

République Algérienne Démocratique et Populaire



MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DE BLIDA  
INSTITUT D'ELECTRONIQUE

THESE DE MAGISTER

SPECIALITE : ELECTRONIQUE  
OPTION : COMMUNICATION

THEME



**TECHNIQUES DE RESTAURATION  
D'IMAGES BASEES SUR LA  
METHODE DES CARRES GRECO-LATINS  
POUR LA PRESERVATION DE DETAILS**

Présentée par : M<sup>me</sup> ABDALLAH née BRANECI OUAHIBA

Soutenue le 4 février 1998 devant le jury composé de:

M' Guessoum A. , maître de conférence à l'Université de Blida .	Président
M' Benteftifa H.M. , maître assistant à l'Université de Blida.	Rapporteur
M <sup>elle</sup> Benblidia N., chargée de cours à l'Université de Blida.	Examineur
M' Berkani D., maître de conférence à l'Ecole Nationale Polytechnique d'El Harrach.	Examineur
M <sup>me</sup> Guerti M. , maître de conférence à l'Ecole Nationale Polytechnique d'El Harrach.	Examineur
M' Namane A., chargé de cours à l'Université de Blida.	Invité



32-530-567-1

République Algérienne Démocratique et Populaire

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DE BLIDA  
INSTITUT D'ELECTRONIQUE

**THESE DE MAGISTER**

SPECIALITE : ELECTRONIQUE  
OPTION : COMMUNICATION

**THEME**

**TECHNIQUES DE RESTAURATION  
D'IMAGES BASEES SUR LA  
METHODE DES CARRES GRECO-LATINS  
POUR LA PRESERVATION DE DETAILS**

Présentée par : M<sup>me</sup> ABDALLAH née BRANECI OUAHIBA

Soutenue le 4 février 1998 devant le jury composé de:

M <sup>r</sup> Guessoum A. , maître de conférence à l'Université de Blida .	Président
M <sup>r</sup> Benteftifa H.M. , maître assistant à l'Université de Blida.	Rapporteur
M <sup>elle</sup> Benblidia N., chargée de cours à l'Université de Blida.	Examineur
M <sup>r</sup> Berkani D., maître de conférence à l'Ecole Nationale Polytechnique d'El Harrach.	Examineur
M <sup>me</sup> Guerti M. , maître de conférence à l'Ecole Nationale Polytechnique d'El Harrach.	Examineur
M <sup>r</sup> Namane A., chargé de cours à l'Université de Blida.	Invité

## **DEDICACES**

*Je dédie ce modeste travail :*

*A la mémoire de mes très chers parents.*

*A mon époux qui m'a témoigné de son soutien moral durant le parcours de ma thèse.*

*A mes chers fils Salim et Mounir.*

*A mon frère et mes soeurs ainsi qu'à leurs petites familles respectives.*

*A mes beaux-parents ainsi qu'à mes beaux-frères et belles-soeurs.*

*A toutes mes amies.*

***Ouahiba.***

## **REMERCIEMENTS**

Je ne saurais introduire ce tout modeste mémoire sans exprimer ma vive reconnaissance à qui de droit.

Ce travail a été effectué à l'Institut d'Electronique de l'Université de Blida sous la direction de M<sup>r</sup> Benteftifa M.H., Phd en traitement d'images, auquel je présente ici ma profonde gratitude.

Je remercie particulièrement M<sup>lle</sup> Benblidia N. et M<sup>r</sup> Namane A., membre du comité de lecture, qui se sont donnés la peine de faire le parcours des corrections nécessaires.

Je remercie vivement M<sup>r</sup> A. Guessoum, maître de conférence à l'Institut d'Electronique de Blida, qui me fait l'honneur d'assurer la présidence du jury.

Mes sincères remerciements vont à:

- M<sup>me</sup> Guerti, maître de conférence à l'Ecole Nationale Polytechnique d'El Harrach.
- M<sup>r</sup> Berkani, maître de conférence à l'Ecole Nationale Polytechnique d'El Harrach.

pour l'honneur qu'ils me font en participant à ce jury.

J'adresse également mes vifs remerciements à mes aimables collègues du laboratoire de la post-graduation, pour leur soutien moral né dans un climat familial. Sans pour autant oublier M<sup>r</sup> Benyahia, M<sup>r</sup> Anou, M<sup>r</sup> Yacoub ainsi que M<sup>elle</sup> Hadji .

Je ne peux manquer de remercier les amies et collègues qui ont de près ou de loin contribué à l'élaboration de cette étude.

## ***RESUME***

L'approche proposée dans cette étude est basée sur la détection et la préservation des structures physiques présentes dans une image à restaurer. Avec l'utilisation de filtres statistiques basés sur l'analyse de variance, la restauration est effectuée en deux étapes: détection de lignes de largeur d'un pixel orientées dans les directions  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  et  $135^\circ$  et filtrage non-linéaire.

Ce travail permet d'évaluer la nouvelle approche des Carrés Gréco-latins (GLS) de la méthode statistique de l'analyse de variance (ANOVA) sur des images contaminées par du bruit de distribution spécifiée.

Une comparaison des performances des filtres proposés par rapport aux filtres médian et filtres médian à étage multiples du point de vue de la préservation de détails et élimination des contaminations est effectuée.

## ***ABSTRACT***

The image restoration problem developed in this work is based on the detection and preservation of physical structures within the image. With the use of statistical filters centred around the analysis of variance, the restoration is made by two stages: detection of lines of width one pixel oriented in  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  and  $135^\circ$  and no linear filtering.

Overall, this work allows us to evaluate the new approach based on Greco Latin squares (within the analysis of variance framework) on images contaminated by noise of various distribution.

A comparison of the filter performance is proposed in order to evaluate our filters with respect to the median filter and other filters. The criteria being the detail preservation and suppression of contamination.

## SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE.....	1
----------------------------	---

### **CHAPITRE 1: RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE**

#### **PARTIE A: RESTAURATION D'IMAGES PAR FILTRAGE LINEAIRE**

1- INTRODUCTION.....	4
2- DECONVOLUTION A L'AIDE DE FILTRES LINEAIRES.....	4
2-1 FILTRE INVERSE.....	5
2-2 ESTIMATEUR DE WIENER.....	7

#### **PARTIE B: RESTAURATION D'IMAGES PAR FILTRAGE NON LINEAIRE**

1- INTRODUCTION.....	9
2- PRESENTATION DE QUELQUES FILTRES NON LINEAIRES.....	11
2-1 FILTRES A ETAGES MULTIPLES.....	11
2-1-1 PRINCIPE DU FILTRE A ETAGES MULTIPLES.....	11
2-1-2 PROPRIETES STATISTIQUES.....	16
2-1-3 COMPARAISON DES PERFORMANCES.....	18
2-1-4 REMARQUES.....	21
2-2 FILTRES INFERIEUR-SUPERIEUR-MILIEU.....	21
2-2-1 INTRODUCTION.....	21
2-2-2 FILTRES LUM.....	22
2-2-3 PROPRIETES STATISTIQUES DES FILTRES LUM.....	24
2-2-4 RESULTATS EXPERIMENTAUX.....	26
2-2-5 REMARQUES.....	27
3- CONCLUSION.....	28

### **CHAPITRE 2: MODELE STATISTIQUE LINEAIRE**

1- INTRODUCTION.....	29
2- MODELES LINEAIRES.....	30
2-1 PARAMETRES D'ESTIMATION.....	30
2-2 TEST D'HYPOTHESE LINEAIRE.....	32
3- CONCEPTION UNIDIRECTIONNELLE.....	33
4- CONCEPTION BIDIRECTIONNELLE.....	36

5- MODELE CARRE LATIN.....	39
6-MODELE CARRE GRECO-LATIN "GRECO-LATIN-SQUARE".....	44
7- FONCTIONS DE CONTRASTES.....	47
7-1 TECHNIQUES DE COMPARAISONS MULTIPLES.....	48
7-2 FONCTIONS ESTIMABLES.....	49
8- CONCLUSION.....	51

### **CHAPITRE 3 FILTRES A CONTRAINTES STRUCTURELLES**

1- INTRODUCTION.....	52
2- FILTRES GLS UTILISANT LES STATISTIQUES-F.....	53
3- FILTRES GLS UTILISANT LES FONCTIONS DE CONTRASTES.....	55
3-1 FILTRES GLS AVEC UN CONTRASTE PAR DIRECTION.....	58
3-2 FILTRES GLS AVEC QUATRE CONTRASTES PAR DIRECTION.....	59
4- FILTRES GLS AVEC APPROCHES BASEES SUR LES CONTRASTES.....	62
5- ORGANIGRAMMES.....	63
5-1 DESCRIPTON DES ORGANIGRAMMES.....	64
6- RESULTATS EXPERIMENTAUX.....	70
6-1 COMPARAISON DE PERFORMANCES.....	72
6-1-1 CALCUL D'ERREUR.....	72
6-1-2 PROFILS DES IMAGES.....	74
6-1-3 EXAMENS DES IMAGES.....	87
7- CONCLUSION.....	94

<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>95</b>
---------------------------------	-----------

### **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

## ***INTRODUCTION GENERALE***

Lorsque le traitement numérique des images s'est développé, au début des années 60, l'amélioration et la restauration d'images recueillirent une grande attention. Deux raisons distinctes expliquent ce phénomène. D'une part la généralisation au cas des images de techniques bien connues pour le traitement de signaux temporels devenait possible grâce au développement de moyens informatiques. D'autre part les premiers résultats obtenus étaient spectaculaires y compris pour le public non initié. L'oeil humain est en effet souvent le juge final de l'efficacité de tels traitements.

Au fil du temps, d'autres problèmes généralement placés en aval dans la chaîne de traitement d'images ont été abordés et ont peu à peu attiré une grande partie des efforts de recherche. L'extraction de primitives s'est vue accorder une grande attention. De nombreux algorithmes de détection de contours ont été proposés, l'analyse de texture a vu beaucoup d'efforts lui être consacrés. Utilisant les paramètres extraits des images, la classification et la segmentation d'images sont devenues des disciplines de base du traitement d'images. Prenant en compte enfin des modèles d'images, l'intelligence artificielle a trouvé dans les données images matière à de nombreux développements. Ainsi est née l'analyse de scène. Les références [10],[18] et [27] sont désormais des ouvrages de base dans cette discipline.

Dans le cadre de ce travail, nous nous intéressons à la restauration d'images. La restauration d'images est un problème qui apparaît dans de nombreux domaines. En effet, quelle que soit l'origine que puissent avoir les images numériques, que ce soient des images d'origine photographique, scanner, satellites, etc..., il est important d'en améliorer la qualité.

Les résultats obtenus par un traitement spécifique effectué sur une image numérique sont conditionnés par la qualité de l'image initiale.



Différents critères d'optimisation sont choisis, en fonction de l'utilisation ou du traitement ultérieur de l'image, ainsi que de la connaissance que l'on peut avoir à priori de cette image.

Les dégradations subies par une image peuvent être causées par différents phénomènes (bruit de mesure, bougé de l'appareil photographique...).

Les algorithmes de restauration seront différents suivant le type de dégradation observé, en particulier en fonction du système choisi pour modéliser la dégradation. Ce modèle peut être simplement l'addition d'un bruit (bruit de mesure ou de transmission) ou la convolution de l'image originale avec une fonction représentant la dégradation. Cette fonction peut modéliser une variété de défocalisation ou diffraction de l'appareil photographique, etc... Donc en résumé, en effectuant une restauration on cherche à se rapprocher le plus possible de l'image originale.

Dans le présent travail, la restauration d'images est effectuée en deux étapes: détection de lignes et filtrage spatial non linéaire. Autrement dit, la première étape consiste à utiliser une fenêtre Carrée Gréco-Latin 5\*5 [8] [9] pour détecter la présence de segments de lignes de largeur un pixel dans les directions  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  et  $135^\circ$ . La seconde étape consiste à utiliser le filtre médian [1] ou le filtre médian à étages multiples [4].

Ce travail est partagé en trois chapitres. En premier, nous présentons brièvement les méthodes classiques de restauration suivi des différents travaux déjà publiés sur le filtrage non linéaire, en particulier les filtres médian à étages multiples et les versions similaires.

Le chapitre 2 présente les notions mathématiques de base du modèle ANOVA (analyse de la variance)[8][9] avec les différentes configurations. Des fonctions statistiques seront développées selon le type de configuration unidirectionnelle, bidirectionnelle ou multidirectionnelle. Puis les fonctions de contrastes seront définies.

Le problème de détection de lignes est traité dans le chapitre 3. Différents filtres statistiques basés sur la méthode de l'analyse de variance sont définis. En particulier, nous avons choisi le modèle Carré-Gréco-Latin pour la modélisation de détails spécifiques dans la fenêtre de balayage. A la fin du chapitre, les résultats de la simulation des algorithmes de filtrage sont présentés et suivis d'une études comparative entre les différents filtres pour évaluer leurs performances.

## ***CHAPITRE 1***

### ***RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE***

#### ***PARTIE A: RESTAURATION D'IMAGES PAR FILTRAGE LINEAIRE***

##### ***1. INTRODUCTION***

La restauration d'images consiste à retrouver une image originale à partir de sa version dégradée. Dans la plupart des cas une restauration exacte n'est pas possible. La présence d'un bruit aléatoire dans le processus de distorsion est souvent la raison de pareille situation. Le problème de restauration devient alors un problème d'approximation. On doit définir une distance entre deux images, puis essayer de minimiser la distance entre l'image originale et l'image restaurée. De façon à pouvoir définir l'image restaurée, il convient de faire des hypothèses sur la nature de la distorsion et sur la nature de l'image originale. Partant de résultats déjà obtenus en traitement de signaux temporels, de nombreux efforts ont été consacrés au cas de la déconvolution.

##### ***2. DECONVOLUTION A L'AIDE DE FILTRES LINEAIRES***

Nous proposons une méthode de restauration qui a fait ses preuves et qui est la plus utilisée; c'est celle dite du filtre inverse, appliquée à l'image d'entrée avec comme complément indispensable l'estimateur de Wiener qui donne une approximation des corrections.

## 2-1 FILTRE INVERSE

Le schéma de la figure 1-1 indique le principe de la méthode du filtre inverse.

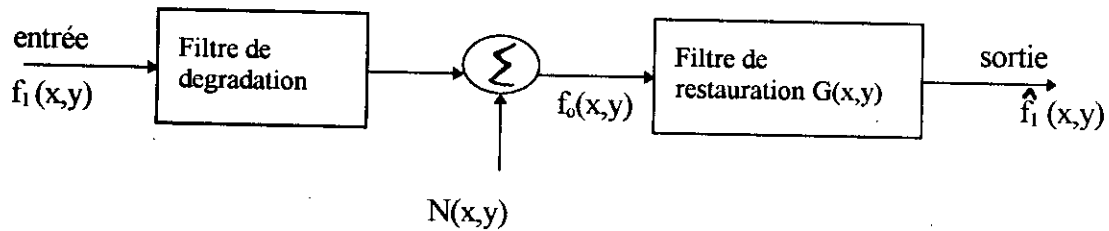


Fig. 1-1: principe du filtre inverse[18].

La dégradation spatiale est supposée produite par un filtre linéaire de réponse impulsionnelle  $F(x,y)$  dans le domaine  $(x,y)$ ; les bruits sont unifiés dans un signal  $N(x,y)$  qui est ajouté à la sortie du filtre pour donner une image dégradée  $f_0(x,y)$ ; la restauration est exécutée par un filtre de réponse impulsionnelle  $G(x,y)$  qui donne l'image compensée  $\hat{f}_1(x,y)$ . On suppose que le bruit n'est pas corrélé avec l'image idéale d'entrée  $f_1$ . L'image observée  $f_0$  se déduit de  $f_1$  par une convolution et on lui ajoute le bruit:

$$f_0(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\alpha,\beta) F(x-\alpha, y-\beta) d\alpha d\beta + N(x,y) \quad (1-1)$$

c'est à dire :  $f_0(x,y) = f_1(x,y) \otimes F(x,y) + N(x,y)$

L'image reconstruite ou compensée  $\hat{f}_1$  est le résultat du filtre de restauration  $G(x,y)$  sur l'image intermédiaire  $f_0$ ;  $\hat{f}_1$  est donnée par:

$$\hat{f}_1(x,y) = [f_1(x,y) \otimes F(x,y) + N(x,y)] \otimes G(x,y) \quad (1-2)$$

On peut écrire  $\hat{f}_1$  sous la forme de produit simple de termes exprimés dans le plan des fréquences complexes  $u$  et  $v$  :

$$\hat{F}_1(u,v) = [F_1(u,v)F(u,v) + N(u,v)]G(u,v) \quad (1-3)$$

La fonction de transfert  $G(u,v)$  est chargée d'effacer les dégradations causées par  $F(u,v)$ .  
D'où

$$G(u,v) = \frac{1}{F(u,v)} \quad (1-4)$$

qui est appelé: **FILTRE INVERSE**.

Si  $G(u,v)$  a la forme du filtre inverse, le spectre de  $\hat{F}_1$  s'écrit:

$$\hat{F}_1(u,v) = \frac{F_1(u,v) \cdot F(u,v)}{F(u,v)} + \frac{N(u,v)}{F(u,v)} \quad (1-5)$$

En absence de bruit, la restauration est parfaite car  $\hat{f}_1$  est identique à  $f_1$ ; mais si le bruit est présent, il y a une erreur de restauration d'autant plus grande que le filtre  $F(u,v)$  reste étroit dans les fréquences rencontrées; dans les zones où l'image présente beaucoup de détails, les fréquences sont élevées et le filtre  $F$  prend une valeur faible comme la transformée de Fourier de l'image  $f_1$ ; la restauration de l'image dans ces zones reste mauvaise.

Il existe d'autres choix pour  $G(u,v)$  que celui du filtre inverse; on peut introduire un terme correctif  $H(u,v)$  comme suit:

$$G(u,v) = \frac{H(u,v)}{F(u,v)} \quad (1-6)$$

$H(u,v)$  prend une valeur proche de 1 pour les fréquences  $u$  et  $v$  correspondant à une amplitude du spectre idéal trop grande par rapport à l'amplitude du spectre du bruit; en dehors de ces valeurs de fréquence,  $H$  reste proche de 0. Le spectre de l'image compensée s'écrit alors:

$$\hat{F}_1(u, v) = F_1(u, v) \cdot H(u, v) + \frac{H(u, v) \cdot N(u, v)}{F(u, v)} \quad (1-7)$$

Le résultat est un compromis entre la suppression du bruit et la perte de détails dans les hautes fréquences de l'image.

## 2-2 ESTIMATEUR DE WIENER

L'image restaurée  $f_1$  obtenue en sortie du filtre  $G(x,y)$  est soumise à une épreuve de qualification; en d'autres termes, la restauration passe un contrôle qui va forcer l'image  $\hat{f}_1$  à satisfaire un critère de qualité basé sur le principe des moindres carrés d'erreur. En revenant au schéma de la figure 1-1 on introduit deux modifications qui constituent la méthode de Wiener:

- L'image originale d'entrée  $f_1$  transformée en  $f_0$  est considérée comme passant au travers d'un pseudo-filtre appelé dégradation du système qui inclut bruit et dégradation.
- Le signal qui sort du filtre de restauration est multiplié par un filtre  $W$  en aval de  $G$ . L'ensemble  $G \times W$  constitue un filtre estimateur de Wiener.

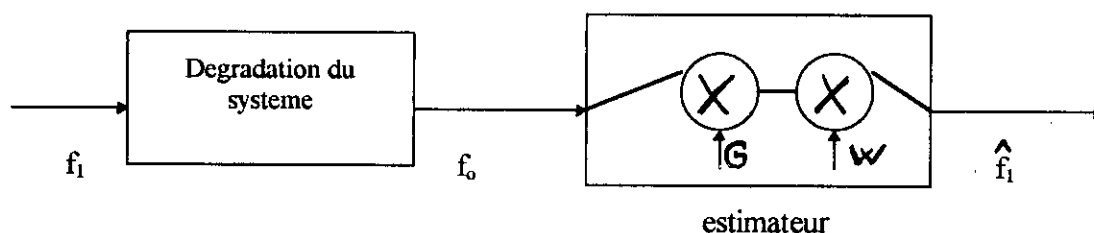


Fig. 1-2: filtre estimateur de Wiener [18].

L'objectif de l'estimateur de Wiener est de rendre minimale l'erreur quadratique moyenne entre  $f_1$  et  $\hat{f}_1$ ; l'élément  $W$  est défini en fonction de cet objectif, l'erreur s'exprime dans le plan réel  $(x,y)$  sous la forme analytique suivante:

$$\bar{\epsilon}^2 = \frac{1}{S} \iint_S (f_1(x, y) - \hat{f}_1(x, y))^2 dx dy \quad (1-8)$$

avec  $S$  surface totale de l'image, donc:

$$W(u, v) = \frac{P_1(u, v) \cdot |F(u, v)|^2}{P_1(u, v) \cdot |F(u, v)|^2 + P_N(u, v)} \quad (1-9)$$

avec  $P_1(u, v)$  = spectre d'énergie de l'image initiale  $f_1(x, y)$ .

$P_N(u, v)$  = spectre d'énergie du bruit  $N(x, y)$ .

Le schéma de la figure 1-3 indique dans le plan réel de l'image les différents éléments du modèle de restauration par les moindres carrés de Wiener.

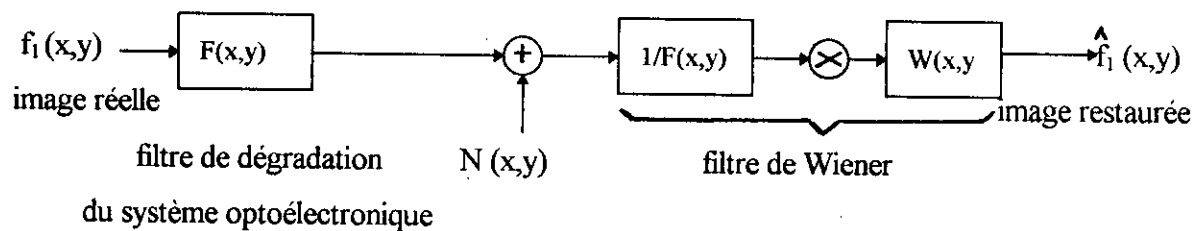


Fig. 1-3: modèle de restauration de Wiener par les moindres carrés[18].

Etendant les méthodes introduites par Wiener, de nombreux algorithmes pour mettre en oeuvre la restauration ont été proposés [31], [32] et [33]. Ces algorithmes ont en commun deux hypothèses de base. D'une part l'image originale est modélisée comme la réalisation d'un processus aléatoire stationnaire à deux dimensions. D'autre part la distance entre images utilisée est une distance  $L^2$ . En raison de ces hypothèses l'image restaurée est obtenue comme la sortie d'un filtre linéaire dont l'entrée est l'image déformée. Les algorithmes diffèrent selon le type de filtres choisis (récursifs ou non récursifs par exemple) mais tous sont des filtres passe-bas. Ceci est dû au fait que le bruit est supposé couvrir un domaine de fréquences plus large que le signal. De plus ces filtres sont stationnaires en raison des hypothèses de stationnarité faites sur le signal et le bruit [36].

Malheureusement toutes ces hypothèses, si elles permettent de généraliser facilement les techniques monoindicielles ne sont pas appropriées à la restauration d'images. Les résultats obtenus ne sont pas satisfaisants. Les contours qui sont d'un grand intérêt pour l'observateur, sont rendus flous par les filtres passe-bas. En fait, les contours peuvent être considérés comme constituant une information "hautes fréquences" de l'image originale qui n'a pas été prise en compte dans le modèle [36].

Une autre manière de remettre en cause le modèle est d'interpréter les contours comme des endroits où le modèle change. On remet alors en cause l'hypothèse de stationnarité [36]. Partant de ces observations, des travaux ont proposé des algorithmes de traitement non-linéaire et/ou non stationnaires [34] et [35].

## PARTIE B: RESTAURATION D'IMAGES PAR FILTRAGE NON-LINEAIRE

### *1- INTRODUCTION*

Généralement, la préservation des caractéristiques du signal et l'élimination du bruit sont deux aspects contradictoires dans le traitement du signal et de l'image; c'est à dire, plus les caractéristiques du signal sont préservées, moins la réduction du bruit est obtenue. Le problème qui se pose est comment préserver certaines caractéristiques du signal (impulsions courtes pour un signal 1D, lignes et angles pour un signal 2D) tout en maximisant l'atténuation du bruit.

Dans les applications, où les filtres linéaires échouent ou ne sont pas appropriés, une importante théorie de traitement du signal non-linéaire est développée.

Plusieurs méthodes de restauration sont proposées dans la littérature parmi elles les méthodes présentées dans les articles [1]-[7],[12]-[17] et [29]. Ces filtres de nature non linéaire font partie de deux grandes catégories: la première classe est l'ensemble de filtres adaptatifs "ranked-order" utilisés dans le cas d'un environnement à faible rapport signal sur bruit et qui, nécessitent le calcul de statistiques locales pour spécifier les échantillons qui doivent être utilisés.



La seconde traite des filtres non adaptatifs avec fenêtre fixe, simple à implémenter, et efficace permettant de préserver les détails.

Les filtres "Ranked-Order-Based" sont largement utilisés pour le lissage [23]. Le premier et probablement le plus souvent utilisé est le filtre médian [1].

En effet, le filtre médian est un estimateur simple ponctuel et efficace souvent utilisé dans le traitement du signal et de l'image. Pour les signaux 1D, le filtre médian détecte les régions monotones. Pour le traitement de l'image, signaux 2D, une fenêtre balaie toute l'image et en chaque position les pixels de la fenêtre sont arrangés par ordre croissant ou décroissant; la sortie du filtre est égale à la valeur médiane de ces pixels. La suppression du bruit est obtenue avec un filtre médian, mais le signal est distordu et les détails tels les lignes sont distordues ou perdues. Ces effets indésirables ne sont pas acceptables dans certaines applications où la conservation de la structure est importante. Dans plusieurs applications le lissage introduit par le filtre médian est trop important, et le flou résultant est plus apparent que le bruit original. Il y a eu plusieurs généralisations du filtre médian, tels que les filtres médians à étages multiples (Multistages Médians Filters) [3], les filtres à pile (Stacks Filters) [12], les filtres morphologiques [13], les filtres médians pondérés (Weighted Médian Filters "WM filters") [14], les filtres médians centrés pondérés (CWM filters) [15], les filtres statistiques ordonnés pondérés (WOS filters) [16], etc...

Les filtres médians à étages multiples [2]-[4] font partie des filtres de structures non adaptatifs. Le filtre médian à étages multiples est une méthode de combinaison de semi-filtres conçus de façon à ce que chaque semi- filtre préserve une caractéristique dans une direction. En utilisant plusieurs semi-filtres des caractéristiques fondamentales sont préservées dans toutes les directions. Les propriétés des filtres médians à étages multiples rendent ce filtrage très utilisé dans les applications de préservation de détails des images.

Une nouvelle classe "Ranked-Order-Based filters" a été définie; c'est le filtre "milieu-supérieur-inférieur" (Lower-Upper-Médian Filter (LUM filter)) [5] cette appellation vient du fait que la sortie du filtre est obtenue en comparant les statistiques ordonnées de la fenêtre de filtrage

avec l'échantillon central de cette fenêtre. Les filtres LUM peuvent être utilisés pour le lissage, l'accentuation et la réjection des valeurs extrêmes.

Quoique la majorité des travaux récents sur les filtres non linéaires "Rank-Order-Based" se sont concentrés sur le problème de lissage quelques filtres d'accentuation ont été proposés. Parmi ces filtres, nous citons les filtres à comparaison et sélection (CS filters) [17]. Les filtres CS offrent de bonnes performances mais les détails fins sont distordus ou supprimés. Les filtres LUM coupeurs préservent mieux les détails fins.

Une autre classe de filtres a été proposée; c'est la classe "Ranked-Conditioned-Rank-Selection filters" (RCRS filters) [6]. Les filtres RCRS sont développés autour des filtres "Rank Sélection" (RS filters). Les filtres RS donnent en sortie une statistique ordonnée prise parmi l'ensemble des échantillons présents à l'entrée. Tous les filtres cités plus haut peuvent être considérés dans le contexte des filtres RS. La différence entre de tels filtres est dans l'information utilisée pour sélectionner un ordre statistique. Cette statistique représente la sortie du filtre. Dans les applications de restauration d'images les filtres RCRS donnent de bons résultats. Ils offrent de meilleures performances que les filtres médian et les filtres CWM [30] qui sont une sous classe des filtres RCRS.

## 2. PRESENTATION DE QUELQUES FILTRES NON LINEAIRES

Dans ce qui suit on va présenter les travaux de "Gonzalo R.Arce et Russel E.Foster" [3], et de "Russel C.Hardie et Charles G.Boucelet"[5] qui sont des filtres à contraintes structurelles.

### 2.1 FILTRES A ETAGES MULTIPLES [3]

#### 2.1.1 PRINCIPE DU FILTRAGE A ETAGES MULTIPLES

Dans le filtrage à plusieurs niveaux, chaque semi-filtre est conçu de façon à préserver une caractéristique dans une direction. En utilisant plusieurs semi-filtres des caractéristiques fondamentales sont préservées dans toutes les directions. Le type de la caractéristique à

préservé détermine la sous-classe du filtre à étages multiples. Si cette caractéristique concerne un seul segment de ligne, le filtre à étages multiples est défini comme unidirectionnel. Si cette caractéristique concerne deux segments de ligne le filtre est bidirectionnel.

2.1.1.1 FILTRES A ETAGE MULTIPLES UNIDIRECTIONNELS

On Considère l'ensemble des échantillons de la fenêtre W de dimension (2N+1)(2N+1) dont le pixel central est a(n<sub>1</sub>,n<sub>2</sub>). Pour simplifier la notation on pose n=(n<sub>1</sub>,n<sub>2</sub>). Soient les quatre lignes centrales de W : la ligne horizontale, la ligne verticale et les deux diagonales. On définit les sous-fenêtres W<sub>1</sub>, W<sub>2</sub>, W<sub>3</sub> et W<sub>4</sub> contenant chacune l'ensemble des pixels appartenant à la même ligne. Ces sous-fenêtres sont données par:

$$\begin{aligned}
 W_1[a(n)] &= \{a(n_1, n_2+k_1) ; -N \leq k_1 \leq N\} \\
 W_2[a(n)] &= \{a(n_1+k_1, n_2+k_1) ; -N \leq k_1 \leq N\} \\
 W_3[a(n)] &= \{a(n_1+k_1, n_2) ; -N \leq k_1 \leq N\} \\
 W_4[a(n)] &= \{a(n_1+k_1, n_2-k_1) ; -N \leq k_1 \leq N\}
 \end{aligned}
 \tag{1-10}$$

Ces ensembles sont illustrés par la figure 1-4

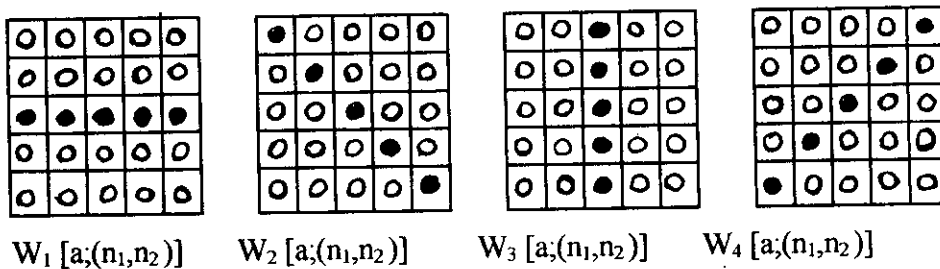


Fig. 1-4 fenêtres unidirectionnelles

Soient aussi,  $Z_k(n) \ 1 \leq k \leq 4$  les valeurs médianes respectives des éléments des sous-fenêtres W<sub>1</sub>, W<sub>2</sub>, W<sub>3</sub> et W<sub>4</sub> notées:

$$Z_k(n) = \text{med} [a(.,.) \ W_k[a;(n)]]
 \tag{1-11}$$

Les filtres utilisant les fenêtres de la figure (1-4) sont unidirectionnels. En utilisant (1-11), les filtres unidirectionnels max/médian et min/médian sont donnés par:

**Définition 1:** les sorties des filtres Max/Médian et Min/Médian sont données par:

$$y_{\max}(n) = \max [ Z_k(n) ] , \tag{1-12}$$

$$y_{\min}(n) = \min [ Z_k(n) ] , \tag{1-13}$$

La combinaison des deux types de filtres précédents donne le filtre Max/Médian à étages multiples ( ou multistage médian filter MMF [4]).

**Définition 2:** la sortie du Max/Médian à étages multiples (MMF) est donnée par:

$$y_{\text{MMF}} = y_{\text{m/max}}(n) = \text{med} [ y_{\max}(n), y_{\min}(n), a(n) ] \tag{1-14}$$

avec  $a(n)$  échantillon central de la fenêtre  $W$ . La fig 1-5 donne le schéma bloc de ce filtre.

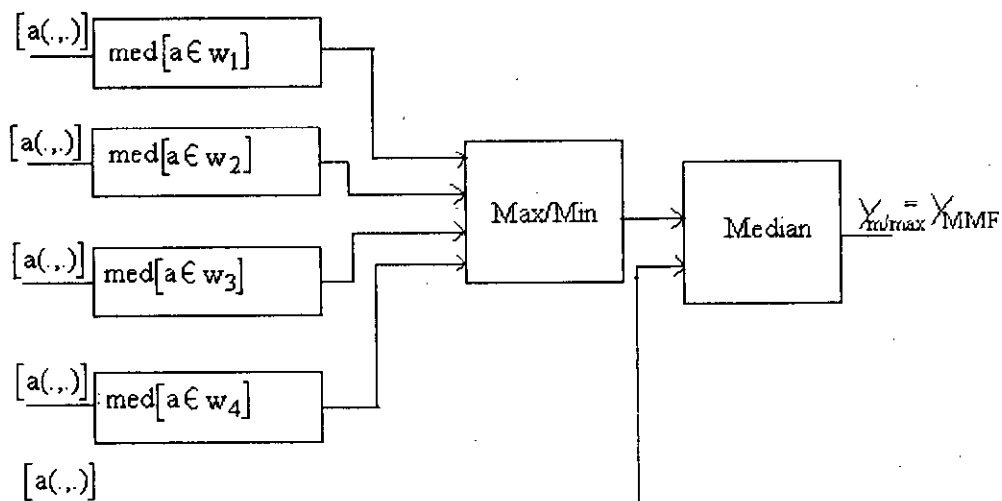


fig 1-5 : structure du filtre max/médian à étages multiples

**Définition 3:** la sortie du filtre médian à étage multiple (3LM-) est donnée par:

$$y_{n/\text{med}}(n) = \text{med} [y_{w1,w3}(n), y_{w2,w4}(n), a(n)] \quad (1-15)$$

où

$$y_{w1,w3}(n) = \text{med} [Z_1(n), Z_3(n), a(n)] \quad (1-16)$$

$$y_{w2,w4}(n) = \text{med} [Z_2(n), Z_4(n), a(n)]$$

En remplaçant le médian dans  $Z_k$  par la moyenne, on forme la classe des filtres hybrides FIR-Médian.

**Définition 4:** la sortie du filtre hybride FIR-Médian (3LH-) est donnée par:

$$y_{\text{fir}}(n) = \text{med} [\bar{y}_{w1,w3}(n), \bar{y}_{w2,w4}(n), a(n)] \quad (1-17)$$

où

$$\bar{y}_{w1,w3}(n) = \text{med} [\hat{Z}_1(n), \hat{Z}_3(n), a(n)] \quad (1-18)$$

$$\bar{y}_{w2,w4}(n) = \text{med} [\hat{Z}_2(n), \hat{Z}_4(n), a(n)]$$

où

$$\hat{Z}_k = \text{med} [Z_{ka}(n), Z_{kb}(n), a(n)] \quad 1 \leq k \leq 4 \quad (1-19)$$

où  $Z_{ka}$  et  $Z_{kb}$  sont les moyennes des échantillons des deux moitiés de la fenêtre  $w_k$  en excluant l'échantillon central  $a(n)$ .

### 2.1.1.2 FILTRE A ETAGE MULTIPLES BIDIRECTIONNELS

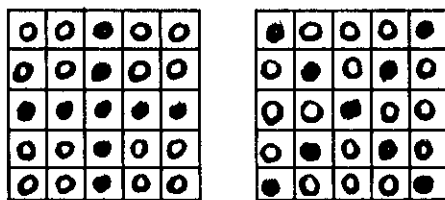
Les sous fenêtres du type bidirectionnel sont définis par :

$$W_{1,3}[a;(n)] = W_1[a;(n)] \cup W_3[a;(n)], \quad (1-20)$$

$$W_{2,4}[a;(n)] = W_2[a;(n)] \cup W_4[a;(n)],$$



la figure 1-6 illustre ces ensembles



$W_{1,3}[a; (n_1, n_2)]$      $W_{2,4}[a; (n_1, n_2)]$

Fig 1-6 fenêtres bidirectionnelles.

Soient :

$$Z_{1,3}(n) = \text{med}[a(.) \in W_{1,3}[a,n] ], \tag{1-21}$$

$$Z_{2,4}(n) = \text{med}[a(.) \in W_{2,4}[a,n] ],$$

**Définition 5:** la sortie du filtre max/médian bidirectionnel à étages multiples est donnée par:

$$y_{n/\text{max}}^+(n) = \text{med} [y_{\text{max}}^+(n), y_{\text{min}}^+(n), a(n)], \tag{1-22}$$

où

$$y_{\text{max}}^+(n) = \max [ Z_{1,3}(n) ; Z_{2,4}(n) ], \tag{1-23}$$

$$y_{\text{min}}^+(n) = \min [ Z_{1,3}(n) ; Z_{2,4}(n) ],$$

**Définition 6:** la sortie du filtre médian bidirectionnel à étage multiple ( 2LM+) est donnée par:

$$y_{n/\text{med}}^+(n) = \text{med} [ Z_{1,3}(n) , Z_{2,4}(n) , a(n) ] \tag{1-24}$$

Une fois encore le filtre FIR-médian bidirectionnel hybride est obtenu en remplaçant le médian par la moyenne.

**Définition 7:** la sortie du filtre FIR-médian hybride bidirectionnel (2LH+) est donnée par:

$$y_{\text{fir}}(n) = \text{med} [ \bar{y}_{w1,3}(n), \bar{y}_{w2,4}(n), a(n) ], \tag{1-25}$$

où  $\bar{y}_{w_{1,3}}$  est la valeur médiane de l'ensemble formé par l'échantillon central et les valeurs moyennes des échantillons appartenant aux quatre segments de lignes de la fenêtre  $w_{1,3}$  en excluant  $a(n)$ .  $\bar{y}_{w_{2,4}}$  est défini de la même façon que  $\bar{y}_{w_{1,3}}$  sauf qu'on utilise  $w_{2,4}$ .

### 2.1.2 PROPRIETES STATISTIQUES

Dans un environnement de bruit impulsif, si plusieurs échantillons bruités sont groupés ensemble le bruit n'est pas totalement éliminé de l'image. Une quantification de la probabilité d'un tel événement est utile d'où la définition de la probabilité "breakdown" (break-down probability).

**Définition 8:** la probabilité "break-down" est définie comme étant la probabilité qu'une impulsion arrive à la sortie du filtre sachant que  $p$  est la probabilité qu'une impulsion arrive à l'entrée du filtre.

Le calcul d'une telle probabilité permet d'évaluer l'efficacité d'un filtre dans l'élimination du bruit.

Il faut noter que pour une fenêtre de dimension  $2N+1$ , chaque sous fenêtre du filtre bidirectionnel traite  $4N+1$  échantillons; tandis que dans le cas unidirectionnel le nombre d'échantillons traités est  $2N+1$ .

Soit  $p$  la probabilité qu'une impulsion arrive à l'entrée d'un filtre, alors les probabilités "break-down" des filtres unidirectionnels et bidirectionnels notées respectivement par  $P_{b1}$  et  $P_{b2}$  sont données par [3]:

$$P_{b1} = p \left[ 1 - \left( \sum_{q=N+1}^{2N} \binom{2N}{q} (1-p)^q p^{2N-q} \right)^4 \right] + (1-p) \left[ \sum_{q=N+1}^{2N} \binom{2N}{q} (1-p)^{2N-q} p^q \right]^4 \quad (1-26)$$

et

$$P_{b2} = p \left[ 1 - \left( \sum_{q=2N+1}^{4N} \binom{4N}{q} (1-p)^q p^{4N-q} \right)^2 \right] + (1-p) \left[ \sum_{q=2N+1}^{4N} \binom{4N}{q} (1-p)^{4N-q} p^q \right]^2 \tag{1-27}$$

avec:  $\binom{2N}{q} = \frac{2N!}{q!(2N-q)!}$  et  $\binom{4N}{q} = \frac{4N!}{q!(4N-q)!}$

La figure 1-7 représente la probabilité "break-down"  $P_b$  en fonction de  $p$  pour différentes valeurs de  $N$ .

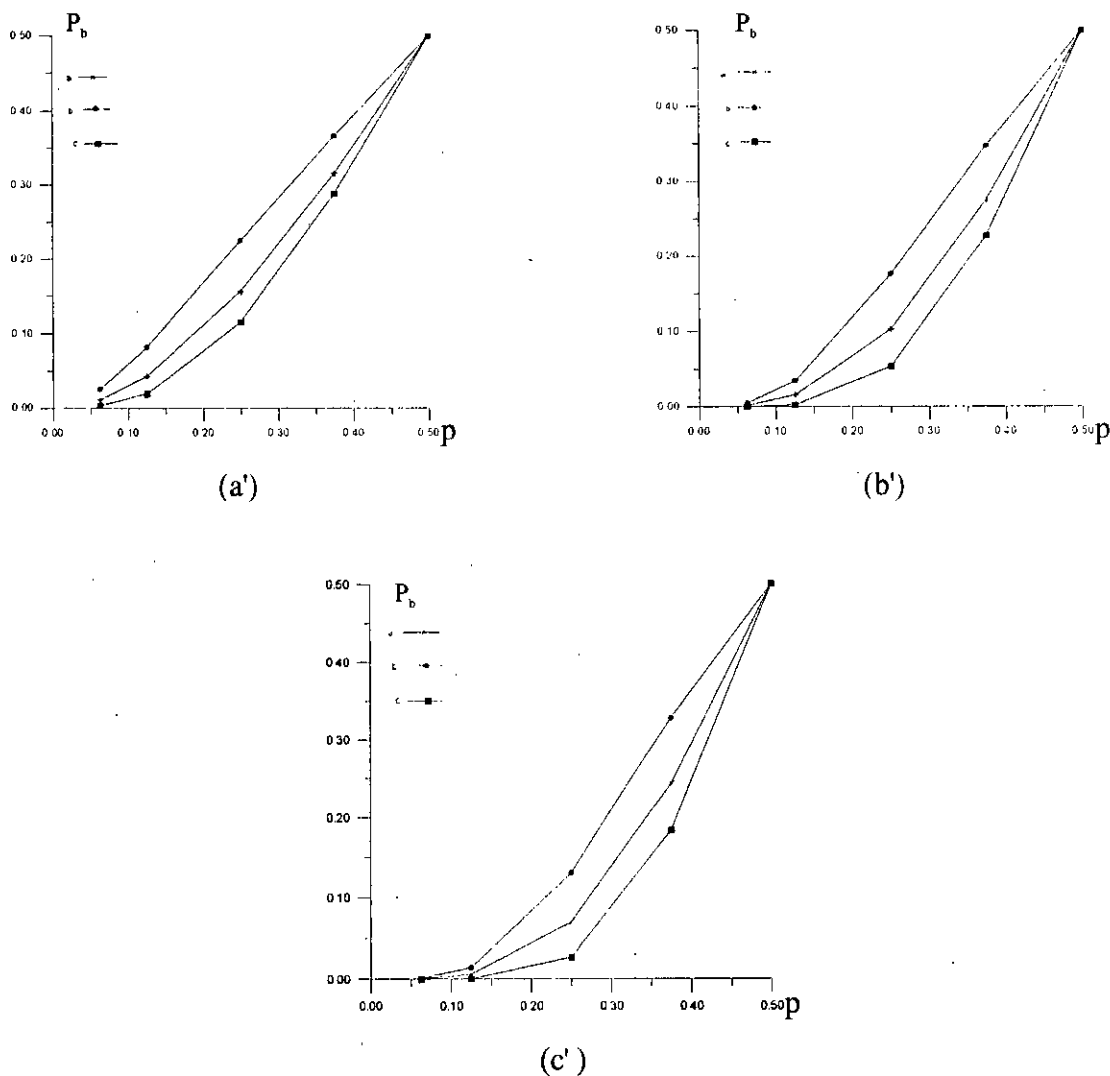


fig. 1-7 courbes représentant  $P_b$  en fonction de  $p$  pour:  
 (a')  $N=1$ , (b')  $N=2$ , (c')  $N=3$ .



note: pour les courbes précédentes de  $p_b$ , a représente le filtre médian, b le filtre médian à étages multiples unidirectionnel et c le filtre médian à étages multiples bidirectionnel.

- Pour la même valeur de p, si N augmente alors  $p_b$  diminue.
- Pour la même valeur de N, si p augmente alors  $p_b$  augmente.

Après comparaison des différentes valeurs de  $p_b$  pour les trois filtres, le filtre médian à étages multiples bidirectionnel donne les plus petites valeurs de  $p_b$  pour différentes valeurs de N et de P. De ce fait, le filtre médian à étages multiples bidirectionnel a une bonne atténuation du bruit.

### 2.1.3 COMPARAISON DE PERFORMANCES

Pour évaluer les performances des différents filtres définis, les erreurs moyennes estimées, du premier ordre et du second ordre, de l'image filtrée par rapport à l'image originale sont évaluées.

**Définition 9:** l'erreur quadratique moyenne normalisée (mse) est donnée par:

$$mse = \frac{\sum_{n_1=0}^{M-1} \sum_{n_2=0}^{M-1} (f(n) - \hat{f}(n))^2}{\sum_{n_1=0}^{M-1} \sum_{n_2=0}^{M-1} (f(n))^2} \quad (1-28)$$

où  $\{f(\cdot)\}$  et  $\{\hat{f}(\cdot)\}$  représentent respectivement l'image originale de dimension  $M \times M$  et son estimateur (image filtrée) avec  $n = (n_1, n_2)$ .

**Définition 10:** l'erreur absolue moyenne normalisée (mae) est donnée par:

$$mae = \frac{\sum_{n_1=0}^{M-1} \sum_{n_2=0}^{M-1} |f(n) - \hat{f}(n)|}{\sum_{n_1=0}^{M-1} \sum_{n_2=0}^{M-1} f(n)} \quad (1-29)$$

L'erreur introduite pour chaque filtre sous les critères mse et mae est calculée. Les résultats obtenus sont représentés par les courbes des figures 1-8-1, 1-8-2 et 1-9.

L'image originale est dégradée par un bruit impulsif: l'impulsion a une amplitude fixe et une probabilité d'apparition égale à  $p$ . Les courbes de la figure 1-8-1 représentent mse et mae en fonction de  $p$ . Tandis que la figure 1-9 représente mse et mae en fonction de  $N$  pour  $p=0.125$ . Les courbes de la figure 1-8-2 représentent mse et mae en fonction de la variance dans ce cas l'image originale est dégradée par un bruit gaussien de moyenne nulle et de variance  $\sigma$ .

note: pour toutes les courbes de mse et mae: a représente le filtre 3LM, b le filtre 3LH, c le filtre 2LM<sup>+</sup> et d le filtre 2LH<sup>+</sup>.

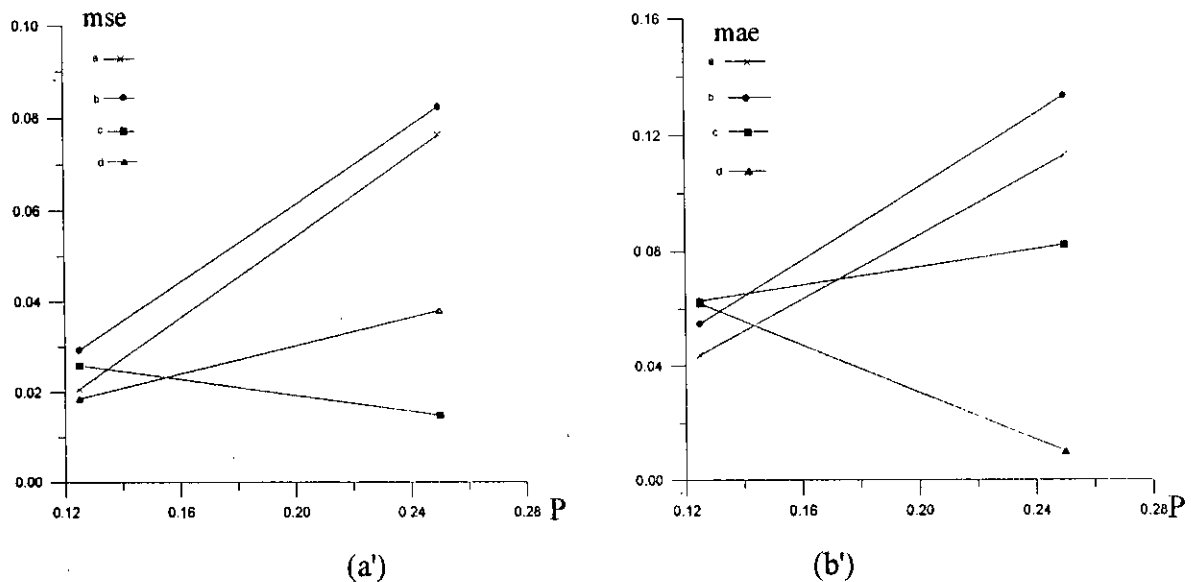


fig.1-8-1 cas d'un bruit impulsif: courbes représentant (a') mse (b') mae en fonction de  $p$ .

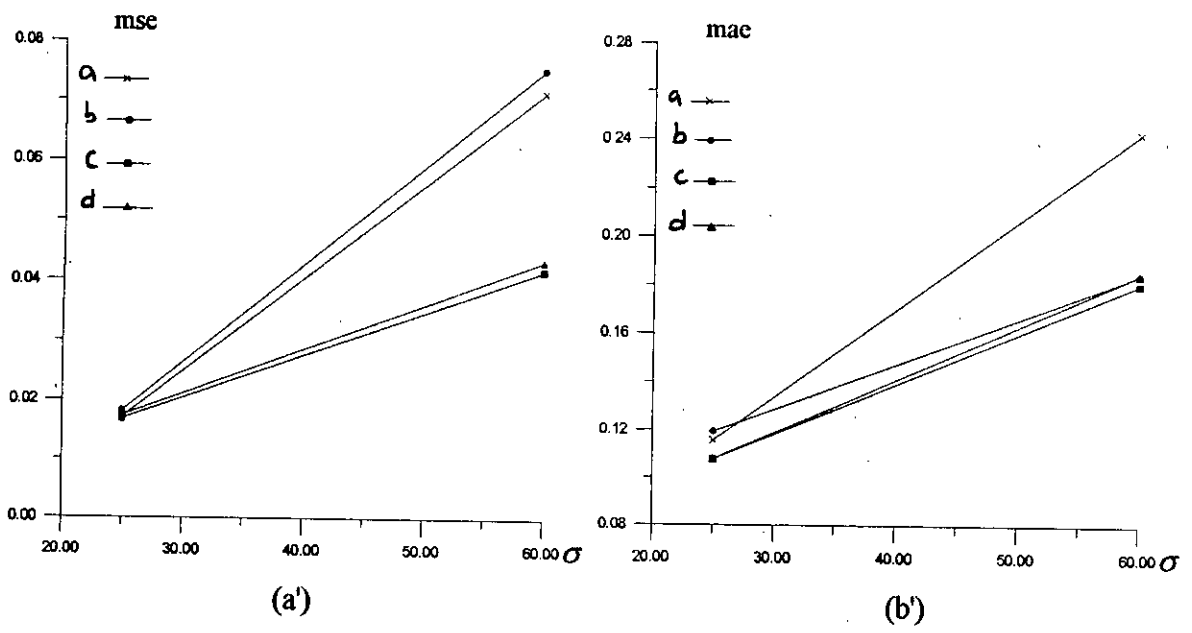


fig. 1-8-2 cas d'un bruit Gaussien : courbes représentant (a') mse (b') mac en fonction de  $\sigma$

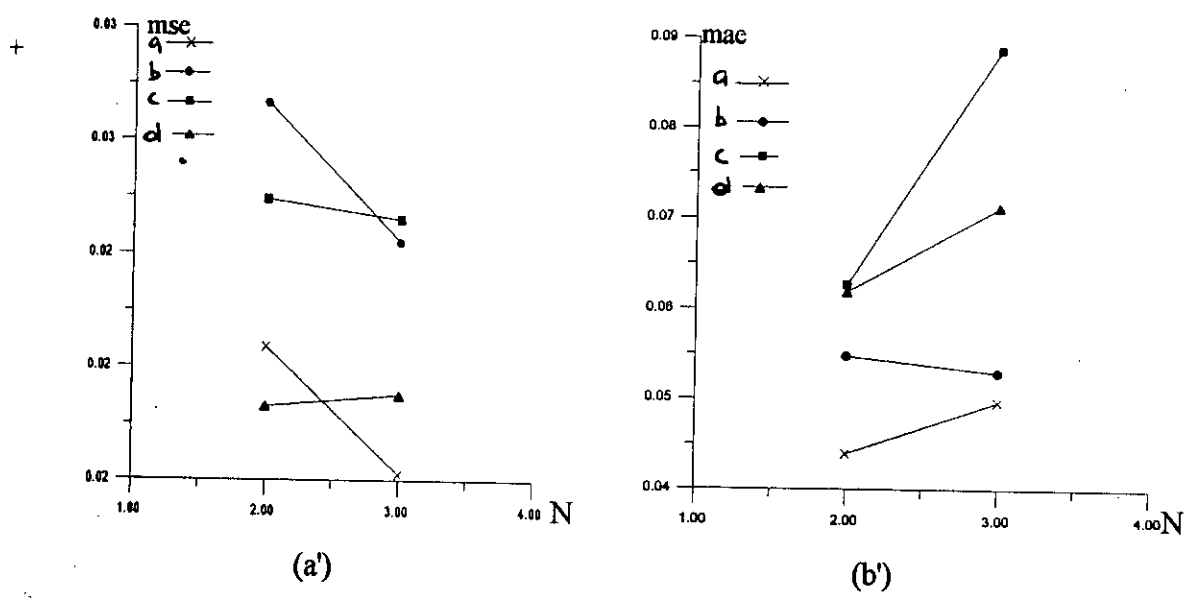


fig. 1-9 courbes représentant : (a') mse (b') mac en fonction de  $N$ .

- pour  $p=0.125$ , sous mse le filtre  $2LH^+$  donne la plus petite erreur suivi du filtre  $3LM^-$  ; sous mae le filtre  $3LM^-$  donne la plus petite erreur (figure 1-8-1).
- pour  $p=0.25$  le filtre  $2LM^+$  donne les plus petites erreurs sous mse et mae (figure 1-8-1).
- Dans le cas d'un bruit gaussien, le filtre  $2LM^+$  donne les plus faibles erreurs pour les faibles et hautes variances (figure 1-8-2).
- Quand la taille de la fenêtre de balayage  $N$  augmente l'erreur mse diminue pour les filtres  $3LM^-$ ,  $3LH^-$  et  $2LM^+$ , elle augmente pour le filtre  $2LH^+$  (figure 1-9).
- Quand  $N$  augmente l'erreur mae augmente pour les filtres  $3LM^-$ ,  $3LH^-$  et  $2LH^+$ , elle diminue pour le filtre  $2LH^+$  (figure 1-9).

### 2.1.4 REMARQUES

La comparaison de l'efficacité des filtres, du point de vue préservation de détails et suppression du bruit, est effectuée en se basant sur les résultats obtenus. Les performances de chaque filtre dépendent du critère d'erreur utilisé et du bruit considéré. En résumé, il a été montré que les filtres médians à 2-D ont les mêmes propriétés que dans le domaine 1-D. Parmi les caractéristiques des filtres médian:

- a- Ils sont simples à implémenter.
- b- Ils préservent les structures bidimensionnelles.
- c- Ils sont de bons lisseurs dans un environnement fortement bruité par un bruit additif et relativement efficaces pour différents types de bruit.

Les propriétés des filtres médians à étages multiples rendent ce filtrage très utilisé dans les applications de préservation de détails des images.

## 2.2 FILTRES INFÉRIEUR-SUPÉRIEUR-MILIEU (LUM) [5]

### 2.2.1 INTRODUCTION

Les filtres LUM peuvent être utilisés pour le lissage, la mise en forme et la réjection des valeurs extrêmes. Les filtres "Rank-Order-Based" sont largement utilisés pour le lissage. Le

premier, probablement le plus utilisé, est le filtre médian simple. Les filtres LUM sont contrôlés par deux paramètres, l'un pour le lissage (smoothing) et l'autre pour l'accentuation (sharpening). Pour une fenêtre de taille et de forme données, les deux paramètres peuvent être ajustés indépendamment pour réaliser une large gamme de caractéristiques. En variant le premier paramètre le niveau de lissage varie de rien jusqu'au médian, un tel contrôle permet un meilleur équilibre entre le lissage du bruit et la préservation de détails du signal. Les filtres LUM peuvent, aussi, être conçus pour enrichir les gradients d'arêtes, cette fonction est contrôlée par le deuxième paramètre.

## 2.2.2 FILTRE LUM

Soit une fonction fenêtre contenant  $N$  échantillons centrés autour de l'échantillon  $x^*$ .  $N$  est impair et l'ensemble des observations est noté  $W = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ . Pour un signal 2D la fenêtre sera carrée de dimension  $(2m+1)(2m+1) = N$ . L'ensemble d'ordre fini (rank-order-set) est donné par:

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_N \quad (1-30)$$

l'estimateur de l'échantillon central est  $y^*$ .

### 2.2.2.1 FILTRE LUM LISSEUR (LUM SMOOTHER)

**Définition 11:** la sortie du LUM lisseur avec le paramètre  $k$  est donnée par:

$$y^* = \text{med} \{x_{(k)}, x^*, x_{(N-k+1)}\} \quad \text{où } 1 \leq k \leq (N+1)/2 \quad (1-31)$$

Donc la sortie est:

$$y^* = \begin{cases} x_{(k)} & \text{si } x^* < x_{(k)} \\ x_{(N-k+1)} & \text{si } x^* > x_{(N-k+1)} \\ \text{sinon c'est simplement } x^* & \end{cases} \quad (1-32)$$

$x^*$  est comparé aux statistiques d'ordre supérieur et inférieur, ces statistiques forment un intervalle de valeurs. Si  $x^*$  appartient à cet intervalle, il n'est pas modifié. Sinon, il est remplacé

par un autre échantillon plus proche du médian. Ceci crée une fonction de lissage. Si par exemple  $x^*$  est une impulsion, qui probablement n'appartient pas aux statistiques d'ordre inférieur et supérieur, il est remplacé par une valeur proche du médian et la valeur extrême est éliminée. L'ajustage du paramètre  $k$  permet de contrôler les caractéristiques du filtre et d'équilibrer entre le lissage et la préservation de détails. Pour  $k=N+1/2$  le lissage est maximum. Lorsque  $k$  diminue le filtre améliore la préservation de détails et  $k=1$  donne la fonction identité  $y^*=x^*$ .

### 2.2.2.2 FILTRE LUM D'ACCENTUATION (LUM SHARPENER)

Les filtres LUM lisseurs donnent le lissage en décalant les échantillons vers le médian. Pour obtenir l'accentuation les échantillons sont éloignés du médian vers les statistiques d'ordre extrême.

Avant de définir le filtre LUM d'accentuation, une valeur est définie entre les statistiques basses et hautes  $x_{(L)}$  et  $x_{(N-L+1)}$ . Ce point milieu est noté  $t_L$  et est donné par:

$$t_L = (x_{(L)} + x_{(N-L+1)}) / 2. \quad (1-33)$$

**Définition 12:** la sortie du filtre LUM d'accentuation avec le paramètre  $L$  est donnée par:

$$y^* = \begin{cases} x_{(L)} & \text{si } x_{(L)} < x^* \leq t_L \\ x_{(N-L+1)} & \text{si } t_L < x^* < x_{(N-L+1)} \\ x^* & \text{sinon} \end{cases} \quad (1-34)$$

L'opération d'accentuation peut être interprétée de la manière suivante: si  $x_{(L)} < x^* < x_{(N-L+1)}$  alors  $x^*$  est interprété comme étant un échantillon dans une région de pente, en le décalant vers les statistiques d'ordre extrême la pente créée est plus raide; en d'autres termes une arête idéale. En changeant le paramètre  $L$ , le niveau d'accentuation varie. Si  $L=N-1/2$  il n'y a pas de coupage: c'est un filtre identité. Si  $L=1$  un maximum d'accentuation est effectué puisque  $x^*$  va être décalé vers les valeurs extrêmes  $x_{(1)}$  ou  $x_{(N)}$ . Les filtres LUM d'accentuation ont une excellente préservation de détails fins.

### 2.2.2.3 FILTRE LUM GENERAL

Pour obtenir un filtre robuste qui peut rejeter les valeurs extrêmes, la philosophie du lissage et de l'accentuation doit être combinée. Cela conduit au cas général des filtres LUM. Avant de définir ce filtre, les statistiques d'ordre supérieur et inférieur sont définies comme suit:

$$x^V = \text{med} \{x_{(k)}, x^*, x_{(L)}\} \quad (1-35)$$

$$x^U = \text{med} \{x_{(N-k+1)}, x^*, x_{(N-L+1)}\} \quad (1-36)$$

Où  $1 \leq k \leq L \leq N+1/2$ ,  $x^V \leq x^U$ . La sortie du filtre LUM est donnée par celui qui se rapproche le plus de l'échantillon central  $x^*$  entre  $x^U$  ou  $x^V$ .

Définition 13: la sortie du filtre LUM est donnée par:

$$y^* = \begin{cases} x^L & \text{si } x^* \leq (x^L + x^U)/2 \\ x^U & \text{sinon} \end{cases} \quad (1-37)$$

Soit  $t_L$  le point milieu entre  $x_{(L)}$  et  $x_{(N-L+1)}$  défini par (1-21). Sa sortie est  $x_{(k)}$  si  $x^* < x_{(k)}$  et  $x_{(N-k+1)}$  si  $x^* > x_{(N-k+1)}$ . Donc, comme pour le filtre LUM lisseur,  $x_{(k)}$  et  $x_{(N-k+1)}$  sont les bornes de sortie de ce filtre. D'autre part, si  $x_{(L)} < x^* < x_{(N-L+1)}$ , l'échantillon central est décalé vers  $x_{(L)}$  ou  $x_{(N-L+1)}$  suivant que  $x^*$  est plus près de  $x_{(L)}$  ou  $x_{(N-L+1)}$ ; comme pour le filtre LUM d'accentuation. Si  $x^*$  est tel que  $x_{(k)} \leq x^* \leq x_{(L)}$  ou  $x_{(N-L+1)} \leq x^* \leq x_{(N-k+1)}$  il est laissé tel quel. En manipulant les paramètres  $k$  et  $L$  les caractéristiques du filtre LUM varient. Pour plus de détails, le lecteur est référé à [5].

### 2.2.3 PROPRIETES STATISTIQUES DES FILTRES LUM

La prise en considération de la probabilité du bruit impulsif est très importante dans la conception du filtre LUM. Les paramètres  $k$  et  $L$  peuvent être sélectionnés de façon à réaliser le niveau désiré de rejection d'impulsions.

Soit le cas où le bruit impulsif prend les valeurs négative et positive de saturation, et soit  $p/2$  probabilité des impulsions négatives et positives. Dans ce cas, les probabilités "break-down" (voir définition 8) des filtres LUM lisseur, LUM d'accentuation et LUM général sont données respectivement par les propriétés 1, 2 et 3.

**Propriété 1:** la probabilité "break-down" pour un filtre LUM lisseur est donnée par [5]:

$$P_b = p \sum_{i=k-1}^{N-1} \binom{N-1}{i} \left(\frac{p}{2}\right)^i \left(1 - \frac{p}{2}\right)^{N-i-1} + (2-p) \sum_{i=N-k+1}^{N-1} \binom{N-1}{i} \left(\frac{p}{2}\right)^i \left(1 - \frac{p}{2}\right)^{N-i-1} \quad (1-39)$$

avec:  $\binom{N-1}{i} = \frac{(N-1)!}{i!(N-1-i)!}$

Les probabilités données par la propriété 1 sont évaluées pour  $N=25$  (fenêtre  $5*5$ ). La figure 1-10 représente  $p_b$  en fonction de  $k$  pour différentes valeurs de  $p$ . On voit que pour diminuer  $p_b$  il faut augmenter  $k$ . De plus pour  $p$  petit, il est possible de diminuer  $p_b$  pour de faibles valeurs de  $k$ . Il est préférable d'utiliser de faibles valeurs de  $k$  afin que le filtre préserve les détails.

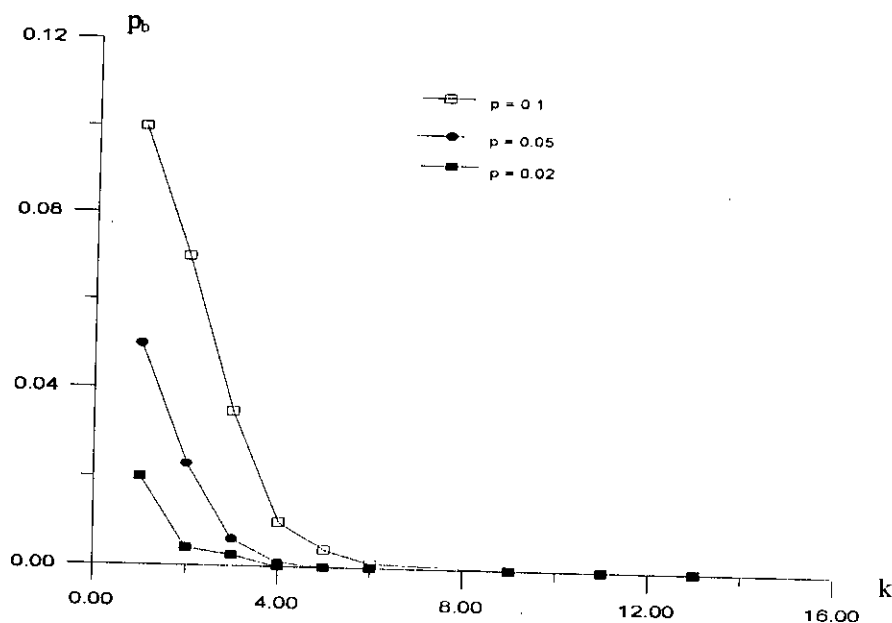


fig. 1-10  $p_b$  pour le LUM lisseur avec  $N=25$ . [5]



**Propriété 2:** la probabilité "break-down" pour un filtre LUM d'accentuation est donnée par [5]:

$$p_b = p + (1-p) \sum_{i=L}^{N-L-1} \sum_{j=L}^{N-i-1} \frac{(N-1)!}{(i)!(j)!(N-i-j-1)!} \left(\frac{p}{2}\right)^{i+j} (1-p)^{N-i-j-1} \quad (1-40)$$

**Propriété 3:** la probabilité break-down d'un filtre LUM général est donnée par [5]:

$$p_b = p \sum_{i=k-1}^{N-1} \binom{N-1}{i} \left(\frac{p}{2}\right)^i \left(1-\frac{p}{2}\right)^{N-i-1} + (2-p) \sum_{i=n-k+1}^{N-1} \binom{N-1}{i} \left(\frac{p}{2}\right)^i \left(1-\frac{p}{2}\right)^{N-i-1} \\ + (1-p) \sum_{i=L}^{N-L-1} \sum_{j=L}^{N-i-1} \frac{(N-1)!}{(i)!(j)!(N-i-j-1)!} \left(\frac{p}{2}\right)^{i+j} (1-p)^{N-i-j-1} \quad (1-41)$$

De (1-41), il vient que pour atténuer le bruit impulsif il suffit de diminuer  $k$  comme pour le LUM lisseur. Une autre propriété des filtres LUM est la probabilité qu'ils donnent en sortie l'échantillon milieu, c'est à dire l'échantillon non modifié par le filtre. Cette propriété donne une indication sur la préservation des détails par le filtre.

#### 2.2.4 RESULTATS EXPERIMENTAUX [5]

Une comparaison quantitative entre le filtre LUM lisseur et le filtre MMF est effectuée. Pour différentes probabilités du bruit impulsif, l'erreur absolue moyenne (mae) et la racine de l'erreur quadratique moyenne (rms) sont calculées. Pour le filtre LUM lisseur le paramètre  $k$  est sélectionné à partir de la propriété 1. Les tableaux 1 et 2 regroupent ces résultats.

	LUM 5×5	MMF 5×5
P=0,01	(k=4) 0.73	1.26
P=0,02	(k=5) 1.10	1.33
P=0,05	(k=7) 1.95	1.65
P=0,10	(k=9) 2.97	2.64

Tableau 1: erreur absolue moyenne.

	LUM 5×5	MMF 5×5
P=0,01	(k=4) 2.84	3.41
P=0,02	(k=5) 3.53	3.72
P=0,05	(k=7) 4.79	5.86
P=0,10	(k=9) 6.30	11.36

Tableau 2: racine de l'erreur quadratique moyenne.

- Pour  $p=0.01$  et  $p=0.02$ , le filtre LUM donne les plus petites erreurs sous mae et rms.

-Pour  $p=0.05$  et  $p=0.1$ , le filtre MMF a une erreur mae inférieur à celle du filtre LUM car le filtre MMF introduit moins de lissage que le filtre LUM mais laisse passer quelques impulsions. L'erreur rms pour le filtre MMF est plus importante que pour le filtre LUM lisseur. En réduisant l'erreur rms peu de lissage est réalisé mais quelques impulsions peuvent passer.

### 2.2.5 REMARQUES

Les filtres LUM sont caractérisées par deux paramètres, l'un ajuste le lissage et l'autre l'accentuation. Ces deux paramètres donnent au filtre plusieurs caractéristiques. Les

caractéristiques du filtre varient entre aucun lissage et valeur médiane, et aucune accentuation et maximum d'accentuation des arêtes.

A cause de leurs bonnes performances dans plusieurs applications, les filtres LUM représentent une classe très utile.

### *3. CONCLUSION*

En conclusion, nous pouvons dire que pour filtrer une image il faut d'abord connaître le type de dégradation qu'elle a subi (bruit impulsif, gaussien, exponentiel).

En plus, un filtre peut être le meilleur et avoir de bonnes performances sous un certain critère mais pas sous un autre. Il faut toujours trouver un compromis entre l'élimination du bruit et la préservation des détails.

Dans ce chapitre, nous avons présenté certains travaux récents qui portent sur les filtres basés sur les statistiques "Ranked-order". Dans le chapitre 2 nous présentons la méthode de l'analyse de variance sur laquelle repose notre travail.

## *CHAPITRE 2*

### *MODELE STATISTIQUE LINEAIRE*

#### *1. INTRODUCTION*

Le traitement d'image réelle conduit au développement de techniques basées sur l'analyse de la variance (ANOVA)[8],[9],[20] dans des modèles expérimentaux, qui résultent de simples opérateurs statistiques non linéaires (fenêtres) faciles à implémenter et à ajuster pour divers besoins du traitement. Le problème de l'application du modèle linéaire dans le traitement de l'image entraîne l'interprétation des données expérimentales en termes d'effets ou de traitements. L'étape initiale est toujours la sélection des traits importants c'est à dire les facteurs qui seront pris en compte et éventuellement interprétés suivant les résultats de quelques tests statistiques basés sur le modèle linéaire. L'étape suivante est l'introduction d'hypothèses devant être testées basées sur le modèle qui s'adapte le mieux aux objectifs, les facteurs choisis et les données utilisables. finalement, l'importance attachée aux résultats éventuels, par les moyens d'intervalles de sécurités, est dessiné.

Les tests statistiques basés sur la théorie de l'analyse de la variance dans le contexte de modèle expérimental sont utilisés pour maximiser la puissance de toutes les alternatives parmi tous les tests invariants .

2. MODELES LINEAIRES

2.1 PARAMETRES D'ESTIMATION

La méthode statistique de l'analyse de la variance est basée sur la théorie générale du modèle linéaire. Chaque observation collectée est partagée en deux composantes de base. Le premier terme représente une propriété physique, appelée coefficient ou effets, qui peut être contrôlée ou mesurée. Le second terme est la variation aléatoire ou la composante du bruit due aux erreurs de mesure ou effets étrangers dans l'expérience.

La donnée est recueillie avec une fenêtre de balayage. Le nombre de coefficients pris en considération dépend des objectifs à atteindre. En plus, ces coefficients sont choisis pour représenter des propriétés physiques dans la fenêtre.

Etant données n observations ou mesures, le modèle mathématique est donné par:

$$y_i = x_{i1} \beta_1 + x_{i2} \beta_2 + \dots + x_{ip} \beta_p + e_i \quad (2-1)$$

$$i=1,2,\dots,n.$$

Avec:

$$y^{n \times 1} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \quad \beta^{p \times 1} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix} \quad e^{n \times 1} = \begin{pmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{pmatrix}$$

et la matrice

$$X^{p \times n} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & & & \\ \vdots & & & \\ x_{p1} & \dots & \dots & x_{pn} \end{pmatrix}$$

L'ensemble des équations de (2-1) peut s'écrire sous la forme suivante:

$$\Omega : Y = X^T \beta + e \quad (2-2)$$

où

Y: vecteur de données de dimension n

$\beta$ : vecteur des paramètres inconnus à estimer de dimension p.

$X^T$ : matrice  $n \times p$  ( $p < n$ ).

e: vecteur du bruit de dimension n avec les caractéristiques suivantes

$$E(e) = 0 \quad (2-3)$$

et

$$E(ee^T) = \sigma^2 K_f \quad (2-4)$$

$\sigma^2$ : variance inconnue et  $K_f$  matrice de corrélation.

Dans le cas de données indépendantes  $K_f$  est la matrice identité. L'espace  $\Omega$ , représentant l'espace des paramètres de  $\beta$ , est transformable en espace des moyennes de Y par  $X^T$ . D'où

$$\Omega : \begin{cases} E(Y) = X^T \beta \\ E((Y - X^T \beta)(Y - X^T \beta)^T) = \sigma^2 K_f \end{cases} \quad (2-5)$$

le vecteur  $\beta$  des paramètres est un vecteur à éléments inconnus, il doit être estimé. L'estimateur des moindres carrés (l.m.c.) de  $\beta$ , noté  $\hat{\beta}$ , est obtenu à partir de l'équation normale:

$$XX^T \hat{\beta} = XY \quad (2-6)$$

$\hat{\beta}$  n'est pas unique à moins que les  $p$  vecteurs colonne de  $X^T$  ne soient linéairement indépendants ou bien de l'ordre de  $X^T = p$ . Dans le cas de données non indépendantes on pose des conditions d'indépendance linéaire sur le vecteur des paramètres  $\beta$  d'où [8]

$$B^T \hat{\beta} = 0 \quad (2-7)$$

Le modèle (2-2) est modifié

$$\begin{pmatrix} X^T \\ B^T \end{pmatrix} \beta = \begin{pmatrix} Y \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2-8)$$

L'estimateur du vecteur des paramètres est donné par:

$$\hat{\beta} = (XX^T + BB^T)^{-1} XY \quad (2-9)$$

L'ordre de  $X^T$  est  $p$ .

## 2.2 TEST D'HYPOTHESE LINEAIRE

Pour un modèle linéaire, l'hypothèse linéaire considérée revient à tester la moyenne d'une population parmi laquelle des échantillons sont pris. Dans le cas de l'analyse de la variance et dans le cas général, l'hypothèse test se réfère au test du vecteur des paramètres  $\beta$ .

La paire hypothèse-alternative est donnée sous la forme suivante:

$$H_0: \beta = 0 \quad (2-10)$$

$$H_a: \beta \neq 0$$

L'équation (2-10) peut également s'écrire:

$$H_0: E(y) \in \omega \quad (2-11)$$

$$H_a: E(y) \in \Omega - \omega$$

où  $\omega$  est un sous espace de l'espace vecteur des moyennes  $\Omega$ . Le test statistique le plus utilisé dans l'analyse de la variance est:

$$F_a = \frac{(SS_a(y, \beta) - SS_e(y, \beta)) / n_a}{SS_e(y, \beta) / n_e} \tag{2-12}$$

$SS_a(y, \beta)$  est la somme des carrés associée à  $H_a$ .  $SS_e(y, \beta)$  et  $SS_a(y, \beta)$  suivent la loi du khi-deux (voir annexe B) avec  $n_e = n-r$  et  $n_a = q$  degrés de liberté. A partir de la définition de la distribution-F (voir annexe B),  $F_a$  est distribuée comme  $F_{q, n-r, \delta}$  avec  $q$  et  $n-r$  degrés de liberté et le paramètre non centré  $\delta$ . Le seuil de décision de ce test est défini comme étant le plus grand  $\alpha$ -point de la distribution F. Ce point représente la valeur dont la probabilité d'être dépassée par la variable aléatoire  $F_a$  est  $\alpha$ . Le nombre de degré de liberté  $n_e$  est calculé comme suit:

$n_e =$  nombre total d'observations - nombre de paramètres indépendants estimés.

### 3. MODELE UNIDIRECTIONNEL: (ONE WAY DESIGN)

Dans ce cas, on suppose l'existence d'un seul effet et on teste si cet effet est présent ou pas. On considère le cas de  $m$  populations; la taille d'un échantillon de chaque population est finie et égale à  $n$ .

Le modèle des observations est donné par:

$$\Omega: \begin{cases} y_{ij} = \mu + \alpha_i + e_{ij} & i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n \\ (e_{ij}) \text{ indépendants } N(0, \sigma^2 I) \end{cases} \tag{2-13}$$

où  $\mu$ : moyenne générale

$\alpha_i$ : effets

Dans ce modèle unidirectionnel, les effets représentent des effets de ligne ou de colonne. les effets de lignes sont notés  $\alpha_i$ , les effets de colonne sont notés  $\beta_j$ .



Trois termes sont associés à chaque observation: la moyenne  $\mu$  commune à toute les observations,  $\alpha_i$  spécifique aux observations alignées sur la même ligne  $i$  et le terme aléatoire ( $e_{ij}$ ) qui représente l'erreur dans le modèle.

L'hypothèse devient  $H_0$ : tous les  $\alpha_i=0$ . Cette hypothèse est testée avec le test statistique donné par (2-12).

Sous  $\Omega$ , l'approche des moindres carrés mène à choisir des estimateurs de  $\mu$  et de  $\alpha_i$  qui minimisent:

$$SS_c(y, \beta) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \mu - \alpha_i)^2 \quad (2-14)$$

Les valeurs minimales de  $\mu$  et de  $\alpha_i$  sont trouvées par différenciation de (2-14) en respectant chaque paramètre et en égalant le résultat à zéro.

En prenant la dérivée, on a:

$$\frac{\partial SS_c(y, \beta)}{\partial \mu} = 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \mu - \alpha_i) = 0 \quad (2-15)$$

L'estimateur est:

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n y_{ij}}{mn} - \frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i}{m} \quad (2-16)$$

Notation:  $y_{.j}$  indique que la sommation est faite sur l'indice  $i$ .

$y_{.i}$  indique que la sommation est faite sur l'indice  $j$ .

$y_{..}$  indique que la sommation est faite sur  $i$  et  $j$ .

Avec la supposition  $\sum \alpha_i = 0$  (2-16) devient:

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n y_{ij}}{mn} = y_{..} \quad (2-17)$$

En utilisant la même approche sur l'estimateur des effets de ligne, on a:

$$\frac{\partial SS_e(y, \beta)}{\partial \alpha_i} = 2 \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \mu - \alpha_i) = 0 \quad (2-18)$$

$$\hat{\alpha}_i = \frac{\sum_{j=1}^n y_{ij}}{n} - \hat{\mu} = y_{i.} - y_{..} \quad (2-19)$$

Le minimum de  $SS_e(y, \beta)$  est obtenu en remplaçant les estimateurs respectifs des équations (2-17) et (2-19) dans l'équation (2-14), d'où:

$$SS_e(y, \beta) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{ij} - y_{i.})^2 \quad (2-20)$$

Sous  $H_a$ , tous les effets sont nuls. Dans ce cas l'estimateur de la moyenne générale est identique à celui donné par l'équation (2-17). Par conséquent, le minimum de la somme des carrés sous cette hypothèse est:

$$SS_a(y, \beta) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{ij} - y_{..})^2 \quad (2-21)$$

Le numérateur du test statistique est:

$$SS_H(y, \beta) = SS_a(y, \beta) - SS_e(y, \beta) \quad (2-22)$$

En utilisant les équations (2-20) et (2-21):

$$SS_H(y, \beta) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{ij} - y_{i.})^2 \quad (2-23)$$

L'équation (2-23) mesure l'étendue entre la moyenne de la population  $y_{i.}$  et la moyenne générale.

Il existe  $m+1$  paramètres avec une condition dans le modèle; par conséquent, le nombre de degré de liberté associé à (2-20) est  $m^2-m$ . Le degré de liberté associé à (2-23) est  $m-1$ .

En remplaçant les équations (2-20) et (2-23) dans l'équation (2-12) le test statistique pour tester la présence d'effets de ligne devient:

$$F_a = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{i.} - y_{..})^2 / (m-1)}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{ij} - y_{i.})^2 / (m^2 - m)} \quad (2-24)$$

Le seuil est  $F_{\alpha, m-1, (m^2-m)}$ . L'hypothèse est rejetée si la valeur calculée dans l'équation (2-24) est supérieure au seuil donné par la table [9] (voir annexe A). Si on désire tester la présence d'effets de colonne, il suffit de remplacer les  $\alpha_i$  par les  $\beta_j$  et refaire la même analyse.

#### 4. CONCEPTION BIDIRECTIONNELLE: (TWO WAY DESIGN)

Dans cette partie, on a la moyenne générale, les effets de ligne, le terme d'erreur et en plus les effets de colonne. Ainsi, les observations d'une même colonne  $j$ , avec  $j=1, 2, \dots, n$ , ont un effet commun noté  $\beta_j$ .

Dans ce cas, on a deux tests possibles: test de présence d'effets de ligne et test de présence d'effets de colonne. Le modèle est donné par:

$$\Omega: \begin{cases} Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ij} & i=1, 2, \dots, m \quad j=1, 2, \dots, n \\ (e_{ij}) \text{ indépendants } N(0, \sigma^2 I) \end{cases} \quad (2-25)$$

Les conditions sont:

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i = 0 \quad \sum_{j=1}^n \beta_j = 0 \quad (2-26)$$

Les hypothèses sont:

$$H_a : \text{tous les } \alpha_i = 0 \quad (2-27)$$

$$H_b : \text{tous les } \beta_j = 0$$

Pour trouver les estimateurs de  $\alpha_i$  et de  $\beta_j$ , la même approche est utilisée que pour le cas unidirectionnel. la somme des carrés sous  $\Omega$  est:

$$SS_c(y, \beta) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \mu - \alpha_i - \beta_j)^2 \quad (2-28)$$

Pour la moyenne générale, on a:

$$\frac{\partial SS_c(y, \beta)}{\partial \mu} = 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \mu - \alpha_i - \beta_j) = 0 \quad (2-29)$$

Par conséquent, l'estimateur de la moyenne est:

$$\hat{\mu} = Y_{..} \quad (2-30)$$

De même pour les effets de ligne  $\alpha_i$ , on a

$$\frac{\partial SS_c(y, \beta)}{\partial \alpha_j} = 2 \sum_{i=1}^m (y_{ij} - \mu - \alpha_i - \beta_j) = 0 \quad (2-31)$$

L'équation (2-31) donne:

$$\hat{\alpha}_i = Y_i - Y_{..} \quad (2-32)$$

Finalement, pour les effets de colonne, on a:

$$\frac{\partial SS_e(y, \beta)}{\partial \beta_j} = 2 \sum_{i=1}^m (y_{ij} - \mu - \alpha_i - \beta_j) = 0 \quad (2-33)$$

L'estimateur est:

$$\hat{\beta}_j = Y_{.j} - Y_{..} \quad (2-34)$$

le minimum de  $SS_c(y, \beta)$  est obtenu en remplaçant les équations (2-30), (2-32) et (2-34) dans l'équation (2-28), ce qui donne:

$$SS_c(y, \beta) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{ij} - y_{.j} - y_{i.} + y_{..})^2 \quad (2-35)$$

Les sommes des carrés  $SS_a(y, \beta)$  et  $SS_b(y, \beta)$  sont dérivées sous  $H_a$  et  $H_b$  respectivement.

En premier lieu, en considérant  $H_a$ , tous les  $\alpha_i$  sont nuls ce qui implique que les équations (2-30) et (2-34) sont retenus comme estimateurs de  $\mu$  et de  $\beta_j$ . Ainsi  $SS_a(y, \beta)$  est donnée par:

$$SS_a(y, \beta) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{ij} - y_{.j})^2 \quad (2-36)$$

De même, on a les équations (2-30) et (2-32) comme estimateurs de  $\mu$  et de  $\alpha_i$  sous  $H_b$

$$SS_b(y, \beta) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{ij} - y_{i.})^2 \quad (2-37)$$

$$SS_a(y, \beta) - SS_e(y, \beta) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{i.} - y_{..})^2 \quad (2-38)$$

De même:

$$SS_b(y, \beta) - SS_e(y, \beta) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{.j} - y_{..})^2 \quad (2-39)$$

Il existe  $m+n+1$  paramètres dans ce modèle avec deux conditions, le degré de liberté associé à l'équation (2-35) est  $(m-1)(n-1)$ . De plus,  $n_a = m-1$  et  $n_b = n-1$ . Par conséquent les tests statistiques pour tester  $H_a$  et  $H_b$  sont donnés par:

$$F_a = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{i.} - y_{..})^2 / (m-1)}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{ij} - y_{.j} - y_{i.} + y_{..})^2 / (m-1)(n-1)} \quad (2-40)$$

et

$$F_b = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{.j} - y_{..})^2 / (n-1)}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{ij} - y_{.j} - y_{i.} + y_{..})^2 / (m-1)(n-1)} \quad (2-41)$$

Les seuils associés aux tests statistiques des équations (2-40) et (2-41) sont respectivement  $F_{\alpha, (m-1), (m-1)(n-1)}$  et  $F_{\alpha, (n-1), (m-1)(n-1)}$ .

### 5. MODELE CARRE LATIN : "LATIN SQUARE"[9]

Le modèle carré latin est une disposition de trois directions dans laquelle les trois facteurs ont le même niveau  $m$ . Dans ce cas, en plus des effets de ligne et de colonne, on a des effets orientés selon la direction de  $135^\circ$ . Ces effets supplémentaires sont notés  $\tau_k$ .

Soit  $S = \{i, j, k\}$  qui mesure les  $m^2$  valeurs possibles. Le modèle s'écrit:



$$\Omega \begin{cases} Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \tau_k + e_{ij} & (i,j,k) \in S \\ (e_{ij}) \text{ indépendants } N(0, \sigma^2 I) \\ \Sigma \alpha_i = 0; \Sigma \beta_j = 0; \Sigma \tau_k = 0 \end{cases} \quad (2-42)$$

On peut aussi avoir des effets orientés selon la direction de 45° notés  $\delta_i$ .

Les hypothèses pour ce type de modèle sont:

$$\begin{aligned} H_a &: \text{tous les } \alpha_i = 0 \\ H_b &: \text{tous les } \beta_j = 0 \\ H_c &: \text{tous les } \tau_k = 0 \end{aligned} \quad (2-43)$$

Les figures 2-1 et 2-2 illustrent respectivement le modèle carré latin à 135° et le modèle carré latin à 45°:

	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$
$\alpha_1$	A	B	C	D	E
$\alpha_2$	E	A	B	C	D
$\alpha_3$	D	E	A	B	C
$\alpha_4$	C	D	E	A	B
$\alpha_5$	B	C	D	E	A

fig. 2-1 : modèle carré latin à 135°

	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$
$\alpha_1$	A	B	C	D	E
$\alpha_2$	B	C	D	E	A
$\alpha_3$	C	D	E	A	B
$\alpha_4$	D	E	A	B	C
$\alpha_5$	E	A	B	C	D

figure 2-2: modèle carré latin à 45°

Sous chaque hypothèse, on doit calculer les tests statistiques qui ont la même forme que l'équation (2-12).

La somme des carrés sous  $\Omega$  est donné par:

$$SS_e(y, \beta) = \sum_{(i,j,k) \in S} (y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \tau_k)^2 \tag{2-44}$$

Pour la détermination de l'estimateur de  $\mu$ , on a:

$$\frac{\partial SS_e(y, \beta)}{\partial \mu} = 2 \sum_{(i,j) \in S} y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \tau_k = 0 \tag{2-45}$$

En développant la somme, on obtient:

$$\sum_{(i,j,k) \in S} \mu = \sum_{(i,j,k) \in S} y_{ijk} - \sum_{(i,j,k) \in S} \alpha_i - \sum_{(i,j,k) \in S} \beta_j - \sum_{(i,j,k) \in S} \tau_k \tag{2-46}$$

Les conditions proposées sont:



$$\sum_{(i,j,k) \in S} \alpha_j = m \sum_i \alpha_j = 0 \tag{2-47}$$

$$\sum_{(i,j,k) \in S} \beta_j = m \sum_i \beta_j = 0 \tag{2-48}$$

$$\sum_{(i,j,k) \in S} \tau_k = m \sum_k \tau_k = 0 \tag{2-49}$$

L'équation (2-46) donne:

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{(i,j,k) \in S} y_{ijk}}{m^2} = y_{...} \tag{2-50}$$

En différenciant  $SS_e$  par rapport à  $\alpha_i$ , on obtient:

$$\frac{\partial SS_e(y, \beta)}{\partial \alpha_i} = 2 \sum_{(i,j) \in S} y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \tau_k = 0 \tag{2-51}$$

En développant l'équation (2-51) et en utilisant les conditions sommes-nulles, l'estimateur de  $\alpha_i$  est:

$$\hat{\alpha}_i = \frac{\sum_{(i,j,k) \in S} y_{ijk}}{m^2} - \mu = y_{i..} - y_{...} \tag{2-52}$$

De même les estimateurs de  $\beta_j$  et de  $\tau_k$  sont:

$$\hat{\beta}_j = Y_{.j} - Y_{...} \quad (2-53)$$

et

$$\hat{\tau}_k = Y_{..k} - Y_{...} \quad (2-54)$$

D'où, le minimum de  $SS_e(y, \beta)$  est:

$$SS_e(y, \beta) = \sum_{(i,j,k) \in S} (y_{ijk} - y_{i..} - y_{.j.} - y_{..k} + 2y_{...})^2 \quad (2-55)$$

Cependant, il reste à trouver  $SS_a(y, \beta)$ ,  $SS_b(y, \beta)$  et  $SS_c(y, \beta)$  correspondants aux hypothèses  $H_a$ ,  $H_b$  et  $H_c$  respectivement.

$$SS_a(y, \beta) = \sum_{(i,j,h) \in S} (y_{ijk} - y_{.j.} - y_{..k} + y_{...})^2 \quad (2-56)$$

$$SS_b(y, \beta) = \sum_{(i,j,k) \in S} (y_{ijk} - y_{i..} - y_{..k} + y_{...})^2 \quad (2-57)$$

$$SS_c(y, \beta) = \sum_{(i,j,k) \in S} (y_{ijk} - y_{i..} - y_{.j.} + y_{...})^2 \quad (2-58)$$

En faisant la différence entre  $SS_c(y, \beta)$  et les sommes des carrés dans (2-56), (2-57) et (2-58), on obtient:

$$SS_a(y, \beta) - SS_c(y, \beta) = \sum_{(i,j,k) \in S} (y_{i..} - y_{...})^2 \quad (2-59)$$

$$SS_b(y, \beta) - SS_e(y, \beta) = \sum_{(i,j,k) \in S} (y_{.j} - y_{...})^2 \quad (2-60)$$

$$SS_c(y, \beta) - SS_e(y, \beta) = \sum_{(i,j,k) \in S} (y_{.k} - y_{...})^2 \quad (2-61)$$

Le nombre total d'observations dans ce modèle est  $m^2$ . Sous  $\Omega$ , il existe  $3m+1$  paramètres avec trois conditions. Les niveaux de chaque effet sont égaux, donc  $n_a = n_b = n_c = m-1$ . Les tests statistiques pour tester les hypothèses  $H_a$ ,  $H_b$  et  $H_c$  sont donnés par:

$$F_a = \frac{\sum_{(i,j,k) \in S} (y_{i..} - y_{...})^2 / (m-1)}{\sum_{(i,j,k) \in S} (y_{ijk} - y_{i..} - y_{.j} - y_{.k} + 2y_{...})^2 / (m-1)(m-2)} \quad (2-62)$$

$$F_b = \frac{\sum_{(i,j,k) \in S} (y_{.j} - y_{...})^2 / (m-1)}{\sum_{(i,j,k) \in S} (y_{ijk} - y_{i..} - y_{.j} - y_{.k} + 2y_{...})^2 / (m-1)(m-2)} \quad (2-63)$$

$$F_c = \frac{\sum_{(i,j,k) \in S} (y_{.k} - y_{...})^2 / (m-1)}{\sum_{(i,j,k) \in S} (y_{ijk} - y_{i..} - y_{.j} - y_{.k} + 2y_{...})^2 / (m-1)(m-2)} \quad (2-64)$$

Les seuils sont les mêmes et égaux à  $F_{\alpha, (m-1), (m-1)(m-2)}$

## 6. MODELE CARRE GRECO-LATIN: "GRECO-LATIN SQUARE"[9]

Dans ce cas chaque observation est caractérisés par quatre paramètres, chacun d'eux représente un traitement particulier et une composante de bruit. Le modèle général est décrit par:

$$\Omega \begin{cases} Y_{ijkl} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \tau_k + \delta_l + e_{ijkl} & (i,j,k,l) \in S \\ (e_{ijkl}) \text{ indépendants } N(0, \sigma^2 I) \\ \Sigma \alpha_i = 0; \Sigma \beta_j = 0; \Sigma \tau_k = 0; \Sigma \delta_l = 0 \end{cases} \quad (2-65)$$

La figure 2-3 illustre le modèle carré Greco-Latin:

	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$
$\alpha_1$	A : $\alpha$	B : $\beta$	C : $\tau$	D : $\delta$	E : $\epsilon$
$\alpha_2$	E : $\beta$	A : $\tau$	B : $\delta$	C : $\epsilon$	D : $\alpha$
$\alpha_3$	D : $\tau$	E : $\delta$	A : $\epsilon$	B : $\alpha$	C : $\beta$
$\alpha_4$	C : $\delta$	D : $\epsilon$	E : $\alpha$	A : $\beta$	B : $\tau$
$\alpha_5$	B : $\epsilon$	C : $\alpha$	D : $\beta$	E : $\tau$	A : $\delta$

fig. 2-3 modèle " Greco-latin-square"

On peut utiliser la paire (i,j) pour référencer chaque donnée et chaque composante de bruit. Notons que le modèle GLS est la superposition de deux modèles carré latin.

Les quatre hypothèses à tester sont:

$H_a$ : tous les  $\alpha_i = 0$

$H_b$ : tous les  $\beta_j = 0$

$H_c$ : tous les  $\tau_k = 0$

$H_d$ : tous les  $\delta_l = 0$

(2-66)

La somme des carrés à minimiser sous  $\Omega$  est:

$$SS_e(y, \beta) = \sum_{(i,j,k,l) \in S} (y_{ij} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \tau_k - \delta_l)^2 \quad (2-67)$$

Les estimateurs des effets sont:

$$\begin{aligned} \hat{\mu} &= Y_{\dots} \\ \hat{\alpha}_i &= Y_{i\dots} - Y_{\dots} \quad i=1,2,\dots,m \\ \hat{\beta}_j &= Y_{.j\dots} - Y_{\dots} \quad j=1,2,\dots,m \\ \hat{\tau}_k &= Y_{\dots k} - Y_{\dots} \quad k=1,2,\dots,m \\ \hat{\delta}_l &= Y_{\dots l} - Y_{\dots} \quad l=1,2,\dots,m \end{aligned} \quad (2-68)$$

Le minimum de  $SS_e(y, \beta)$  est obtenu en remplaçant l'équation (2-68) dans l'équation (2-67) ce qui donne:

$$SS_e(y, \beta) = \sum_{(i,j,k,l) \in S} (y_{ij} - y_{i\dots} - y_{.j\dots} - y_{\dots k} - y_{\dots l} + 3y_{\dots})^2 \quad (2-69)$$

Sous  $\Omega$ , tous les effets sont présents dans le modèle, il existe  $4m+1$  paramètres avec quatre conditions. Le degré de liberté associé à  $SS_e$  est  $n-r$  où  $n=m^2$  et  $r=4m+1-4=4m-3$ .

$n_e=(m-1)(m-3)$ . Le minimum de  $SS_a(y, \beta)$  est:

$$SS_a(y, \beta) = \sum (y_{ij} - y_{.j\dots} - y_{\dots k} - y_{\dots l} + 2y_{\dots})^2 \quad (2-70)$$

Le numérateur du test  $F$  est:

$$SS_a(y, \beta) - SS_e(y, \beta) = \sum_{(i,j,k,l) \in S} (y_{i\dots} - y_{\dots})^2 \quad (2-71)$$

le degré de liberté associé à  $SS_a(y, \beta) - SS_e(y, \beta)$  est  $m-1$ . La fonction statistique pour tester  $H_a$  est:

$$F_a = \frac{\sum_{(i,j,k,l) \in S} (y_{i\dots} - y_{\dots})^2}{\sum_{(i,j,k,l) \in S} (y_{ij} - y_{i\dots} - y_{.j\dots} - y_{\dots k} - y_{\dots l} + 3y_{\dots})^2} \frac{(m-1)(m-3)}{(m-1)} \quad (2-72)$$

De même:

$$F_b = \frac{\sum_{(i,j,k,l) \in S} (y_{.j.} - y_{....})^2}{\sum_{(i,j,k,l) \in S} (y_{ij} - y_{i..} - y_{.j.} - y_{..k} - y_{...l} + 3y_{....})^2} \cdot \frac{(m-1)(m-3)}{(m-1)} \quad (2-73)$$

$$F_c = \frac{\sum_{(i,j,k,l) \in S} (y_{...k} - y_{....})^2}{\sum_{(i,j,k,l) \in S} (y_{ij} - y_{i..} - y_{.j.} - y_{..k} - y_{...l} + 3y_{....})^2} \cdot \frac{(m-1)(m-3)}{(m-1)} \quad (2-74)$$

$$F_d = \frac{\sum_{(i,j,k,l) \in S} (y_{...l} - y_{....})^2}{\sum_{(i,j,k,l) \in S} (y_{ij} - y_{i..} - y_{.j.} - y_{..k} - y_{...l} + 3y_{....})^2} \cdot \frac{(m-1)(m-3)}{(m-1)} \quad (2-75)$$

Le seuil pour chaque test est  $F_{\alpha, (m-1), (m-1)(m-3)}$  avec  $n_c = (m-1)(m-3)$  et  $n_a = m-1$ .

## 7. FONCTIONS DE CONTRASTES

Dans le cas unidirectionnel, le test de l'hypothèse  $H_a$  est basé surtout sur la comparaison du test statistique (2-12) avec la table des seuils [9](annexe A) pour un niveau donné.

Dans le cas où le test est rejeté, aucune information n'est donnée sur l'effet qui a causé le rejet de l'hypothèse. La fonction de contraste telle qu'elle va être utilisée servira à quantifier la différence de niveaux de gris entre deux parties de la fenêtre de balayage. Chaque partie étant représentée par une combinaison linéaire des effets  $\beta$ .

Avant de présenter les techniques de comparaison parmi les effets quelques termes sont définis:

Soit un modèle donné, et soient  $p$  effets  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ .

\* La fonction "pairwise" parmi les effets est sous forme de  $\beta_i \cdot \beta_j$  où  $i=1, \dots, p; j=1, \dots, p$  et  $i \neq j$ .

\* La fonction de contraste parmi les effets est de la forme:

$$\sum_{j=1}^p C_j \beta_j$$

où

(2-76)

$$\sum_{j=1}^p C_j = 0$$

\* La combinaison linéaire des effets est sous forme de  $\sum_{j=1}^p c_j \beta_j$ .

### 7.1 TECHNIQUES DE COMPARAISONS MULTIPLES

Les techniques mentionnées dans ce paragraphe sont les plus importantes du point de vue pratique. Ces techniques sont celle de Tukey, Scheffe et Bonfferoni.

\* Méthode de Tukey: [20]

La méthode de Tukey des comparaisons multiples fait référence au test de toutes les fonctions "pairwise" parmi les effets. Etant donné les effets, la fonction "pairwise" la plus intéressante est sélectionnée, et est notée  $L_T$ , puis son estimateur est trouvé.

d'où, avec  $L_T = \beta_i - \beta_j$  ( $i \neq j$ ), l'estimateur est obtenu en remplaçant les paramètres par leurs estimateurs. L'intervalle de sécurité est défini par  $Ts(\hat{L}_T)$  où  $T$  est la limite supérieure de l'intervalle de student avec  $r$  et  $n-r$  degrés de liberté et est noté par  $(1/\sqrt{2})q(1-\alpha, r, n-r)$  et  $s(\hat{L}_T)$  est un estimateur de la variance de  $\hat{L}_T$ .

$n$  est le nombre total d'observation et  $r$  est le nombre des paramètres indépendants dans le modèle. L'estimateur  $s(\hat{L}_T)$  de la variance dépend du modèle spécifique. Par exemple si le modèle unidirectionnel avec des effets de ligne est considéré l'estimateur de la variance est  $SS_e(y, \beta)/(n-r)$  où  $n-r = m(n-1)$ .

\* Méthode de scheffe: [20]

La méthode de scheffe des comparaisons multiples se rapporte au test de toutes les fonctions de contrastes possibles donnant les effets. L'intervalle de sécurité pour une fonction

de contraste, noté par  $L_S$ , dans le cas de  $q$  fonctions de contraste est  $(qS)^{1/2}s(\hat{L}_S)$  où  $S$  est la limite supérieure de la distribution-F avec  $q$  et  $n-r$  degrés de liberté et est noté  $F_{\alpha,q,n-r}$ .  $s(\hat{L}_S)$  est l'estimateur de la variance de  $\hat{L}_S$ .

\* Méthode de bonfferoni: [20]

La méthode de Bonfferoni des comparaisons multiples parmi les effets est appliquée dans le cas de fonctions "pairwise", de combinaisons linéaires ou de fonctions de contraste. Pour une classe de  $q$  combinaisons linéaires, l'intervalle de sécurité, noté par  $L_B$ , est  $Bs(L_B)$  où  $B$  est la limite supérieure de la distribution-t avec  $n-r$  degré de liberté et est noté par  $t(\alpha/2q,n-r)$  et  $s(L_B)$  est la variance de  $L_B$ .

Malgré l'existence de plusieurs techniques de comparaison, seules les méthodes de Tukey et de Scheffe sont utilisées dans le traitement de l'image par la méthode ANOVA. Ceci est dû au fait que les tests statistiques utilisés jusqu'à présent sont basés sur les tests-F. Le problème qui se pose fréquemment est de savoir laquelle des locations spécifiques des moyennes rejette l'hypothèse nulle. La méthode de Scheffe est capable de donner une réponse à cette question et est directement apparentée au test-F.

## 7.2 FONCTIONS ESTIMABLES [8],[20]

**définition 2-1:** une fonction paramétrique est définie comme une fonction linéaire de paramètres inconnus  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ , où  $\beta_j$   $j = 1, 2, \dots, p$  est un effet défini sous un modèle particulier, avec un vecteur connu de coefficients constants  $C_1, C_2, \dots, C_p$ .

la fonction paramétrique est notée  $\psi$ , on a

$$\psi = \sum_{j=1}^p C_j \beta_j \quad (2-77)$$

Avec la notation matricielle, (2-77) s'écrit comme

$$\psi = C^T \beta \quad (2-78)$$



où  $C^T=(C_1, C_2, \dots, C_p)$  et  $\beta^T=(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)$ .

La définition suivante établit le concept de fonctions estimables.

**définition 2-2:** une fonction paramétrique est appelée une fonction estimable si elle a un estimateur linéaire non biaisé, c'est à dire, il existe un vecteur de coefficients constants tel que:

$$\psi = E(A^T Y) \quad (2-79)$$

Le théorème suivant fournit le moyen de construire l'estimateur de  $\psi$  et montre que cet estimateur est unique.

**théorème 2-1:** (Gauss-Markov) sous la supposition  $\Omega$  du modèle linéaire général, chaque fonction estimable  $\psi = C^T \beta$  a un unique estimateur linéaire non biaisé dont la variance minimale appartient à la classe de tous les estimateurs linéaires non biaisés. L'estimateur peut être obtenu à partir de  $\psi = C^T \beta$  en remplaçant  $\beta$  par tout ensemble d'estimateurs de moindre carré. Si, en plus, les erreurs sont normalement distribuées, alors l'estimateur est de variance minimale parmi tous les estimateurs non biaisés.

Une fois la fonction de contraste formée, la question qui se pose est de savoir comment la fonction de contraste est elle considérée du point de vue statistique en vertu du théorème de Gauss-Markov.

Dans le cas général,  $q$  fonctions de contrastes linéairement indépendantes sont générées à partir de  $p$  effets, c'est à dire,  $\beta_j, j=1, 2, \dots, p$ ; avec la matrice des coefficients  $C$ , on a:

$$\psi = C\beta \quad (2-80)$$

En terme d'observations, l'estimateur est

$$\hat{\psi} = AY \quad (2-81)$$

**théorème 2-2:** sous  $\Omega$ , la probabilité que:

$$(\hat{\psi}-\psi)^T B^{-1}(\hat{\psi}-\psi) \leq q s^2 F_{(\alpha, q, n-r)}$$

est égale à  $1-\alpha$ .

Où  $s^2 = \sigma^2 = SSe(y, \beta) / (n-r)$  et  $B=AA^T$ .

**preuve:** le rapport  $((\hat{\psi}-\psi)^T B^{-1}(\hat{\psi}-\psi)/q) / (SS_e(y, \beta)/(n-r))$  suit une distribution F, avec q et n-r degrés de liberté, et est noté  $F_{\alpha, q, n-r}$ . Ainsi, étant donné  $\alpha$ , la probabilité que:

$$((\hat{\psi}-\psi)^T B^{-1}(\hat{\psi}-\psi)/q) / (SS_e(y, \beta)/(n-r)) \leq F_{\alpha, q, n-r}$$

est égale à  $1-\alpha$ .

## 8. CONCLUSION

Dans ce chapitre, plusieurs résultats importants de la théorie de l'analyse de la variance sont présentés.

En premier, nous avons développé le problème général de l'estimation de paramètres et le test des hypothèses linéaires. Puis nous avons décrit des modèles spécifiques de la méthode ANOVA; c'est à dire la conception unidirectionnelle, la conception bidirectionnelle et la conception multidirectionnelle qui fait appel au modèle carré Gréco-latin.

Dans le traitement d'image, les effets sont reliés à des caractéristiques physiques telles que les lignes, les colonnes et les diagonales. En dernier, nous avons présenté la théorie de la technique de comparaison.

Dans le chapitre suivant nous présenterons les détecteurs de lignes suivi des filtres statistiques à contraintes structurelles.

## **CHAPITRE 3**

### **FILTRES A CONTRAINTES STRUCTURELLES**

#### **1. INTRODUCTION**

Parmi les filtres cités dans le chapitre 1, nous avons présenté les filtres médians et les filtres médians à étages multiples. Les filtres médians à étages multiples supposent l'existence de segments de lignes dans diverses orientations sans faire de tests.

Dans ce chapitre, nous présentons une nouvelle méthode de restauration d'images basée sur l'analyse de variance [8],[9] et [20] pour la préservation des détails. La restauration d'images est effectuée en deux étapes. la première étape consiste à utiliser un détecteur de lignes basé sur le modèle Carré Gréco-Latin "modèle GLS"(chapitre 2), afin de déterminer s'il existe un segment de ligne dans l'une des directions considérées ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  ou  $135^\circ$ ). D'après l'information donnée par le détecteur de ligne, la seconde étape consiste à utiliser le filtre médian ou le filtre médian à étages multiples.

Dans le domaine du traitement d'images, les observations du modèle ANOVA correspondent au niveau de gris des pixels de la fenêtre de balayage. La donnée est recueillie à partir d'une image en utilisant une fenêtre de balayage de dimension  $m \times m$  avec  $m \ll I$  et

$m \ll J$  où  $I$  et  $J$  représentent respectivement les dimensions horizontale et verticale de l'image. Dans la terminologie de détection de ligne l'existence d'un effet correspond à la présence d'un segment de ligne orienté selon la direction horizontale, verticale ou diagonale.

2. *FILTRE GLS UTILISANT LES STATISTIQUES-F*

Dans ce cas, nous nous intéressons au modèle GLS décrit dans le paragraphe 6 chapitre

2. chaque pixel de la fenêtre de balayage est pris comme étant la somme de quatre paramètres.

La figure 3-1 montre le cas typique d'une fenêtre  $5 \times 5$ :

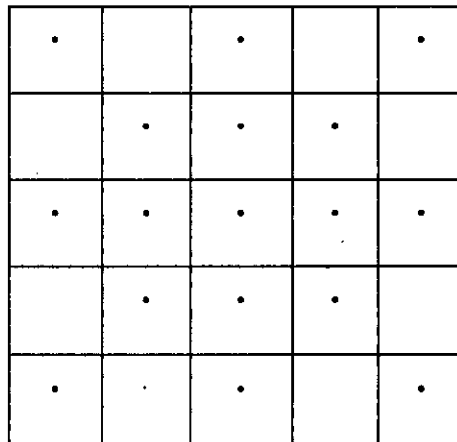


fig. 3-1 fenêtre avec quatre lignes centrales.

Chaque pixel est donné par:

$$\Omega \begin{cases} y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \tau_k + \delta_l + e_{ij} & (i,j,k,l) \in S \\ \sum \alpha_i = 0; \sum \beta_j = 0; \sum \tau_k = 0; \sum \delta_l = 0 \\ (e_{ij}) \text{ indépendants } N(0, \sigma^2 I) \end{cases} \quad (3-1)$$

Les quatre traitements du modèle sont les lignes, les colonnes et les diagonales notés respectivement par  $\alpha_i$ ,  $\beta_j$ ,  $\tau_k$  et  $\delta_l$ . Dans le but de détecter la présence de lignes dans l'une des directions, on considère les hypothèses  $H_a$ ,  $H_b$ ,  $H_c$  et  $H_d$  données par (2-66) et les tests d'hypothèses utilisant les fonctions statistiques  $F_a$ ,  $F_b$ ,  $F_c$  et  $F_d$  données par (2-72)-(2-75). Le seuil de chaque test est  $T_H = F_{\alpha, (m-1), (m-1), (m-3)}$ . La structure du détecteur de ligne est obtenue en comparant  $f_d = \max(F_a, F_b, F_c, F_d)$  au seuil  $T_H$ :

$$f_d \begin{cases} > \\ < \end{cases} T_H \tag{3-2}$$

La sortie du filtre est donné par:

$$y_{GLS}(i,j) = \begin{cases} y_{MMF}(i,j) & \text{si } f_d > T_H \\ y_0(i,j) & \text{si } f_d < T_H \end{cases} \tag{3-3}$$

avec:  $y_{MMF}(i,j)$  sortie du filtre médian à étages multiples au point  $(i,j)$ .

$y_0(i,j)$  sortie du filtre médian au point  $(i,j)$ .

la figure (3-2) donne le diagramme bloc du filtre.

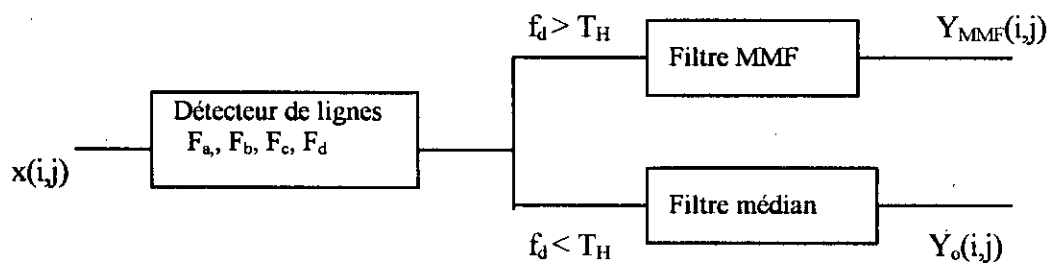


fig. 3-2 Filtre GLS avec statistiques-F.

### 3. FILTRE GLS UTILISANT LES FONCTIONS DE CONTRASTES

Jusqu'à présent, la structure du détecteur considérée est basée sur un simple test-F. Pour la sauvegarde des détails fins, la structure la plus utilisée est basée sur la méthodologie de fonctions de contrastes.

En terme d'observations dans la fenêtre, le plus intéressant, est de savoir s'il existe un contraste visuel significatif entre la ligne et son arrière-plan. En terme statistique, ceci revient à trouver un estimateur de la fonction de contraste et son intervalle de sécurité. La procédure doit permettre de déterminer, dans l'ensemble hypothèses-alternative, si la fonction de contraste dans la fenêtre en question est nulle avec un certain niveau de sécurité. Dans le cas des détecteurs unidirectionnel et bidirectionnel, les contrastes en terme effet de ligne et de colonne sont:

\* Fonction de contraste ligne

$$\hat{\Psi}_{0^\circ} = 4\hat{\alpha}_3 - (\hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2 + \hat{\alpha}_4 + \hat{\alpha}_5) \quad (3-4)$$

\* Fonction de contraste colonne

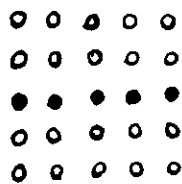
$$\hat{\Psi}_{90^\circ} = 4\hat{\beta}_3 - (\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_4 + \hat{\beta}_5) \quad (3-5)$$

Il est possible d'ajouter des fonctions de contrastes orthogonales à celles données par (3-4) et (3-5). Le nombre maximum d'effets fixe le nombre total des fonctions de contrastes orthogonales par direction. Avec p effets on a q=p-1 contrastes par direction; par exemple, pour une fenêtre à cinq effets il y a au maximum quatre contrastes orthogonaux (voir annexe B).

La façon la plus naturelle pour représenter les effets de ligne en terme de caractéristiques physiques est de considérer la moyenne des valeurs de tous les pixels le long de la même ligne. Le même raisonnement est fait pour les effets de colonne. Ainsi les contrastes de (3-4) et (3-5) deviennent:

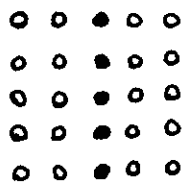
\* Contraste central de ligne:

$$\psi_{0^\circ} = (4/5)y_3 - (1/5)(y_1 + y_2 + y_4 + y_5) \tag{3-6}$$



\* Contraste central de colonne:

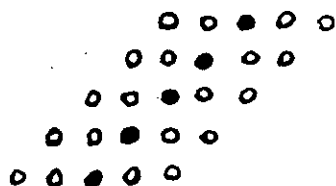
$$\psi_{90^\circ} = (4/5)y_3 - (1/5)(y_1 + y_2 + y_4 + y_5) \tag{3-7}$$



Avec la présente caractérisation de la ligne nous sommes amené à la conclusion que les estimateurs des moindres carrés des effets sont identiques aux estimateurs des moyennes des échantillons. Pour le cas multidirectionnel, il n'est pas possible de considérer les effets tels qu'ils sont représentés sur le modèle GLS de la figure 2-4; ceci étant en désaccord avec la définition physique d'une ligne. Donc pour se rapprocher de la définition de contraste, deux fenêtres parallèles sont utilisées; ces deux fenêtres se superposent à la fenêtre carrée. Par conséquent les fenêtres diagonales sont définies comme suit:

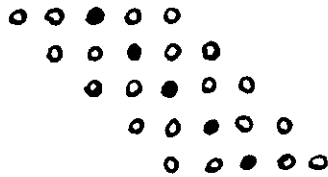
\* Ligne centrale diagonale à 45°

$$\psi_{45^\circ} = \frac{4}{5} \sum_{j=1}^n y_{j,(m-j+1)} - \frac{1}{5} \left[ \sum_{j=1}^n y_{j,(m-j-1)} + \sum_{j=1}^n y_{j,m-j-2} + \sum_{j=1}^n y_{j,m-j} + \sum_{j=1}^n y_{j,m-j+3} \right] \tag{3-8}$$



\* ligne centrale diagonale à 135°

$$\Psi_{135^\circ} = \frac{4}{5} \sum_{j=1}^n y_{i,j} - \frac{1}{5} \left[ \sum_{j=1}^h y_{j,(j-1)} + \sum_{j=1}^n y_{j,(j-2)} + \sum_{j=1}^n y_{j,j+1} + \sum_{j=1}^n y_{j,(j+2)} \right] \quad (3-9)$$



Malgré l'existence de quatre fenêtres distinctes, en pratique nous n'utilisons que trois fenêtres. La première fenêtre carrée est utilisée pour déterminer les contrastes centrés de ligne et de colonne. Les deux fenêtres parallépipèdes sont utilisées pour les contrastes 45° et 135°. Pour le modèle de multicomparaison, le paramètre essentiel est l'estimateur de la variance du bruit qui est égal à  $SS_e(y,\beta)/(n-r)$ . De ce fait, il est nécessaire de calculer la somme des carrés  $SS_e(y,\beta)$ . Le degré de liberté  $n-r$  est égal à  $(m-1)(m-3)$  pour le modèle GLS. Nous avons:

$$s^2 = \sigma^2 = \frac{\sum_{(i,j,k,l) \in S} (y_{ij} - y_{i...} - y_{.j...} - y_{...k} - y_{...l})^2}{(m-1)(m-3)} \quad (3-10)$$

Nous avons alors:

$$(\hat{\Psi} - \Psi)^2 \leq q s^2 a a^T F_{\alpha,1,(m-1)(m-3)} \quad (3-11)$$

où  $a$  est le vecteur de coefficient de (2-81). La variance du contraste est:

$$\hat{\sigma}_{\hat{\Psi}_c}^2 = s^2 a a^T \quad (3-12)$$

Pour déterminer les composantes de  $B$  ( $B=aa^T$ ), nous considérons par exemple l'équation (3-7).

Les éléments de  $a$  sont les coefficients assignés à chaque effet de la fenêtre. Par exemple  $m=5$ :



$$a_{ij} = \begin{cases} 4/5 & i=1,2,\dots,5; j=5(i-1)+3 \\ -1/5 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3-13)$$

### 3-1 FILTRE GLS AVEC UN CONTRASTE PAR DIRECTION

Dans ce cas, nous supposons qu'il existe un contraste central par direction alors  $q=1$ . Avec la présente structure nous n'avons pas besoin de trouver les fonctions statistiques des quatre hypothèses-alternatives. A la place le test est exécuté en considérant  $C_d$  tel que:

$$C_d = \max(\hat{\psi}_{0^\circ}, \hat{\psi}_{90^\circ}, \hat{\psi}_{45^\circ}, \hat{\psi}_{135^\circ}) \quad (3-14)$$

La structure du détecteur de contraste est donnée par:

$$|C_d| \lesseqgtr T_H \quad (3-15)$$

avec  $T_H = (S\hat{\sigma}_\psi^2)^{1/2}$  où  $S = F_{\alpha,1,(m-1)(m-3)}$

Une ligne est présente si  $C_d$  est supérieur au seuil. Le contraste maximum correspond à la direction de la ligne avec contraste apparent.

La sortie du filtre est donnée par:

$$y^{\text{cont}}(i,j) = \begin{cases} y_0(i,j) & \text{si } C_d < T_h \\ y_{\text{MMF}}(i,j) & \text{si } C_d > T_h \end{cases} \quad (3-16)$$

avec  $T_H = (S^2 a a^T F_{\alpha,1,(m-1)(m-3)})^{1/2}$

La figure 3-3 donne le diagramme bloc du filtre:

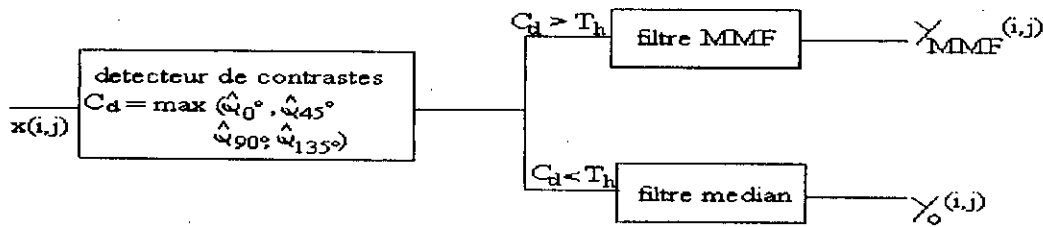


fig 3-3 : filtre GLS avec 1 contraste par direction

### 3-2 FILTRE GLS AVEC QUATRE CONTRASTES PAR DIRECTION

Dans ce qui précède, nous avons considéré le cas unidimensionnel, c'est à dire que nous avons une fonction de contraste par direction. nous pouvons, aussi, considérer le cas multidimensionnel avec q fonctions de contraste par direction. Dans le cas de cinq effets par direction, nous avons quatre fonctions de contrastes notées par  $\hat{\psi}_1^\delta, \hat{\psi}_2^\delta, \hat{\psi}_3^\delta$  et  $\hat{\psi}_4^\delta$  avec  $\delta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  ou  $135^\circ$  selon la direction considérée.

Pour déterminer ces fonctions de contrastes deux conditions doivent être respectées: somme nulle des coefficients et orthogonalité des fonctions de contrastes.

Dans le cas d'un contraste central l'ensemble des coefficients de contrastes est donné par le tableau 1 avec  $\gamma$  effet de ligne, de colonne ou diagonal:

tableau 1

	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	$\gamma_4$	$\gamma_5$
$\psi_1$	-1	-1	4	-1	-1
$\psi_2$	0	0	0	1	-1
$\psi_3$	1	-1	0	0	0
$\psi_4$	1	1	0	-1	-1

La première fonction de contraste permet de tester l'effet central  $\gamma_3$  contre le reste des effets auxquels sont assignés des coefficients égaux. Les autres fonctions de contrastes testent les effets sans tenir compte de  $\gamma_3$ .

Donc, les quatre fonctions de contrastes sont données par:

$$\hat{\psi}_1 = 4\hat{\gamma}_3 - (\hat{\gamma}_1 + \hat{\gamma}_2 + \hat{\gamma}_4 + \hat{\gamma}_5) \tag{3-17}$$

$$\hat{\psi}_2 = \hat{\gamma}_4 - \hat{\gamma}_5 \tag{3-18}$$

$$\hat{\psi}_3 = \hat{\gamma}_1 - \hat{\gamma}_2 \tag{3-19}$$

$$\hat{\psi}_4 = \hat{\gamma}_1 + \hat{\gamma}_2 - (\hat{\gamma}_4 + \hat{\gamma}_5) \tag{3-20}$$

Le test est exécuté en considérant:

$$C_d = \max(\hat{\psi}_1^*, \hat{\psi}_2^*, \hat{\psi}_3^*, \hat{\psi}_4^*) \tag{3-21}$$

La structure du détecteur de contrastes est donnée par:

$$|C_d| \leq (qS\hat{\sigma}_\psi^2)^{1/2} \tag{3-22}$$

$$S = F_{\alpha, q, (m-1)(m-3)}$$

Dans le cas unidimensionnel, il suffit d'avoir  $|C_d|$  supérieur au seuil pour affirmer l'existence d'une ligne dans une direction donnée. Dans le cas multidimensionnel, le test ne s'arrête pas là mais il faut en plus montrer que cette ligne a un contraste apparent avec les lignes de la même direction et dans la même fenêtre de balayage.

Donc le test devient:

$$\begin{aligned}
 |C_d| > T_H \quad \text{et} \quad \hat{\psi}_2 < T_H & \tag{3-23} \\
 \hat{\psi}_3 < T_H & \\
 \hat{\psi}_4 < T_H &
 \end{aligned}$$

Avec  $T_H = (qS\sigma_{\psi}^2)^{1/2}$

La sortie du filtre GLS avec quatre contrastes par direction est donnée par:

$$y_{GLS}^{4cont}(i,j) = \begin{cases} y_o(i,j) & \text{si } C_d < T_h \\ y_{MMF}(i,j) & \text{si } C_d > T_h \text{ et } \hat{\psi}_2^{\delta} < T_h \\ & \hat{\psi}_3^{\delta} < T_h \\ & \hat{\psi}_4^{\delta} < T_h \end{cases} \tag{3-24}$$

avec  $T_h = (qS\sigma_{\psi}^2)^{1/2} \quad q=4$

La figure 3-4 donne le diagramme bloc du filtre:

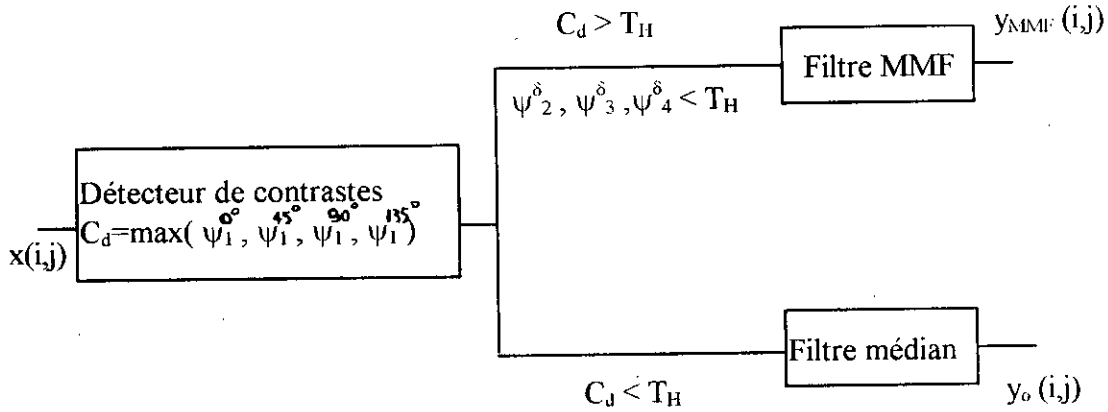


Fig. 3-4: Filtre GLS avec 4 contrastes par direction.

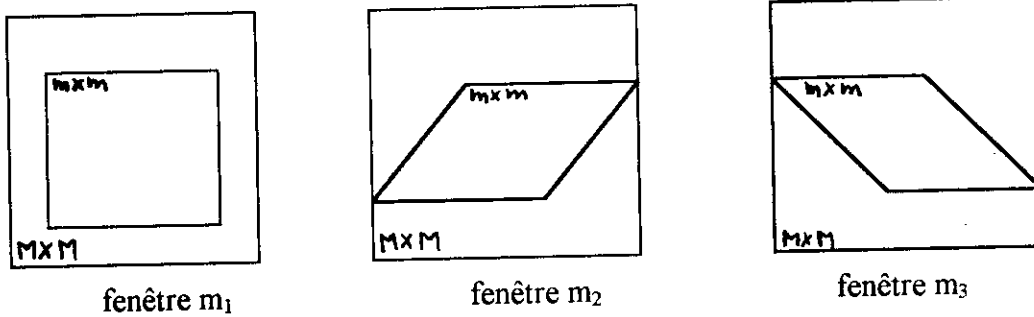
#### 4. FILTRE GLS AVEC APPROCHE BASEE SUR LES CONTRASTES

Dans cette partie la détection de ligne avec une fenêtre GLS de dimension  $M \times M$  est utilisée comme première étape. L'utilisation d'une fenêtre  $m \times m$  ( $m < M$ ) inclus dans la fenêtre  $M \times M$  détermine l'orientation de cette ligne. La suppression du bruit se fait en seconde étape. L'image est balayée par une fenêtre de dimension  $M \times M$  et en chaque position les quatre fonctions statistiques sont calculées.  $F_d = \max(F_a, F_b, F_c, F_d)$  est déterminé puis comparé au seuil  $T_h = F_{\alpha, M-1, (M-3)(M-1)}$ .

Si  $F_d < T_h$  aucune structure n'est présente et la fenêtre est considérée comme étant homogène.

Si  $F_d > T_h$  une caractéristique physique est présente, il faut déterminer sa direction.

Pour ce faire nous utilisons les trois fenêtres suivantes:



La fenêtre  $m_1$  est utilisée pour les directions  $0^\circ$  et  $90^\circ$ ,  $m_2$  pour la direction  $45^\circ$  et  $m_3$  pour la direction  $135^\circ$ .

Nous supposons l'existence d'un contraste central (c'est à dire une ligne) à l'intérieur des fenêtres  $m \times m$  dans chacune des trois fenêtres. Le maximum des quatre contrastes est calculé  $C_d = \max(C_{0^\circ}, C_{45^\circ}, C_{90^\circ}, C_{135^\circ})$  et la direction de la ligne est déterminée. A ce niveau le filtrage est effectué en utilisant la fenêtre donnant le contraste maximum. La figure 3-5 donne le diagramme bloc de ce filtre.

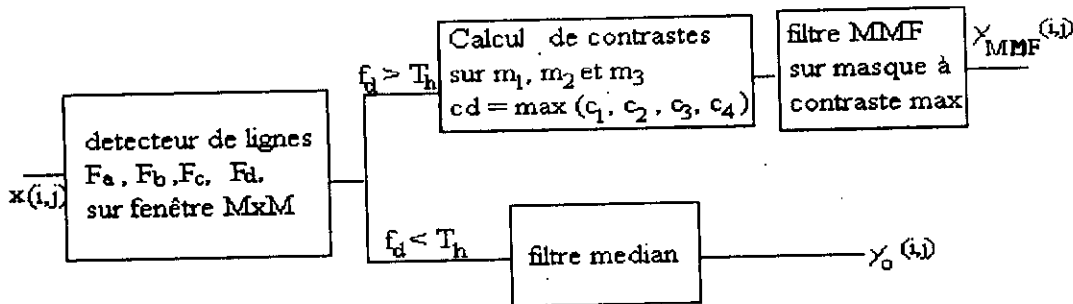


fig.3-5: filtre GLS avec approche basée sur les contrastes.

5. ORGANIGRAMMES

Pour mettre en oeuvre les différents filtres cités dans les paragraphes précédents trois organigrammes sont donnés par les figures suivantes. La figure 3-6 donne

l'organigramme global de simulation. L'organigramme de la figure 3-7 regroupe le filtre GLS avec fonctions statistiques et les filtres GLS avec contrastes unidimensionnel et multidimensionnel. En dernier la figure 3-8 représente l'organigramme du filtre GLS avec approche basée sur les contrastes.

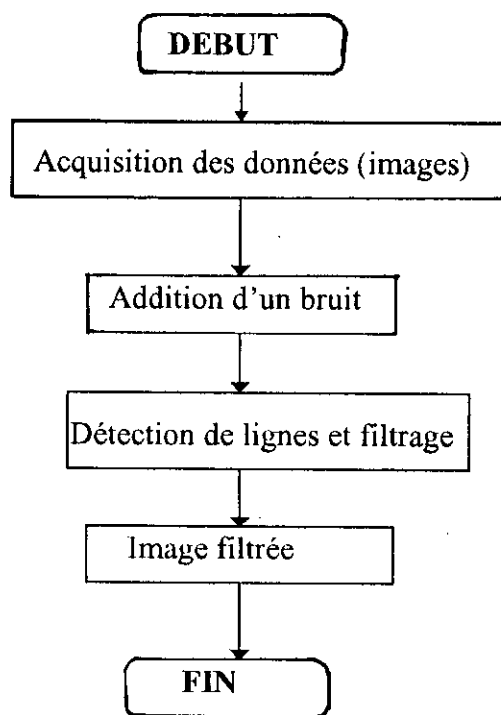


fig.3-6 organigramme global de simulation

### 5-1 DESCRIPTION DES ORGANIGRAMMES

Données: - image de dimension X et Y.

- seuil  $f_{cr}$  (selon le choix du filtre).

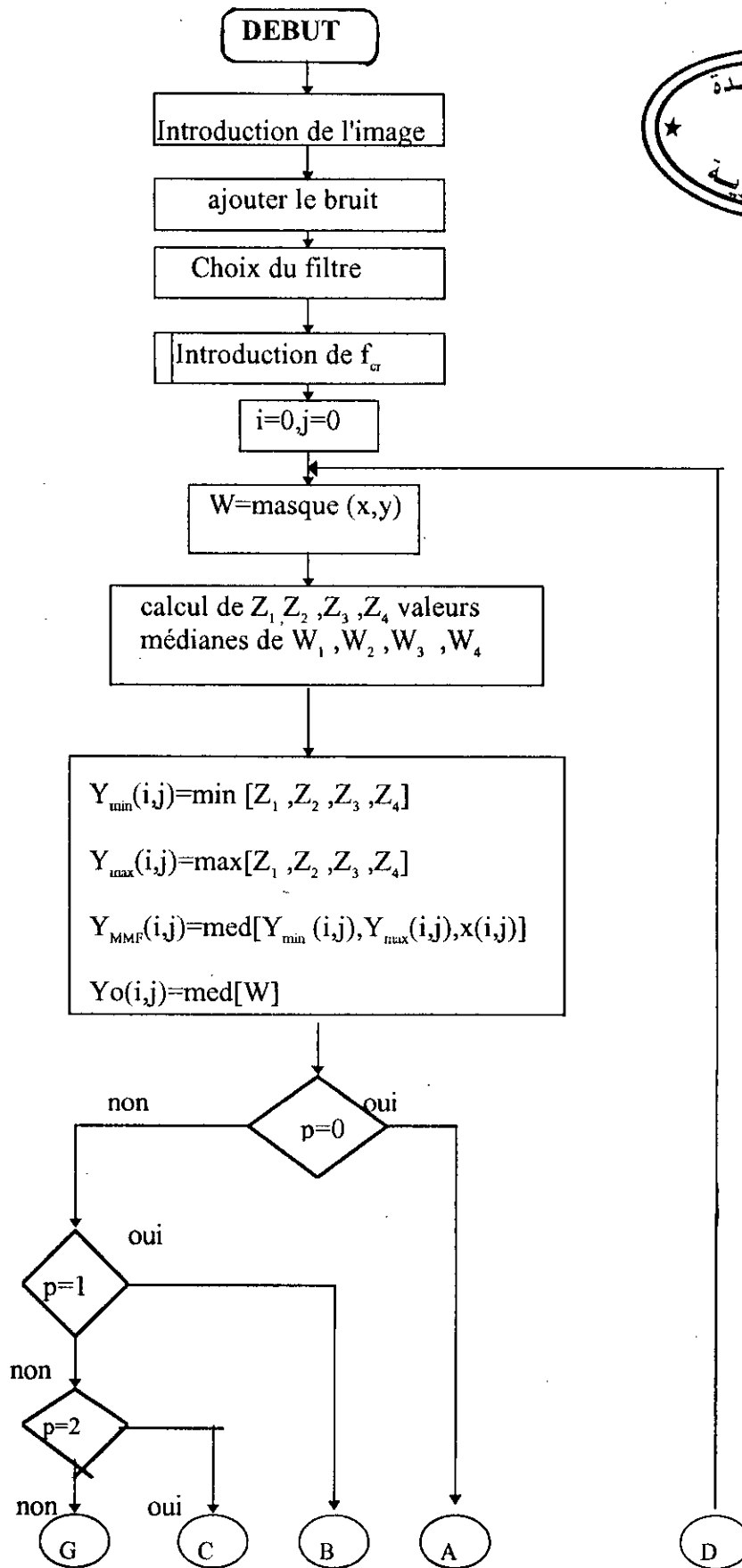
Traitement: pour l'organigramme de la figure 3-7:

- si  $p=0$  alors filtre GLS avec statistiques\_F.
- si  $p=1$  alors filtre GLS avec un contraste par direction.
- si  $p=2$  alors filtre GLS avec quatre contrastes par direction.

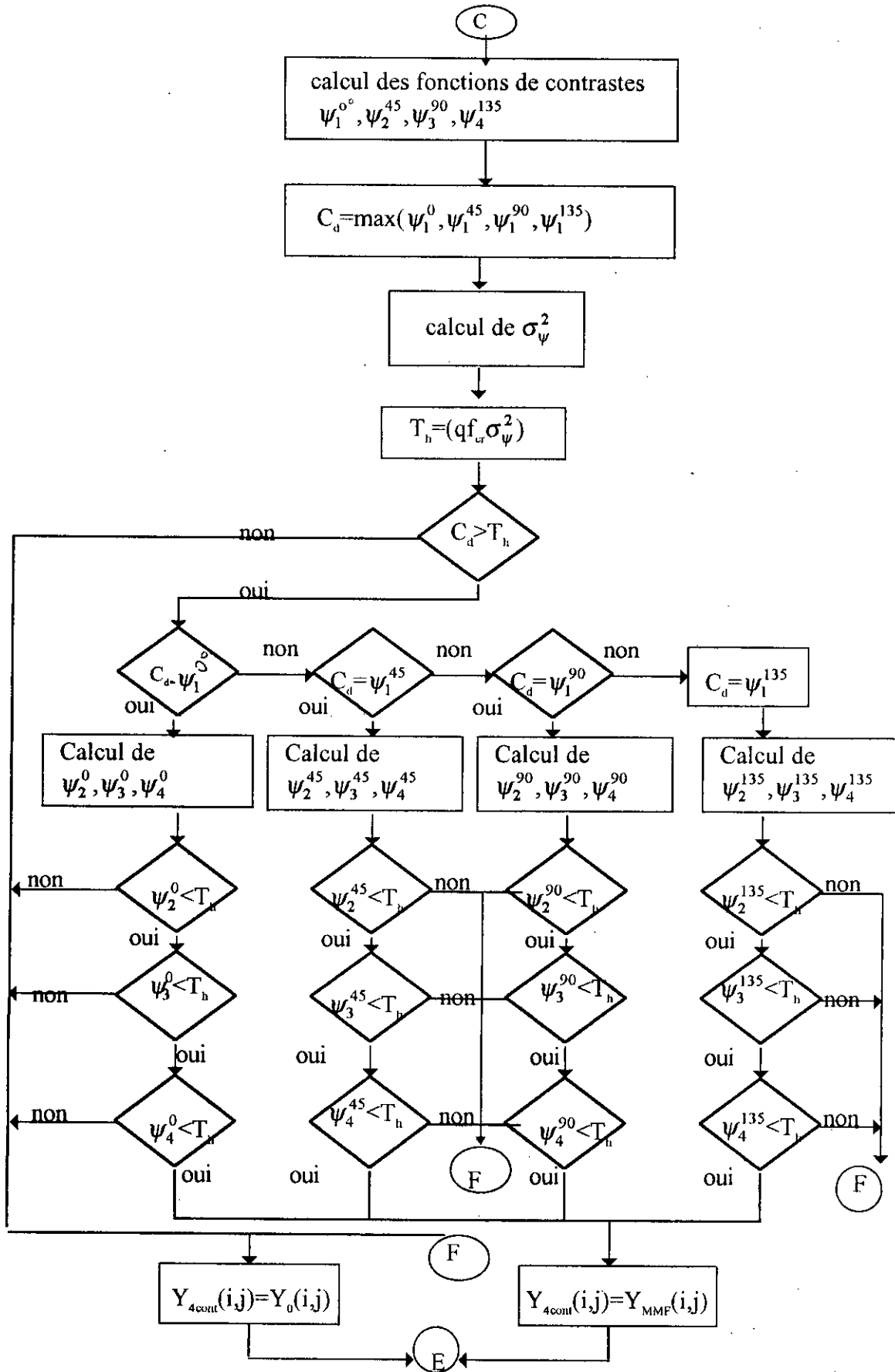
Pour l'organigramme de la figure 3-8:

- filtre GLS avec approche basée sur les contrastes.

Résultat: image filtrée.







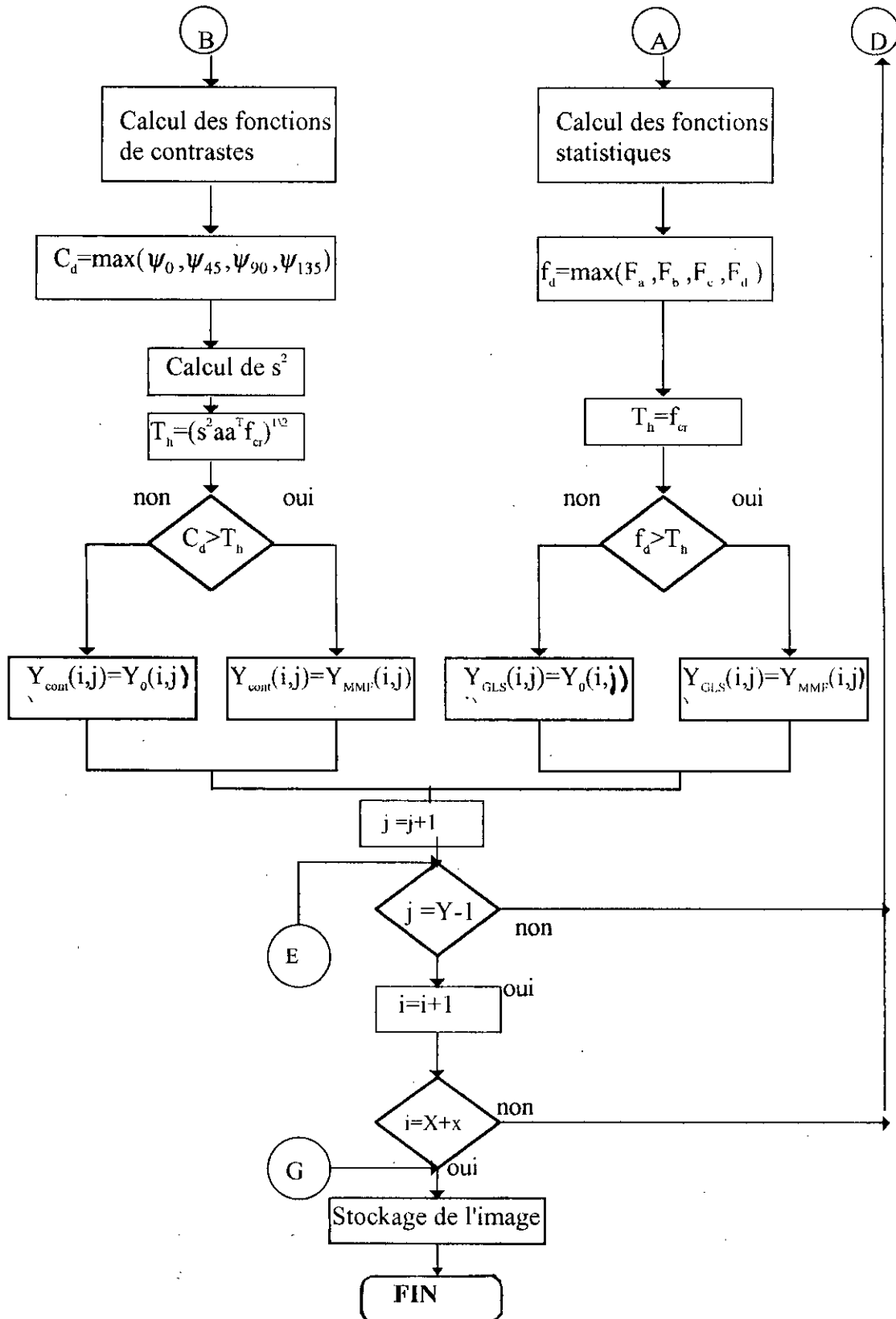
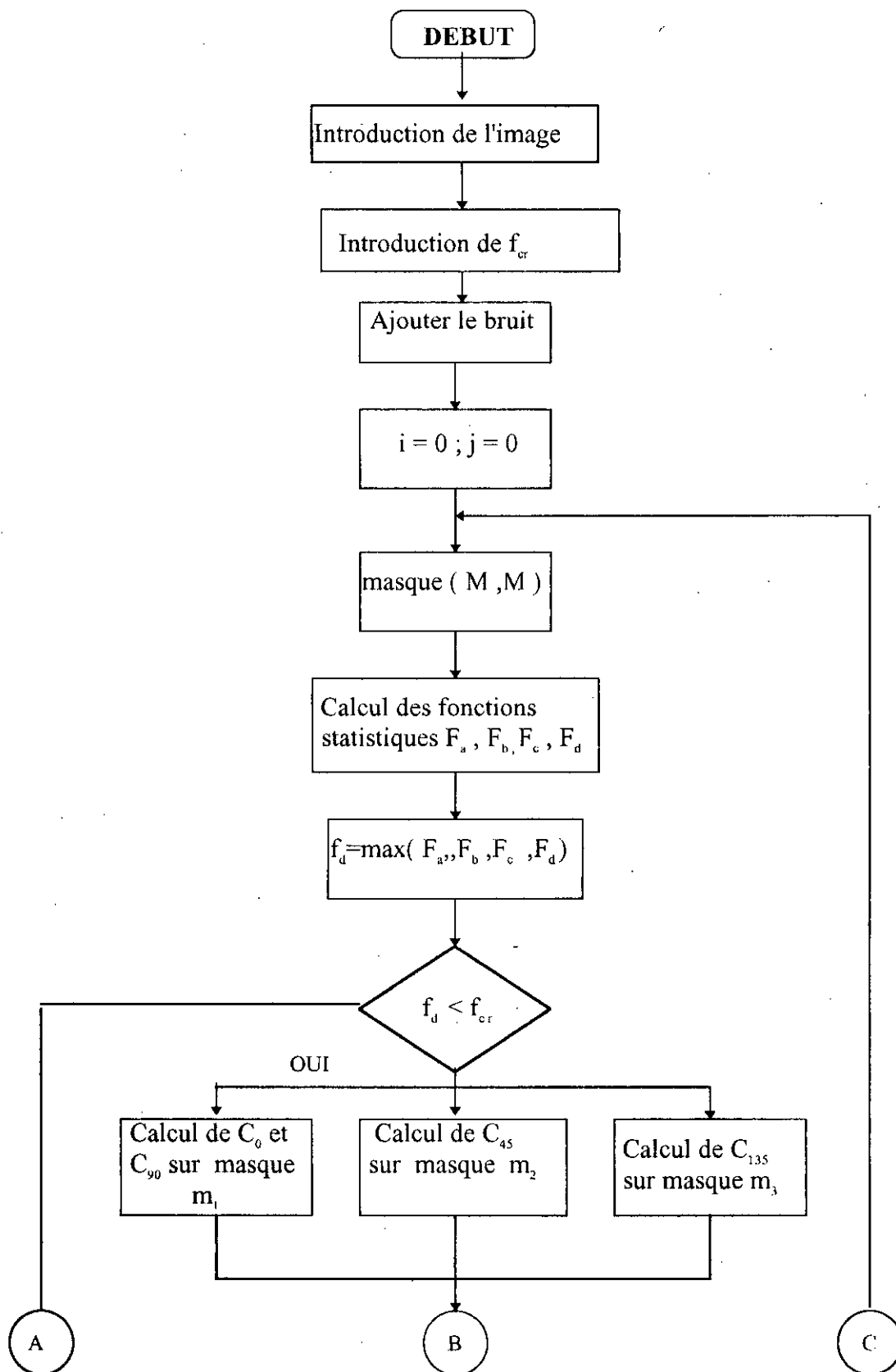


Fig. 3 -7 organigramme regroupant le filtre GLS utilisant les statistiques-F, le filtre GLS avec un contraste par direction et le filtre GLS avec 4 contrastes par direction.



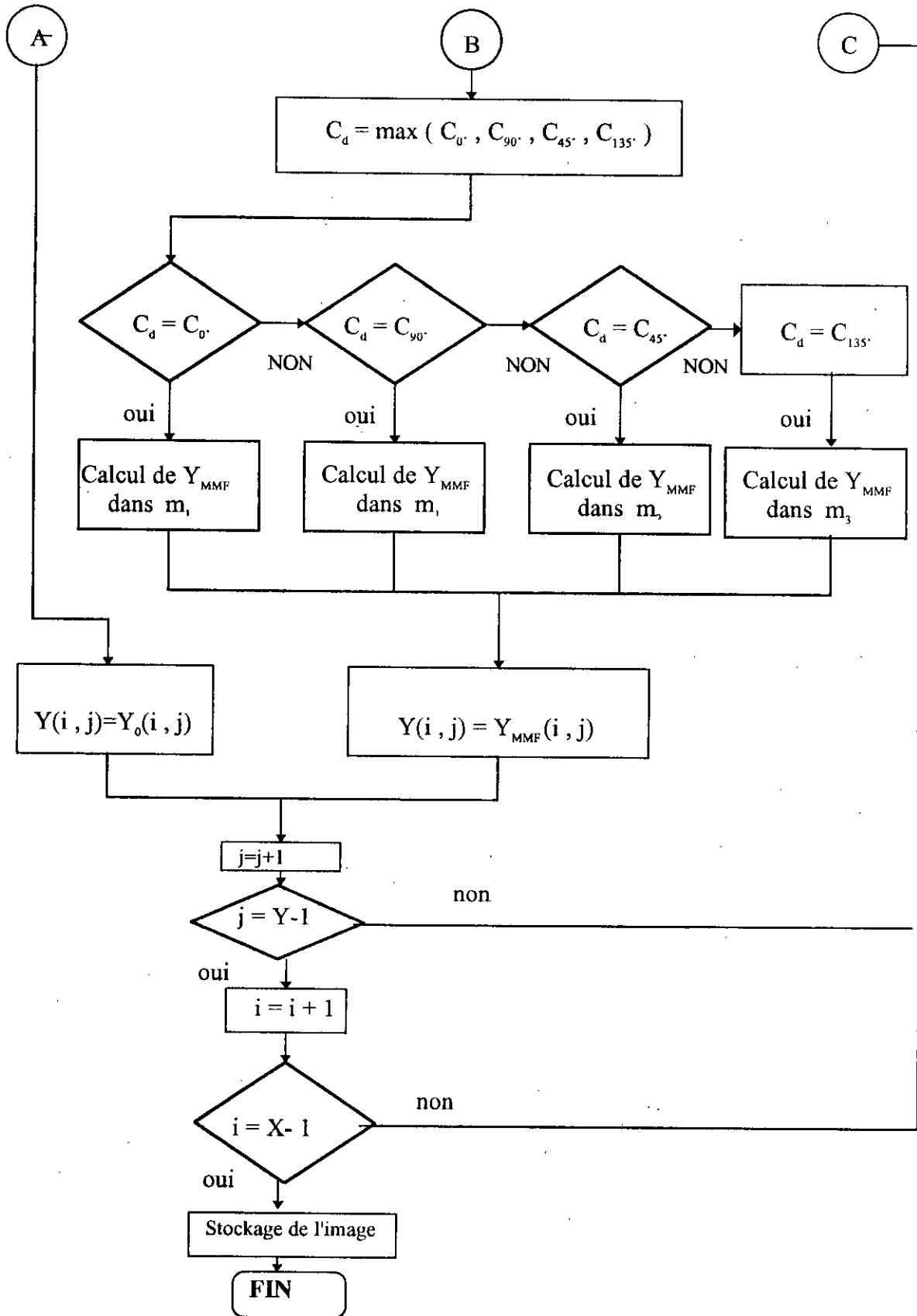


Fig. 3-8 organigramme du filtre GLS avec approche basée sur les contrastes.

### 6. resultats experimentaux

Les algorithmes de filtrage sont implémentés en langage turbo C. Pour la simulation nous utilisons une image numérique de dimension  $128 \times 128$  codée sur 256 niveaux. L'image originale est dégradée par un bruit impulsif. La probabilité qu'une impulsion apparait est égale à  $p$  avec une amplitude égale à 150. L'image bruitée est balayée par une fenêtre de dimension  $5 \times 5$  pour les filtres définis dans les paragraphes 2 et 3, et par une fenêtre de dimension  $9 \times 9$  pour le filtre défini dans le paragraphe 4. Le balayage se fait de gauche à droite et de haut en bas: colonne par colonne et ligne par ligne.

Lorsque l'image à filtrer est de dimension  $N \times N$  et que le filtre utilisé (fenêtre) est de taille  $(n+1) \times (n+1)$ , il y a tout autour de l'image un cadre d'épaisseur  $n/2$  où le filtre n'est à priori pas applicable. Alors l'image filtrée est de taille  $(N+1-n) \times (N+1-n)$ . Afin d'obtenir une image filtrée de dimension  $N \times N$  on réalise un effet dit de miroir [24]. On rajoute tout autour de l'image initiale un cadre d'épaisseur  $n/2$  dans lequel on recopie les  $n/2$  lignes de bord de l'image.

Avant de filtrer une image de dimension  $128 \times 128$ , nous effectuons un test sur une fenêtre de dimension  $5 \times 5$  afin de déterminer  $P_d$  la probabilité de detection d'une ligne et  $P_{fa}$  la probabilité de fausse alarme (c'est à dire detection d'une ligne alors qu'elle n'existe pas) pour différentes valeurs de  $p$  probabilité de contamination.

Ce test comprend les étapes suivantes:

- étape 1: définir une fenêtre de dimension  $5 \times 5$  avec une ligne centrale horizontale.
- étape 2: relever la valeur de  $T_H = F_{\alpha, (m-1), (m-1), (m-3)}$  de la table de Fisher (annexe A) pour  $\alpha=5\%$  et  $m=5$ .
- étape 3: prendre  $cpt=0$ .
- étape 4: dégrader l'image avec un bruit impulsif de probabilité  $P$ .
- étape 5: calculer les fonctions statistiques  $F_a, F_b, F_c, F_d$  et prendre  $F_d = \max(F_a, F_b, F_c, F_d)$ .

Si  $F_d > T_H$  alors détection d'une ligne et  $cpt=cpt+1$ .

- étape 6: refaire le test, à partir de l'étape 4,  $N$  fois.

Par exemple, nous prenons  $N=1000$  et la fenêtre suivante:

```

20  20  20  20  20
20  20  20  20  20
120 120 120 120 120
20  20  20  20  20
20  20  20  20  20
    
```

Donc  $P_d$  (en %) =  $100 \times \text{cpt} / 1000$

Pour déterminer  $P_{fa}$  nous suivons les mêmes étapes que précédemment mais la fenêtre utilisée est homogène. Par exemple:

```

20  20  20  20  20
20  20  20  20  20
20  20  20  20  20
20  20  20  20  20
20  20  20  20  20
    
```

Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau 2.

Probabilité de contamination P	Probabilité de détection $P_d$	Probabilité de fausse alarme $P_{fa}$
0.04	100%	0%
0.08	83,9%	0%
0.1	63,7%	7,7%

Tableau 2

Nous remarquons que plus P augmente et moins le détecteur de lignes est efficace. A  $P=10\%$ , on commence à avoir de fausses alarmes.

Le même test est repris dans le cas d'un bruit gaussien pour différentes valeurs de SNR (rapport signal sur bruit). Les résultats obtenus sont donnés par le tableau 3.

SNR (en dB)	Probabilité de détection $P_d$	Probabilité de fausse alarme $P_{fa}$
10	100%	76,2%
20	100%	75,3%
30	100%	0.5%

tableau 3

nous remarquons que plus SNR augmente et plus  $P_{fa}$  diminue. A partir de SNR=30 dB on a peu de fausses alarmes, donc le détecteur de ligne est performant.

## 6-1 COMPARAISON DE PERFORMANCES

### 6-1-1 CALCUL D'ERREUR

Pour évaluer les performances des différents filtres, nous calculons l'erreur quadratique moyenne mse (définition 9). Le choix de la quantité mse comme indicateur permet d'apprécier l'écart moyen, sur toute l'image, entre le niveau de gris d'un pixel (i,j) de l'image estimée et le niveau de gris du pixel (i,j) de l'image originale. Plus mse est faible plus l'estimateur se rapproche de l'originale de façon quadratique.

Pour l'application, nous utilisons deux images différentes; l'image "femme" et l'image "façade". Ces images sont dégradées par un bruit impulsif avec  $p=0.01, 0.02, 0.05$  puis  $0.1$ .

Nous filtrons ces images avec le filtre MMF et le filtre GLS. Nous utilisons une fenêtre de balayage de dimension  $5 \times 5$  puis une fenêtre  $9 \times 9$ . mse est calculée pour différentes valeurs de p. Les courbes  $mse=f(p)$  sont tracées et données par la figure 3-9.

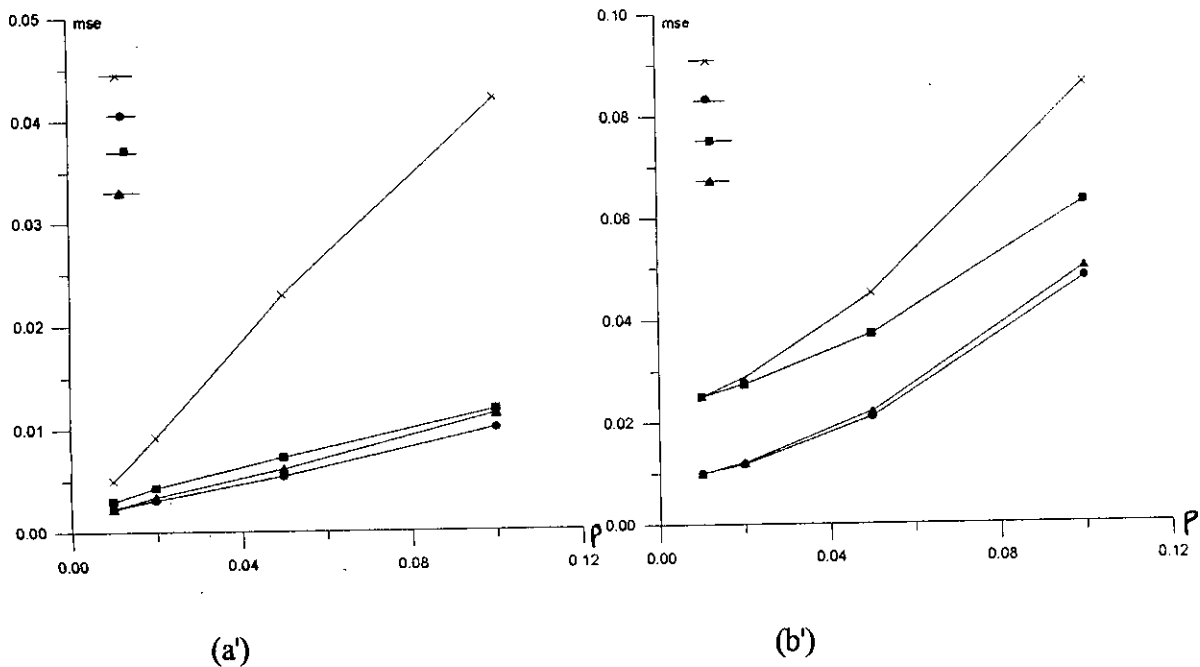


fig.3-9 courbes  $mse=f(p)$  pour: (a') image "femme"; (b') image "façade".

note: courbe (a) MMF 5x5; (b) MMF 9x9; (c) GLS 5x5; (d) GLS 9x9.

- Plus  $p$  augmente et plus mse augmente.
- Pour le filtre MMF et le filtre GLS, plus la taille de la fenêtre augmente et plus mse diminue.
- Pour une fenêtre 5x5 le filtre GLS donne les plus petites erreurs.

Les images dégradées sont filtrées avec les filtres définis précédemment, c'est à dire le filtre GLS avec fonctions statistiques, le filtre GLS avec contrastes unidimensionnel et multidimensionnel et le filtre GLS avec approche basée sur les contrastes. mse est calculée pour différentes valeurs de  $p$  et les courbes  $mse=f(p)$  sont tracées. La figure 3-10 représente ces courbes.



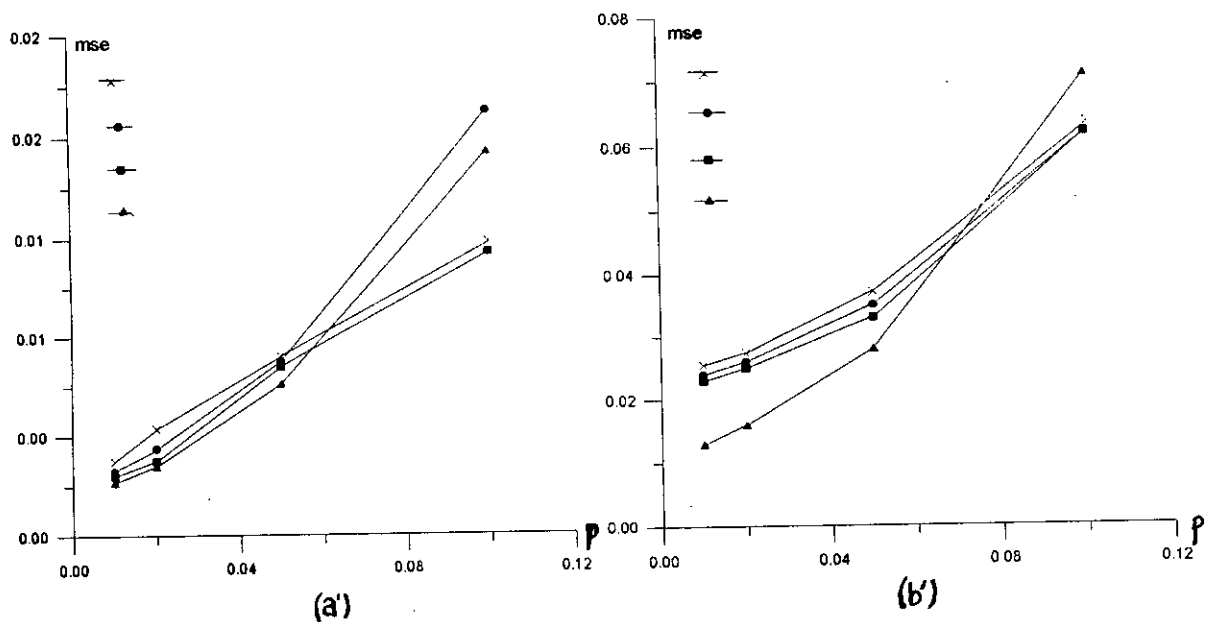


fig. 3-10:  $mse=f(p)$ : (a') image "femme"; (b') image "façade".

Note: courbe (a) filtre GLS; (b) filtre 1 contraste; (c) filtre 4 contrastes ; (d) filtre avec approche sur contrastes.

Les courbes de la figure 3-10 montrent que:

- plus  $p$  augmente et plus  $mse$  augmente.
- pour  $p=0.01$  à  $p=0.05$  le filtre GLS avec approche sur les contrastes donne les plus petites erreurs.

### 6-1-2 PROFILS DES IMAGES

Une image est une entité à trois dimensions:  $x, y$  et niveau de gris. Il est possible d'en faire une coupe. L'intérêt de la coupe est de faire une analyse fine des variations d'intensité de l'image. Si l'on fait une coupe suivant l'axe des  $x$ , on peut tracer la courbe donnant le niveau de gris en fonction de l'axe des  $y$ .

Nous traçons les profils de l'image originale, de l'image dégradée et des images filtrées. Une comparaison entre les courbes obtenues permet de trouver le filtre qui donne le meilleur résultat, c'est à dire le filtre dont le profil se rapproche le plus de celui de l'image originale.

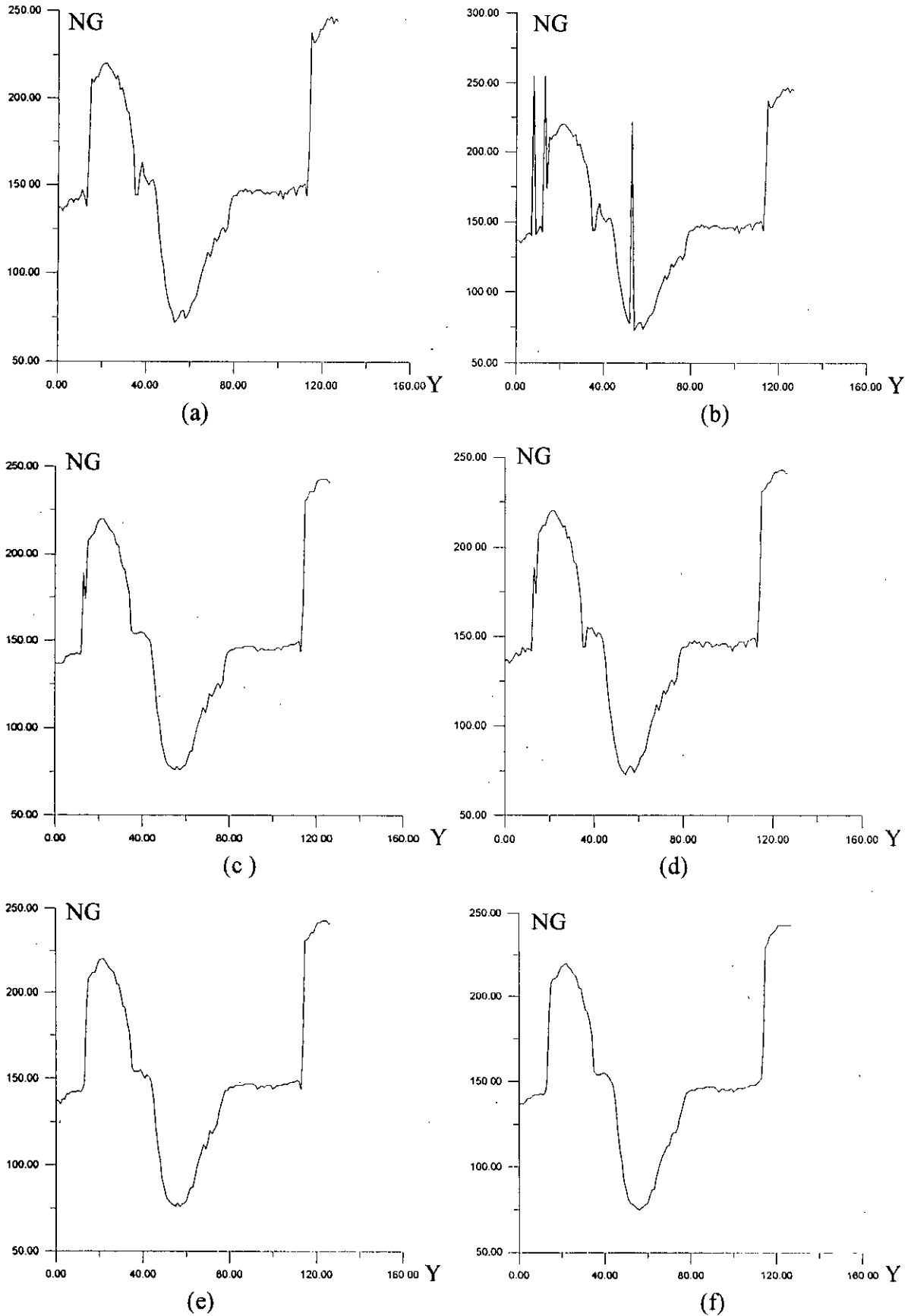


fig.3-11 profil de:(a) image originale "femme", (b) image bruitée  $p=0.01$ , images filtrées: (c) filtre MMF, (d) filtre GLS, (e) filtre 1 contraste, (f) filtre 4 contrastes.

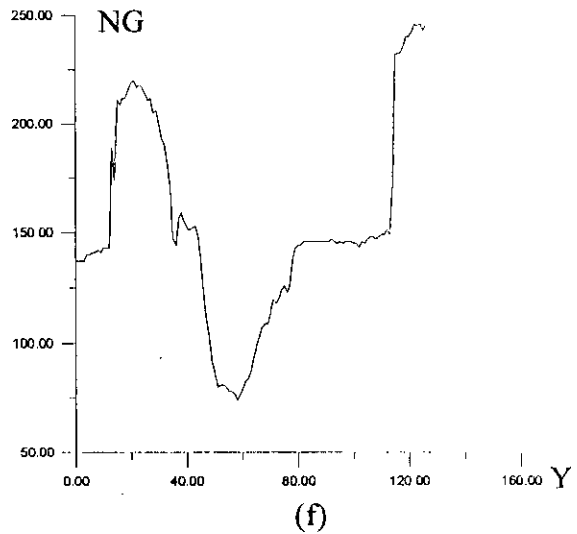
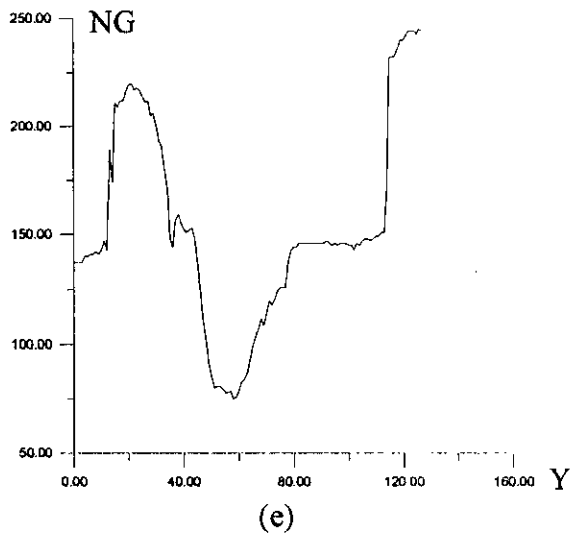
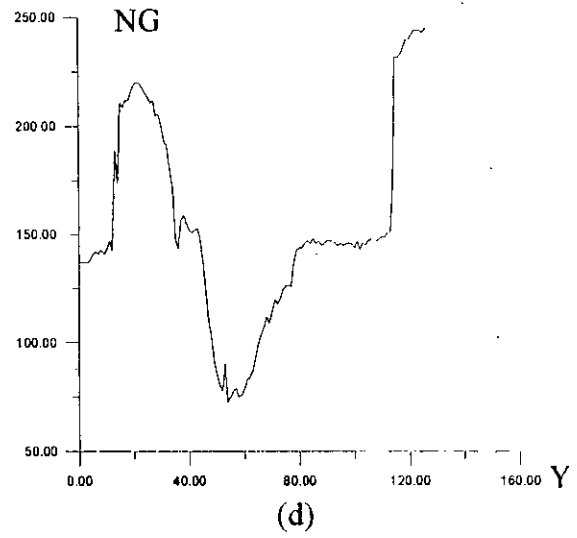
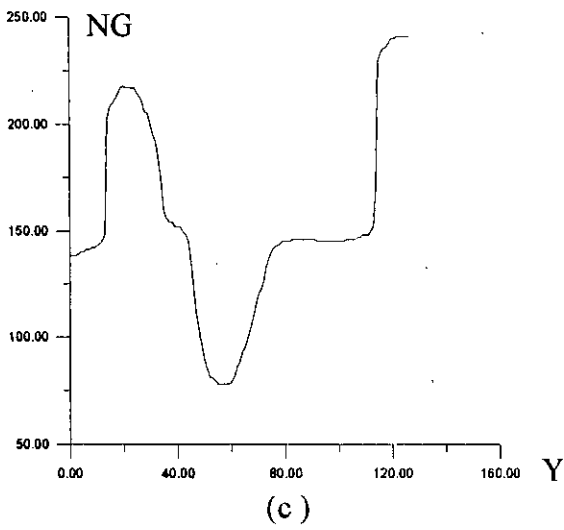
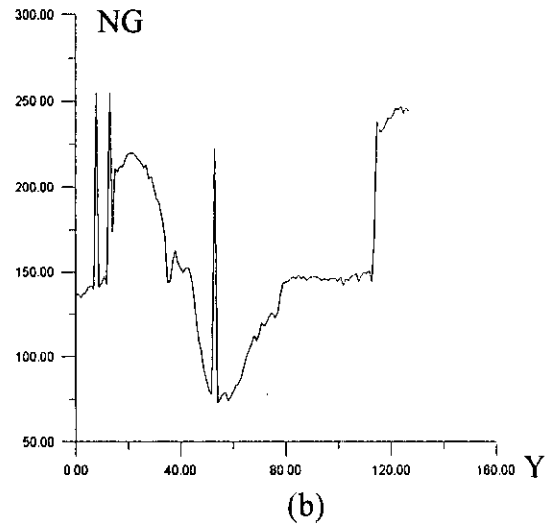
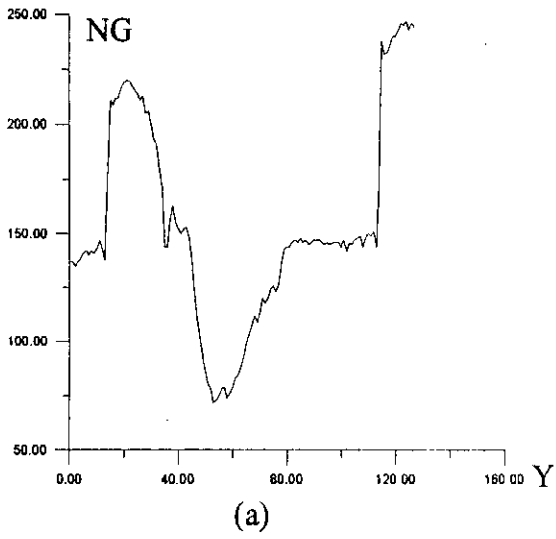
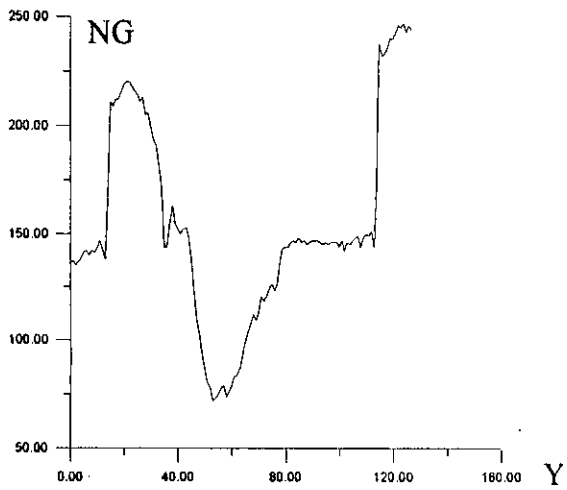
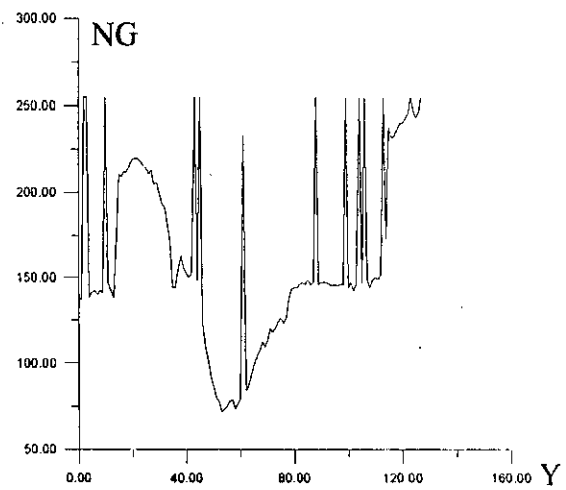


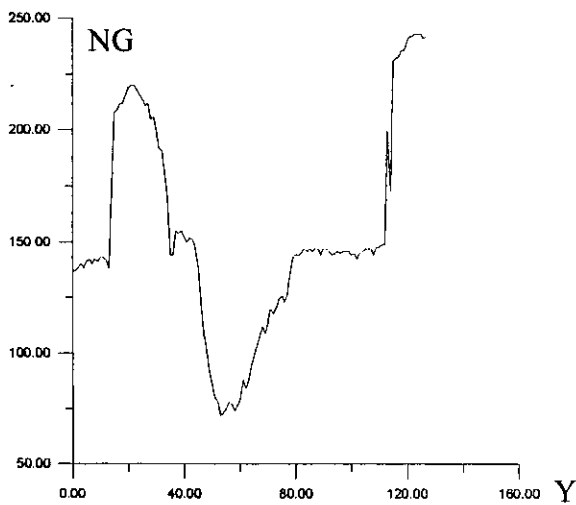
fig.3-12 profil de:(a) image originale "femme",(b) image bruitée  $p=0.01$ , images filtrées:( c ) filtre Median  $9 \times 9$ , (d) filtre MMF  $9 \times 9$ , (e) filtre GLS  $9 \times 9$ , (f) filtre avec approche sur les contrastes.



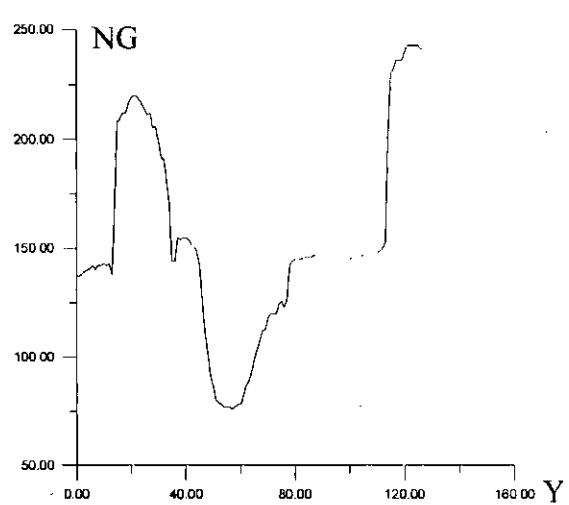
(a)



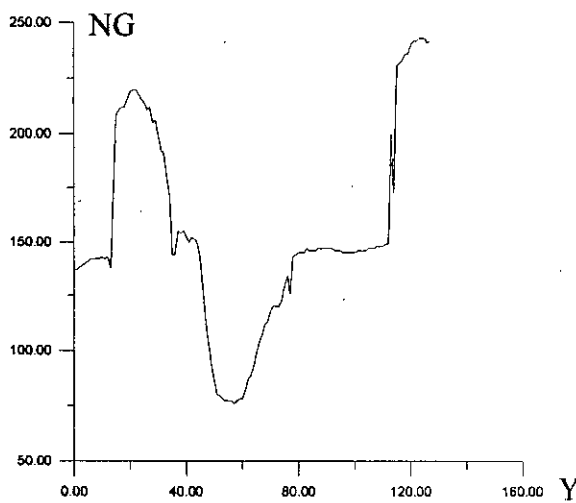
(b)



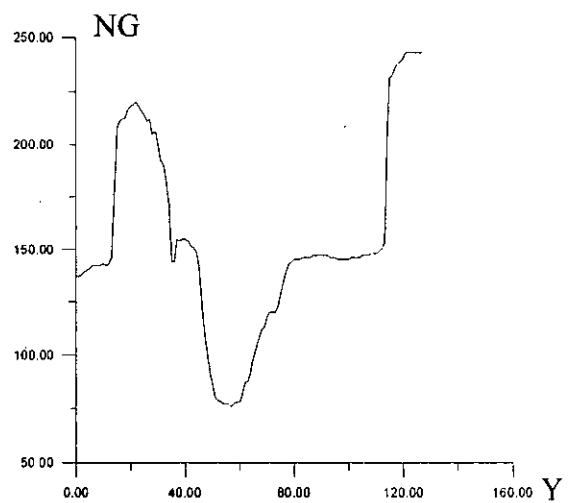
(c)



(d)



(e)



(f)

fig3-13 profil de:(a)image originale "femme", (b) image dégradée  $p=0.05$ , images filtrées: (c) filtre MMF, (d) filtre GLS, (e) filtre avec 1 contraste, (f) filtre avec 4 contrastes.

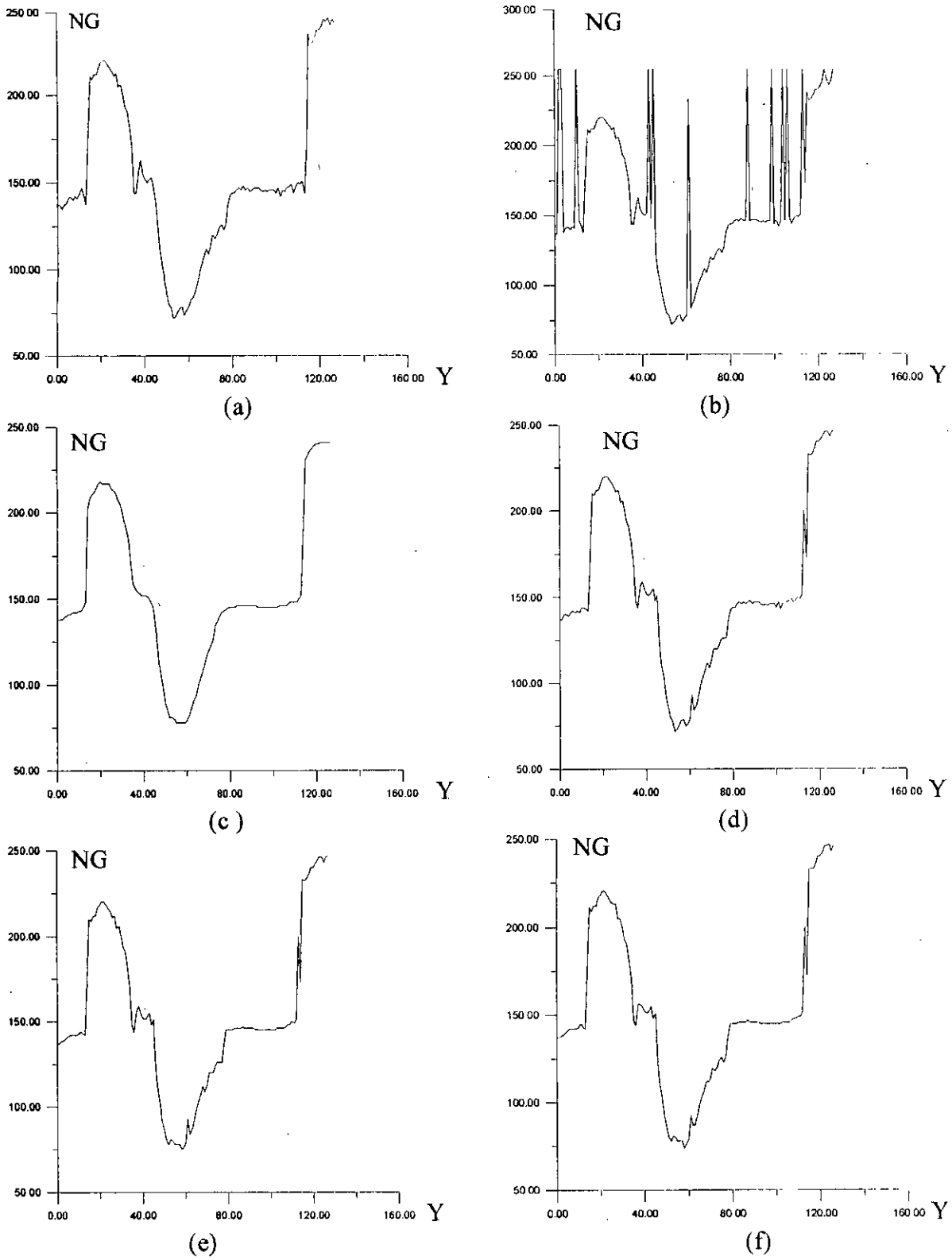


fig. 3-14 profil de: (a) image originale "femme", (b) image dégradée  $p=0.05$ , images filtrées: (c) filtre median, (d) filtre MMF 9\*9, (e) filtre GLS 9\*9, (f) filtre avec approche sur contrastes.

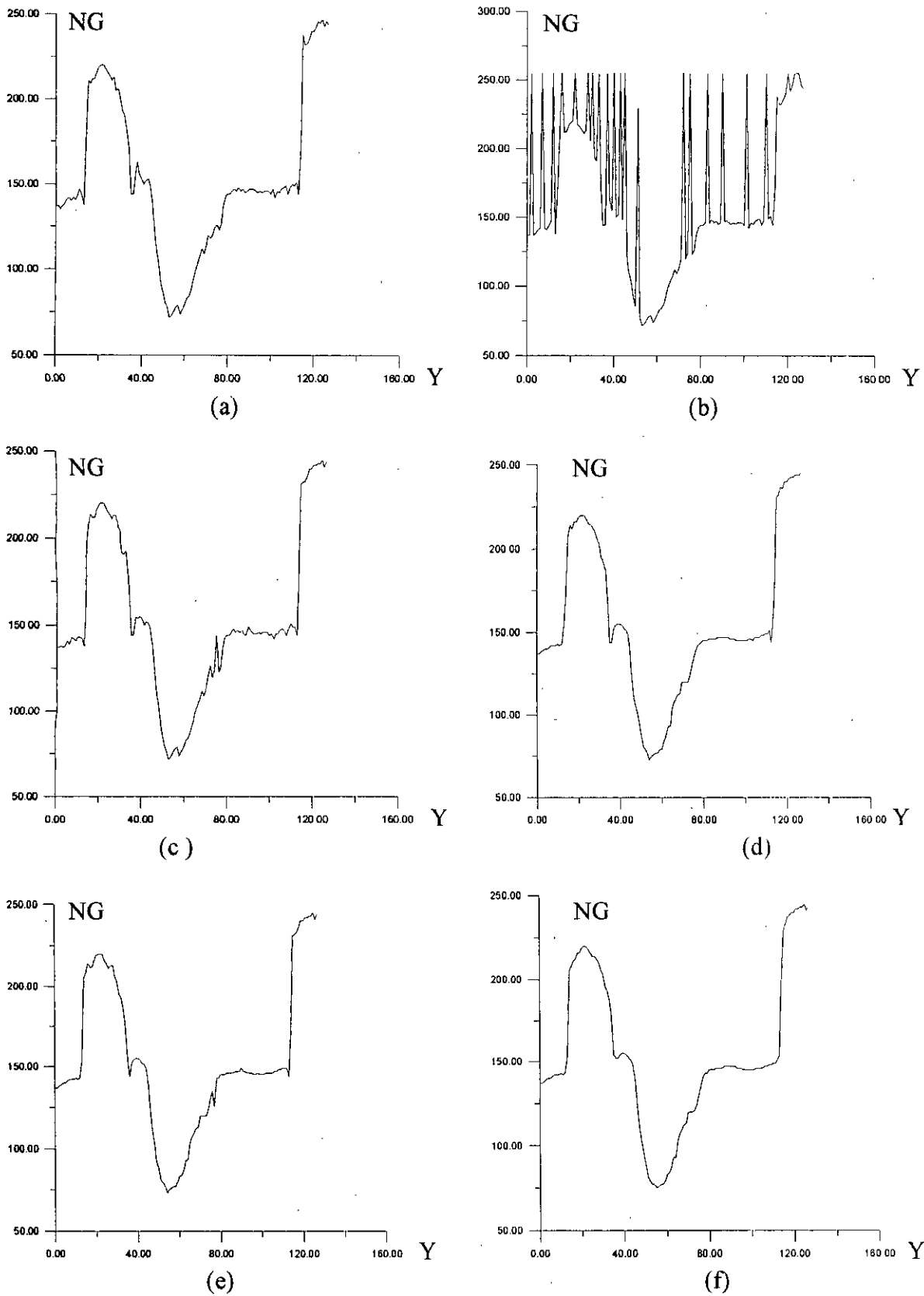


fig. 3- 15 profil de: (a) image originale "femme", (b) image dégradée  $p=0.1$ , images filtrées: (c) filtre MMF, (d) filtre GLS, (e) filtre 1 contraste, (f) filtre 4 contrastes.

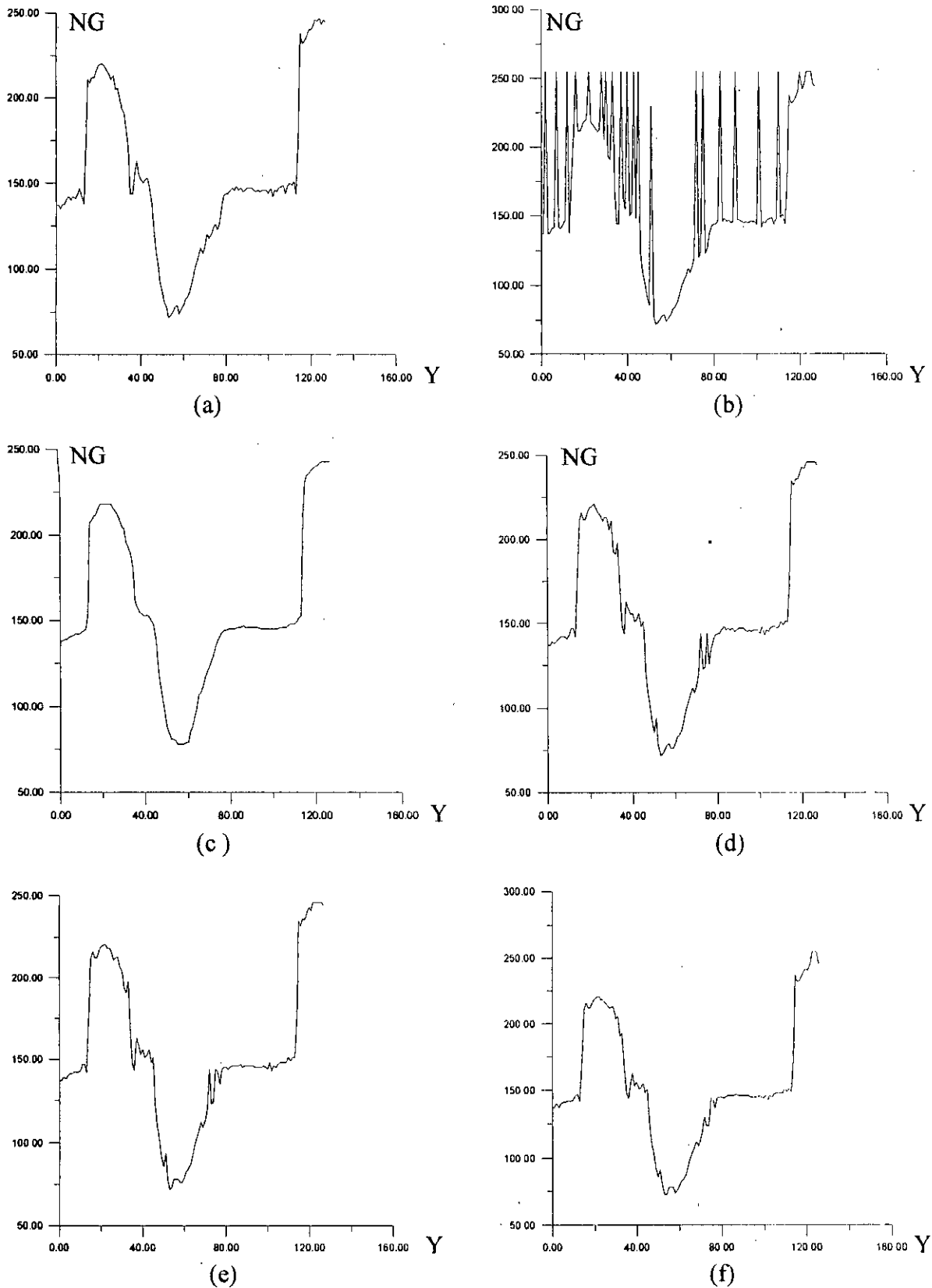


fig. 3-16 profil de: (a) image originale "femme", (b) image dégradée  $p=0.1$ , images filtrées: (c) filtre median  $9 \times 9$ , (d) filtre MMF  $9 \times 9$ , (e) filtre GLS  $9 \times 9$ , (f) filtre avec approche sur contrastes.

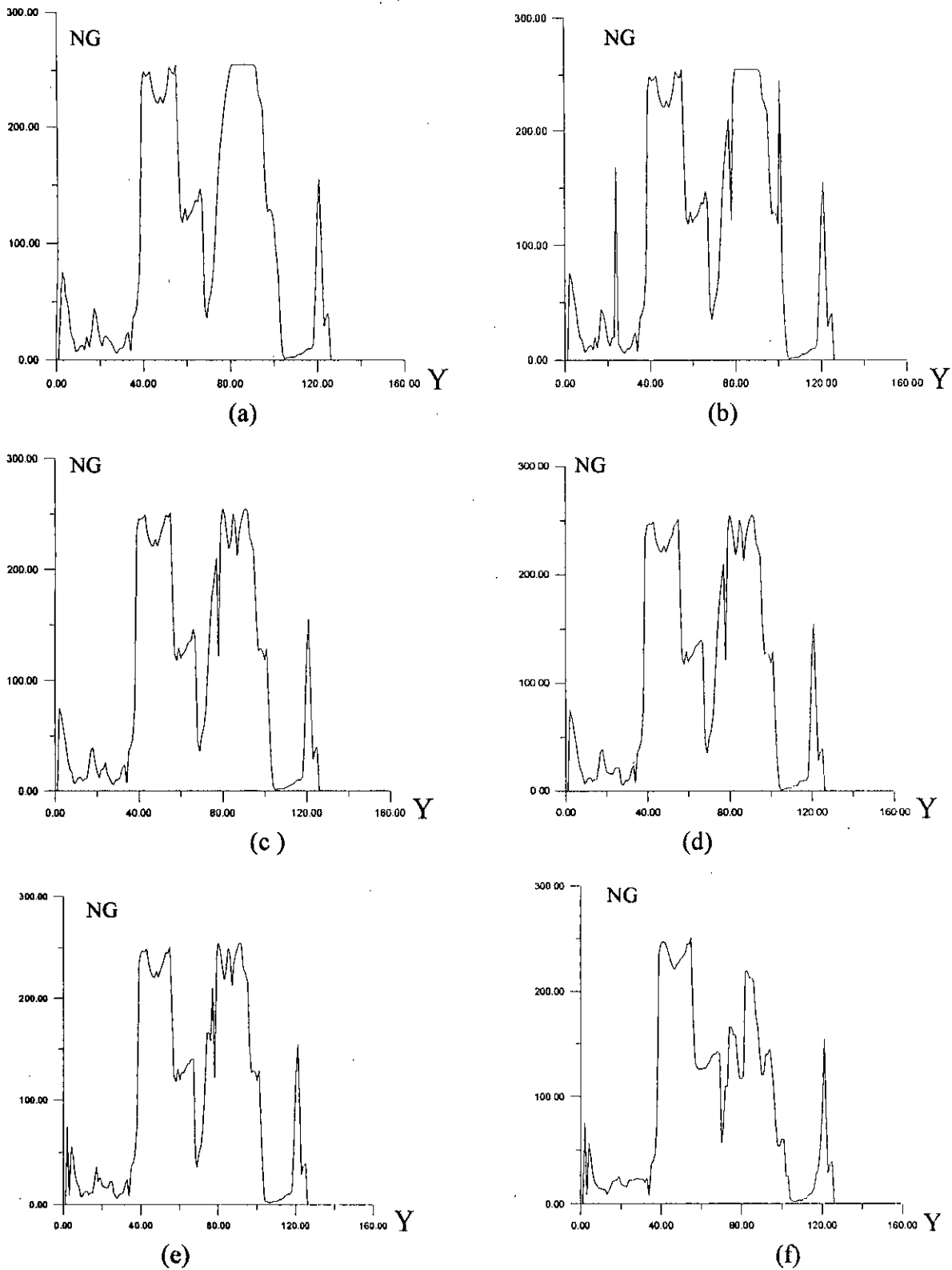


fig. 3-17 profil de: (a) image originale "façade", (b) image dégradée  $p=0.01$ , images filtrées: (c) filtre MMF, (d) filtre GLS, (e) filtre 1 contraste, (f) filtre 4 contrastes.



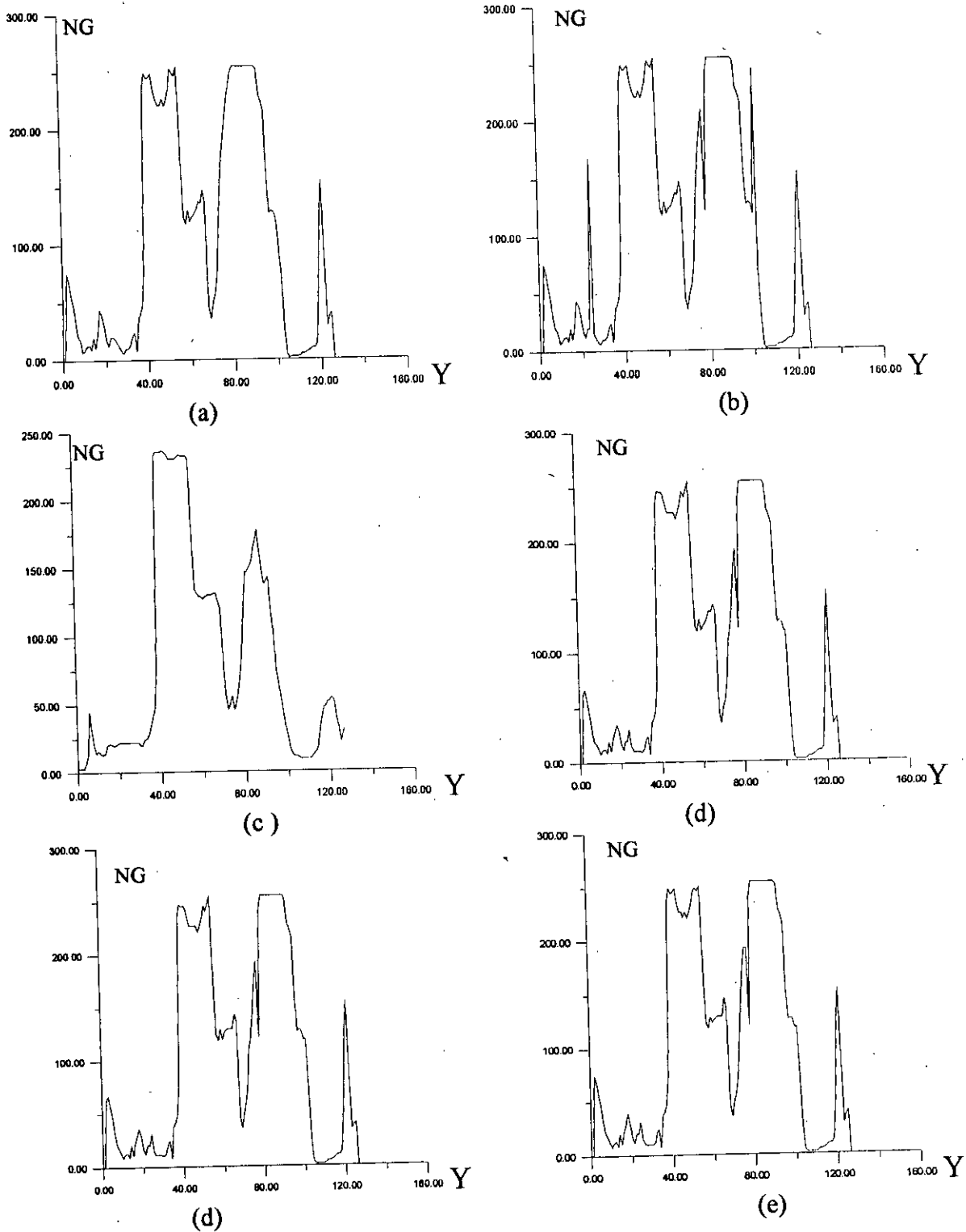


fig. 3-18 profil de: (a) image originale "façade", (b) image dégradée  $p=0.01$ , images filtrées: (c) filtre median  $9 \times 9$ , (d) filtre MMF  $9 \times 9$ , (e) filtre GLS  $9 \times 9$ , (f) filtre avec approche sur contrastes.

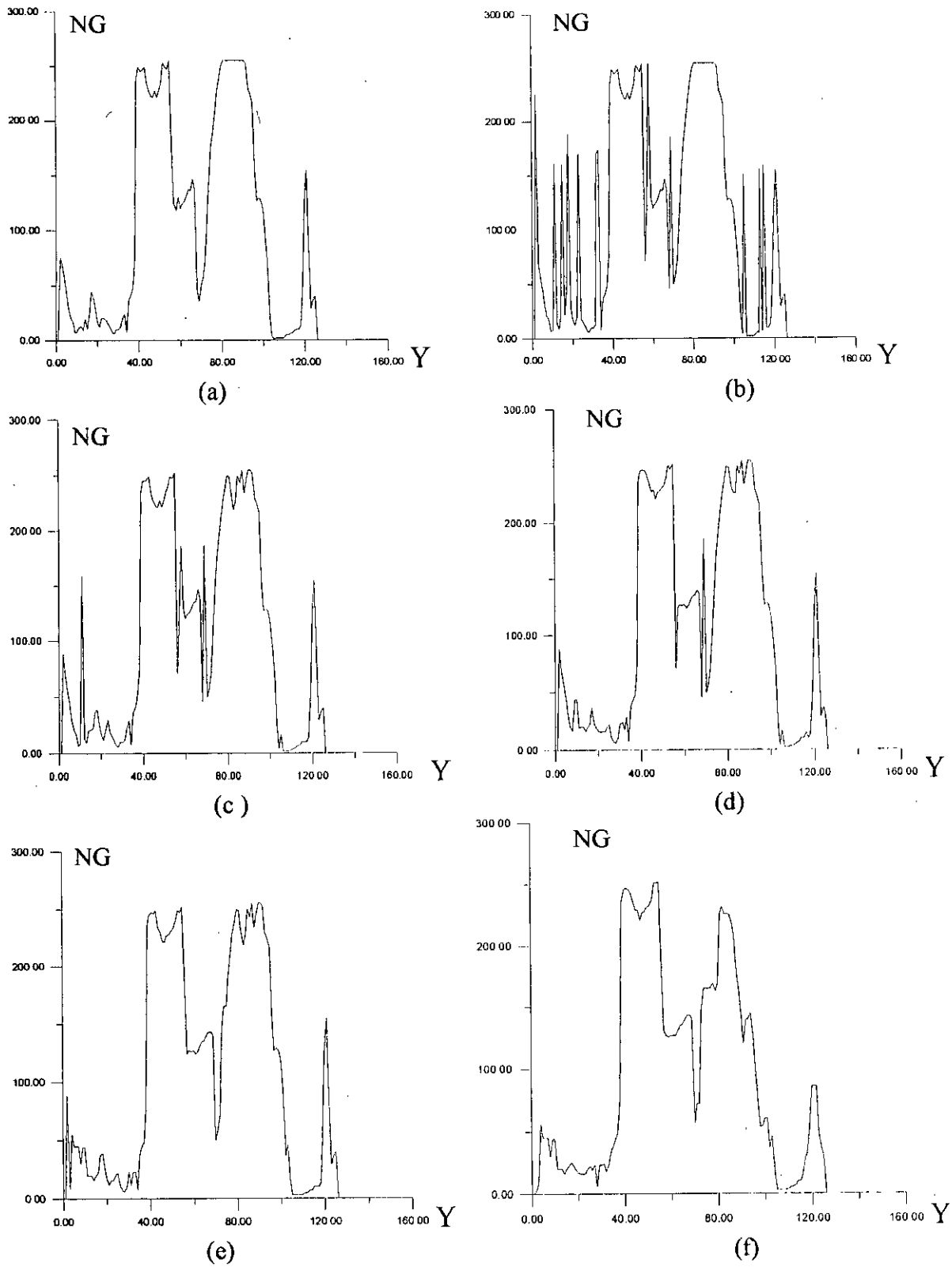


fig. 3-19 profil de: (a) image originale "façade", (b) image dégradée  $p=0.05$ , images filtrées: (c) filtre MMF, (d) filtre GLS, (e) filtre 1 contraste, (f) filtre 4 contrastes.

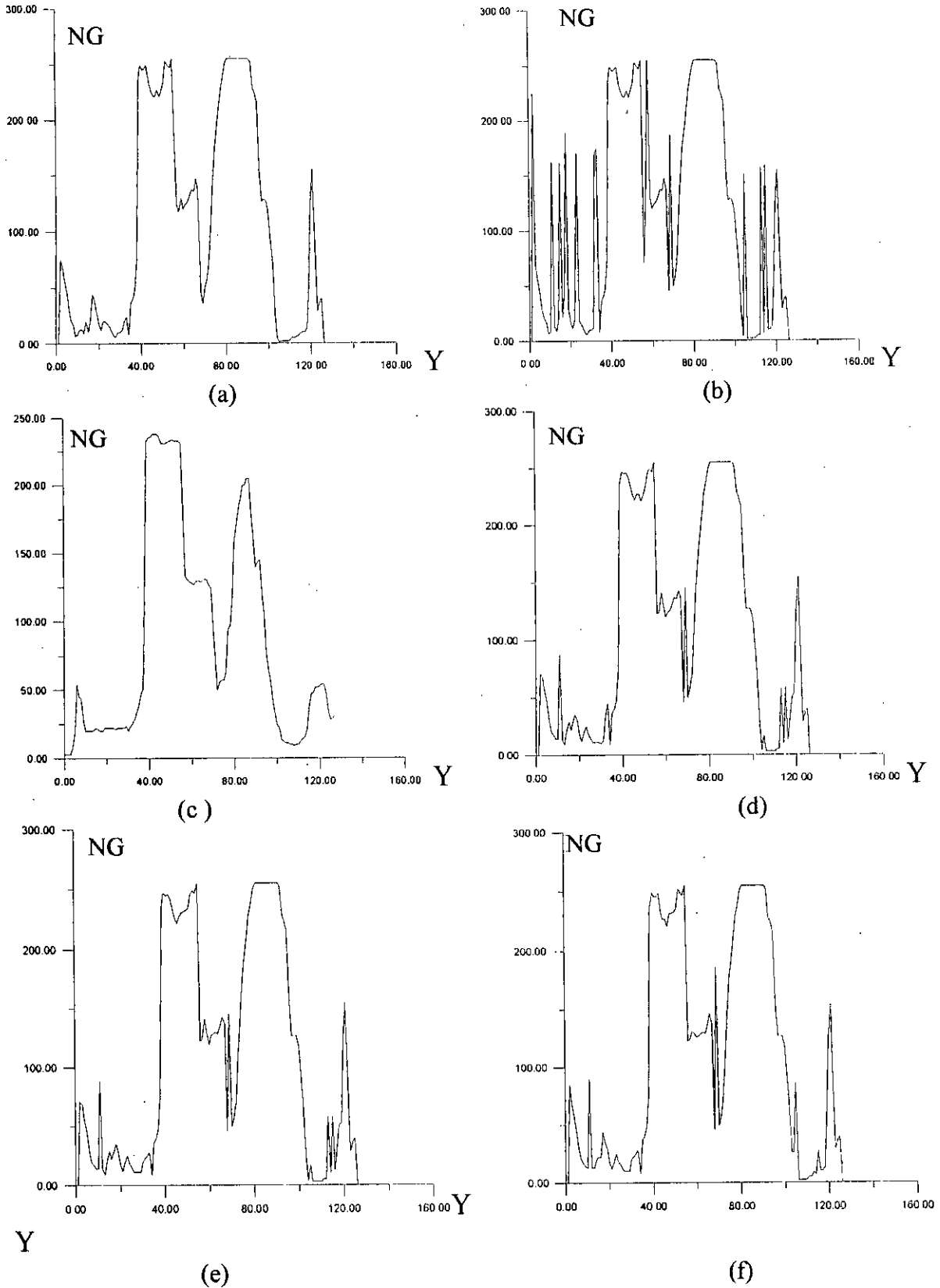


fig. 3-20 profil de: (a) image originale "façade", (b) image dégradée  $p=0.05$ , images filtrées: (c) filtre median  $9 \times 9$ , (d) filtre MMF  $9 \times 9$ , (e) filtre GLS  $9 \times 9$ , (f) filtre avec approche sur contrastes.

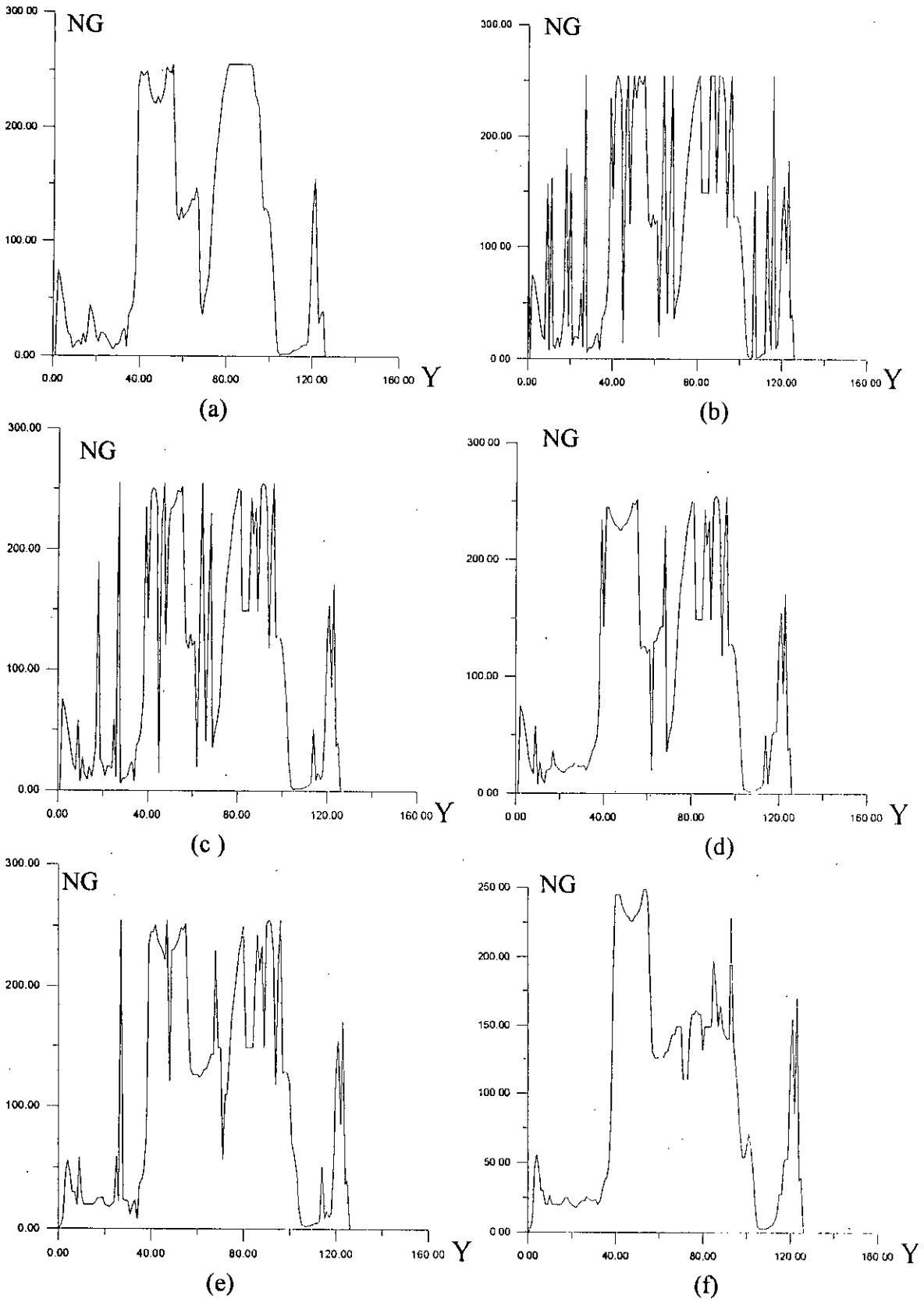


fig. 3-21 profil de: (a) image originale "façade", (b) image dégradée  $p=0.1$ , images filtrées: (c) filtre MMF, (d) filtre GLS, (e) filtre 1 contraste, (f) filtre 4 contrastes.

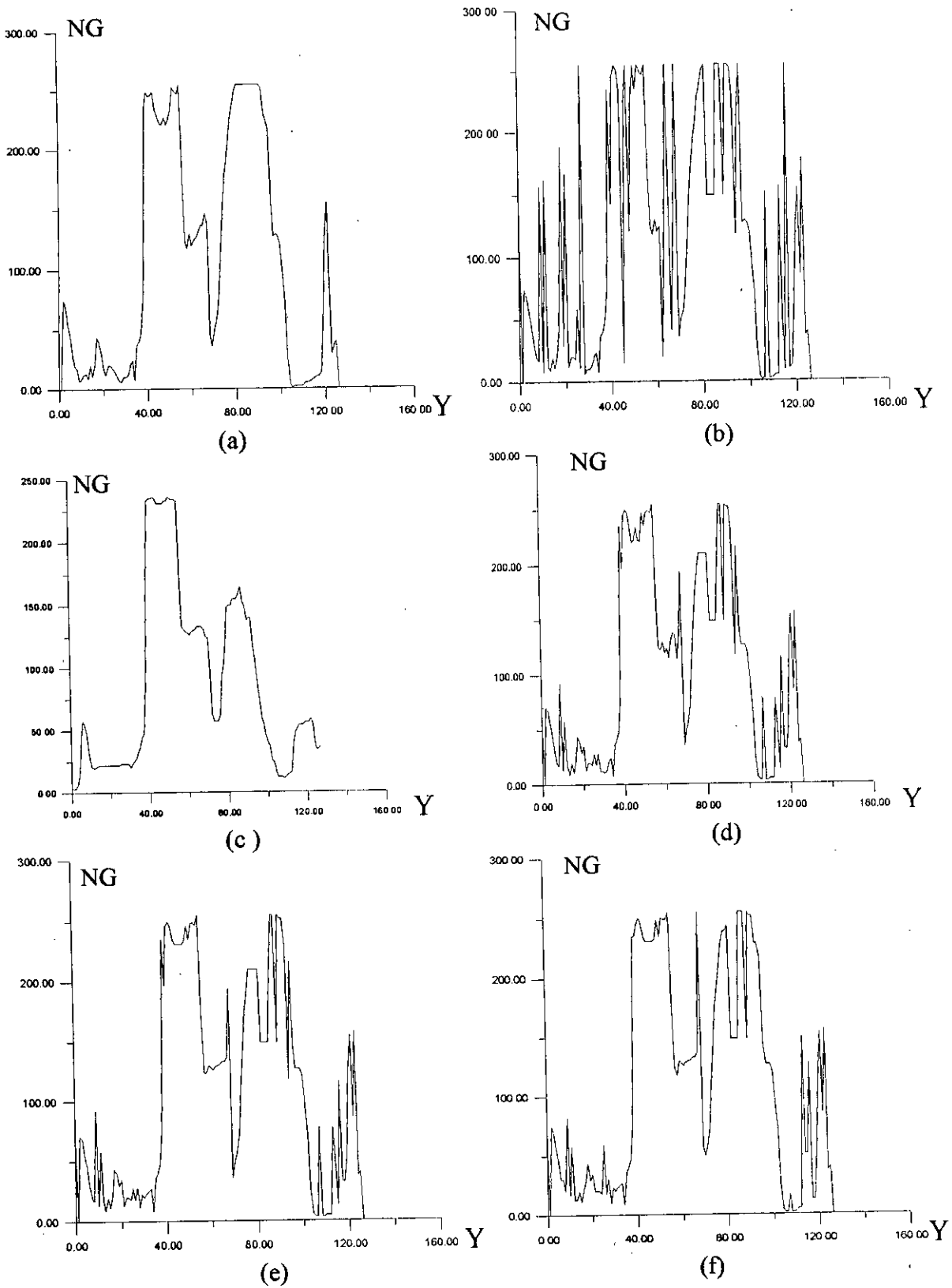


fig. 3-22 profil de: (a) image originale "façade", (b) image dégradée  $p=0.1$ , images filtrées: (c) filtre median  $9 \times 9$ , (d) filtre MMF  $9 \times 9$ , (e) filtre GLS  $9 \times 9$ , (f) filtre avec approche sur contrastes.

Une comparaison entre les courbes des figures (3-11) à (3-22) montre que plus  $p$  augmente (plus l'image est dégradée) et plus les profils des images filtrées diffèrent du profil de l'image originale.

Une autre constatation est à faire, c'est qu'un lissage est observé lorsque les pics de bruit sont complètement éliminés, ce qui engendre une perte de détail.

Pour  $p=0.01$  et  $p=0.05$ ; le profil du filtre GLS avec approche sur les contrastes converge plus vers le profil de l'image originale.

### 6-1-3 EXAMEN DES IMAGES

Les images originales et traitées sont présentées par les figures (3-23)-(3-28). Chaque figure, représente l'image originale, l'image dégradée et les images filtrées par les différents filtres définis précédemment.

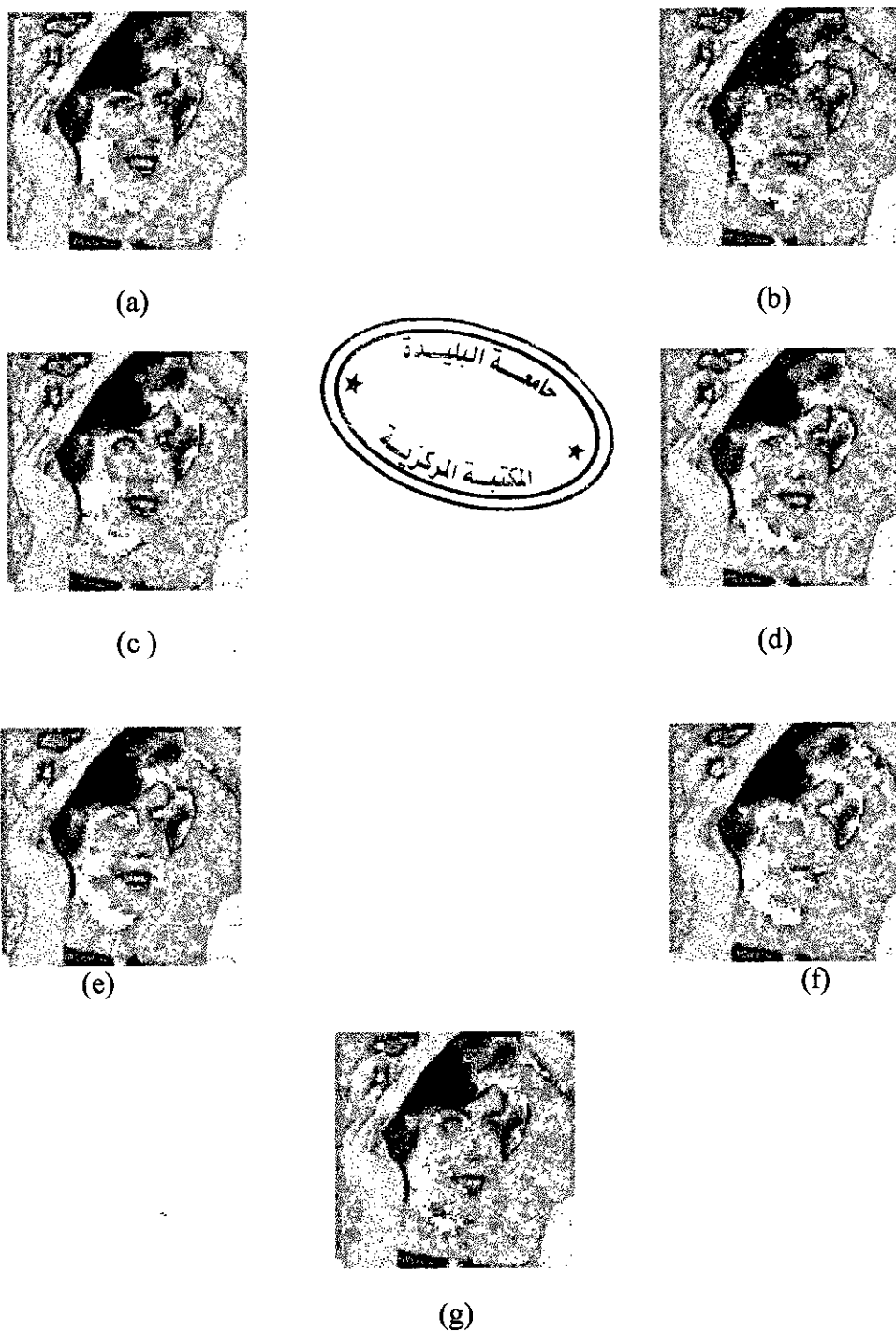


fig. 3-23 (a) image originale "femme", (b) image dégradée  $p=0.01$ , images filtrées : (c) filtre MMF, (d) filtre GLS, (e) filtre 1 contraste, (f) filtre 4 contrastes, (g) filtre avec approche sur contrastes.

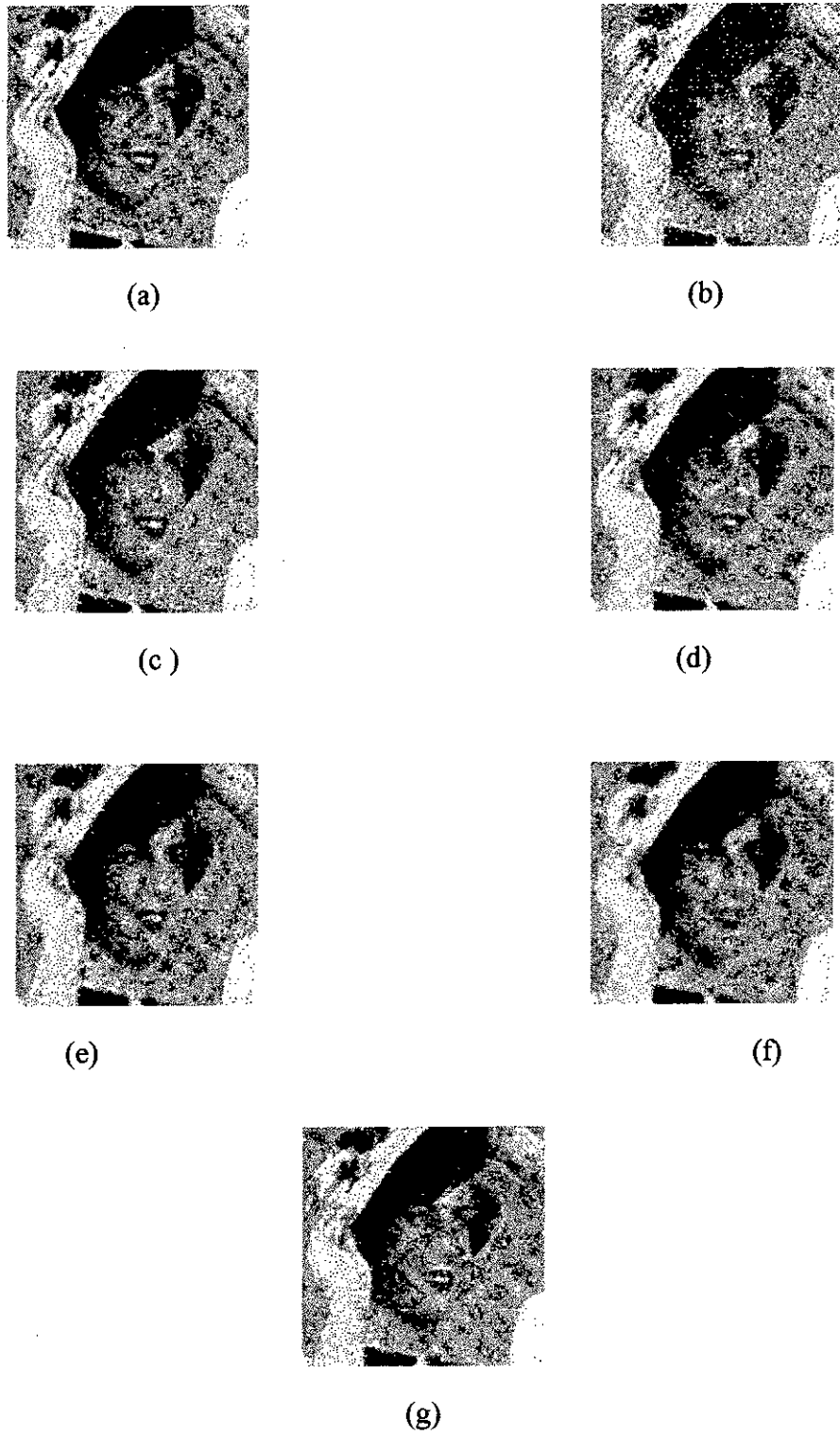


fig. 3-24 (a) image originale "femme", (b) image dégradée  $p=0.05$ , images filtrées : (c) filtre MMF, (d) filtre GLS, (e) filtre 1 contraste, (f) filtre 4 contrastes, (g) filtre avec approche sur contrastes.





(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

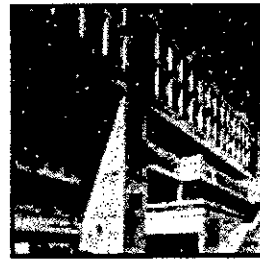


(g)

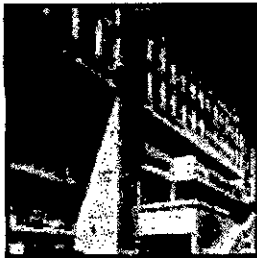
fig. 3-25 (a) image originale "femme", (b) image dégradée  $p=0.1$ , images filtrées : (c) filtre MMF, (d) filtre GLS, (e) filtre 1 contraste, (f) filtre 4 contrastes, (g) filtre avec approche sur contrastes.



(a)



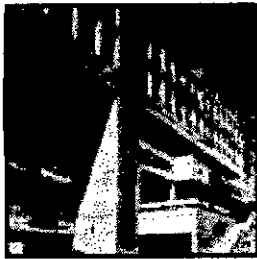
(b)



(c)



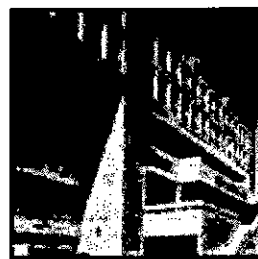
(d)



(e)



(f)



(g)

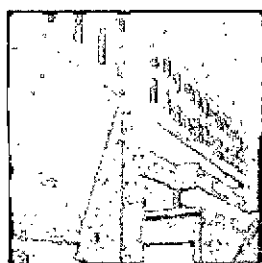
fig. 3-26 (a) image originale "façade", (b) image dégradée  $p=0.01$ , images filtrées : (c) filtre MMF, (d) filtre GLS, (e) filtre 1 contraste, (f) filtre 4 contrastes, (g) filtre avec approche sur contrastes.



(a)



(b)



(c)



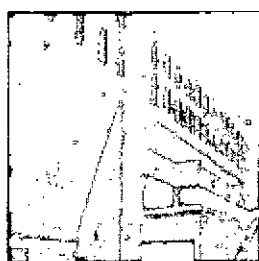
(d)



(e)

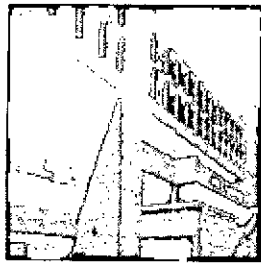


(f)



(g)

fig. 3-27 (a) image originale "façade", (b) image dégradée  $p=0.05$ , images filtrées : (c) filtre MMF, (d) filtre GLS, (e) filtre 1 contraste, (f) filtre 4 contrastes, (g) filtre avec approche sur contrastes.



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)



(g)

fig. 3-28 (a) image originale "façade", (b) image dégradée  $p=0.1$ , images filtrées : (c) filtre MMF, (d) filtre GLS, (e) filtre 1 contraste, (f) filtre 4 contrastes, (g) filtre avec approche sur contrastes.

L'analyse des images fournies par les différents filtres montre que:

- le filtre MMF élimine moins le bruit.
- le filtre GLS avec quatre contrastes par directions élimine mieux le bruit, mais donne une image floue; donc il y'a une perte de détails.
- l'image filtrée par le filtre GLS avec approche basée sur les contraste se rapproche le plus de l'image originale.

Enfin, nous pouvons dire que plus nous donnons des précisions dans la détection, et plus la préservation des détails est grande; de ce fait, l'image filtrée se rapproche plus de l'image originale.

## 7. CONCLUSION

Dans ce chapitre, différents algorithmes de filtrage sont présentés. Ces algorithmes sont implémentés et une simulation sur une image dégradée par un bruit impulsif est effectuée. Pour évaluer les performance des différents filtres, un calcul d'erreur est effectué suivi d'une comparaison des profils.

L'analyse des images a montré que plus la contamination du bruit est grande et moins le filtrage est efficace. D'autre part, plus le bruit est éliminé et plus les détails fins sont perdus. Donc il faut trouver un compromis entre l'élimination du bruit et la préservation des détails.

## **CONCLUSION GENERALE**

Le traitement du signal et de l'image qui concerne par excellence le traitement de l'information, est une discipline « carrefour » par les outils qu'elle emprunte à d'autres disciplines (mathématiques appliquées, informatiques, intelligence artificielle, automatique) et par les méthodes qu'elle fournit à de nombreux secteurs d'application (Télécommunications, biomédical, mécanique, robotique, acoustique, défense, astrophysique, sismique, géophysique). L'utilisation de méthodes de traitement de l'image s'est accrue considérablement durant la dernière décennie vu la disponibilité des moyens de traitement numérique. Il existe de très nombreuses façons de traiter des images.

Dans le cadre de cette recherche nous nous sommes intéressés à la restauration d'images. La restauration est effectuée en deux étapes: détection de lignes de largeur d'un pixel dans diverses orientations et filtrage non linéaire.

Les notions mathématiques ont été l'outil de base des filtrages employés. Le modèle repose sur l'analyse de variance. Une présentation détaillée de la conception unidirectionnelle et bidirectionnelle est donnée, suivi par la conception des modèles carré latin et carré gréco-latin. Les développements mathématiques reposent sur les caractéristiques physiques des images tels que les orientations lignes et colonnes.

L'objectif de ce travail a été de développer autour du filtre médian à étages multiples de nouveaux algorithmes de filtres statistiques, qui théoriquement apportent une meilleure performance en milieu fortement contaminé. Pour vérifier la validité de cette théorie, on a effectué une simulation de ces algorithmes sur des images numériques dégradées par un bruit impulsif. Un calcul d'erreurs a permis d'évaluer les performances de ces filtres.

Comme résultat, les différents filtres développés ont donné de bonnes performances du point de vue élimination du bruit et préservation des détails.

Ce type de filtrage basé sur le modèle ANOVA permet d'ouvrir des perspectives dans le domaine de restauration d'images dégradées par un bruit multiplicatif. De même, un calcul de la probabilité "break-down" pour chacun des filtres définis précédemment permet d'évaluer les limites de leur efficacité vis à vis du degré de contamination de l'image par un bruit impulsif.

Les algorithmes développés s'appliquent aux domaines où les images acquises sont fortement structurées (présence de formes géométriques assez complexes). Notons que ce type de filtrage peut être utilisé dans la télédétection où la présence de lignes et arêtes de séparation de champs est importante.

## BIBLIOGRAPHIE

[1] N.C Gallager and G.L. Wise, 'A theoretical analysis of the proprieties of median filters,'IEEE Transaction on acoustics speech and signal processing, Vol.ASSP-29, No 6 December 1981.

[2] Gonzalo R.Arce and Michael P.Mc Loughlim , 'Theoretical analysis of Max/Median filter,'IEEE Transaction on acoustics speech and signal processing, Vol. ASSP. 33, No 1 January 1987.

[3] Gonzalo R.Arce and Michael P. Mc Foster, 'Details preserving Ranked-order-based filter,' IEEE transaction on acoustics speech and signal processing, Vol.37, No 1 January 1989.

[4] Xin Wang, 'Adaptive multistage median filter,' IEEE transaction on signal processing, Vol.40, No 40 April 1992.

[5] Russel C. Hardie and Charles F.Boncellet, ' LUM filters: A class of Rank-Order-Based filter for smoothing and sharpening,' IEEE transaction on signal processing, Vol.41 , No 3 March 1993

[6] Russel C.Hardie and Kenneth E.Banner, ' Rank conditioned Rank Selection filters for signal signal restauration,' IEEE transaction on signal processing, Vol 3 No 2 March 1994.

[7] Bing Zeng, ' optimal median type filtering under structural constraints,' IEEE transaction on image processing, Vol 4 No 7 July 1995.



- [8] S. Sheffé, 'the analysis of variance,' John Wiley, 1959.
- [9] Murray B. Spiegel, 'probabilités et statistiques,' série Schaum.
- [10] Anil K. Jain, 'Fundamentals of digital image processing,' Prentice Hall 1989.
- [11] M. Hafeed Bentetifa and Ludwik Kurz, 'Feature detection via linear contrast techniques,' Pattern recognition Vol 26, No 10 pp1487-1497, 1993.
- [12] E. Coyle and J.H. Lin, 'Stack filters and the mean absolute error criterion,' IEEE trans. acoust. speech signal processing, Vol. 36, No 8 pp 1244 -1254 Aug.-1988.
- [13] R.L. Stevenson and G.R. Arce, 'Morphological filters: Statistics and Further syntactical proprieties,' IEEE trans. circuits syst., Vol. CAS-34, No 11, Nov. 1987.
- [14] R. Yang, L. Yin, M. Gabbouj, J. Astola and Y. Neuvo, 'optimal weighted median filters under structural constraints,' IEEE int. symp. circuits syst., pp 942-945, May 1993.
- [15] T. Sun, M. Gabbouj and Y. Neuvo, 'Deterministic proprieties of center weighted median filters,' in Proc. 1992 IEEE int. conf. commun. technol. (Beijing), Sept. 1992.
- [16] O. Yli-Harja, J. Astola and Y. neuvo, 'Analysis of the proprieties of median and weighted median filters using threshold logic and stack filter representation,' IEEE trans. signal processing, Vol. 39, No 2 Feb. 1991.

[17] Y.H.Lee and A.T.Fam, 'An edge gradient enhancing adaptive orderstatistic filter,' IEEE trans.acoust., speech signal processing, Vol.35, May 1987.

[18] Jacques E.Besançon, 'vision par ordinateur en deux et trois dimensions,'Eyrolles.

[19] Andrée Marion, 'Introduction aux techniques de traitement d'images,' Eyrolles.

[20] M. Hafed Benteftifa and Ludwik Kurz, 'The analysis of variance in statistical image processing,' Cambridge university press April 1997.

[21] M.Kunt, 'Traitement numérique des signaux,' Dunod.

[22] P.M.Beaufils, 'filtrage numérique,' Dunod.

[23] D.Clayssen, D.Lobstein et j.Zeitoun, 'les nouvelles images,' Dunod.

[24] Jean-Jacques Toumazet , ' Traitement de l'image par l'exemple,' Sybex.

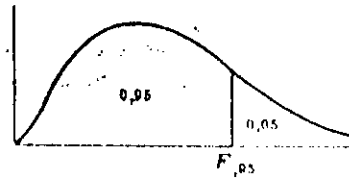
[25] K. Chehdi, M.Sabri,M.corraza, 'Amélioration d'un algorithme de filtrage du bruit multiplicatif,'Traitement du signal volume 8 No1-1er trimestre 1991.

- [26] J.F.Berger, 'Vision et traitement d'image,' Conservatoire national des arts et métiers.
- [27] A.Rosenfield et A.C.Kak, 'Digital picture processing,' tome 1 academic press New-York 1976.
- [28] J.J.Toumazet, 'Traitement de l'image sur micro-ordinateur,' Sybex Paris 1986.
- [29] Yagnesh C.Trivedi and Ludwik Kurz, 'Image restoration using recursive estimators' IEEE Transaction on systeme, vol.25, N° 11, November 1995.
- [30] Y.H.Lee, 'center Weighted median filters and their applications to image enhancement', IEE Trans. circuits syst., vol. 38 N°9, pp984-993 september 1991.
- [31] C.W.Helstrom, 'Image restoration by the method of least squares', opt.soc.Amer.J.57(3): 297-303 (1967)
- [32] W.K.Pratt, 'Generalized Wiener filtering: computation techniques', IEEE Trans. computers 21(7):636-641 (1972).
- [33] A.O.Aboutalib, M.S.Murphy, L.M.Silverman, 'Digital restoration of image degraded by general motion blur', IEEE Trans. control 22(3) :294 -302 (1977).
- [34] D.Barba, 'Traitement linéaire d'images dégradées par filtrage adaptatif avec critère psychovisuel de qualité', colloque national sur le traitement du signal et ses applications. Nice 1977.
- [35] F.Clara, 'Filtrage adaptatif d'images couleurs avec critère psychovisuel', thèse d'ingénieur docteur, université Paris ,1980.
- [36] J.F. Abramatic ' Approximation de filtres biindiciels et traitement numérique des images' thèse de doctorat d'état en sciences mathématiques, université de Paris, 1980.

Annexe A

Valeurs des 95ièmes centiles (niveaux 0,05)  
 $F_{0,95}$  pour la distribution  $F$

$\nu_1$  degrés de liberté au numérateur  
 $\nu_2$  degrés de liberté au dénominateur



$\nu_1 \backslash \nu_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	$\infty$
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,37
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,26	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	2,07	1,99	1,95	1,90	1,85	1,80	1,75	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,13	2,06	1,97	1,93	1,88	1,84	1,79	1,73	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,10	2,03	1,94	1,90	1,85	1,81	1,76	1,70	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,92	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,18	2,09	2,02	1,96	1,91	1,83	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25
$\infty$	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00

Source : E.S. Pearson and H. O. Hartley, *Biometrika Tables for Statisticians*, Vol.2 (1972), table 5, page 178. Reproduction autorisée.

## Annexe B

Si nous avons  $p$  effets  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$  il existe exactement  $p-1$  contrastes orthogonaux.

Preuve:

Supposons que l'on a choisi le coefficient  $C_1$  correspondant au premier contraste, alors pour déterminer le contraste suivant, nous devons résoudre le système d'équation :

$$\sum_{j=1}^p C_{2j} = 0 \quad (1)$$

et

$$\sum_{j=1}^p C_{2j} C_{1j} = 0 \quad (2)$$

L'équation (1) correspond à la condition de la somme nulle, tandis que l'équation (2) correspond à la condition d'orthogonalité. Pour montrer que le vecteur des coefficients associés au  $p^{\text{ième}}$  contraste est égal au vecteur nul considérons le système d'équations obtenu après application des deux conditions sur l'ordre  $p$ . Nous avons:

$$\sum_{j=1}^p C_{pj} C_{1j} = 0$$

$$\sum_{j=1}^p C_{pj} C_{2j} = 0$$

$$\sum_{j=1}^p C_{pj} C_{(p-1)j} = 0$$

$$\sum_{j=1}^p C_{pj} = 0$$

Sous forme matricielle :

$$A C_p = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1p} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{p1} \\ C_{p2} \\ \vdots \\ C_{pp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \quad (3)$$

Donc l'ordre de  $(A) = p$  alors que (3) n'est vrai que si  $C_p = (C_{p1} \ C_{p2} \ \dots \ C_{pp}) = 0$  cqfd.

## Annexe C

Les tests statistiques utilisés sont basés sur la distribution F et sur la distribution du khi\_carré  $\chi^2$ .

### Distribution en khi-carré:

Soient  $z_1, z_2, \dots, z_V$   $V$  variables aléatoires indépendantes normalement distribuées avec  $E[z_i] = \varepsilon_i$ . alors,

$$\chi_{v,\delta}^2 = \sum_{i=1}^v z_i^2$$

est distribuée en khi-carré avec  $v$  degré de liberté.  $\delta = (\sum_{i=1}^v \varepsilon_i^2)^{1/2}$  est le paramètre centré et la moyenne de la distribution est  $E[\chi^2] = v$ .

Si  $\delta = 0$ ,  $\chi_{v,\delta=0}^2$  est une variable khi-deux centrée et notée par  $\chi_v^2$ .

### Distribution F:

Soient  $Z_1$  et  $Z_2$  deux variables aléatoires indépendantes avec des distributions  $\chi_{v_1}^2$  et  $\chi_{v_2}^2$  respectivement. Alors le rapport

$$F'_{v_1, v_2, \delta} = \frac{Z_1 / v_1}{Z_2 / v_2}$$

est une distribution F non centrée avec  $v_1$  et  $v_2$  degré de liberté et F paramètre non centré.

Si  $\delta = 0$   $F'_{v_1, v_2, \delta=0}$  est noté  $F_{v_1, v_2}$