son écoulement vers le condenseur.

▪ **Limite sonique (II)**

Apparaît lorsque la pression dans le caloduc est très faible. La très faible densité de la vapeur due à la faible pression dans le caloduc conduit à des vitesses de vapeur proches de la vitesse sonique. Lorsque celle ci est atteinte, il en résulte une onde de choc dans l'écoulement vapeur accompagné d'une chute de pression bloquant le fonctionnement du caloduc.

▪ **Limite d'entraînement (III)**

Dépend de la nature du réseau capillaire (interface liquide-vapeur). Lorsque la vitesse de la vapeur devient élevée, il tend à former des sortes de vagues sur la surface du liquide situé directement à son contact.

Des gouttes de liquide sont donc arrachées par la vapeur et le phénomène s'amplifie et peut devenir tel que l'écoulement se trouve totalement interrompu bloquant ainsi le fonctionnement du caloduc.

▪ **Limite capillaire (IV)**

Les chutes de pression ΔP_v de la vapeur et ΔP_L du liquide respectivement de l'évaporateur vers le condenseur et du condenseur vers l'évaporateur doivent être compensées par la pression motrice capillaire $P_c = \frac{2\sigma}{r}$

La condition de fonctionnement du caloduc s'écrit alors $\Delta P_v + \Delta P_v < \Delta P_{v \max}$

Avec : $P_{c \max} = \frac{2\sigma \cos \gamma}{r_c}$

r_c : rayon des pores du réseau capillaire.

σ : tenseur superficielle du liquide

γ : angle de mouillage du liquide sur le réseau.

▪ **Limite d'ébullition (V)**

A pression trop élevée, il se forme des bulles de vapeur au sein du réseau capillaire, ces bulles empêchent une irrigation correcte du capillaire par le liquide et créent des points chauds qui peuvent conduire dans certains cas, à la fusion du tube.

En résumé

Le caloduc thermique, prédimensionnement, le choix du type et le nombre de caloducs nécessaire pour absorber la chaleur dégagée lors du freinage, ne font pas objet de notre étude.

Néanmoins, nous proposons en perspective, que ce travail pourra faire l'objet d'une étude plus poussée et plus détaillée.

CONCLUSION

CONCLUSION

Dans le cadre d'une étude théorique, ce travail nous a permis en premier lieu de réserver une étude bibliographique qui concerne :

- La théorie de freinage, spécifiquement le cas de freinage d'avion (B737-800/NG).
- Les différents modes de transfert de chaleur, en particulier « le transfert thermique par conduction » et son équation de propagation de la chaleur.
- Le théorème de DUHAMEL comme un outil mathématique utilisé pour la résolution analytique de l'équation de la propagation de la chaleur, (qui donne un avantage pour les problèmes avec des conditions aux limites fonction du temps par rapport aux autres méthodes).

Et en deuxième lieu, pour l'obtention des résultats de la résolution analytique de l'équation de la chaleur, on fait appel à l'outil informatique (Langage FORTRAN) qui nous a permis d'établir un programme de calcul.

Les résultats obtenus permettent d'affirmer que l'évolution de la température en fonction du temps de freinage a une forme exponentielle, elle varie d'une façon croissante avec le temps pour chaque position de l'épaisseur du disque, où elle est maximale à l'interface frottante et elle diminue progressivement tout en approchant du plan de symétrie (centre du disque). Ce qui signifie physiquement qu'il y a des pertes de chaleur lors de la conduction où la résistance thermique du matériau est la cause.

Et, enfin et vu le problème de surchauffe dans le système de freinage, et ses conséquences de point de vue coût et maintenance, nous proposons l'installation d'un dispositif d'évacuation de chaleur intégré dans le disque de freinage (caloduc) afin de limiter les températures à un niveau acceptable et d'homogénéiser ces températures sans que cela perturbe son fonctionnement ou diminue son efficacité. Cette solution pourra faire l'objet d'une étude plus poussée et plus détaillée.

Bibliographie

BIBLIOGRAPHIE

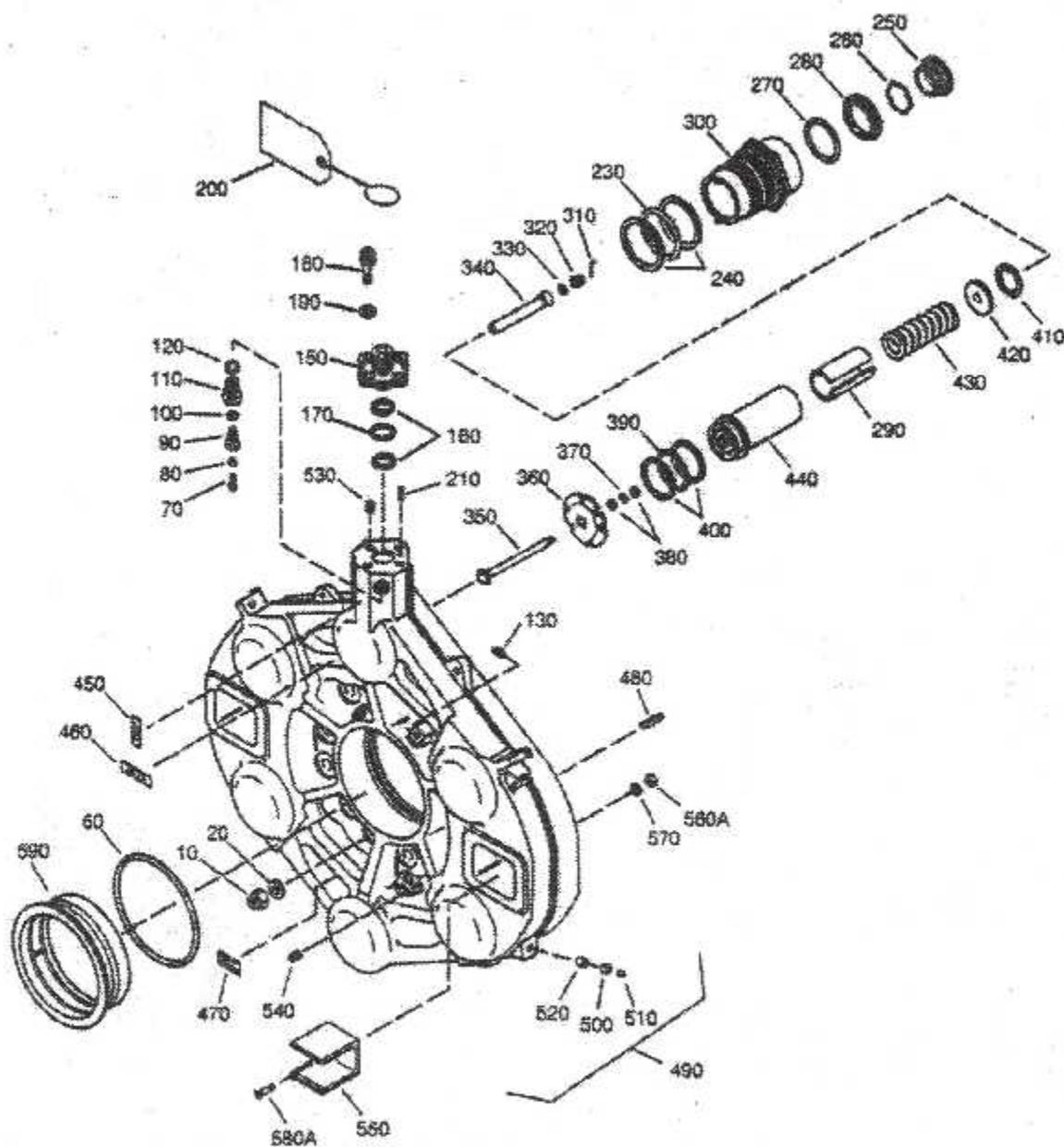
- [1] Aircraft Maintenance Manual – BOEING –
“JUN 1999”
- [2] André B.De Vrient. “La transmission de la chaleur”, Tome 1
3^{ème} Edition Gaëtan Morin, 1989.
- [3] André B.D e Vrient. “La transmission de la chaleur”, Tome 2
3^{ème} Edition: Gaëtan Morin, 1989.
- [4] Jean-Jacques CARRE, “Théorie de freinage”,
Technique de l'ingénieur : B53B5570.
- [5] Jean-Jacques CARRE, “Technologie de freinage ”;
Organes de friction (garnitures et contre-matériaux),
Technique de l'ingénieur : B53B5571.
- [6] Jean-Jacques CARRE, “Technologie de freinage” ;
Frein a disque,
Technique de l'ingénieur : B53B5574.
- [7] J.J.CAUBET, “Théorie et pratique industrielle du frottement”,
Edition: DUNOD-TECHNIP, Paris, 1964.
- [8] Component Maintenance Manual - Honeywell -
(737 Main Brake Assembly.PN 2612312)
(Illustrated Parts List) “Mars-2002”
- [9] M.DUCHENE, M.CHARLOTEAUX. “Le freinage ”,
Edition: PLANTYN-ANVERS, DUNOD, Paris, 1970.
- [10] E.R.GERCKET et R.M.DRAKE, “Analysis of Heat and Masse
Transfer”, New York, 1972.
- [11] Jean GHICHARD, “Freinage a très hautes performances”,
(exemple aéronautique),
Technique de l'ingénieur : B53B5580.
- [12] H.MEMETEAU, “Terme de route, freinage”,
Edition : BORDAS, Paris, 1983.
-

- [13] M.Necati OZISIK. "Heat conduction",
2^{ème} Edition: library of, cataloging impuublication Data, 1993.
- [14] J.-Ph.Brother, "Freinage et antiblocage des roues",
Edition: techniques pour l'automobile et l'industrie, Paris, 1992.
- [15] Réal.Gélinas, "Mathématiques pour les ingénieurs et
scientifiques",
Edition : SMG, Québec,1984.
- [16] Revue technique diescl, "Techniques du freinage des véhicules
Industriels",
Edition: technique pour l'automobile et l'industrie
BOULOGNE-BILLANCOURT
- [17] Jean-François SACADURA. "Initiations aux transferts thermiques",
Edition: technique et documentation, Paris,1978.
- [18] SCHMIDT.JURGEN, "Transmission de la chaleur",
Edition : OPU, Alger, 1983.
- [19] J.Taine et J.P.Petit. "Transferts thermiques cours et Données
de base",
2^{ème} Edition : DUNOD, 1995.
- [20] HALIMI Djamel, Mémoire de Magister :
« Aspects Thermique du Frottement entre Corps Solides
en Mouvement Relatif – Refroidissement d'un Disque
de Frein à l'Aide de Caloduc »
Boumerdès 2003
- [21] NEGADI Mohamed et TAHAR MANSOUR Bakhta,
Mémoire de Fin d'Etude (DUEA):
« Révision et remise en état d'un bloc de frein du Boeing 737/200
et
le calcul de flux et de température »
Blida 2000
-

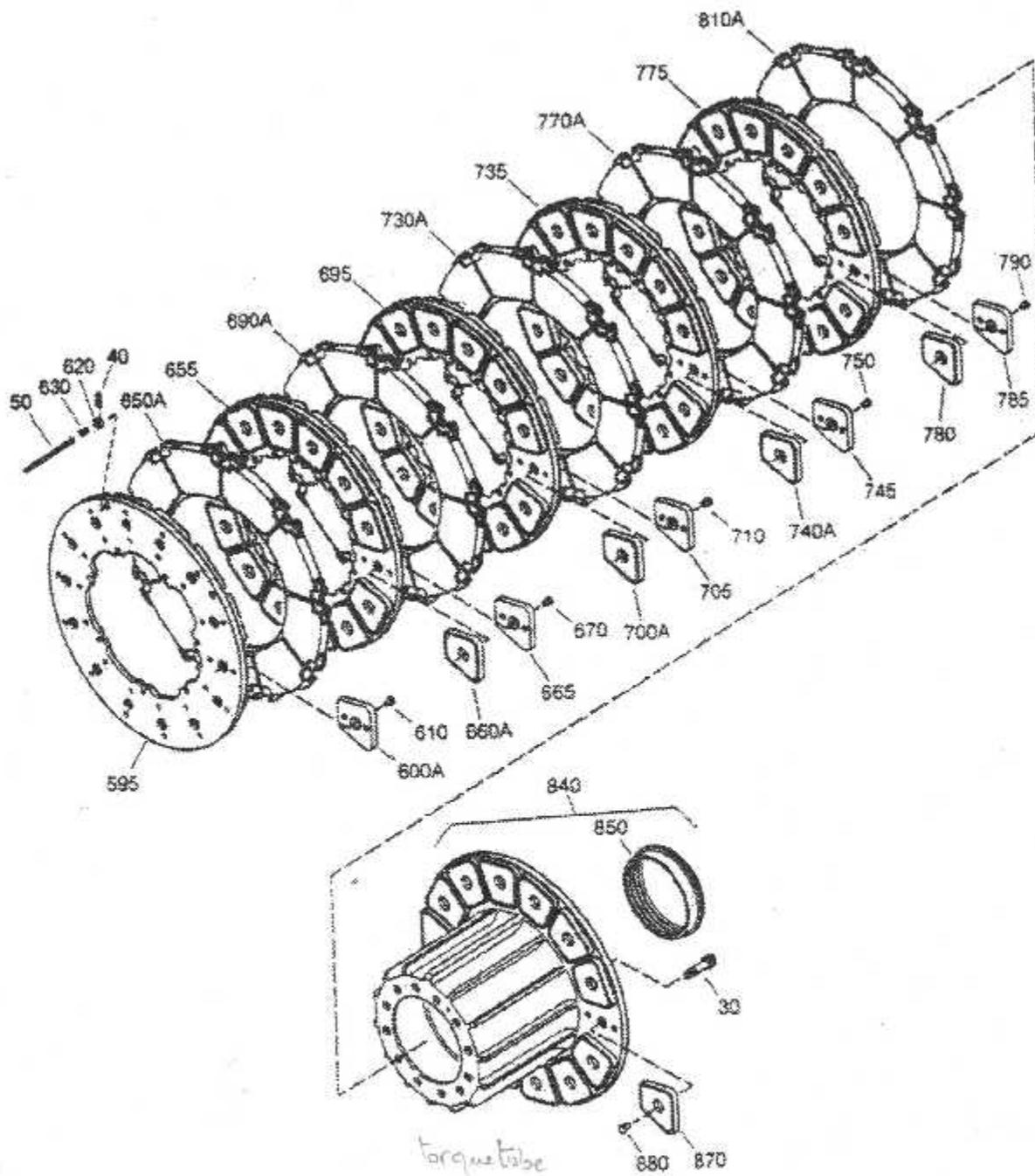
ANNEXES

▪ Annexe 01 :

Bloc de Frein Boeing 737/800-NG : Schéma éclaté

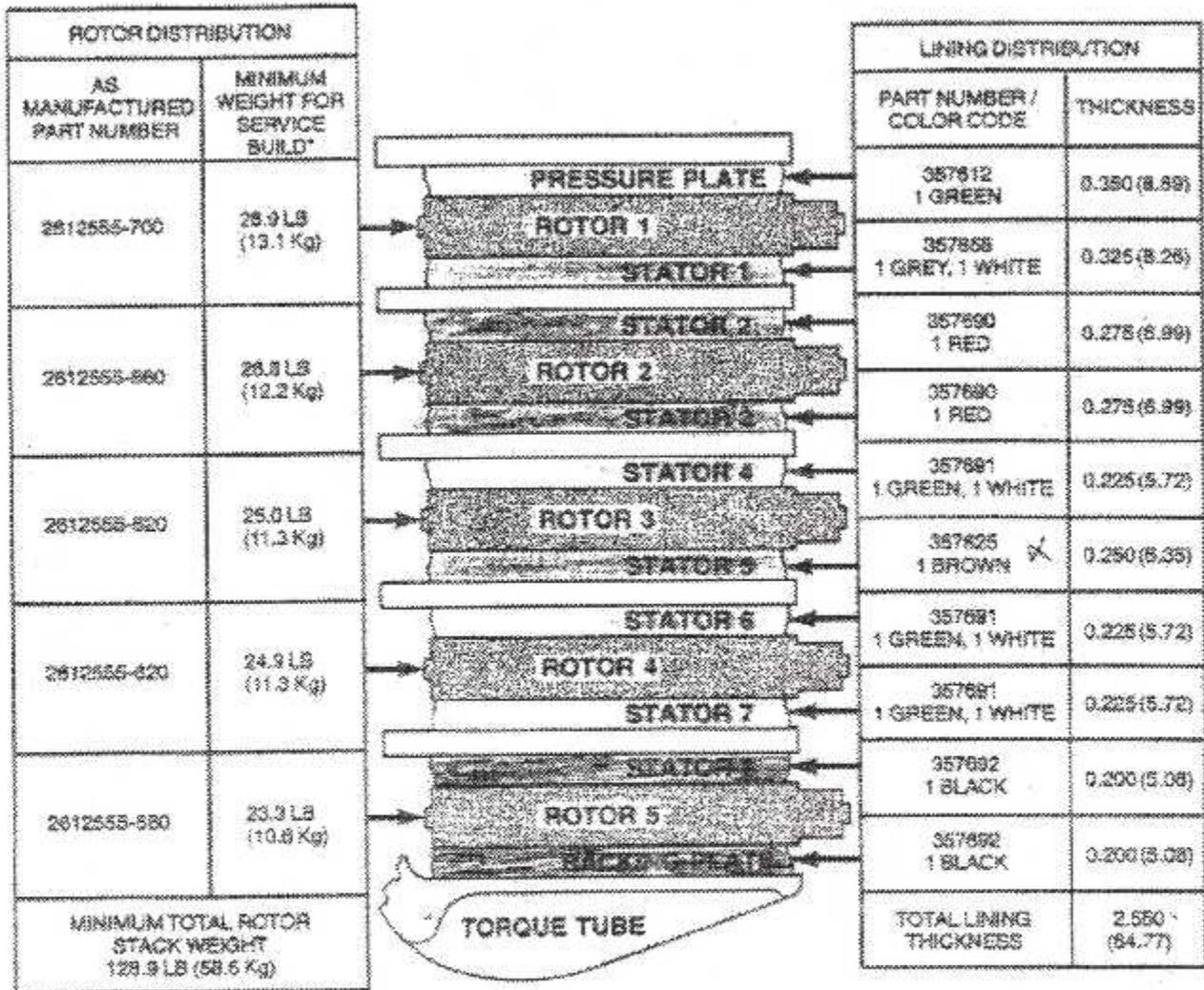


BLOC DE FREIN BOEING 737/800-NG
Partie I. Vue éclatée du Carter



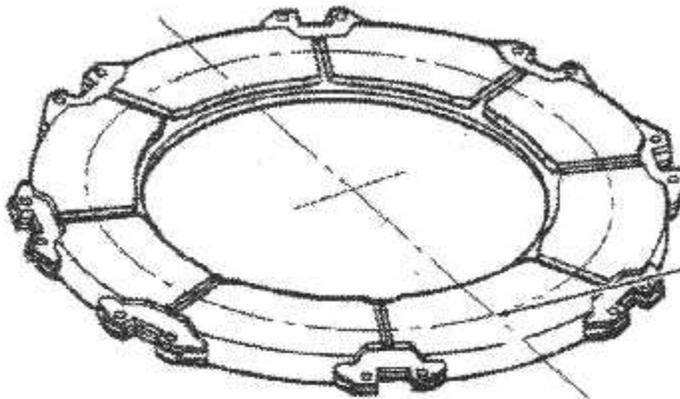
BLOC DE FREIN BOEING 737/800-NG
Partie II. Vue éclatée de l'ensemble Stator/Rotor

BRAKE PART NUMBER: 2812312-1
 WEAR PIN: 1.5 INCH (38.1 MM)
 MINIMUM RUNNING CLEARANCE: .. 0.110 INCH (2.79 MM)



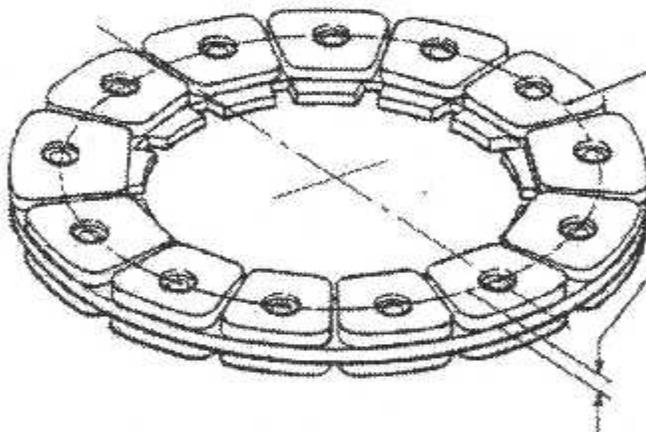
* ROTOR ASSEMBLIES IDENTIFIED WITH THE 2812555 PART NUMBER MAY BE USED IN ANY ROTOR POSITION WITHOUT REGARD TO THICKNESS AS LONG AS MINIMUM ROTOR WEIGHT IS ACHIEVED AT EACH ROTOR POSITION

Le schéma d'assemblage du bolc de frein
 (Stator - Rotor)



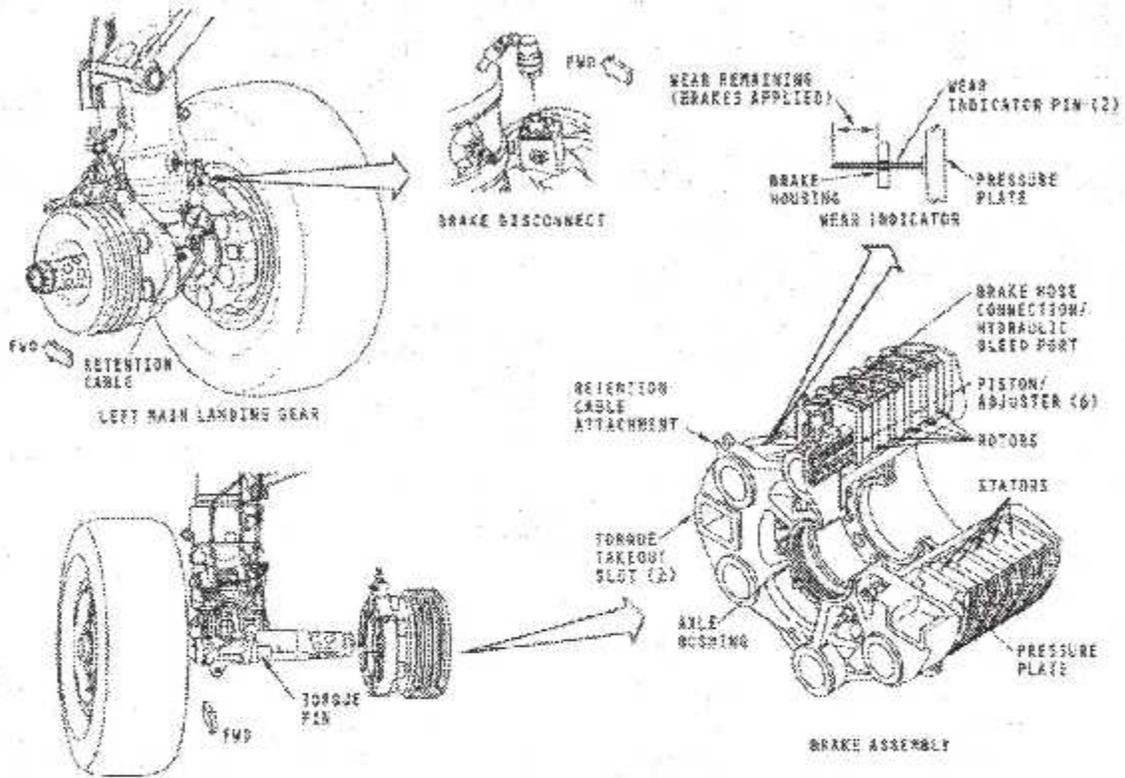
IDENTIFY LOCATION OF THE THINNEST ROTOR SEGMENT
OBTAIN THICKNESS MEASUREMENT IN CENTER OF SEGMENT AS SHOWN

Le Disque -Rotor-



MEASURE LININGS ON THIS CENTER LINE ADJACENT TO LINING FASTENER
IDENTIFY LOCATION OF THE THINNEST LINING ON EACH LINED SURFACE
OBTAIN LINING THICKNESS ADJACENT TO FASTENER, AS SHOWN, ON TWO CONSECUTIVE LININGS THAT ARE THE THINNEST OR MOST WORN
ACQUIRE THICKNESS DATA ON THE ACTUAL WEAR SURFACE AND NOT AT THE BOTTOM OF ANY LINING BREAK-OUT

Le Stator



**Le logement du Bloc de frein
&
son système hydraulique**

Honeywell

COMPONENT MAINTENANCE MANUAL

737 MAIN BRAKE ASSEMBLY, P/N 2612312

ILLUSTRATED PARTS LIST

FIG. ITEM	PART NUMBER	AIRLINE PART NO.	NOMENCLATURE	EFF. CODE	UNITS PER ASSY.
1-1	2612312-1		BRAKE ASSEMBLY, Main		1
10	2604374		. NUT, Self-locking, hex		12
20	MS20002C9		. WASHER, Flat		12
30	2609087		. BOLT, Machine		12
40	2603041		. PIN, Retaining		2
50	2603057		. PIN, Reline indicator		2
60	2612766		. PACKING, Preformed		1
70	AN502-10-6		. SCREW, Machine		2
80	MS35338-43		. WASHER, Lock-spring helical		2
90	2612380		. SCREW, Bleeder		2
100	2607027-011		. PACKING, Preformed		2
-105	AS3510-0212C		. CABLE, Safety (bleeder valve)		2
-105A	MS20995NC32		. WIRE, Nickel-copper (optional)		AR
-107	AS3510-02F		. FERRULE, Safety cable		2
			(To be used with item 105)		
110	2612381		. ADAPTER, Bleeder valve		2
120	151890		. PACKING, Preformed		2
130	MS15001-1		. FITTING, Lubricator		2
-140	2601743		. PLUG, Shipping		1
150	S274A102-13		. COUPLING HALF, Bulkhead		1
			(V11362)		
-155	AS3510-0112C		. CABLE, Safety (bulkhead coupling)		2
-155A	MS20995NC32		. WIRE, Nickel-copper (optional)		AR
-157	AS3510-01F		. FERRULE, Safety cable		2
			(To be used with item 155)		
160	BACR12BM-211		.. RING, Backup		2
170	2600428		.. PACKING, Preformed		1
			(Superseded by P/N NAS1611-211, use until exhausted)		
-170A	NAS1611-211		.. PACKING, Preformed		1
			(Supersedes P/N 2600428)		
-170B	NAS1611-211A		.. PACKING, Preformed		1
			(Optional)		
180	BACB30MR4HK2		.. BOLT, 12 Point head		4
190	BACW10BP4ACU		.. WASHER, Recessed		4

Honeywell

COMPONENT MAINTENANCE MANUAL

737 MAIN BRAKE ASSEMBLY, P/N 2612312

ILLUSTRATED PARTS LIST

FIG. ITEM	PART NUMBER	AIRLINE PART NO.	NOMENCLATURE	EFF. CODE	UNITS PER ASSY.
	1-200 2613454		. . TAG, Oil fill		1
R	210 2611946		. PIN, Alignment		1
R	-220 AS3510-0212C		. CABLE, Safety (piston bushings)		3
R	-220A MS20995NC32		. WIRE, Nickel-copper		AR
			(Optional)		
R	-225 F10-04		. FERRULE, Safety cable		2
			(To be used with item 220)		
	230 2607027-229		. PACKING, Preformed		6
	240 2606799-229		. RETAINER, Packing		12
	250 2612587		. COVER, Piston		6
	260 2611972		. RETAINER, Cover		6
	270 2612339		. PACKING, Preformed		6
	280 2612338		. WIPER, Piston		6
	290 2611964		. GUIDE, Spring		6
	300 2612577		. BUSHING, Piston		6
	310 2611154		. PIN, Lock		6
R	-310A MS20995C51		. WIRE, Lock (optional)		AR
	320 2611018		. NUT, Castellated		6
	330 2611113		. EXPANDER, Tube		6
	340 2612580		. TUBE, Adjuster		6
	350 2612578		. PIN, Adjuster		6
	360 2612533		. RETAINER, Pin		6
	370 2607027-011		. PACKING, Preformed		6
	380 2606799-011		. RETAINER, Packing		12
	390 2611973		. PACKING, Preformed		6
	400 2611974		. RETAINER, Packing		12
	410 MS16625-4137		. RING, Retaining, internal		6
	420 2611970		. RETAINER, Spring		6
	430 2612581		. SPRING, Helical compression		6
	440 2612576		. PISTON		6
	450 2603435		. PLATE, Instruction (Fluid)		1
	460 2609282		. PLATE, Instruction (Reline)		1
	470 40726		. DECAL (Name Plate)		1
	480 MS16562-235		. PIN, Spring		1

32-40-15

Honeywell

COMPONENT MAINTENANCE MANUAL
737 MAIN BRAKE ASSEMBLY, P/N 2612312
ILLUSTRATED PARTS LIST

FIG. ITEM	PART NUMBER	AIRLINE PART NO.	NOMENCLATURE	EFF. CODE	UNITS PER ASSY.
1-490	2612550-1		. PISTON HOUSING AND PLUG ASSEMBLY (Permanently marked as P/N 2612436)		1
500	AS3123-07		.. PLUG, Expansion, aluminum, short ... (Standard)		6
-500A	AS3123-57		.. PLUG, Expansion, aluminum, short ... (1st Oversize)		AR
510	AS3124-07		.. PIN, Expansion, aluminum, short		1
520	2611496-110		.. ORIFICE		2
530	MS21209F4-20		.. INSERT, Screw thread		4
-530A	2600715		.. DELETED		
-530B	2600829		.. INSERT, Screw thread		AR
			(2nd oversize)		
540	MS21209F4-20		.. INSERT, Screw thread		2
-540A	2600715		.. DELETED		
-540B	2600829		.. INSERT, Screw thread		AR
			(2nd oversize)		
550	2612561		. PLATE, Torque takeout		2
-550A	2614837		. PLATE, Torque takeout		AR
			(1st oversize)		
-550B	2614839		. PLATE, Torque takeout		AR
			(2nd oversize)		
			ATTACHING PARTS		
-555	AS3510-0212C		. CABLE, Safety		2
			(torque takeout plates)		
-555A	MS20995NC32		.. WIRE, Nickel-copper (optional)		AR
-557	F10-04		.. FERRULE, Safety cable		2
			(To be used with item 555)		
560	NAS509-4C		.. DELETED		
-560A	MS21042-4		.. NUT, Self-locking		2
570	NAS1149C0432R		.. WASHER, Flat		2
580	NAS334CPA7		.. DELETED		
-580A	NAS334CP10		.. BOLT, Close tolerance		2
			---*---		
590	2612530		.. BEARING, Axle IB		1
-590A	2613360		.. BEARING, Axle IB (Oversize)		AR

Honeywell

COMPONENT MAINTENANCE MANUAL

737 MAIN BRAKE ASSEMBLY, P/N 2612312

ILLUSTRATED PARTS LIST

FIG. ITEM	PART NUMBER	AIRLINE PART NO.	NOMENCLATURE	EFF. CODE	UNITS PER ASSY.
R 1-670B	MS20427-8x9		.. RIVET, Solid, carbon steel 0.25 inch (6.35 mm) x 0.5625 inch (14.29 mm) long (Optional)		14
R -680	2612875		.. DELETED ---		
R 690	2612555-620		. DELETED		
R -690A	2612555-660		. ROTOR ASSEMBLY 26.8 pounds (12.2 kg) minimum weight		1
R 695	2612875		. PLATE, Stator ATTACHING PARTS		1
R 700	357621		.. DELETED		
R -700A	357690		.. LINING, Cerametallic 0.275 inch (6.99 mm) nominal thickness (One red stripe)		14
R 705	357691		.. LINING, Cerametallic 0.225 inch (5.72 mm) nominal thickness (One green and one white stripe)		14
R x 710	2608438-1		.. RIVET, Semitubular, stainless steel 0.25 inch (6.35 mm) x 0.50 inch (12.7 mm) long		14
R -710A	MS20427-8x8		.. RIVET, Solid, carbon steel 0.25 inch (6.35 mm) x 0.50 inch (12.7 mm) long (Optional)		14
R -710B	MS20427-8x9		.. RIVET, Solid, carbon steel 0.25 inch (6.35 mm) x 0.5625 inch (14.29 mm) long (Optional)		14
R -720	2612875		.. DELETED ---		
R 730	2612555-580		. DELETED		
R -730A	2612555-620		. ROTOR ASSEMBLY 25.0 pounds (11.3 kg) minimum weight		1
R 735	2612875		. PLATE, Stator ATTACHING PARTS		1

32-40-15

Honeywell

COMPONENT MAINTENANCE MANUAL

737 MAIN BRAKE ASSEMBLY, P/N 2612312

ILLUSTRATED PARTS LIST

FIG. ITEM	PART NUMBER	AIRLINE PART NO.	NOMENCLATURE	EFF. CODE	UNITS PER ASSY.
			ATTACHING PARTS		
R	1-740	357625	.. LINING, Cerametallic 0.250 inch (6.35 mm) nominal thickness (One brown stripe)		14
R	745	357691	.. LINING, Cerametallic 0.225 inch (5.72 mm) nominal thickness (One green and one white stripe)		14
R	750	2608438-1	.. RIVET, Semitubular, stainless steel 0.25 inch (6.35 mm) x 0.50 inch (12.7 mm) long		14
R	-750A	MS20427-8x8	.. RIVET, Solid, carbon steel 0.25 inch (6.35 mm) x 0.50 inch (12.7 mm) long (Optional)		14
R	-750B	MS20427-8x9	.. RIVET, Solid, carbon steel 0.25 inch (6.35 mm) x 0.5625 inch (14.29 mm) long (Optional)		14
R	-760	2612875	.. DELETED		
			---*---		
R	770	2612555-580	.. DELETED		
R	-770A	2612555-620	.. ROTOR ASSEMBLY 24.9 pounds (11.3 kg) minimum weight		1
R	775	2612875	.. PLATE, Stator		1
			ATTACHING PARTS		
R	780	357691	.. LINING, Cerametallic 0.225 inch (5.72 mm) nominal thickness (One green and one white stripe)		14
R	785	357692	.. LINING, Cerametallic 0.200 inch (5.08 mm) nominal thickness (One black stripe)		14
R	790	2608438-1	.. RIVET, Semitubular, stainless steel 0.25 inch (6.35 mm) x 0.50 inch (12.7 mm) long (Optional)		14
R	-790A	MS20427-8x8	.. RIVET, Solid, carbon steel 0.25 inch (6.35 mm) x 0.50 inch (12.7 mm) long (Optional)		14

Honeywell

COMPONENT MAINTENANCE MANUAL

737 MAIN BRAKE ASSEMBLY, P/N 2612312

ILLUSTRATED PARTS LIST

	FIG. ITEM	PART NUMBER	AIRLINE PART NO.	NOMENCLATURE	EFF. CODE	UNITS PER ASSY.
R	1-790B	MS20427-8x9		.. RIVET, Solid, carbon steel 0.25 inch (6.35 mm) x 0.5625 inch (14.29 mm) long (Optional)		14
R	-800	2612875		.. DELETED ---*---		
	810	2612555-540		.. DELETED		
R	-810A	2612555-580		.. ROTOR ASSEMBLY 23.3 pounds (10.6 kg) minimum weight		1
R	-820	357625		.. DELETED		
R	-830	2608438-3		.. DELETED		
R	840	2612553-1		.. TORQUE TUBE AND BEARING ASSEMBLY (Permanently marked as P/N 2612509)		1
				ATTACHING PARTS		
	850	2612554		.. BEARING, Axle OB		1
R	-850A	2615060		.. BEARING, Axle OB (oversize) (Available August 2002)		1
R	-860	2609283		.. WASHER, Shouldered (Repair of Lining Fastener Hole)		AR
R	870	357692		.. LINING, Cerametallic 0.200 inch (5.08 mm) nominal thickness (One black stripe)		14
R	880	2608438-3		.. RIVET, Semitubular, stainless steel 0.25 inch (6.35 mm) x 0.42 inch (10.7 mm) long		14
R	-880A	MS20427-8x8		.. RIVET, Solid, carbon steel 0.25 inch (6.35 mm) x 0.50 inch (12.7 mm) long (Optional)		14
				---*---		
				SERVICE LININGS FOR CUSTOM CONFIGURATIONS (Items 890 through 930)		
R	-890	357622		.. LINING, Cerametallic 0.400 inch (10.16 mm) nominal thickness (One red and one yellow stripe)		AR

Honeywell

COMPONENT MAINTENANCE MANUAL

737 MAIN BRAKE ASSEMBLY, P/N 2612312

ILLUSTRATED PARTS LIST

FIG. ITEM	PART NUMBER	AIRLINE PART NO.	NOMENCLATURE	EFF. CODE	UNITS PER ASSY.
R 1-895	357654		.. LINING, Cerametallic 0.375 inch (9.53 mm) nominal thickness (One black and one blue stripe)		AR
R -900	357612		.. LINING, Cerametallic 0.350 inch (8.89 mm) nominal thickness (One green stripe)		AR
R -905	357656		.. LINING, Cerametallic 0.325 inch (8.26 mm) nominal thickness (One grey and one white stripe)		AR
R -910	357621		.. LINING, Cerametallic 0.300 inch (7.62 mm) nominal thickness (One blue stripe)		AR
R -915	357690		.. LINING, Cerametallic 0.275 inch (6.99 mm) nominal thickness (One red stripe)		AR
R -920	357625		.. LINING, Cerametallic 0.250 inch (6.35 mm) nominal thickness (One brown stripe)		AR
R -925	357691		.. LINING, Cerametallic 0.225 inch (5.72 mm) nominal thickness (One green and one white stripe)		AR
R -930	357692		.. LINING, Cerametallic 0.200 inch (5.08 mm) nominal thickness (One black stripe)		AR
			SERVICE ROTORS (Items 940 through 970) (New or used rotors may be interchanged in the brake assembly based on the minimum weight requirements at each rotor position)		
R -940	2612555-780		.. ROTOR ASSEMBLY (Observe minimum weight for the installed position)		AR
R -945	2612555-740		.. ROTOR ASSEMBLY (Observe minimum weight for the installed position)		AR
R -950	2612555-700		.. ROTOR ASSEMBLY (Observe minimum weight for the installed position)		AR

Pin = goupillo

Honeywell

COMPONENT MAINTENANCE MANUAL

737 MAIN BRAKE ASSEMBLY, P/N 2612312

ILLUSTRATED PARTS LIST

FIG. ITEM	PART NUMBER	AIRLINE PART NO.	NOMENCLATURE	EFF. CODE	UNITS PER ASSY.
R 1-595	2612725		. PLATE, Pressure		1
			ATTACHING PARTS		
R 600	357621		.. DELETED		
R -600A	357612		.. LINING, Cerametallic		14
			0.350 inch (8.89 mm) nominal thickness (One green stripe)		
R > 610	2608438-3		. RIVET, Semitubular, stainless steel		14
			0.25 inch (6.35 mm) x 0.42 (10.7 mm) long		
R -610A	MS20427-8x8		. RIVET, Solid, carbon steel		14
			0.25 inch (6.35 mm) x 0.50 inch (12.7 mm) long (optional)		
			---*		
	620 2603038		.. RETAINER, Pin <i>serviteur</i>		2
			ATTACHING PARTS		
R 630	MS20427M6-6		.. RIVET, Solid		2
			---*		
R -640	2612725		. DELETED		
R 650	2612555-660		. DELETED		
R -650A	2612555-700		. ROTOR ASSEMBLY		1
			28.9 pounds (13.1 kg) minimum weight		
R 655	2612875		. PLATE, Stator		1
			ATTACHING PARTS		
R 660	357621		.. DELETED		
R 660A	357656		.. LINING, Cerametallic		14
			0.325 inch (8.26 mm) nominal thickness (One grey and one white stripe)		
R 665	357690		.. LINING, Cerametallic		14
			0.275 inch (6.99 mm) nominal thickness (One red stripe)		
R 670	2608438-1		.. RIVET, Semitubular, stainless steel		14
			0.25 inch (6.35 mm) x 0.50 inch (12.7 mm) long		
R -670A	MS20427-8x8		.. RIVET, Solid, carbon steel		14
			0.25 inch (6.35 mm) x 0.50 inch (12.7 mm) long (Optional)		

Honeywell

COMPONENT MAINTENANCE MANUAL

737 MAIN BRAKE ASSEMBLY, P/N 2612312

ILLUSTRATED PARTS LIST

FIG. ITEM	PART NUMBER	AIRLINE PART NO.	NOMENCLATURE	EFF. CODE	UNITS PER ASSY.
R 1-955	2612555-660		. ROTOR ASSEMBLY (Observe minimum weight for the installed position)		AR
R -960	2612555-620		. ROTOR ASSEMBLY (Observe minimum weight for the installed position)		AR
R -965	2612555-580		. ROTOR ASSEMBLY (Observe minimum weight for the installed position)		AR
R -970	2612555-540		. ROTOR ASSEMBLY (Observe minimum weight for the installed position)		AR

32-40-15

▪ Annexe 02 :

Fonction Erreur

La fonction erreur de l'argument Z est définie par :

$$\operatorname{erf}(Z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^Z e^{-Z^2} dZ$$

la fonction erreur complémentaire de l'argument Z est définie par :

$$\operatorname{erfc}(Z) = 1 - \operatorname{erf}(Z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_Z^{\infty} e^{-Z^2} dZ$$

Quelques propriétés de la fonction erreur :

- * $\operatorname{erf}(\infty) = 1$
- * $\operatorname{erf}(-Z) = -\operatorname{erf}(Z)$
- * $\frac{d}{dZ} [\operatorname{erf}(Z)] = \frac{2}{\sqrt{\pi}}$
- * $\int_0^{\infty} \operatorname{erfc}(Z) dZ = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$

l'intégrale de la fonction erreur complémentaire est :

$$\int_Z^{\infty} \operatorname{erfc}(Z) dZ = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-Z^2} - Z \operatorname{erfc}(Z)$$

La dérivée de la fonction erreur complémentaire par rapport à t est :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{z}{\sqrt{\alpha t}} \right) \right] = \frac{z}{\sqrt{4\pi\alpha} t^{3/2}} e^{-\frac{z^2}{4\alpha t}}$$

▪ Annexe 03 :

Résultats de la variation de la densité de flux en fonction du temps

Temps (s)	Densité de flux de chaleur (W/m ²)
0	2003823.66
1	1934726.23
2	1865628.80
3	1796531.52
4	1727434.09
5	1658336.81
6	1589239.38
7	1520141.95
8	1451044.67
9	1381947.39
10	1312849.96
11	1243752.61
12	1174655.25
13	1105557.90
14	1036460.54
15	967363.11
16	898265.77
17	829168.37
18	760070.97
19	690973.69
20	621876.29
21	552778.95
22	483681.55
23	414584.18
24	345486.84
25	276389.47
26	207292.09
27	138194.73
28	69097.37
29	0.00

▪ **Annexe 04 : Résultats de la variation de la Température pour 'z' fixe et 't' varie**

z = 0 m		z = 0,001 m		z = 0,002 m		z = 0,003 m	
t (s)	Température (°K)	t (s)	Température (°K)	t (s)	Température (°K)	t (s)	Température (°K)
0	293,15	0	293,15	0	293,15	0	293,15
1	308,4284	1	310,6982	1	317,501	1	328,8171
2	362,6858	2	365,2338	2	372,8704	2	385,5727
3	421,1818	3	423,6946	3	431,2251	3	443,7501
4	478,4467	4	480,8749	4	488,1515	4	500,253
5	533,6194	5	535,9551	5	542,9545	5	554,5939
6	586,5643	6	588,8064	6	595,5247	6	606,6959
7	637,26	7	639,4083	7	645,845	7	656,5469
8	685,7032	8	687,7575	8	693,9127	8	704,1452
9	731,8932	9	733,8537	9	739,7272	9	749,4903
10	775,8301	10	777,6967	10	783,2886	10	792,5823
11	817,5139	11	819,2866	11	824,5968	11	833,4211
12	856,9445	12	858,6233	12	863,6519	12	872,0067
13	894,1218	13	895,7068	13	900,4537	13	908,3392
14	929,0461	14	930,5371	14	935,0024	14	942,4184
15	961,7171	15	963,1143	15	967,2979	15	974,2445
16	992,1349	16	993,4382	16	997,3402	16	1003,817
17	1020,3	17	1021,509	17	1025,129	17	1031,137
18	1046,211	18	1047,327	18	1050,665	18	1056,204
19	1069,87	19	1070,891	19	1073,948	19	1079,017
20	1091,275	20	1092,202	20	1094,978	20	1099,577
21	1110,427	21	1111,26	21	1113,754	21	1117,884
22	1127,325	22	1128,065	22	1130,278	22	1133,938
23	1141,971	23	1142,617	23	1144,548	23	1147,739
24	1154,364	24	1154,916	24	1156,565	24	1159,286
25	1164,503	25	1164,961	25	1166,326	25	1168,581
26	1172,389	26	1172,753	26	1173,839	26	1175,622
27	1178,022	27	1178,292	27	1179,096	27	1180,41
28	1181,402	28	1181,578	28	1182,101	28	1182,945
29	1182,528	29	1182,611	29	1182,852	29	1183,227

z = 0,004 m		z = 0,005 m		z = 0,006 m		z = 0,007 m		z = 0,008 m	
t (s)	Temp (°K)								
0	293,15	0	293,15	0	293,15	0	293,15	0	293,15
1	344,6135	1	364,844	1	389,4493	1	418,357	1	451,4812
2	403,3024	2	426,0062	2	453,6154	2	486,0462	2	523,1992
3	461,2306	3	483,6119	3	510,8239	3	542,781	3	579,3818
4	517,1405	4	538,7592	4	565,0386	4	595,8928	4	631,2202
5	570,8342	5	591,6209	5	616,8834	5	646,5356	5	680,476
6	622,2806	6	642,2244	6	666,4567	6	694,8914	6	727,4268
7	671,4748	7	690,5739	7	713,7739	7	740,9886	7	772,1163
8	718,416	8	736,6702	8	758,8375	8	784,8317	8	814,5513
9	763,1039	9	780,5132	9	801,6478	9	826,4216	9	854,733
10	805,5387	10	822,103	10	842,205	10	865,7583	10	892,6614
11	845,7203	11	861,4398	11	880,5089	11	902,8418	11	928,3367
12	883,6487	12	898,5233	12	916,5597	12	937,6722	12	961,7589
13	919,324	13	933,3536	13	950,3574	13	970,2493	13	992,9277
14	952,7462	14	965,9307	14	981,9018	14	1000,573	14	1021,844
15	983,915	15	996,2547	15	1011,193	15	1028,644	15	1048,506
16	1012,831	16	1024,326	16	1038,231	16	1054,462	16	1072,916
17	1039,493	17	1050,143	17	1063,016	17	1078,026	17	1095,072
18	1063,903	18	1073,708	18	1085,548	18	1099,338	18	1114,975
19	1086,059	19	1095,019	19	1105,826	19	1118,396	19	1132,625
20	1105,962	20	1114,077	20	1123,852	20	1135,201	20	1148,021
21	1123,612	21	1130,882	21	1139,624	21	1149,752	21	1161,165
22	1139,009	22	1145,434	22	1153,143	22	1162,051	22	1172,055
23	1152,152	23	1157,732	23	1164,409	23	1172,096	23	1180,692
24	1163,042	24	1167,778	24	1173,422	24	1179,888	24	1187,076
25	1171,68	25	1175,57	25	1180,181	25	1185,427	25	1191,207
26	1178,064	26	1181,109	26	1184,688	26	1188,713	26	1193,085
27	1182,194	27	1184,395	27	1186,941	27	1189,746	27	1192,709
28	1184,072	28	1185,427	28	1186,941	28	1188,526	28	1190,081
29	1183,697	29	1184,207	29	1184,688	29	1185,052	29	1185,199

**Résultats de la variation de la Température
pour 't' fixe et 'z' varie**

t = 0 s		t = 3 s		t = 6 s	
z (m)	Température (°K)	z (m)	Température (°K)	z (m)	Température (°K)
-0.008	293,15	-0.008	579,3818	-0.008	727,4268
-0.007	293,15	-0.007	542,781	-0.007	694,8914
-0.006	293,15	-0.006	510,8239	-0.006	666,4567
-0.005	293,15	-0.005	483,6119	-0.005	642,2244
-0.004	293,15	-0.004	461,2306	-0.004	622,2806
-0.003	293,15	-0.003	443,7501	-0.003	606,6959
-0.002	293,15	-0.002	431,2251	-0.002	595,5247
-0.001	293,15	-0.001	423,6946	-0.001	588,8064
0	293,15	0	421,1818	0	586,5643
0.001	293,15	0.001	423,6946	0.001	588,8064
0.002	293,15	0.002	431,2251	0.002	595,5247
0.003	293,15	0.003	443,7501	0.003	606,6959
0.004	293,15	0.004	461,2306	0.004	622,2806
0.005	293,15	0.005	483,6119	0.005	642,2244
0.006	293,15	0.006	510,8239	0.006	666,4567
0.007	293,15	0.007	542,781	0.007	694,8914
0.008	293,15	0.008	579,3818	0.008	727,4268

t = 9 s		t = 12 s		t = 15 s	
z (m)	Température (°K)	z (m)	Température (°K)	z (m)	Température (°K)
-0.008	854,733	-0.008	961,7589	-0.008	1048,506
-0.007	826,4216	-0.007	937,6722	-0.007	1028,644
-0.006	801,6478	-0.006	916,5597	-0.006	1011,193
-0.005	780,5132	-0.005	898,5233	-0.005	996,2547
-0.004	763,1039	-0.004	883,6487	-0.004	983,915
-0.003	749,4903	-0.003	872,0067	-0.003	974,2445
-0.002	739,7272	-0.002	863,6519	-0.002	967,2979
-0.001	733,8537	-0.001	858,6233	-0.001	963,1143
0	731,8932	0	856,9445	0	961,7171
0.001	733,8537	0.001	858,6233	0.001	963,1143
0.002	739,7272	0.002	863,6519	0.002	967,2979
0.003	749,4903	0.003	872,0067	0.003	974,2445
0.004	763,1039	0.004	883,6487	0.004	983,915
0.005	780,5132	0.005	898,5233	0.005	996,2547
0.006	801,6478	0.006	916,5597	0.006	1011,193
0.007	826,4216	0.007	937,6722	0.007	1028,644
0.008	854,733	0.008	961,7589	0.008	1048,506

t = 18 s		t = 21 s		t = 24 s	
z (m)	Température (°K)	z (m)	Température (°K)	z (m)	Température (°K)
-0.008	1114,975	-0.008	1161,165	-0.008	1187,076
-0.007	1099,338	-0.007	1149,752	-0.007	1179,888
-0.006	1085,548	-0.006	1139,624	-0.006	1173,422
-0.005	1073,708	-0.005	1130,882	-0.005	1167,778
-0.004	1063,903	-0.004	1123,612	-0.004	1163,042
-0.003	1056,204	-0.003	1117,884	-0.003	1159,286
-0.002	1050,665	-0.002	1113,754	-0.002	1156,565
-0.001	1047,327	-0.001	1111,26	-0.001	1154,916
0	1046,211	0	1110,427	0	1154,364
0.001	1047,327	0.001	1111,26	0.001	1154,916
0.002	1050,665	0.002	1113,754	0.002	1156,565
0.003	1056,204	0.003	1117,884	0.003	1159,286
0.004	1063,903	0.004	1123,612	0.004	1163,042
0.005	1073,708	0.005	1130,882	0.005	1167,778
0.006	1085,548	0.006	1139,624	0.006	1173,422
0.007	1099,338	0.007	1149,752	0.007	1179,888
0.008	1114,975	0.008	1161,165	0.008	1187,076

t = 27 s		t = 28 s		t = 29 s	
z (m)	Température (°K)	z (m)	Température (°K)	z (m)	Température (°K)
-0.008	1192,709	-0.008	1190,081	-0.008	1185,199
-0.007	1189,746	-0.007	1188,526	-0.007	1185,052
-0.006	1186,941	-0.006	1186,941	-0.006	1184,688
-0.005	1184,395	-0.005	1185,427	-0.005	1184,207
-0.004	1182,194	-0.004	1184,072	-0.004	1183,697
-0.003	1180,41	-0.003	1182,945	-0.003	1183,227
-0.002	1179,096	-0.002	1182,101	-0.002	1182,852
-0.001	1178,292	-0.001	1181,578	-0.001	1182,611
0	1178,022	0	1181,402	0	1182,528
0.001	1178,292	0.001	1181,578	0.001	1182,611
0.002	1179,096	0.002	1182,101	0.002	1182,852
0.003	1180,41	0.003	1182,945	0.003	1183,227
0.004	1182,194	0.004	1184,072	0.004	1183,697
0.005	1184,395	0.005	1185,427	0.005	1184,207
0.006	1186,941	0.006	1186,941	0.006	1184,688
0.007	1189,746	0.007	1188,526	0.007	1185,052
0.008	1192,709	0.008	1190,081	0.008	1185,199

- **Annexe 05**

Les programmes de calcul


```

c *****
c
c      Programme de Calcul de la Température T(Z,t)
c
c      En Fonction du Temps(t) Avec Z=fixe
c *****
c      DIMENSION Temp(30,30)
c      REAL A1,A2,b1,b2,F,a,Cf,tf,T0,k,L,Alpha
c      OPEN (1,file='Température.dat')
c ***** Les données *****
c
c      A1=0.07237      !La Section du Corps1 est: A1= [m²]
c      A2=0.07182      !La Section du Corps2 est: A2= [m²]
c      b1=1.38e4        !L'Effusivité du corps1 est: b1= [J/M² °ks1/2]
c      b2=4980.361     !L'Effusivité du corps2 est: b2= [J/M² °ks1/2]
c      F=111720.       !La Force de Freinage est: F= [N]
c      a=4.            !La Décélération est: a= [M/s²]
c      Cf=0.21         !Le Coefficient de Frottement est: Cf=
c      tf=29           !Le Temps de Frienage est: tf= [s]
c      T0=293.15       !La Température Initiale est: T0= [°k]
c      Alpha=0.12e-4   !La Diffusivité Thermique est: Alpha= [M²/s]
c      L=0.008         !L'Epaisseur du Disque est: L= [M]
c      k=46.           !La Conductivité Thermique est: K= [W/M°k]
c *****
c
c      DO J=1,9
c      DO I=1,30
c      z=J*0.001-0.001
c      t=1-1
c      Temp(I,J)=(((a*F*tf*Cf)*(Alpha*A1*b1))/(((A1*b1)+(A2*b2))*(k*L)))
c      +*((-(t**2)/(2*tf))+1-((L**2)/(2*tf*Alpha))*((Z**2)/(L**2))-(1/3)
c      +))*t+((L**4)/(24*tf*(Alpha**2)))*(1-(exp(-(3.14**2)*Alpha*t/(L**2)
c      +)))*((-Z**4)/(L**4))+((2+((12*tf*Alpha)/(L**2))))*((Z**2)/(L**2))
c      +-(7/15)+4*((Alpha*t)/(L**2)))))+T0

```

```
END DO
END DO
!Z fixe      !temps variable
write(1,180)
180format(5x,30(' Temps = '))
DO j=1,9
write(1,'(5x,30F15.5)')(temp(i,j), i=1,30)
END DO
write(1,170)
170format(//,'2eme Tableau')
!Z variable  !temps fixe
DO i=1,30
write(1,'(5x,7F15.5)')(temp(i,j), j=1,9)
END DO
STOP
END
```

Programme source en MatLab pour la distribution
de la Température en 3D.

```
[t,z]=meshgrid(0:1:29,-0.008:0.001:0.008);
theta=zeros(13,30);
%N=10;
%P=20;
L=0.008;
tf=29;
alpha=0.000012;
a=L^2/(2*tf*alpha);
b=1/L^2;
c=1/(2*tf);
d=L^4/(24*tf*alpha^2);
e=(alpha*pi^2)/L^2;
f=1/L^4;
g=(2+((12*alpha*tf)/(L^2)));
h=7/15+((4*alpha*tf)/L^2);
N=4*111720*0.21*tf*0.07237*13800/(0.007237*13800+0.07182*4980.361);
P=alpha/(46*L);
for i=1:13
for j=1:30
theta(i,j)=293+ N*P*(t(i,j)*(1-a*(b*z(i,j)^2-1/3)) - c*t(i,j)^2+ d*(1-exp(-e*t(i,j))))*(-
i*z(i,j)^4+ g*b*(z(i,j)^2)-h ));
end
end
%map=brighten(-1);
%colormap([0.0 0.0 1.0])
%brighten(1)
surf(t,z,theta)
%shading interp
%colormap(gray);
%contour(t,z,theta,20)
```

Résumé

Pendant le freinage par frottement, les énergies cinétiques et potentielles sont transformées en chaleur. La forte montée de température et l'apparition de points chauds sur le disque est une des causes de l'usure pour le couple disque / garniture. Les températures atteintes dépendent des propriétés thermiques et mécaniques des organes en frottement, de l'importance de l'effort de freinage, et déterminent largement la vitesse d'usure des matériaux composites utilisés aujourd'hui pour les patins, et peut être aussi du métal des disques.

La volonté de baisser le niveau des températures et d'obtenir une répartition uniforme de celle-ci pour limiter les contraintes thermiques dans le disque nous a conduit à rechercher des stratégies de refroidissement. Deux axes de recherche ont été développés, un modèle mathématique du comportement thermique du disque classique. La distribution de la température dans l'épaisseur du disque a permis d'obtenir les profils de température, ainsi que les zones à températures élevées.

Une modélisation du disque équipé de caloduc présentée comme une proposition. Une partie de la chaleur générée par frottement du patin sur le disque au cours du freinage sera transférée vers moyeu du disque par l'effet caloduc et évacuée par convection dans l'air.