

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
UNIVERSITE DE SAAD DAHLEB (BLIDA)



## MEMOIRE DE MAGISTER

Spécialité : ELECTRONIQUE  
Option : CONTROLE

Thème :

**APPLICATION DE DEUX COMMANDES ROBUSTES:  
LA COMMANDE A STRUCTURE VARIABLE  
ET  
LA COMMANDE FLOUE OPTIMISEE PAR UN  
ALGORITHME GENETIQUE  
A UN ROBOT MANIPULATEUR**

Présenté par : Mr **BENHELLAL BELKHEIR**

Proposé par Mr : **R. OUIGUINI**  
ET Mr : **M. HAMRLAIN**



Devant la commission de jury :

Mr. **H. SALHI**, maitre de conférence à l'université de BLIDA .....Président  
Mr. **A GUESSOUM**, professeur à l'université de BLIDA.....Examineur  
Mr. **OUZNEDJ**, maitre de conférence à L'EMP.....Examineur  
Mr. **R OUIGUINI**, maitre de recherche au CDTA.....Rapporteur  
Mr. **M HAMRLAIN** , maitre de ercherche au CDTA.....CO-Rapporteur

SESSION JUIN 2001

## AVANT – PROPOS

*Les travaux présentés dans cette thèse ont été effectués au centre universitaire de ouargla en collaboration avec Monsieur R. OUIGUINI Maître de recherche au CDTA, et Monsieur M.HAMERLAIN Maître de recherche au CDTA, qu'ils trouve ici l'expression de toute ma gratitude pour les conseils avisés et l'encouragement constant qu'ils n'ont cessé de me prodiguer tout au long de cette étude.*

*Mes remerciements les plus sincères à monsieur TAYEB MEFTAHA, maître de conférences au centre universitaire de OUARGLA.*

*Je tien à remercier tout les enseignant de la post graduation de l'institut d'électronique à l'université de BLIDA.*

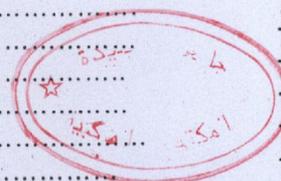
*Je remercie également Monsieur TIDJANI MOUHAMED EL KHAMESE, directeur du centre universitaire de OUARGLA pour l'encouragement qu'il n'a cessé de m'apporter tout le long de ce travail.*

*Que mes collègues de l'institut d'économie au centre universitaire de OUARGLA trouvent ici toute ma gratitude pour leur compréhension et leur soutien moral n'ont cesse de m'apporter tout au long de ce travail.*

# SOMMAIRE



|  |    |
|--|----|
| INTRODUCTION GENERALE.....   | 1  |
| <b>CHAPITRE I : PRESENTATION DU ROBOT MANIPULATEUR ET<br/>MODELISATION DYNAMIQUE</b>                       |    |
| 1. Introduction.....   | 5  |
| 2. Description du Robot Manipulateur.....  | 6  |
| 3. Formalisme de LAGRANGE.....   | 7  |
| 4. Modèle du Robot Manipulateur.....   | 13 |
| <b>CHAPITRE II : LES SYSTEMES A STRUCTURE VARIABLE</b>   |    |
| 1. Introduction.....   | 14 |
| 2. Définition.....   | 14 |
| 3. Régime de Glissement.....   | 15 |
| 4. Formalisme Mathématique des Systèmes à Structure Variables.....   | 16 |
| 4.1. Formalisme Classique des Régimes Glissant.....  | 16 |
| 4.2. Formalisme par la Géométrie Différentielle pour<br>L'analyse et la Synthèse des Régimes Glissant..... | 19 |
| 4.2.1. Condition de Glissement.....  | 19 |
| 4.2.2. La Commande Equivalente.....  | 20 |
| 4.2.3. Condition D'existence et D'unicité de la Commande Equivalente.....                                  | 21 |
| 4.2.4. Dépendance et Indépendance du Régime Glissant<br>Vis a Vis du Champ de Vecteur $g(x)$ .....         | 24 |
| 4.2.5. Invariance du Régime Glissant par Rapport aux Perturbation.....                                     | 25 |
| 5. Application de la Commande à Structure Variable a un Robot Manipulateur.....                            | 31 |
| 5.1. Surface de Glissement.....  | 31 |
| 5.2. Estimation de la Commande.....  | 31 |
| 5.3. Calcul de Ueq.....  | 31 |
| 6. Résultats de Simulation.....  | 37 |
| 6.1. Mode de Régulation.....   | 38 |
| 6.2. Mode de Poursuite.....  | 42 |
| 6.3. Perturbation.....   | 47 |
| 6.4. Limite de Fonctionnement.....   | 55 |
| 6.5. Poursuite de Trajectoire dans les Coordonnées Opérationnelle.....                                     | 60 |
| 6.6. Conclusion.....   | 68 |
| <b>CHAPITRE III : LA COMMANDE FLOUE</b>  |    |
| 1. Introduction.....   | 69 |
| 2. Conception de Base d'un Contrôleur Flou.....  | 70 |
| 2.1. Fuzzification.....  | 71 |
| 2.2. Inférence.....  | 72 |
| 2.2.1. Méthode D'inférence MAX-MIN.....  | 72 |
| 2.2.2. Méthode D'inférence MAX-PRODUIT.....  | 73 |
| 2.2.3. Méthode D'inférence SOM-PRODUIT.....  | 73 |
| 2.3. Défuzzification.....  | 74 |
| 3. Contrôleur Flou de Type SUGENO.....   | 74 |
| 4. Application de la Commande Floue a un Robot Manipulateur.....   | 76 |
| 4.1. Définition des Variables D'entrées et de Sorties du Système.....                                      | 77 |
| 4.2. Définition des Fonction D'appartenances.....  | 78 |
| 4.3. Etablir les Règles de Fonctionnement du Système.....  | 81 |
| 4.4. Mise au Point.....  | 81 |



|  |     |
|--|-----|
| 5. Résultats de Simulation.....  | 82  |
| 5.1. Mode de Régulation.....   | 83  |
| 1-Contrôleur Flou de Type MANDANI.....                                 | 83  |
| 2-Contrôleur Flou de Type SUGENO.....                                  | 90  |
| 5.2. Mode de Poursuite.....  | 96  |
| 1-Contrôleur Flou de Type MANDANI.....                                 | 96  |
| 2-Contrôleur Flou de Type SUGENO.....                                  | 98  |
| 5.3. Perturbation Impulsionnelle.....                                  | 99  |
| 1- Contrôleur Flou de Type MANDANI.....                                | 99  |
| 2- Contrôleur Flou de Type SUGENO.....                                 | 101 |
| 5.4. Conclusion.....   | 102 |
| <br>   |     |
| <b>CHAPITRE IV : LES ALGORITHMES GENETIQUES</b>                        |     |
| 1. Introduction.....   | 103 |
| 2. Description d'un Algorithme Génétique.....                          | 104 |
| 3. Les Opérateurs Génétiques.....                                      | 105 |
| 4. Les Algorithmes Génétiques pour la Commande de Processus.....       | 108 |
| 5. Application de la Commande Hybride a un Robot Manipulateur.....     | 110 |
| 5.1. Introduction.....   | 110 |
| 5.2. Le Codage.....  | 110 |
| 5.3. La fonction D'adaptation.....                                     | 111 |
| 5.4. La Sélection.....   | 111 |
| 5.5. La Reproduction.....  | 112 |
| 5.6. Mise au Point.....  | 112 |
| 6. Résultat de Simulation.....   | 114 |
| 6.1. Mode de Régulation.....   | 115 |
| 6.2. Mode de Poursuite.....  | 119 |
| 6.3. Perturbation .....  | 124 |
| 6.4. Limites de Fonctionnement.....                                    | 132 |
| 6.5. Poursuite de Trajectoire Dans les Coordonnées Opérationnelle..... | 137 |
| 6.6. Conclusion.....   | 141 |
| <br>   |     |
| <b>CHAPITRE V : COMPARAISON ET CONCLUSION GENERALE</b>                 |     |
| 1. Comparaison.....  | 142 |
| 2. Conclusion Générale.....  | 146 |
| <br>   |     |
| <b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>  | 148 |
| <br>   |     |
| <b>ANNEXE.....</b>   | 150 |

**INTRODUCTION**

**GENERALE**

Ces dernières années, le monde de l'industrie a connu un développement technologique sans précédent dans le domaine de la robotique et du contrôle, ce développement est dû au progrès technologique réalisé dans le domaine de l'intelligence artificielle, ce qui a permis aux chercheurs de concevoir de nouvelles méthodes de contrôle pour des processus industriels très complexes. Ces méthodes sont basées sur les concepts de la logique floue, des réseaux de neurones et des algorithmes génétiques.

Commander un robot, c'est lui permettre d'atteindre un état désiré ou de réaliser une tâche bien spécifiée dans un environnement réel. Cette opération est très délicate, à cause des perturbations dues à l'environnement, et de la structure complexe du robot qui mène à des équations dynamiques non-linéaires et fortement couplées; de plus les paramètres d'inertie dépendent de la charge qui est souvent inconnue. Pour toutes ces raisons, il est important d'envisager l'application de techniques de commande robustes. Plusieurs méthodes sont rencontrées dans la littérature, notamment la commande adaptative, la commande en mode glissant, la commande floue etc.

Les régulateurs classiques (à action proportionnelle, intégrale et dérivée) ont donné des résultats satisfaisants dans le contrôle des robots manipulateurs, notamment lorsque la partie commandée est soumise à des perturbations, et à des variations de paramètres relativement faibles. Néanmoins ils présentent des inconvénients, parmi lesquels la nécessité d'une analyse et d'une modélisation approfondie du système à régler. Dans le cas contraire, lorsque les exigences sur la précision et autres caractéristiques de la dynamique du système bouclé sont trop strictes, on doit faire appel à des commandes plus performantes.

Les commandes basées sur les concepts de l'intelligence artificielle ont pu surmonter l'inconvénient d'une analyse et d'une modélisation approfondie du système à régler en utilisant une base de connaissance basée sur un expert du système

Pour réaliser une commande d'un bras manipulateur en mouvement avec une grande vitesse, les deux points suivants sont les principaux objectifs pour les concepteurs qui ont à choisir une loi de commande :

- Eviter les calculs complexes pour la compensation de la non-linéarité.
- Robustesse de la commande du manipulateur vis-à-vis des variations des paramètres inconnus ou des erreurs de la modélisation.

Les équations dynamiques du robot sont non linéaires et couplées; de plus, les paramètres d'inertie dépendent de la charge qui est souvent inconnue; enfin, dans les équations figurent de

nombreuses non-linéarités qui sont soit inhérentes au système soit apparaissant en cours d'utilisation (retard pur, hysteresis, frottement complexe).

Pour ces raisons, on a envisagé l'application des deux commandes suivantes :

- La commande en mode glissant basée sur la théorie des systèmes à structure variable est l'une des deux commandes. Dans ces systèmes la commande peut prendre deux valeurs différentes, la commutation d'une valeur à une autre est faite suivant le signe d'une fonction qui dépend de la variable d'état, nommée l'hypersurface de glissement, afin d'obtenir une stabilité et une précision meilleures que celles obtenues avec les régulateurs linéaires classiques, ceci permet de maintenir le point représentatif de l'état du système sur l'hypersurface choisie dans l'espace de phase.

- La commande floue est une commande basée sur la théorie des ensembles flous.

Le contrôle par logique floue est souvent utilisé lorsque le système à commander est mal défini ou complètement inconnu qu'il ne peut pas être modélisé. Cette technique permet d'obtenir une loi de commande efficace sans avoir recours à des développements mathématiques très complexes. Les algorithmes de commande conventionnels sont alors remplacés par des inférences avec des règles linguistiques décrivant les actions de réglage. L'inconvénient majeur dans la conception du contrôleur flou réside au niveau de l'obtention des connaissances auprès d'un expert humain. Pour pallier ce problème, la recherche s'est orientée vers l'élaboration des méthodes optimales et systématiques pour la conception de ces contrôleurs. Les deux approches les plus rencontrées dans la littérature sont [18] :

- approche connexionniste
- approche directe.

L'approche connexionniste consiste à combiner la théorie des réseaux de neurones avec celle de la logique floue, pour construire des réseaux neuronaux flous.

Dans l'approche directe, le problème est résolu par l'utilisation des techniques d'optimisation telles que les algorithmes génétiques.

La commande floue optimisée par un algorithme génétique est la deuxième commande qu'on a envisagé d'appliquer.

La question qui se pose est la suivante : quels sont les points à prendre en compte pour le choix de l'un des deux contrôleurs, basé sur deux aspects totalement différents : le contrôleur à

structure variable basé sur les régimes glissants, et le contrôleur flou basé sur la théorie des ensembles flous dont les performances peuvent être améliorées par un algorithme génétique.

Le but de ce travail est de comparer les performances de deux contrôleurs robustes, le contrôleur à structure variable et le contrôleur flou optimisé par un algorithme génétique. Pour cela nous allons réaliser une simulation qui nécessite un modèle dynamique.

Pour cette application nous avons choisi le robot ERRIC réduit à ses trois premiers degrés de liberté. Le premier chapitre présentera les différentes étapes pour l'obtention des équations dynamiques du modèle.

Dans le deuxième chapitre, nous allons présenter deux approches pour la synthèse des régimes glissants. La première porte sur les notions fondamentales classiques, basées sur l'étude des équations différentielles à second membre discontinu; la deuxième est basée sur la géométrie différentielle, elle rassemble les notions de base et la condition d'existence des régimes glissants.

A la deuxième partie de ce chapitre, on présente l'application de la commande à structure variable sur le modèle dynamique réduit du robot ERRIC pour la détermination des gains de commandes. Dans une autre section on présente les différents résultats de simulation en mode de régulation, en mode de poursuite, avec variation de charge et avec perturbation impulsionnelle et continue, on détermine aussi les valeurs limites de fonctionnement du système. Enfin on utilise le modèle géométrique pour une poursuite de trajectoire circulaire.

Le troisième chapitre présente la méthodologie de conception d'un contrôleur flou de type MANDANI avec les différentes méthodes d'inférences, et celle du contrôleur flou de type SUGENO. La deuxième partie de ce chapitre présente l'application du contrôleur flou sur le système mécanique articulé. Dans cette section on définit les variables d'entrées et de sorties et les fonctions d'appartenance du système.

Les résultats de simulations, en mode de régulation, et poursuite, avec variation de charge et avec perturbation pour les deux types du contrôleur flou sont présentés dans la troisième partie de ce chapitre.

La première partie du chapitre quatre présente une description des algorithmes génétiques, avec les différents opérateurs génétiques. Dans la deuxième partie on définit les différentes étapes pour l'application de la commande hybride floue-algorithme génétique sur le système mécanique articulé.

Le dernier chapitre présente les résultats de simulation pour la commande hybride floue-algorithme génétique dans les deux modes de fonctionnement et avec des tests de variation de charge et de perturbation. On détermine ensuite les valeurs maximales tolérables de charge et d'amplitude de perturbation pour le fonctionnement du système. A la fin de cette section on présente les résultats obtenue avec le modèle géométrique pour une poursuite de trajectoire circulaire et un profil de vitesse trapézoïdal.

Avec l'ensemble des résultats obtenus dans le chapitre trois et le chapitre cinq, on présente une comparaison des deux commandes, la commande à structure variable et la commande hybride floue-algorithme génétique.

Les résultats de simulations montrent la robustesse des lois de commandes étudiées ainsi que l'intérêt de la commande hybride dans le cas des systèmes non-modélisables.

# CHAPITRE I

## PRESENTATION DU ROBOT MANIPULATEUR ET MODELISATION DYNAMIQUE

## 1- Introduction :

Dans le contrôle des robots il est important de connaître les diverses relations entre forces et mouvement du robot, ces relations représentées par des équations différentielles prenant comme référence l'architecture du modèle, la masse des divers segments, leur inertie, le tenseur d'inertie de la charge transportée. La synthèse de la plupart des systèmes de commande des robots manipulateurs utilise des modèles simplifiés parmi lesquels figurent l'hypothèse de faible vitesse et l'absence de couplage. Dans le monde de l'industrie, où différentes gammes de vitesse sont exigées, il est nécessaire de concevoir la modélisation en tenant compte des phénomènes dynamiques.

Le modèle dynamique peut être déduit par plusieurs types de représentations parmi lesquels :

- le formalisme de LAGRANGE
- la méthode de NEWTON-EULER
- la méthode des travaux virtuels de D'ALEMBERT
- la méthode de Bond - Graphs

La méthode la plus utilisée et qui est particulièrement adaptée aux techniques de calcul manuel est celle de LAGRANGE

Dans ce chapitre nous allons présenter la structure du robot ERIC réduit à ses trois premiers degrés de liberté avec les rotations des différents axes. L'application du formalisme de LAGRANGE sur cette structure conduit au modèle dynamique complet du robot.

## 2-Description du Robot Manipulateur :

Le modèle du robot ERRIC réduit à ses trois premiers degrés de liberté représentés dans la figure (I-1), est composé de trois barres rigides de longueur  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_3$ . Le premier segment de masse  $M_1$  subit une rotation  $\theta_1$  par rapport à l'axe  $Z_0$  du repère fixe  $R_0$ , le deuxième segment de masse  $M_2$  subit une rotation  $\theta_2$  par rapport à l'axe  $X_1$  du repère  $R_1$ , et le troisième segment de masse  $M_3$  subit une rotation de  $\theta_3$  par rapport à l'axe  $X_2$  du repère  $R_2$ .

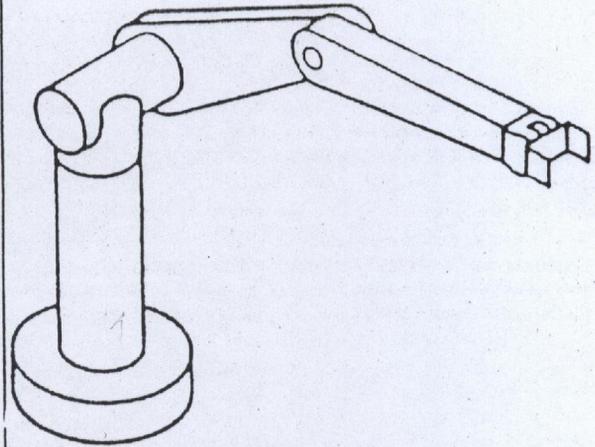
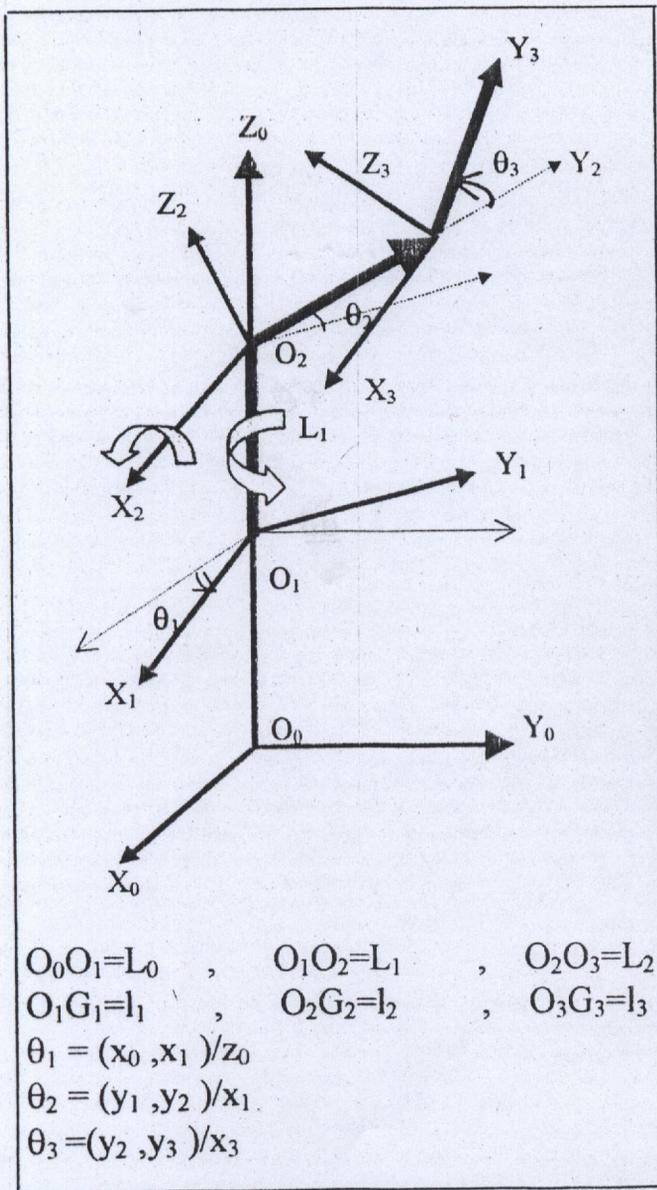


Fig. (I-1) : Structure du robot ERRIC pour les trois premiers degrés de liberté

### 3-Formalisme de LAGRANGE :



Le mouvement d'une chaîne mécanique articulée formée de N segments est représenté suivant Lagrange par le système d'équation différentielle :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\delta L}{\delta \dot{\theta}} \right) - \frac{\delta L}{\delta \theta} = G_i + U_i \quad (I-1)$$

$i=1..N$

avec  $L = T - V$

$T$  : énergie cinétique

$V$  : énergie potentielle interne

$G_i$  : vecteur représentant les forces de gravitation

$U_i$  : vecteur représentant les couples appliqués par les actionneurs.

pour un segment rigide on a  $V = 0$

$$\text{alors } L = T = \sum_{\lambda=0}^N T_{\lambda}$$

$$\text{donc de (1) : } \frac{d}{dt} \left( \frac{\delta T}{\delta \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\delta T}{\delta \theta_i} = G_i + U_i \quad (I-2)$$

$$\text{avec } \dot{\theta}_i = \frac{d\theta_i}{dt}$$

On calcule l'énergie cinétique  $T_{\lambda}$  pour chaque corps solide  $S_{\lambda}$  du système mécanique articulé.

On trouve pour chaque corps  $S_1, S_2, S_3$  de masse  $M_1, M_2, M_3$  et de tenseurs d'inertie  $I^{(1)}, I^{(2)}, I^{(3)}$  autour de leurs axes de rotation, l'énergie cinétique :

$$2T_{\lambda} = M_{\lambda} [V^{(0)}_{G_{\lambda}}(R_{\lambda})]^2 + \Omega^{(0)}_{\lambda}(R_{\lambda}) \cdot I^{(\lambda)} \cdot \Omega^{(0)}_{\lambda}(R_{\lambda}) \quad (I-3)$$

avec :

$V^{(0)}_{G_{\lambda}}$  : la vitesse instantanée du centre de gravité  $G_{\lambda}$  par rapport au repère  $R_0$  exprimé dans  $R_{\lambda}$ .

$\Omega^{(0)}_{\lambda}(R_{\lambda})$  : la vitesse angulaire du repère  $R_{\lambda}$  par rapport au repère  $R_0$  exprimé dans  $R_{\lambda}$ .

$I^{(\lambda)}$  : la matrice d'inertie de l'axe  $(\lambda)$

$M_{\lambda}$  : la masse de l'axe  $(\lambda)$

#### Première articulation :

L'énergie cinétique du premier axe est :

$$2T_1 = M_1 [V^{(0)}_{G_1}(R_1)]^2 + \Omega^{(0)}_1(R_1) \cdot I^{(1)} \cdot \Omega^{(0)}_1(R_1) \quad (I-4)$$

avec : -  $I^{(1)}$  est la matrice de tenseur d'inertie.  
-  $M_1$  est la masse du premier axe.

La vitesse instantanée du centre de gravité  $G_1$  par rapport au repère  $R_0$  exprimé dans  $R_1$  est donnée par :

$$\begin{aligned} V^{(0)}_{G_1}(R_1) &= V^{(0)}_{O_1}(R_1) + \Omega^{(0)}_1(R_1) \wedge O_1 G_1(R_1) \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{(R_1)} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta_1 \end{bmatrix}_{(R_1)} \wedge \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{bmatrix}_{(R_1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{(R_1)} \end{aligned} \quad (I-5)$$

avec  $\Omega^{(0)}_1(R_1)$  : la vitesse angulaire du repère  $R_1$  par rapport au repère  $R_0$  exprimé dans  $R_1$  est donnée par :

$$\Omega^{(0)}_1(R_1) = \Omega^{(0)}_1(R_0) + [M^0_1]^T \Omega^{(0)}_0(R_0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta_1 \end{bmatrix}_{(R_1)} \quad (I-6)$$

$M^0_1$  : la matrice de transformation du repère

$$\Omega^{(0)}_0(R_0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} 2T_1 &= \Omega^{(0)T}_1(R_1) \cdot I^{(1)} \cdot \Omega^{(0)}_1(R_1) \\ &= [0, 0, \dot{\theta}_1] \cdot \begin{bmatrix} I_{11}^1 & I_{12}^1 & I_{13}^1 \\ I_{21}^1 & I_{22}^1 & I_{23}^1 \\ I_{31}^1 & I_{32}^1 & I_{33}^1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta_1 \end{bmatrix} = I_{33}^1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \end{aligned}$$

$$\text{on obtient : } 2T_1 = I_{33}^1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \quad (I-7)$$

### Deuxième articulation :

L'énergie cinétique du deuxième axe est :

$$2T_2 = M_2 [V^{(0)}_{G_2}(R_2)]^2 + \Omega^{(0)T}_2(R_2) \cdot I^{(2)} \cdot \Omega^{(0)}_2(R_2) \quad (I-8)$$

avec :  $\Omega^{(0)}_2(R_2)$  est la vitesse angulaire du repère  $R_2$  par rapport à  $R_0$  exprimé dans  $R_2$ .

$V^{(0)}_{G_2}(R_2)$  est la vitesse instantanée du centre de gravité  $G_2$  par rapport à  $R_0$  exprimé dans  $R_2$ .

$M_2$  : la masse du deuxième axe.

$$\begin{aligned}\Omega^{(0)}_2(R_2) &= \Omega^{(0)}_2(R_1) + [M^1_2]^T \cdot \Omega^{(0)}_1(R_1) \\ &= [\dot{\theta}_2, 0, 0]^T + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c2 & -s2 \\ 0 & s2 & c2 \end{bmatrix} \cdot [0, 0, \dot{\theta}_1]^T \\ &= [\dot{\theta}_2, -S2\dot{\theta}_1, C2\dot{\theta}_1]^T\end{aligned}$$



(I-9)

avec  $\sin(\theta_1)=S1$ ,  $\cos(\theta_1)=C1$

$$\begin{aligned}V^{(0)}_{G2}(R_2) &= \Omega^{(0)}_2(R_2) \wedge O_2G_2(R_2) = [\dot{\theta}_2, -S2\dot{\theta}_1, C2\dot{\theta}_1]^T \wedge \begin{bmatrix} 0 \\ l2 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -l2.c2.\dot{\theta}_2 \\ 0 \\ -l2.\dot{\theta}_2 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

(I-10)

$$[V^{(0)}_{G2}(R_2)]^2 = (l2)^2 \cdot (c2)^2 \cdot (\dot{\theta}_1)^2 + (l2)^2 \cdot (\dot{\theta}_2)^2$$

$$\begin{aligned}\Omega^{(0)}_2(R_2) + I^{(2)} \cdot \Omega^{(0)}_2(R_2) &= [\dot{\theta}_2, -S2\dot{\theta}_1, C2\dot{\theta}_1] \cdot \begin{bmatrix} I^2_{11} & I^2_{12} & I^2_{13} \\ I^2_{21} & I^2_{22} & I^2_{23} \\ I^2_{31} & I^2_{32} & I^2_{33} \end{bmatrix} \cdot [\dot{\theta}_2, -S2\dot{\theta}_1, C2\dot{\theta}_1]^T \\ &= (\dot{\theta}_2)^2 \cdot I^{(2)}_{11} + (\dot{\theta}_1)^2 \cdot ((S2)^2 I^{(2)}_{22} - S2 \cdot C2 \cdot I^{(2)}_{32} - \\ &S2 \cdot C2 \cdot I^{(2)}_{23} + (C2)^2 \cdot I^{(2)}_{33}) + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 (C2(I^{(2)}_{13} + I^{(2)}_{31}) - S2(I^{(2)}_{12} + I^{(2)}_{21}))\end{aligned}$$

finalement l'énergie cinétique du deuxième axe est donnée par :

$$\begin{aligned}2T_2 &= (\dot{\theta}_2)^2 [M_2 l_2^2 (C2)^2 + (S2)^2 \cdot I^{(2)}_{22} + (C2)^2 \cdot I^{(2)}_{33} - S2 \cdot C2 (I^{(2)}_{32} + I^{(2)}_{23})] + \\ &(\dot{\theta}_2)^2 (M_2 l_2^2 + I^{(2)}_{11}) + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 [C2(I^{(2)}_{13} + I^{(2)}_{31}) - S2(I^{(2)}_{12} + I^{(2)}_{21})]\end{aligned}$$

(I-11)

### Troisième articulation :

$$2T_3 = M_3 \cdot [V^{(0)}_{G3}(R_3)]^2 + \Omega^{(0)T}_3(R_3) \cdot I^{(3)} \cdot \Omega^{(0)}_3(R_3)$$

(I-12)

$$\Omega^{(0)}_3(R_3) = \Omega^{(2)}_3(R_2) + [M^2_3]^T \cdot \Omega^{(0)}_2(R_2)$$

(I-13)

$$\Omega^{(0)}_2(R_2) = [\dot{\theta}_2, -S2\dot{\theta}_1, C2\dot{\theta}_1]^T$$

(I-14)

$$\Omega^{(2)}_3(R_2) = [\dot{\theta}_3, 0, 0]^T \tag{I-15}$$

$$\begin{aligned} \Omega^{(0)}_3(R_3) &= \begin{bmatrix} \dot{\theta}_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & -s_3 \\ 0 & s_3 & c_3 \end{bmatrix} \cdot [\dot{\theta}_2, -S_2 \dot{\theta}_1, C_2 \dot{\theta}_1]^T \\ &= \begin{bmatrix} \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_2 \\ -\dot{\theta}_1 \cdot s(2+3) \\ \dot{\theta}_1 \cdot c(2+3) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{I-16}$$

$$\begin{aligned} V^{(0)}_{G3}(R_3) &= \Omega^{(0)T}_3(R_3) \wedge O_3 G_3(R_3) + V(O_3) \\ &= \begin{bmatrix} -l_3 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot s(3+2) \\ -l_3 \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -L_2 \cdot c_2 \cdot \dot{\theta}_1 \\ 0 \\ L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(l_3 \cdot s(3+2) + L_2 \cdot c_2) \cdot \dot{\theta}_1 \\ -l_3 \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\ L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{I-17}$$

$$\begin{aligned} 2T_3 &= M_3 \cdot [V^{(0)}_{G3}(R_3)]^2 + \Omega^{(0)T}_3(R_3) \cdot I^{(3)} \cdot \Omega^{(0)}_3(R_3) \\ &= M_3 ((l_3 \cdot S(3+2) + L_2 \cdot c_2)^2 \cdot \dot{\theta}_1^2 + l_3^2 \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 + L_2 \cdot \dot{\theta}_2^2) \\ &\quad + \begin{bmatrix} \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_2 \\ -\dot{\theta}_1 \cdot s(2+3) \\ \dot{\theta}_1 \cdot c(2+3) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{11}^2 & I_{12}^2 & I_{13}^2 \\ I_{21}^2 & I_{22}^2 & I_{23}^2 \\ I_{31}^2 & I_{32}^2 & I_{33}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_2 \\ -\dot{\theta}_1 \cdot s(2+3) \\ \dot{\theta}_1 \cdot c(2+3) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2T_3 &= M_3 \cdot ((l_3^2 \cdot s^2(2+3) + L_2^2 \cdot c_2^2 + 2 \cdot l_3 \cdot L_2 \cdot c_2 \cdot s(2+3)) \cdot \dot{\theta}_1^2 + l_3^2 \cdot (\dot{\theta}_2^2 + \dot{\theta}_3^2 + 2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \dot{\theta}_3) + L_2 \cdot \dot{\theta}_2^2) \\ &\quad + (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot I_{11}^{(3)} - \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot S(3+2) \cdot I_{21}^{(3)} + \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot C(2+3) \cdot I_{31}^{(3)} - \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot S(3+2) \\ &\quad \cdot I_{12}^{(3)} + \dot{\theta}_1^2 \cdot S^2(3+2) \cdot I_{22}^{(3)} - \dot{\theta}_1^2 \cdot C(2+3) \cdot S(3+2) \cdot I_{32}^{(3)} + \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot C(3+2) \cdot I_{13}^{(3)} - \dot{\theta}_1^2 \cdot \\ &\quad C(2+3) \cdot S(3+2) \cdot I_{23}^{(3)} + \dot{\theta}_1^2 \cdot C^2(3+2) \cdot I_{33}^{(3)} \end{aligned} \tag{I-18}$$

Le LAGRANGIEN s'exprime par l'expression :

$$\begin{aligned} 2L &= \sum_{\lambda=0}^3 T_\lambda = \dot{\theta}_1^2 \cdot [D + A \cdot S^2(3+2) + B \cdot C^2_2 - C \cdot S(3+2)C(3+2) + E \cdot S^2_2 - F \cdot C_2 \cdot S_2 \\ &\quad + G \cdot C^2(3+2) + O \cdot C_2 \cdot S(2+3)] + H \cdot \dot{\theta}_2^2 + I \cdot \dot{\theta}_3^2 + \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot [-J \cdot S_2 + K \cdot C(3+2) + L \cdot C_2 \\ &\quad - M \cdot S(2+3)] + \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot [-M \cdot (S_3+2) + K \cdot C(3+2)] + N \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \dot{\theta}_2 \end{aligned} \tag{I-19}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 A &= M_3 I_3^2 + I_{22}^{(3)} & H &= M_3 I_3^2 + I_{11}^{(3)} + M_2 I_2^2 + I_{11}^{(2)} + M_3 L_2^2 \\
 B &= M_2 I_2^2 + I_{33}^{(2)} + M_3 L_2^2 & I &= M_3 I_3^2 + I_{11}^{(3)} \\
 C &= I_{32}^{(3)} + I_{23}^{(3)} & J &= I_{12}^{(2)} + I_{21}^{(2)} \\
 D &= I_{33}^{(1)} & K &= I_{31}^{(3)} + I_{13}^{(3)} \\
 E &= I_{22}^{(2)} & L &= I_{31}^{(2)} + I_{13}^{(2)} \\
 F &= I_{32}^{(2)} + I_{23}^{(2)} & M &= I_{12}^{(3)} + I_{21}^{(3)} \\
 G &= I_{33}^{(3)} & N &= 2I_{11}^{(3)} + 2.M_3 I_3^2 \\
 & & O &= 2.M_3.l_3.L_2
 \end{aligned}$$

Le système d'équation

$$2 \left( \frac{d}{dt} \left( \frac{\delta T}{\delta \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\delta T}{\delta \theta_i} \right) = 2G_i + 2U_i$$

i=1..n

Peut s'écrire sous la forme matricielle :

$$[A] \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + [B] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_2 \cdot \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} + [C] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \\ \dot{\theta}_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$

avec :

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix} \quad \text{A symétrique}$$

$$a_{11} = D + B.C_2^2 + E.S_2^2 - F.C_2.S_2 + A.S^2(3+2) - C(S(3+2).C(3-2)) + G.C^2(3+2)$$

$$a_{12} = -M/2.S(3+2) + K/2.C(3+2) + L/2.C_2 - J/2.S_2$$

$$a_{13} = -M/2.S(3+2) + K/2.C(3+2)$$

$$a_{21} = -M/2.S(3+2) + K/2.C(3+2) + L/2.C_2 - J/2.S_2$$

$$a_{22} = H$$

$$a_{23} = N/2$$

$$a_{31} = a_{13}$$

$$a_{23} = a_{32}$$

$$a_{33} = I$$

$$[B] = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$$

avec :

$$b_{11} = 2A.S(3+2).C(2+3) + 2(E-B).S_2.C_2 - F(C_2^2 - S_2^2) - C(C^2(2+3) - S^2(2+3)) - 2G$$

$$C(2+3)S(2+3) - O.S_2.S(2+3) + O.C_2.C(2+3)$$

$$b_{12} = 2A.S(3+2).C(2+3) - C(C^2(2+3) - S^2(2+3)) - 2G C(2+3)S(2+3) + O.C_2.C(2+3)$$

$$b_{13} = -M.C(3+2) - K.S(3+2)$$

$$b_{21} = b_{22} = b_{23} = b_{31} = b_{32} = b_{33} = 0$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

$$c_{11} = c_{22} = c_{23} = c_{32} = c_{33} = 0$$

$$c_{13} = -K/2.S(2+3) - M/2.C(2+3)$$

$$c_{12} = -M/2.C(3+2) - K/2.S(3+2) - J/2.C_2 - L/2.S_2$$

$$c_{21} = -A.S(3+2).C(3+2) + (B-E).S_2.C_2 + F/2.(C^2_2 - S^2_2) + C/2.(C(2+3) - S(2+3)) + G.C(2+3).S(2+3) + O/2.S_2.S(2+3) - O/2.C_2.C(2+3)$$

$$c_{31} = -A.S(3+2).C(3+2) + C/2.(C^2(2+3) - S^2(2+3)) + G.C(2+3).S(2+3) - O/2.C_2.C(2+3)$$



**Calcul des Couples Dus à la Pesanteur :**

Supposons que la variable  $\theta_i$  se déplace de  $\Delta\theta_i$ , les centre de gravité des différents corps situés en aval de  $\theta_i$  vont voir leur altitude  $Y^{(0)}_{G\lambda}$  suivant la verticale du lieu se modifier d'une valeur  $\Delta Y^{(0)}_{G\lambda}$ . En appliquant le principe des travaux virtuels en aura :

$$G_i \Delta\theta_i = \sum_{\lambda=1}^n g.M \Delta Y^{(0)}_{G\lambda} \tag{I-20}$$

ce qui conduit à :

$$G_i = \sum_{\lambda=1}^n g.M_\lambda \frac{\partial Y_{G\lambda}}{\partial \theta_i} \tag{I-21}$$

calculons les couples de pesanteurs pour la figure ( I-1)

$$Y^{(0)}_{G0} = l_0 \quad Y^{(0)}_{G1} = L_0 + l_1 \quad Y^{(0)}_{G2} = L_0 + l_1 + l_2.C_2$$

$$Y^{(0)}_{G3} = L_0 + l_1 + C_2.(l_2 + l_3.C_3)$$

on aura :

$$G_1 = 0$$

$$G_2 = -g.M_2.l_2.S_2 - gM_3(L_2 + l_3.C_3).S_2$$

$$G_3 = -gM_3.l_3.C_2.S_3$$

#### 4-Modèle du Robot Manipulateur :

Finalement le modèle dynamique obtenu est le suivant :

$$[A] \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + [B] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_2 \cdot \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} + [C] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \\ \dot{\theta}_3^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} \quad (I-22)$$

Tel que. :

$G_i$  : vecteur représentant les forces de gravitation.

$U_i$  : vecteur représentant les couples appliqués par les actionneurs.

$(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$  : vecteur représentant les positions angulaires des axes.

Avant l'application de la commande à structure variable sur le modèle mathématique, nous allons exposer une étude théorique des systèmes à structures variables, qui contient les principaux formalismes mathématiques de ces systèmes, ainsi qu'une définition de ces derniers et du régime glissant.

# CHAPITRE II

## LA COMMANDE A STRUCTURE VARIABLE

## 1- Introduction :

Le modèle dynamique d'un système mécanique articulé (S.M.A) contient des non-linéarités et un fort couplage entre ces différentes articulations, ce qui rendent le contrôle du système en utilisant des méthodes classiques insuffisantes, de ce fait on a choisi une classe particulière de système de commande basé sur le régime glissant appelé système à structure variable (VSS).

La commande à structure variable a été inspirée par les travaux du mathématicien A.F Philipov sur la résolution des équations différentielles à seconde membre discontinue, et développée par la suite par de nombreux chercheurs (Emilianov, Utkin, Slotine, Young, Harashima).

En présence des incertitudes des paramètres dynamiques la conception d'une telle commande permet d'atteindre une position imposée de façon exacte et une poursuite de trajectoire bien précise.

## 2- définition :

Les systèmes à structure variable sont des systèmes dans lesquels la grandeur de commande commute entre deux valeurs (Fig II-1) de façon à maintenir dans l'espace de phase le point représentatif du mouvement du système sur une hypersurface appelée surface de glissement.

Soit un système non-linéaire à (m) entrées décrit par l'équation d'état [13][14][23] dans l'espace d'état de dimension (n)

$$\dot{x}(t) = f(x,t) + b(x,t) U(x,t)$$

$f(x,t)$  : fonction généralement non-linéaire n'est pas exactement connue

$b(x,t)$  : gain de commande n'est pas exactement connu

$U(x,t)$  : commande

chaque commande  $U_i$  subit une discontinuité de première espèce du type

$$U_i(x,t) = \begin{cases} U^+(x) & \text{si } S(x) > 0 \\ U^-(x) & \text{si } S(x) < 0 \end{cases}$$

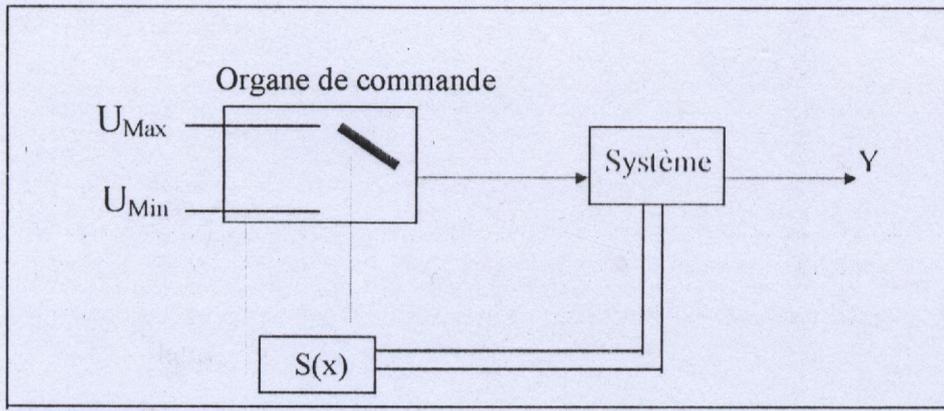


Fig (II-1)

Le problème consiste à trouver une commande  $U(x,t)$  pour ramener l'état du système sur la surface  $S(x) = 0$ , et l'y maintenir, nous dirons alors que le système est en glissement sur l'hypersurface  $S(x)$ .

**3-Régime de glissement :**

Un système est en régime glissant idéal quand le point représentatif du mouvement du système glisse sur l'hypersurface de commutation avec une amplitude nulle et une oscillation infinie (Fig II-2).

En pratique l'état du système ne se maintient pas sur la surface de glissement  $S(x) = 0$ , mais subit des oscillations sur cette surface de fréquence finie et d'amplitude non nulle ce qu'on appelle un régime glissant réel (Fig II-3).

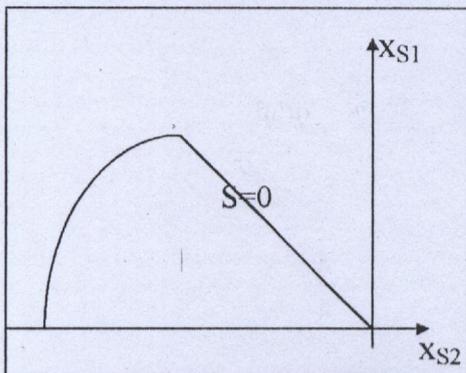


Fig (II-2) : Régime glissant idéal

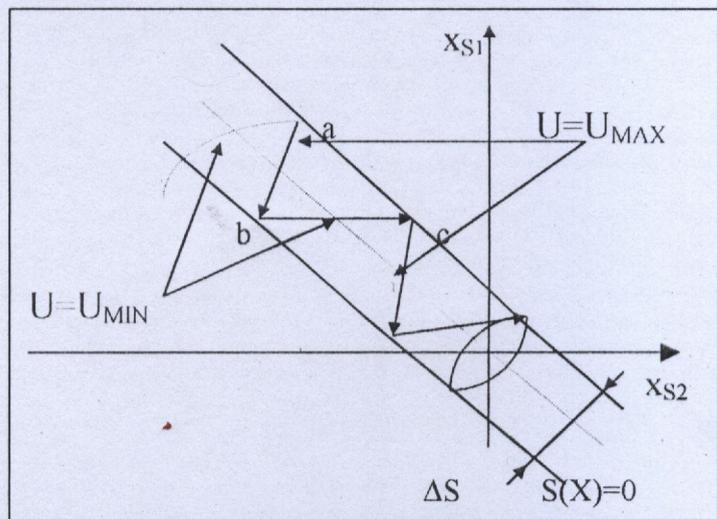


Fig (II-3) : Régime glissant réel

## 4-Formalisation Mathématique des Systèmes à Structure Variable

### 4-1- Formalisation Classique du Régime Glissant [12]

Soit le système d'équation différentielle :

$$\begin{aligned} dx_i/dt = f_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (II.1)$$

Où les seconds membres  $f_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$  sont des fonctions continues par morceaux présentant des discontinuités sur une hypersurface notée  $S$ , d'équation

$$S(x) = 0 \quad \text{avec} \quad x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$$

Les fonctions  $f_i$  sont supposées définies dans un domaine  $G$  de l'espace des variables  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ; on pose  $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$

La surface  $S$  sépare l'espace d'état en deux parties  $G^+$  ( $S > 0$ ) et  $G^-$  ( $S < 0$ ), ce qui nous donne au voisinage de la surface  $S$  deux valeurs de  $f$  soient  $f^+$  et  $f^-$ . nous appellerons d'autre part  $f_N^+$  et  $f_N^-$  les projections respectives de  $f^+$  et  $f^-$  sur la normale à la surface  $S$ , la normale étant orientée de  $G^+$  vers  $G^-$  ( Fig II-4 ).

Le théorème suivant (Philippov), permet de préciser les conditions d'existence et d'unicité d'une solution  $x(t)$  de l'équation différentielle (II-1).

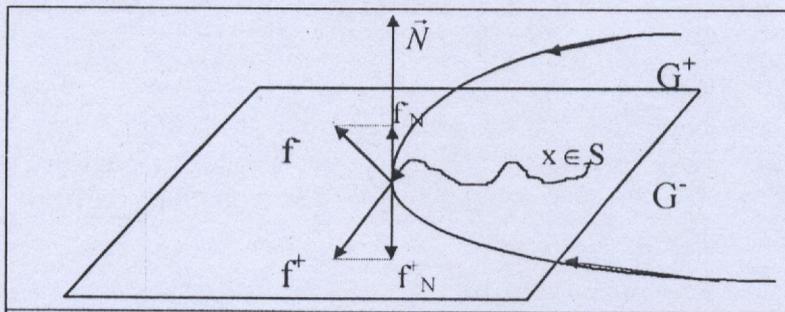


Fig (II-4) : Espace d'état de dimension 3 et surface de glissement de dimension 2

*Théorème : soit le système différentiel écrit sous la forme (1) satisfaisant la condition*

$$|\partial f_i / \partial x_j| \leq K \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

*K étant une constante arbitraire indépendante de t et de x, ces inégalités étant vérifiées pour tout t dans le domaine  $G = (G^+ \cup G^-)$ . soit une surface S deux fois différentiable, chacune des fonctions  $f_N^+$  et  $f_N^-$  étant continue sur  $(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$  pour  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  appartenant à S et le vecteur  $h = f^+ - f^-$  étant continûment différentiable. Si en chaque point de la surface S une inégalité  $f_N^+ > 0$  ou  $f_N^- < 0$  est vérifiée (pas obligatoirement la même en tout point de S), il existe alors, dans le domaine G, une solution  $x(t)$  pour (I-1) et la propriété d'unicité et de dépendance continue de cette solution par rapport aux conditions initiales sont vérifiées.*

D'après ce théorème si les conditions  $f_N^+ > 0$  et  $f_N^- < 0$  sont à la fois vérifiées alors la surface  $S$  sera attractive au moins dans un petit voisinage de  $S$ , pour toute solution  $x(t)$  de (II-1), puisque le vecteur vitesse est dirigé vers  $S$  de chaque côté de  $S$ . On dit qu'on a un régime glissant limite sur la surface  $S$ .

Supposons que le second membre de ce système possède une discontinuité qui se produise sur la surface  $S$  définie par

$$S(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

on dérivant par rapport à  $t$ , on a :

$$\dot{S} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} f_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (\text{II-2})$$

Le second membre de cette expression n'est autre que le produit scalaire de la normale orientée à la surface  $S$  et du vecteur  $f$ .

Si les conditions du théorème précédent sont vérifiées, on déduit

$$f_N^- < 0 \Rightarrow S > 0 \text{ et } \dot{S} < 0$$

$$f_N^+ > 0 \Rightarrow S < 0 \text{ et } \dot{S} > 0$$

d'où

$$f_N^+ < 0 \text{ et } f_N^- > 0 \Rightarrow S\dot{S} < 0 \quad (\text{II-3})$$

L'implication inverse est évidente et nous pouvons dire que les conditions ( $f_N^- < 0$  et  $f_N^+ > 0$ ) et ( $S\dot{S} < 0$ ) sont équivalentes.

La condition ( $S\dot{S} < 0$ ) est l'inégalité fondamentale pour la commande d'un système à structure variable en régime glissant, l'état du système bouclé est alors plongé dans l'état du système réduit de dimension inférieure et libre. Dans ce cas les propriétés dynamiques du système bouclé ne dépendent que des coefficients de la surface de glissement  $S$ , ce qui explique l'invariance de la structure variable par rapport aux perturbations ainsi que son applicabilité aux systèmes linéaires et nonlinéaires.

Exemple [26]:

Soit l'asservissement dont la fonction de transfert est :

$$y/U = K/(s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2) \quad \text{ou } \omega > 0$$

avec  $K_{\min} < K < K_{\max}$

$$\xi_{\min} < \xi < \xi_{\max}$$

On suppose que le système est non perturbé, ces inégalités traduisent l'effet des erreurs de modélisation

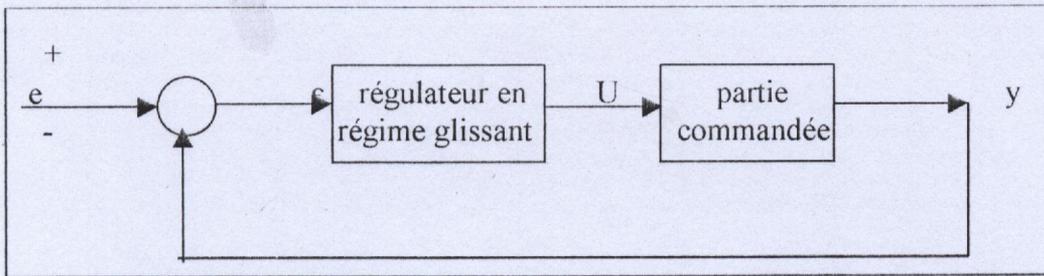


Fig (II-5)

On choisit une loi de commande de la forme  $U=Q \varepsilon$  tel que  $Q$  est une fonction de type relais idéal pouvant prendre deux valeurs  $Q^+, Q^-$  avec  $Q^+ > Q^-$  on posant  $x = (x_1, x_2)^T$  et  $x_2 = \dot{x}_1$  (on a  $y=x_1$  et  $\varepsilon = e - x_1$ )

$$dx_1/dt = x_2$$

$$d x_2/dt = - 2 \xi \omega x_2 - (K Q + \omega^2). x_1$$

On désire que la discontinuité ait lieu sur la surface  $S = \lambda. x_1 + x_2 = 0$

on dérive  $S$  par rapport à  $t$  et on suppose que  $e = 0$  on aura

$$\dot{S} = (2 \xi \omega \lambda - \lambda^2 - K.Q - \omega^2) x_1$$

pour atteindre le régime glissant on choisit les deux valeurs de  $U$  telle que :

$$U = \begin{cases} U^+ = -Q^+ . X_1 & \text{si } X_1 S > 0 \\ U^- = -Q^- . X_1 & \text{si } X_1 S < 0 \end{cases}$$

ce qui impose :

$$Q^+ > \max_K [(2 \xi \omega \lambda - \lambda^2 - \omega^2)/K] \quad \text{et} \quad Q^- < \min_K [(2 \xi \omega \lambda - \lambda^2 - \omega^2)/K]$$

Ce choix permet de satisfaire la condition de glissement quelque soit la variation des paramètres  $K$  et  $\xi$ , la dynamique du système réduit est celle de l'équation  $\dot{x}_1 = -\lambda x_1$ .

## 4-2-Formalisation Par la Géométrie Différentielle Pour L'analyse et la Synthèse des Régimes Glissant :

La synthèse des régimes glissants dans la représentation des systèmes à structure variable par la géométrie différentielle permet d'interpréter le problème des régimes glissants : commande équivalente, condition de glissement, condition d'existence et condition d'invariance des régimes glissants par rapport aux perturbations [27].

### 4-2-1- condition de glissement :

Soit un système dynamique décrit par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + g(x) U \quad (\text{II.4})$$

dans lequel le temps ne figure pas explicitement.

$x \in X$  un ouvert de  $\mathbb{R}^n$  avec  $g(x) \neq 0 \quad \forall x \in X$

$$f(x) = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T, \quad g(x) = [g_1, g_2, \dots, g_n]^T$$

$$U : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$$

supposons que la fonction de commande subisse une discontinuité de premier ordre sur une surface définie par une fonction continue

$$S : X \longrightarrow \mathbb{R}$$

dont le gradient est non nul sur  $X$ .

$$S = \{ x \in \mathbb{R}^n : S(x) = 0 \} \quad (\text{II.5})$$

$S$  représenté une hypersurface (variété de dimension  $n-1$  appelé surface de glissement).

$$U = \begin{cases} U^+(x) & \text{si } S(x) > 0 \\ U^-(x) & \text{si } S(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

La commande  $U$  prend ainsi de deux fonctions continues en  $x$  et possède une discontinuité sur la surface de glissement ( $U^+ > U^-$ ).

Dérivée directionnelle : on appelle dérivée directionnelle de  $S$  par rapport au champ  $h$  la fonction  $L_h S$  définie par le produit scalaire de la différentielle de  $S$  et du champ de vecteur  $h$ .

$$L_h S = \langle \nabla S, h \rangle$$

$S$  désigne le gradient de  $S(x)$

Le régime glissant définie précédemment doit remplir la condition d'attraction :

$$\lim_{S \rightarrow 0^+} L_{f+g.U^+} S < 0 \quad \text{et} \quad \lim_{S \rightarrow 0^-} L_{f+g.U^-} S > 0 \quad (\text{II.7})$$

Ceci est équivalent a :

$$\lim_{S \rightarrow 0^+} \langle \nabla S, f+g.U^+ \rangle < 0 \quad \text{et} \quad \lim_{S \rightarrow 0^-} \langle \nabla S, f+g.U^- \rangle > 0 \quad (II.8)$$

qui est équivalent dans le formalisme classique à :  $S \dot{S} < 0$

Ceci traduit le résultat suivant :

La surface  $S$  sépare l'espace  $G$  ( espace des variables  $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  ) en deux sous espace  $G^+$  ( $S > 0$ ) et  $G^-$  ( $S < 0$ ) . Si dans un petit voisinage les projections  $f+g.U^+$  et  $f+g.U^-$  sur le vecteur gradient de  $S$  sont de signes contraires, alors la surface  $S$  sera attractive ( les champs commandes se dirige vers  $S$  ).

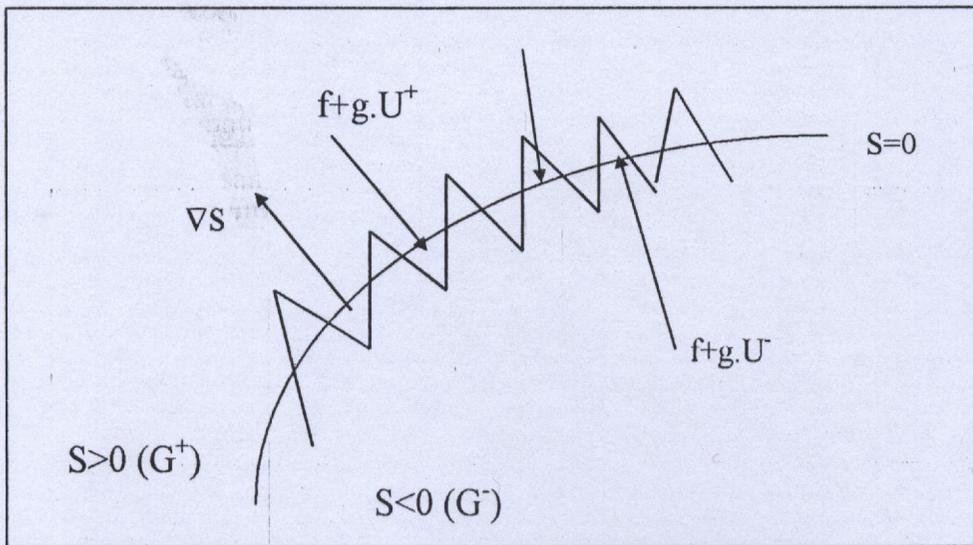


Fig (II-6) : commutation de champs de vecteurs sur la variété  $S$  [27]

**4-2-2- La commande équivalente :**

Le vecteur des commandes équivalentes  $U_{eq}$  est défini pour obtenir les équations du régime glissant idéal ou le point représentatif du mouvement du système glisse parfaitement sur la surface de commutation.

Le mouvement glissant idéal est décrit en utilisant les conditions d'invariance suivantes :

$$S(x) = 0 \quad \text{et} \quad Lf+g.U_{eq} S = \langle \nabla S, f+g.U_{eq} \rangle = 0 \quad (II.9)$$

$$\Rightarrow U_{eq} = - \frac{\langle \nabla S, f \rangle}{\langle \nabla S, g \rangle} = - \frac{L_f S}{L_g S} \quad (II.10)$$

Notons par  $T_x X$  l'espace tangent à  $X$  en  $x$ , et soit  $\Delta_S(x)$  un sous espace de  $T_x X$  tel que :

$$\langle \nabla S, \Delta_S(x) \rangle = 0 \quad \text{ie} \quad \Delta_S(x) = \text{Ker } \nabla S \quad (\text{II.11})$$

les conditions d'invariances conduisent à :

$$(f+g.U_{\text{cq}})_{S=0} \in \text{Ker } \nabla S = \Delta_S(x)$$

la dynamique du système commandé en régime de glissement idéal est alors décrite par :

$$\frac{dx}{dt} = f+g.U_{\text{cq}}(x)$$

cette dynamique ne dépend que des coefficients de  $S=0$ , hypersurface sur laquelle se trouve tracé la trajectoire  $x(t)$  solution de l'équation :

$$\frac{dx}{dt} = f(x)+g(x).U$$

#### 4-2-3-Condition d'existence et d'unicité de la commande équivalente[27]

Lemme 1 : une condition nécessaire et suffisante pour définir une commande équivalente est que la condition de transversalité :

$$\langle \nabla S, g \rangle \neq 0 \quad (\text{II.12})$$

soit satisfaite au voisinage de  $S$ .

Preuve : si la commande équivalente est bien définie par :

$$U_{\text{cq}} = -\frac{\langle \nabla S, f \rangle}{\langle \nabla S, g \rangle}$$

Alors nécessairement  $\langle \nabla S, g \rangle = L_g S \neq 0$

Pour montrer l'unicité de la commande équivalente, nous supposons que les conditions d'invariance (II.6) sont satisfaites pour deux commandes équivalentes  $U_{1\text{eq}}$  et  $U_{2\text{eq}}$ .

D'après (II.6) nous avons alors :

$$\langle \nabla S, f+g.U_{1\text{eq}} \rangle = \langle \nabla S, f+g.U_{2\text{eq}} \rangle = 0$$

donc :  $\langle \nabla S, g.(U_{1eq}-U_{2eq}) \rangle = 0$

comme la condition de transversalité est vérifiée (Lemme 1), on a forcément

$$U_{1eq} = U_{2eq}$$

Lemme 2 : Si le régime glissant existe localement sur S, alors :

$$L_g S \cdot \langle \nabla S, g \rangle < 0 \tag{II.13}$$

Preuve : à partir des conditions d'existence des régimes glissants sur S, données par (II.7) et (II.8) on peut écrire :

$$\begin{aligned} L_{f+g, U^+} S &= \langle \nabla S, f+g.U^+ \rangle > 0 \\ L_{f+g, U^-} S &= \langle \nabla S, f+g.U^- \rangle > 0 \end{aligned}$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} L_{f+g, U^+} S - L_{f+g, U^-} S &= \langle \nabla S, f+g.U^+ \rangle - \langle \nabla S, f+g.U^- \rangle < 0 \\ L_{(U^+ - U^-)_g} S &= \langle \nabla S, g.(U^+ - U^-) \rangle < 0 \end{aligned}$$

D'où

$$(U^+ - U^-) L_g S = (U^+ - U^-) \langle \nabla S, g \rangle < 0$$

de l'hypothèse  $U^+ > U^-$  il en résulte  $L_g S \cdot \langle \nabla S, g \rangle < 0$

Théorème 1 : Une condition nécessaire et suffisante d'existence locale des régimes glissants sur S est que localement dans X

$$U^-(x) < U_{eq}(x) < U^+(x) \tag{II.14}$$

Preuve : supposons que le régime glissant existe localement sur S, les inéquations (II.8) donnent :

$$\langle \nabla S, f+g.U^+(x) \rangle = \langle \nabla S, f \rangle + U^+(x) \langle \nabla S, g \rangle < 0$$

En vertu du lemme 2 (transversalité) de l'équation (II.10)

$$U_{eq} = -\frac{\langle \nabla S, f \rangle}{\langle \nabla S, g \rangle} + U^+(x) = -U_{eq}(x) + U^+(x) > 0 \Rightarrow U_{eq}(x) < U^+(x)$$

Par le même raisonnement on établit :

$$\langle \nabla S, f+g.U^-(x) \rangle = \langle \nabla S, f \rangle + U^-(x) \langle \nabla S, g \rangle > 0$$

d'où

$$\frac{\langle \nabla S, f \rangle}{\langle \nabla S, g \rangle} + U^+(x) = -U_{eq}(x) + U^-(x) > 0 \Rightarrow U^-(x) < U_{eq}(x)$$

Montrons l'implication inverse du théorème. Soit  $U_{eq}$  une fonction de commande satisfaisant (II.10) et (II.14) alors :

$$0 < U_{eq}(x) - U^-(x) < U^+(x) - U^-(x)$$

donc :

$$0 < W_{eq}(x) = \frac{U_{eq}(x) - U^-(x)}{U^+(x) - U^-(x)} < 1$$

$$\text{A partir de } U_{eq} = U^+(x) \cdot W_{eq}(x) + (1 - W_{eq}) \cdot U^-(x)$$

On a :

$$\langle \nabla S, f + g \cdot U_{eq} \rangle = W_{eq} \langle \nabla S, f + g \cdot U^+ \rangle + (1 - W_{eq}) \cdot \langle \nabla S, f + g \cdot U^- \rangle = 0$$

Ces équations sont vraies si les expressions  $\langle \nabla S, f + g \cdot U^+ \rangle$  et  $\langle \nabla S, f + g \cdot U^- \rangle$  sont de signes contraires sur  $S$ . Comme l'orientation de  $S$  est arbitraire, on peut toujours s'arranger à avoir localement sur  $S$  :

$$\langle \nabla S, f + g \cdot U^-(x) \rangle > 0 \text{ et } \langle \nabla S, f + g \cdot U^+(x) \rangle < 0$$

ceci nous amène au choix de la commande de la forme :

$$U = \begin{cases} U^+(x) \rightarrow \rightarrow \text{si } \rightarrow \rightarrow S(x) > 0 \\ U^-(x) \rightarrow \rightarrow \text{si } \rightarrow \rightarrow S(x) < 0 \end{cases}$$

Qui satisfait

$$\langle \nabla S, f + g \cdot U^+(x) \rangle \Big|_{S=0} = \lim_{S \rightarrow 0^+} \langle \nabla S, f + g \cdot U^+(x) \rangle = \lim_{S \rightarrow 0^+} L_{f+g, U^+} S < 0$$

$$\langle \nabla S, f + g \cdot U^-(x) \rangle \Big|_{S=0} = \lim_{S \rightarrow 0^-} \langle \nabla S, f + g \cdot U^-(x) \rangle = \lim_{S \rightarrow 0^-} L_{f+g, U^-} S > 0$$

La condition nécessaire locale du régime glissant (équation (II.14)) peut être exprimée [28] par :

$$U_{\min} = \min \{ U^+(x), U^-(x) \} < U_{eq} < \max \{ U^+(x), U^-(x) \} = U_{\max}$$

#### 4-2-4- dépendance et indépendance du régime glissant vis-à-vis du champ de vecteur $g(x)$ [27]:



A partir de l'expression de la commande équivalente, donnée par (II.10) le mouvement du système sur  $S$ , du à la commande équivalente, est gouverné par :

$$\dot{x} = f(x) + g(x).U_{eq}(x) = [I - g(x) (\langle \nabla S, g(x) \rangle)^{-1} \cdot (\nabla S)] f(x) \quad (II.15)$$

La condition d'invariance de la variété donnée en (II.11) sera de la forme :

$$f(x) + g(x).U_{eq}(x) = F.f(x) \in \text{Ker } \nabla S(x) = \Delta_S(x) \quad (II.16)$$

ou

$$F = [I - g(x) (\langle \nabla S, g(x) \rangle)^{-1} \cdot (\nabla S)]$$

représente l'opérateur de projection sur l'espace  $T_S X$ .

Montrons que le champ de vecteur  $g$  n'a aucune influence sur le mode de glissement idéal.

Pour cela, considérons la distribution  $G : X \rightarrow \text{Span}\{g(x)\}$  ; avec  $\text{Span}\{g(x)\}$  l'espace engendré par la base  $g(x)$ . Soit une distribution de champ de vecteurs  $\Delta G \in \text{Span}\{g(x)\}$  ie, des vecteurs de la forme  $g(x).U(x)$ . considérons  $F.g(x)U(x)$  on a :

$$[I - g(x) (\langle \nabla S, g(x) \rangle)^{-1} \cdot (\nabla S)] g(x).U(x) =$$

$$[g(x) - g(x) (\langle \nabla S, g(x) \rangle)^{-1} \cdot \langle \nabla S, g(x) \rangle] U(x) = 0. U = 0 \quad (II.17)$$

Ainsi le champ de vecteur  $g(x)$  n'intervient pas dans le mode de glissement idéal défini par (II.16).

**4-2-5-invariance du régime glissant par rapport aux perturbations :**

Considérons le système dynamique suivant :

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + g(x) \cdot U(x) + \xi \quad (\text{II.18})$$

Posons  $\xi \equiv \delta f(x)$ ,  $\xi$  représente les perturbations paramétriques du champ de vecteur  $f$ . on dit que le régime glissant possède une propriété d'invariance forte vis-à-vis du vecteur perturbateur  $\xi$ , chaque fois que  $\xi$  satisfait la définition suivante [27].

**Définition :** Le régime glissant idéal jouit de propriété d'invariance forte par rapport au signal de perturbation  $\xi$  chaque fois que la dynamique du système en mode de glissement idéal est indépendante du signal de perturbation  $\xi$ .

**Théorème 2 :** Le régime glissant sur la variété  $S$  du système perturbé (II.18), satisfait les propriétés d'invariances vis-à-vis de  $\xi$ , si et seulement si le vecteur de perturbation  $\xi$  satisfait la condition suivante :

$$\xi \in \text{Span} \{g(x)\}$$

avec  $\text{Span}$  l'espace engendré par la base  $g(x)$ .

**preuve :** Pour le système dynamique perturbé (II.18), le régime glissant idéal est gouverné par :

$$\frac{dx}{dt} = F(f + \delta f)$$

avec  $F$  l'opérateur de projection et  $\delta f \equiv \xi$ .

la condition nécessaire vient du fait que si

$$F\xi = [I - g(x)(\langle \nabla S, g(x) \rangle)^{-1} \cdot (\nabla S)] \xi = 0 \quad (\text{II.20})$$

On a (d'après (II.14)) :

$$[g(x) - g(x)(\langle \nabla S, g(x) \rangle)^{-1} \cdot \langle \nabla S, g(x) \rangle] \cdot v(x) = 0$$

$$\Rightarrow [I - g(x)(\langle \nabla S, g(x) \rangle)^{-1} \cdot (\nabla S)] g(x) \cdot v(x) = 0$$

par identification avec (II.17) on a

$$\xi = g(x) \cdot v(x) \quad \Rightarrow \quad \xi \in \text{Span} \{g(x)\}$$

avec  $v(x)$  fonction scalaire continue.

La condition suffisante vient du fait que si  $\xi \in \text{Span} \{g(x)\}$ , soit  $\xi = g(x).v(x)$  pour toute fonction scalaire continue  $v(x)$ , alors d'après (II.14) l'opérateur de projection  $F$  annule l'influence de  $\xi$  sur la dynamique équivalente.

**Théorème 3 :** Soit  $\xi \in \text{Span} \{g(x)\}$  et  $U_{eq}(x)$  la commande équivalente correspondante au régime glissant sur  $S$  du système non perturbé (II.4).



Soit  $U^+(x)$  et  $U^-(x)$  les bornes fixes de la loi de commande à structure variable, avec  $U^+(x) > U^-(x)$  localement dans  $X$ . Si le régime glissant existe pour le système perturbé (II.18) alors, nécessairement, le vecteur perturbateur s'écrit  $\xi = g(x).v(x)$  avec  $v(x)$  une fonction scalaire bornée.

$$U_{eq}(x) - U^-(x) > v(x) > U^+(x) - U_{eq}(x) \tag{II.21}$$

**Preuve :** Si le régime glissant existe pour le système perturbé alors d'après (II.8) :

$$\lim_{S \rightarrow 0^+} \langle \nabla S, f + g.U^+ + \xi \rangle = \lim_{S \rightarrow 0^+} \langle \nabla S, f + (U^+ + V).g \rangle < 0$$

et 
$$\lim_{S \rightarrow 0^-} \langle \nabla S, f + g.U^- + \xi \rangle = \lim_{S \rightarrow 0^-} \langle \nabla S, f + (U^- + V).g \rangle > 0$$

Ceci correspond à l'existence du régime glissant pour le système non perturbé avec une loi de commande à structure variable de type

$$U = \begin{cases} U^+(x) + V & \text{si } S(x) > 0 \\ U^-(x) + V & \text{si } S(x) < 0 \end{cases} \tag{II.22}$$

Et d'après le théorème 1 on a :  $U^-(x) + V(x) < U_{eq}(x) < U^+(x) + V(x)$

D'où le résultat attendu :  $U_{eq}(x) - U^-(x) > V(x) > U_{eq}(x) - U^+(x)$

Remarque : L'équation (II.22) indique l'existence du régime glissant malgré la perturbation, cette dernière s'ajoute à la commande renforce celui-ci à fortiori si la fréquence de la perturbation est voisine à celle de la commande. Ceci laisse prédire la robustesse de la commande face aux perturbations.

Exemple 1 [27] :

On considère le circuit de la (fig II-7), dans ce circuit l'énergie emmagasiné dans l'induction  $L_1$  peut être transféré dans  $L_3$  on utilisant l'interrupteur dans la branche de la capacité. Si  $u$  indique la position de l'interrupteur, et prend des valeurs discrètes  $u = \{0, 1\}$ , l'équation de ce circuit sera :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_1 & 0 \\ \omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + u \begin{bmatrix} 0 & \omega_1 & 0 \\ -\omega_1 & 0 & -\omega_2 \\ 0 & \omega_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (II-23)$$

avec  $x_i = I_i(L_i)^{1/2}$  pour  $i=1,3$

$x_2 = V(C_2)^{1/2}$

$\omega_1 = 1/(L_1 C_2)^{1/2}$ ,  $\omega_2 = 1/(L_3 C_2)^{1/2}$ .

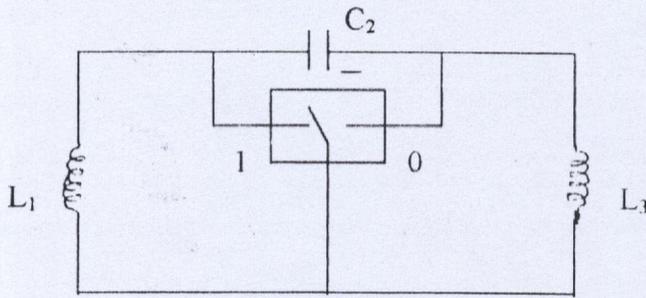


Fig II-7

Il est facile de montrer que l'énergie total emmagasiné  $E = 1/2 \cdot x^T x$  est une quantité invariante, exp.  $\frac{dE}{dt} = 0$  pour Les conditions dans la norme unité, l'état du système évolue on  $S^2$  ( la sphère unité dans  $R^3$  ).

Les vecteurs  $f$  et  $g$  sont données par :

$$f = -\omega_1 \cdot x_2 \frac{\partial}{\partial x_1} + \omega_1 \cdot x_1 \frac{\partial}{\partial x_2} \quad \text{et} \quad g = \omega_1 \cdot x_2 \frac{\partial}{\partial x_1} - (\omega_1 \cdot x_1 + \omega_2 \cdot x_3) \frac{\partial}{\partial x_2} + \omega_2 \cdot x_2 \frac{\partial}{\partial x_3}$$

avec  $\frac{\partial}{\partial x_i}$  représente le vecteur direction unité de  $T_x R^3$  dans les coordonnées locales.

Pour  $u=0$  et  $u=1$  les familles de trajectoires dans la sphère unité sont caractérisées par  $x_3 = \text{constante}$  et  $x_1 = \text{constante}$  respectivement (fig II-8). Cependant, seulement deux interrupteurs sont nécessaires pour accomplir le transfère d'énergie entre  $L_1$  et  $L_3$ .

La conversion de tension peut être réalisée, avec la tension de la capacité maintenue constante, par création du mode de glissement dans la ligne obtenue dans la sphère, quand  $x_2 = \text{constante} = K$ ,  $0 < K < 1$ . pour cela l'interrupteur est maintenu à la position  $u=0$  jusqu'à l'état  $x_2=K$ . Ensuite les notions de glissement peuvent être réalisées se basant sur l'erreur de signe de  $x_2-K$ , jusqu'à  $x_1=0$ .

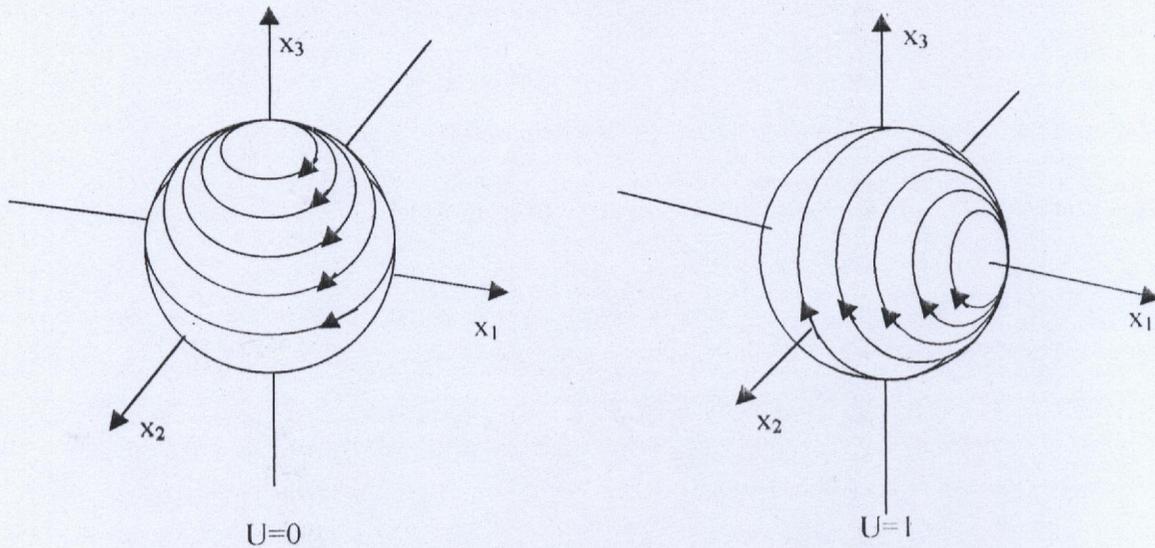


fig II-8

A ce moment, l'interrupteur est maintenu à l'état  $u=1$ , jusqu'à ce que  $x_3$  soit enrichie de sa valeur maximale, on remarque que ce procédé prend place dans le premier octant ( $x_i > 0, \forall i$ ).

On considère maintenant une surface de glissement définie dans la sphère unité

$$S = \{x \in S^2 : s=x_2-K=0, 0 < K < 1\} \tag{II-24}$$

Le gradient de la surface de glissement est représenté par  $ds=dx_2$  et la distribution de glissement est donnée dans ce cas par :

$$\Delta_s(x) = \ker \nabla s = \text{span} \left\{ -x_3 \frac{\partial}{\partial x_1} + x_1 \frac{\partial}{\partial x_3} \right\}$$

La condition de transversalité est satisfaite puisque :

$$\langle \nabla s, g \rangle = -(\omega_1 \cdot x_1 + \omega_2 \cdot x_3) \neq 0$$

dans le premier octant.

On remarque que la condition de transversalité est violée dans le second octant ( $x_1 < 0, x_2, x_3 > 0$ ), et alors, les notions de glissement ne peuvent être indéfiniment soutenues dans  $S$  le long de  $x_2=K$ .

La commande équivalente est obtenue par la condition d'invariance on imposant :

$$f+g.U_{E:Q} \in \text{span} \left\{ -x_3 \frac{\partial}{\partial x_1} + x_1 \frac{\partial}{\partial x_3} \right\}$$

on obtient :

$$U_{E:Q} = \omega_1 \cdot x_1 / (\omega_1 \cdot x_1 + \omega_2 \cdot x_3).$$

Dans cet exemple les valeurs limites de la commande sont 0 et 1. L'existence des notions de glissement est facilement vérifiée dans le premier octant  $(\omega_1 \cdot x_1 + \omega_2 \cdot x_3) > 0$ , et puisque  $\omega_1 \cdot x_1 > 0$ , alors  $0 < u_{eq} < 1$ , ainsi la condition d'existence est satisfaite.

Les lois de contrôle à structure variable ( $U=1$  pour  $s > 0$ , et  $U=0$  pour  $s < 0$ ) réalise le mode de glissement dans  $S$  est permet le transfère d'énergie entre l'inductance  $L_1$  et  $L_3$  d'âpre la procédure indiquée précédemment.

Exemple 2 :

On considère un bras manipulateur a n degrés de liberté décrive par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -D^{-1}(x)h(x_1, x_2) + D^{-1}(x_1)\tau \end{cases} \quad (II-25)$$

tel que :  $x_i \in \mathbb{R}^n$ ,  $i=1,2$ , représente respectivement, les positions et vitesses des actionneurs.

$D(x_1)$  : est la matrice d'inertie.

$H$  : représente les force coriolis et les effets de gravitation.

$\tau$  : est le vecteur force appliqué à chaque actionneur.

Si les notion de glissement sont produit sur une hypersurface de la forme :

$$S = \{x \in \mathbb{R}^{2n} : s = x_2 + M(x_1 - x_{1d}) = 0\} \quad (II-26)$$

avec  $M$  une matrice diagonale définie positive, alors une dynamique découplé asymptotiquement stable est imposé vers la position finale désirée  $x_{1d}$ . la dynamique de glissement idéal pour les coordonnées de position est gouvernée par :

$$\dot{x}_1 = -M(x_1 - x_{1d}) \quad (II-27)$$

le vecteur de la forme différentielle qui décrivent le gradient de la surface de glissement est :

$$ds = dx_2 + M dx_1$$

la distribution de glissement s'exprime par :

$$\Delta_S = \text{span} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_1} - M \frac{\partial}{\partial x_2} \right\}$$

alors les vecteurs  $f$  et  $g$  sont donnés par :

$$f = x_2 \frac{\partial}{\partial x_1} - D^{-1}(x_1)h(x_1, x_2) \frac{\partial}{\partial x_2} \quad \text{et} \quad g = D^{-1}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_2}$$

La condition de transversalité est clairement satisfaite due à la non-singularité de

$$B(x) \left[ \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ G(x) \end{pmatrix} \right] [M, I] \left[ \begin{matrix} \dot{x} \\ D^{-1}(x_1) \end{matrix} \right]$$

on remarque d'ailleurs que tout les incertitudes des paramètres se trouve dans le contrôleur.

Les notions d glissement sont alors invariantes aux variation de la charge et aux erreurs de modélisations.

La condition d'invariance prend la forme

$$x_2 \frac{\partial}{\partial x_1} + \left\{ -D^{-1}(x_1)h(x_1, x_2) + D^{-1}(x_1)\tau_{EQ} \frac{\partial}{\partial x_2} \right\} \in \Delta_S \quad (II-28)$$

et alors

$$\tau_{EQ} = h(x_1, x_2) + D^{-1}(x_1)M^2[x_1 - x_{1,d}] \Big|_{s=0} \quad (II-29)$$

La convergence locale des états des trajectoires vers S peuvent être accomplie par la synthèse des lois du contrôle à structure variable qui garantie la négativité de la dérivé de la fonction quadratique définie semipositive dans un petit voisinage de S. comme ce loi peut être analysé par :

$$\tau(x) = h(x_1, x_2) - D(x_1)Mx_2 - K \text{ SIGN}(S)$$

avec K une matrice diagonale définie positive, et SIGN(S) vecteur des fonction de signe des composantes de S.

la méthode de contrôle hiérarchique à été souvent utilisé pour la stabilisation et les problèmes de poursuite associé au robot manipulateur à n actionneurs.

## 5-Application de la VSS à un Robot Manipulateur

### 5-1-Surface de glissement :

Considérons l'évolution d'un système d'un état  $x$  vers un état désiré  $x_d$ , au cours de cette évolution, l'erreur « e » qui est la différence entre l'état désiré et l'état actuel, doit tendre vers zéro en suivant la surface de glissement jusqu'à atteindre l'état d'équilibre  $\dot{e} = e = 0$ .

$$\begin{aligned} e_i &= x_i - x_{id} \\ \dot{e}_i &= \dot{x}_i - \dot{x}_{id} \quad i=1,2,3. \end{aligned}$$

la surface de glissement est généralement linéaire de la forme :

$S_i = \lambda_i e_i + \dot{e}_i$ . Ou  $\lambda_i$  est choisie de façon à assurer la rapidité et la stabilité du système[24][25].

### 5-2-Estimation de la commande :

En pratique, à cause des erreurs de modélisation, on ne connaît les paramètres que par leur estimation, en conséquence  $U_{eq}$  est estimée à :

$$U_{eq}^* = U_{eq} + \Delta U$$

$\Delta U$  : terme correspondant aux erreurs de modélisation.

Ainsi la commande effective  $U$  est constituée par deux composantes ;

$\Delta U$  (haute fréquence) dépendant du signe de  $S(x)$  et de  $U_{eq}^*$  (basse fréquence).

Le terme de discontinuité  $\Delta U$  est calculé par :

$$\Delta U_i = -K \cdot \text{sgn}(S_i) \quad [29]$$

$$\Delta U_i = \alpha_i |e_i| + \beta_i |\dot{e}_i| + \gamma_i \cdot \text{Sgn}(S_i) \quad [30]$$

$$\Delta U_i = [\alpha_i |e_i| + \beta_i |\dot{e}_i| + \gamma_i] \cdot \text{Sgn}(S_i) \quad [30]$$

Le calcul de  $\Delta U_i$  dépend des gains de commande  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ , de manière à satisfaire la condition de glissement :  $S_i \cdot \dot{S}_i < 0$ .

### 5-3- calcul de $U_{eq}$ :

la commande équivalente est calculée en résolvant l'équation :

$$\dot{S}_i = 0 ; \quad S = \lambda_i \cdot e + \dot{e} = 0$$

Le modèle dynamique du robot ERRIC réduit à ces trois premiers degré de liberté obtenu au chapitre I est de la forme :

$$[A] \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + [B] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_2 \cdot \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} + [C] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \\ \dot{\theta}_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$

avec :

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix} \quad \text{A symétrique}$$

Pour calculer la commande  $U_i$  de chaque actionneur du robot afin d'atteindre une position désirée, on applique le contrôleur à structure variable sur le modèle réduit, puis la commande  $U_i$  obtenue sera appliquée au modèle complet pour avoir l'état actuel du robot.

Le model réduit est :

$$[A] \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ gM_2l_2S2 + gM_3(L_2 + l_3C3).S2 \\ gM_3l_3C2S3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A & B & C \\ B & D & E \\ C & E & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ gM_2l_2S2 + gM_3(L_2 + l_3C3).S2 \\ gM_3l_3C2S3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} A. \ddot{\theta}_1 + B. \ddot{\theta}_2 + C. \ddot{\theta}_3 &= U_1 \\ B. \ddot{\theta}_1 + D. \ddot{\theta}_2 + E. \ddot{\theta}_3 + g.M_2l_2S2 + g.M_3(L_2 + l_3C3).S2 &= U_2 \\ C. \ddot{\theta}_1 + E. \ddot{\theta}_2 + F. \ddot{\theta}_3 + g.M_3l_3C2.S3 &= U_3 \end{aligned}$$

**Actionneur 1 :**

$$S_1 \lambda_1 e_1 + \dot{e}_1$$

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= \lambda_1 \dot{e}_1 + \ddot{e}_1 = \lambda_1 \dot{e}_1 + \ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_{1d} \\ &= \lambda_1 \dot{e}_1 + A^{-1} [U_1 - B\ddot{\theta}_2 - C\ddot{\theta}_3] - \ddot{\theta}_{1d} \end{aligned}$$

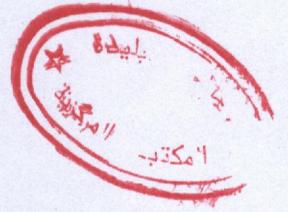
$$\dot{S}_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 \dot{e}_1 + A^{-1} [U_1 - B\ddot{\theta}_2 - C\ddot{\theta}_3] - \ddot{\theta}_{1d} = 0$$

La commande équivalente estimée est :

$$U_{1eq}^* = U_{1eq} + \Delta U_{1eq}$$

Avec :

$$U_{1eq}^* = A^* [\ddot{\theta}_{1d} - \lambda_1 \dot{e}_1] + B^* \ddot{\theta}_2 + C^* \ddot{\theta}_3$$



La commande réelle est alors :

$$U_{1eq} = A [\ddot{\theta}_{1d} - \lambda_1 \dot{e}_1] + B \ddot{\theta}_2 + C \ddot{\theta}_3$$

$$U_1 = U_{1eq}^* + \Delta U_1 \quad \text{avec} \quad \Delta U_i = [\alpha_i |e_i| + \beta_i |\dot{e}_i| + \gamma_i] \cdot \text{Sgn}(S_i)$$

$$\Delta U_{1eq} = U_{1eq}^* - U_{1eq} = U_{1eq}^* - A [\ddot{\theta}_{1d} - \lambda_1 \dot{e}_1] + B \ddot{\theta}_2 + C \ddot{\theta}_3$$

Condition de glissement :

$$\begin{aligned} S_1 \dot{S}_1 < 0 &\Rightarrow S_1 [\lambda_1 \dot{e}_1 + A^{-1} [U_1 - B\ddot{\theta}_2 - C\ddot{\theta}_3] - \ddot{\theta}_{1d}] < 0 \\ &\Rightarrow S_1 [A^{-1} U_1 - A^{-1} ([\ddot{\theta}_{1d} - \lambda_1 \dot{e}_1] A + B\ddot{\theta}_2 + C\ddot{\theta}_3)] < 0 \\ &\Rightarrow S_1 [A^{-1} U_1 - A^{-1} U_{1eq}] < 0 \\ &\Rightarrow S_1 A^{-1} [U_1 - U_{1eq}] < 0 \\ &\Rightarrow S_1 A^{-1} [\Delta U_1 + \Delta U_{1eq}] < 0 \end{aligned}$$

La commande  $\Delta U_{1eq}$  :

$$\begin{aligned} \Delta U_{1eq} = U_{1eq}^* - U_{1eq} &= A^* [\ddot{\theta}_{1d} - \lambda_1 \dot{e}_1] + B^* \ddot{\theta}_2 + C^* \ddot{\theta}_3 - A [\ddot{\theta}_{1d} - \lambda_1 \dot{e}_1] - B \ddot{\theta}_2 - C \ddot{\theta}_3 \\ &= \ddot{\theta}_{1d} [A^* - A] - \lambda_1 \dot{e}_1 [A^* - A] + \ddot{\theta}_2 [B^* - B] + \ddot{\theta}_3 [C^* - C] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_1 \dot{S}_1 < 0 &\Leftrightarrow S_1 A^{-1} [\alpha_1 |e_1| + \beta_1 |\dot{e}_1| + \gamma_1] \text{sgn}(S_1) + \ddot{\theta}_{1d} [A^* - A] - \lambda_1 \dot{e}_1 [A^* - A] + \ddot{\theta}_2 [B^* - B] + \ddot{\theta}_3 [C^* - C] < 0 \\ &\text{avec} \quad S_1 \text{Sgn}(S_1) = |S_1| \end{aligned}$$

$$S_1 \dot{S}_1 = A^{-1} ([\alpha_1 |e_1| + \beta_1 |\dot{e}_1| + \gamma_1] |S_1| + S_1 [\ddot{\theta}_{1d} [A^* - A] - \lambda_1 \dot{e}_1 [A^* - A] + \ddot{\theta}_2 [B^* - B] + \ddot{\theta}_3 [C^* - C]])$$

La majoration de cette expression donne :

$$S_1 \dot{S}_1 \leq A^{-1} |S_1| (\alpha_1 |e_1| + \beta_1 |\dot{e}_1| + \gamma_1 + \ddot{\theta}_{1d} [A^* - A] - \lambda_1 \dot{e}_1 [A^* - A] + \ddot{\theta}_2 [B^* - B] + \ddot{\theta}_3 [C^* - C])$$

$$\Rightarrow A^{-1} |S_1| (|\alpha_1 |e_1| + \beta_1 |\dot{e}_1| + \gamma_1| + \ddot{\theta}_{1d} |A^* - A| - \lambda_1 \dot{e}_1 |A^* - A| + \ddot{\theta}_2 |B^* - B| + \ddot{\theta}_3 |C^* - C|) < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 |e_1| < 0 \\ (\beta_1 - |\lambda_1| |A^* - A|) |\dot{e}_1| < 0 \\ \gamma_1 + |\ddot{\theta}_{1d}| |A^* - A| + |\ddot{\theta}_2| |B^* - B| + |\ddot{\theta}_3| |C^* - C| < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 < 0 \\ \beta_1 < |\lambda_1| \cdot |A^* - A| < 0 \\ \gamma_1 < -|\ddot{\theta}_{1d}| \cdot |A^* - A| - |\ddot{\theta}_2| \cdot |B^* - B| - |\ddot{\theta}_3| \cdot |C^* - C| \end{cases}$$



**Actionneur 2 :**

$$S_2 = \lambda_2 e_2 + \dot{e}_2$$

$$\begin{aligned} \dot{S}_2 &= \lambda_2 \dot{e}_2 + \ddot{e}_2 = \lambda_2 \dot{e}_2 + \ddot{\theta}_2 - \ddot{\theta}_{2d} \\ &= \lambda_2 \dot{e}_2 + D^{-1} [U_2 - M_2 g l_2 S_2 - M_3 g (L_2 + l_3 C_3) S_2 - B \ddot{\theta}_1 - E \ddot{\theta}_3] - \ddot{\theta}_{2d} \end{aligned}$$

$$S_2 = 0 \Rightarrow U_{2cq} = |\ddot{\theta}_{2d} - \lambda_2 \dot{e}_2| D + B \ddot{\theta}_1 + E \ddot{\theta}_3 + M_2 g l_2 S_2 + M_3 g (L_2 + l_3 C_3) S_2$$

La commande équivalente estimée est :

$$U_{2cq}^* = U_{2cq} + \Delta U_{2cq}$$

$$U_{2cq}^* = [\ddot{\theta}_{2d} - \lambda_2 \dot{e}_2] D^* + B^* \ddot{\theta}_1 + E^* \ddot{\theta}_3 + M_2^* g l_2 S_2 + M_3^* g (L_2 + l_3 C_3) S_2$$

La commande réelle est donnée par :

$$U_{2cq} = U_{2cq}^* + \Delta U_2$$

condition de glissement :

$$S_2 \dot{S}_2 < 0 \Rightarrow S_2 [\lambda_2 \dot{e}_2 + D^{-1} [U_2 - M_2 g l_2 S_2 - M_3 g (L_2 + l_3 C_3) S_2 - B \ddot{\theta}_1 - E \ddot{\theta}_3] - \ddot{\theta}_{2d}] < 0$$

$$\Rightarrow S_2 [D^{-1} (U_2 - M_2 g l_2 S_2 - M_3 g (L_2 + l_3 C_3) S_2 - [ \ddot{\theta}_{2d} - \lambda_2 \dot{e}_2 ] D - B \ddot{\theta}_1 - E \ddot{\theta}_3 )] < 0$$

$$\Rightarrow S_2 D^{-1} [U_2 - U_{2cq}] < 0$$

$$\Rightarrow S_2 D^{-1} [\Delta U_2 + \Delta U_{2cq}] < 0$$

$$\Delta U_{2cq} = U_{2cq}^* - U_{2cq}$$

$$\begin{aligned} &= [\ddot{\theta}_{2d} - \lambda_2 \dot{e}_2] D^* + B^* \ddot{\theta}_1 + E^* \ddot{\theta}_3 + M_2^* g l_2 S_2 + M_3^* g (L_2 + l_3 C_3) S_2 - \\ &\quad [ \ddot{\theta}_{2d} - \lambda_2 \dot{e}_2 ] D - B \ddot{\theta}_1 - E \ddot{\theta}_3 - M_2 g l_2 S_2 - M_3 g (L_2 + l_3 C_3) S_2 \end{aligned}$$

$$S_2 \dot{S}_2 = D^{-1} (|\alpha_2| |e_2| + \beta_2 |\dot{e}_2| + \gamma_2 |S_2|) + S_2 (\ddot{\theta}_{2d} [D^* - D] - \lambda_2 \dot{e}_2 [D^* - D] + \ddot{\theta}_1 [B^* - B] + \ddot{\theta}_3 [E^* - E]) + g l_2 S_2 [M_2^* - M_2] + g (L_2 + l_3 C_3) S_2 [M_3^* - M_3]$$

On effectue la majoration on obtient :

$$S_2 \dot{S}_2 \leq D^{-1} |S_2| (\alpha_2 |e_2| + \beta_2 |\dot{e}_2| + \gamma_2 + \ddot{\theta}_{2d} [D^* - D] - \lambda_2 \dot{e}_2 [D^* - D] + \ddot{\theta}_1 [B^* - B] + \ddot{\theta}_3 [E^* - E]) + g l_2 S_2 [M_2^* - M_2] + g(L_2 + l_3 C_3) S_2 [M_3^* - M_3]$$

Il vient :

$$D^{-1} |S_2| (\alpha_2 |e_2| + \beta_2 |\dot{e}_2| + \gamma_2 + |\ddot{\theta}_{2d}| \cdot |D^* - D| - |\lambda_2| \cdot |\dot{e}_2| \cdot |D^* - D| + |\ddot{\theta}_1| \cdot |B^* - B| + |\ddot{\theta}_3| \cdot |E^* - E| + |g l_2 S_2| \cdot |M_2^* - M_2| + |g(L_2 + l_3 C_3) S_2| \cdot |M_3^* - M_3|) < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_2 |e_2| < 0 \\ (\beta_2 - |\lambda_2| \cdot |D^* - D|) |\dot{e}_2| < 0 \\ \gamma_2 + |\ddot{\theta}_2| |D^* - D| + |\ddot{\theta}_1| \cdot |B^* - B| + |\ddot{\theta}_3| |E^* - E| + |g l_2 S_2| |M_2^* - M_2| + |g(L_2 + l_3 C_3) S_2| |M_3^* - M_3| < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_2 < 0 \\ \beta_2 < |\lambda_2| \cdot |D^* - D| \\ \gamma_2 < -|\ddot{\theta}_2| |D^* - D| - |\ddot{\theta}_1| \cdot |B^* - B| - |\ddot{\theta}_3| |E^* - E| - |g l_2 S_2| |M_2^* - M_2| - |g(L_2 + l_3 C_3) S_2| |M_3^* - M_3| < 0 \end{cases}$$

**Actionneur 3 :**

$$S_3 = \lambda_3 e_3 + \dot{e}_3$$

$$\begin{aligned} \dot{S}_3 &= \lambda_3 \dot{e}_3 + \ddot{e}_3 = \lambda_3 \dot{e}_3 + \ddot{\theta}_3 - \ddot{\theta}_{3d} \\ &= \lambda_3 \dot{e}_3 + F^{-1} [U_3 - C \ddot{\theta}_1 - E \ddot{\theta}_2 - g M_3 l_3 C_2 S_2] - \ddot{\theta}_{3d} \end{aligned}$$

$$\dot{S}_3 = 0 \Rightarrow U_{3eq} = F[\ddot{\theta}_{3d} - \lambda_3 \dot{e}_3] + C \ddot{\theta}_1 + E \ddot{\theta}_2 + g M_3 l_3 C_2 S_2$$

$$U_{3eq}^* = F^*[\ddot{\theta}_{3d} - \lambda_3 \dot{e}_3] + C^* \ddot{\theta}_1 + E^* \ddot{\theta}_2 + g M_3^* l_3 S_3$$

La condition de glissement est :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_3 < 0 \\ \beta_3 < |\lambda_3| |F^* - F| \\ \gamma_3 < -|\ddot{\theta}_{3d}| |F^* - F| - |\ddot{\theta}_1| |C^* - C| + |\ddot{\theta}_2| |E^* - E| - |g I_3 C_3 S_3| |M^* - M_3| \end{cases}$$

**Remarque** : les valeurs des gains de commandes sont choisies avec une certaine incertitude des paramètres dynamiques du robot manipulateurs de telle sorte qu'ils vérifient les conditions de glissement en chaque axe.

La partie suivante présente les résultats de simulation de la commande à structure variable appliquée au robot manipulateur ERRIC réduit à ces trois premier degrés de liberté.

## **6-Résultats de Simulation :**

Dans cette partie nous allons donner les différents résultats obtenus en simulation, d'une commande à structure variable appliquée sur un bras manipulateur de type ERIC réduit à ses trois premiers degrés de liberté.

Dans cette simulation les résultats sont donnés en deux modes de fonctionnement, le mode de régulation et le mode de poursuite de trajectoire. On applique ensuite une perturbation impulsionnelle et une perturbation continue, puis on détermine les valeurs limites de fonctionnement du système commandé par le contrôleur à structure variable, enfin on utilise le modèle géométrique pour une poursuite de trajectoire avec profil de vitesse trapézoïdal.

### **I- Contrôleur à structure variable :**

#### **I-1-Mode de régulation :**

Dans ce mode on fixe le point de départ et l'objectif à atteindre sans se soucier de la façon d'y parvenir.

Nous avons fixé l'état initial à des positions, vitesse et accélérations nulles et l'état désiré à des positions  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = (\pi/3, \pi, \pi)$  avec une vitesse et une accélération nulles.

Le choix des paramètres de la commande de la VSS s'est porté sur :

$$\alpha_1=1.2, \quad \alpha_2=0.6, \quad \alpha_3=1.0, \quad \lambda_1=-3, \quad \lambda_2=-3, \quad \lambda_3=-2.$$

le pas d'échantillonnage=10 ms.

#### **I-2- Mode de poursuite :**

Dans ce mode une trajectoire est imposée pour l'évolution du système entre l'état initial et l'état final. Dans la simulation on a opté pour des trajectoires suivantes :

$$q_{1d}(t) = \sin(\pi/20 \cdot T) \quad \text{pour le premier axe}$$

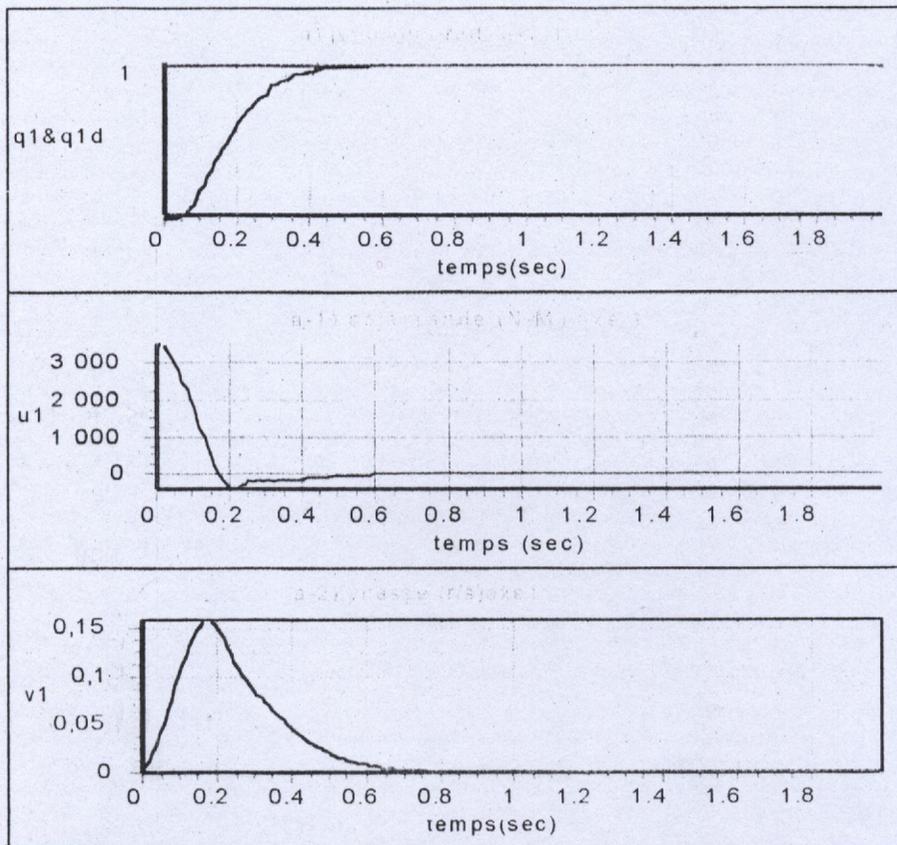
$$q_{2d}(t) = 0.06 \cdot T + 0.01 \quad \text{pour le deuxième axe}$$

$$q_{3d}(t) = 0.06 \cdot T + 0.01 \quad \text{pour le troisième axe.}$$

Avec  $T=N.t$      $N$  : nombre d'itérations

### 6-1- Mode de Régulation :

Les résultats obtenus montrent la robustesse de la commande à structure variable vis à vis de la charge transportée. On remarque que le système atteint la position et la vitesse désirées en moins de ( 0.6 s ) par le premier axe, en moins de ( 0.5 s ) par le deuxième axe et en un temps inférieur à ( 0.4 s ) par le troisième axe, cela en mode de régulation non chargé, et l'influence d'une charge de ( 30 Kg ) est peu apparente sur les trois axes, néanmoins une légère perturbation apparue sur la commande de l'axe 1 pressente au début du contrôle.



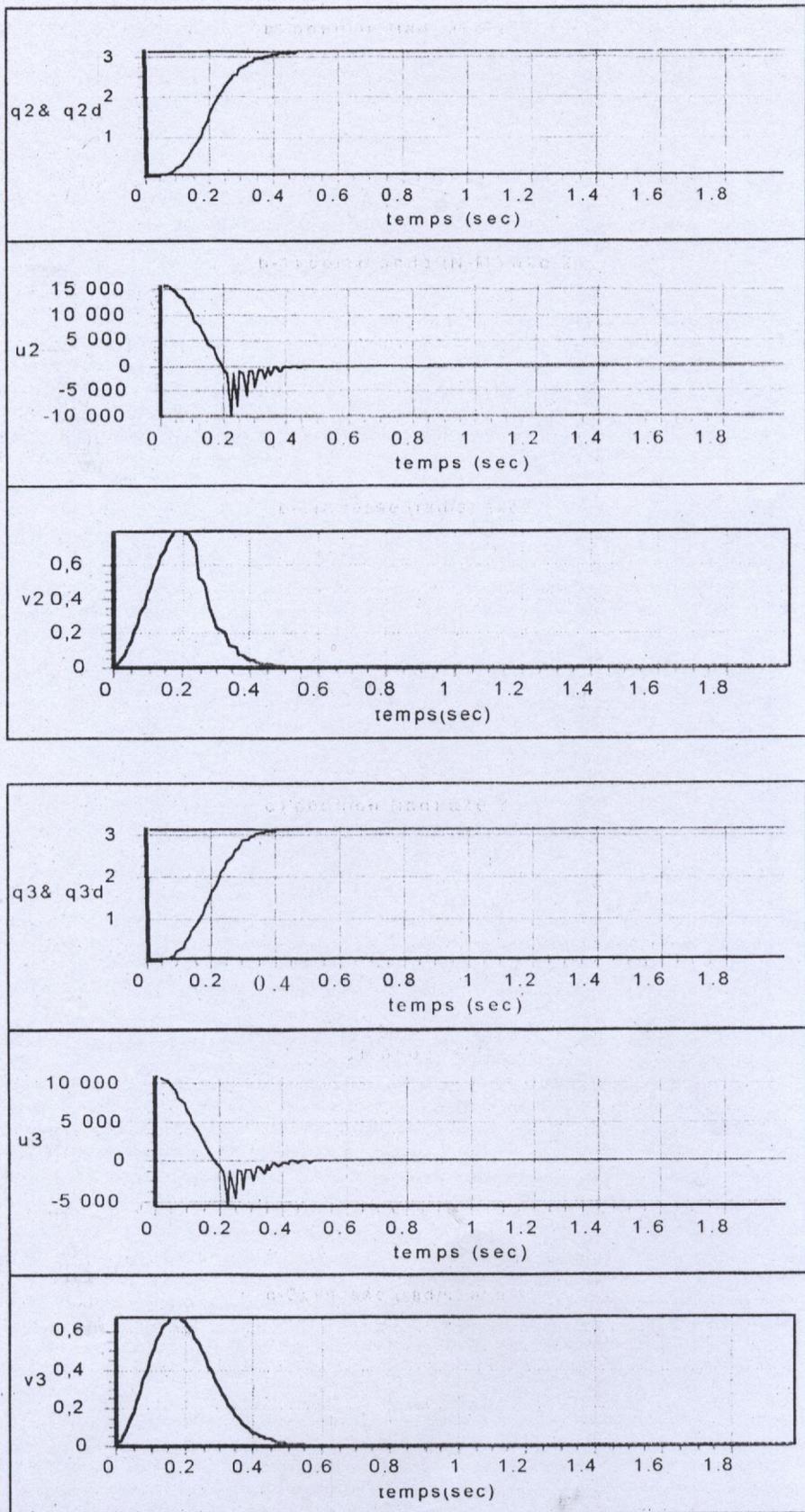
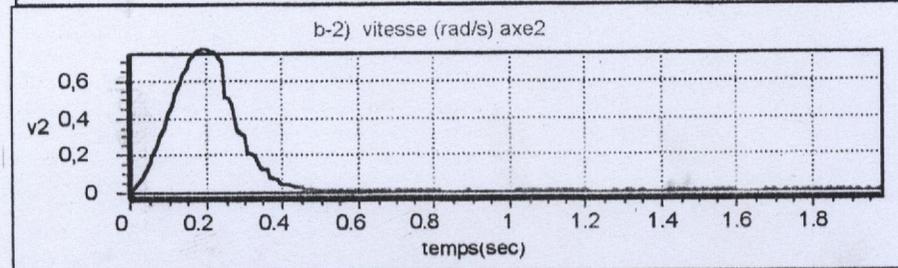
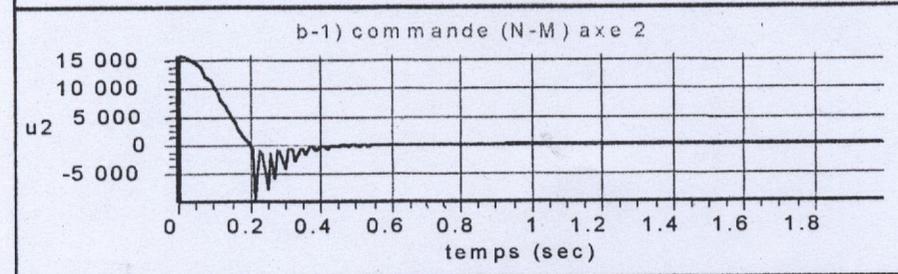
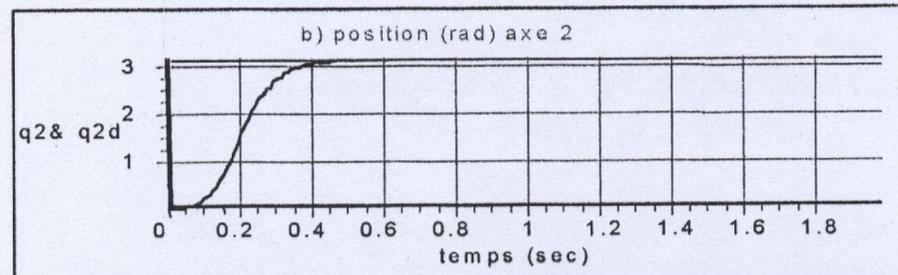
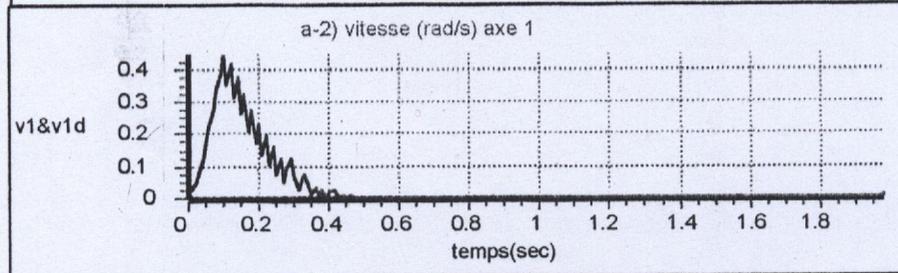
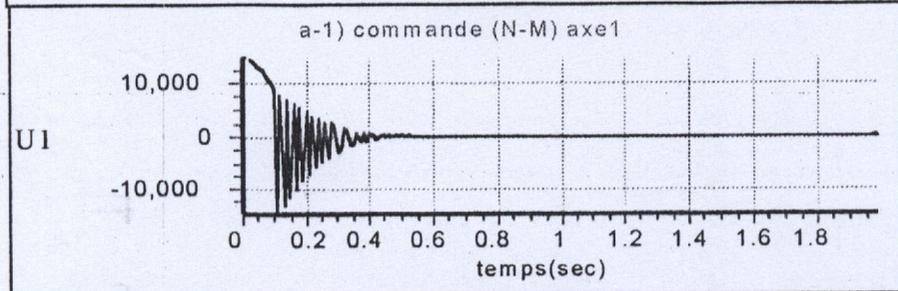
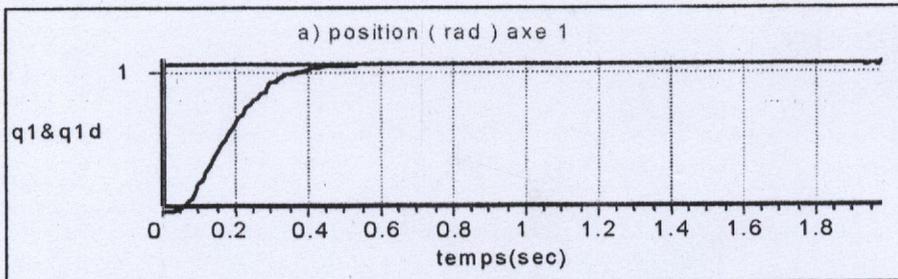


Fig (II-9) : contrôleur à structure variable, mode de régulation non chargé



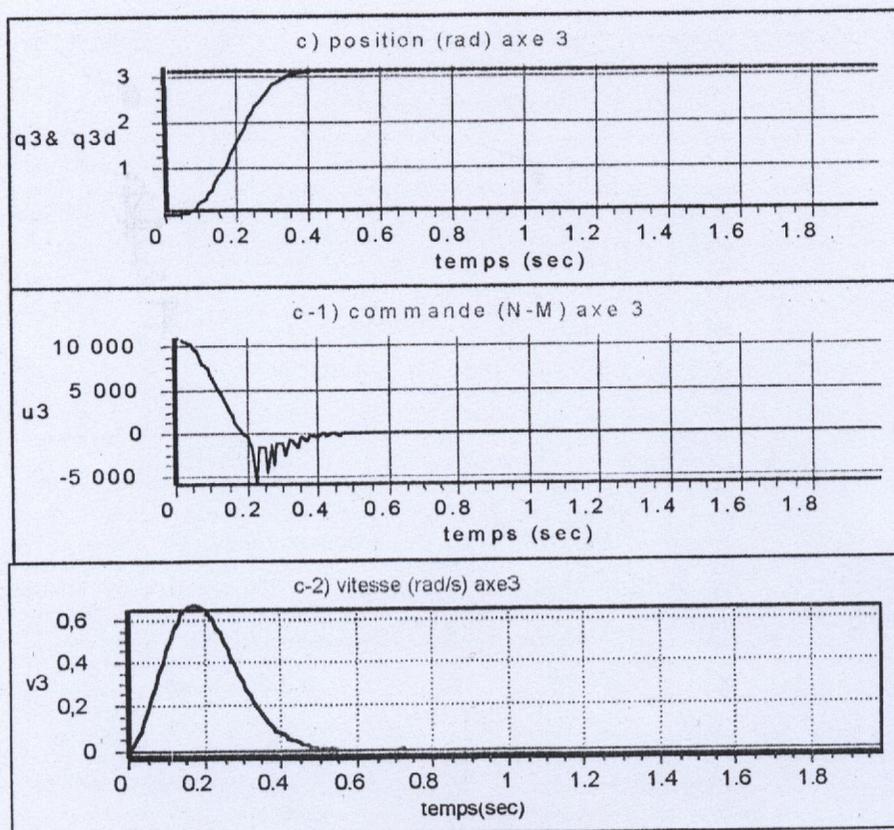
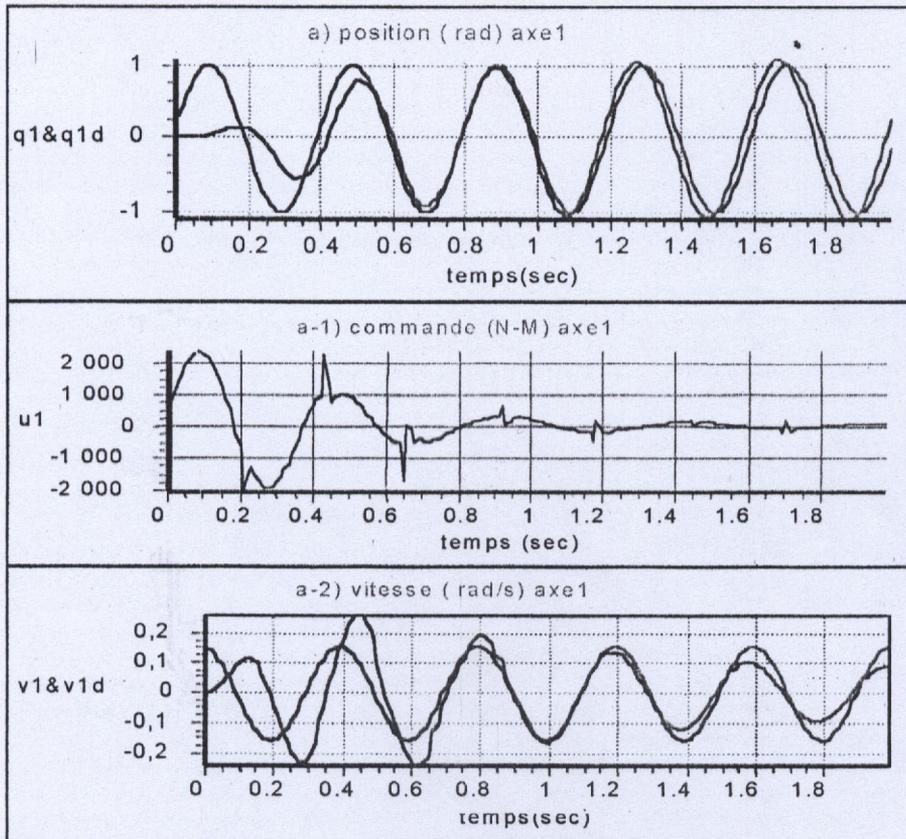


Fig (II-10) : contrôleur à structure variable, mode de régulation chargé, avec  $\Delta M_3 = 30$  kg.

**6-2-Mode de poursuite :**

En mode de poursuite non chargé on remarque une bonne poursuite d'une trajectoire sinusoïdale pour le premier axe a partir d'un temps presque égale à ( 0.5 s ) et d'une trajectoire droite pour le deuxième et le troisième axe en moins de (0.5 s ). La figure (II-12) montre la robustesse du contrôleur à structure variable vis à vis d'une charge  $\Delta M_3=27Kg$  .



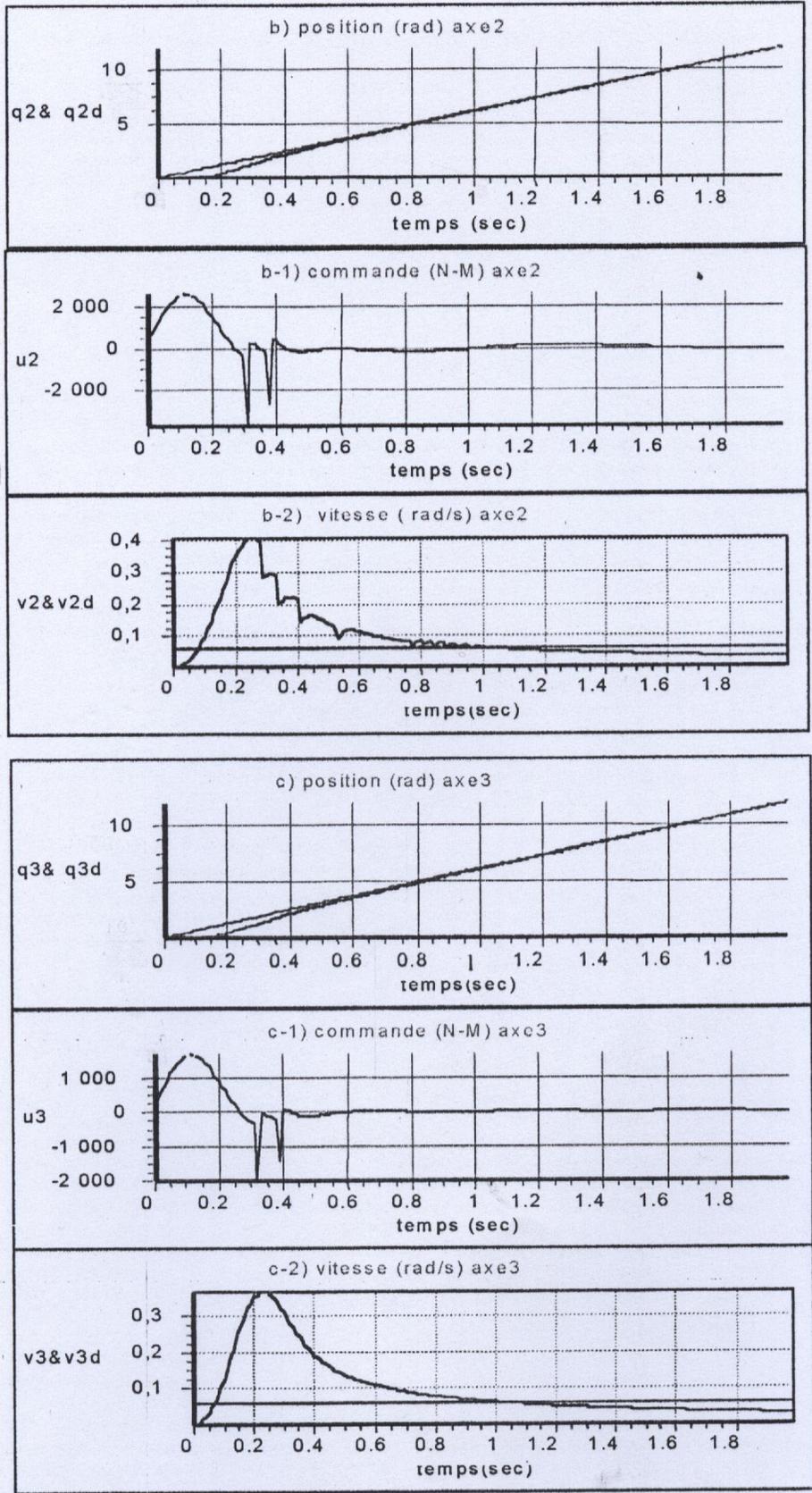
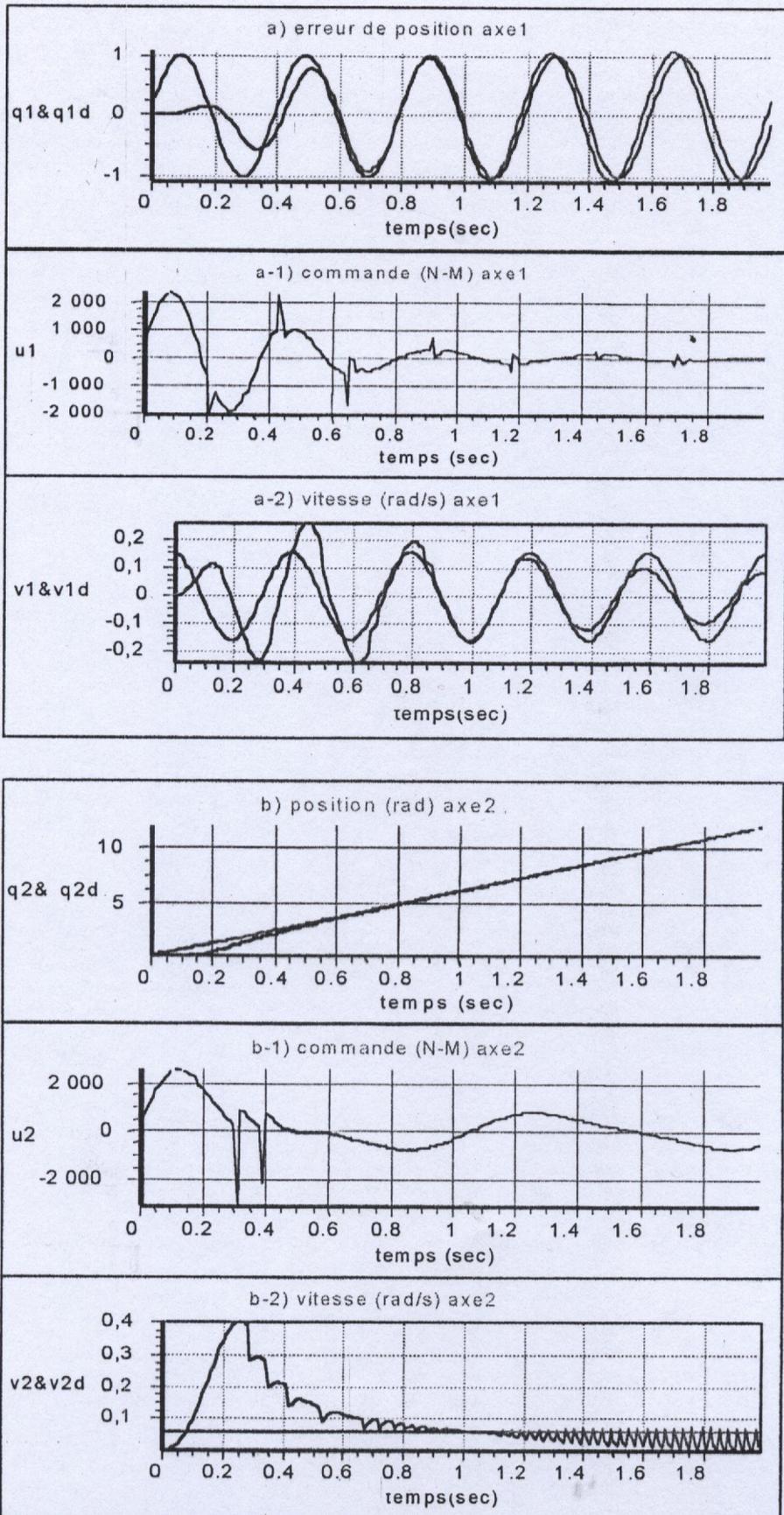


Fig (II-11) : contrôleur à structure variable, mode de poursuite non chargé



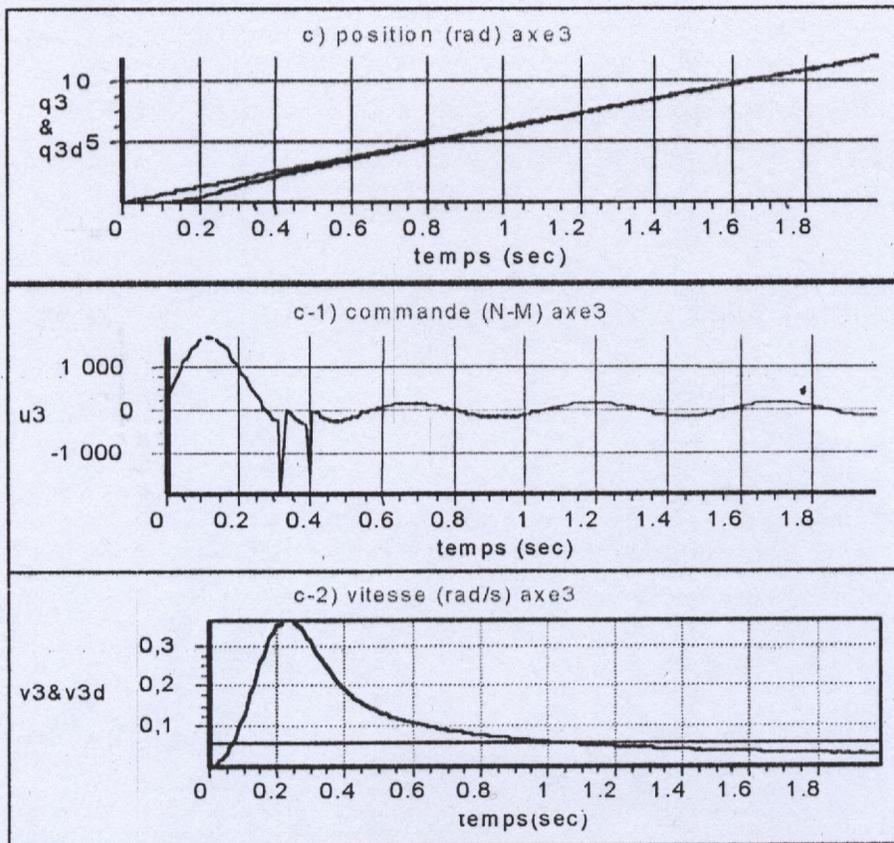


Fig (II-12) : contrôleur à structure variable, mode de poursuite chargé avec  $\Delta M_3=27\text{kg}$ .

Dans la partie qui suit, on va appliquer un autre test de robustesse pour cette commande ; ce test représente des signaux de perturbation impulsionnelle et continue.

### **Perturbation :**

Le système de commande est souvent baigné dans un univers parasite où règnent des signaux aléatoires nuisibles au fonctionnement normal du système. Il représente soit une perturbation intempestive survenant à un instant donné soit une perturbation continue qui persiste tout au long du fonctionnement dont les variations ne sont pas brutales.

#### **1-Perturbation impulsionnelle :**

Le signal utilisé pour ce test est une impulsion d'amplitude A survenant à l'instant  $t=1$  s.

$$P(t) = A \quad \text{si } t=1\text{s}$$

$$P(t) = 0 \quad \text{si non.}$$

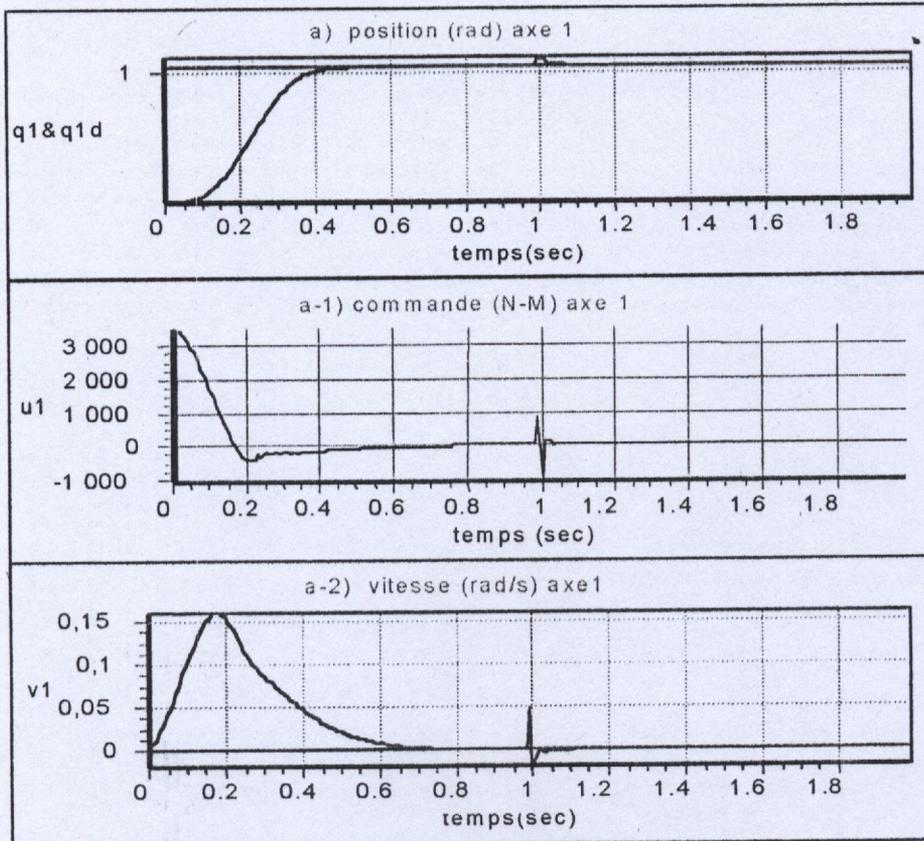
#### **2-Perturbation continue :**

Pour ce test on a choisi un signal sinusoïdal  $p(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot T)$  avec  $\omega = \pi/20$ .

Avec  $T = N \cdot t$ .

**6-3-perturbation :**

Par l'application d'un signal de perturbation impulsionnelle d'amplitude  $A=800$ , les résultats obtenus (fig II-13) montre que le système atteint l'objectif désiré en un temps ( $t=0.45$  s) par le premier axe, ( $t=0.4$  s) par le deuxième axe et ( $t=0.4$  s) par le troisième axe, cela en mode de régulation et l'influence du signal de perturbation est peut apparente.



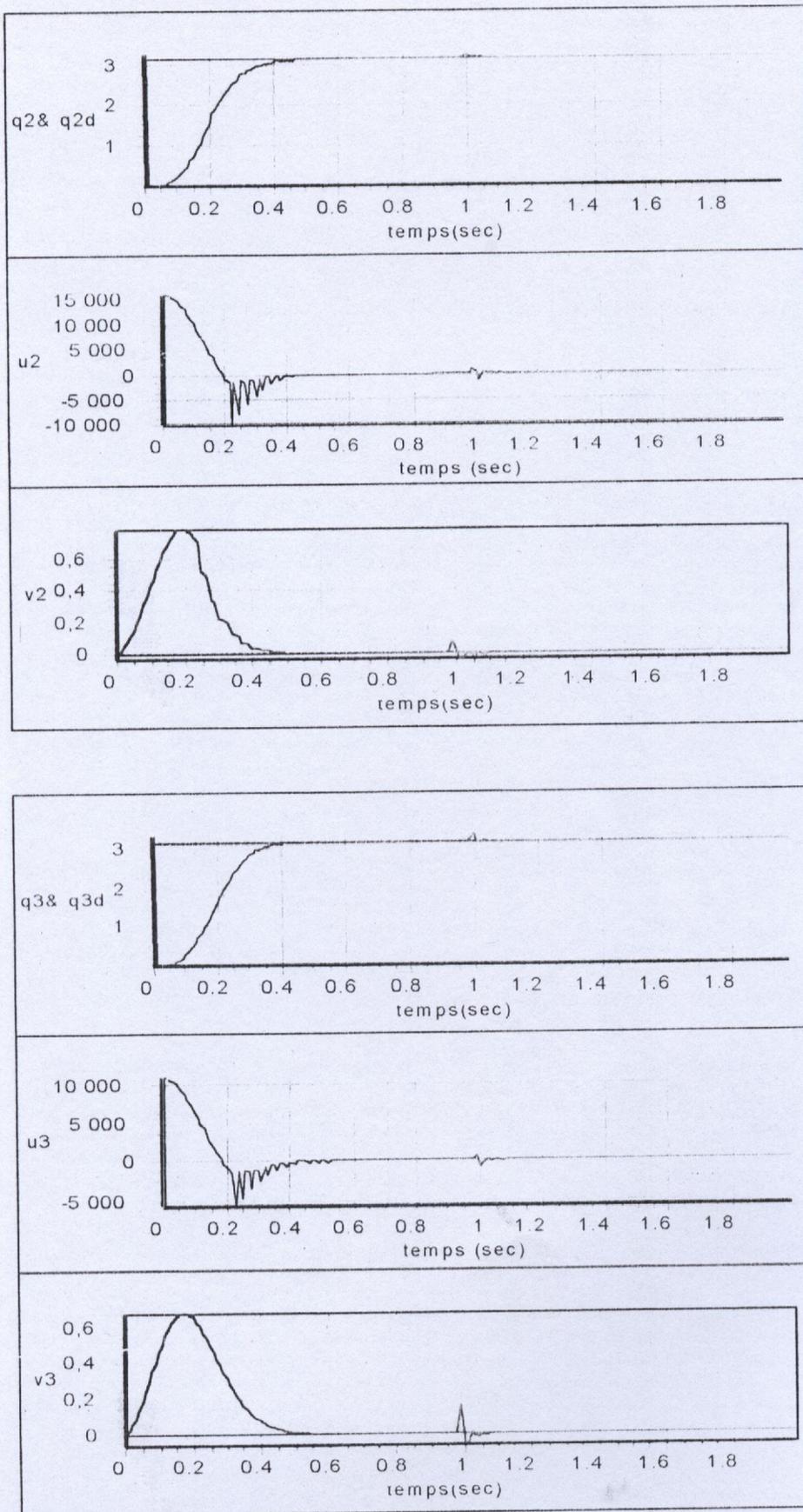
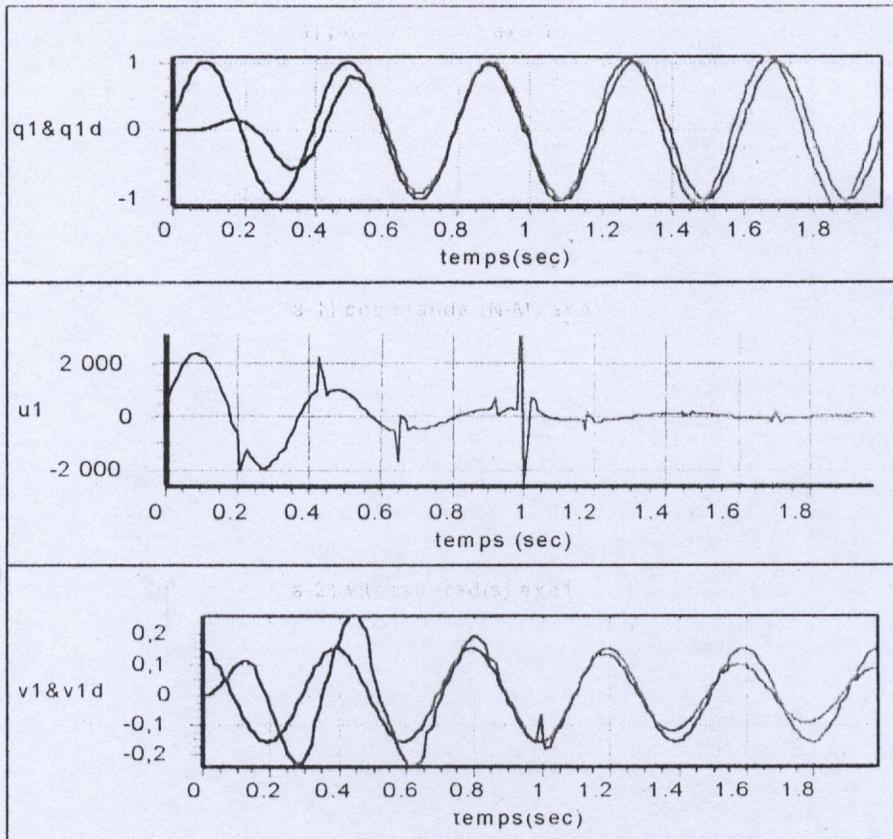


Fig (II-13) : contrôleur à structure variable, mode de régulation non chargé, et perturbation impulsionnelle

En mode de poursuite, le système résiste à un signal de perturbation d'une amplitude plus importante que celle appliquée en mode de régulation (fig II-14), l'influence de ce signal apparait dans la vitesse du deuxième axe et du troisième axe, mais elle est peut apparente sur les positions des trois axes.  $A=1800$ .



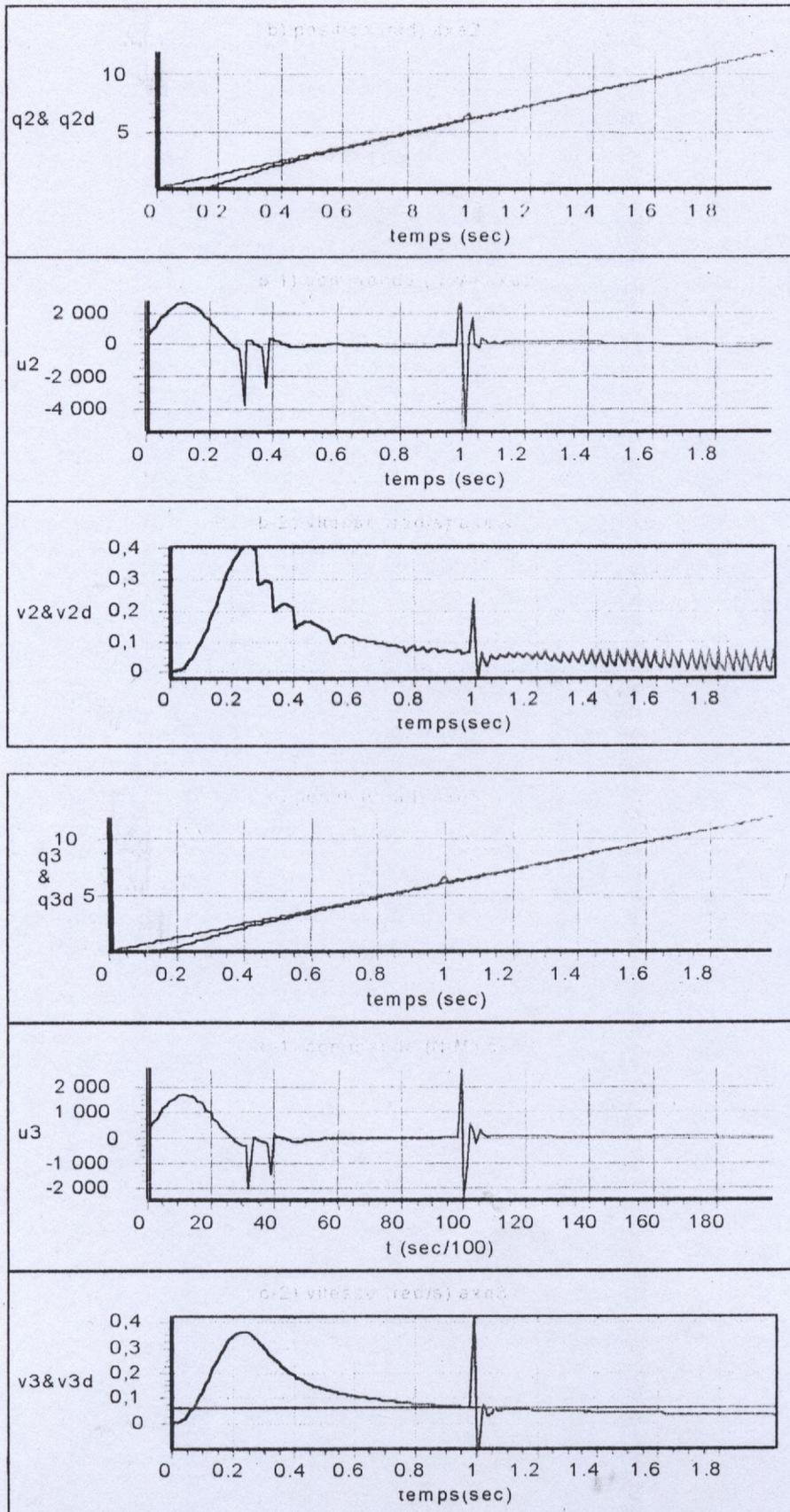
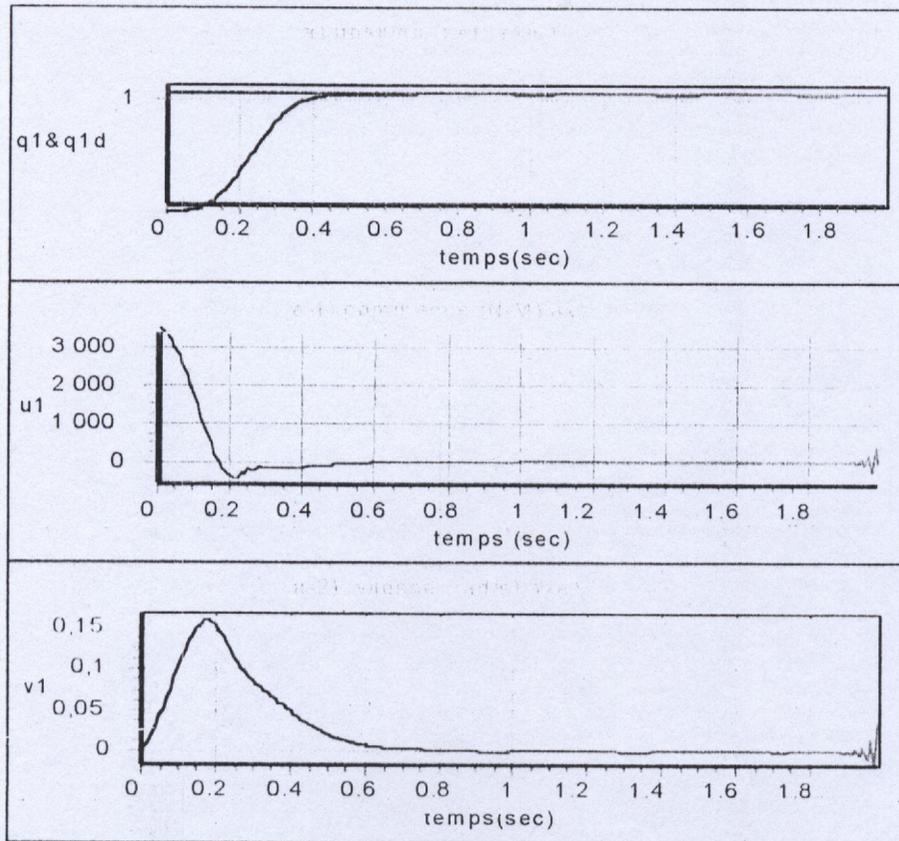


Fig (II-14) : contrôleur à structure variable, mode de poursuite non chargé, et perturbation impulsionnelle d'amplitude  $A=1800$ .

Les figure (II-15) et (II-16) montre la robustesse du contrôleur à structure variable vis à vis d'un signale de perturbation continue  $P(t)=20\cos(3.14/20. T)$  en mode de régulation et en mode de poursuite



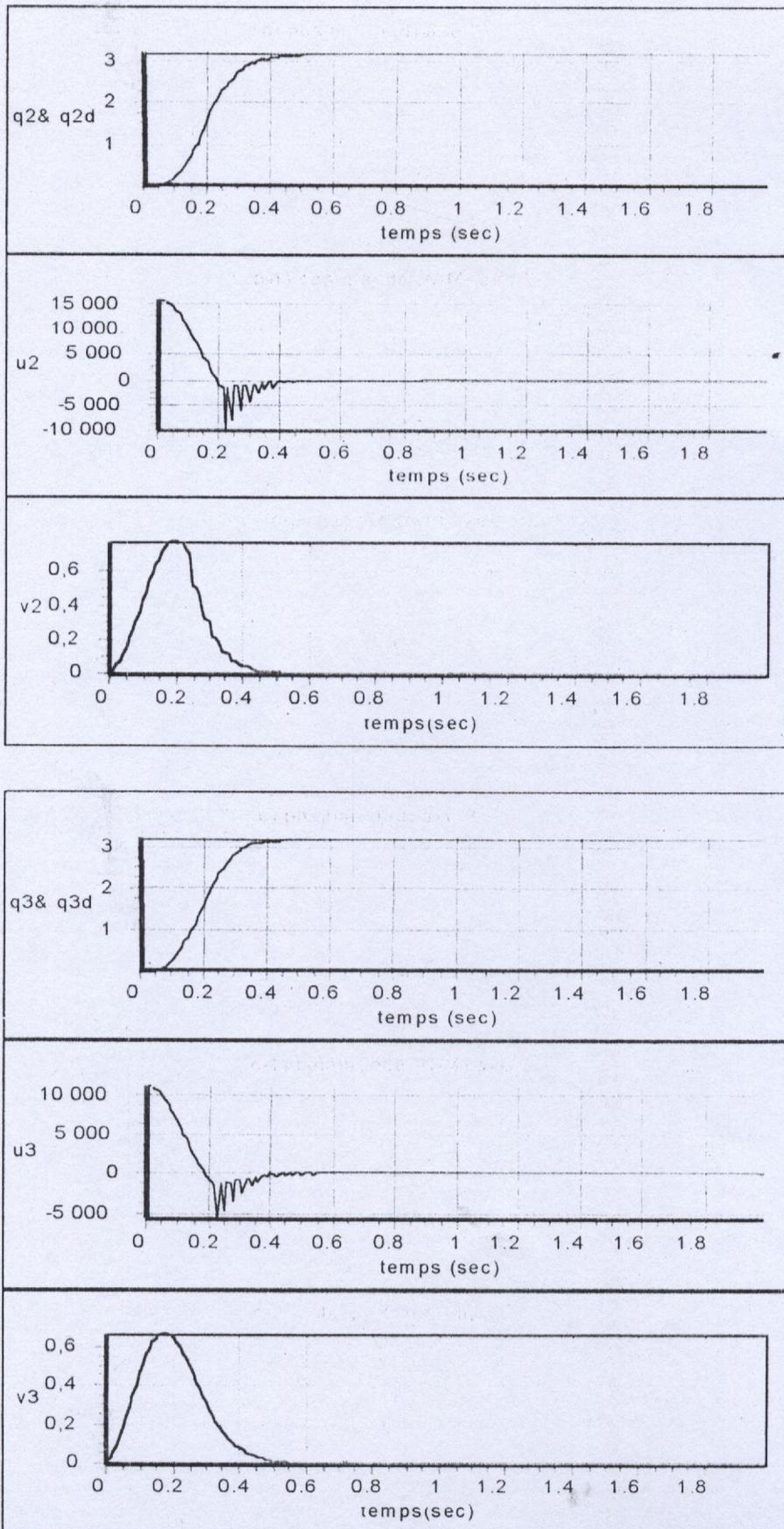
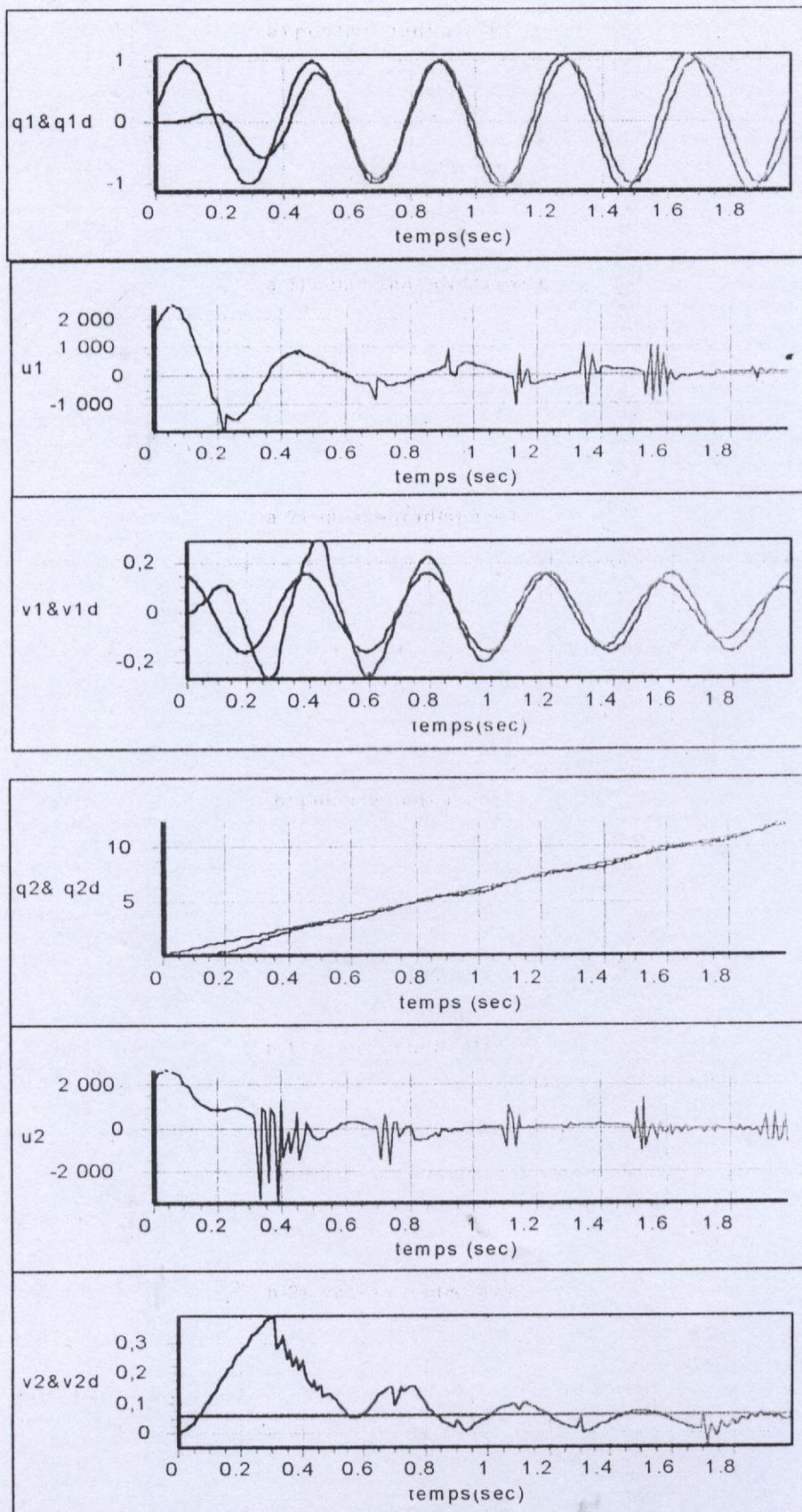


Fig (II-15) : contrôleur à structure variable, mode de régulation non chargé, et perturbation continue



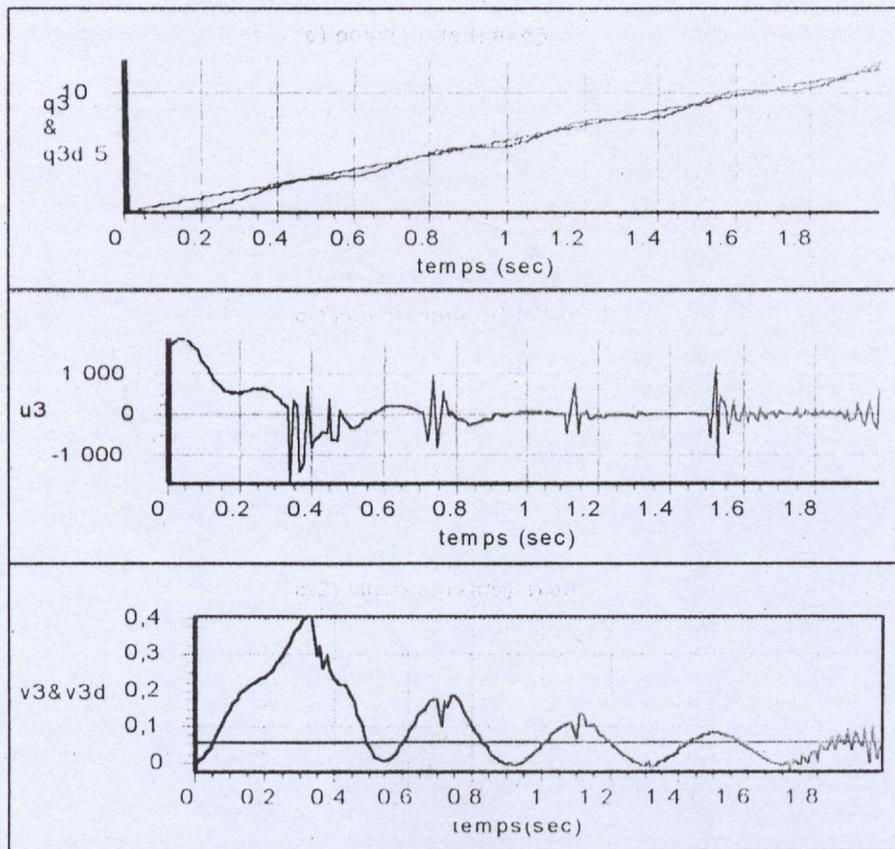


Fig (II-16) : contrôleur à structure variable, mode de poursuite non chargé, et perturbation continue

Les résultats de simulations montrent que l'objectif est réalisé en mode de régulation comme en mode de poursuite, avec ou sans signaux de perturbations, ainsi que dans le cas de variation de la charge transportée, ce qui justifie l'efficacité du contrôleur étudié.

Dans ce qui suit nous allons déterminer les valeurs limites de fonctionnement du système pour la commande à structure variable, dans le but de voir si cette dernière peut résister à des valeurs de la charge transportée et à des perturbations plus importantes que celles utilisées précédemment.

#### **6-4-Limites de fonctionnement :**

Dans cette partie des tests sont effectués pour fixer les valeurs maximales tolérables par le système représentant les frontières à ne pas dépasser au risque d'endommager le système.

##### **1- Variation de masse :**

La valeur de la masse ( $\Delta M$ ) que nous avons utilisée pour tester le contrôleur à structure variable est de 25 Kg, néanmoins ce dernier peut tolérer des charges plus importantes. Dans cette partie nous allons fixer la charge maximale tolérée par le système en mode de régulation et en mode de poursuite de trajectoire.

##### **Structure variable :**

Nous avons constaté en simulation que la charge maximale tolérable par le système est de 55Kg en mode de régulation. Avec cette charge, l'erreur de position s'annule à  $t=1s$  pour le premier axe, avec une erreur de position de l'ordre de 0.15 rad sur le deuxième axe et une légère perturbation sur le troisième axe. En mode de poursuite la charge maximale tolérable est de 70Kg.

##### **2- Perturbation :**

L'amplitude maximale, tolérable par le système, d'une perturbation impulsionnelle et d'une perturbation continue sont les valeurs recherchées pour la limite de fonctionnement du système commandé par un contrôleur à structure variable.

##### **Structure variable :**

Le système commandé par un contrôleur à structure variable en mode de régulation non chargé peut résister à une impulsion d'amplitude  $A = 3000$ . L'influence de cette perturbation apparaît plus sur l'axe 1 que sur le deuxième et le troisième axes et, en mode de régulation chargé, l'amplitude maximale est de  $A=5000$ .

La charge maximale toléré par le système en mode de régulation est  $\Delta M=55\text{Kg}$ .

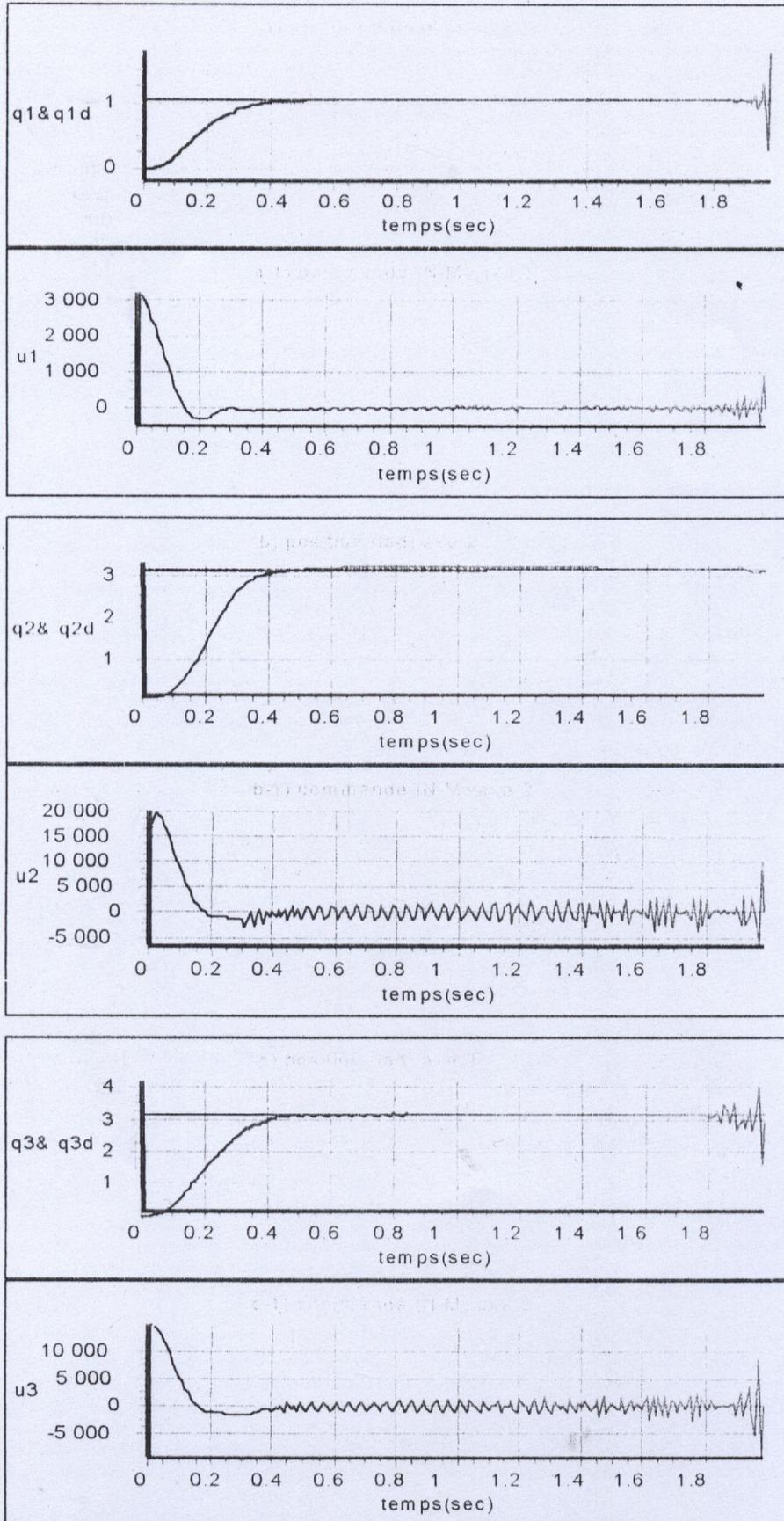


fig (II-17) : contrôleur à structure variable, mode de régulation chargé

La charge maximale  $\Delta M=70\text{Kg}$  en mode de poursuite.

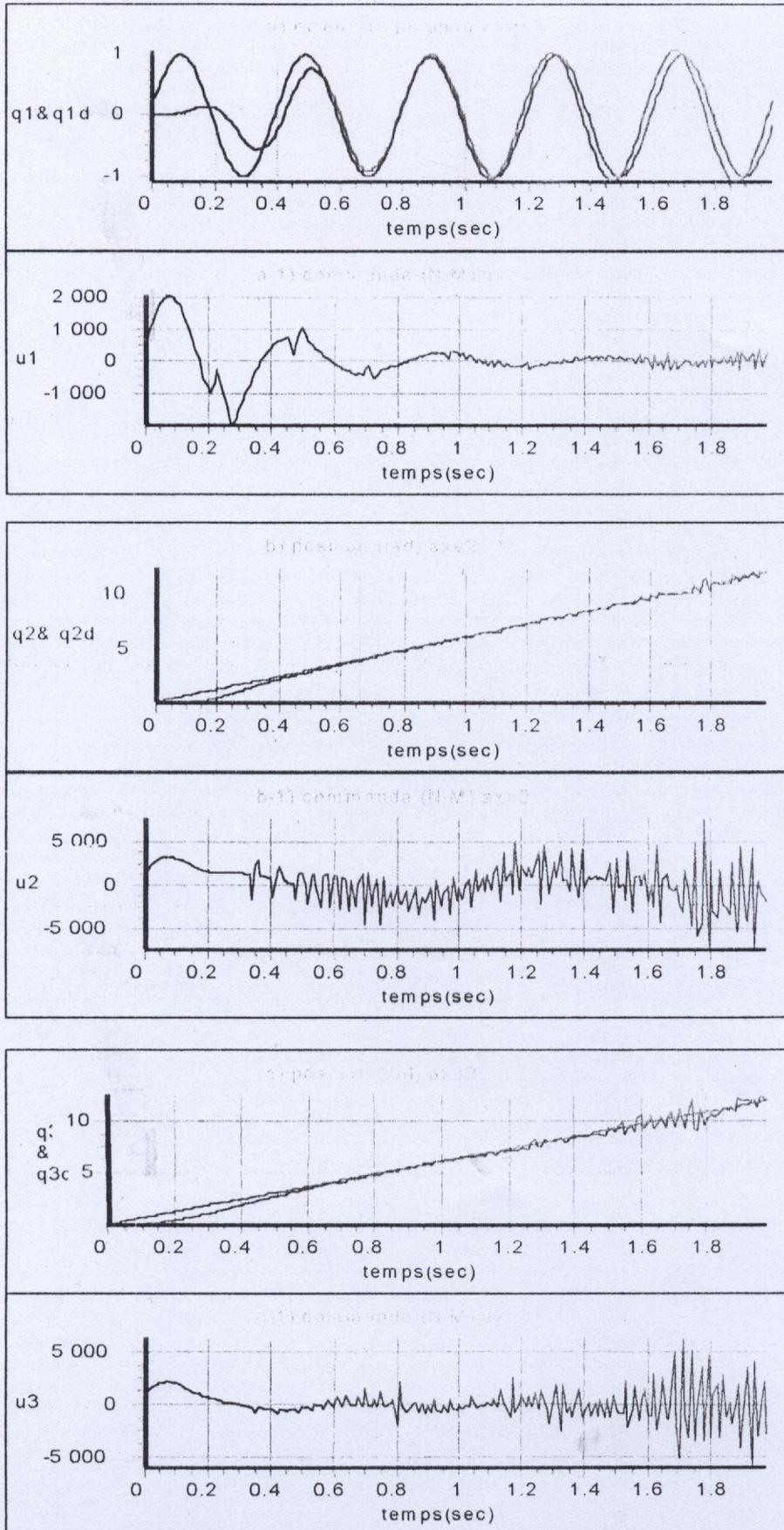


Fig (II-18) : contrôleur à structure variable, mode de poursuite chargé

Perturbation impulsionnelle d'amplitude  $A=3000$  en mode de régulation.

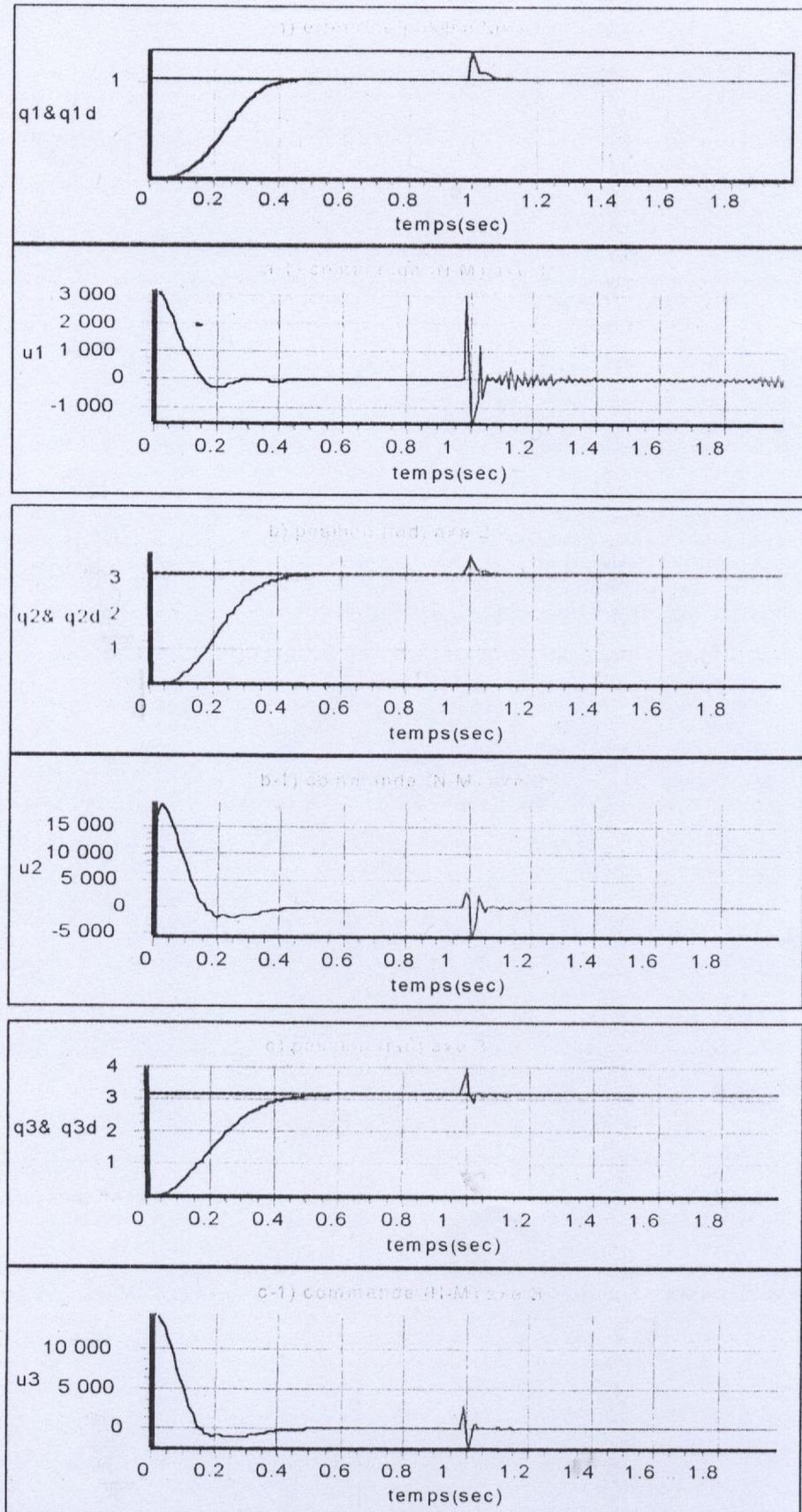


Fig (II-19) : contrôleur à structure variable, en mode de régulation perturbé

Perturbation impulsionnelle en mode de poursuite, impulsion d'amplitude  $\Delta$  5000

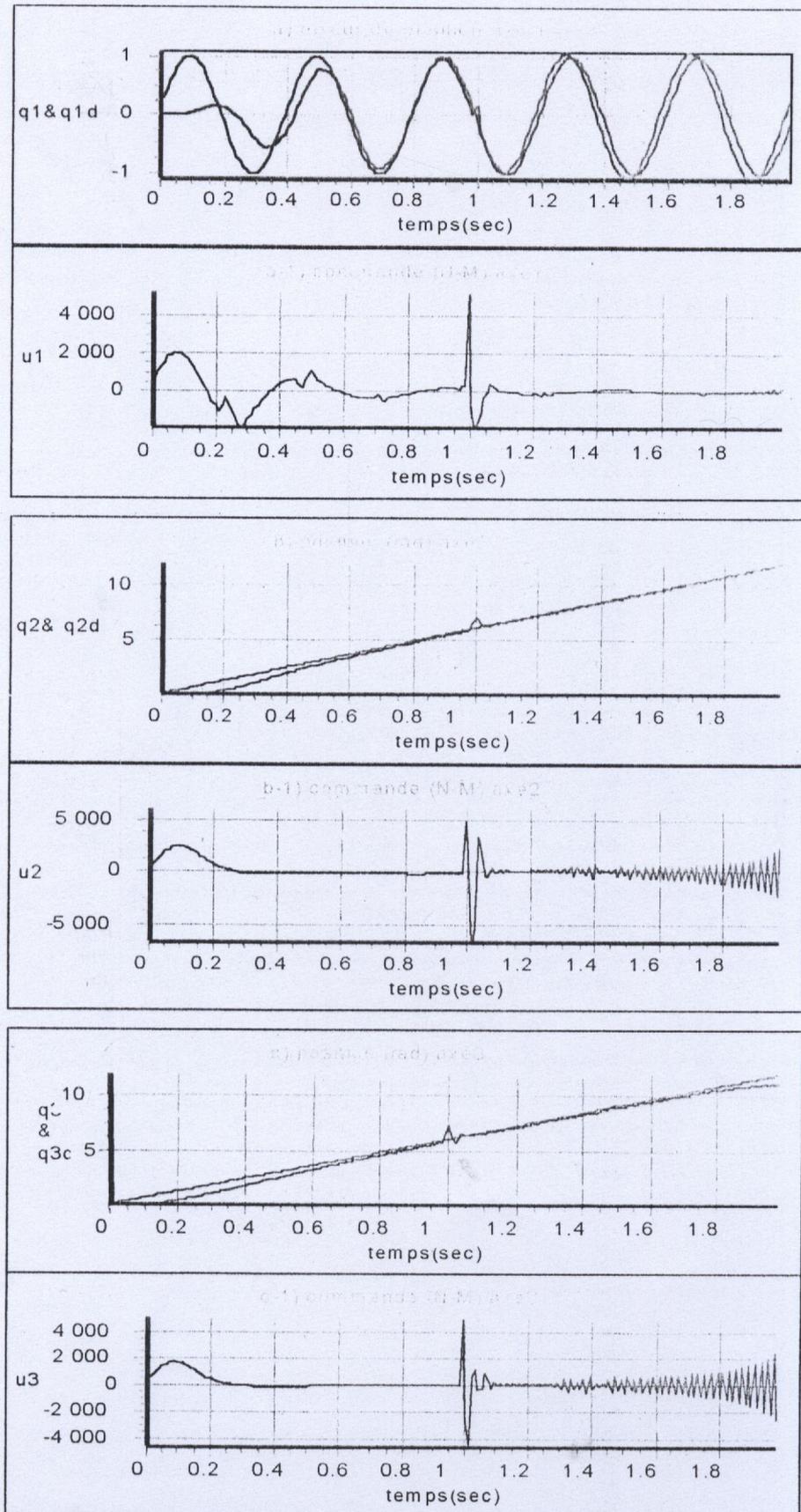


Fig (II-20) : contrôleur à structure variable, en mode de poursuite perturbé

Ainsi nous avons déterminé les valeurs limites de charge transportée et d'amplitude de perturbation tolérées par le système commandé par un contrôleur à structure variable ; nous avons remarqué que ces valeurs sont très importantes. Dans le chapitre quatre on détermine de la même façon les valeurs limites de fonctionnement du système commandé par un contrôleur hybride flou-algorithme génétique, pour pouvoir effectuer une comparaison entre ces valeurs et déterminer avec lequel des deux contrôleurs le système peut subir des variations plus importantes.

### 6-5-Poursuite de trajectoire dans les coordonnées opérationnelles :

Dans cette partie de la simulation, nous allons utiliser le modèle géométrique. Une trajectoire circulaire de l'organe terminal de la structure géométrique du robot ERRIC (fig II-19) est imposée avec un profil de vitesse trapézoïdal.

Les coordonnées dans le repère de base (  $O_0 X_0 Y_0 Z_0$  ) du point terminal du modèle géométrique sont données par :

$$X=(l_2 \cdot \cos(q_2)+l_3 \cdot \cos(q_3)) \cdot \sin(q_1).$$

$$Y=(l_2 \cdot \cos(q_2)+l_3 \cdot \cos(q_3)) \cdot \cos(q_1).$$

$$Z=(l_0+l_1+l_2 \cdot \sin(q_2)+l_3 \cdot \sin(q_3)).$$

Le cercle imposé d'axe parallèle à OY de rayon  $(l_2+l_3)/2$ . et de centre  $\Omega (0, L_2+l_3, L_0+L_1+l_3)$  est décrit par les équations

$$X=l_3 \cdot \cos(\theta(t)).$$

$$Y=(l_2+l_3)/2.$$

$$Z=l_2+l_3 \cdot \sin(\theta(t)).$$

La loi du mouvement ( fig. II-20 ) pour un profil de vitesse trapézoïdal est

$$\theta(t)=\begin{cases} \frac{\pi}{12} t^2 & 0 \leq t \leq 2 \\ \frac{\pi}{3} (t-2) + \frac{\pi}{3} & 2 \leq t \leq 6 \\ \frac{\pi}{12} (t-6)^2 + \frac{\pi}{3} (t-6) + 5\frac{\pi}{3} & 6 \leq t \leq 8 \end{cases}$$

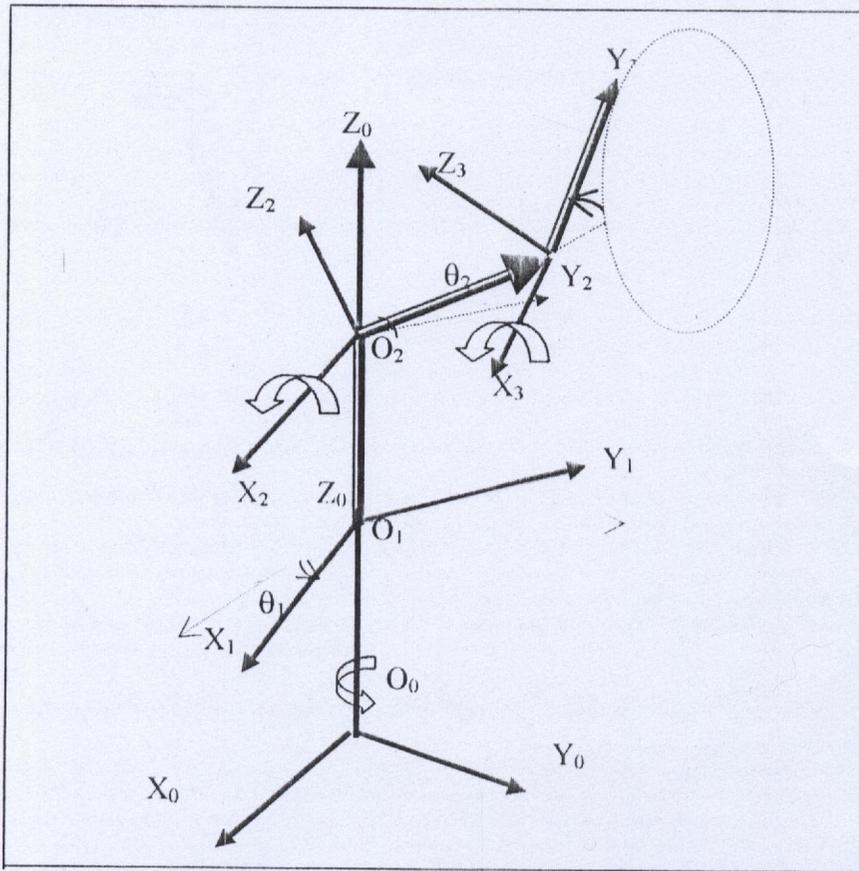


Fig (II-21) : trajectoire dans les coordonnées opérationnelle

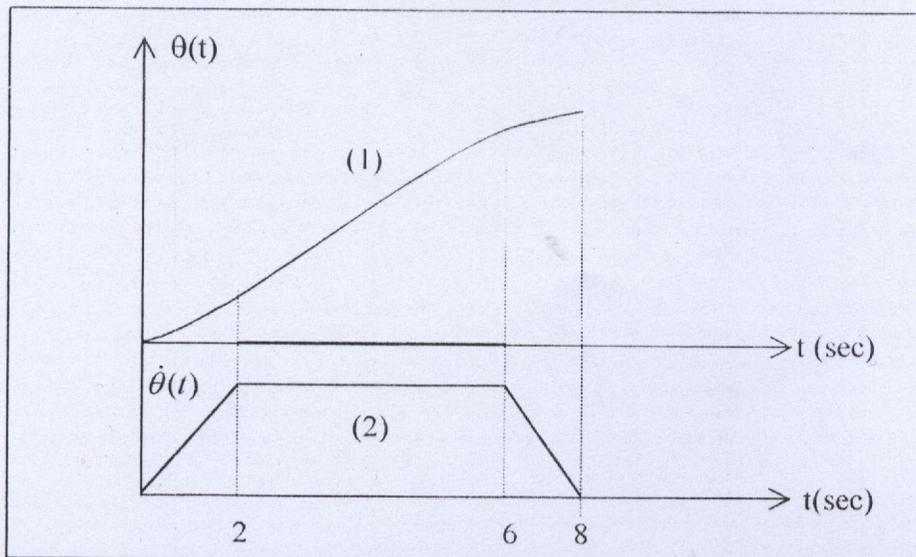


Fig (II-22): profil de vitesse trapézoïdale

- (1) : position.
- (2) : vitesse.

Pour simuler l'évolution du cercle avec un profil de vitesse trapézoïdale nous avons fixé  $q_3$  à  $\pi/5$ .

6-5-1- position initiale sur la circonférence du cercle (non chargé):

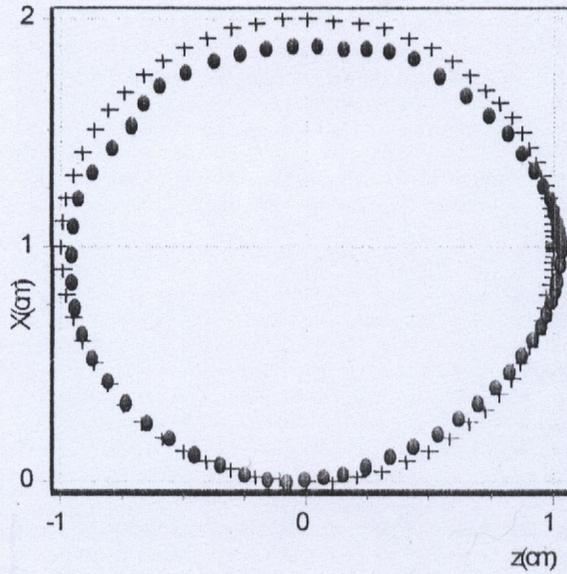


fig (II-23) . poursuite de trajectoire circulaire

- ++ trajectoire théorique
- trajectoire simulée

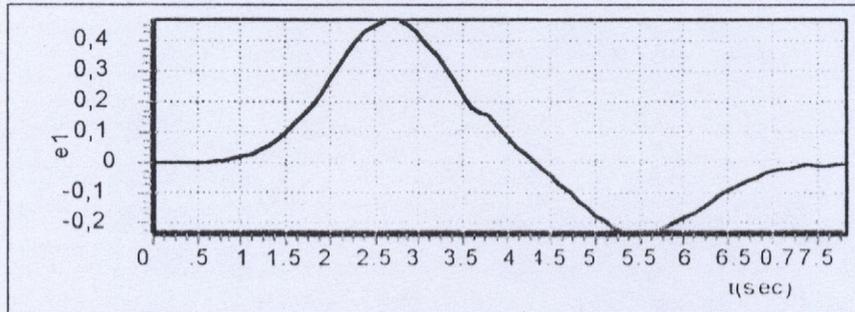


fig (II-23-a) : erreur de position sur l'axe 1 en rad

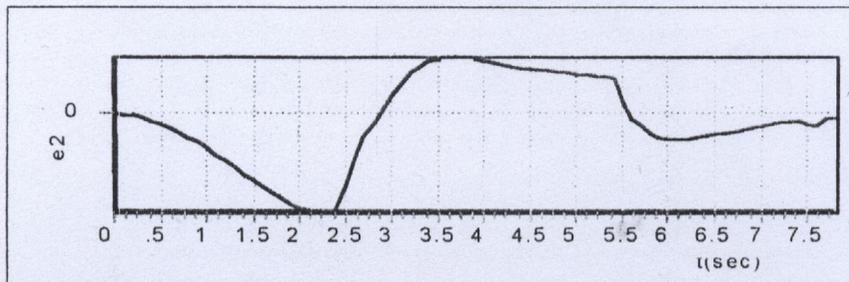


fig (II-23-b) : erreur de position sur l'axe 2 en rad

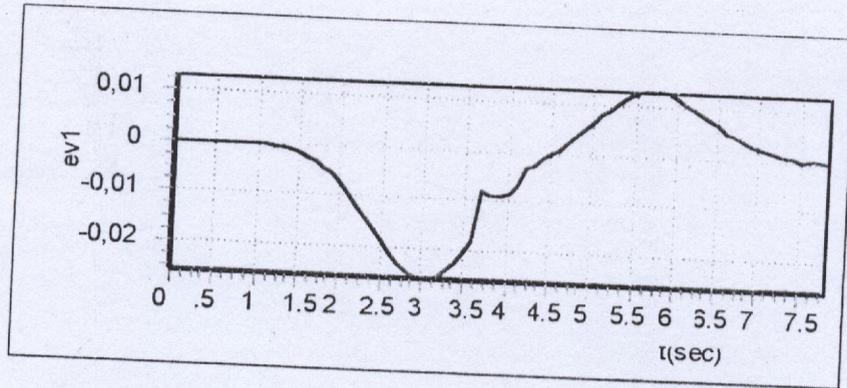


fig (II-23-c) : erreur de vitesse sur l'axe 1 en rad/sec

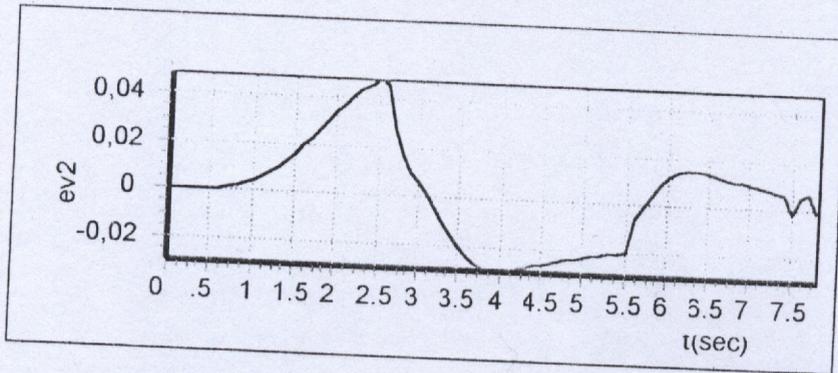
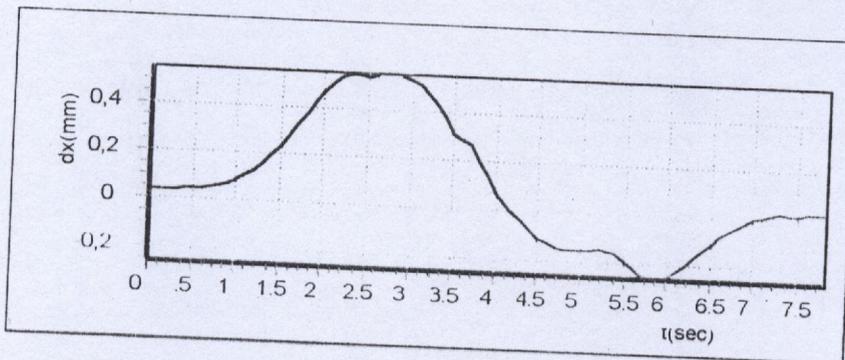


fig (II-23-d) : erreur de vitesse sur l'axe 2 en rad/sec



fig(II-23-e) : erreur dans les coordonnées opérationnelles en mm

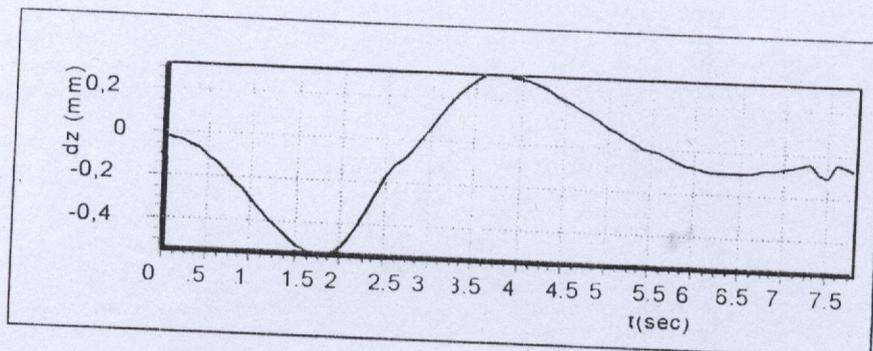


fig (II-23-f) : erreur dans les coordonnées opérationnelles en mm

**6-5-2- position initiale en dehors du cercle (non chargé):**

Résultats de simulation dans le cas où le système est initialisé en dehors de la trajectoire circulaire, avec Position initiale  $q_1=2.314/5$ ,  $q_2=3.14/6$ ,  $q_3=3.14/5$ .

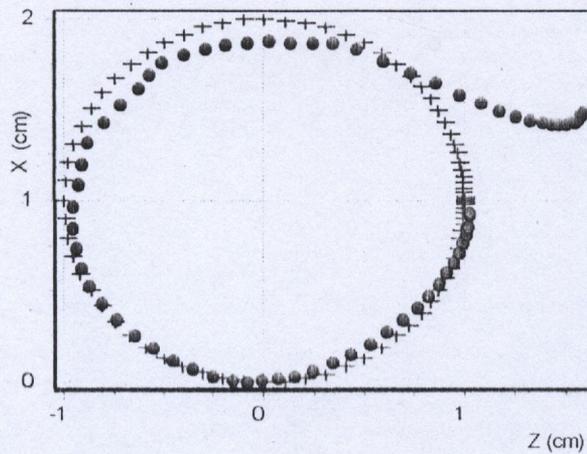


fig (II-24) : poursuite de trajectoire circulaire

- ++ trajectoire théorique.
- Trajectoire simulée.

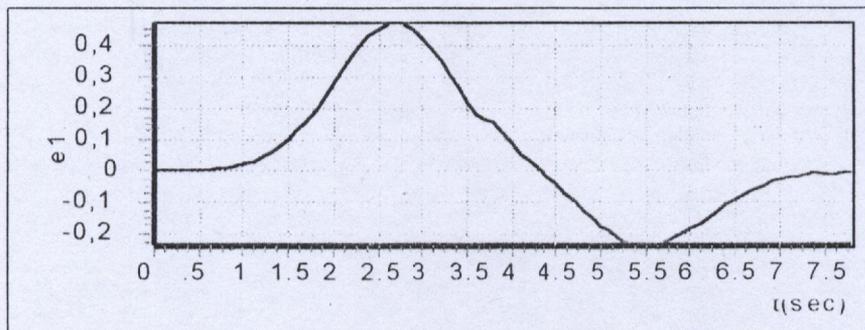


Fig (II-24-a) : erreur de position sur l'axe 1 en rad

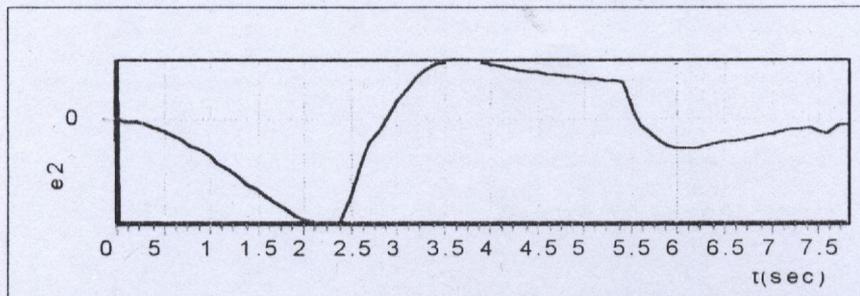


Fig (II-24-b) : erreur de position sur l'axe 2 en rad

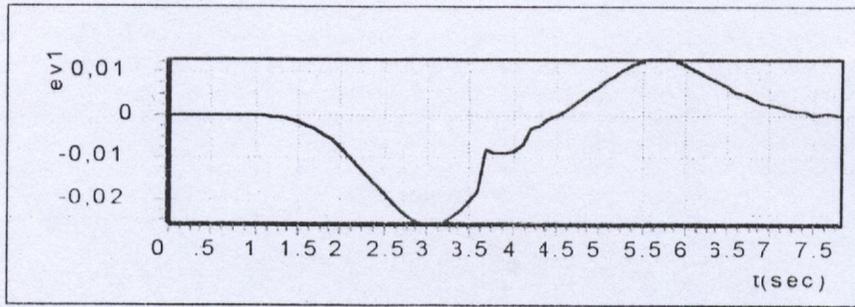


Fig (II-24-c) : erreur de vitesse sur l'axe 1 en rad/sec

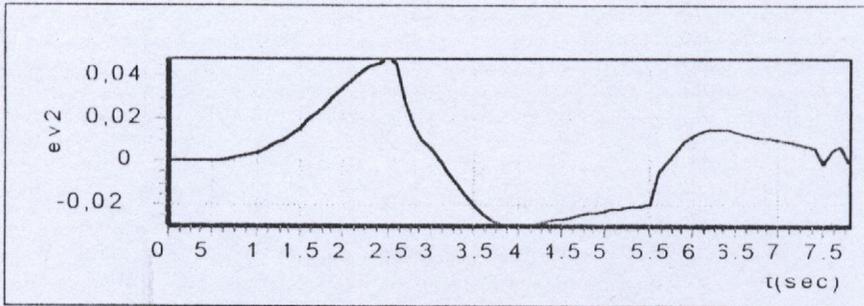
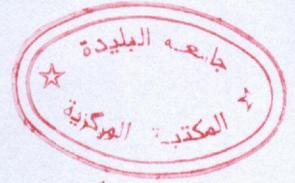


Fig (II-24-d) : erreur de vitesse sur l'axe 2 en rad/sec

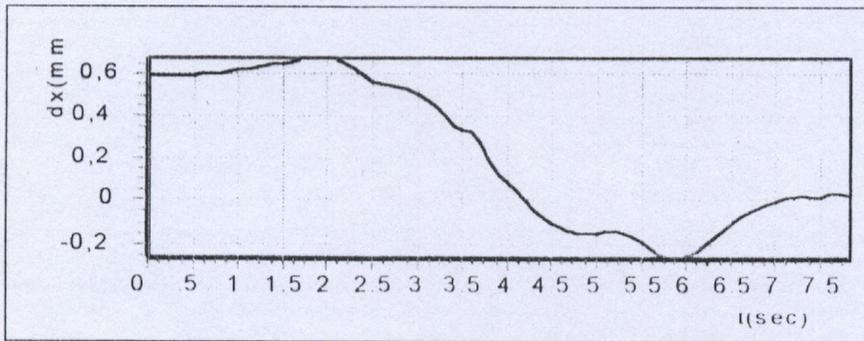


Fig (II-24-e): erreur dans les coordonnées opérationnelles en mm

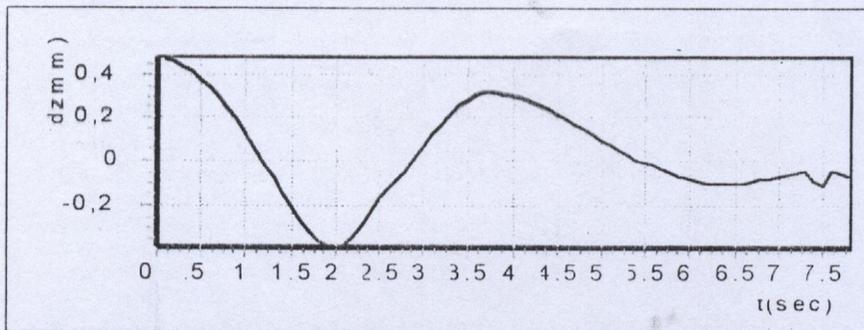


Fig (II-24-f) : erreur dans les coordonnées opérationnelles en mm

**6-5-1- position initiale sur la circonférence du cercle (chargé):**  
avec une charge de 30Kg.

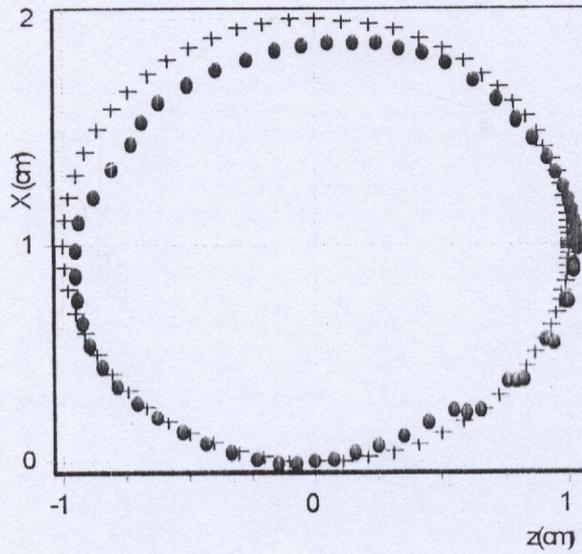


fig (II-25) : poursuite de trajectoire circulaire

- ++ trajectoire théorique.
- trajectoire simulée.

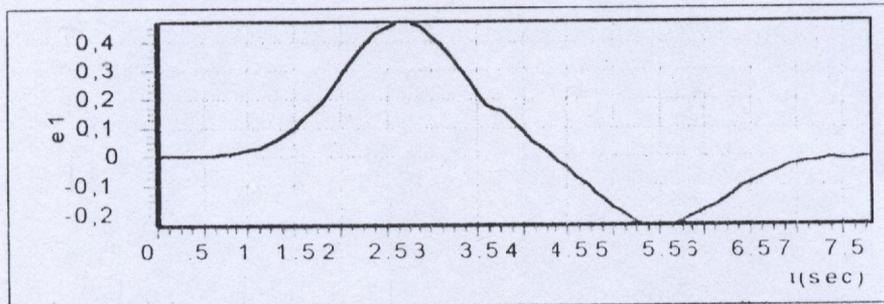


Fig (II-25-a) : erreur de position sur l'axe 1 en rad

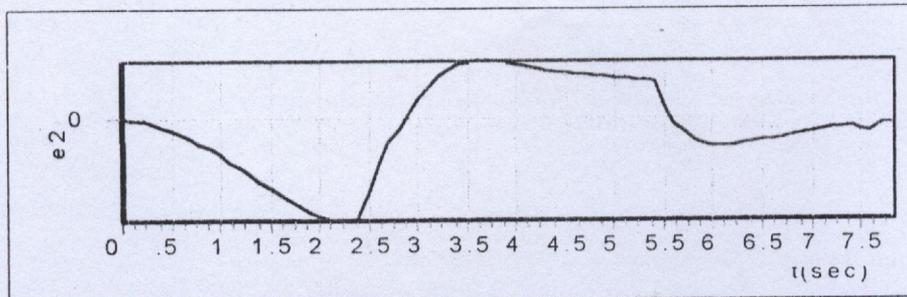


Fig (II-25-b) : erreur de position sur l'axe 2 en rad

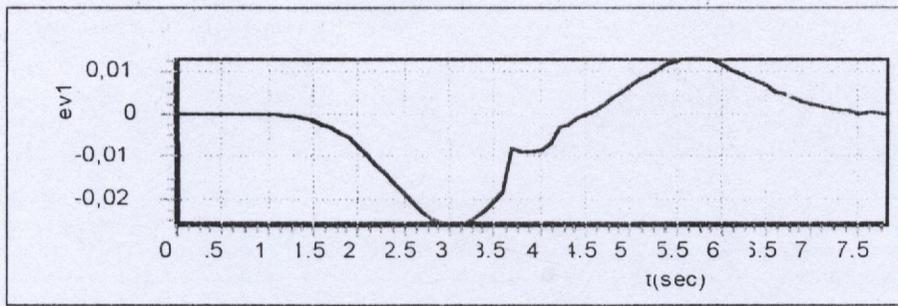


Fig (II-25-c) : erreur de vitesse sur l'axe 1 en rad/sec

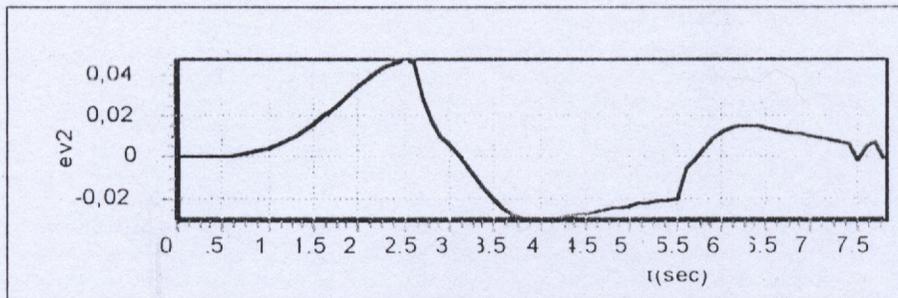


Fig (II-25-d) : erreur de position sur l'axe 2 en rad/sec

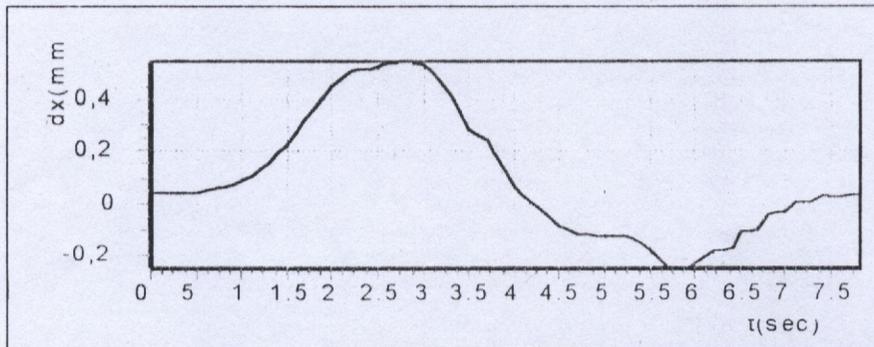


Fig (II-25-e) : erreur dans les coordonnées opérationnelles en mm

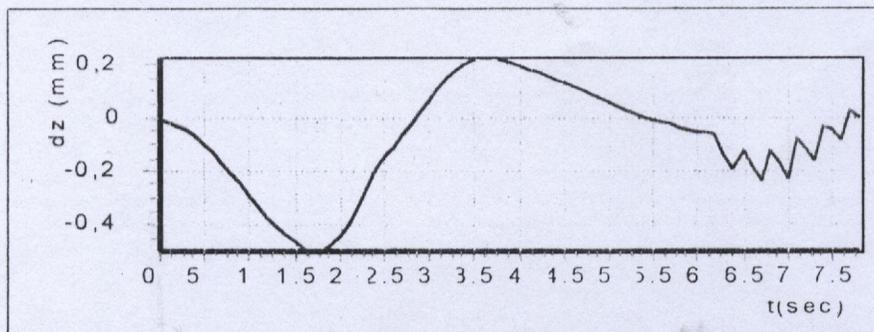


Fig (II-25-f) : erreur dans les coordonnées opérationnelles en mm

Les résultats de simulation montrent que le système peut décrire une trajectoire circulaire avec un minimum d'erreur dans le cas où les coordonnées (x, y, z) sont initialisées sur la circonférence du cercle, en dehors de la circonférence et avec une charge de 30Kg.

### **6-6-Conclusion**

Dans cette partie nous avons étudié les caractéristiques essentielles de la commande à structure variable, la condition d'existence du régime glissant, la commande équivalente du régime glissant idéal et l'invariance du régime glissant par rapport aux perturbations. La commande calculée assure la mise en régime glissant de l'état du système bouclé sur une hypèrsurface.

Les propriétés dynamiques du système commandé ne dépendent que des paramètres de l'hypèrsurface de glissement, on peut dire que le système original est plongé dans l'état du système réduit et libre dont la dynamique est donnée par la surface de glissement.

L'application de la commande à structure variable en robotique offre une stabilité supérieure à celle obtenue par des régulateurs classiques, malgré la présence de perturbations ou la variation des paramètres du système.

La robustesse du contrôleur à structure variable par rapport à la variation de la masse a été prouvée tant mathématiquement que pratiquement.

Après l'étude de la commande à structure variable, nous allons étudier la commande floue optimisée par un algorithme génétique ; pour cela il faut choisir le contrôleur flou que nous allons optimiser.

Dans le chapitre suivant on va exposer une étude des différents contrôleurs flous, ensuite l'application de ces contrôleurs sur le bras manipulateur par une simulation va nous permettre de choisir l'un de ces contrôleurs pour réaliser une commande hybride floue-algorithme génétique.

## CHAPITRE III

# LA COMMANDE FLOUE



## 1-Introduction :

La logique floue (fuzzy logic), introduite en 1965 par le professeur LOTFI ZADEH [2][19][20] à Berkeley, université de Californie, permet de traiter des connaissances imprécises basées sur des termes linguistiques. Initialement cette théorie a été appliquée dans des domaines non techniques, dans le but de compléter les systèmes experts, et afin de leur donner l'aptitude à la prise de décision.

La théorie de la logique floue a pour principal intérêt de prendre en compte l'analyse qualitative d'un expert.

Le contrôleur flou est un système qui transforme une donnée numérique (entrée numérique) en une action de contrôle ( sortie numérique ), par un traitement flou. Celui-ci consiste d'une part, en la transformation ( fuzzification ) de cette donnée en une information floue (entrée floue) et, d'autre part, le traitement ( inférence ) de cette information dans une base de connaissance floue pour donner une information floue ( sortie floue ).

Cette information sera convertie en une donnée numérique (defuzzification) qui représente l'action de contrôle (fig III-1).

Le problème majeur dans le contrôle des robots manipulateurs est la représentation mathématique du système, qui aboutit à la création d'un modèle généralement fortement non-linéaire et/ou incertain. La commande floue dérivée de la théorie de la logique floue utilise la stratégie de commande d'un expert du système, on évite par conséquent le problème d'une modélisation approfondie du système.

Les commandes floues ont montré, par le succès de leur utilisation dans des applications industrielles, leur utilité dans le contrôle des systèmes.

L'application d'un contrôleur flou à un bras manipulateur réduit à ses deux degrés de liberté a donné des résultats performants

Dans ce chapitre on réalise une comparaison entre, d'une part les résultats obtenus par l'application de deux types de contrôleurs flous ( contrôleur flou de type MANDANI, contrôleur flou de type SUGENO ) et, d'autre part les différentes méthodes d'inférence sur un bras manipulateur de type ERRIC réduit à ses trois premiers degrés de liberté.

**2- Conception de Base d'un Contrôleur Flou :**

Le contrôleur classique utilise un modèle mathématique définissant la relation qui transforme l'état observé en l'état désiré, en une ou plusieurs entrées susceptibles d'alerter l'état futur de ce système. Le contrôle flou remplace de la même façon le modèle mathématique par un certain nombre de règles (base de règles), et utilise des inférences avec une ou plusieurs de ces règles, se basant sur des variables linguistiques

Ces inférences sont alors traitées par des opérations de la logique floue (voir annexe).

Le figure suivante représente l'architecture interne d'un régulateur par logique floue[9].

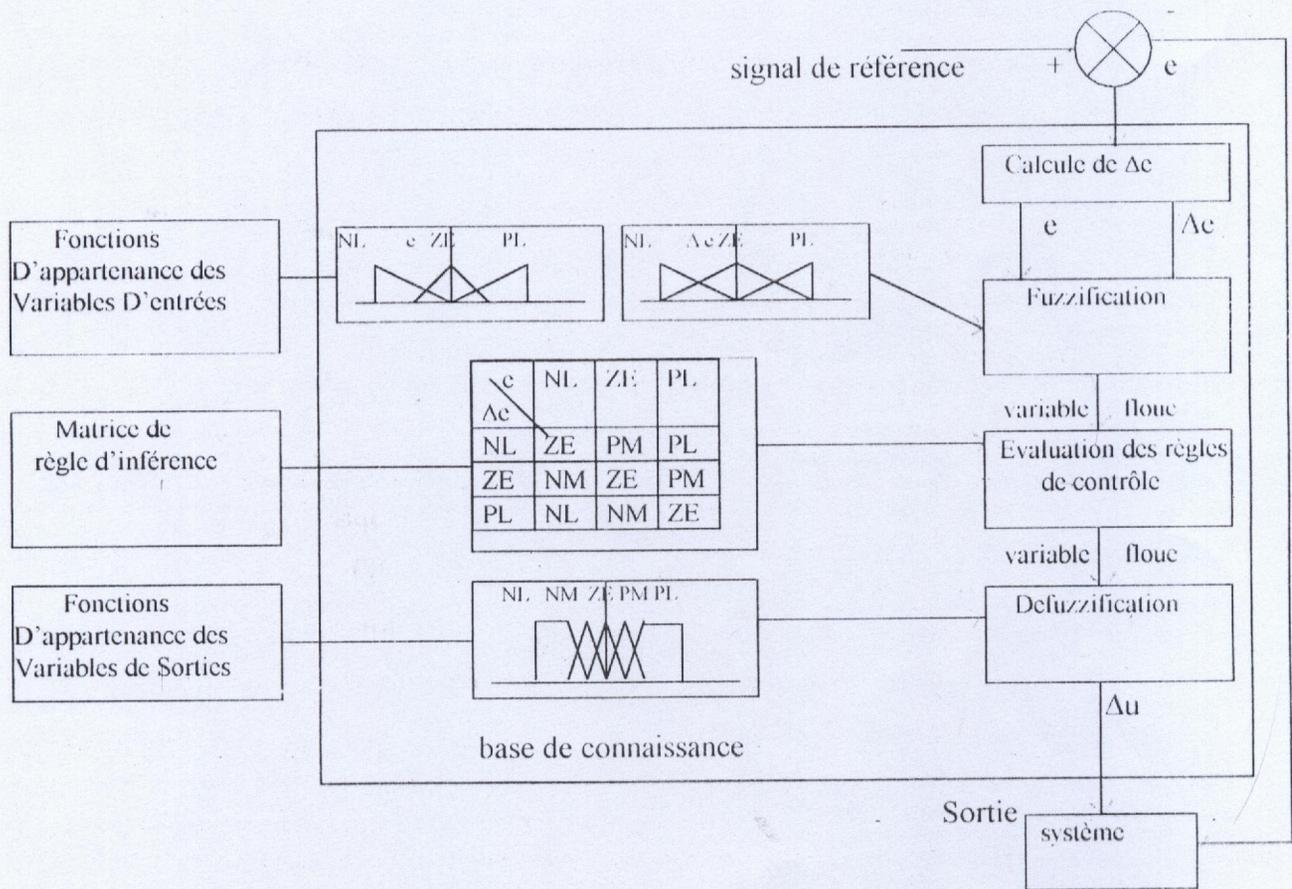


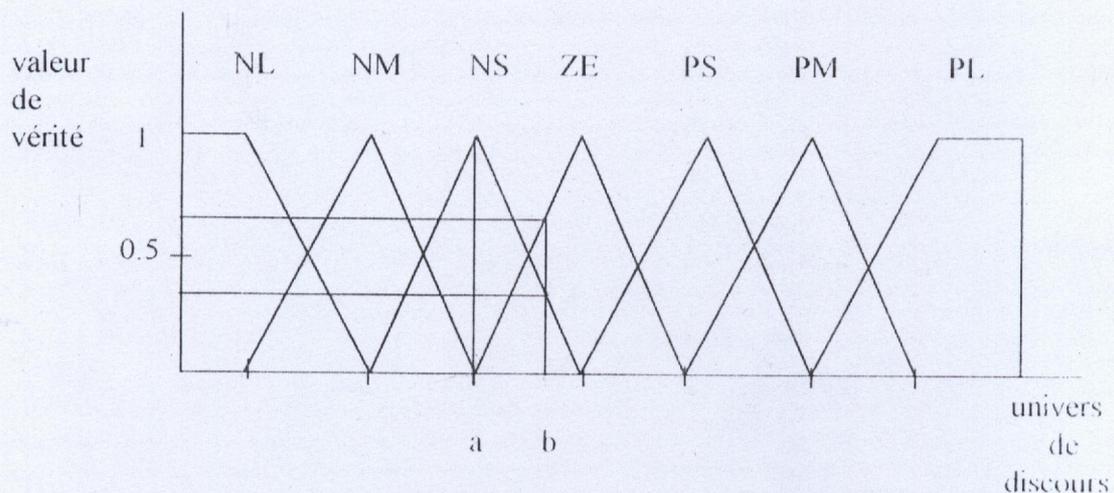
Fig. (III-1) : Architecture interne d'un Contrôleur flou

On peut distinguer trois blocs :

### 2-1-Fuzzification :

La fuzzification consiste en la définition des variables linguistiques et des fonctions d'appartenance pour les variables d'entrées et de sorties du système. Ce bloc représente une interface entre le monde physique et l'univers flou (interface numérique-linguistique), et contient en général un traitement préliminaire. Il fournit une sortie de valeurs floues correspondant au couple (label, degré d'appartenance).

Exemple :



NL, NM, NS, ZE, PS, PM, PL : représentent les variables linguistiques associées aux sous-ensembles flous.

L'axe des abscisses est appelé l'univers de discours et représente toutes les valeurs possibles pour l'entrée considérée.

L'axe des ordonnées représente le degré d'appartenance, il varie de zéro à un.

Si par exemple la variable d'entrée est au point 'a' la variable linguistique 'NS' est complètement vraie, tout les autres sont fausses ; lorsqu'elle passe au point 'b', les deux variables 'NS' et 'ZE' deviennent vraies avec un certain degré de vérité.

Aux variables 'a' et 'b' correspondent alors les couples (label, degré-d'appartenance) suivants :

a : (NL, 0) ; (NM, 0) ; (NS, 1) ; (ZE, 0) ; (PS, 0) ; (PM, 0) ; (PL, 0).

b : (NL, 0) ; (NM, 0) ; (NS, 0.33) ; (ZE, 0.65) ; (PS, 0) ; (PM, 0) ; (PL, 0).

## 2-2- Inférence :

Ce bloc consiste à associer à chaque entrée une sortie floue. La formulation des inférences dépend évidemment du comportement statique et dynamique du système à régler et de l'organe de commande, ainsi que des buts de réglage envisagés. L'expérience et le savoir-faire d'un opérateur humain jouent un rôle important.

Les règles s'énoncent de la façon suivante :

' si antécédent 1 et antécédent 2 ... Alors conséquence 1 et conséquence 2.....'

exemple :

**SI** ( X est NL et Y NM ) **ALORS** ( Z est NS )

Chaque antécédent ( X est NL ) se réfère au degré de vérité ( $\varphi$ ) associé à la variable linguistique de l'entrée considérée (NL).

Chaque conséquence ( Z est NS ) fait référence à la sortie floue associée à cette entrée.

Quand toutes les règles ont été évaluées toutes les sorties floues possèdent une valeur de vérité par rapport à toutes les fonctions d'appartenance des sorties.

Pour affecter à la conséquence un degré d'appartenance exprimant le poids de la règle, trois différentes méthodes peuvent être utilisées [1]:

- méthode d'inférence Max-Min.
- méthode d'inférence Max-Mproduit.
- méthode d'inférence Somme-Produit.

Elles permettent un traitement numérique des inférences.

### 2-2-1-Méthode D'inférence Max-Min :

Pour une règle d'inférence de la forme

SI ( X est NL et Y NM ) ALORS ( Z est NS )

Condition

conclusion

Cette méthode réalise, au niveau de la condition, l'opérateur OU par la formation du maximum et l'opérateur ET par la formation du minimum. La conclusion dans chaque règle, introduite par ( ALORS ), lie le facteur d'appartenance de la condition avec la fonction d'appartenance de la variable de sortie par l'opérateur (ET), réalisé par la formation du minimum. Enfin l'opérateur (OU) qui lie les différentes règles est réalisé par la formation du maximum.

Pour chaque règle la fonction d'appartenance partielle est donnée par la relation :

$$\varphi_{R_i}(x_R) = \min[\varphi_{C_i}, \varphi_{O_i}(x_R)] \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$\varphi_{O_i}(x_R)$  : est la fonction d'appartenance liée à l'opération imposée par la règle  $R_i$

$\varphi_{C_i}$  : est le facteur d'appartenance de la condition.

La fonction d'appartenance résultante est donnée par la relation :

$$\varphi_{Res}(x_R) = \max[\varphi_{R_1}(x_R), \varphi_{R_2}(x_R), \dots, \varphi_{R_m}(x_R)].$$

### 2-2-2-Méthode D'inférence Max-Prod :

La méthode d'inférence max-prod réalise, au niveau de la condition, l'opérateur OU par la formation du maximum et l'opérateur ET par la formation du minimum.

La conclusion dans chaque règle, introduite par ALORS, qui lie le facteur d'appartenance de la condition avec la fonction d'appartenance de la variable de sortie par l'opérateur ET, est réalisé dans ce cas par la formation du produit. L'opérateur OU qui lie les différentes règles est réalisé par la formation du maximum.

Pour chaque règle, la fonction d'appartenance partielle est donnée par la relation :

$$\varphi_{R_i}(x_R) = \varphi_{C_i} \cdot \varphi_{O_i}(x_R) \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Pour la fonction d'appartenance résultante on obtient :

$$\varphi_{Res}(x_R) = \max[\varphi_{R_1}(x_R), \varphi_{R_2}(x_R), \dots, \varphi_{R_m}(x_R)].$$

### 2-2-3-Méthode D'inférence Somme-Prod :

La méthode d'inférence somme-prod réalise au niveau de la condition, l'opérateur (OU) par la formation de la valeur moyenne, tandis que l'opérateur ET est réalisé par la formation du produit. La conclusion de chaque règle, précédée par ALORS, liant le facteur d'appartenance de la condition avec la fonction d'appartenance de la variable de sortie par l'opérateur (ET), est réalisée par la formation du produit. L'opérateur (OU) qui lie les différentes règles est réalisé par la formation de la valeur moyenne.

On obtient la fonction d'appartenance partielle de chaque règle par la relation :

$$\varphi_{R_i}(x_R) = \varphi_{C_i} \cdot \varphi_{O_i}(x_R) \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

La fonction d'appartenance résultante est donnée par la relation :

$$\varphi_{Res}(x_R) = [\varphi_{R1}(x_R) + \varphi_{R2}(x_R) + \dots + \varphi_{Rm}(x_R)] / m.$$

avec  $m$  : nombre de règles intervenant dans l'inférence.



### 2-3-Defuzzification :

Le dernier bloc consiste en la transformation de l'information floue issue du bloc de l'inférence ( $\varphi_{Res}(x_R)$ ) en une valeur numérique ( fig III-1 ), il représente une interface (linguistique-numérique).

Plusieurs méthodes de defuzzification ont été proposées dans la littérature telles que : maximum, moyenne des maximum, centre de gravité, etc. [1], [21], [22].

La méthode du centre de gravité est la plus utilisée vu sa simplicité, la sortie numérique représente l'abscisse du centre de gravité de la fonction d'appartenance résultante ( $\varphi_{Res}(x_R)$ ).

$$X_i^* = \frac{\int X_i \varphi_i(X_i) dX_i}{\int \varphi_i(X_i) dX_i}$$

Dans cette partie nous avons décrit la conception de base d'un contrôleur flou de type MANDANI, il existe néanmoins un autre type de contrôleur flou, celui de type SUGENO. La différence entre ces deux types de contrôleurs flous réside dans la forme d'évaluation des conséquences des règles floues. Dans la partie suivante nous donnerons les principales différences entre ces deux types.

### 3- Contrôleur flou de type SUGENO :

Dans le contrôleur flou de type MANDANI chaque règle d'inférence est représentée par une conjonction (MIN) ou par le (PRODUIT) et l'agrégation des règles par une disjonction (MAX) ou par la SOMME (la moyenne) : c'est à dire que les conséquences sont indépendantes des entrées du contrôleur.

Dans le contrôleur flou de type SUGENO, la conséquence est une fonction polynomiale des entrées du contrôleur, les règles d'inférences ont la forme suivante [18]:

$$R_i : \text{Si } (x_1 \text{ est } A_{i1}) \text{ et } \dots \text{ et } (x_m \text{ est } A_{im}) \text{ alors } y_i = F_i(x_1, \dots, x_m).$$

Avec :  $F_i(x_1, \dots, x_m) = a_{0i} + a_{1i} \cdot x_1 + \dots + a_{mi} \cdot x_m$  Pour un modèle SUGENO d'ordre un

$F_i(x_1, \dots, x_m) = \text{Constante}$  Pour un modèle SUGENO d'ordre zéro.

La méthode de defuzzification la plus adaptée à cette forme de règles est celle des moyennes pondérées.

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i \cdot F_i(x_1, \dots, x_m)}{\sum_{i=1}^n \mu_i}$$

où n est le nombre des règles,  $\mu_i$  est le degré d'activation de la  $i^{\text{ème}}$  règle calculée soit par l'opérateur produit, soit par la conjonction (MIN) [5] :

$$\mu_i = \mu_i(x_1) \cdot \mu_i(x_2) \cdot \dots \cdot \mu_i(x_m)$$

ou

$$\mu_i = \text{MIN}(\mu_i(x_1), \mu_i(x_2), \dots, \mu_i(x_m)).$$

Nous avons ainsi décrit les différentes étapes pour la réalisation d'un contrôleur flou de type MANDANI et de type SUGENO. Dans la partie qui suit, nous allons procéder à l'application de ces deux types de contrôleurs sur le bras manipulateur de type ERRIC réduit à ses trois premiers degrés de liberté, et qui est représenté par le modèle mathématique obtenu dans le chapitre 1.

#### 4-Application de la Commande Floue A un Bras Manipulateur :

Le modèle mathématique que nous allons utiliser pour simuler le bras ERRIC réduit à ses trois premiers degrés de liberté a la forme matricielle suivante :

$$[A] \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + [B] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} + [C] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \\ \dot{\theta}_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$

avec :

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix} \quad \text{A symétrique}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

$$G_0 = G_1 = 0$$

$$G_2 = -g.M_2.l_2.S2 - gM_3(L_2 + l_3.C3).S2$$

$$G_3 = -gM_3.l_3.C2.S3$$

Le comportement dynamique du S-M-A qui contient un fort couplage, et la variation des types des contrôleurs flous, nous a amené à concevoir un régulateur flou de type MANDANI avec deux méthodes d'inférences :

- méthode d'inférence MAX-MIN
- méthode d'inférence SOMME-PRODUIT

et un régulateur flou de type SUGENO avec l'opérateur (MIN) pour l'évaluation du degré d'activation de chaque règle ainsi qu'une fonction polynomiale des entrées pour l'agrégation des règles d'inférence, dans le but de choisir le contrôleur flou qui donne les meilleurs résultats pour notre application.

Le principe d'un système asservi par un contrôleur flou est donné dans la figure (III-2) ; pour réaliser une simulation, le bloc système est remplacé par le modèle mathématique.

Dans notre application nous allons considérer chaque articulation comme un sous système, nous appliquerons donc un contrôleur pour chaque actionneur (fig. III-3).



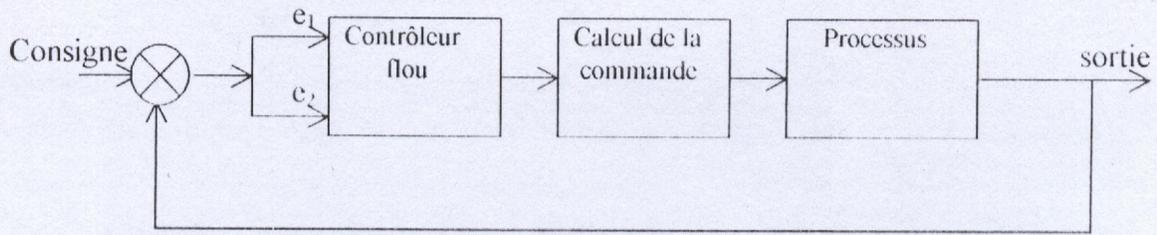


Fig. (III-2): Schéma d'un système asservi par un contrôleur flou

L'élaboration du contrôleur flou a nécessité différentes étapes qui peuvent être énoncées comme suit :

**4-1- Définition des variables d'entrées et de sorties du système :**

Cette étape consiste à comptabiliser toutes les entrées et sorties susceptibles d'influencer le comportement du S-M-A. Dans la plupart des contrôleurs flous on utilise comme entrée l'erreur (  $e$  ), ainsi que la variation de l'erreur (  $\Delta e$  ) pour générer une variable de commande  $U_i$ [6]

Dans notre application les entrées utilisées pour le C-F sont l'erreur (  $e$  ) de position et son accroissement (erreur de vitesse,  $e_v$  ), et cela pour les trois degrés de liberté, en considérant chaque axe comme un sous-système avec deux entrées (  $e_i, e_{vi}$  ), et une sortie  $U_i$ , (  $i = 1, 2, 3$  ) (fig. III-3).

Les commandes calculées dans chaque itération seront appliquées au modèle complet pour avoir la position, la vitesse, et l'accélération réelles du système.

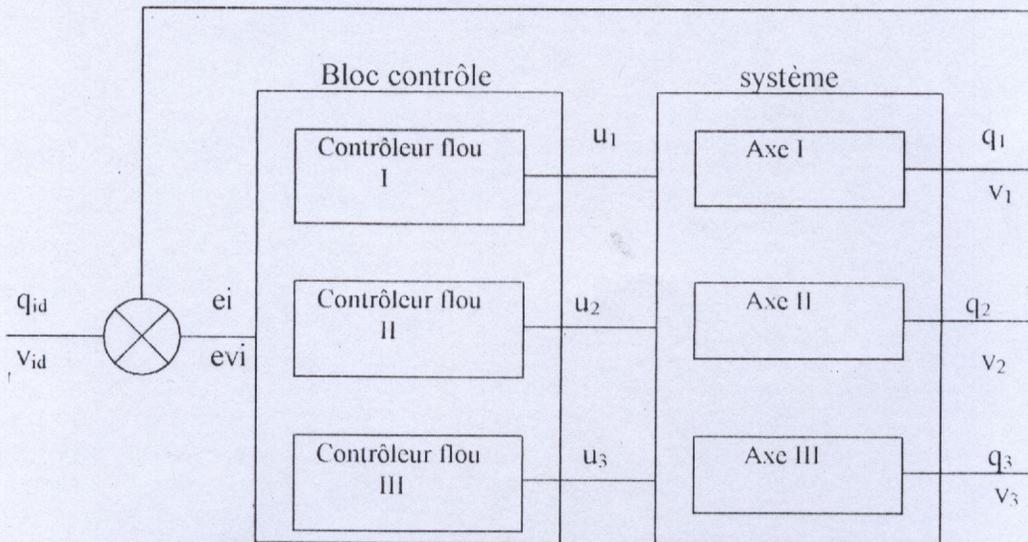


Fig. (III-3) : Diagramme du système contrôlé

#### 4-2- Fonctions d'appartenances des entrées et sorties :

Pour l'application des deux méthodes d'inférence (MAX-MIN, SOM-PRODUIT) nous avons défini trois prédicats pour chaque entrée distribuée de manière équidistante dans le domaine  $[-1 \quad +1]$ , ils sont désignés par (NL : négative large), (EZ : environ zéro) et (PL : positive large).

On a utilisé pour les fonctions d'appartenance des variables d'entrées la forme triangulaire pour le prédicat EZ et la forme trapézoïdale pour les prédicats NL et PL (fig. III-4).

Pour chaque sortie les prédicats (NL, EZ, PL) sont utilisés, distribués d'une manière équidistante dans le domaine  $[-2 \quad +2]$ , avec des fonctions d'appartenance d'une forme triangulaire. Pour la méthode d'inférence (SOM-PRODUIT), on a utilisé pour les variables d'entrées des fonctions d'appartenance de forme trapézoïdale, et pour la variable de sortie les fonctions d'appartenance sont de forme triangulaire avec une surface variable, tel que :

ke1 : coefficients de surface du triangle représentant le prédicat NL.

ke2 : coefficients de surface du triangle représentant le prédicat EZ.

ke3 : coefficients de surface du triangle représentant le prédicat PL.

Les prédicats (NL, EZ, PL) doivent restés distribués d'une manière équidistante dans un domaine  $[-a \quad a]$  (fig. III-5) en fessons varié les coefficients de surfaces ke1, ke2, ke3.

Ces deux méthodes d'inférence seront appliquées en mode de régulation et en mode de poursuite de trajectoire avec variation de la charge transportée.

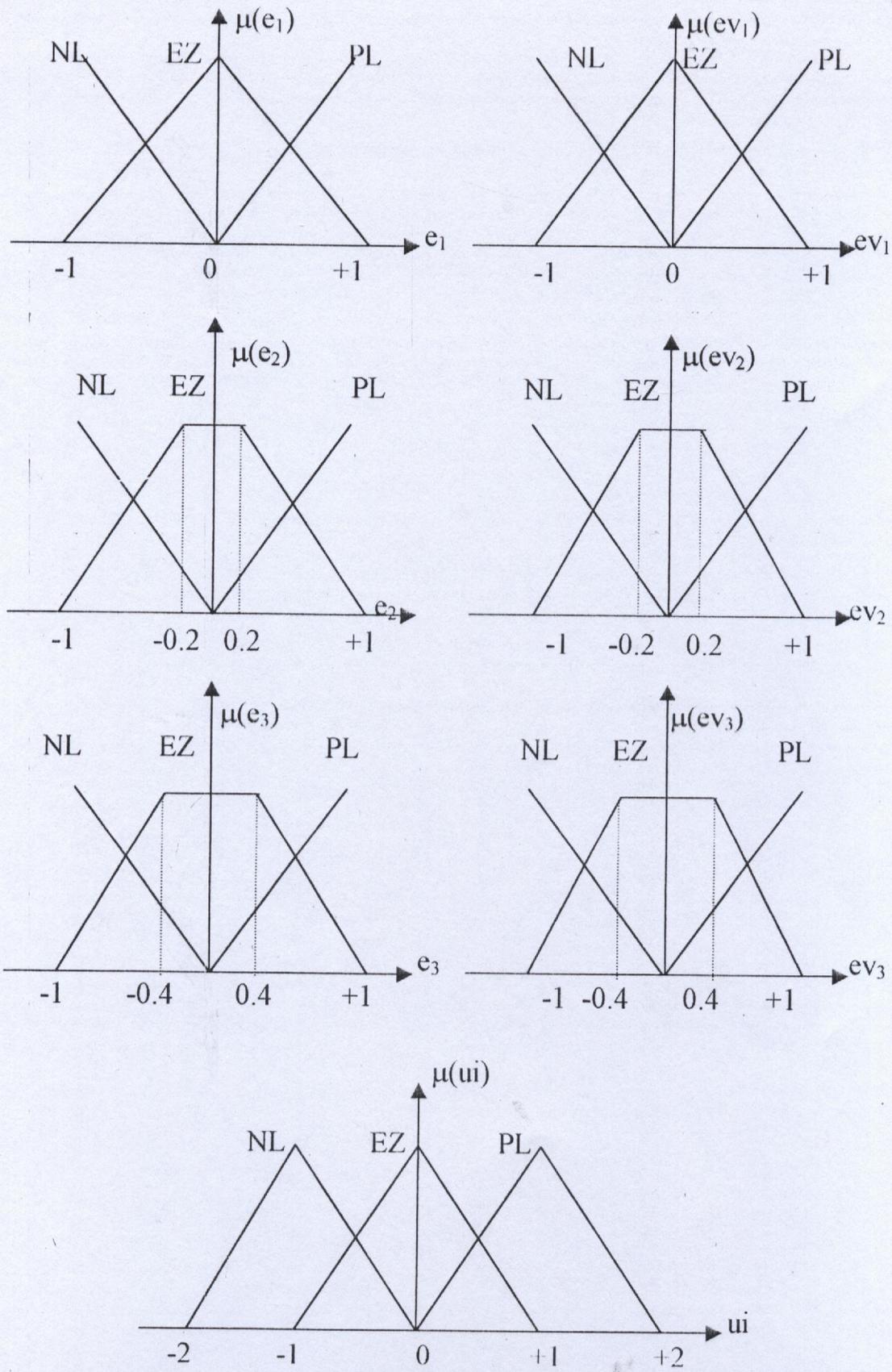


Fig. (III-4) : Fonction d'appartenance ( $i=1,2,3$ )

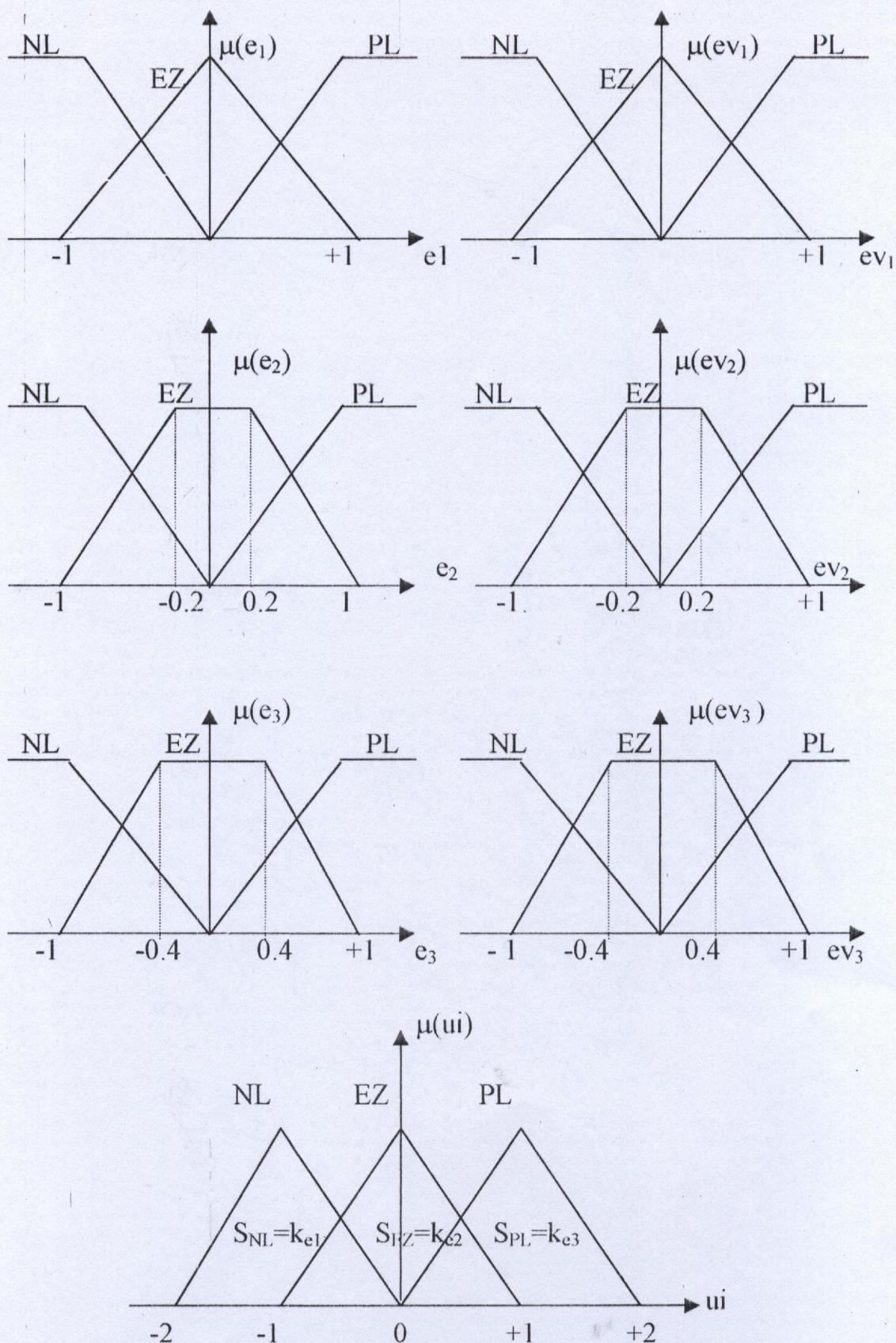


Fig. (III-5) : Fonctions d'appartenance, inférence SOM-PRODUIT

**4-3-Etablir les règles de fonctionnement du système :**

En se basant sur l'étude du comportement dynamique du S-M-A, nous avons décrit pour chaque axe neuf règles qui décrivent l'état du système. Afin de voir l'influence du nombre de règles sur le contrôleur flou on a utilisé une base de règles complète et une autre qui contient les règles qui sont le plus souvent mises en œuvre (fig. III-6).

|     |    |    |    |    |
|-----|----|----|----|----|
| Ui  |    | ei |    |    |
|     |    | NL | EZ | PL |
| evi | NL | PL | PL | EZ |
|     | EZ | PL | EZ | NL |
|     | PL | EZ | NL | NL |

**Matrice de règles d'inférence complètes**

|     |    |    |    |    |
|-----|----|----|----|----|
| Ui  |    | ei |    |    |
|     |    | NL | EZ | PL |
| evi | NL | PL |    |    |
|     | EZ | PL | EZ | NL |
|     | PL |    | NL |    |

**Matrice de règles d'inférence incomplètes**

Fig. (III-6)

**4-4-Mise au point :**

La phase de réglage est essentielle dans la conception d'un contrôleur flou performant, cette étape consiste à faire varier le nombre de règles utilisées, les règles et la forme des fonctions d'appartenance.

La mise au point dans notre application a consisté en la recherche des paramètres optimaux de normalisation et des meilleurs coefficients de surface pour atteindre les performances souhaitées.

Pour le contrôleur de type SUGENO le calcul des coefficients  $a_{ij}$  des fonctions

$F_i(e_1, ev_1) = a_{0i} + a_{1i} \cdot e_1 + a_{2i} \cdot ev_1$  pour les différentes règles de chaque sous-système représente une phase essentielle pour la conception de ce dernier.

Après cette partie de conception du contrôleur flou nous allons procéder à une simulation pour exposer les différents résultats obtenus avec les deux types de contrôleurs. Dans cette simulation des tests de robustesse seront effectués pour permettre la comparaison entre les deux contrôleurs.

## 5-Résultats de simulation

Pour pouvoir évaluer les performances du système à commander par la mise au point d'un contrôleur flou, nous allons réaliser une simulation dans les deux modes suivants.

- mode de régulation
- mode de poursuite de trajectoire

et tester la robustesse de la commande dans le cas d'une variation de la charge transportée et dans celui d'une perturbation.

### I-1-Mode de régulation :

Dans ce mode on fixe le point de départ et l'objectif à atteindre sans se soucier de la façon d'y parvenir.

Nous avons fixé l'état initial à des positions, vitesse et accélérations nulles et l'état désiré à des positions  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = (\pi/3, \pi, \pi)$ , avec une vitesse et une accélération nulles.

pas d'échantillonnage = 10 ms.

### I-2- Mode de poursuite :

Dans ce mode une trajectoire est imposée pour l'évolution du système entre l'état initial et l'état final, Dans la simulation on a opté pour les trajectoires suivantes :

$$q_{1d}(t) = \sin(\pi/20 \cdot T) \quad \text{pour le premier axe.}$$

$$q_{2d}(t) = 0.06 \cdot T + 0.01 \quad \text{pour le deuxième axe.}$$

$$q_{3d}(t) = 0.06 \cdot T + 0.01 \quad \text{pour le troisième axe.}$$

Avec  $T = N \cdot t$

Tel que t représente le pas d'échantillonnage,  $t = 10 \text{ ms}$ , N est le nombre d'itérations.

En ce qui concerne les paramètres du robot on a opté, dans la simulation, pour les valeurs suivantes :

$$M_2=5, M_3=5, L_1=1, L_2=2, l_3=1$$

|                  |                     |                    |
|------------------|---------------------|--------------------|
| $I_{11}^{(1)}=5$ | $I_{11}^{(2)}=5$    | $I_{11}^{(3)}=5$   |
| $I_{12}^{(1)}=0$ | $I_{12}^{(2)}=0$    | $I_{12}^{(3)}=0$   |
| $I_{13}^{(1)}=0$ | $I_{13}^{(2)}=0.19$ | $I_{13}^{(3)}=0.1$ |
| $I_{21}^{(1)}=0$ | $I_{21}^{(2)}=0$    | $I_{21}^{(3)}=0$   |
| $I_{22}^{(1)}=5$ | $I_{22}^{(2)}=1$    | $I_{22}^{(3)}=1$   |
| $I_{23}^{(1)}=0$ | $I_{23}^{(2)}=0$    | $I_{23}^{(3)}=0.1$ |
| $I_{31}^{(1)}=0$ | $I_{31}^{(2)}=0.19$ | $I_{31}^{(3)}=0.1$ |
| $I_{32}^{(1)}=0$ | $I_{32}^{(2)}=2$    | $I_{32}^{(3)}=0.1$ |
| $I_{33}^{(1)}=5$ | $I_{33}^{(2)}=1$    | $I_{33}^{(3)}=1$   |

**5-1-Mode de Régulation :**

**5-1-1-Contrôleur Flou de Type MANDANI:**

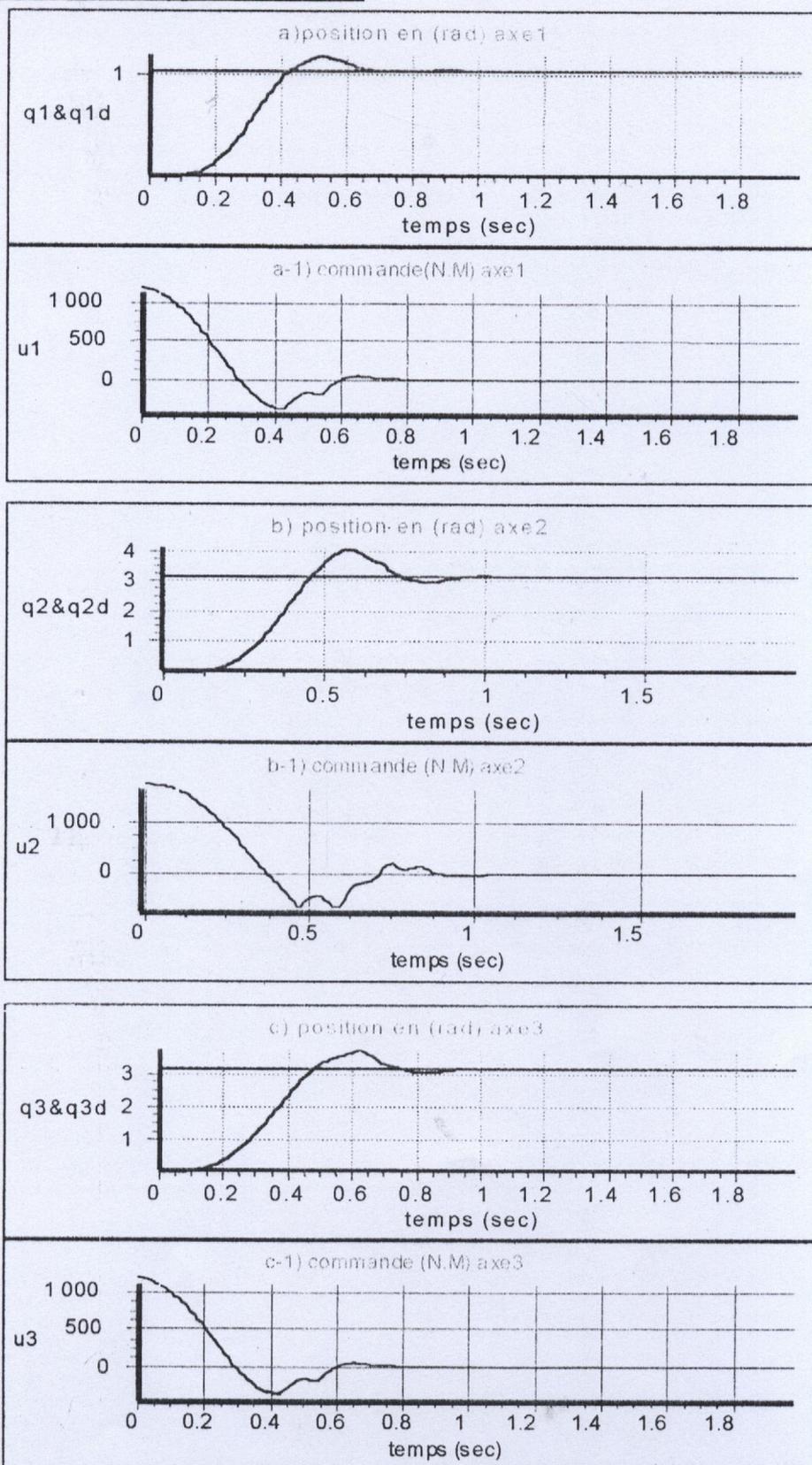


Fig (III-7) inférence MAX-MIN, non chargé, règles d'inférence complètes (RIC).

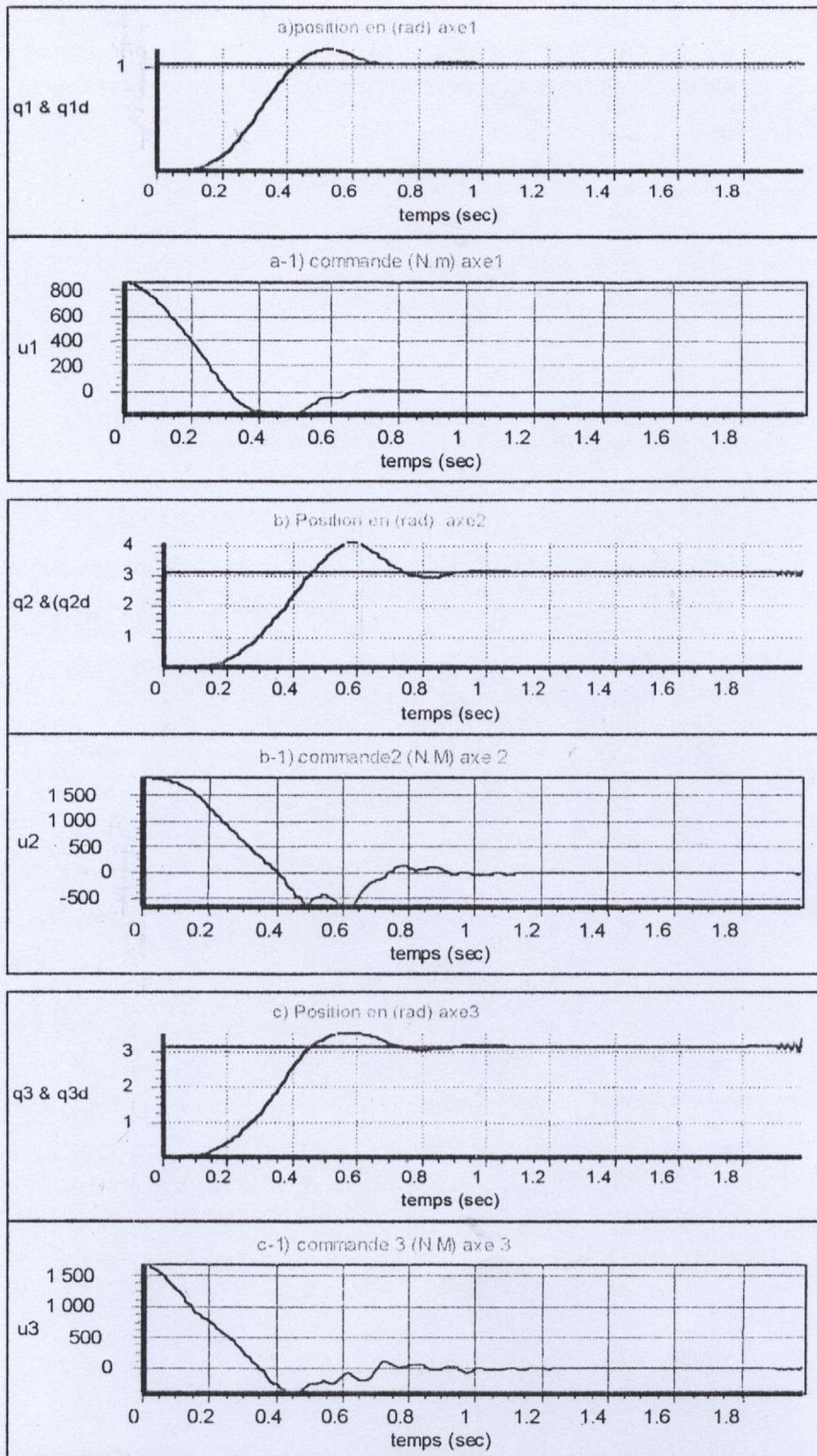


Fig (III-8) : contrôleur flou de type MANDANI en mode de régulation chargé, et règles d'inférences complètes (RIC), avec une charge  $\Delta M_3 = 15$  kg.

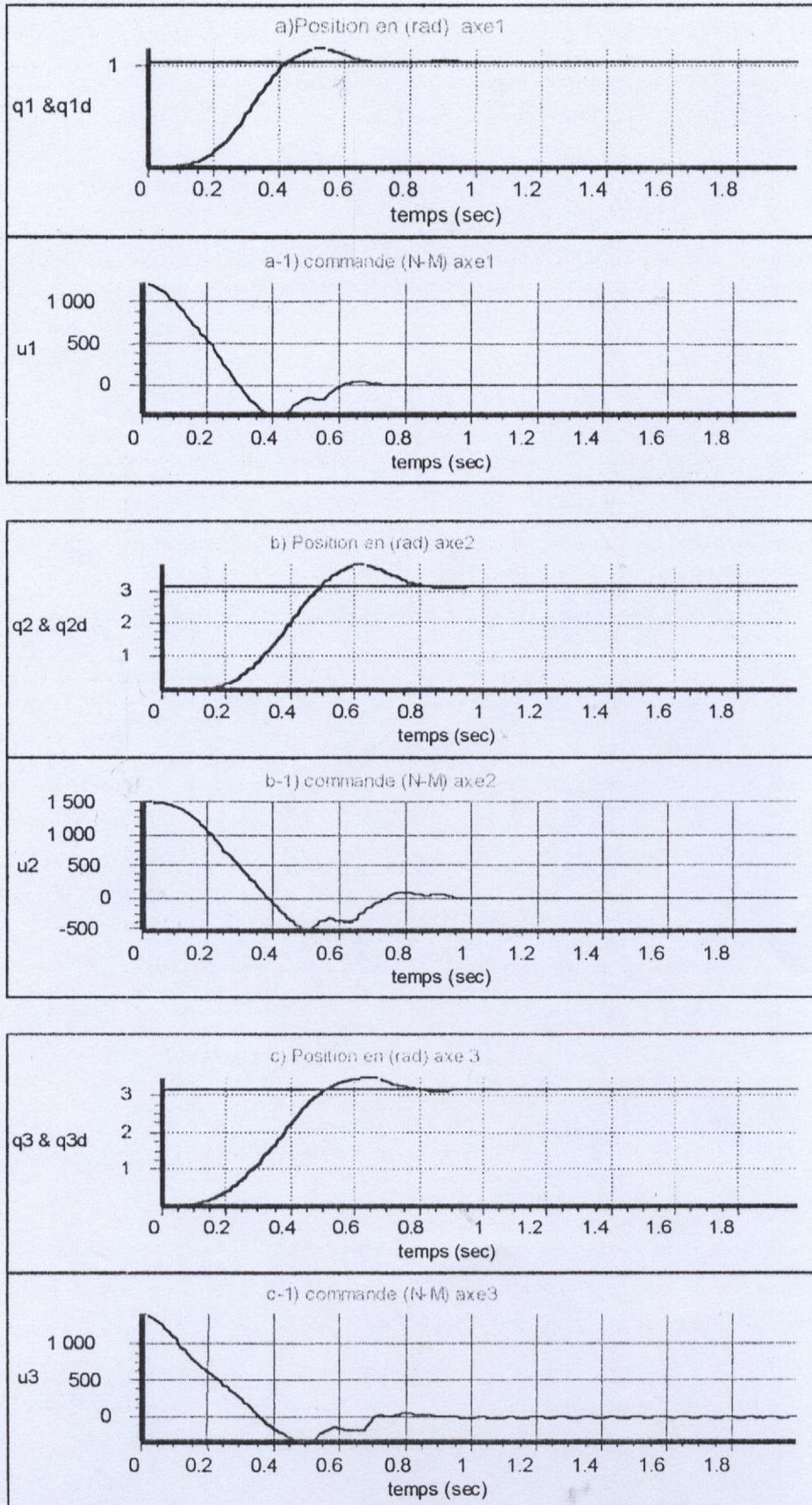


Fig (III-9) : inférence MAX-MIN, règles incomplètes, mode de régulation non chargé.

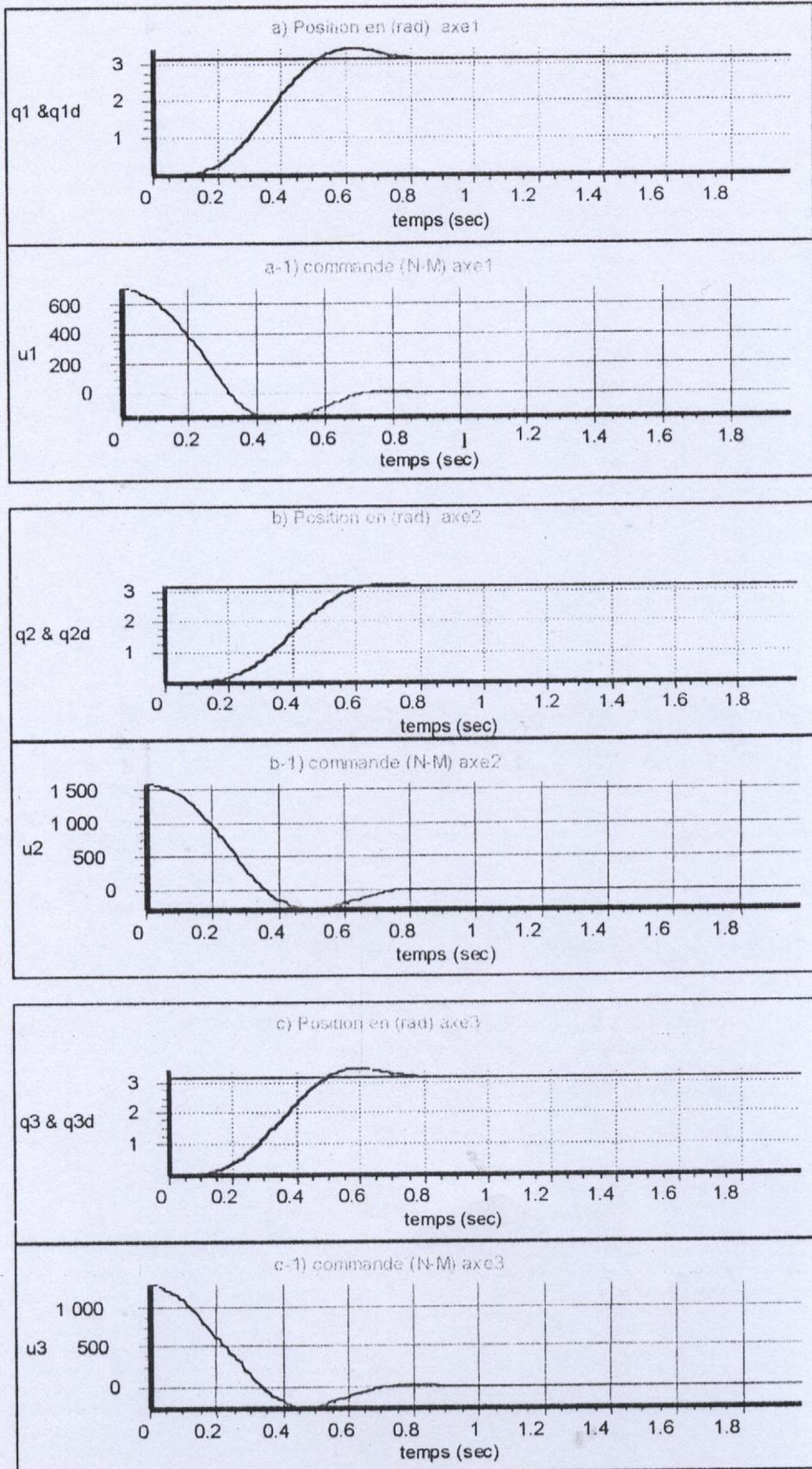


Fig (III-10) : inférence SOM-PRODUIT, mode de régulation non charger, RIC.

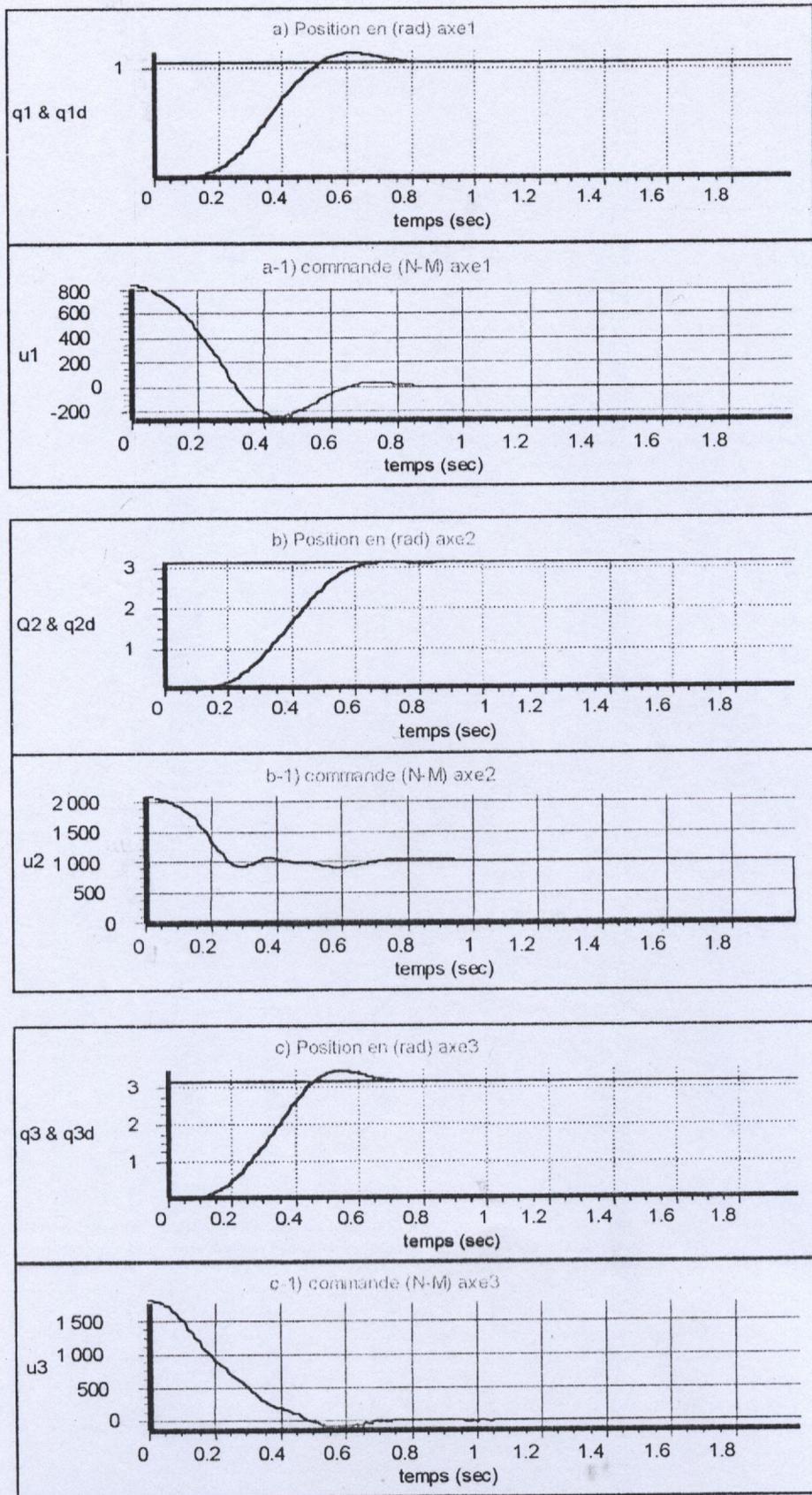


Fig (III-11) : Contrôleur flou de type MANDANI en mode de régulation chargé, et règles d'inférences complètes avec une charge  $\Delta M_3 =$  de 100kg.

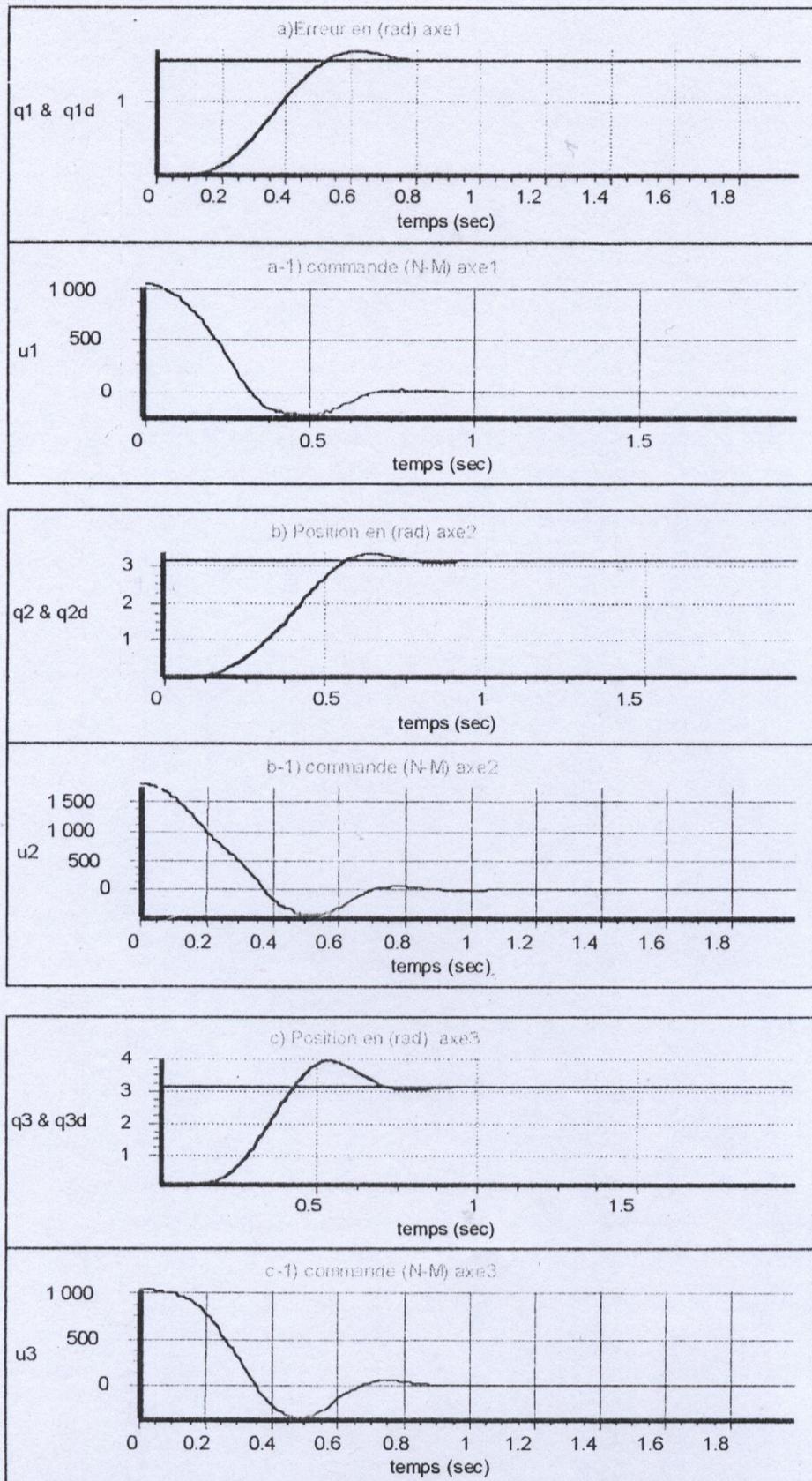


Fig (III-12) : contrôleur flou de type MANDANI, en mode de régulation non chargé, avec règles d'inférences incomplètes, inférence SOM-Prod.

coefficients de surface  $ke_1=3$ ,  $ke_2=2.3$ ,  $ke_3=0.7$ , et une charge de 25 kg.

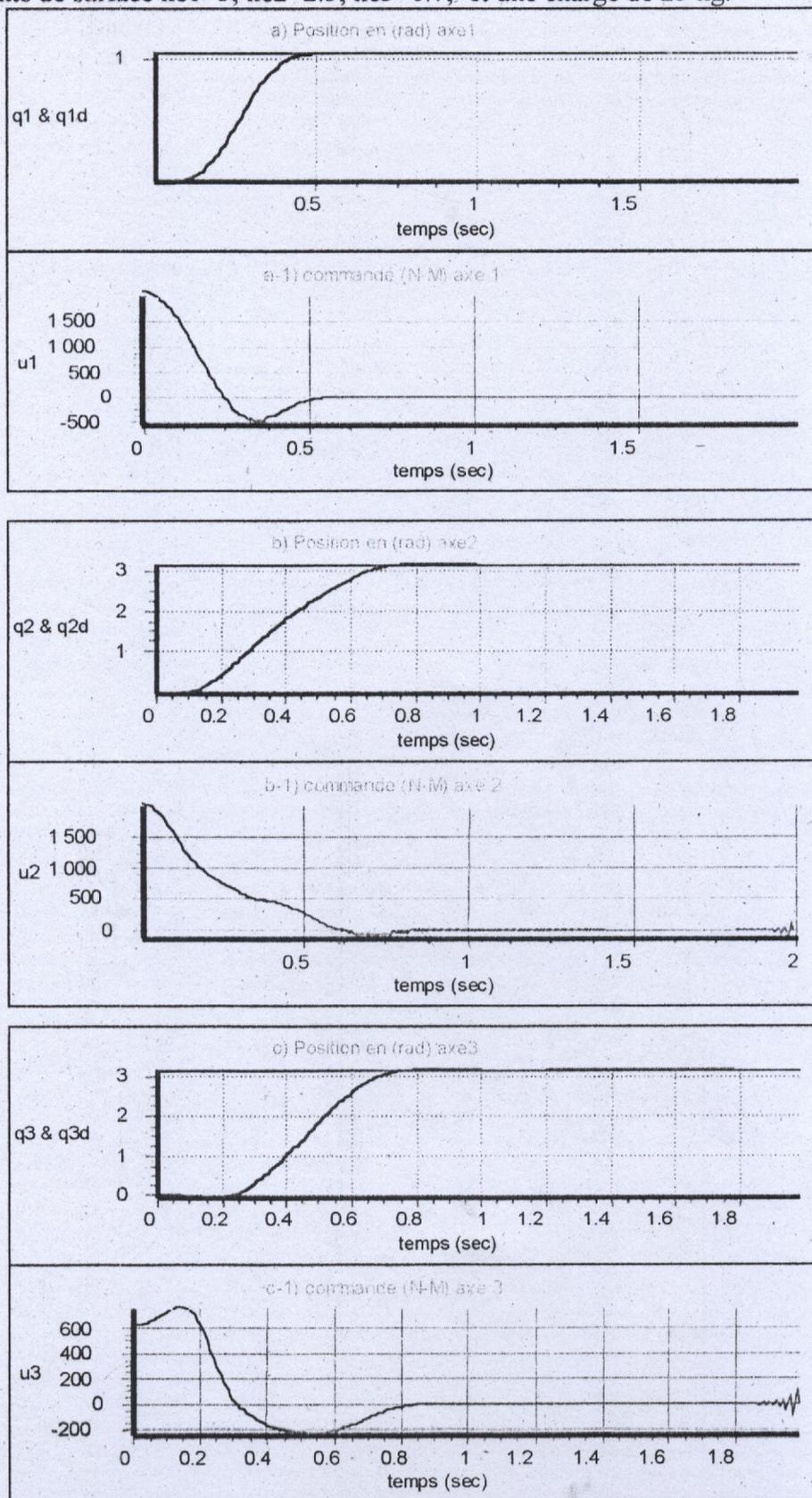
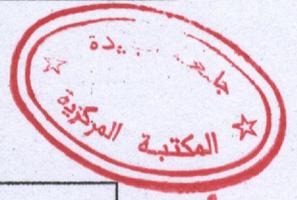


fig (III-13) : contrôleur de type MANDANI en mode de régulation chargé, méthode d'inférence SOM-PRODUIT et fonctions d'appartenances modifiables, (RII).



**5-1-2- contrôleur flou de type SUGENO:**

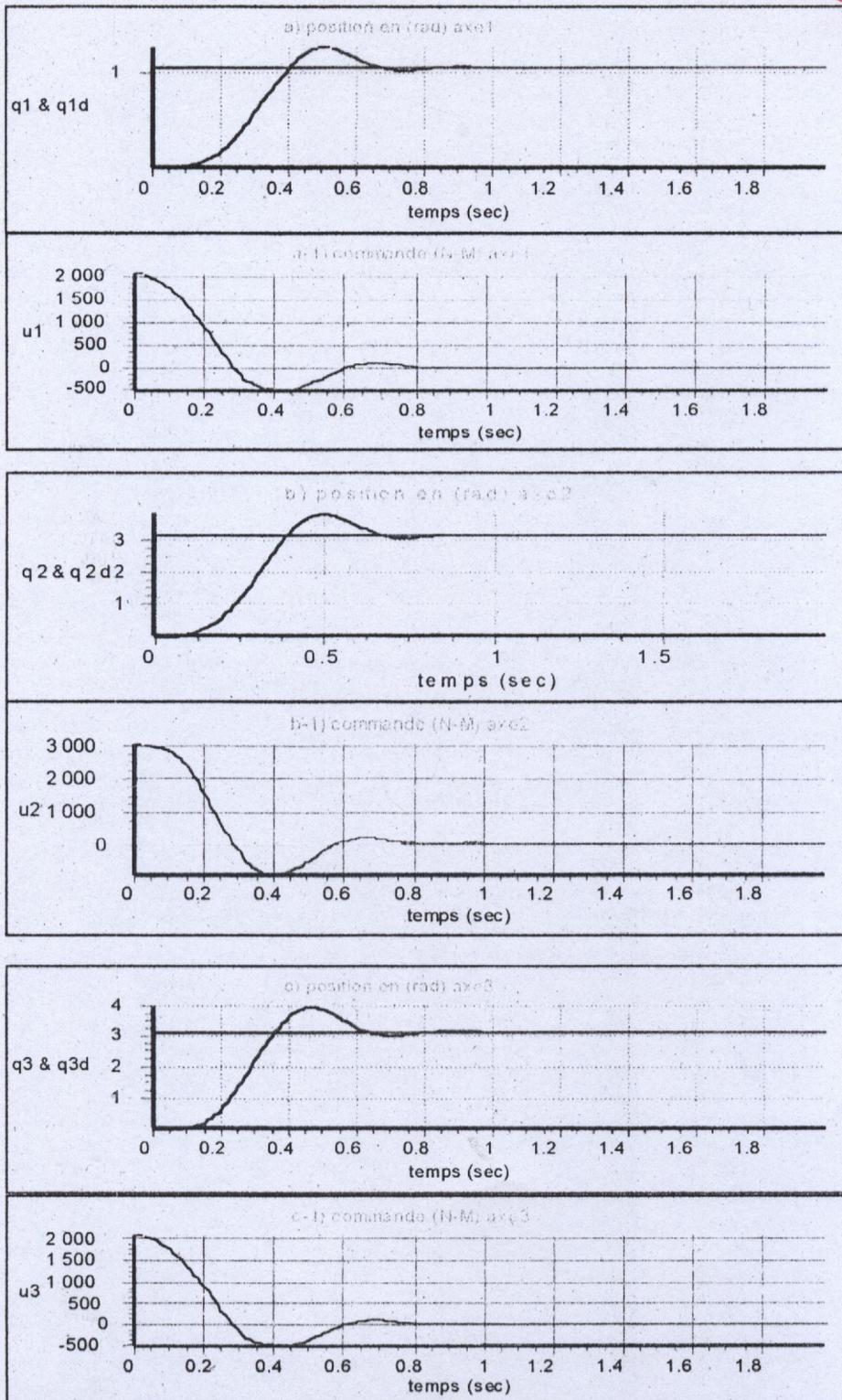


Fig (III-14) : Contrôleur de type SUGENO, mode de régulation non charger, inférence produit, règles complètes.

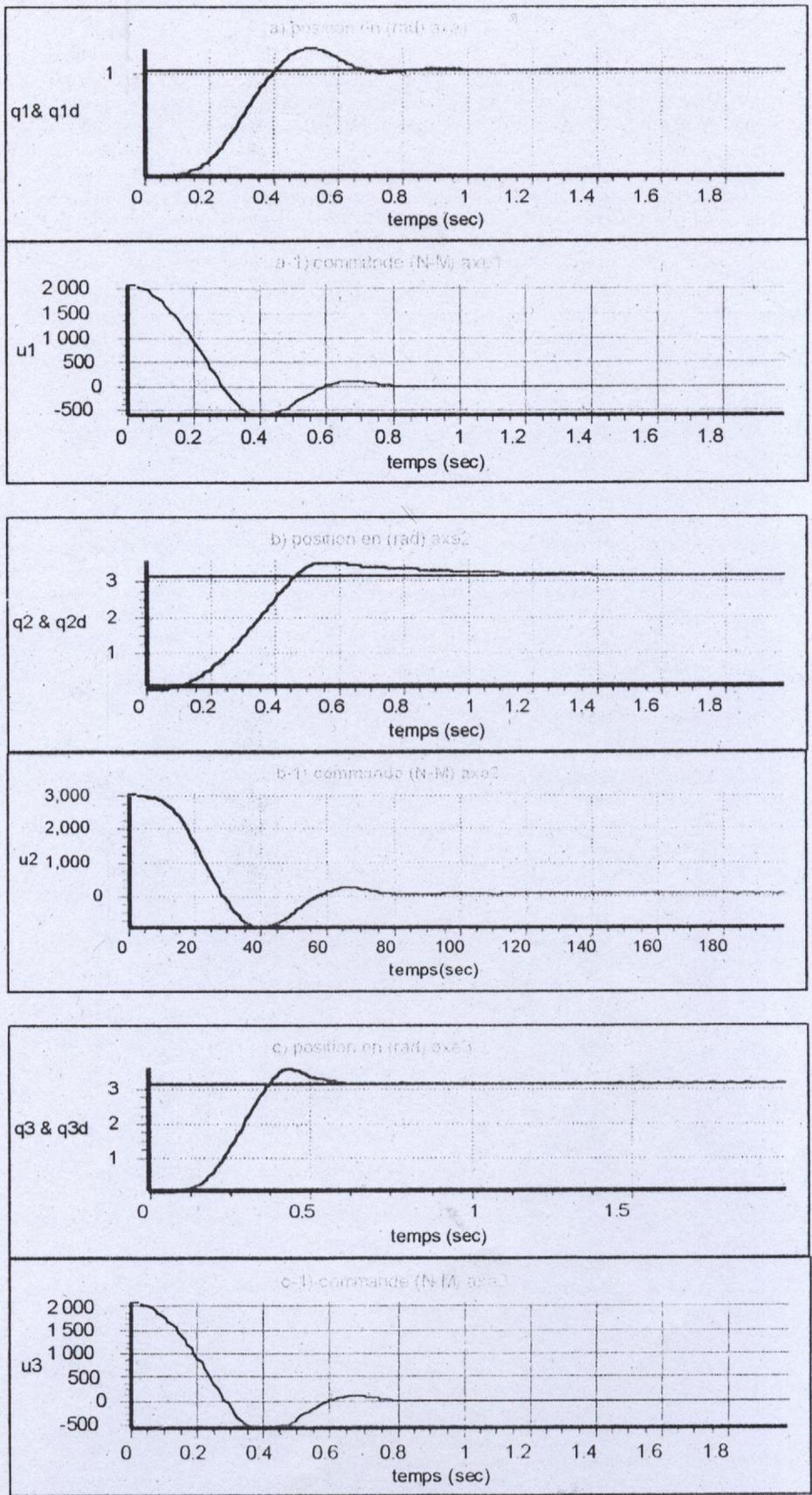


Fig (III-15) : Contrôleur de type SUGENO, mode de régulation chargé, inférence produit, règles complètes, et une charge de 80 kg.

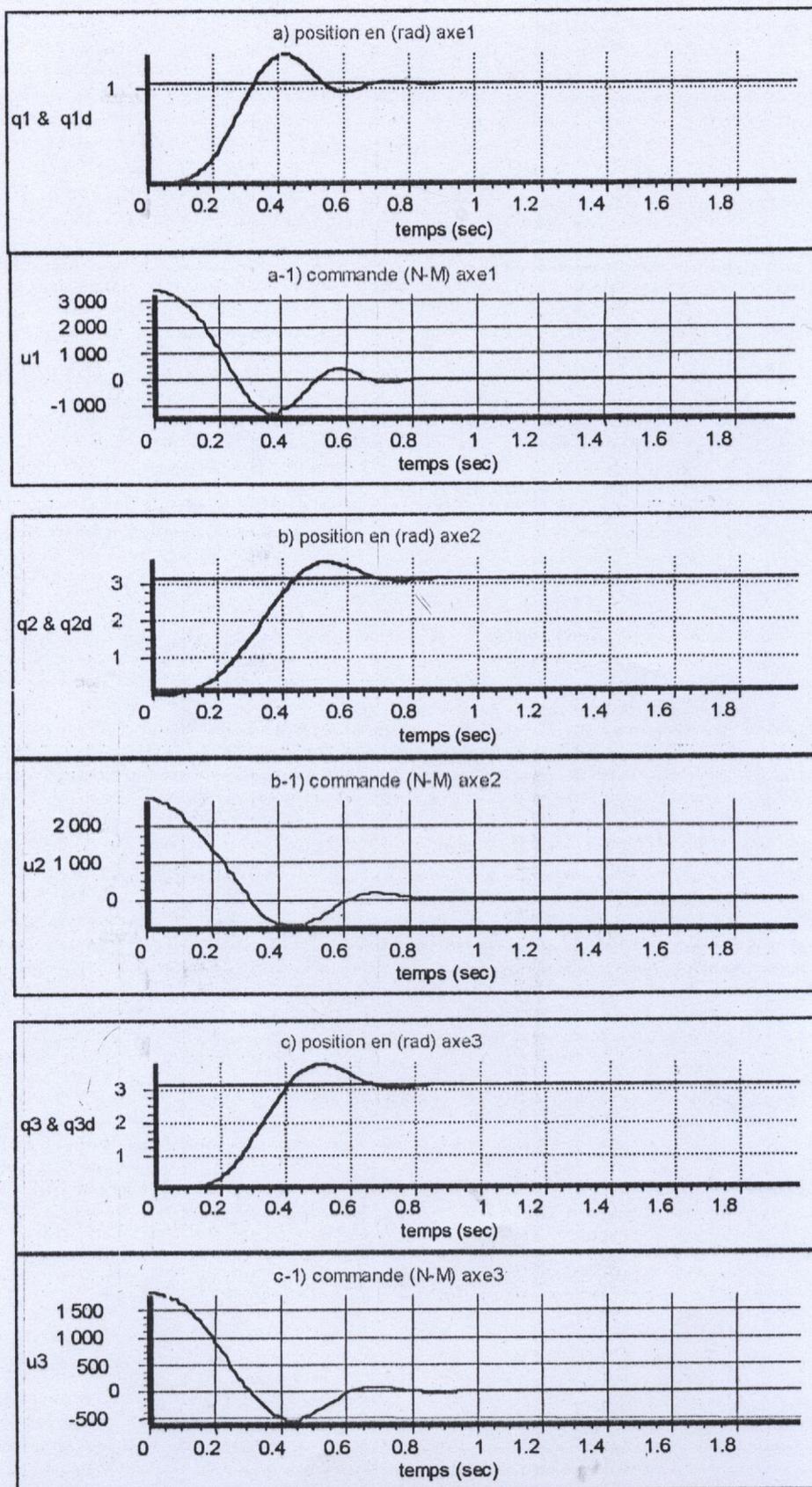


Fig (III-16) : Contrôleur de type SUGENO, mode de régulation non chargé, inférence produit, règles d'inférences incomplètes.

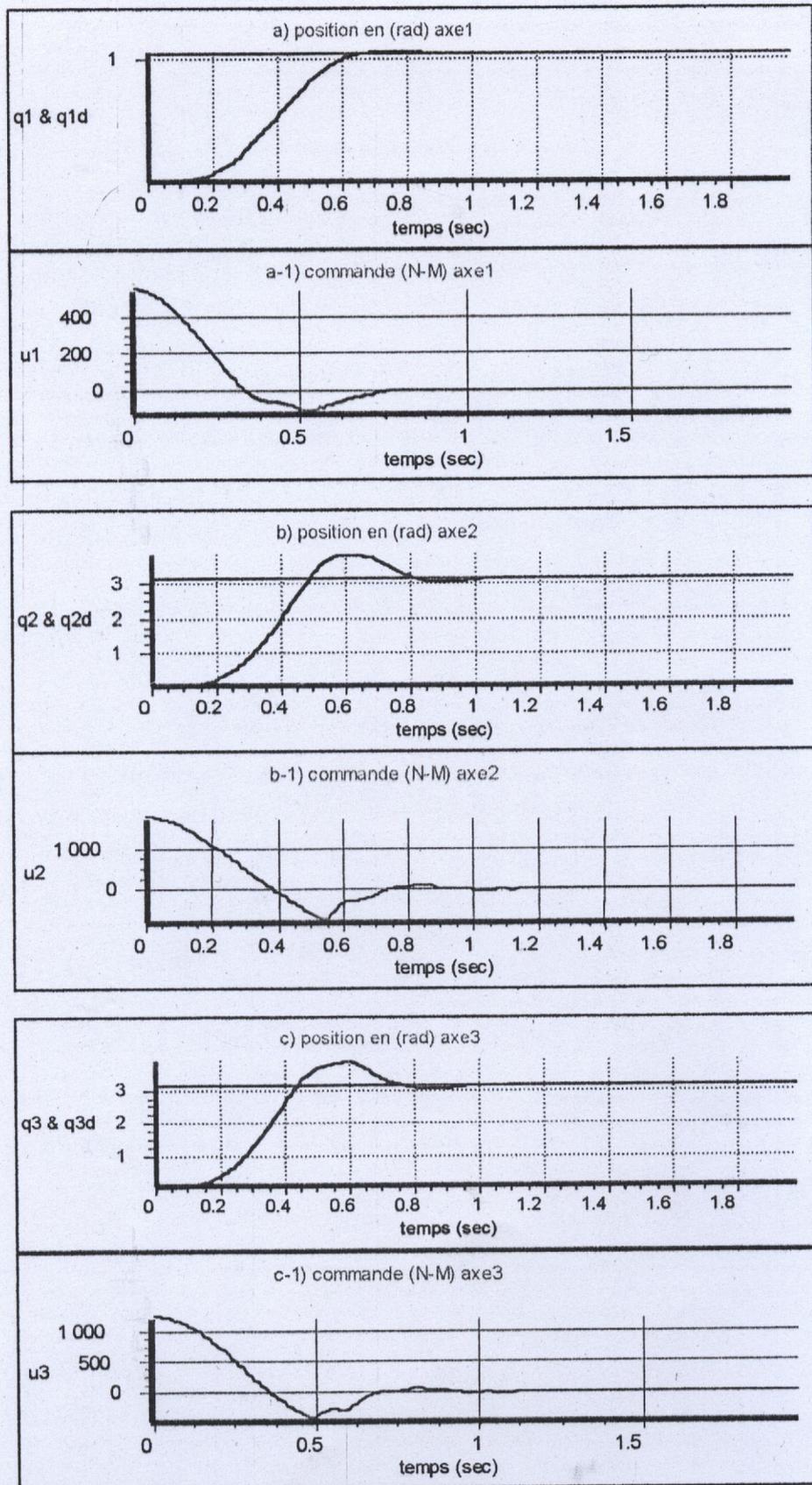


Fig (III-17) : contrôleur flou de type SUGENO, mode de régulation non chargé, inférence Min, règles d'inférences complètes.

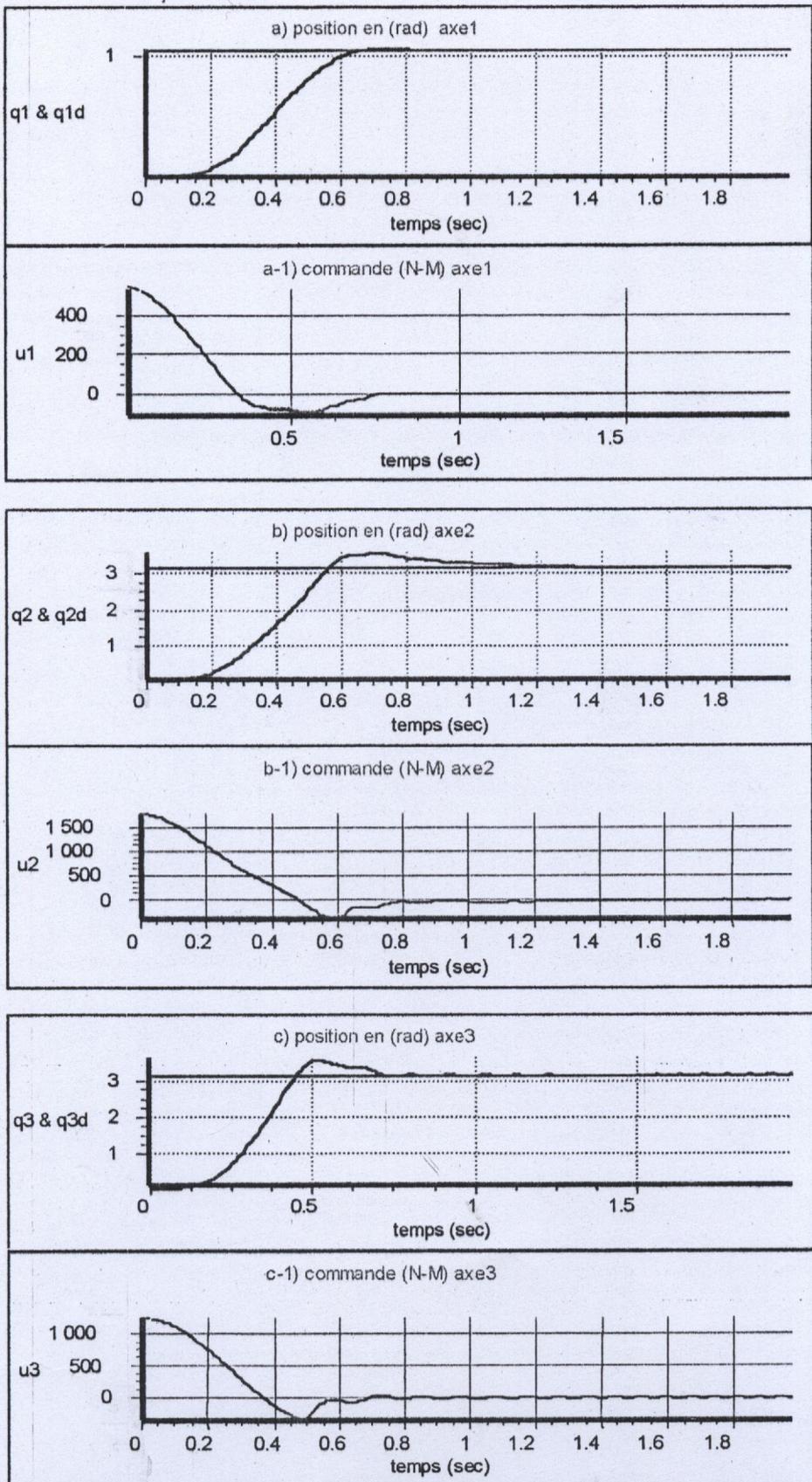


Fig (III-18) : Contrôleur de type SUGENO, Mode de régulation chargé, inférence Min, règles complètes avec une charge de 30kg.

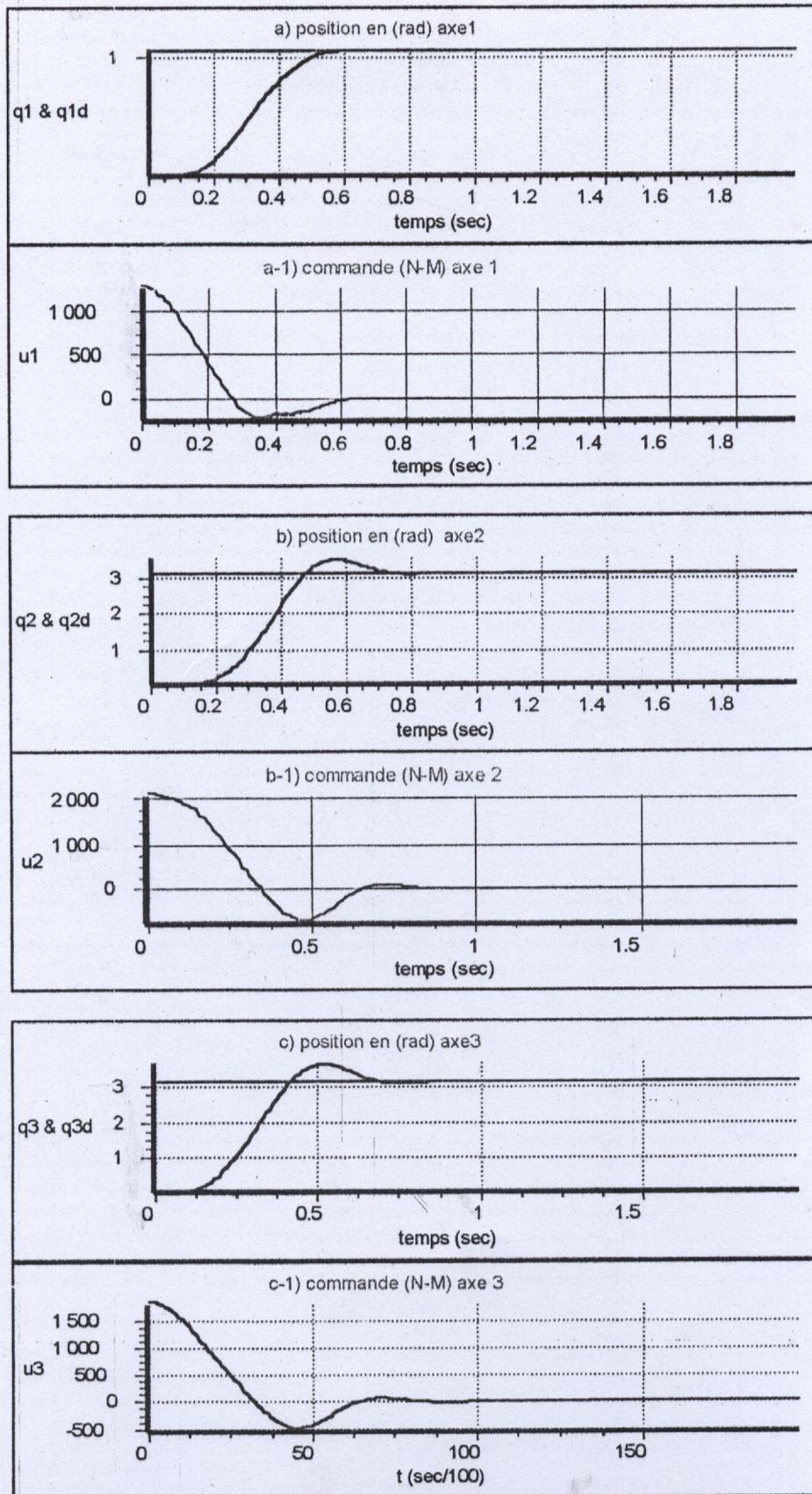


Fig (III-19) : Contrôleur de type SUGENO, mode de régulation non chargé, inférence Min, règles d'inférences incomplètes.

**5-2-Mode de poursuite :**

**5-2-1-Contrôleur de type MANDANI :**

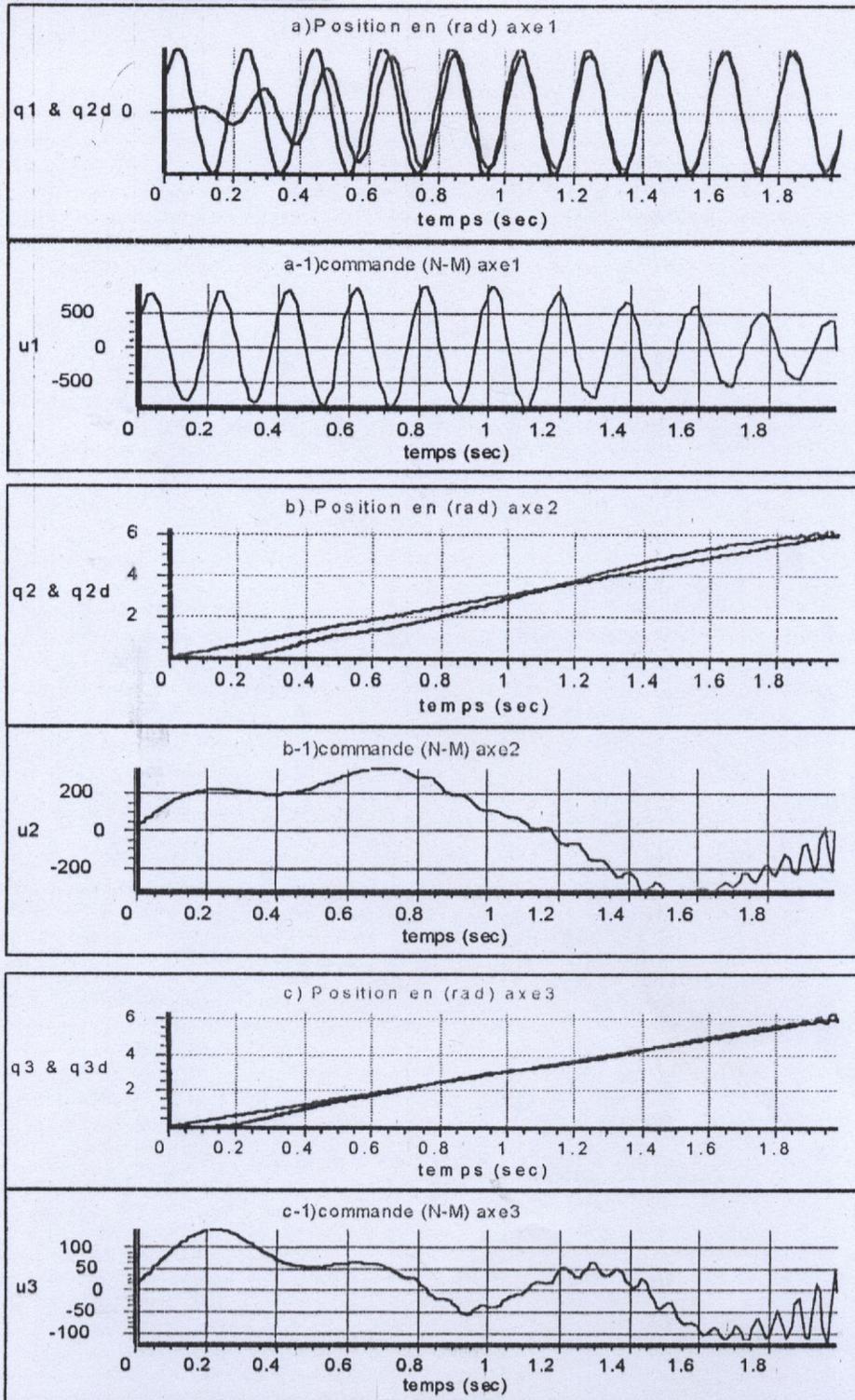


Fig (III-20) : Contrôleur de type MANDANI, inférence Som-Produit, règles d'inférences incomplètes avec une charge de 15 kg,

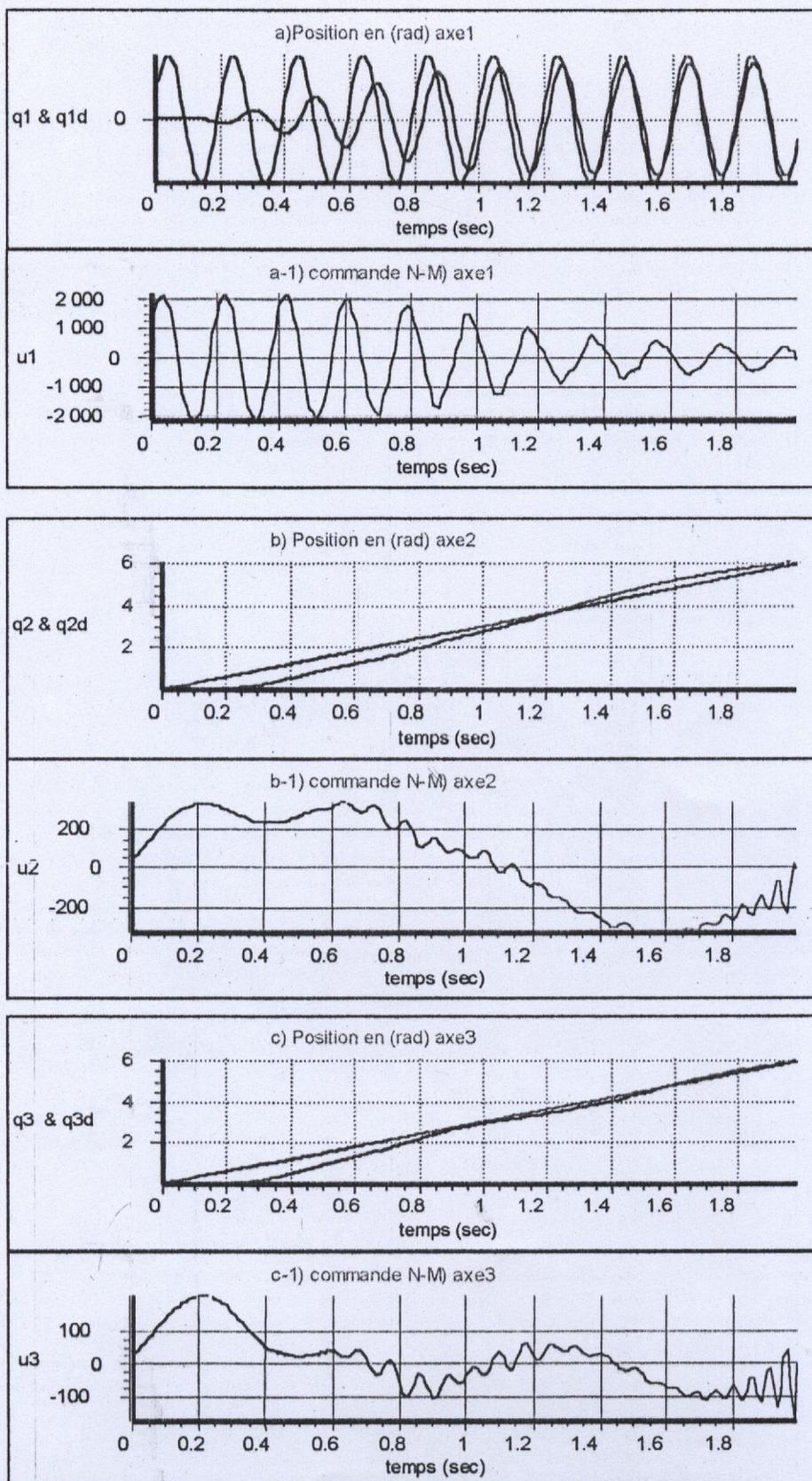


Fig (III-21) : Contrôleur de type MANDANI, inférence Som-Produit, fonctions d'appartenance modifié (RII), avec une charge de 15 kg, et des coefficients de surfaces  $ke_1=3$ ,  $ke_2=0.8$ ,  $ke_3=0.7$ .

**5-2-2-Contrôleur de type SUGENO :**

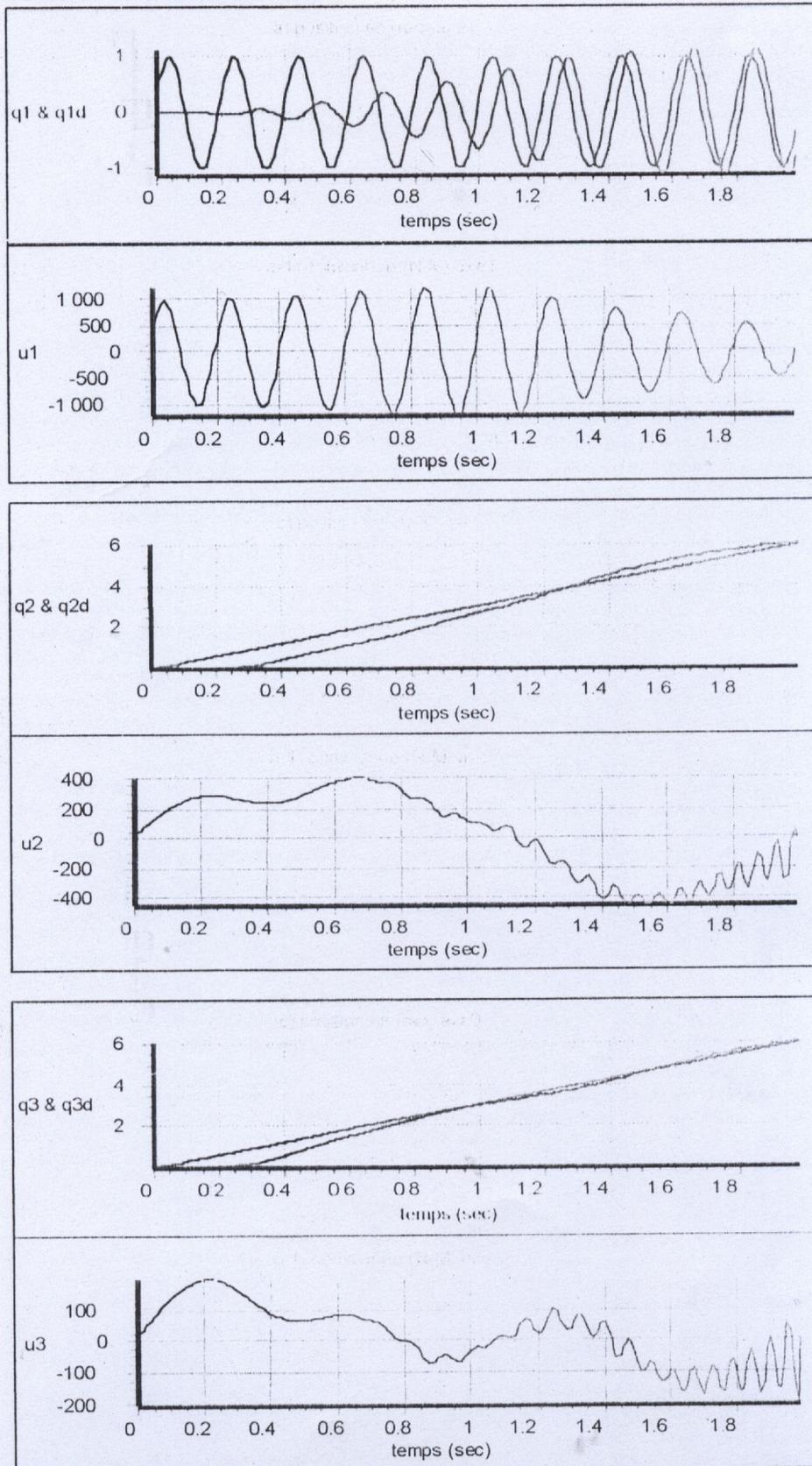


Fig (III-22) : Contrôleur de type SUGENO, règles incomplètes, inférence produit, chargé de 15 kg

**5-3-Perturbation :**

**5-3-1-Contrôleur de type MANDANI :**

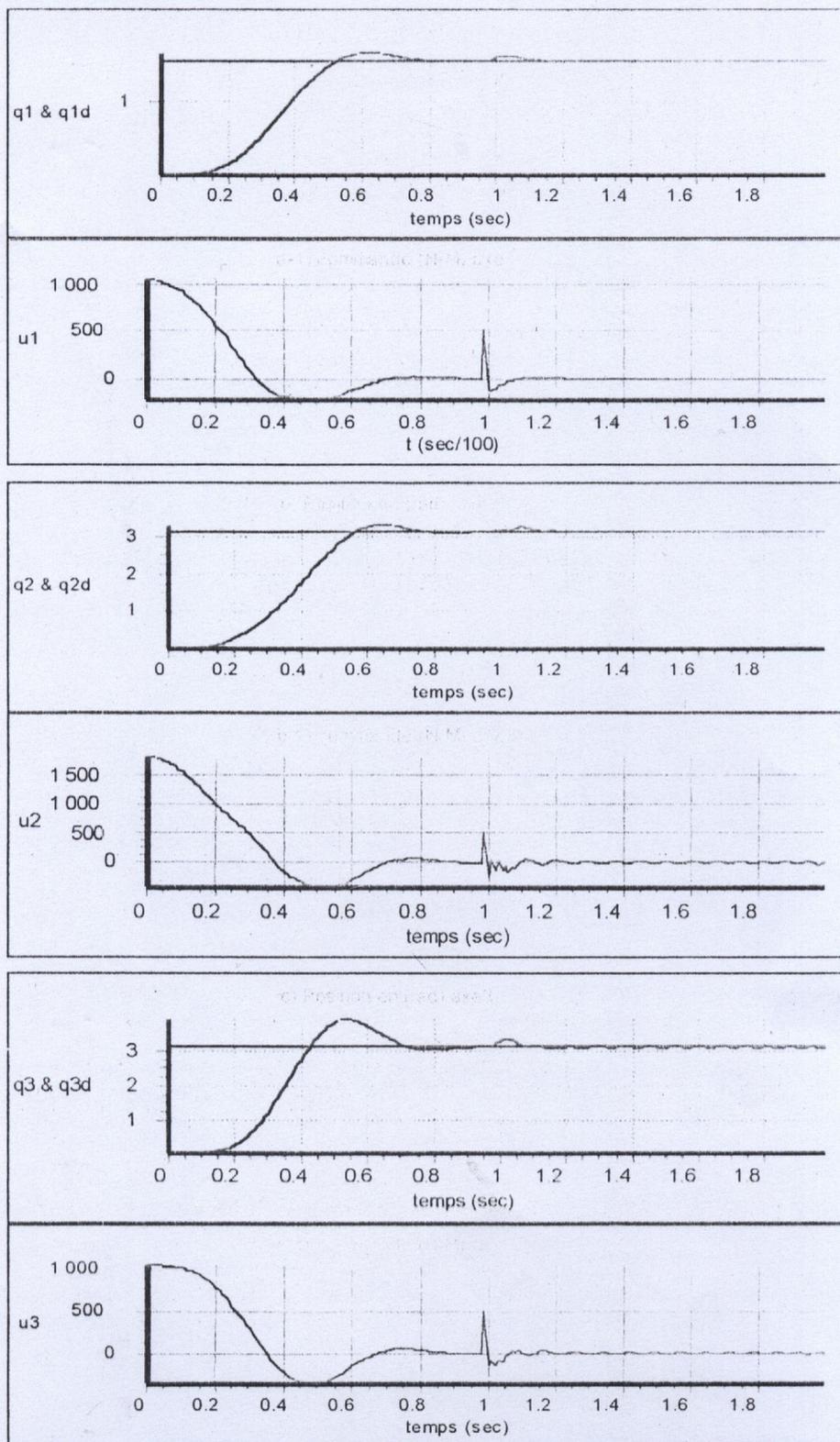


fig (III-23) : contrôleur de type MANDANI, inférence Som-Produit, règles incomplètes, non chargé avec perturbation d'amplitude  $A=500$ .

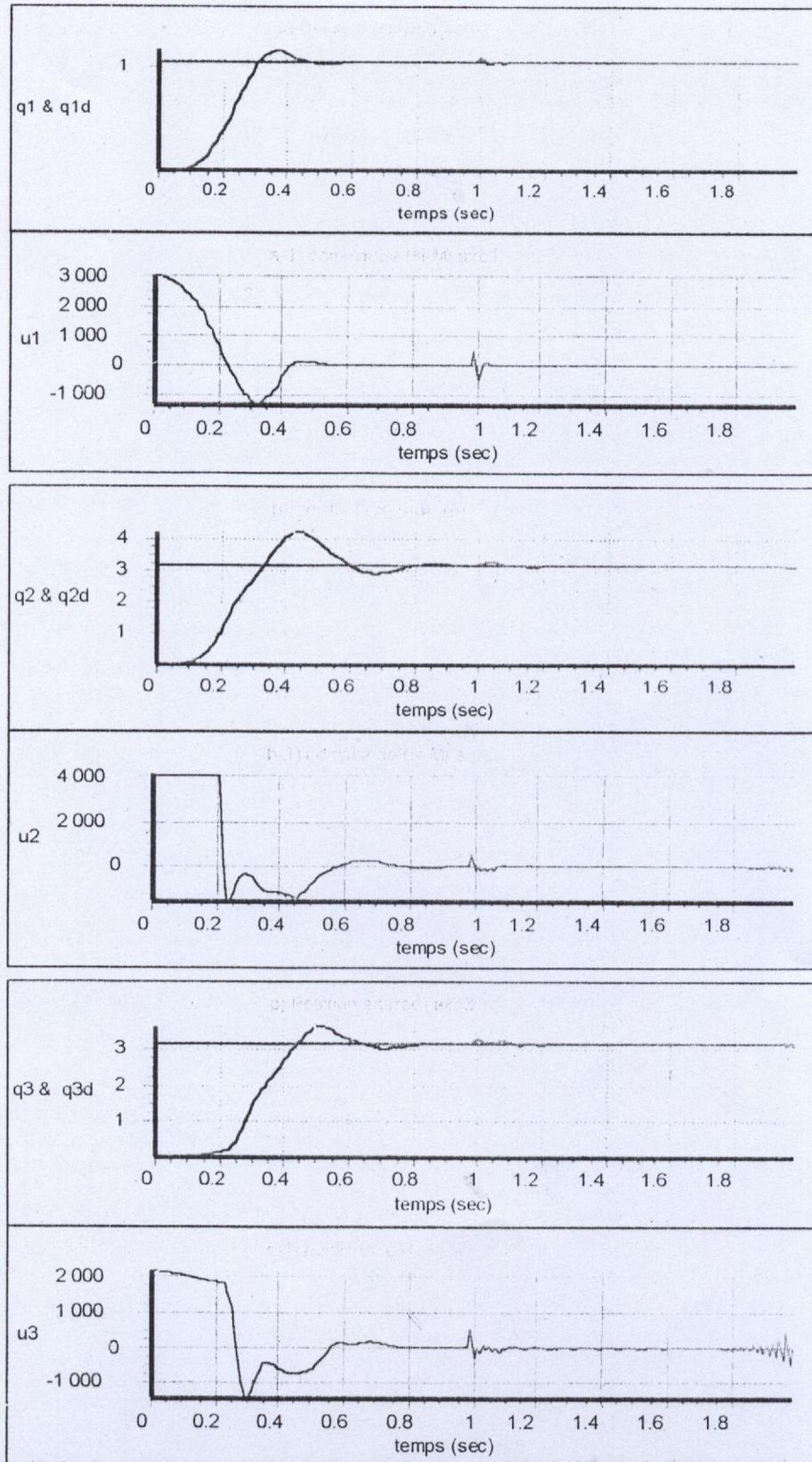


Fig (III-24) : Contrôleur de type MANDANI, inférence Som-Produit, fonction d'appartenances modifiables, (RII), non chargé, Perturbation d'amplitude  $A=500$ ,  $ke1=2.8$ ,  $ke2=0.4$ ,  $ke3=0.7$

**5-3-2-Contrôleur de type SUGENO :**

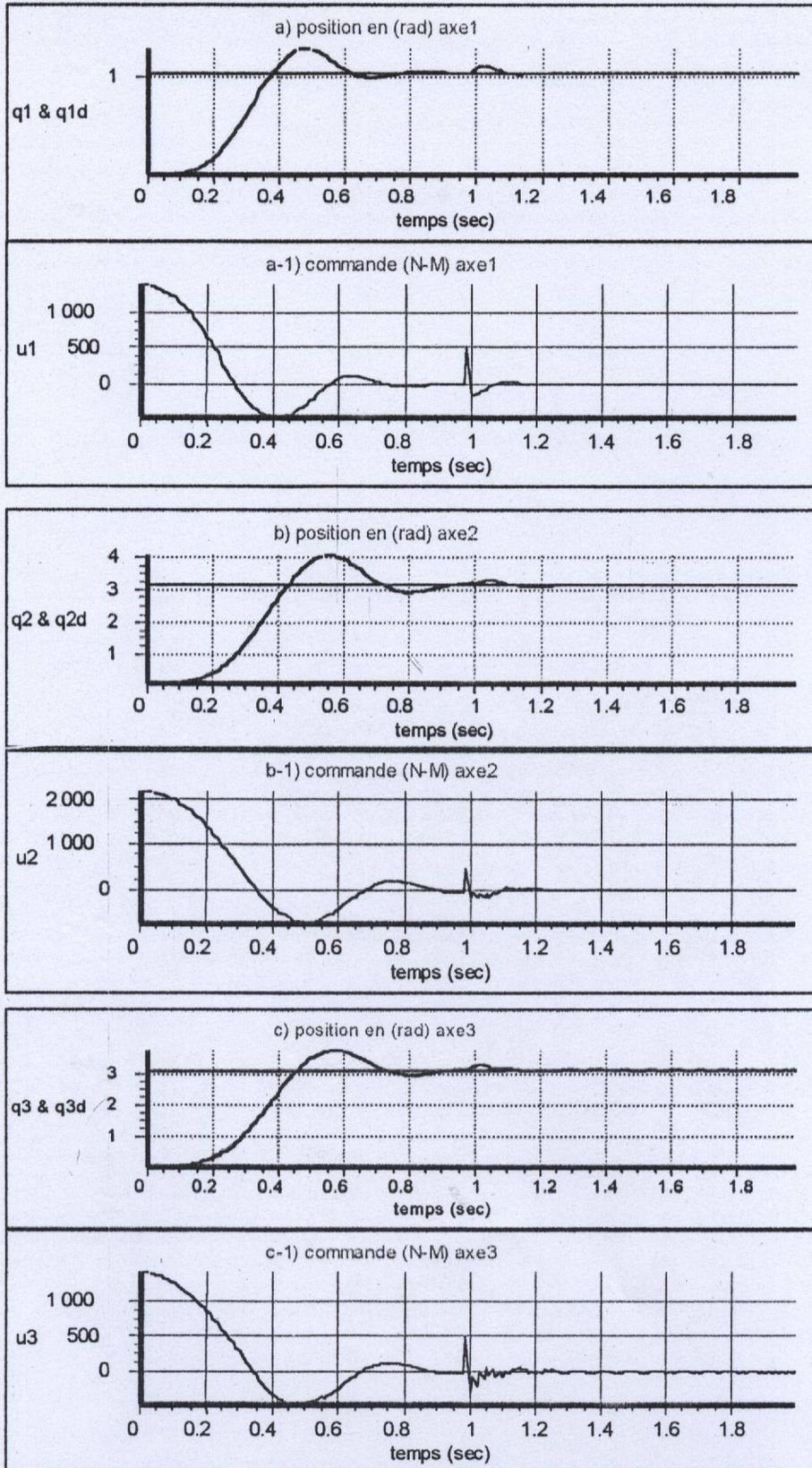


Fig (III-25) : Contrôleur de type SUGENO, inférence Produit, règles incomplètes, non chargé, Perturbation d'amplitude  $A=500$ .

**Conclusion :**

Dans cette partie nous avons présenté les résultats obtenus avec les deux types de contrôleur flous, celui de MANDANI et celui de SUGENO.

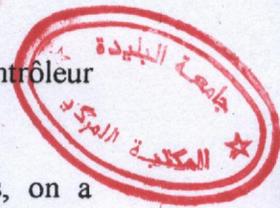
D'après ces résultats et les tests auxquels ces deux contrôleurs ont été soumis, on a remarqué que les deux contrôleurs sont peu sensibles aux variations de la masse manipulée. Néanmoins le système à commander atteint plus rapidement l'état désiré avec le contrôleur de type SUGENO en mode de régulation, ainsi que la masse manipulée peut être plus importante (80 kg) par rapport à la masse manipulée par le contrôleur de type MANDANI.

En mode de poursuite de trajectoire on a aussi remarqué d'après les résultats obtenus que le contrôleur de type SUGENO est plus performant que celui de type MANDANI.

Avec une amplitude de perturbation de ( $A=500$ ) les résultats obtenus avec les deux contrôleurs sont très proches.

Dans cette partie nous avons effectué des tests afin de vérifier la robustesse des contrôleurs flous de type MANDANI et SUGENO et de choisir l'un des deux contrôleurs pour réaliser une commande hybride (commande floue-algorithme génétique). Ces tests ont prouvé la robustesse des deux types de contrôleurs flous et quelques avantages du contrôleur de type SUGENO par rapport à celui de MANDANI. Ces avantages sont dus au nombre de paramètres de réglages qui sont plus élevés dans le contrôleur de type SUGENO ; ces paramètres sont les coefficients  $a_{ij}$  de la fonction  $F(e_i, ev_i)$ .

Les résultats obtenus avec le contrôleur de type SUGENO sont meilleurs que ceux obtenus par le contrôleur de type MANDANI. Cependant la mise au point du premier type est plus compliquée que celle du deuxième type et dépend d'un nombre de paramètres plus important. Pour ces raisons on a choisi de réaliser une commande hybride avec un contrôleur de type MANDANI.





# CHAPITRE IV

## LES ALGORITHMES GENETIQUES

## 1-Introduction :

Les algorithmes génétiques ont été développés à l'université du Michigan par le professeur JOHN H. HOLLAND et son équipe.

Dans les années 60s, JOHN H. HOLLAND expliqua comment ajouter de l'intelligence dans un programme informatique avec les croisements (échangeant le matériel génétique) et la mutation (source de la diversité génétique). Il formalisa ensuite les principes fondamentaux des algorithmes génétique :

- la capacité de représentation élémentaires, comme les chaînes de bits, à coder des structures complexes.
- Le pouvoir de transformations élémentaire à améliorer telles structures.

Plus récemment, David E. Goldberg enrichit la théorie des algorithmes génétiques. Il s'appuya sur le parallèle suivant :

- un individu est lié à un environnement par son code d'ADN.
- une solution est liée à un problème par son indice de qualité.

Une bonne solution à un problème donné peut être vue comme un individu susceptible de survivre dans un environnement donné.

L'emploi des algorithmes génétiques en commande de processus prend sa source, au moins partiellement, dans les difficultés rencontrées par la théorie de la commande traditionnelle face à des environnements complexes, incertains ou variant dans le temps. Ces difficultés requièrent une connaissance suffisamment précise et complexe du processus à commander (entre autres, une connaissance a priori de la structure du processus et des perturbations est nécessaire).

Il a été prouvé théoriquement et expérimentalement que les algorithmes génétiques sont des procédures robustes de l'exploration d'espaces complexes. Un grand nombre d'articles et de thèses de doctorat établissent la validité de la technique pour les applications d'optimisation, de fonction et de contrôle.

Ayant été reconnus comme une approche valide des problèmes nécessitant une exploration performante et économique du point de vue du calcul, les algorithmes génétiques sont maintenant appliqués plus largement aux domaines des affaires, à la recherche scientifique d'une manière générale, ainsi que pour l'ingénierie.

## 2-Description des algorithmes génétiques :

un algorithme génétique est un procédé qui permet de trouver une solution à un problème à partir d'un ensemble d'éléments choisis au hasard. Sa connaissance du problème à résoudre se résume à une fonction d'évaluation qui mesure la qualité d'un élément en tant que solution au problème.

Un algorithme génétique fait évoluer une population d'individus (agents) interagissant très simplement grâce aux mécanismes de la sélection naturelle : les individus les plus forts (au sens d'un critère qui est directement relié à la fonction combinatoire à maximiser) auront plus de descendants que les autres, jusqu'à un critère d'arrêt :

- soit le temps imparti est écoulé.
- Soit le meilleur élément de la dernière génération atteint un seuil de qualité fixé au départ.

Les algorithmes génétiques sont caractérisés par leur faculté de se reconfigurer face à un environnement inconnu de façon incrémentale et robuste.

Les algorithmes génétiques opèrent sur des populations de chaînes (appelé individus) ou (chromosomes), chaque individu ou chromosome est constitué d'un ensemble de paramètres appelé gènes. Les opérateurs génétiques sont appliqués aux générations de chaînes successives afin de créer de nouvelle population de chaînes.

La combinaison optimale de ces gènes est obtenue par le biais d'un processus se déroulant en trois étapes (fig VI-1) définies ci-dessous [10][15] :

- évaluation : les algorithmes génétiques évaluent chaque chromosome de la population courante par sa fonction d'adaptation (d'adéquation) citée par le problème (fonction à optimiser)
- sélection : l'algorithme génétique sélectionne les chromosomes en fonction de leur fonction d'adaptation, pour donner aux chaînes dont la valeur est plus grande une probabilité plus élevée de contribuer à la génération suivante et d'avoir des descendants.
- Reproduction : l'algorithme génétique recombine les individus sélectionnés au moyen d'opérateurs génétiques afin de générer les descendants.

Fonctionnement général d'un algorithme génétique :

- 1- Création de la population initiale.
- 2- Evaluation de chacun des chromosomes de la population initiale.
- 3- Sélection et regroupement des chromosomes par paires.
- 4- Application des opérateurs génétiques à chacune des paires.

5- Evaluation des nouveaux chromosomes et insertion dans la population suivante.

6- si le critère est atteint, l'algorithme génétique s'arrête et rend le meilleur chromosome produit ; sinon, l'algorithme retourne à l'étape 3.

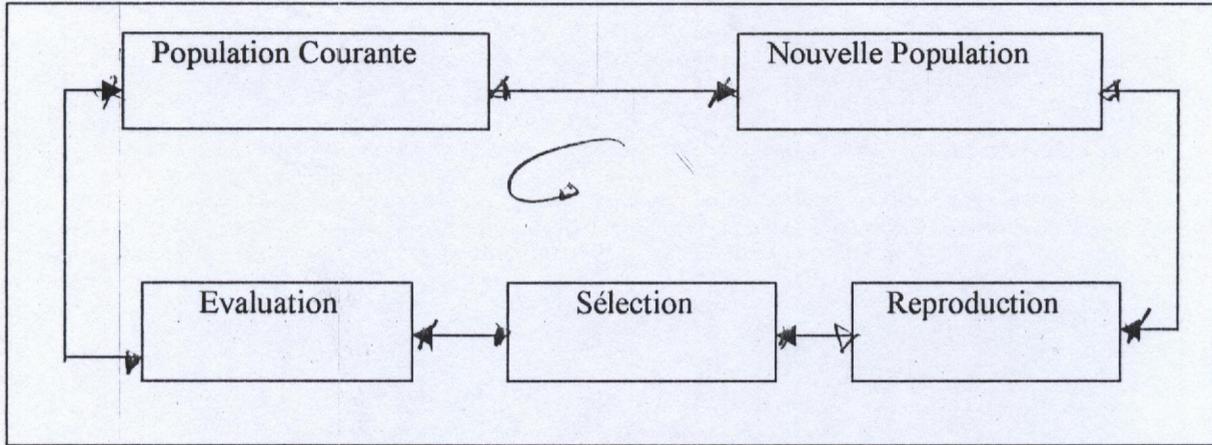


Fig. (IV-1) : Cycle d'un algorithme génétique

### 3- Les opérateurs génétiques :

Pour l'utilisation des algorithmes génétiques on prend au départ des chromosomes plus ou moins arbitraires, générés aléatoirement ou réalisant déjà un semblant de solution intuitive ou bien de réelles solutions, mais non optimales.

Un ensemble de chromosomes est sélectionné suivant la fonction d'évaluation dictée par le problème, pour générer les descendants.

De génération en génération la population doit s'améliorer pour tendre vers l'optimum de la fonction d'adaptation (le meilleur individu dans la dernière génération représente donc la meilleure solution développée pour le problème).

Les transitions entre générations se font par des opérateurs génétiques. En supposant que les gènes soient définis dans le codage par les lettres A, B, C, D, voici quelques opérateurs définis dans la littérature [11]:

- **La mutation** : dans un chromosome un gène choisi aléatoirement est remplacé par un autre gène choisi aléatoirement.

A B C D C B D A C C A

ancien chromosome

A B C A C B D A C C A

nouveau chromosome

- **La transposition** : dans un chromosome deux gènes choisis aléatoirement sont permutés.

ABCDCEDDBDA            ancien chromosome

ABCBCEDDDDA            nouveau chromosome

- **La transitivité** : dans un chromosome deux gènes consécutifs sont permutés.

ABCDCEDDBDA            ancien chromosome

ABCCDEDDDDA            nouveau chromosome

- **L'inversion** : une position est choisie dans un chromosome et les deux parties sont permutées.

ABCDDEECDBDA            ancien chromosome

CDBDAABCDDE            nouveau chromosome

- **L'inversion partielle** : dans un chromosome une partie choisie aléatoirement est inversée.

ABCDDEECDBDA            ancien chromosome

ABCDCEDDBDA            nouveau chromosome

- **Le croisement** [31]: une partie d'un chromosome est remplacée par celle d'un autre chromosome pour produire deux descendants. Trois cas de figures peuvent se présenter pour cet opérateur :

**Croisement uniforme :**

ABCDBDCADDC

ABCDCACCBDC

CDBDCACCBDC

CDBDBDCADDC

Parents

descendants

**Croisement point par point :**

ABCDBDCADDC

ABCDCDCADDC

CDBDCACCBDC

CDBDBDCADDC

| Parents                          | descendants  |
|----------------------------------|--------------|
| <b>Croisement par tronçons :</b> |              |
| ABCDBDCADDC                      | ABCDCA CADDC |
| CDBDCA CCBDC                     | CDBDBDCCBDC  |
| Parents                          | descendants  |

C'est l'opérateur génétique le plus puissant car il produit deux descendants comportant chacun une bonne partie de la solution.

Un algorithme génétique simple est un AG dans lequel les opérateurs génétiques utilisés sont le croisement uniforme et la mutation. Ces opérateurs génétiques sont tirés et appliqués au hasard à chaque génération.

### Mécanismes de bases :

L'algorithme génétique de base repose sur la représentation binaire. Ce choix le rend virtuellement applicable à tous les problèmes dont les solutions sont transportables en binaire. Il emploie par ailleurs des chaînes de bits pour la représentation des chromosomes, la méthode de la roue de loterie pour la sélection des chromosomes et les opérateurs génétiques binaire (le croisement et la mutation).

### Mécanismes avancés :

L'algorithme génétique avancé surclasse l'algorithme de base en terme de temps de convergence vers une solution. Il emploie à cette effet une représentation réelle des chromosomes qui élimine toutes les opérations de conversion, mais en contre partie, elle rend l'algorithme plus dépendant du problème traité. Les opérateurs génétiques utilisés pour la phase de reproduction sont le croisement réel et la mutation réelle qui manipule des variables réelles.

#### **4-Les algorithmes génétiques pour la commande de processus :**

Les difficultés d'emploi des algorithmes génétiques sont fondamentalement liées aux problèmes suivants [15][16]:

- Trouver un moyen pour coder de façon efficace et générique tous les paramètres de commande appropriés sous la forme d'un ou de plusieurs individus.
- Définir une fonction d'aptitude (d'adaptation) mesurant la qualité de la commande obtenue à partir d'un individu.

Le codage et la définition de la fonction d'aptitude doivent remplir deux conditions :

- Ils doivent être le plus indépendants possible de l'application envisagée et ne nécessiter qu'un minimum d'informations à priori sur le processus et sa structure.
- L'emploi des algorithmes génétiques doit pouvoir se faire en ligne, afin de pouvoir réaliser une commande adaptative en temps réel.

Lorsque l'on dispose d'un modèle précis du processus, ce qui permet d'effectuer un certain nombre d'essais en simulation, sans dégradation du processus, les algorithmes génétiques peuvent être utilisés en tant que méthode de recherche puissante pour le calcul des points de fonctionnement optimaux (commande hors ligne).

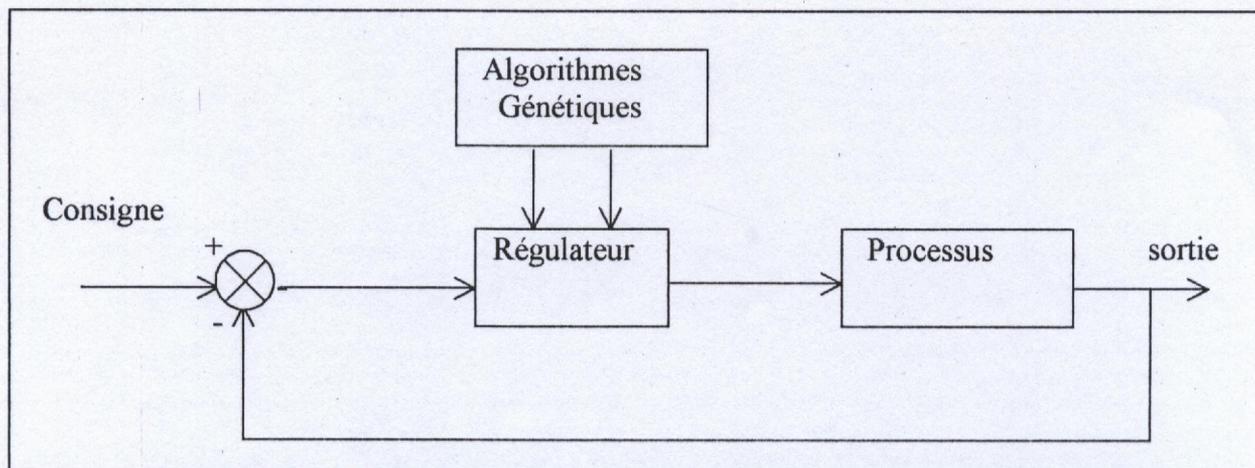
Néanmoins cette propriété est rare dans un milieu industriel, ce qui rend l'utilisation directe des AG loin d'être simple pour la réalisation d'une commande adaptative en temps réel.

Il existe deux techniques pour éviter les contraintes liées à l'application directe des AGs

- Réaliser une commande hybride où les AGs agissent comme correcteur d'un régulateur linéaire préexistant qui dépend des paramètres réglables et/ou possède une structure modifiable ; les AG sont alors utilisés pour contribuer à la recherche d'une structure optimale ou de paramètres optimaux (fig. (V-2)).

Le régulateur linéaire peut être un régulateur classique PID, à structure variable ou un régulateur flou ou un régulateur neuronal.

- Réaliser un système mixte de modélisation et l'élaboration de stratégie. Cette approche consiste à séparer le problème en deux étapes :
  - la construction d'un modèle du processus.
  - la construction d'une stratégie basée sur le modèle identifié.



**Fig. (IV-2): Principe de base de la commande hybride**

**5-Application de la commande hybride à un robot manipulateur :**



**5-1-Introduction :**

Dans notre application nous allons réaliser une commande hybride AG-contrôleur flou. Dans cette approche, la partie de la structure susceptible d'être modifiée est : soit les règles composant la base de règles, soit l'ensemble des opérateurs flous utilisés, ou encore la table de décision elle-même. Les paramètres modifiables pourraient être ceux définissant les fonctions d'appartenance des ensembles flous[08].

Parmi ces différents paramètres nous avons choisi d'appliquer les algorithmes génétiques pour le choix de bonnes règles(nombre de règles constant) dans la table d'inférence du contrôleur flou, afin d'améliorer les performances du système.

**5-2-Le codage :**

La représentation binaire des chromosomes est la plus utilisée dans les problèmes d'optimisation par algorithme génétique. Néanmoins dans notre application cette représentation nécessite deux bits pour chaque prédicat ce qui rend la longueur des chromosomes importants, et plus les chromosomes sont longs, le temps de traitement sera long. Pour cette raison nous avons opté la représentation par chaîne de caractère.

Le moyen utilisé pour le codage des paramètres de commande au sens des AGs est le suivant :

Chaque table de décision représente un chromosome et chaque gène représente la conclusion d'une règle d'inférence :

$$PL \rightarrow A \quad EZ \rightarrow B \quad NL \rightarrow C$$

Pour une table d'inférence à 9 règles :

|     |    | E1     |        |        |
|-----|----|--------|--------|--------|
|     |    | NL     | EZ     | PL     |
| Ev1 | NL | PL (A) | PL (A) | EZ (B) |
|     | EZ | PL (A) | EZ (B) | NL (C) |
|     | PL | EZ (B) | NL (C) | NL (C) |

Chromosome1 : (PL,PL,EZ,PL,EZ,NL,EZ,NL,NL)

$$\Leftrightarrow (AABABCBC)$$

Pour une table d'inférence à 5 règles :

|     |    |        |        |        |
|-----|----|--------|--------|--------|
|     | E1 |        |        |        |
|     | NL | EZ     | PL     |        |
| Ev1 | NL | PL (A) |        |        |
|     | EZ | PL (A) | EZ (B) | NL (C) |
|     | PL |        | NL (C) |        |

Chromosome :(AABCC)

**5-3-La fonction d'adaptation :**

L'un des problèmes majeurs dans l'application des AGs est la définition d'une fonction de qualité qui est capable de mesurer les performances de la commande réalisée. Cette fonction doit être la plus indépendante possible de l'application de façon à ne nécessiter qu'un minimum d'informations sur le système à commander.

Notre objectif est d'obtenir une commande en ligne, pour cette raison nous avons choisis dans chaque itération un chromosome qui représente la meilleure solution. La qualité de cette solution est mesurée par l'erreur en position et l'erreur en vitesse obtenue par le chromosome représentant la table d'inférence.

La fonction d'adaptation (fonction à maximiser) que nous avons retenue pour notre application afin de mesurer la qualité de la commande obtenue par chaque chromosome est :

$$F_i = k \cdot \frac{1}{e_i^2 + ev_i^2}$$

$e_i$  : représente l'erreur de position

$ev_i$  : représente l'erreur de vitesse

$i$  : 1,2,3.

**5-4- La sélection :**

la méthode de sélection naturelle la plus couramment employée pour l'algorithme génétique est dite ' méthode de la roue de loterie '. Chaque chromosome occupe un secteur de la roulette dont l'angle est proportionnel à son sa fonction d'adaptation. Ainsi, un chromosome considéré comme bon aura une fonction d'adaptation élevée, ainsi qu'un large secteur de la roulette, et par conséquent aura plus de chances d'être sélectionné.

L'algorithme génétique sélectionne chaque individu avec une probabilité  $\frac{f_i}{\sum_n f_i}$

( $n$  étant le nombre de chromosomes de la population).

Pour réaliser la sélection des chromosomes nous avons utilisé le principe de la roue de loterie qui est le suivant :

- additionner les fonctions d'adaptation de tous les membre de la population (chromosomes ) appeler le résultat « qualité totale »  $F_T$
- générer un nombre  $N$  aléatoire entre 0 et la « qualité totale » .
- sommer les fonctions d'adaptation  $f_i$  jusqu'à atteindre un nombre supérieur ou égale à  $N$ , sélectionner le chromosome  $i$ .

### **5-5- La reproduction :**

Pour passer de l'ancienne a la nouvelle génération, les chromosomes sélectionnés sont combinés par des opérateurs génétiques qui sont à leur tour appliqués aléatoirement.

Les opérateurs génétiques utilisés dans notre application pour avoir des descendants à partir de la population courante sont :

- le croisement uniforme qui a été réalisé avec une probabilité  $P_C=55/60$ .
- la mutation avec une probabilité  $P_M=3/60$ .
- la transposition avec une probabilité  $P_{TP}= 3/60$ .
- transivité avec une probabilité  $P_{TV} = 3/60$ .

Il n'existe pas de taux universels pour les opérateurs génétiques. Cependant, les taux utilisés tournent tous autour des mêmes valeurs.

L'algorithme génétique travaille ensuite par générations successives, la commande appliquée sur le bras manipulateur et obtenue par le contrôleur flou dont la table d'inférence représente le meilleur chromosome de chaque génération.

### **5-6-Mise au point :**

Cette phase est importante dans la réalisation de la commande hybride, elle représente le réglage des paramètres du régulateur flou de façon à être adaptée à la structure d'un AG.

Le problème rencontré pour la réalisation du contrôleur hybride flou-AG est la perte des chromosomes réalisant la solution optimale, perte due à la phase de reproduction. Pour pallier ce problème nous avons sauvegardé dans chaque itération les deux premiers meilleurs chromosomes, à ne pas rentrer dans la phase de reproduction, puis nous les remettons dans la

population courante pour être sélectionnés avec les autres chromosomes. Cette méthode pratique nous a permis de sauvegarder les meilleurs chromosomes dans chaque population.

La partie suivante présente les différents résultats de simulation pour un contrôleur flou optimisé par un algorithme génétique (hybride flou-AG). Ces résultats sont présentés en mode de régulation, en mode de poursuite, et en mode de poursuite dans les coordonnées opérationnelles, on détermine aussi les valeurs limites de fonctionnement du système.

## **6-Résultats de simulation :**

Dans cette partie nous allons donner les différents résultats obtenus en simulation, d'une commande floue optimisée par un algorithme génétique (hybride flou-algorithme génétique), appliquée sur le bras manipulateur de type ERRIC réduit à ses trois premiers degrés de liberté.

Cette simulation contient les résultats obtenus en mode de régulation et en mode de poursuite de trajectoire avec ou sans charge, les résultats obtenus par l'application d'un signal de perturbation impulsionnelle et d'un signal de perturbation continue, la charge maximale tolérée par le système et l'amplitude maximale d'un signal de perturbation impulsionnelle et d'un signal de perturbation continue.

**Mode de régulation** : Dans ce mode, on fixe le point de départ et l'objectif à atteindre sans se soucier de la façon d'y parvenir.

Nous avons fixé l'état initial à des positions, vitesse et accélérations nulles et l'état désiré à des positions  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = (\pi/3, \pi, \pi)$  avec une vitesse et une accélération nulles.

le pas d'échantillonnage = 0.01 s.

**Mode de poursuite** : Dans ce mode, une trajectoire est imposée pour l'évolution du système entre l'état initial et l'état final. Dans la simulation on a opté pour les trajectoires suivantes :

$$q_1(t) = \sin(\pi/20 \cdot T) \quad \text{pour le premier axe}$$

$$q_2(t) = 0.06 \cdot T + 0.01 \quad \text{pour le deuxième axe}$$

$$q_3(t) = 0.06 \cdot T + 0.01 \quad \text{pour le troisième axe. Avec } T = t \cdot N \quad \text{où } N \text{ représente le nombre d'itérations.}$$

$$\dot{q}_1(t) = \pi/20 \cdot T \cdot \cos(\pi/20 \cdot T) \quad \text{pour le premier axe, } \dot{q}_2(t) = 0.06 N, \quad \text{pour le premier axe}$$

$$\dot{q}_3(t) = 0.06 N. \quad \text{pour le premier axe.}$$

Les graphes de vitesse sont donnés par  $v_1, v_2, v_3$  tels que  $v_i(t) = \dot{q}_i(t) / N$ .

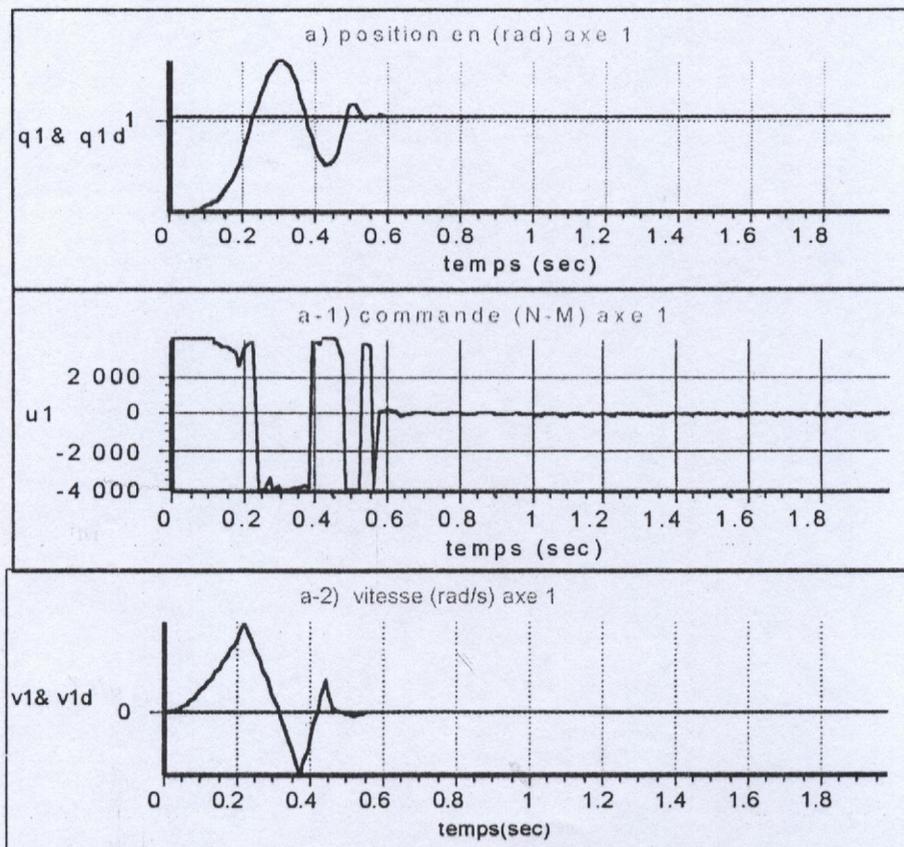
Les contrôleurs hybrides étudiés en simulation sont les contrôleurs flous-algorithme génétique avec 40 chromosomes, et avec 60 chromosomes pour des règles complètes (9 gènes) et incomplètes (5 gènes).

Pour la comparaison du contrôleur hybride flou-algorithme génétique avec la commande à structure variable, nous avons opté pour le contrôleur flou avec fonction d'appartenance modifiable, et des règles d'inférence complètes, optimisées par un algorithme génétique avec 60 chromosomes de 9 gènes chacun.

### 6-1-Mode de régulation :

D'après les résultats obtenus on remarque qu'en mode de régulation non chargé le système commandé par un contrôleur hybride atteint l'état désiré à l'instant  $t=0.6$  s pour l'axe 1 et  $t=0.5$  s pour le second et le troisième axes (fig (IV-3)). On remarque aussi que les commandes  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  varient de façon brutale, cela est dû à la variété de chromosomes au début du contrôle, jusqu'à ce que l'on aboutisse à une majorité de chromosomes réalisant la meilleure solution.

En mode de régulation chargé ( $\Delta M_3=30$  Kg), l'influence de la charge est peu apparente sur le système.



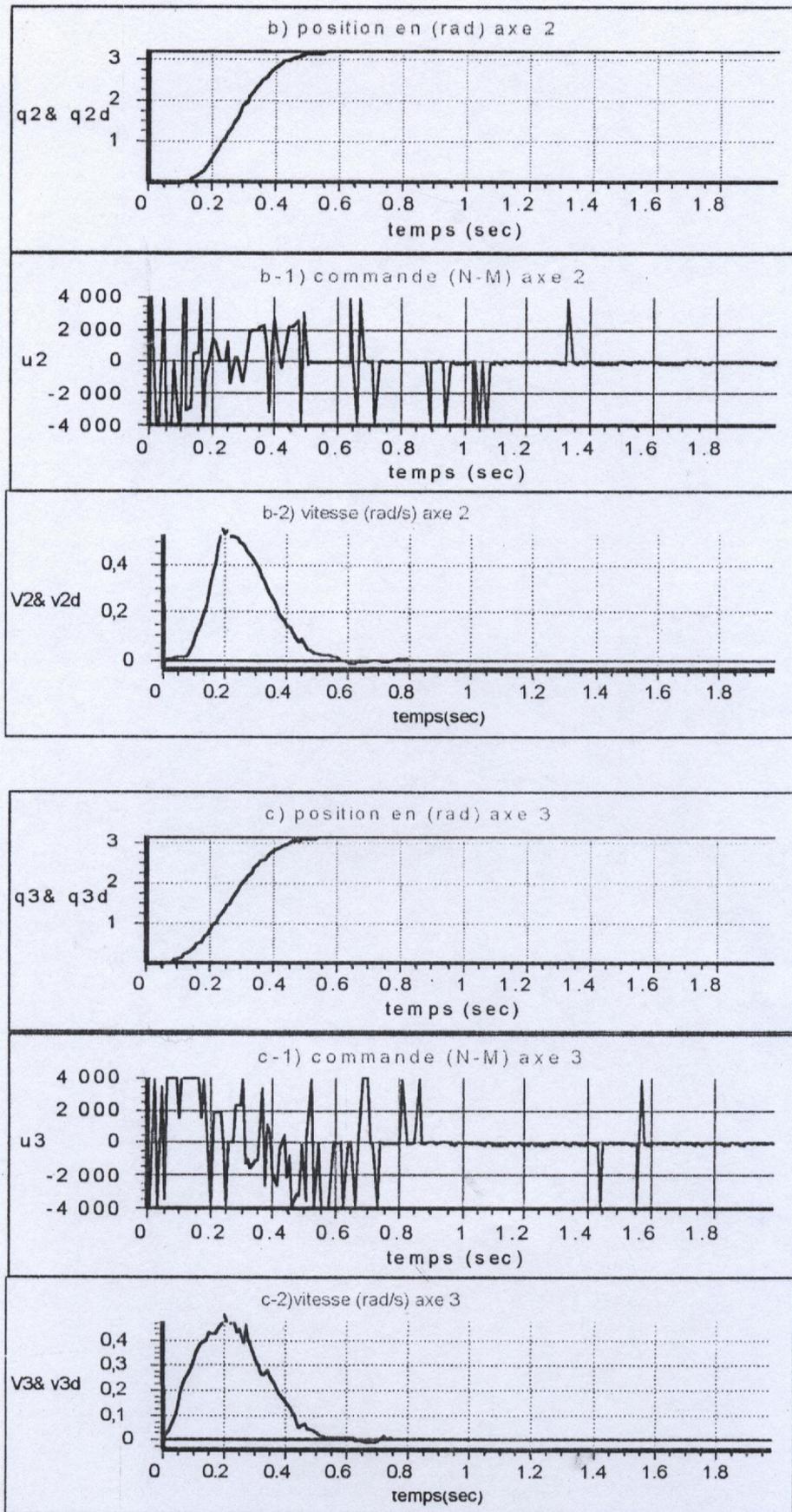
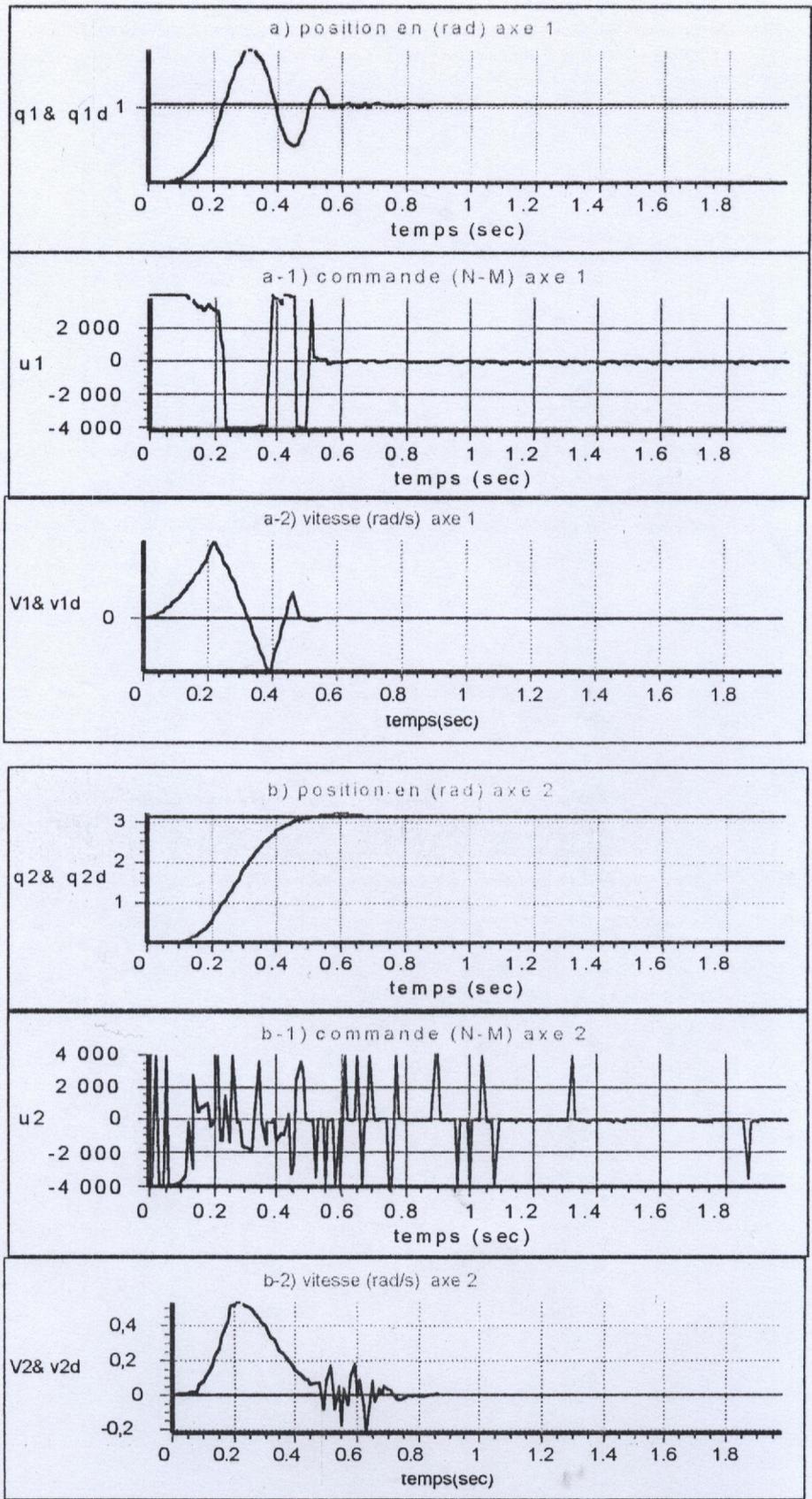


Fig (IV-3) : contrôleur hybride en mode de régulation non chargé.



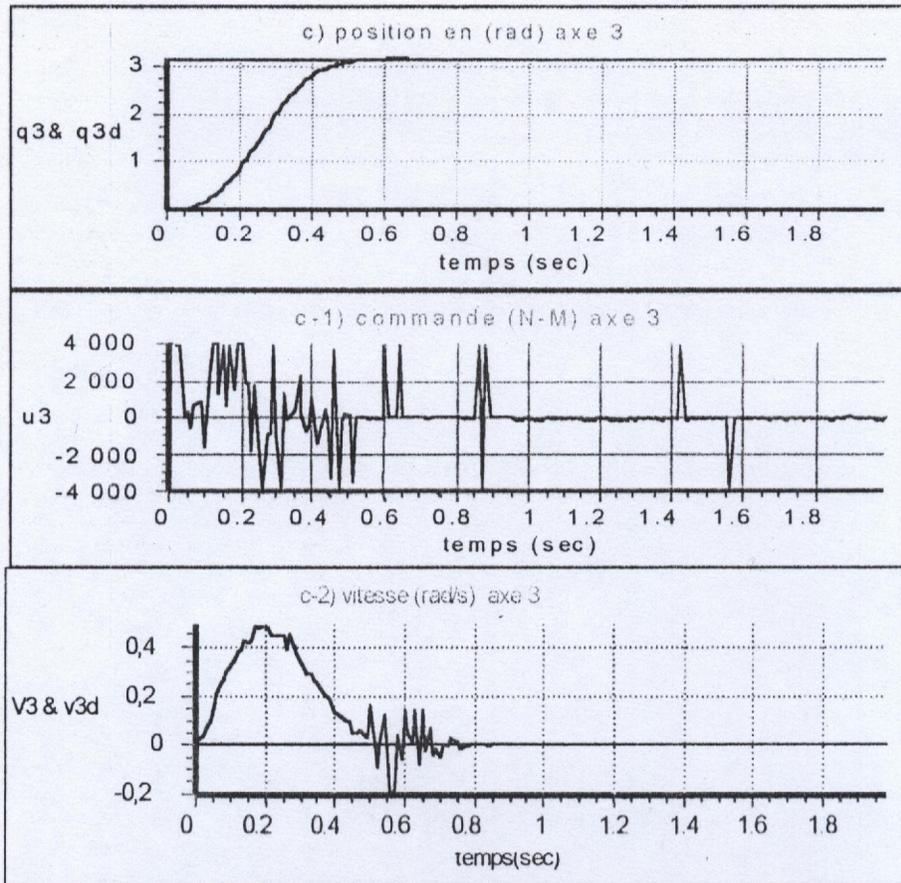
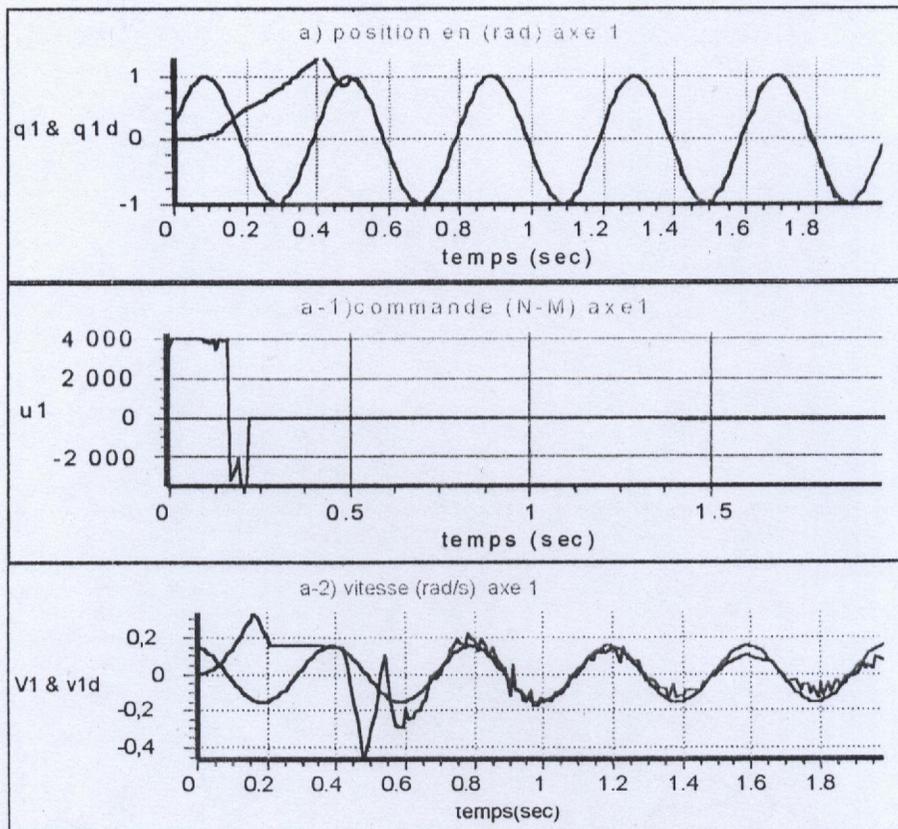


Fig (IV-4) : contrôleur hybride en mode de régulation chargé,  
avec une charge  $\Delta M_3=30\text{kg}$ .

**6-2-Mode de poursuite :**

En mode de poursuite non chargé l'erreur de position s'annule à  $t=0.5$  s pour la commande hybride. Cela pour l'axe1 (fig (IV-5)); dans le deuxième et le troisième axe l'erreur de position s'annule à  $t=0.55$  s.

L'influence d'une charge de 27Kg en mode de poursuite chargé, apparaît sur les commande  $u1$  et  $u2$  par une variation brutal (fig (IV-6)).



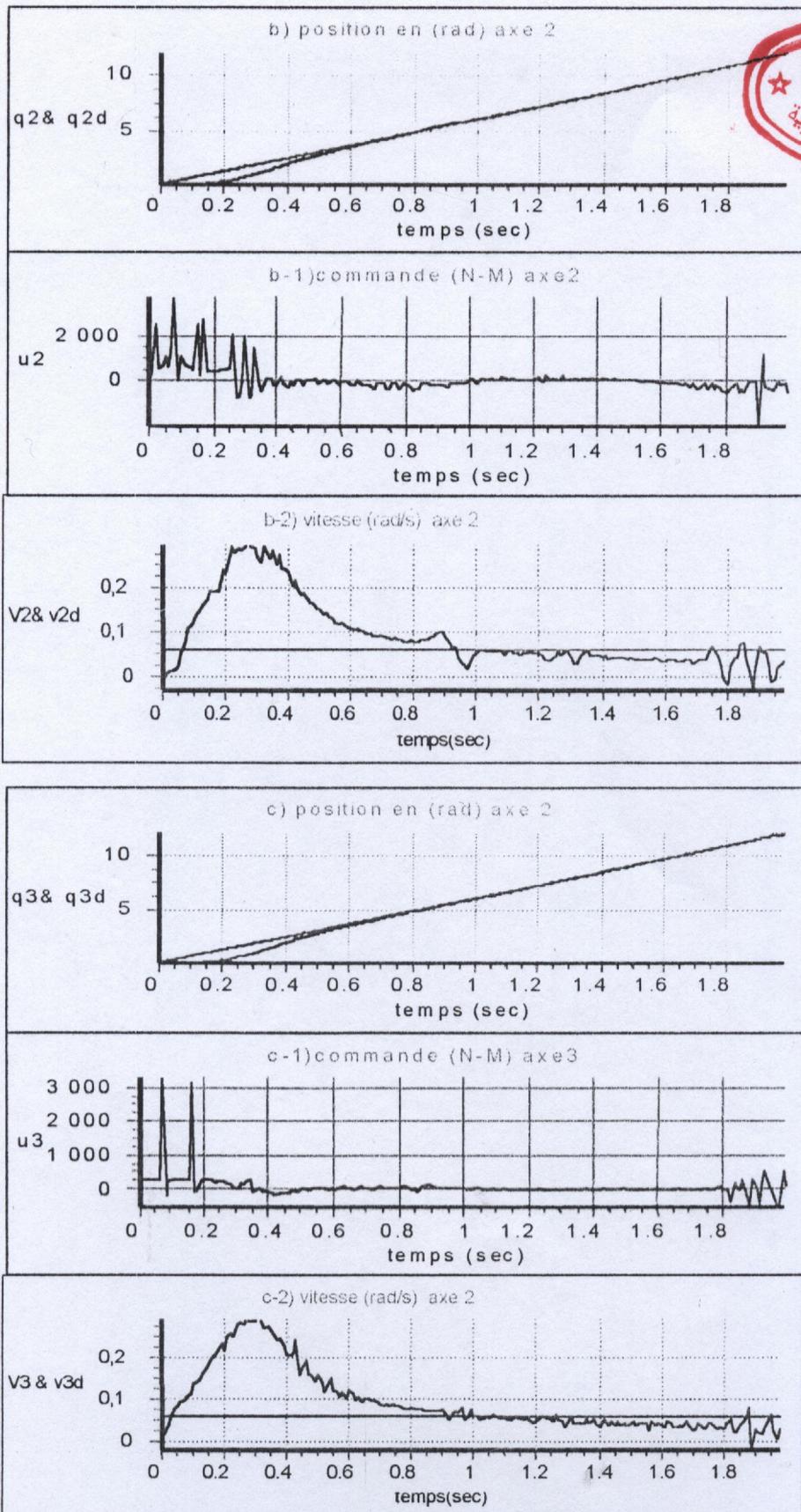
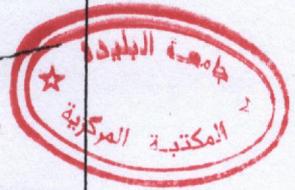
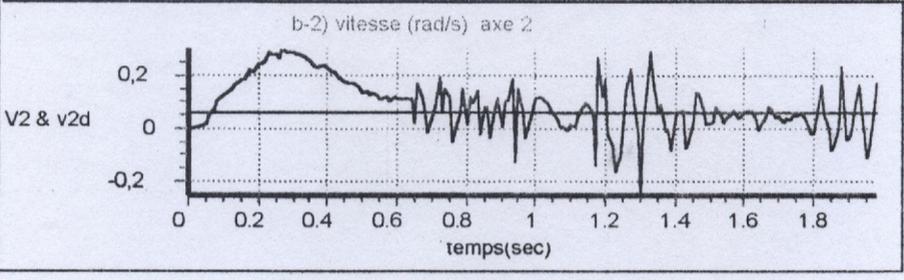
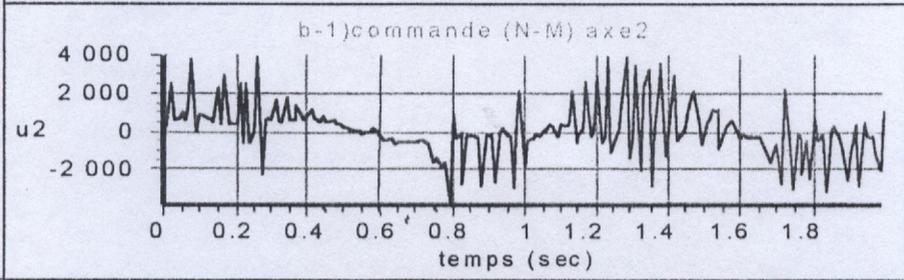
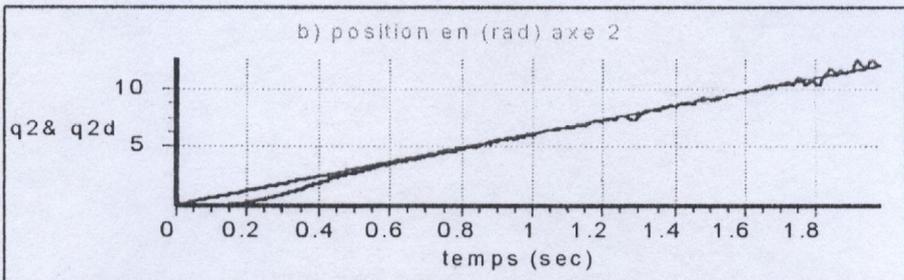
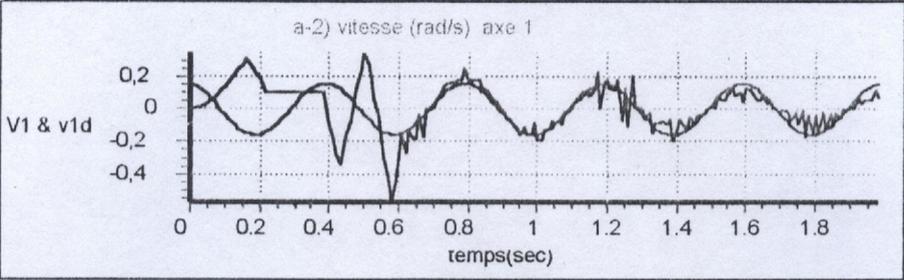
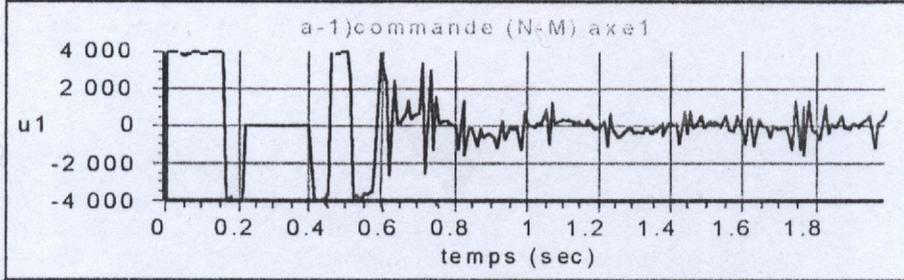
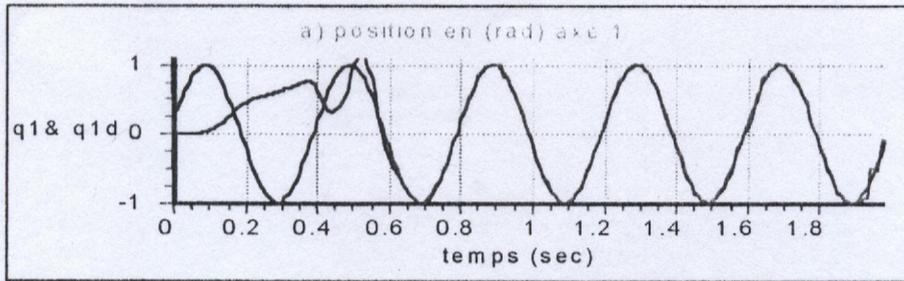


Fig (IV-5) : contrôleur hybride en mode de poursuite non chargé, avec RIC  $ke_1=2.9$ ,  $ke_2=0.5$ ,  $ke_3=0.8$ .



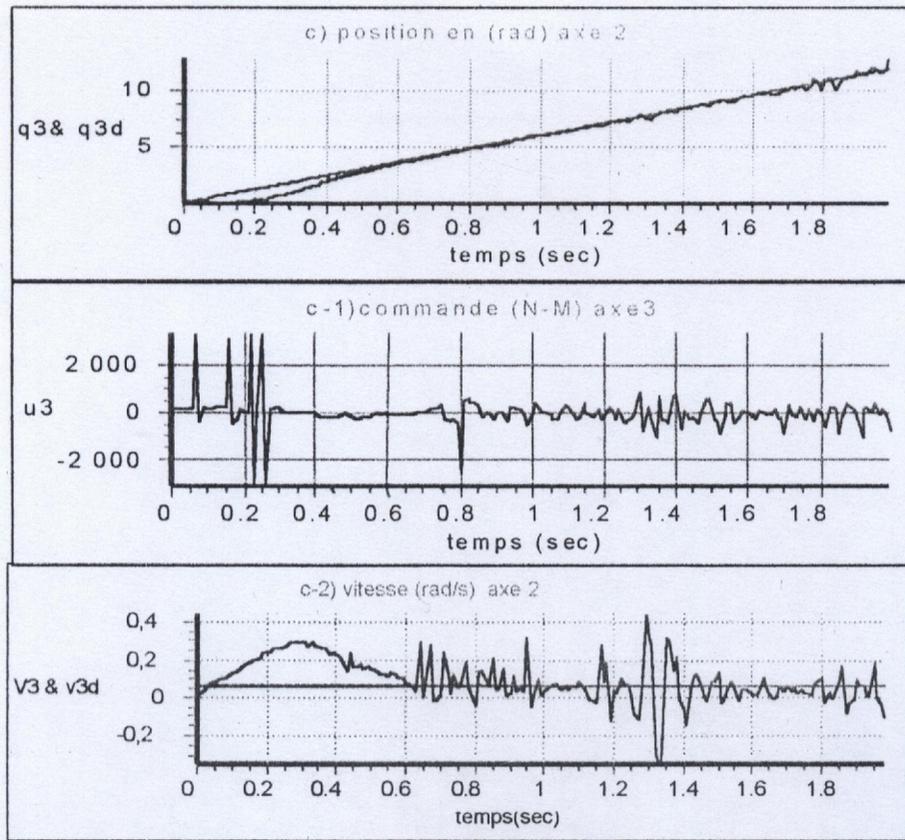


Fig (IV-6) : contrôleur hybride en mode de poursuite chargé,  
avec une charge  $\Delta M_3=27\text{kg}$ .

Pour mieux tester la robustesse du contrôleur hybride nous avons appliqué des signaux de perturbation impulsionnelle et continue.

**Perturbation :**

Le système de commande est souvent baigné dans un univers parasité où règnent des signaux aléatoires nuisibles au fonctionnement normal du système. Il représente soit une perturbation intempestive survenant à un instant donné, soit une perturbation continue qui persiste tout au long du fonctionnement dont les variations ne sont pas brutales.

**Perturbation impulsionnelle :**

Le signal utilisé pour ce test est une impulsion d'amplitude A survenant à l'instant  $t=1$  s.

$$P(t) = A \quad \text{si } t=1\text{s}$$

$$P(t) = 0 \quad \text{si non.}$$

**Perturbation continue :**

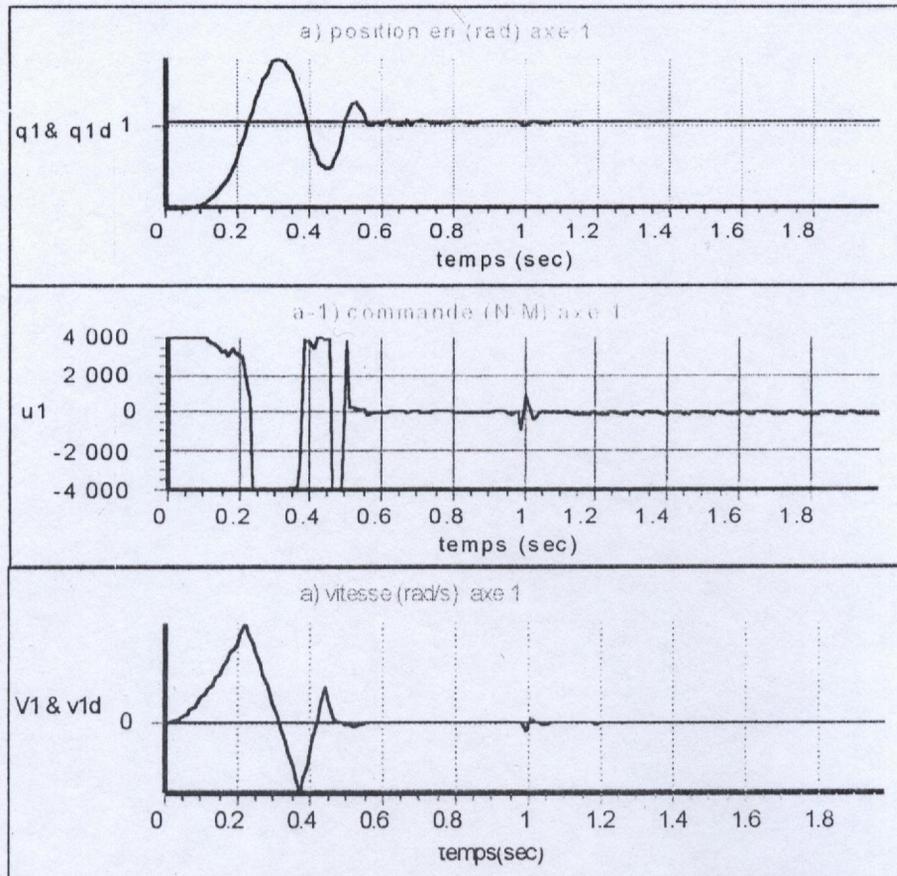
Pour ce test on a choisi un signal sinusoïdal  $p(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot T)$  avec  $\omega = \Pi/20$ .

Et  $T=t \cdot N$  où N est le nombre d'itérations.

Les graphes de vitesse sont donnés par  $v_1, v_2, v_3$  tel que  $v_i(t) = \dot{q}_i(t) / N$ .

### 6-3-Perturbation :

Par l'application d'un signal de perturbation impulsionnelle en mode de régulation, le contrôleur hybride flou-algorithme génétique atteint l'objectif désiré sur le premier axe a  $t=0.55$  s (Fig (IV-7)), et l'influence d'un signal de perturbation impulsionnelle est peu lisible.



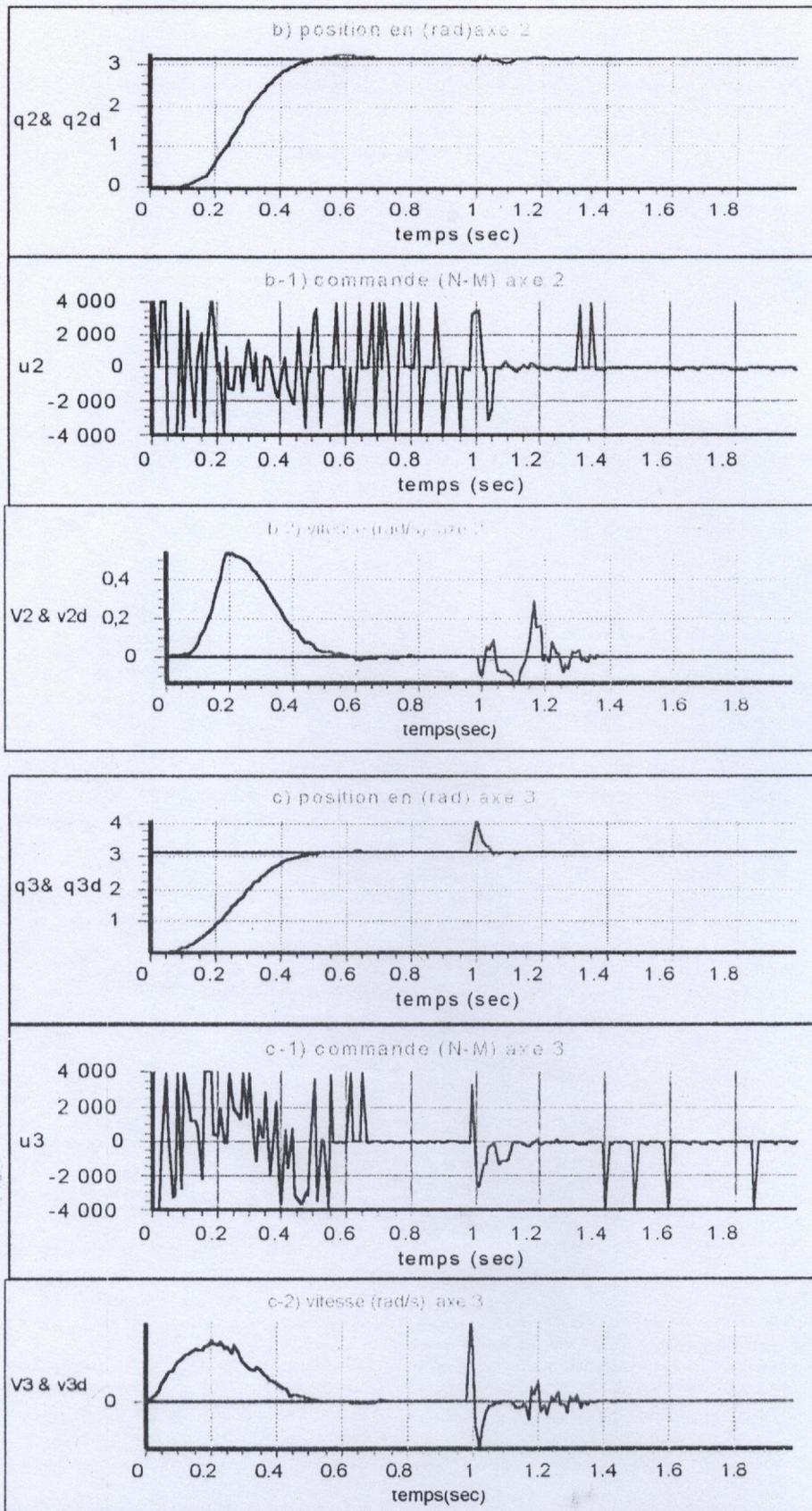
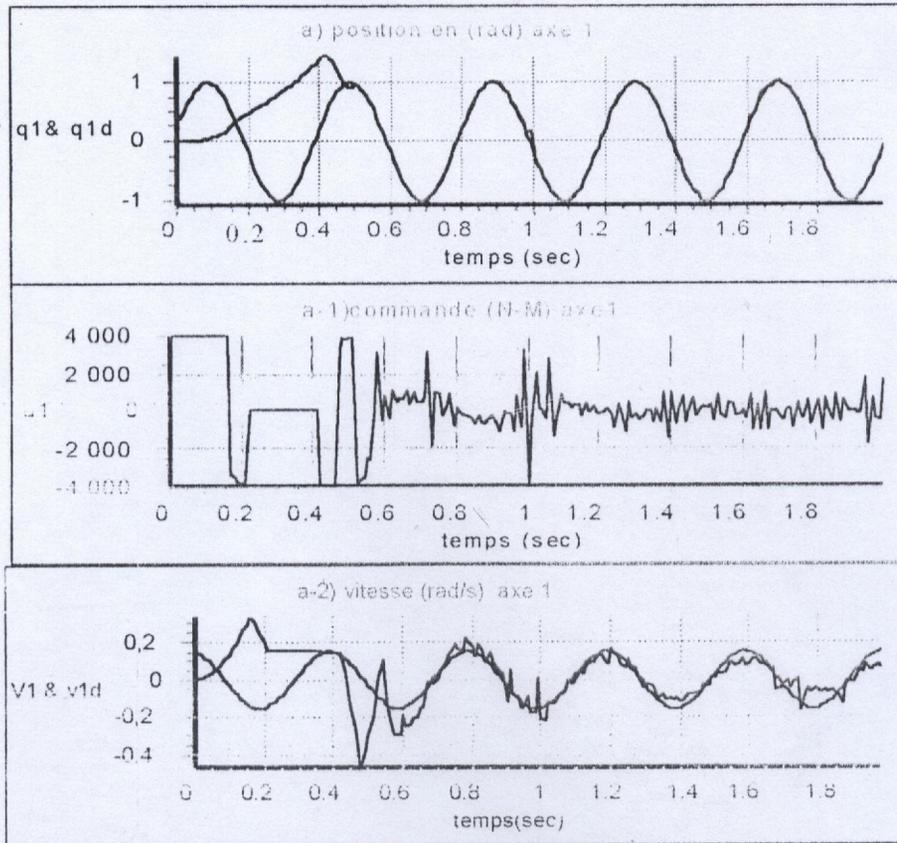


fig (IV-7) : contrôleur hybride en mode de régulation avec perturbation impulsionnelle d'amplitude  $A=800$ .

L'amplitude d'un signal de perturbation impulsionnelle est plus important ( $A=1800$ ) en mode de poursuite qu'en mode de régulation ( $A=800$ ) mais son influence est moins lisible sur les trois axes ( Fig (IV-8)).



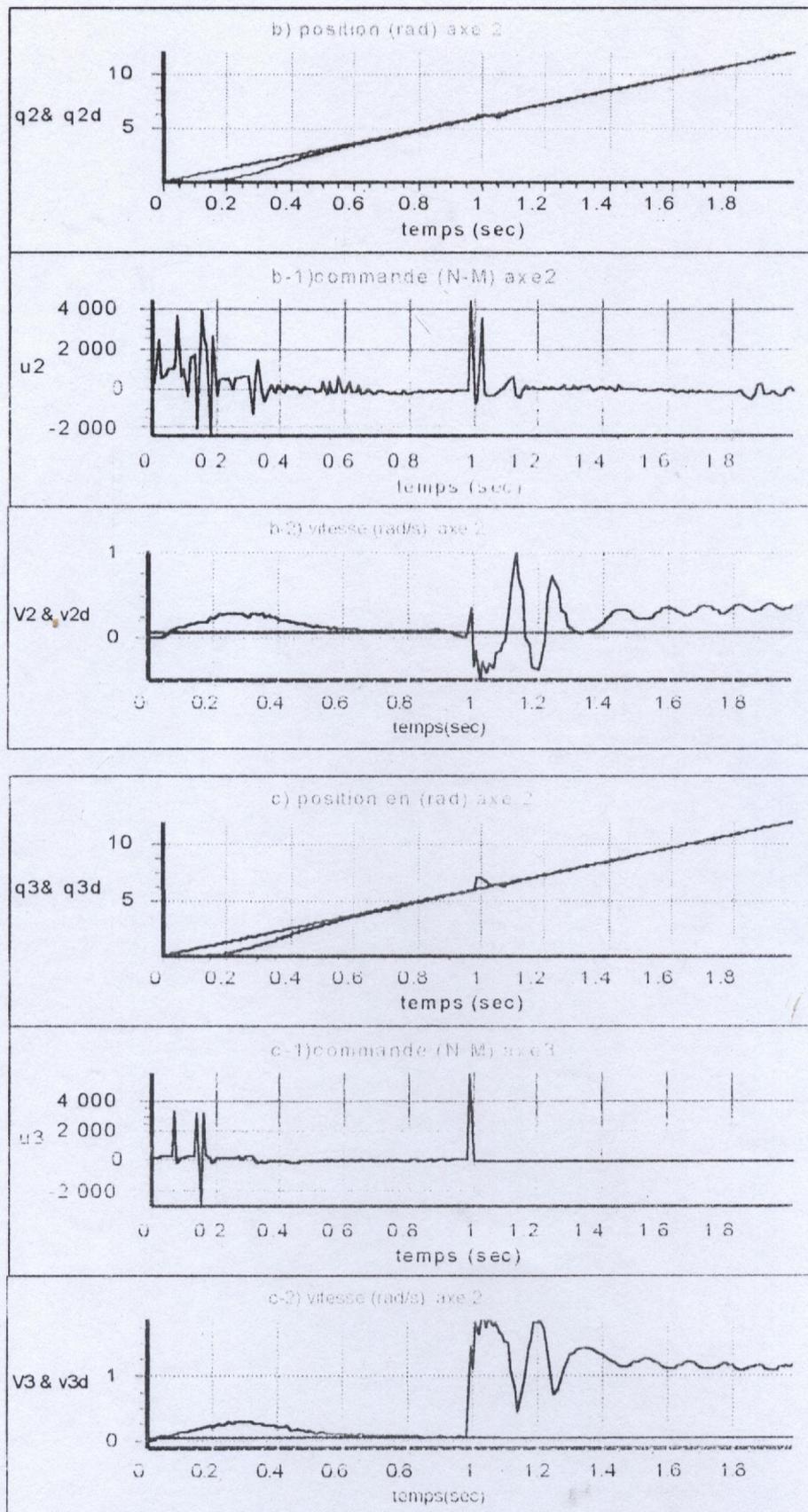
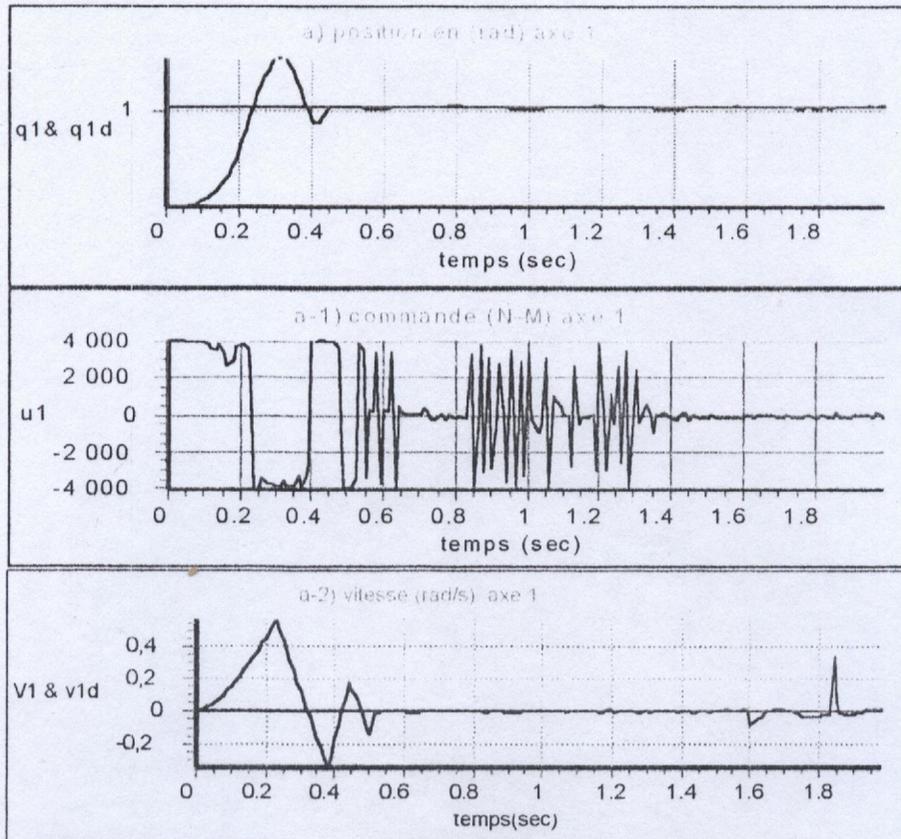


fig (IV-8) : contrôleur hybride en mode de poursuite avec perturbation impulsionnelle d'amplitude  $A=1800$ .

L'influence d'un signal de perturbation continu  $\{P(t)=35\cos(3.14/20.T)\}$  appliqué au contrôleur hybride flou-algorithme génétique en mode de régulation, est peut apparente, on remarque que l'objectif désiré est atteint à  $t=0.5$  s sur les trois axes.



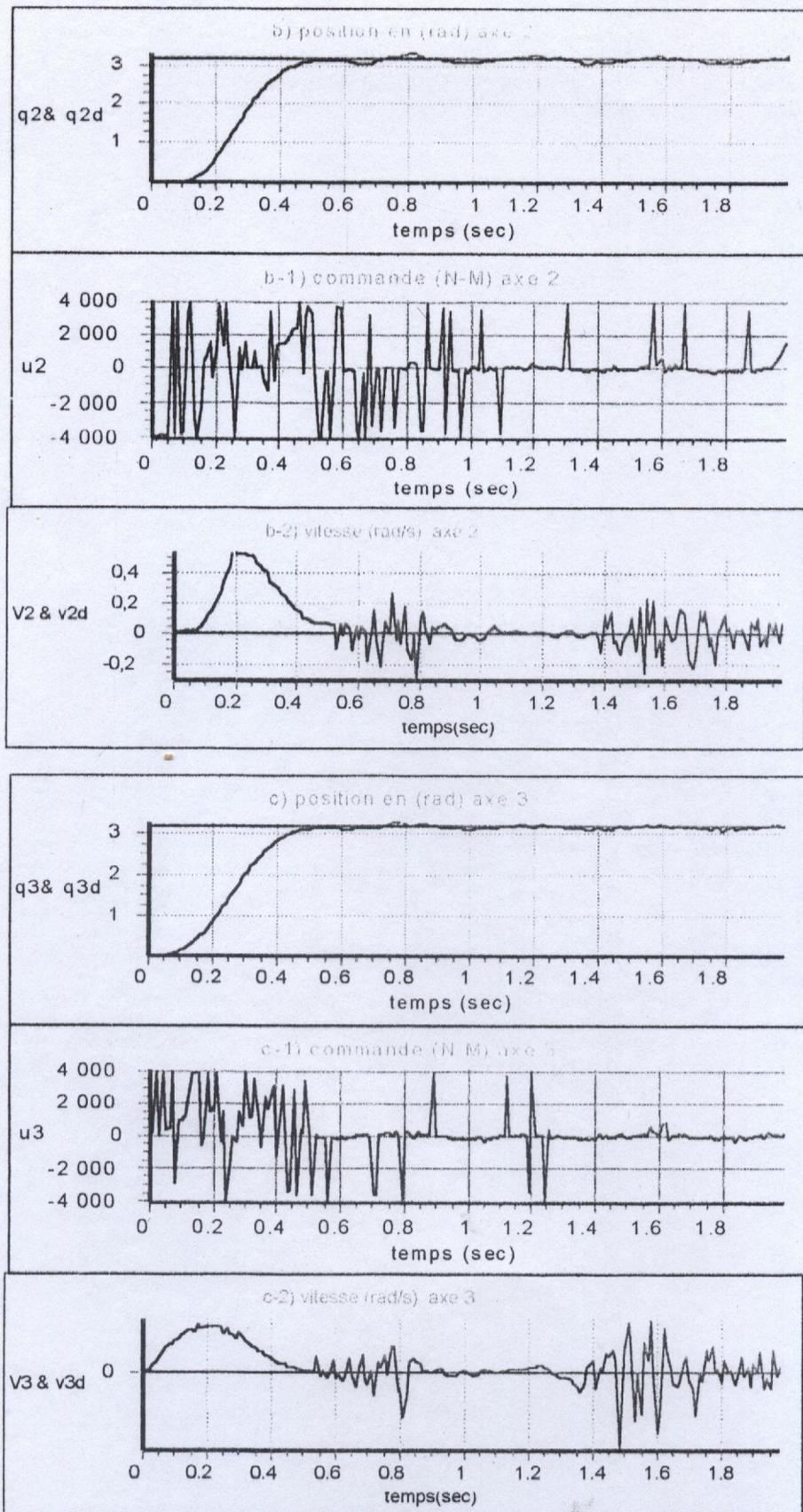
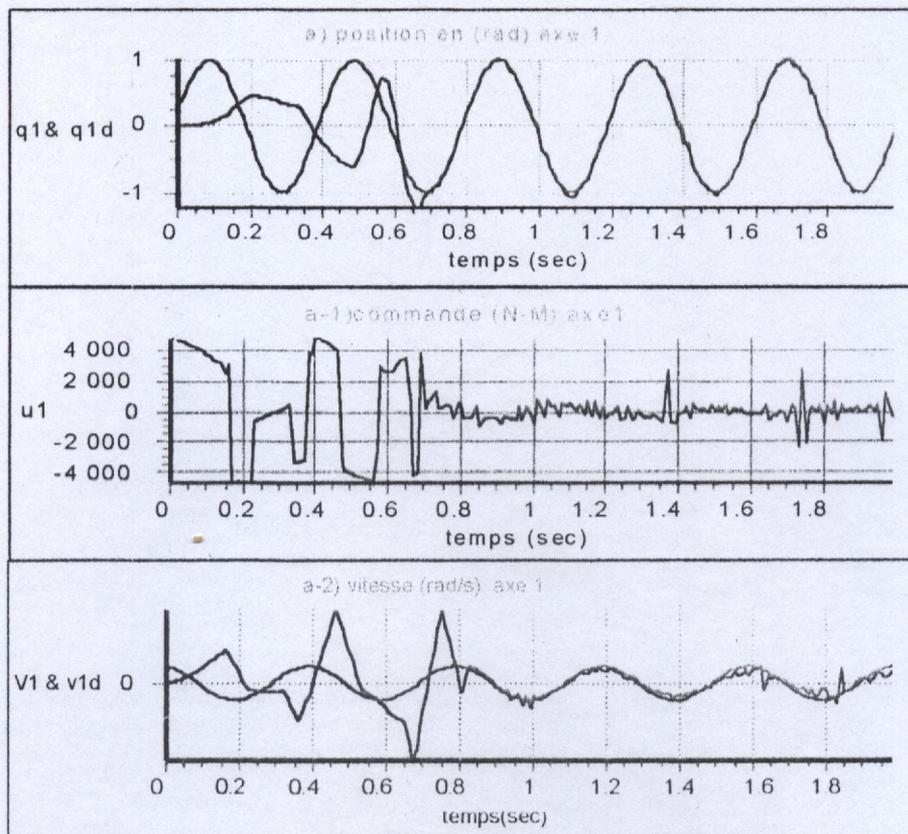


fig (IV-9) : contrôleur hybride en mode de régulation avec perturbation continue

Les résultats obtenus Par l'application d'un signal de perturbation continu  $\{P(t)=35\cos(3.14/20.T)\}$  au contrôleur hybride flou-algorithme génétique en mode de poursuite (fig IV-10), montre une bonne poursuite de trajectoire a  $t= 0.7$  s pour le premier axe, et  $t=0.55$  s pour de deuxième et le troisième axes.



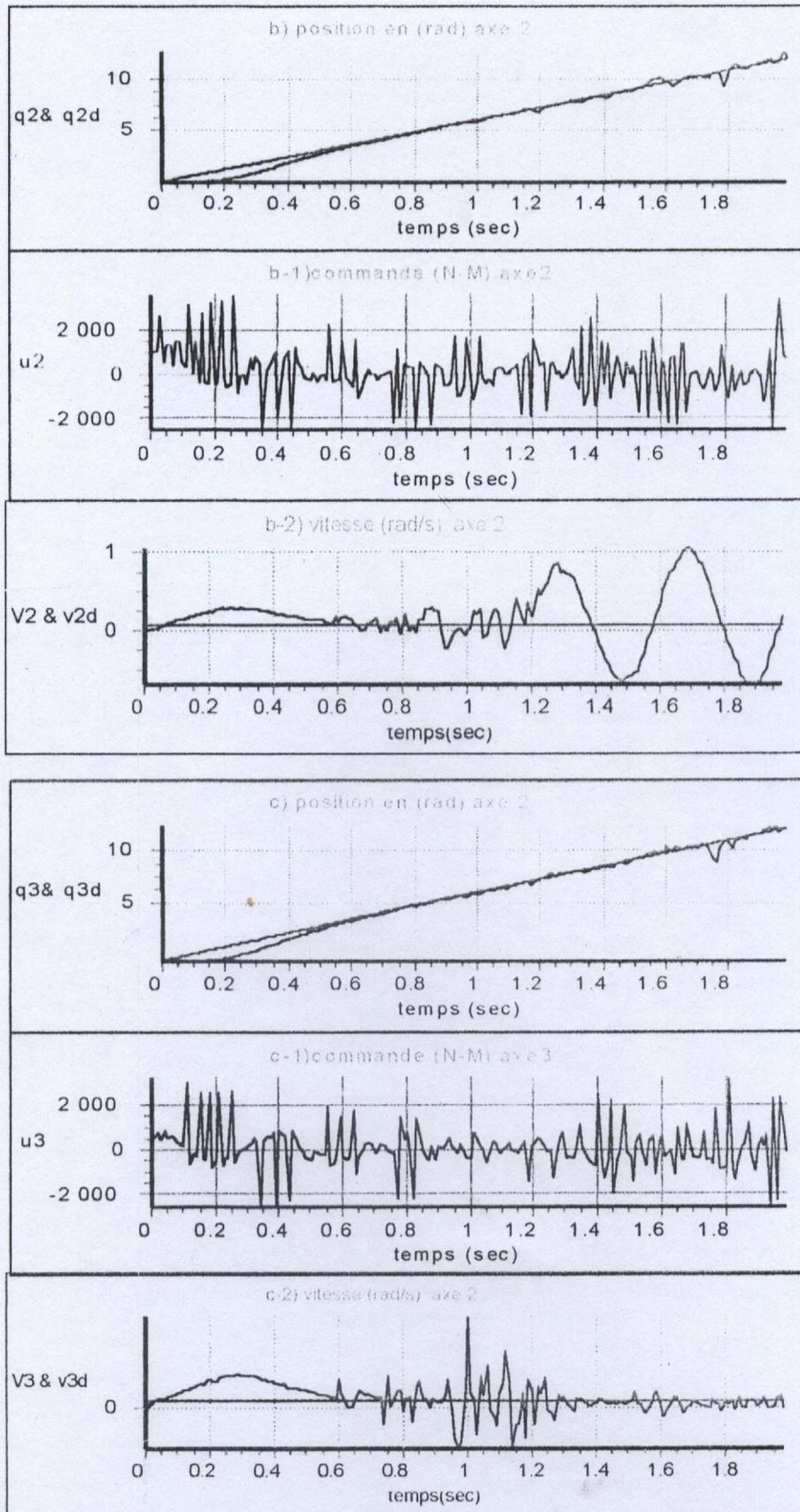


fig (IV-10) : contrôleur hybride en mode de poursuite avec perturbation continue

On constate que la commande hybride floue-algorithme génétique est une commande robuste en présence des signaux de perturbations.

Les résultats de simulation montrent que l'objectif est réalisé, en mode de régulation comme en mode de poursuite, avec ou sans signaux de perturbations, ainsi que dans le cas de variation de la charge transportée, ce qui justifie l'efficacité de la commande étudiée.

Dans ce qui suit nous allons déterminer les valeurs limites de fonctionnement du système commandé par un contrôleur hybride flou-algorithme génétique, dans le but de voir s'il peut résister à des valeurs de la charge transportée et à des perturbations plus importantes que celles utilisées auparavant.

#### **6-4-Limites de fonctionnement :**

Dans cette partie des tests sont effectués pour fixer les valeurs maximales tolérables par le système qui représentent les frontières à ne pas dépasser au risque d'endommager le système.

##### **Variation de masse :**

La valeur de la masse ( $\Delta M$ ) que nous avons utilisée pour tester la robustesse du contrôleur hybride flou-algorithme génétique est de 25 Kg, néanmoins ce dernier peut tolérer des variations plus importantes. Dans cette partie nous allons fixer la variation de masse maximale pour un contrôleur hybride flou-algorithme génétique.

La charge maximale manipulée par le bras manipulateur avec le contrôleur hybride F-AG est de l'ordre de 45.5Kg en mode de régulation (Fig (IV-11.)) Avec cette charge une légère perturbation apparaît à  $t=1.2$  s sur l'axe 1, en mode de poursuite la charge maximale est de 45Kg (Fig (IV- 12)).

##### **Perturbation :**

L'amplitude maximale tolérable par le système d'une perturbation impulsionnelle et d'une perturbation continue sont les valeurs recherchées dans cette phase.

Différentes valeurs d'amplitude sont appliquées sur les trois axes dans le but d'obtenir la limite de fonctionnement du système. Ces valeurs sont  $A_1=2500$ ,  $A_2=2500$ ,  $A_3=1200$  pour le mode de régulation (fig (IV-13)) et  $A_1=2900$ ,  $A_2=2800$ ,  $A_3=1450$  pour le mode de poursuite (fig (IV-14)).

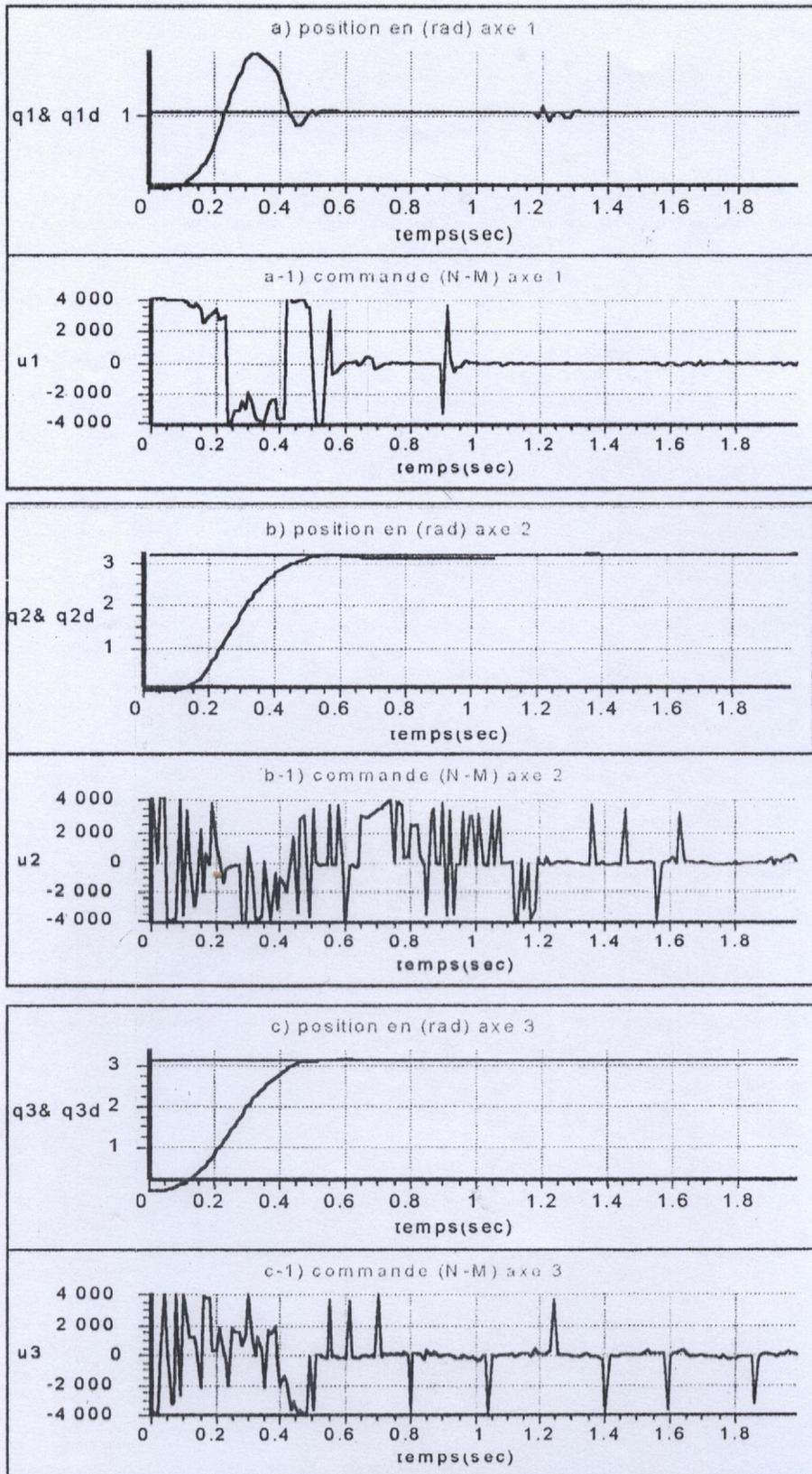


fig (IV-11) : contrôleur hybride en mode de régulation chargé,  
avec une charge de 45.5 kg

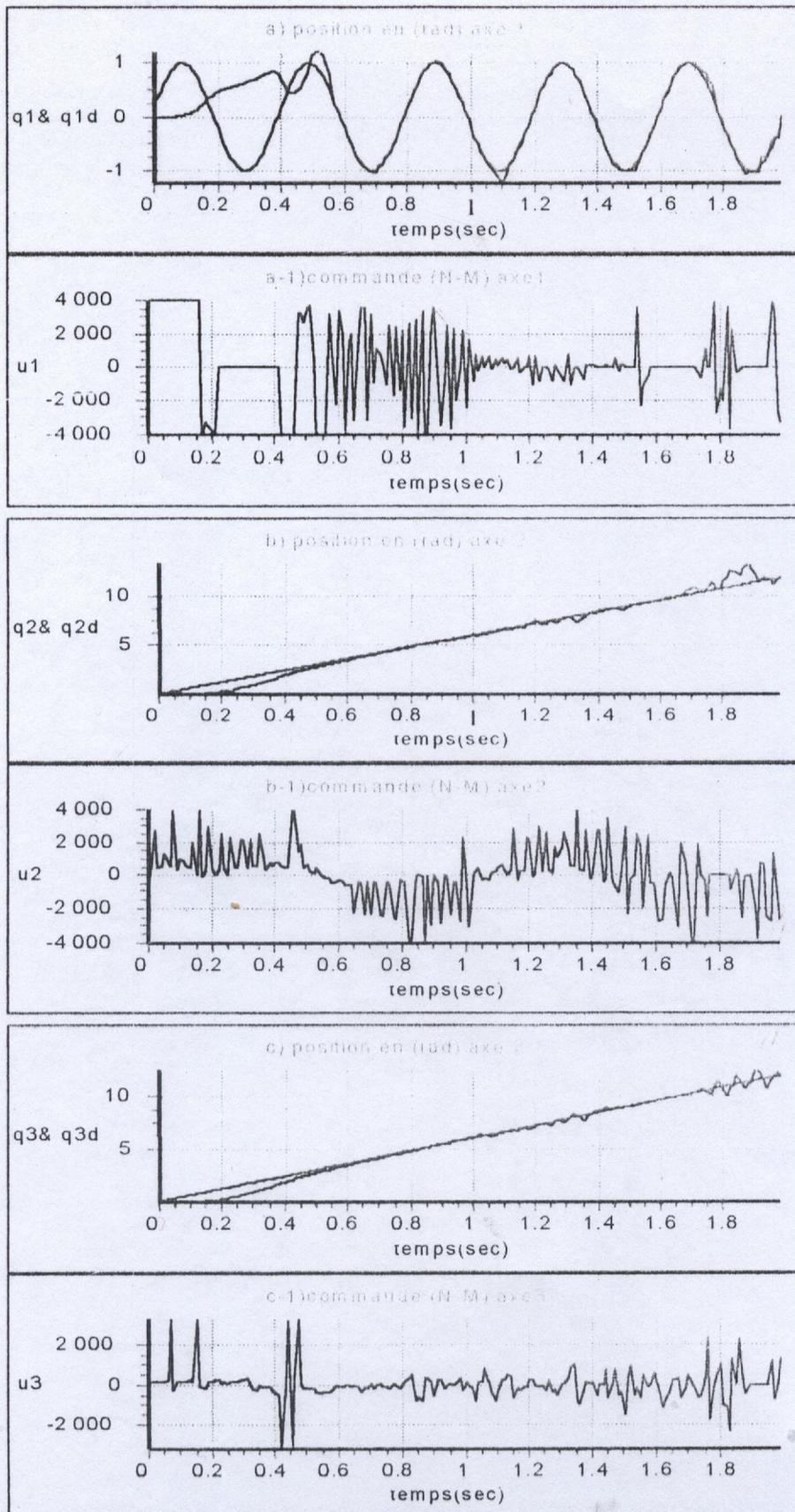
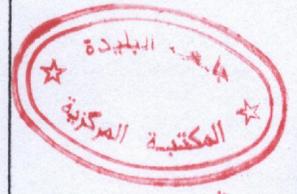


fig (IV-12) : contrôleur hybride en mode de poursuite chargé,  
avec une charge  $\Delta M=45$ .

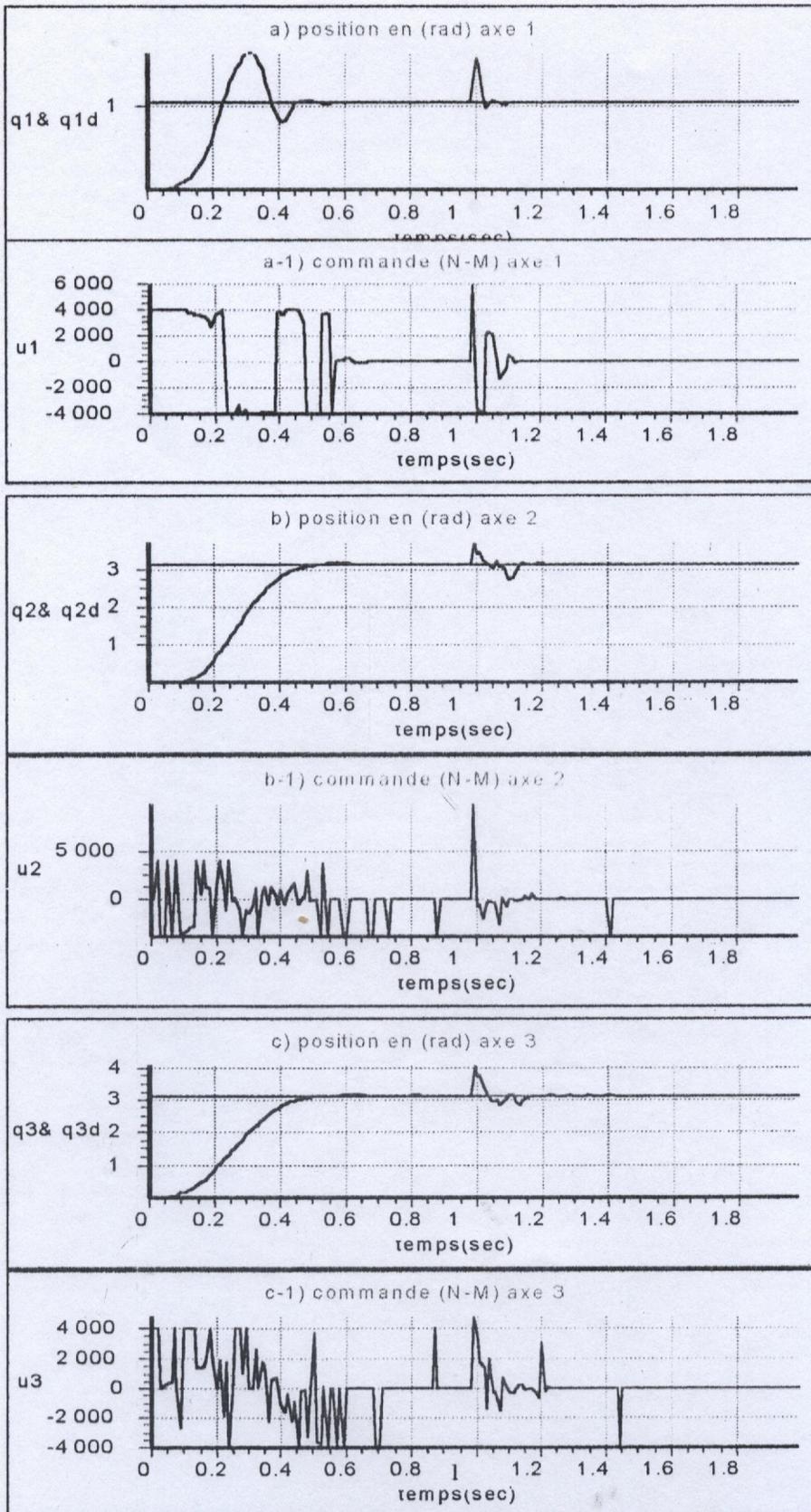


fig (IV-13) : contrôleur hybride en mode de régulation, avec perturbation impulsionnelle, d' amplitude  $A1=2500, A2=2500, A3=1200$

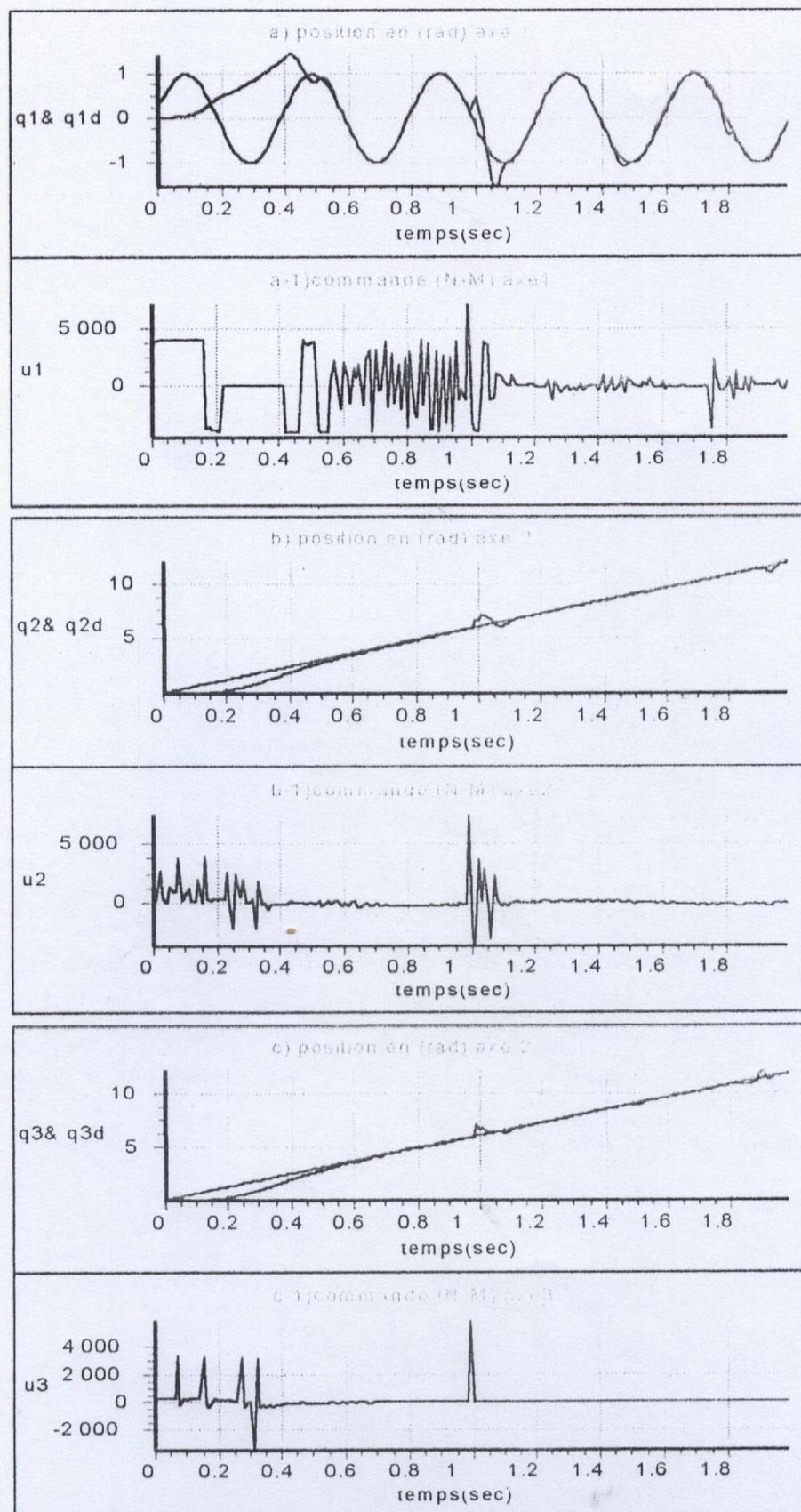


fig (IV-14) : contrôleur hybride en mode de poursuite, avec perturbation impulsionnelle d'amplitudes  $A_1=2900$ ,  $A_2=2800$ ,  $A_3=1450$ .

Les valeurs limites de charge transportée et d'amplitude de perturbation tolérée par le système commandé par un contrôleur hybride Flou-Algorithm génétique sont très importantes, cela justifie davantage la robustesse du contrôleur hybride flou-algorithme génétique.

### 6-5-Poursuite de trajectoire dans les coordonnées opérationnelles :

Le dernier test de robustesse du contrôleur hybride flou-Algorithm génétique est l'utilisation du modèle géométrique. Dans ce test une trajectoire circulaire du point terminal de la structure géométrique du robot ERRIC (fig (II-21)) est imposée avec un profil de vitesse trapézoïdal.

Les coordonnées dans le repère de base (  $O_0 X_0 Y_0 Z_0$  ) du point terminal du modèle géométrique sont données par :

$$X=(l_2.\cos(q_2)+l_3.\cos(q_3)).\sin(q_1).$$

$$Y=(l_2.\cos(q_2)+l_3.\cos(q_3)).\cos(q_1).$$

$$Z=(l_0+l_1+l_2.\sin(q_2)+l_3.\sin(q_3)).$$

Le cercle imposé d'axe parallèle à OY de rayon  $(l_2+l_3)/2$ . et de centre  $\Omega(0, L_2+l_3, L_0+L_1+l_3)$  est décrit par les équations

$$X=l_3.\cos(\theta(t)).$$

$$Y=(l_2+l_3)/2.$$

$$Z=l_2+l_3.\sin(\theta(t)).$$

La loi du mouvement ( fig (II-22)) pour un profil de vitesse trapézoïdal est

$$\theta(t)=\begin{cases} \frac{\pi}{12}t^2 & 0 \leq t \leq 2 \\ \frac{\pi}{3}(t-2) + \frac{\pi}{3} & 2 \leq t \leq 6 \\ \frac{\pi}{12}(t-6)^2 + \frac{\pi}{3}(t-6) + 5\frac{\pi}{3} & 6 \leq t \leq 8 \end{cases}$$

Ce cercle est parcouru en 8s.

Deux tests de simulation sont réalisés : poursuite de trajectoire à vide et avec charge, et la position initiale des coordonnées (x, y, z) est à l'intérieur du cercle.

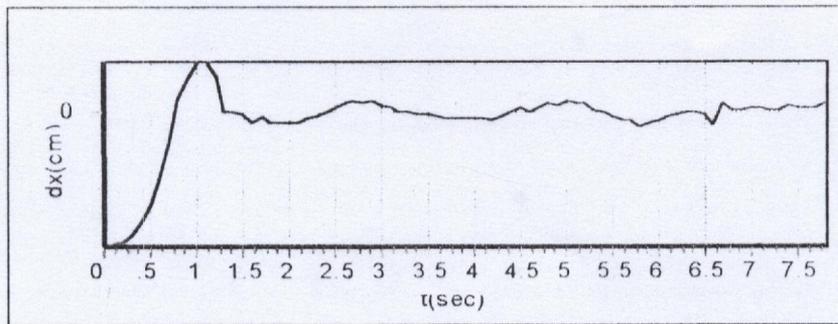


Fig (IV-17-a) : Erreur dans les coordonnées opérationnelle en cm

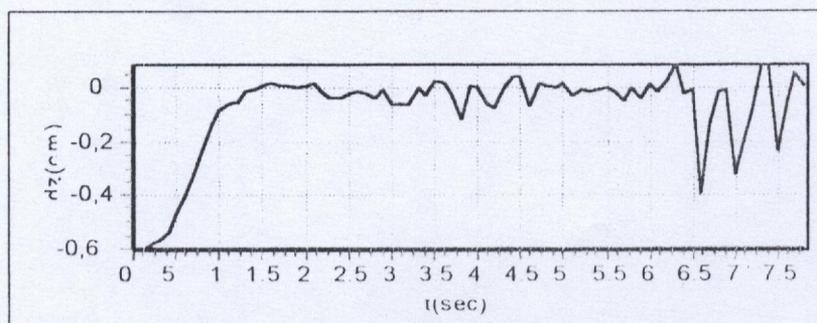


Fig (IV-17-b) : Erreur dans les coordonnées opérationnelle en cm

6-5-2- Poursuite de trajectoire dans les coordonnées opérationnelle avec une charge de 5Kg.

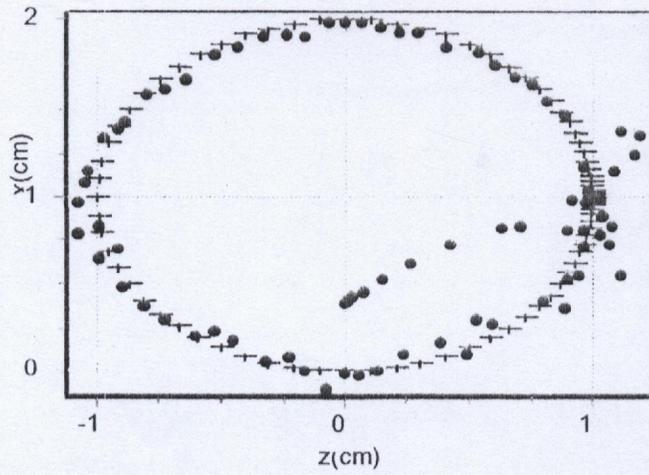


fig (IV-18) : poursuite de trajectoire circulaire (chargé)

++ trajectoire théorique.

●● trajectoire simulée.

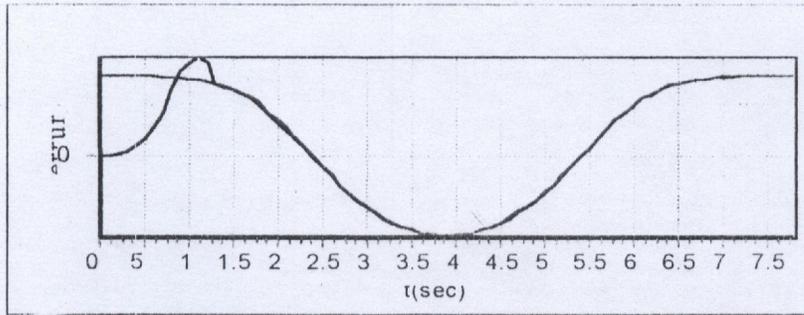


Fig (IV-19-a) : Erreur de position sur l'axe 1 en rad

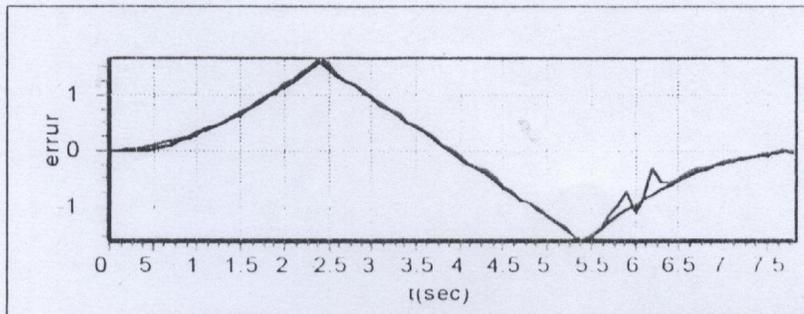


Fig (IV-19-b) : Erreur de position sur l'axe 1 en rad

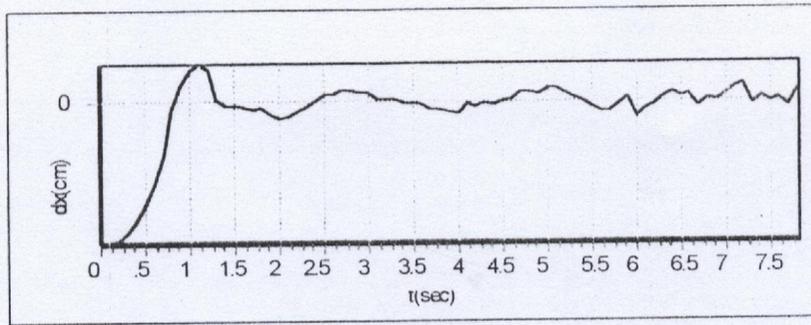


Fig (IV-20-a) : Erreur dans les coordonnées opérationnelle en cm

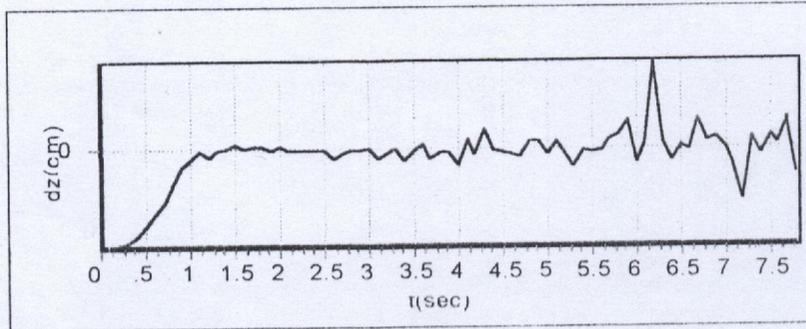
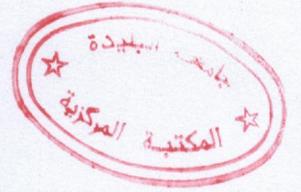


Fig (IV-20-b) : Erreur dans les coordonnées opérationnelle en cm

### **6-6-Conclusion :**

Les résultats de simulation ont prouvé les performances du contrôleur flou optimisé par un algorithme génétique. Malgré l'aspect aléatoire des algorithmes génétiques, les résultats pratiques montrent la robustesse du contrôleur vis à vis de la charge transportée et d'une perturbation extérieure impulsionnelle ou continue. Les résultats obtenus par l'utilisation du modèle géométrique pour une poursuite de trajectoire ont confirmé la robustesse du contrôleur étudié.

Le chapitre suivant présente une comparaison des résultats obtenus, d'une part par un contrôleur à structure variable et, d'autre part, par un contrôleur flou optimisé par un algorithme génétique ; ensuite une conclusion est tirée du travail effectué.



# CHAPITRE V

## COMPARAISON ET CONCLUSION GENERALE

D'après les résultats obtenus, on remarque qu'en mode de régulation non chargé les deux commandes aboutissent à l'état désiré presque au même instant, on remarque aussi que les commandes  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  dans le cas du contrôleur hybride flou-algorithme génétique varient d'une façon brutale. Cela est dû à la variété de chromosomes au début du contrôle, jusqu'à ce que l'on aboutisse à une majorité de chromosomes réalisant la meilleure solution.

En mode de régulation chargé ( $\Delta M_3=30$  Kg), l'influence de la charge est plus importante sur le contrôleur hybride Flou-AG par rapport à la VSS.

En mode de poursuite non chargé l'erreur de position s'annule à  $t=0.6$  s pour le contrôleur F-AG, par contre cette erreur s'annule à  $t=0.7$  s dans le contrôleur à structure variable, cela sur l'axe 1. Sur le deuxième et le troisième axe l'erreur de position s'annule à  $t=0.4$  s pour la commande à structure variable, et à  $t=0.5$  s pour le contrôleur hybride F-AG. Le contrôleur F-AG présente une légère avance par rapport à la commande à structure variable ; en charge on constate une légère perturbation autour de la trajectoire désirée sur le deuxième et le troisième axe.

### 1- Mode de régulation :

#### 1-1-Mode de régulation non chargé :

| Temps de réponse | Commande à structure variable | Commande hybride flou-algorithme génétique |
|------------------|-------------------------------|--|
| Premier axe      | 0.5 s                         | 0.6 s                                      |
| Deuxième axe     | 0.4 s                         | 0.5 s                                      |
| Troisième axe    | 0.4 s                         | 0.5 s                                      |

#### 1-2-Mode de régulation chargé : $\Delta M_3=30$ Kg.

| Temps de réponse | Commande à structure variable | Commande hybride flou-algorithme génétique |
|------------------|-------------------------------|--|
| Premier axe      | 0.5 s                         | 0.6 s                                      |
| Deuxième axe     | 0.4 s                         | 0.5 s                                      |
| Troisième axe    | 0.4 s                         | 0.5 s                                      |

### **1-Perturbation :**

Par l'application d'un signal de perturbation impulsionnelle en mode de régulation, le contrôleur hybride flou-algorithme génétique atteint l'objectif désiré plus rapidement que la commande à structure variable sur le premier axe (0.55 s), et l'influence d'un signal de perturbation impulsionnelle est plus lisible sur l'axe 1 et l'axe 2 de la commande VSS que sur ceux de la commande F-AG.

L'amplitude d'un signal de perturbation impulsionnelle est plus importante ( $A=1800$ ) en mode de poursuite qu'en mode de régulation ( $A=800$ ) mais son influence est moins lisible sur les deux commandes.

La commande à structure variable est plus résistante à un signal de perturbation continue que le contrôleur hybride flou-algorithme génétique en mode de régulation, mais en mode de poursuite son influence apparaît plus clairement sur la commande à structure variable.

On constate que les deux commandes sont aussi robustes l'une que l'autre en présence des signaux de perturbation.

Les résultats de simulation montrent que l'objectif est réalisé soit en mode de régulation ou en mode de poursuite, avec ou sans signaux de perturbations, et dans le cas de variation de la charge transportée, ce qui justifie l'efficacité des deux contrôleurs étudiés.

#### **1-1- Perturbation impulsionnelle :**

##### 1-1-1-mode de régulation :

L'amplitude de perturbation est  $A=800$ .

| Temps de réponse | Commande à structure variable | Commande hybride flou-algorithme génétique |
|------------------|-------------------------------|--|
| Premier axe      | 0.5                           | 0.55                                       |
| Deuxième axe     | 0.4                           | 0.65                                       |
| Troisième axe    | 0.4                           | 0.5  |

**1-2- perturbation continue :**

avec une perturbation de la forme  $p(t)=20. \cos(3.14/20 T)$ .

**1-2-1-mode de régulation :**

| Temps de réponse | Commande à structure variable | Commande hybride flou-algorithme génétique |
|------------------|-------------------------------|--|
| Premier axe      | 0.5                           | 0.45                                       |
| Deuxième axe     | 0.5                           | 0.5  |
| Troisième axe    | 0.4                           | 0.5  |

**3-limites de fonctionnement :****3-1- variation de masse :**

La charge maximale manipulée par le bras manipulateur avec le contrôleur hybride F-AG est de l'ordre de 45.5Kg en mode de régulation. Avec cette charge une légère perturbation apparaît à  $t=1.2$  s sur l'axe 1, en mode de poursuite la charge maximale est de 45Kg.

Par contre la charge maximale tolérée par le système commandé par un contrôleur à structure variable est de l'ordre de 50kg en mode de régulation, et de l'ordre de 70kg en mode de poursuite de trajectoire.

**Charge maximale tolérée :**

| Charge             | Commande à structure variable | Commande hybride flou-algorithme génétique |
|--------------------|-------------------------------|--|
| Mode de régulation | 55Kg                          | 45.5Kg                                     |
| Mode de poursuite  | 70Kg                          | 45Kg                                       |

**3-2- Perturbation :**

Dans le cas d'un contrôleur hybride flou-algorithme génétique, différentes valeurs d'amplitude sont appliquées sur les trois axes dans le but d'obtenir la limite de fonctionnement du système ; ces valeurs sont  $A_1=2500$ ,  $A_2=2500$ ,  $A_3=1200$  pour le mode de régulation et  $A_1=2900$ ,  $A_2=2800$ ,  $A_3=1450$  pour le mode de poursuite.

Pour le contrôleur à structure variable, l'amplitude maximale est  $A=3000$  pour les trois axes en mode de régulation, et en mode de poursuite l'amplitude peut atteindre la valeur  $A=5000$  sans endommager le système.

amplitude maximale d'une perturbation impulsionnelle:

| Amplitude          | Commande à structure variable |       |       | Commande hybride flou-algorithme génétique |       |       |
|--------------------|-------------------------------|-------|-------|--|-------|-------|
|                    | Axe 1                         | Axe 2 | Axe 3 | Axe 1                                      | Axe 2 | Axe 3 |
| Mode de régulation | 3000                          | 3000  | 3000  | 2500                                       | 2500  | 1200  |
| Mode de poursuite  | 5000                          | 5000  | 5000  | 2900                                       | 2800  | 1450  |

Les résultats obtenus par l'utilisation du modèle géométrique en simulation ont montré une meilleure poursuite du contrôleur à structure variable avec ou sans charge par rapport au contrôleur hybride flou-algorithme génétique ; cette avance est due à la simplicité du contrôleur à structure variable par l'utilisation d'un modèle dynamique réduit.

### Conclusion générale :

Dans ce mémoire, nous avons étudié et développé deux techniques de commande utilisant deux aspects différents : la commande à structure variable qui utilise les régimes glissants, et la commande hybride floue-algorithme génétique qui utilise la logique floue combinée avec les algorithmes génétiques, pour la commande en position des robots manipulateurs. Ainsi nous nous sommes intéressés à la commande floue basée sur le modèle de MANDANI, et à celle basée sur le modèle de SUGENO.

Les algorithmes développés pour ces commandes sont valables aussi bien en régulation qu'en poursuite puisqu'ils s'expriment en fonction de la trajectoire imposée, qui est soit la réponse indicielle soit une trajectoire fournie par un générateur.

Les résultats de simulation montrent les performances des deux contrôleurs étudiés. D'une part, le contrôleur à structure variable qui représente un aspect classique nécessitant un modèle mathématique, a prouvé sa robustesse vis à vis des interactions dynamiques entre les axes, de la variation de la charge transportée, des perturbations extérieures et de la connaissance incertaine des paramètres dynamiques. Cette validation permet ainsi l'utilisation de modèle simplifié pour le calcul des gains de commandes. D'autre part, le contrôleur flou optimisé par un algorithme génétique dans lequel le contrôleur flou évite le recours à un modèle mathématique exact du système à commander.

Pour le contrôleur flou, les résultats de simulations obtenus démontrent l'influence des fonctions d'appartenance et du nombre de règles d'inférence sur son bon fonctionnement, et le choix des différents paramètres se fait de manière heuristique ; de ce fait, son efficacité dépend de l'expérience acquise dans ce domaine.

L'application d'un algorithme génétique avec un régulateur flou a donné des performances supérieures à celle du régulateur flou utilisé seul. Les méthodes hybrides ouvrent ainsi un large champ de combinaisons, en exploitant les capacités de chaque algorithme et en compensant ses faiblesses.

Cependant, l'implantation des algorithmes génétiques nécessite un temps de traitement assez grand (dépendant du nombre de règles du contrôleur flou et du nombre de chromosomes dans l'algorithme génétique) et un espace mémoire important.

On ne peut pas considérer le contrôleur hybride flou-algorithme génétique comme une méthode de contrôle concurrente de la commande à structure variable ou d'une autre méthode classique, mais les algorithmes génétiques offrent des outils supplémentaires pour développer des méthodes de contrôle robustes.

Dans un environnement bien déterminé et modélisable, le contrôleur à structure variable représente un contrôleur robuste et donne des résultats très importants. Par contre, en l'absence de critères uniques et justifiés et dans un environnement où les composantes sont mal connues, incertaines ou difficilement modélisables, le contrôleur hybride flou-algorithme génétique est plus indiqué pour être appliqué dans le but de pallier cet inconvénient.

A l'issue de ces travaux, cette thèse ouvre de nouvelles perspectives de recherche parmi lesquelles nous citons :

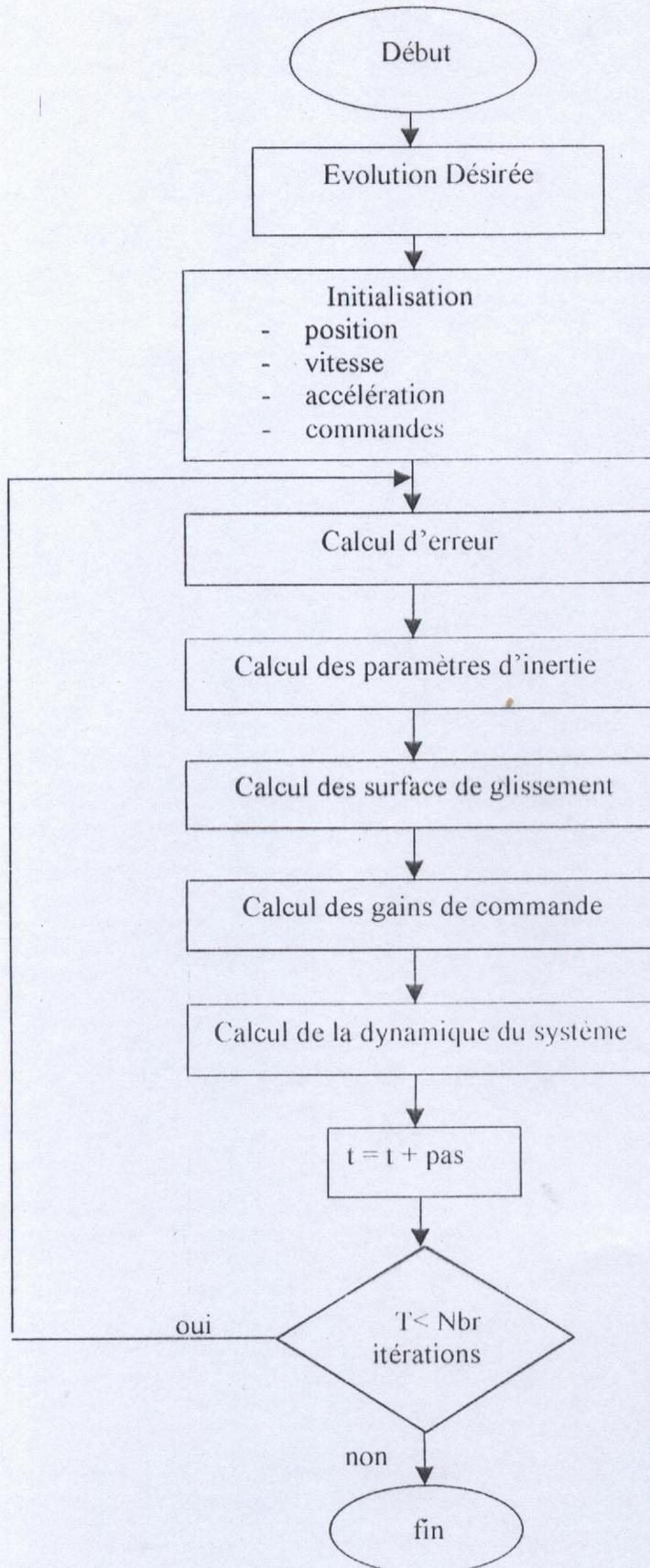
- l'association de la commande à structure variable avec les algorithmes génétiques pour l'optimisation des paramètres de commande.
- l'application des techniques floues pour la modélisation des systèmes complexes.
- l'association des techniques floues avec les réseaux de neurones pour l'obtention d'algorithmes de commande neuro-flous.
- l'application de ces techniques de commandes à des systèmes, notamment les robots mobiles, les robots marcheurs, ainsi que les machines électriques.

**Références.**

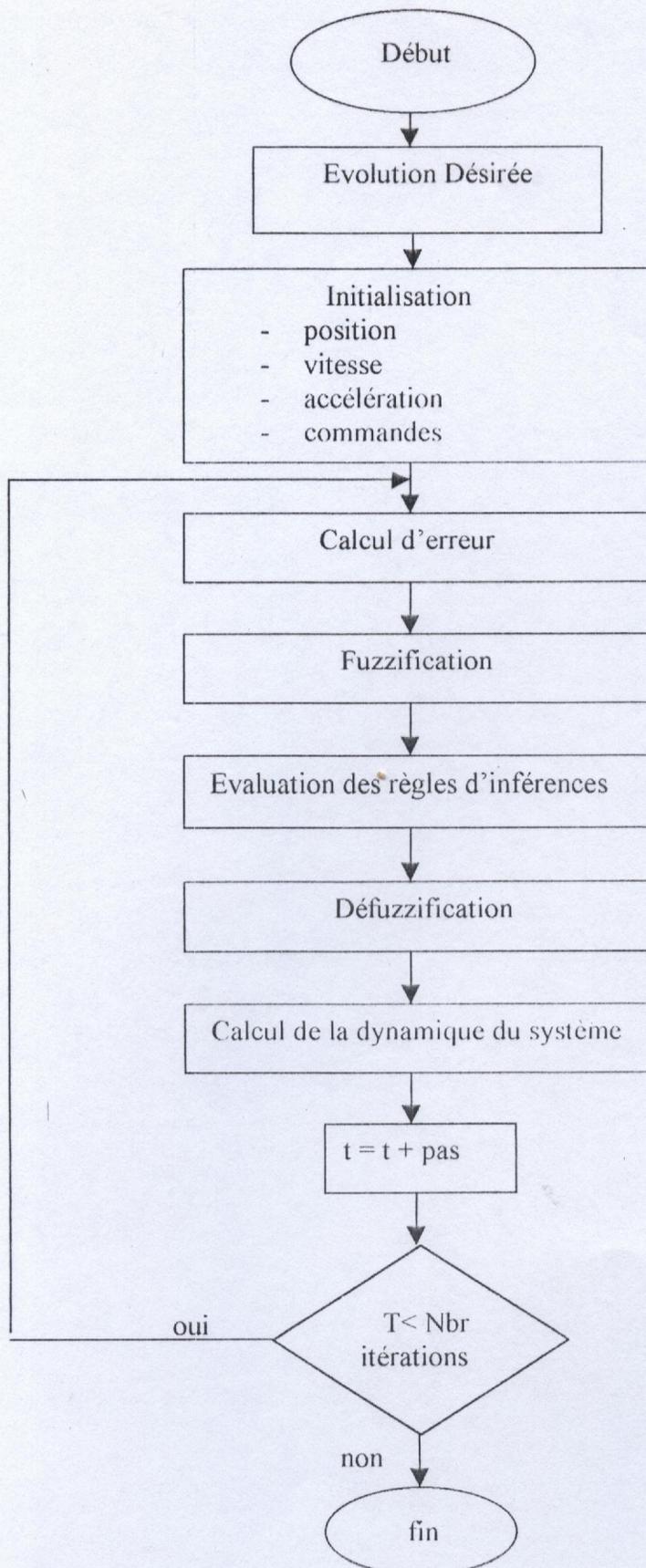
- [1] H. Bühler, « réglage par logique floue », presses polytechniques et universitaires romandes, laussane
- [2] D. Driankov, H. Hellendoorn, M. Reinfrank, « An Introduction to FUZZY CONTROL », ISBN 0-387-56362-8.
- [3] D. Park, A. Kandel, « Genetic-Based New Fuzzy Reasoning Models With Application to Fuzzy Control », IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol. 24. NO. 1, January 1994.
- [4] J. Kim, Y. Moon, B. P. Zeigler, « Designing Fuzzy Net Controllers Using Genetic Algorithms », IEEE control systems, vol 14 NO. 3, PP 66-80, June 1995.
- [5] M. J. H. Sterling, « Fuzzy Control and Fuzzy Systems », 1989.
- [6] S. S. Neo, M. J. ER, « Adaptive fuzzy controllers of a robot manipulator », INT J SYST SCI, 1996, vol 27, No 6, PP 519-532.
- [7] R. Sutton, G. D. Marsden, « A Fuzzy Autopilot Optimised Using a Genetic Algorithm », J OF NAVIGATION, 1997, 50, (1), 120-131.
- [8] S. Cholak, Y. Dechmi, « Commande D'un Moteur Asynchrone Par Un Contrôleur Flou Optimisé Par Les Algorithmes Génétiques », mémoire d'ingénieur, USTHB, 1998.
- [9] S. Saadaoui, Z. Siguerdidjane, « Etude Comparative de Deux Commandes Réputées Robustes: Le Contrôleur à Structure Variable et le Contrôleur Flou », mémoire d'ingénieur, USTHB, 1995.
- [10] D. E. Goldberg, Genetic Algorithms In Search, Optimisation And Machine Learning, ED. Addison - W, 89
- [11] L. Gacogne, « Compte-Rendu Sur La Recherche De Table De Contrôleur Flou Par Algorithme Génétique » LAFORIA CNRS - Université Paris VI.
- [12] M. Hamerlain, « Commande Hiérarchisée A Modèle De Référence A Structure Variable D'un Robot Manipulateur A Muscles Artificiels » thèse de doctorat de L'I.N.S.A. 1993.
- [13] M. Hamerlain, « Commande A Structure Variable Et Adaptive A Modèle De Référence » mémoire de D.E.A, Institut National des Science Appliquées TOULOUSE, 1989
- [14] S. T. Sebti, « La Commande A Structure Variable Généralisée » mémoire d'ingénieur, USTHB, 1994.
- [15] D. E. Goldberg, « Algorithmes Génétiques » Edition Addison-Wesley France, SA, 1991.
- [16] A. Homaifar, M. Biddash, V. Gopalan, « Design Using Genetic Algorithms Of Hierarchical Hybrid Fuzzy-PID Controllers Of Tow-Link Robotic Arms » J of systems 1997

- [17] A. Reineix, D. Eclercy, B. Jecko, « Genetic Algorithm Coupling for Antennas Optimization » IRCOM-URA au CRNS, 1997.
- [18] A. Soukkou, K. Benmahammed, « Conception D'un Contrôleur Flou à Gain Variable Par Les Algorithmes Génétiques Destiné a La Commande Décentralisée D'un Robot Manipulateur », Institut D'électronique Université Ferhat Abbas, Sétif
- [19] L. A. Zadeh, « Fuzzy Sets », Informatic Control, vol8, pp. 338-353, 1965.
- [20] L. A. Zadeh, « Outline Of a New Approach To The Analysis Complex Systems And Decision Processes », IEEE, Transactions On Systems Man and Cybernetics. Vol3 ? pp28-44. 1973.
- [21] R. Jager, H. B. Verbruggen, P. M. Bruijn, « The Role of Defuzzification Methods in the Application of fuzzy control ». Proceedings IFAC Symposium on Intelligent Components and Instruments for control Applications, Malaga, Spain, May 1992.
- [22] R. R. Yager, D. P. Filev, « SLIDE : A Simple Adaptive Defuzzification Methode ». IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 1, n 1, 1993.
- [23] V. I. Utkin, « Sliding Mode In Control Optimization », Springer-Verlag, Berlin 1992.
- [24] P. Fraise. « Synthèse D'algorithme De Commande à Structure Variable, Application à un Robot Manipulateur », Rapport de D.E.A. INSA/DGE. Septembre 1989.
- [25] D. Mitzova. « Synthèse D'algorithme De Commande à Structure Variable, Application à un Moteur Asynchrone », Rapport de D.E.A. INSA/DGE. Septembre 1990.
- [26] C. Mira. « Synthèse Asservis non Lineaire », Hernés, Paris, 1990.
- [27] H. Sira. Ramirez. « Differential Geometric Methods in Variable Structure Control », Int. J. control, vol 48, N° 4, 1359-1390
- [28] V. I. Utkin, « Discontinuous Control Systems State of Art in theory and Application », Institute of Control, Ed MIR, Moscou, USSR, 1978.
- [29] H. Assada et J. J. E. Slotine, « Robot Analysis and Control », A. Wiley. Interscience Publication, John Wiley and Sons, 1986.
- [30] F. Harashima, H. Hashimoto, K. Maruyama, « Practical Robust Control of Robot Arm Using Variable Structure Systems », Proc Of IEEE, Int Conf on Robotics and Automation Son Francisco, 532-538, 1986.
- [31] M. Tamali, M. Rahli, « L'Algorithme Génétique Simple Appliqué Dans le Domaine de l'Optimisation des Charges Actives dans un Réseau Electrique » CONFERENCE ON SOFT COMPUTING AND THEIR APPLCATION, CSCA'99.

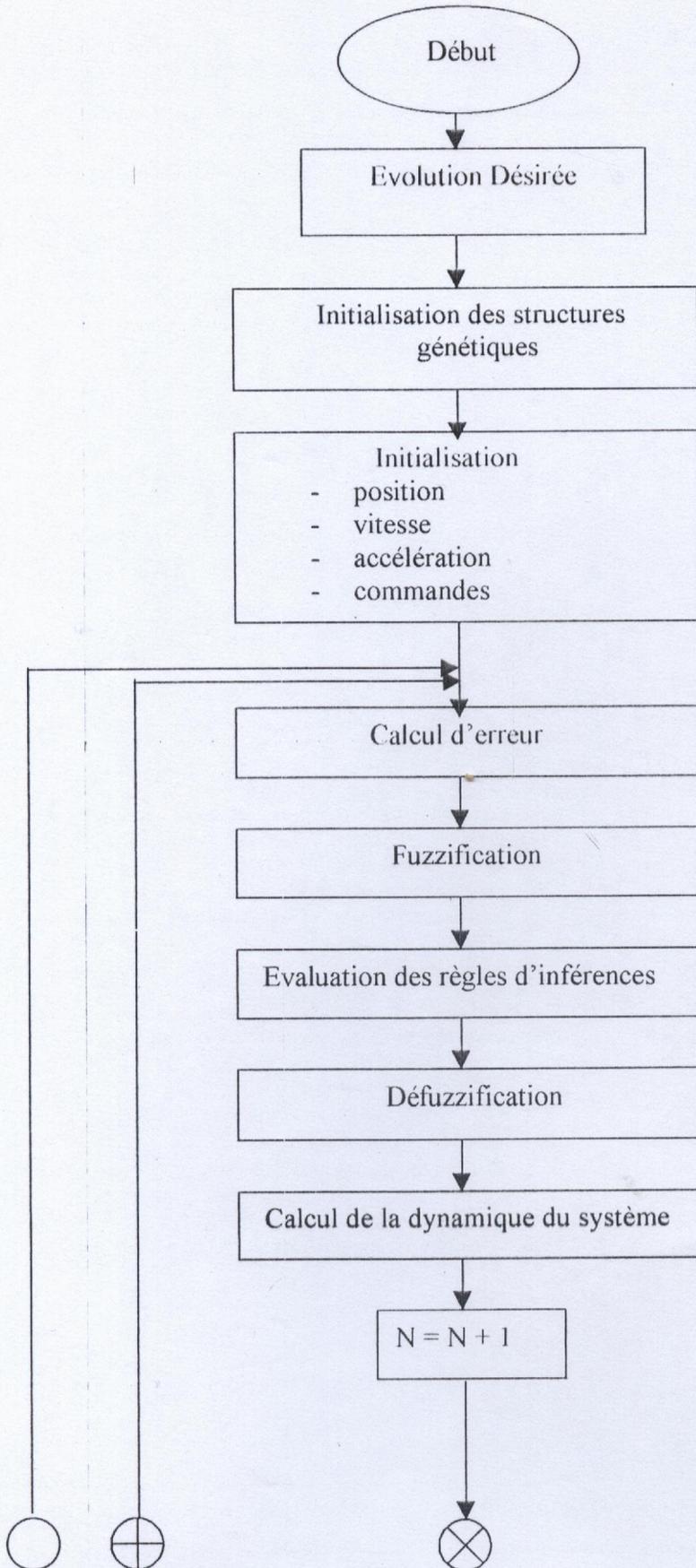
## Algorithme de commande à structure variable

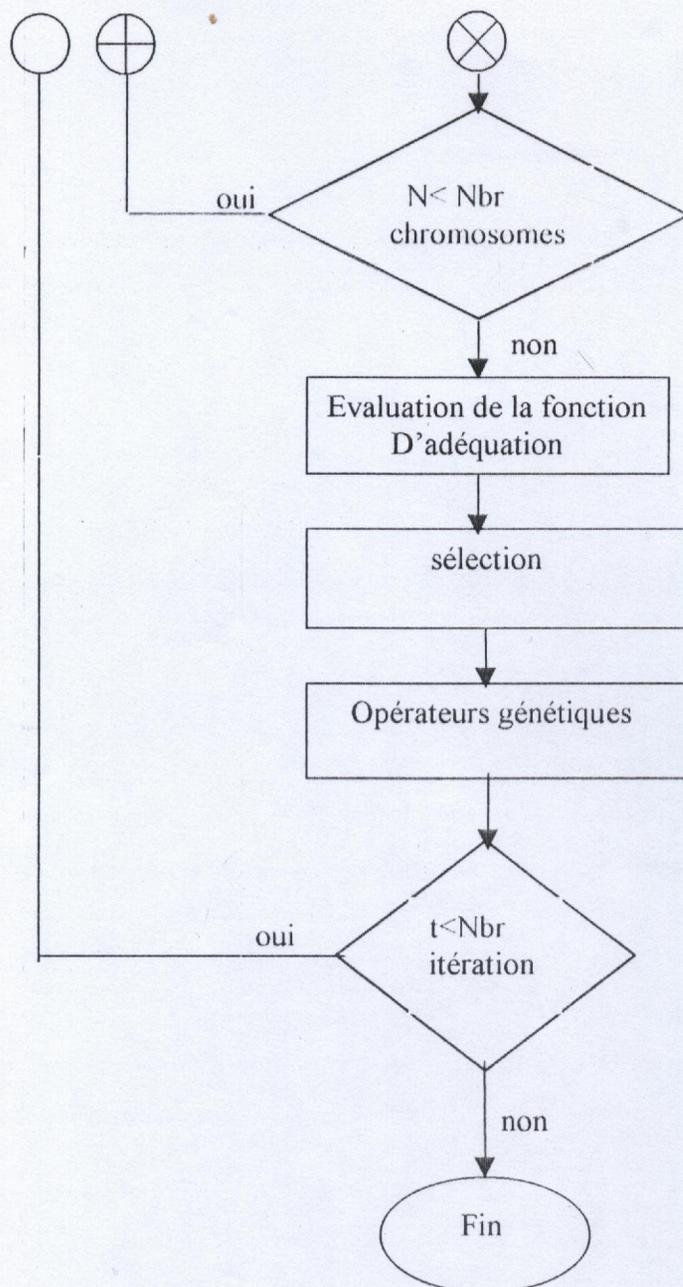


## Algorithme de commande floue



## Algorithme de la commande hybride flou-algorithme génétique





## 1-FORMALISME DE LA LOGIQUE FLOUE

### 1-1- approche qualitative :

L'imprécision a trait au contenu de l'information. elle apparaît lorsque l'ensemble des valeurs possible d'une variable n'est pas un singleton, en fait elle recouvre un certain intervalle ou un certain ensemble de valeurs.

Une information est floue si la désignation de la valeur de la variable floue est un ensemble aux frontières non précisément délimité [9].

### 1-2- approche quantitative :

Elle met en œuvre une graduation numérique, cette approche vise à quantifier l'imprécision, exprimer certaines qualités tel que, jeune, grand, beau, revient à leur associé un nombre de manière à les représenter aussi fidèlement que possible.

### 2-ENSEMBLES FLOUS :

Un ensemble flou  $A$  sur  $E$ , est un ensemble dont les frontières sont imprécises, c'est à dire que l'on passe graduellement est non brusquement de l'appartenance à la non-appartenance.

on attribue à l'ensemble  $A$  une fonction caractéristique :

$$\begin{array}{l} \varphi_A : E \text{ ----- } [0, 1] \\ \quad \quad \quad x \text{ ----- } \varphi_A(x) \end{array}$$

Définition : un ensemble flou  $A$  de  $E$  est un ensemble de couples ordonnés

$$A = \{x, \varphi_A(x), \forall x \in E\}.$$

Tel que  $\varphi_A$  est la fonction d'appartenance qui prend ces valeurs entre 0 et 1, et indique le degré d'appartenance de l'élément  $x$  à l'ensemble  $A$ .

Dans le cas discret on note :

$$A = \sum_{i=1}^n \varphi_A(x_i) / x_i$$

Dans le cas continue on note :

$$A = \int_E \varphi_A(x) / x$$

Les fonctions d'appartenances généralement utilisées pour la représentation d'un ensemble flou sont de la forme triangulaire, trapézoïdale, gaussienne

- 0 est idempotent ( Min )                      - 1 est idempotent ( Max )

### **2-1-3-Opérateur ET, OU réalisé par (produit, somme) :**

L'opérateur ET peut être réalisé par la formation du produit appliqué aux fonctions d'appartenances

$$\varphi_C(x) = \varphi_A(x) \cdot \varphi_B(x)$$

L'opérateur OU peut être réalisé par la formation de la somme, plus précisément par la valeur moyenne

$$\varphi_C(x) = (\varphi_A(x) + \varphi_B(x)) / 2$$

pour des ensemble A, B appartenant à des variables x,y les fonctions d'appartenances résultantes des opérateurs ET, OU sont :

$$\varphi_C(x,y) = \varphi_A(x) \cdot \varphi_B(y)$$

$$\varphi_C(x,y) = (\varphi_A(x) + \varphi_B(y)) / 2$$

### **2-1-4-Opérateur ET flou, OU flou :**

C'est une combinaison entre l'opérateur minimum ou l'opérateur maximum et la moyenne arithmétique

a- ET flou :

Définie par la relation

$$\varphi_C(x) = \gamma \cdot \text{Min}(\varphi_A(x), \varphi_B(x)) + (1-\gamma)[\varphi_A(x) + \varphi_B(x)] / 2$$

b- OU flou :

$$\varphi_C(x) = \gamma \cdot \text{Max}(\varphi_A(x), \varphi_B(x)) + (1-\gamma)[\varphi_A(x) + \varphi_B(x)] / 2$$

avec  $\gamma \in [0, 1]$ .

### **2-1-5-Opérateur Min –Max et opérateur $\gamma$ :**

a- L'opérateur Min-Max est défini par une combinaison des opérateurs minimum et maximum selon :

$$\varphi_C(x) = \gamma \cdot \text{Min}[\varphi_A(x), \varphi_B(x)] + (1-\gamma)[\varphi_A(x) + \varphi_B(x)]$$

avec  $\gamma \in [0, 1]$ . Permet de pondérer les deux opérations.

b- L'opérateur  $\gamma$ .

Est définie par :

$$\varphi_C(x) = [\varphi_A(x), \varphi_B(x)]^{1-\gamma} \cdot \{(1-[1-\varphi_A(x)] \cdot [1-\varphi_B(x)])\}^{\gamma}$$

$\gamma \in [0, 1]$ .

### 2-1-6-opérateurs d'implications :

L'opérateur d'implication  $I_j(a,b)$  indique le degré qui exprime la force de lien entre les prémisses et la conclusion d'une règle donnée, avec  $a=\varphi_A(x)$  et  $b=\varphi_B(x)$  dans le cas flou.

Parmi les opérateurs d'implications on cite :

- 1- REICHENBACH  $I_j(a,b)=1-a+a.b$
- 2- WILMOTT  $I_j(a,b)=\text{Max}(1-a, \text{Min}(a,b))$
- 3- LUCACIEWICZ  $I_j(a,b)=\text{Min}(1, 1-a+b)$
- 4- DIENES-KLEENE  $I_j(a,b)=\text{Max}(1-a, b)$
- 5- BROUWER-GODEL  $I_j(a,b)=\{1 \text{ si } a \leq b, b \text{ sinon}\}$
- 6- GOGUN

$$I_j(a,b)=\begin{cases} 1 & \dots\dots\dots \text{si } a = 0 \\ \text{Min}(a, b) & \dots\dots\dots \text{sin on} \end{cases}$$

### 3-RAISONNEMENT APPROXIMATIF

#### 3-1-Variable linguistique :

C'est une variable dont les valeurs sont des mots ou des phrases dans un langage qui peut être naturel ou artificiel.

Elle est définie par le quarté  $\{X, LX, \chi, M\}$

$X$  : est le non de la variable

$LX$  : l'ensemble des valeurs linguistiques de  $X$

$\chi$  : est l'univers de discours des valeurs quantitatives de  $X$

$M$  : est une fonction sémantique qui donne l'interprétation d'une valeur linguistique en terme d'élément quantitatif de  $X$

Par exemple :  $X$  : 'poids' variable linguistique

$LX$  : { léger, moyen, assez lent, lent ..... }

$\chi$  : [ 50 Kg, 150 Kg]

$M$  : associer chaque terme de  $LX$  une valeur du domaine  $\chi$ .

**3-2-règle d'inférence :**

Pour obtenir des conclusions a partir d'une base de règle on a besoin d'un mécanisme qui peut produire une sortie d'une collection de règle de production ( if - then ).

if x is A then y is B

la signification de la conditionnelle est une relation floue  $\varphi_R$  :

$$\varphi_R(x,y) = \int \varphi_R(x) * \varphi_R(y) / (x,y).$$

on raisonnement approximatif la règle la plus importantes est :

**le modus ponens généralisé (GMT) :**

En théorie classique une règle précise s'écrivant :

x is A alors y is B

n'est applicable que si la base de faits contient x is A.

Le comportement vis-à-vis d'une règle imprécise doit être différent.

prenons l'exemple d'une règle dont la partie prémisses est constituée du fait

' La chaleur est proche de  $35^0$  ' est supposons de plus que la base de fait contienne l'assertion ' la chaleur est légèrement supérieur a  $35^0$  ', compte tenu de la similitude de ces deux faits la règle est déclencher, alors que l'assertion de la base de fait ne coïncide pas exactement avec la prémisses de la règle.