

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

LA REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث العلم

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Saad Dahlab Blida 1

Institut d'Aéronautique et des Études Spatiales

Département Construction Aéronautique



Mémoire de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme de

Master en Aéronautique

Option : Avionique

THEME

*Commande adaptative avec un modèle de référence  
Appliquée au Boeing 747*

Proposé et dirigé par :

*Dr. Khelifa Yamina*

Réalisé par :

*Moussa Kebir Meriem*

*Promotion: 2022 / 2023*

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## REMERCIEMENTS

*Tout d'abord, je remercie le **DIEU** le tout puissant, de m'avoir donné le courage, la santé et la patience durant tout le temps que j'ai consacrée à la réalisation de ce travail.*

*Un grand merci à ma promotrice Mme KHELIFA Yamina, qui a toujours soutenue, et qui a travaillé très dur avec moi afin d'achever ce mémoire.*

*Mes sincère remerciement aux membres du jury, pour avoir acceptés d'évaluer mon travail.*

*Enfin, je remercie l'ensemble de la famille des enseignants à l'institut d'aéronautique de Blida en particulier les enseignants durant notre parcours universitaire.*

*Mes amis et collègues de la promotion.*

## ***DÉDICACES***

*On dédie ce travail à :*

*A mon père et ma mère qui m'ont soutenu durant toute la  
durée de mes études.*

*A ma sœur Maïssa et mon chère frère Riyad*

*A toute la famille MOUSSA KEBIR et la famille BELALIA*

*A tous mes amis et mes collègues de la promotion avionique.*

## RESUME

Ce mémoire se concentre sur la commande non linéaire appliquée aux avions de transport, avec pour objectif la synthèse de lois de commande efficaces. Le travail comprend trois grandes étapes : l'établissement d'un modèle mathématique pour le contrôle du mouvement de l'avion, la conception de lois de commande adaptative basées sur l'approche de l'hyper-stabilité et la réalisation de tests de simulation sur MATLAB pour évaluer les performances des commandes MRAC. L'étude se focalise spécifiquement sur le vol latéral du Boeing 747. Les résultats de cette recherche offrent une contribution significative dans le domaine de la commande adaptative et de l'hyper-stabilité appliquées aux avions de transport.

**Mots clés :** Commande adaptative, l'hyper-stabilité, Boeing 747.

## ABSTRACT

This thesis focuses on nonlinear control applied to transport aircraft, aiming to synthesize effective control laws. The work consists of three main stages: establishing a mathematical model for aircraft motion control, designing adaptive control laws based on the hyper-stability approach, and conducting simulation tests using MATLAB to evaluate the performance of MRAC (Model Reference Adaptive Control) commands. The study specifically focuses on the lateral flight of the Boeing 747. The results of this research provide a significant contribution in the field of adaptive control and hyper-stability applied to transport aircraft.

**Key words:** Adaptive control, hyper-stability, Boeing 747.

## الخلاصة

ترتكز هذه الأطروحة على التحكم غير الخطي المطبق على طائرات النقل، بهدف توليد قوانين تحكم فعالة. يتألف العمل من ثلاث مراحل رئيسية: وضع نموذج رياضي للتحكم في حركة الطائرة، وتصميم قوانين تحكم تكيفية بناءً على نهج الاستقرار الفائق،

وإجراء اختبارات محاكاة باستخدام ما تلاب لتقييم أداء أوامر MRAC

تركز الدراسة بشكل محدد على الطيران الجانبي لطائرة بوينغ 747. توفر نتائج هذا البحث مساهمة هامة في مجال التحكم التكيفي والاستقرار الفائق المطبق على طائرات النقل.

**الكلمات الدالة:** التحكم التكيفي، الاستقرار الفائق، بوينغ 747

# TABLE DES MATIERES

<b>Remerciement .....</b>	<b>3</b>
<b>Dédicace .....</b>	<b>4</b>
<b>Résumé.....</b>	<b>5</b>
<b>Table des matières.....</b>	<b>6</b>
<b>Liste des figures.....</b>	<b>8</b>
<b>Liste des tableaux.....</b>	<b>9</b>
<b>Liste des symboles et unités de mesure.....</b>	<b>10</b>
<b>Liste des annexes.....</b>	<b>11</b>
<b>Introduction générale.....</b>	<b>12</b>
<b>CHAPITRE 1 : Généralités sur les commandes.....</b>	<b>14</b>
1.1 Introduction.....	14
1.2 Etat de l’art sur les lois de commande.....	14
1.3 Technique de la commande.....	15
1.3.1 Commande linéaire.....	15
a. La commande PID.....	15
b. La commande optimal LQR .....	16
c. La commande quadratique gaussienne (LQG).....	16
d. La commande H infini.....	17
1.3.2 Commande non linéaire.....	18
a. La commande adaptative.....	18
b. La commande floue.....	19
c. La commande par mode glissant.....	20
d. La commande inversion dynamique (NDI).....	21
e. La commande prédictive.....	21
1.4 Conclusion.....	22
<b>CHAPITRE 2 : Modélisation dynamique de l’avion.....</b>	<b>23</b>
2.1 Introduction.....	23
2.2 Modèle avion.....	23
2.3 Repères utilisés.....	24
2.4 Linéarisation des équations.....	24
2.5 Modèle latéral.....	30
2.5.1 Mouvement latéral directionnel.....	33
2.5.2 Equation latéral sous forme d’espace d’état.....	34
2.6 Modèle final latéral.....	35
2.7 Conclusion.....	36

<b>CHAPITRE 3 : commande adaptative avec un modèle de référence.....</b>	<b>37</b>
3.1 Introduction.....	37
3.2 La théorie de l’hyper-stabilité.....	37
3.3 Commande adaptative avec un modèle de référence.....	38
3.3.1 Commande adaptative.....	38
3.3.2 Système adaptative avec un modèle de référence.....	39
3.3.3 Choix de modèle de référence.....	39
3.4 Synthèse des lois de commande adaptatives avec modèle de référence.....	39
3.4.1 MRAC sans perturbation extérieur.....	39
3.4.2 MRAC avec une perturbation extérieure.....	42
3.5 Conclusion.....	43
<b>CHAPITRE 4 : simulations et interprétations.....</b>	<b>44</b>
4.1 Introduction.....	44
4.2 Simulation on boucle ouverte.....	44
4.3 Commande MRAC sans perturbation extérieur .....	47
4.4 Commande MRAC avec une perturbation extérieure.....	53
4.4.1 Perturbation constante.....	53
4.4.2 Perturbation sinusoïdale.....	59
4.5 Conclusion.....	61
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>64</b>
<b>Annexe. A.....</b>	<b>65</b>
<b>Annexe. B.....</b>	<b>68</b>
<b>Référence.....</b>	<b>69</b>

## LISTE DES FIGURES

- Figure 1.1.** Bloc de contrôleur PID
- Figure 1.2.** Régulateur LQR
- Figure 1.3.** Régulateur LQG
- Figure 1.4.** Modèle  $H_\infty$  augmenté
- Figure 1.5.** Problème  $H_\infty$  standard
- Figure 1.6.** Schéma d'un contrôleur flou
- Figure 2.1.** Les différentes boucles de contrôle en jeu
- Figure 2.2.** Boucle ouverte
- Figure 2.3.** Passage de  $R_\theta$  à  $R_b$
- Figure 2.4.** Passage de  $R_b$  à  $R_a$
- Figure 2.5.** les angles de gouverne
- Figure 3.1.** Système hyper-stable
- Figure 3.2.** Schéma de base de la commande MRAC
- Figure 4.1.** Schéma bloc de modèle linéaire sous forme matricielle
- Figure 4.2.** Les pôles de mode latérale directionnel
- Figure 4.3.** La réponse indicielle du système latérale directionnel
- Figure 4.4.** La réponse indicielle du modèle de référence
- Figure 4.5.** Angle de dérapage en haut et angle d'inclinaison en bas par la commande MRAC avec  $\alpha$  et  $\beta$  fixés à 1
- Figure 4.5.a.** L'évolution des commandes  $u_1$  et  $u_2$  générées par la commande MRAC avec des valeurs  $\alpha = 1$  et  $\beta = 1$
- Figure 4.5.b.** L'évolution des erreurs
- Figure 4.6.** Angle de dérapage en haut et angle d'inclinaison en bas par la commande MRAC avec  $\alpha = 10$  et  $\beta = 10$
- Figure 4.6.a.** L'évolution des commandes  $u_1$  et  $u_2$  générées par la commande MRAC avec des valeurs  $\alpha = 10$  et  $\beta = 10$
- Figure 4.6.b.** L'évolution des erreurs
- Figure 4.7.** Angle de dérapage en haut et angle d'inclinaison en bas par la commande MRAC avec  $\alpha = 50$  et  $\beta = 50$
- Figure 4.7.a.** L'évolution des commandes  $u_1$  et  $u_2$  générées par la commande MRAC avec des valeurs  $\alpha = 50$  et  $\beta = 50$
- Figure 4.7.b.** L'évolution des erreurs
- Figure 4.8.** Angle de dérapage en haut et angle d'inclinaison en bas par la commande MRAC avec perturbation extérieur (constante)  $C=1$
- Figure 4.8.a.** L'évolution des commandes  $u_1$  et  $u_2$  générées par la commande MRAC avec perturbation extérieur (constante)  $C=1$
- Figure 4.8.b.** L'évolution des erreurs
- Figure 4.9.** Angle de dérapage en haut et angle d'inclinaison en bas par la commande MRAC avec perturbation extérieur (constante)  $C=10$
- Figure 4.9.a.** L'évolution des commandes  $u_1$  et  $u_2$  générées par la commande MRAC avec perturbation extérieur (constante)  $C=10$
- Figure 4.9.b.** L'évolution des erreurs
- Figure 4.10.** Angle de dérapage en haut et angle d'inclinaison en bas par la commande MRAC avec perturbation extérieur (constante)  $C=20$



**Figure 4.10.a.** L'évolution des commandes  $u_1$  et  $u_2$  générées par la commande MRAC avec perturbation extérieur (constante)  $C=20$

**Figure 4.10.b.** L'évolution des erreurs

**Figure 4.11.** Angle de dérapage en haut et angle d'inclinaison en bas par la commande MRAC avec perturbation extérieur (sinusoïdal)  $A=1$  et  $Fr=1$  rad/sec

**Figure 4.11.a.** L'évolution des commandes  $u_1$  et  $u_2$  générées par la commande MRAC avec perturbation extérieur (sinusoïdal)  $A=1$  et  $Fr=1$  rad/sec

**Figure 4.11.b.** L'évolution des erreurs

**Figure 4.12.** Angle de dérapage en haut et angle d'inclinaison en bas par la commande MRAC avec perturbation extérieur (sinusoïdal)  $A=5$  et  $Fr=10$  rad/sec

**Figure 4.12.a.** L'évolution des commandes  $u_1$  et  $u_2$  générées par la commande MRAC avec perturbation extérieur (sinusoïdal)  $A=5$  et  $Fr=10$  rad/sec

**Figure 4.12.b.** L'évolution des erreurs

**Figure A.1.** Dimensions de Boeing 747

**Figure A.2.** Modèle de Boeing 747

## LISTE DES TABLEAUX

**Tableau A.1.** Les dérivés dimensionnels de stabilité latérale-directionnelle

**Tableau A.2.** La liste des dérivées dimensionnelles de stabilité latérale

**Tableau A.3.** Dérivés latérale dimensionnelles Boeing 747

**Tableau A.4.** Dérivées latérales non-dimensionnelles Boeing 747

**Tableau A.5.** Dérivées aérodynamiques par rapport aux commandes latérale

## LISTE DES SIGLES, ABREVIATIONS ET NOTATIONS

### Abréviations

CAS	Control Augmentation System
CAP	Control Anticipate Parameter
LQG	Linear Quadratic Gaussian
LQR	Linear Quadratic Regulator
PID	Proportionnel Intégral Dérivé
MIMO	Multi-Input Multi-Output
MRAC	Model Référence Adaptive Control
SPR	Strictelement Positif Réel
SAS	Stability Augmentation System

### Notations

$\mathbb{R}$	Corps des nombres réels
$\mathbb{R}^{n \times n}$	Ensemble des matrices réelles de dimension n
$A$	Matrice d'état de système linéaire
$B$	Matrice d'action des commandes du système linéaire
$A_m$	Matrice d'état du modèle de référence
$B_m$	Matrice d'action du modèle de référence

## **Introduction générale**

L'automatique fait partie des sciences de l'ingénieur. Cette discipline traite la modélisation, l'analyse, la commande et de la régulation des systèmes dynamiques. Ses fondamentaux théoriques sont les mathématiques, la théorie du signal et l'informatique théorique [1].

L'histoire de l'automatique théorique peut être divisée en trois périodes. La première période a eu lieu avant la Première Guerre mondiale, et était marquée par la résolution de problèmes de régulation en particulier ou de contrôle du moyen du calcul différentiel. Puis, pendant la Seconde Guerre mondiale, avec le développement des systèmes de contrôle, la théorie harmonique des systèmes asservis linéaires a été unifiée pour la première fois. La troisième période ; caractérisée par le développement de la théorie des variables d'état.

Cette théorie fournit une description très générale des systèmes multidimensionnels, et pour la première fois, une description de la dynamique d'un système de commande dans l'espace d'état permet de développer une théorie générale du contrôle qui inclut la même représentation, toutes les formes de tout ordre système multidimensionnel.

Un peu plus tard, les commandes adaptatives sont venues palier aux carences des commandes linéaires faces aux systèmes physiques non-linéaires et variant dans le temps, pour lesquels la commande linéaire pourrait aboutir à des résultats imprévisibles. En fait, la pratique a montré que la commande adaptative est très robuste et fiable dans le contrôle de systèmes fortement contraints et présentant tous types de perturbations externes et internes qui tendent à les rendre instables. La commande adaptative par modèle de référence a été proposé à l'origine par Whittaker, Yamron et Kezer pour améliorer les performances du processus.

De nos jours, les techniques de commande avancée deviennent l'un des domaines de recherche les plus actifs. En parallèle, on dispose de calculateurs puissants et de divers outils logiciels. Cela facilite la synthèse de lois de commande avancées et leur exécution, sans difficultés en temps réel.

La commande adaptative permet au système de contrôle de s'adapter en temps réel à des variations inattendues et à des perturbations externes, en ajustant automatiquement les paramètres de contrôle. Dans cette approche, un modèle de référence précis du système est utilisé comme base pour l'adaptation des paramètres de contrôle. L'utilisation de la théorie d'hyper-stabilité permet d'assurer une stabilité et une performance accrues en exploitant des concepts avancés de contrôle adaptatif [2].

La théorie d'hyper-stabilité, fournit un cadre théorique solide pour la conception de systèmes de commande adaptative basés sur des modèles de référence. Elle met l'accent sur l'utilisation de mécanismes de rétroaction pour générer des signaux de commande adaptatifs stables, en s'appuyant sur des concepts de stabilité et d'hyper-stabilité. Cette approche permet de garantir une performance de contrôle précise tout en prenant en compte les incertitudes et les variations inhérentes au système du Boeing 747.

Cette thèse s'appuie sur une solide base théorique en théorie d'hyper-stabilité et en commande adaptative, en mettant l'accent sur leur application spécifique au Boeing 747. En utilisant des techniques avancées de modélisation et de contrôle, cette recherche vise à développer un modèle de référence adaptatif basé sur la théorie d'hyper-stabilité et à l'appliquer au Boeing

## ***Introduction générale***

747 afin d'améliorer la précision du contrôle, la stabilité en vol et la robustesse face aux perturbations et aux variations des conditions de vol.

Dans ce modeste travail on présentera une application des techniques de la commande adaptative sur un avion de transport civil.

Ce mémoire est organisé en quatre chapitres :

Le premier chapitre est consacré à la revue des techniques et commandes linéaires et non Linéaire.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation de l'avion, nous nous attardons dans le chapitre 2 à la description et l'analyse de notre modèle d'avion, soit Boeing 747. Y sont présentées les équations de la mécanique de vol et leur linéarisation dans le cas du vol latéral.

Dans le troisième chapitre, nous présentons la synthèse des lois de commande adaptative avec modèle de référence basée sur les concepts de positivité et d'hyper-stabilité.

Le quatrième chapitre est consacré aux résultats obtenus par simulation.

Plusieurs tests ont été effectués sur différents types de commande grâce au langage MATLAB (SIMULINK). Une application de ces lois de commande à l'avion Boeing 747 sera le fruit de notre travail.

Ce mémoire se conclut par une conclusion générale résumant les différentes approches de commande développées dans ce travail. Nous soulignons également les recherches futures qui entrent dans le cadre de ce travail et qui seront effectuées ultérieurement.

# **CHAPITRE 1**

## ***Généralités sur les commandes***

### **1.1. Introduction**

L'avion est un système non linéaire, c'est pour cette raison que l'on s'intéresse à savoir comment réaliser la synthèse la plus adaptée.

Donc de nombreuses stratégies de commande existent (linéaires et non linéaires). Une bonne technique doit éliminer tout risque d'instabilité et améliorer les performances d'un avion afin d'obtenir la convergence la plus rapide possible.

L'objectif de ce chapitre est de présenter les principales techniques de synthèse utilisées pour la commande des systèmes.

### **1.2. Etat de l'art sur les lois de commande**

La section sur l'état de l'art des lois de commande examine les recherches existantes sur la conception et la mise en œuvre de nouvelles techniques, ainsi que l'adaptation des approches déjà existantes, dans le but de contrôler de manière plus efficace les aéronefs et de les maintenir sur une trajectoire définie malgré les conditions extérieures variables.

À partir des années 60, les travaux ont porté sur la synthèse de lois de commande visant à minimiser les critères énergétiques, ce qui a abouti à l'émergence de la commande optimale. Les premières approches, telles que la commande linéaire quadratique (LQ), ont permis le calcul d'un gain de retour d'état. Par la suite, des techniques telles que le filtrage de Kalman ou la synthèse linéaire quadratique gaussienne (LQG) ont été développées pour résoudre le problème du filtrage du bruit d'état ou de sortie. Toutes ces approches reposent sur une modélisation précise qui représente la dynamique réelle du système.

Dans les années 70, le concept de robustesse a commencé à être étudié de plus près. La robustesse se réfère à la propriété garantissant la stabilité et les performances d'un système face à des incertitudes de diverses natures : fréquentielles, paramétriques, etc. Récemment, des techniques de synthèse prenant explicitement en compte la robustesse, telles que la commande  $H_\infty$ , ont été proposées.

Jusqu'à présent, la plupart des travaux se sont concentrés sur l'automatique linéaire. Cependant, les exigences de performance croissantes ont introduit de nouvelles contraintes de commande, rendant la modélisation du comportement entrée/sortie des systèmes extrêmement complexe. Les modèles mathématiques sont devenus non linéaires, ce qui explique l'essor des techniques non linéaires dans ce domaine [3][4].

Le but de cette section est de présenter un aperçu rapide de ces techniques, en mettant en évidence leurs avantages et leurs inconvénients.

### 1.3. Technique de la commande

#### 1.3.1. Commande linéaire

Le principal avantage de la commande linéaire est de générer des lois de commande qui satisfont aux contraintes de stabilité et de robustesse des performances. Les travaux ont précisé que la stratégie de contrôle linéaire devait utiliser des lois de contrôle basées sur la commande LQR et PID pour améliorer les performances de l'avion.

Certaines architectures de contrôle linéaire sont présentées ci-dessous :

##### a) La commande PID (proportionnel, intégral et dérivé)

La commande PID est une implémentation simple de la rétroaction (feedback), avec des fonctionnalités telles que l'action intégrale pour assurer la précision et le rejet des erreurs statiques, l'action proportionnelle pour réduire le temps de réponse (rapidité) et l'action dérivée pour assurer la stabilité. Le comportement du PID peut être exprimé par l'équation suivante :

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt}$$

Où  $e(t)$  : l'écart résultant de la différence entre la consigne et la grandeur à commander. Les paramètres du régulateur associés à ces différents termes sont le gain proportionnel  $k_p$ , la constante d'intégration  $k_i$  et la constante de dérivation  $k_d$ .

Le PID est le contrôleur le plus couramment utilisé dans l'industrie. L'idée de ce régulateur de contrôle est de modifier délibérément la valeur de l'erreur résiduelle entre la consigne et la valeur mesurée [5].

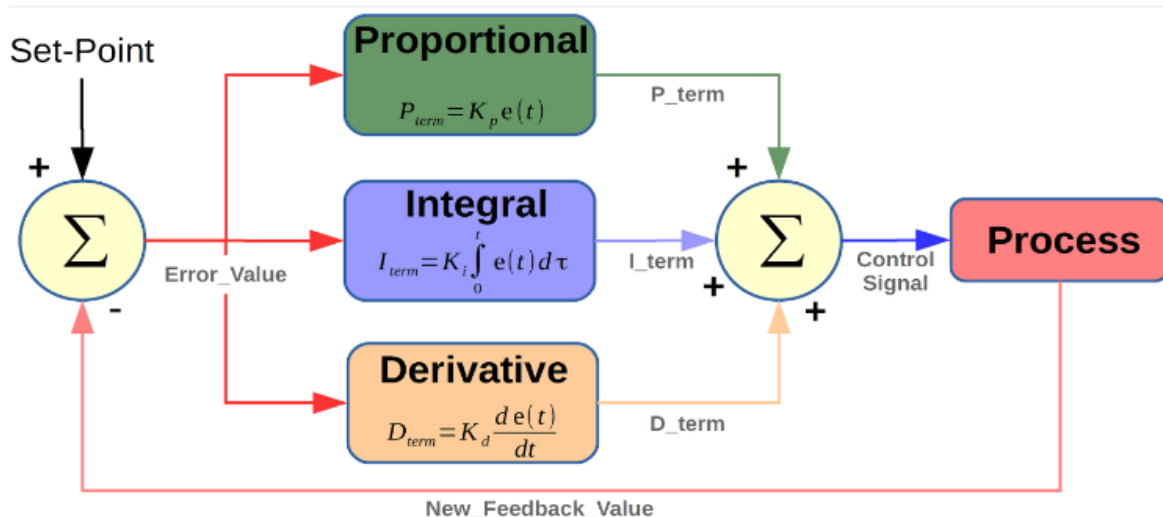


Figure 1.1. Bloc de contrôleur PID

**b) La commande optimale LQR**

La commande optimale **LQR** « linéaire Quadratic Regulator », est l'une des techniques de conception de contrôle les plus largement utilisées. Des études ont été menées pour comparer les caractéristiques des contrôleurs (exécution, robustesse, utilisation des contrôleurs) dans différentes applications. On parle de commande linéaire quadratique lorsque le système est linéaire et la commande est quadratique, cette commande est définie comme étant une commande optimale par retour d'état [6].

Ce régulateur est encore connu sous le nom de « Gain de Kelman », cette commande consiste à trouver la loi de commande en boucle fermée optimale  $u(t)$  qui assure les performances désirées [7].

La commande **LQR** possède des propriétés suivantes :

- Moins robuste par rapport aux perturbations et à l'incertitude sur les paramètres
- Méthode autorégulée
- Performante

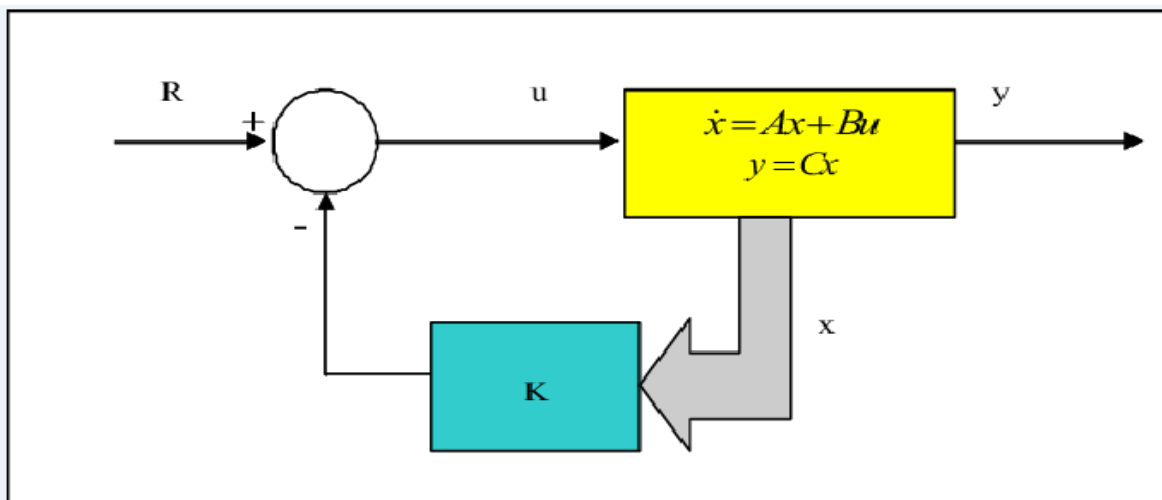


Figure 1.2. Régulateur LQR

**c) La commande quadratique gaussienne (LQG)**

La commande LQG est une technique qui permet de calculer le gain d'une commande par retour d'état, avec un souci particulier à la réduction du bruit blanc. Elle est apparue comme la première méthode populaire de contrôle des systèmes multivariables [8].

Le but du contrôleur LQG est de générer un ensemble de commandes  $u$  pour permettre à la sortie de suivre une trajectoire de référence spécifiée par le concepteur. Ces commandes sont calculées selon des critères optimisés à partir de l'espace d'état représentant le processus à contrôler.



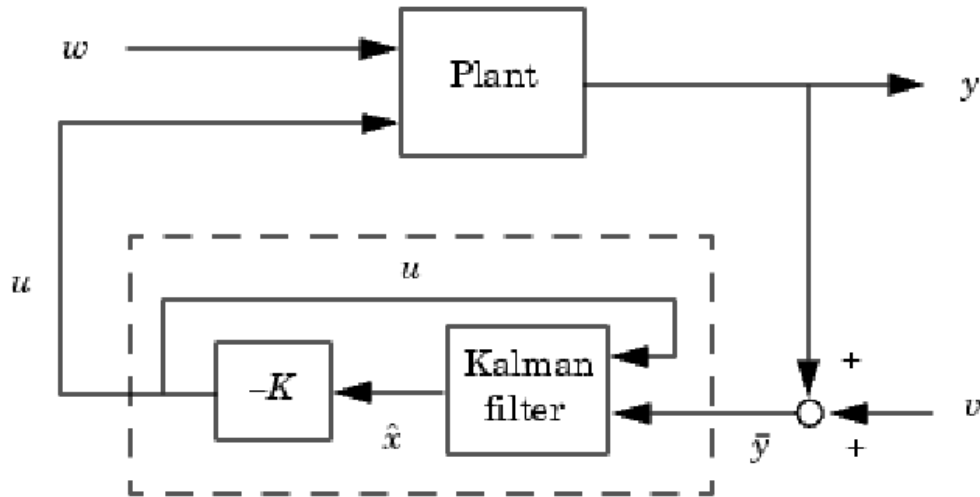


Figure 1.3. Régulateur LQG

**d) La commande  $H_{\infty}$  infini**

La synthèse de commande robuste basée sur la norme  $H_{\infty}$ , développée dans les années 80 consiste à trouver une loi de commandes qui minimise l'effet des perturbations sur le comportement du système. La norme  $H_{\infty}$  prend une place de plus en plus importante parmi les méthodes de synthèse de contrôleurs, du fait qu'elle est pratique pour la représentation des modèles des incertitudes non structurées.

La synthèse  $H_{\infty}$  est une méthode qui sert à la conception de commandes optimales. Il s'agit essentiellement d'une méthode d'optimisation, qui prend en compte une définition mathématique des contraintes en ce qui concerne le comportement attendu en boucle fermée. La commande  $H_{\infty}$  a pour principal avantage la capacité d'inclure dans un même effort de synthétisation les concepts liés à la commande robuste [9].

Considérons le système augmenté  $P(s)$  composé de 4 fonctions de transfert multi-variables entre les entrées  $u$  et  $w$  et sorties  $y$  et  $z$  ; où :

- $W$  représente les entrées extérieures (le vecteur consigne de commande, les perturbations et les bruits) ;
- $U$  représente les sorties à optimiser pour avoir un bon comportement de la commande ;
- $Z$  représente les sorties à optimiser pour avoir un bon comportement de la commande ;
- $V$  représente les mesures disponibles utilisées par le contrôleur pour calculer la commande.

Toutes ces données sont d'une façon générale des vecteurs et  $P$  et  $K$  sont des matrices.

On décompose alors  $P(s)$  de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} Z(s) \\ Y(s) \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} W(s) \\ U(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W(s) \\ U(s) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

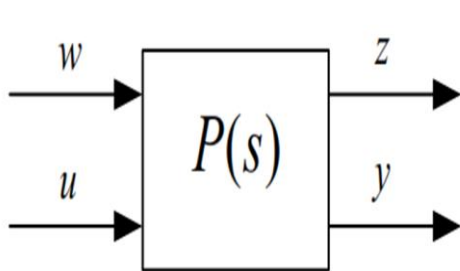


Figure 1.4. Modèle  $H^\infty$  augmenté standard

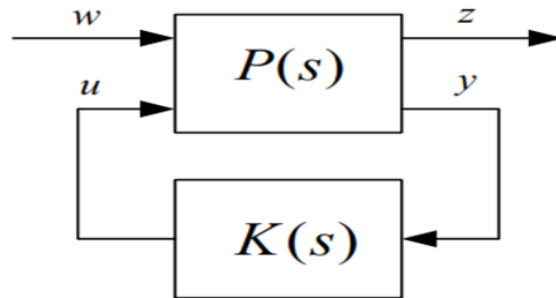


Figure 1.5. Problème  $H^\infty$

En rebouclant le système par la loi de commande  $U(s) = K(s)Y(s)$ , on obtient le transfert entre les entrées  $w$  et les sorties  $z$ , encore appelé Transformation Fractionnaire Linéaire (LFT) inférieure :

$$G_{zw}(s) = F_l(P(s), K(s)) = P_{11}(s) + P_{12}(s)K(s)(I - P_{22}(s)K(s))^{-1}P_{21}(s)$$

### 1.3.2. Commande non linéaire

La commande non linéaire a réellement commencé à apparaître au début des années 80.

L'idée fondatrice de ce genre de commande découle d'un constat simple : un système physique n'est jamais linéaire. Donc si vous voulez le contrôler finement, il faut commencer par le modéliser tel qu'il est, c'est-à-dire de manière non linéaire. Aujourd'hui, et depuis plus d'un quart de siècle, de nombreux chercheurs ont tenté de résoudre les problèmes posés par l'analyse et la synthèse robuste des systèmes non linéaires, partant du principe que s'ils réussissent à prouver en un point de fonctionnement une propriété d'un système muni d'une loi de commande non linéaire.

Par conséquent, de nombreuses techniques de contrôle non linéaire ont été développées depuis le début des années 80 et sont décrites ci-dessous :

#### a) La commande adaptative

La commande adaptative a débuté principalement dans les années 50, comme solution pour contrôler les processus fonctionnant sous des conditions et environnements variables dans le temps. Dans les années 60, plusieurs contributions de la théorie de commande ont été introduites dans le développement de la commande adaptative, comme l'analyse dans l'espace d'état, théorie de stabilité, théorie de la commande stochastique et programmation dynamique.

## **Chapitre 1 Généralités sur les commandes**

Au début des années 70, les différentes méthodes d'estimation ont été introduites dans la commande adaptative. La théorie de stabilité de la commande adaptative a commencé au début des années 80, en parallèle avec la rapide évolution en microélectronique qui a permis d'implémenter des régulateurs adaptatifs sur des systèmes à Microprocesseurs.

La commande adaptative est une commande dont le but est de réagir à tout instant dans le sens désiré (en générale minimisation de l'erreur entre la consigne et la sortie) face aux variations que subit le système.

Parmi les stratégies de commande adaptative on distingue les méthodes directes comme la commande adaptative à modèle de référence (MRAC), dont l'objectif est de concevoir un modèle de référence dont les performances coïncident avec ceux du système en boucle fermée, la fonction de la commande est d'éliminer toute divergence entre la réponse du modèle et celle du système quelque soient le signal d'entrée et les conditions de perturbation (internes ou externes) [2].

### **b) La commande floue**

La logique floue est basée sur la théorie des probabilités, qui est proche de la théorie des probabilités à une exception près :

- Dans la théorie des probabilités, les fonctions d'appartenance sont booléennes : une variable quelconque  $x$  appartient à un ensemble  $S$  ou n'appartient pas à cet ensemble, et ce sans valeur intermédiaire.
- Dans la théorie des possibilités, les fonctions d'appartenance sont continuées : une variable quelconque peut appartenir plus ou moins à un ensemble  $S$ , néanmoins la somme des fonctions d'appartenance de  $x$  aux ensembles  $S_i$  vaut toujours 1.

La commande floue est particulièrement adaptée à la commande de systèmes complexes non linéaires mal modélisés mais disposant une grande expertise humaine, elle s'applique surtout aux systèmes où le comportement recherché est décrit qualitativement plutôt que quantitativement. Elle peut être appliquée rapidement (selon le nombre de règles floues mises en œuvre) et donne néanmoins des résultats spectaculaires [10].

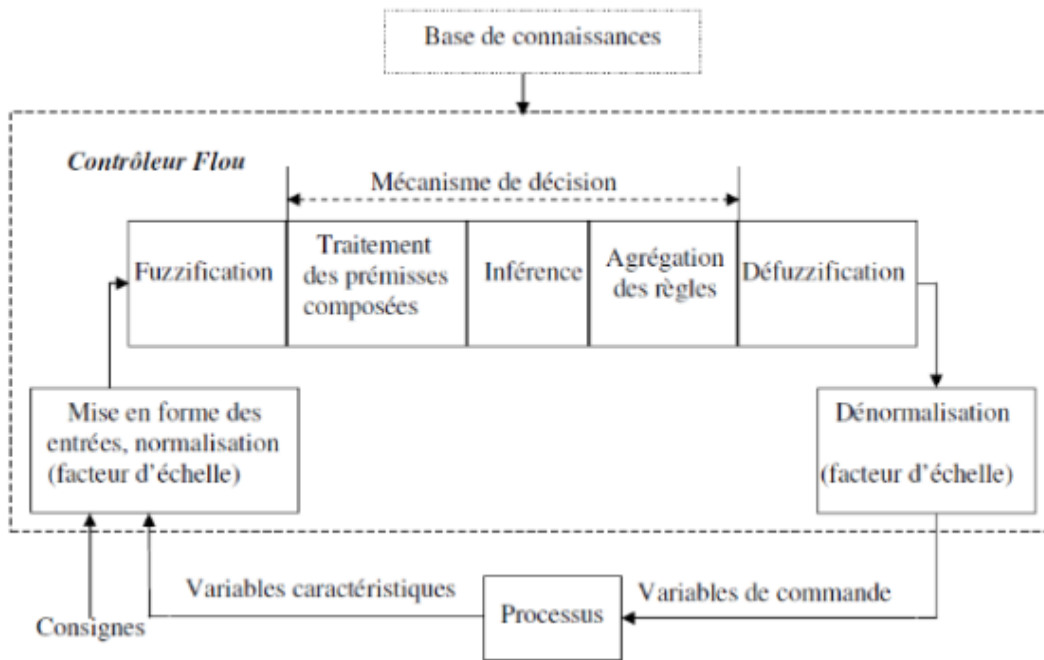


Figure1.6. schémas d'un contrôleur flou

### c) La commande par mode glissant

La technique des modes glissants consiste à amener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et à commuter par une logique de communication appropriée autour d'elle jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement.

Parmi les propriétés des modes glissant :

- La trajectoire de l'état du système en mode de glissement appartient à une variété (surface) de dimension inférieure à celle de l'espace d'état. Par conséquent l'ordre des équations différentielles régissant le fonctionnement du système en mode de glissement est réduit.
- La dynamique du système en mode de glissement est déterminée uniquement par le choix des coefficients de la surface de glissement.
- Sous certaines conditions similaires aux systèmes dont la commande est fort gain, la technique des modes glissants est robuste par rapport aux variations de certains paramètres.

L'idée de base de la commande par régime glissant est premièrement d'attirer les états du système dans une région convenablement sélectionnée, puis de concevoir une loi de commande qui maintiendra toujours le système dans cette région. En résumé, une commande par régime glissant est divisée en deux parties [11] :

$$u = u_{eq} + u_{gliss}$$

## **Chapitre 1 Généralités sur les commandes**

$\mathbf{u}_{eq}$  : la commande équivalente ou nominale est déterminée par le modèle du système. Cette partie est conçue avec la méthode de la commande équivalente, dont le principe est basé sur la détermination du comportement du système lorsqu'il est sur la surface de glissement  $\mathbf{s}$ .

$\mathbf{u}_{gliss}$  : le glissement est utile pour compenser les incertitudes du modèle. Il est constitué de la fonction signe « sign » de la surface de glissement  $\mathbf{s}$ , multipliée par une constante  $\mathbf{K}$  glisse la surface de glissement est définie dans l'espace d'état des erreurs afin de garantir la convergence des états.

### **d) La commande inversion dynamique (NDI)**

La dynamique du système, exprimée sous la forme d'une équation reliant la dynamique de la sortie considérée à l'entrée du système.

Cette équation est obtenue par la dérivée successive de la sortie ( $y$ ). Le degré de dérivation requis pour obtenir cette relation est appelé le degré relatif ( $r$ ). Ces dérivées successives permettent de représenter la dynamique de liaison d'entrée et de sortie du système (dynamique externe) sous la forme d'une seule équation algébrique et d'une série d'intégrales [11].

### **e) La commande prédictive**

La commande prédictive est une technique de contrôle automatique avancée. Son but est de contrôler des systèmes industriels complexes constitués de plusieurs entrées et sorties pour lesquels un simple régulateur PID ne suffit pas. Le principe de cette technique est d'utiliser un modèle dynamique du processus à l'intérieur du contrôleur en temps réel pour prédire le comportement futur du processus, il joue donc un rôle très important dans le domaine du contrôle. Elle est basée sur l'utilisation d'un modèle pour prédire le comportement futur du système sur un horizon du temps fini [11].

## *Chapitre 1 Généralités sur les commandes*

### **1.4. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons permis d'explorer différentes commandes et de mettre en évidence les avantages spécifiques de chacune d'entre elles. En analysant attentivement ces avantages, nous avons pu justifier notre choix et mettre en valeur la commande que nous avons sélectionnée. Nous sommes confiants que notre décision est éclairée et qu'elle contribuera de manière significative à nos objectifs.

## CHAPITRE 2

### Modélisation dynamique de l'avion

#### 2.1. Introduction

Modéliser un système consiste à élaborer une représentation mathématique qui permette de décrire et son comportement dynamique et permanent lorsqu'il est soumis aux des influences.

Ce chapitre est consacré à l'élaboration d'un modèle mathématique de la dynamique de l'avion représentant fidèlement son comportement au cours du vol.

#### 2.2. Modèle avion

On présente ici la modélisation des différents éléments d'un avion. Le schéma de la figure 2.1 illustre les différentes boucles de commande que l'on peut trouver sur un avion à commandes de vol électriques (Fly-by-Wire).

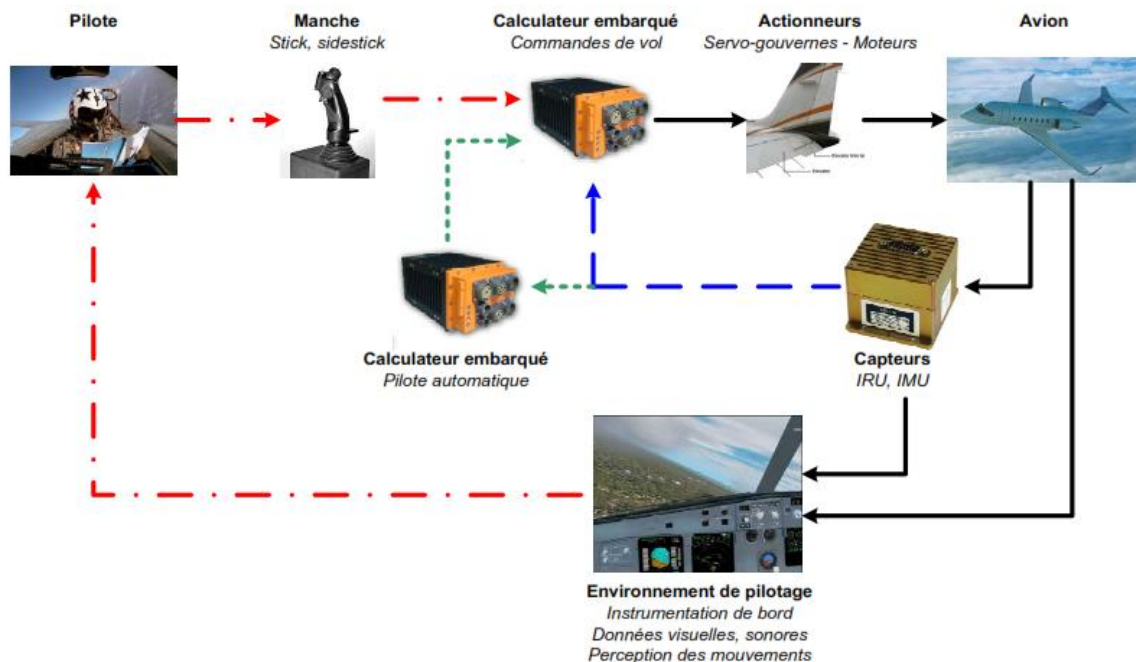


Figure2.1. Les différentes boucles de contrôle en jeu

On peut y distinguer de façon générale 4 parties ou boucles :

1. **La boucle ouverte** (représentée aussi sur la figure2.2). Elle est constituée des actionneurs (Servo-gouvernes et surfaces de contrôle, ainsi que les moteurs), de l'avion lui-même et des différents capteurs. Les boucles de commande qui vont suivre, sont toutes rebouclées sur cette boucle ouverte.
2. **Une première boucle de commande** (— —) qui permet d'améliorer les qualités de vol naturelles de l'avion ainsi que sa manœuvrabilité. Cette boucle de commande est généralement constituée de deux boucles :

## Chapitre 2 Modélisation dynamique de l'avion

- une boucle **SAS** (Stability Augmentation System) pour augmenter la stabilité de l'appareil,
  - une boucle **CAS** (Control Augmentation System) pour améliorer le contrôle de l'avion.
3. **Une deuxième boucle de commande** (- - -), le pilote automatique. Différents objectifs sont pris automatiquement en charge par cette boucle :
- maintien d'attitude,
  - maintien d'altitude,
  - maintien de cap,
  - maintien de vitesse.
4. **Une troisième boucle** (- · -), qui est la boucle de pilotage dont le pilote est lui-même un élément. Le pilote agit sur le manche (stick) et ainsi sur l'appareil, selon les informations qu'il peut recevoir de l'instrumentation de bord et des sensations qu'il ressent. La première boucle de commande de vol électrique vient l'assister dans sa tâche en améliorant la prise en main de l'appareil.

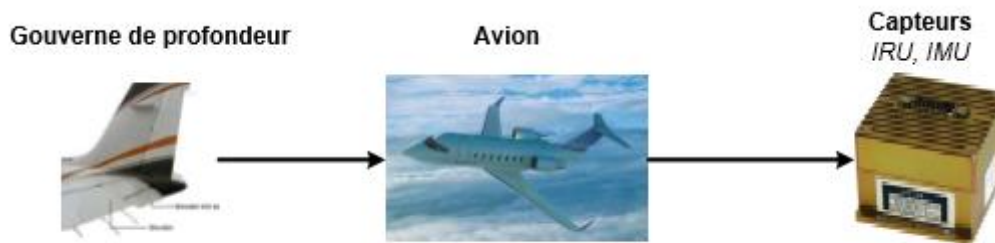


Figure 2.2. Boucle ouverte

### 2.3. Repères utilisés

Trois repères sont utilisés pour mettre en place les équations de la mécanique du vol.

#### ❖ Repère normal terrestre

- $R_\theta(\mathbf{O}, \vec{x}_\theta, \vec{y}_\theta, \vec{z}_\theta)$  : repère lié à la Terre que l'on suppose localement plate et immobile.
- Origine  $\mathbf{O}$  : point fixe sur la surface de la Terre.
- Axe  $\vec{z}_\theta$  : orienté suivant la direction de la force gravitationnelle  $\vec{g}$ .
- Axes  $\vec{x}_\theta$  et  $\vec{y}_\theta$  : choisis dans le plan horizontal de manière à compléter le repère de façon directe et orthonormée. L'axe  $\vec{x}_\theta$  est habituellement orienté dans la direction du nord géographique ou magnétique.

#### ❖ Repère avion

- $R_b(\mathbf{G}, \vec{x}_b, \vec{y}_b, \vec{z}_b)$  : repère lié à l'avion que l'on suppose indéformable.
- Origine  $\mathbf{G}$  : centre de gravité de l'avion.
- Axe  $\vec{x}_b$  : choisi dans le plan de symétrie de l'avion et orienté vers l'avant. Sa définition dans le plan demeure arbitraire. Il est généralement associé à une définition géométrique du fuselage. Si le fuselage est un cylindre,  $\vec{x}_b$  est parallèle à une génératrice.
- Axe  $\vec{y}_b$  : perpendiculaire au plan de symétrie de l'avion et orienté vers la droite de l'avion au « sens pilote ».
- Axe  $\vec{z}_b$  : dans le plan de symétrie de l'avion et orienté vers le « ventre » de celui-ci.



### ❖ Repère aérodynamique

- $R_a(\mathbf{G}, \vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z}_a)$  : repère lié à la vitesse de l'avion.
- Origine  $\mathbf{G}$  : centre de gravité de l'avion.
- Axe  $\vec{x}_a$  : colinéaire à la vitesse aérodynamique de l'avion  $\vec{v}_a$ .
- Axe  $\vec{z}_a$  : orthogonal à  $\vec{x}_a$  dans le plan de symétrie de l'avion et orienté vers le « ventre » de celui-ci.
- Axe  $\vec{y}_a$  : choisi de manière à compléter le repère de façon directe et orthonormée.

### ❖ Définition des angles entre repères

Maintenant que les repères ont été définis, leurs positions relatives vont être définies au moyen d'angles. Plusieurs rotations sont nécessaires pour passer d'un repère à un autre.

#### • Passage de $R_\theta$ à $R_b$

Le passage du repère normal terrestre  $R_\theta$  au repère avion  $R_b$  correspond au passage d'un repère définissant l'orientation d'un solide à un autre (figure 2.3). Il nécessite l'introduction d'un système de 3 angles :

1. Une rotation de  $\Psi$  (azimut) autour de  $\vec{z}_\theta$  amène dans le plan horizontal  $\vec{x}_\theta$  sur  $\vec{x}_i$ , et  $\vec{y}_\theta$  sur  $\vec{y}_i$ . Le vecteur  $\vec{y}_i$  est porté par l'intersection du plan horizontal contenant  $\mathbf{G}$  et du plan perpendiculaire à l'axe du fuselage contenant lui aussi  $\mathbf{G}$ . On en déduit  $\vec{x}_i = \vec{y}_i \wedge \vec{z}_\theta$ .
2. Une rotation de  $\Theta$  (assiette longitudinale) autour de  $\vec{y}_i$  amène  $\vec{x}_i$  sur  $\vec{x}_b$ .
3. Enfin, une rotation de  $\Phi$  (angle de gîte) autour de  $\vec{x}_b$  amène  $\vec{y}_i$  sur  $\vec{y}_b$ .

#### • Passage de $R_b$ à $R_a$

Le passage du repère avion  $R_b$  au repère aérodynamique  $R_a$  est le passage du vecteur  $\vec{x}_b$  porté par l'axe du fuselage au vecteur  $\vec{x}_a$  porté par la vitesse aérodynamique  $\vec{v}_a$  (figure 2.4). Puisque  $\vec{z}_a$  est dans le plan défini par  $(\vec{x}_b, \vec{z}_b)$  (plan de symétrie de l'avion), deux rotations suffisent :

1. Une rotation de  $-\alpha$  (angle d'incidence) autour de  $\vec{y}_b$  amène  $\vec{z}_b$  sur  $\vec{z}_a$ .
2. Une rotation de  $\beta$  (angle de dérapage) autour de  $\vec{z}_a$  amène  $\vec{y}_b$  sur  $\vec{y}_a$ .

### ❖ Déplacement du centre de gravité de l'avion

#### ➤ Position du centre de gravité dans le repère terrestre $R_\theta$

- sur  $(O, \vec{x}_\theta)$  : x
- sur  $(O, \vec{y}_\theta)$  : y
- sur  $(O, -\vec{z}_\theta)$  : z (altitude)

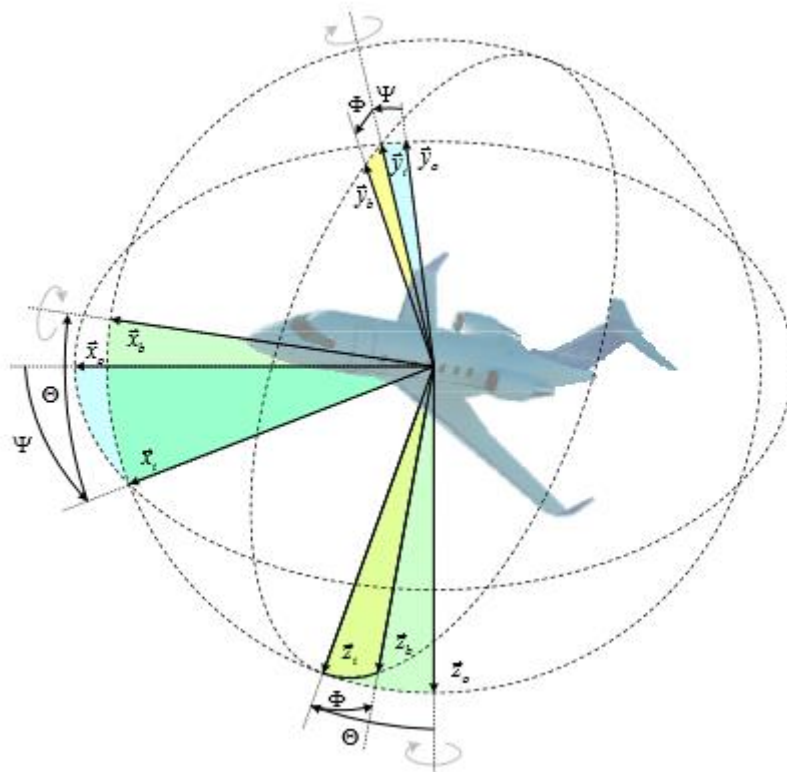


Figure 2.3. Passage de  $R_\theta$  à  $R_b$

➤ **Vitesse du centre de gravité dans le repère avion  $R_b$**

- sur  $(O, \vec{x}_b)$  : U
- sur  $(O, \vec{y}_b)$  : V
- sur  $(O, \vec{z}_b)$  : W

Ce qui donne :

$$U \vec{x}_b + V \vec{y}_b + W \vec{z}_b = V_a \vec{x}_a \quad (2.1)$$

➤ **Attitude de l'avion autour de son centre de gravité**

• **Attitude de l'avion dans le repère terrestre**

- $\Psi$  : cap
- $\Theta$  : assiette
- $\Phi$  : angle de gite

• **Vitesse de rotation du repère avion par rapport au repère terrestre**

- p, vitesse de roulis : vitesse instantanée de rotation autour de l'axe  $\vec{x}_b$
- q, vitesse de tangage : vitesse instantanée de rotation autour de l'axe  $\vec{y}_b$
- r, vitesse de lacet : vitesse instantanée de rotation autour de l'axe  $\vec{z}_b$

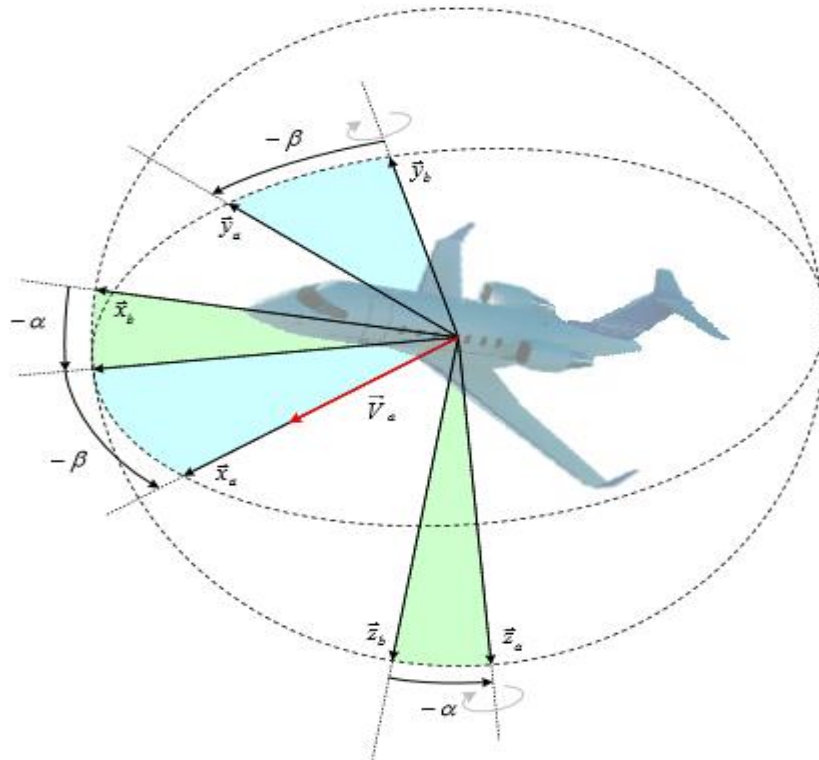


Figure 2.4. Passage de  $R_b$  à  $R_a$

Ce qui donne :

$$P\vec{x}_b + q\vec{y}_b + r\vec{z}_b = \vec{\Omega} \quad (2.2)$$

Où  $\vec{\Omega}$  est le vecteur instantané de rotation de  $R_b$  ( $G, \vec{x}_b, \vec{y}_b, \vec{z}_b$ ) dans  $R_\theta$  ( $O, \vec{x}_\theta, \vec{y}_\theta, \vec{z}_\theta$ ).

### ➤ Équations du mouvement

Si l'on fait l'hypothèse que la masse  $m$  de l'avion est constante, les équations générales du mouvement de l'avion rigide, par rapport au repère inertiel terrestre s'écrivent :

- **Relation fondamentale de la cinématique**

$$\left(\frac{\partial \vec{x}}{\partial t}\right)_{R_0} = \left(\frac{\partial \vec{x}}{\partial t}\right)_{R_1} + \vec{\Omega}_{R_1 R_0} \wedge \vec{x} \quad (2.3)$$

La dérivée par rapport au temps d'un vecteur  $\vec{x}$  dans un repère  $R_0$  est égale à la dérivée par rapport au temps de ce vecteur dans un repère  $R_1$ , à laquelle on ajoute le produit vectoriel de la vitesse de rotation du repère  $R_1$  par rapport à  $R_0$ ,  $\vec{\Omega}_{R_1 R_0}$  par le vecteur  $\vec{x}$ .

- **Equations mécaniques**

- **Théorème de la résultante dynamique**

$$\sum \vec{F}_e = m \frac{\partial \vec{v}_T}{\partial t} \quad (2.4)$$

## Chapitre 2 Modélisation dynamique de l'avion

Où  $\vec{v}_T$  représente la vitesse du centre de gravité de l'avion par rapport au repère normal terrestre  $R_\theta$  et  $\sum \vec{F}_e$  la résultante des forces extérieures agissant sur l'avion (force de pesanteur, forces aérodynamiques et forces de propulsion). En l'absence de vent,  $\vec{v}_T = \vec{v}_a$ .

### – Théorème du moment cinétique

$$\sum \vec{M}_e = I \frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} \quad (2.5)$$

Où  $\sum \vec{M}_e$  le moment résultant des différentes forces agissant sur l'avion (moment des forces aérodynamiques et moment des forces de propulsion).

$I$  Est la matrice d'inertie définie par :

$$I = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Où  $I_x, I_y$  et  $I_z$  représentent les moments d'inertie selon les axes  $\vec{x}_b, \vec{y}_b$  et  $\vec{z}_b$ .  $I_{xy}, I_{xz}$  et  $I_{yz}$  sont les produits d'inertie. On considère le cas le plus classique où le plan  $(\vec{x}_b, \vec{z}_b)$  est un plan de symétrie. Sous cette condition, les produits d'inertie  $I_{xx}$  et  $I_{yz}$  sont nuls.

Dans le cas d'un avion symétrique, en l'absence de perturbation atmosphérique, l'ensemble des équations du mouvement sont les suivantes :

#### • équations de translation

$$X_A + X_T - mg \sin\theta = m(\dot{U} + qW - rV) \quad (2.7)$$

$$Y_A + Y_T + mg \cos\theta \sin\phi = m(\dot{V} + rU - pW) \quad (2.8)$$

$$Z_A + Z_T + mg \cos\theta \cos\phi = m(\dot{W} + pV - qU) \quad (2.9)$$

Où  $(X_A, Y_A, Z_A)$  sont les composantes des forces aérodynamiques dans le repère avion,  $(X_T, Y_T, Z_T)$  les composantes des forces de poussée et les termes  $-mg \sin \theta$ ,  $mg \cos \theta \sin \phi$  et  $mg \cos \theta \cos \phi$  les composantes des forces de pesanteur.

#### • équations de rotation

$$L_A + L_T = I_x \dot{p} - I_{xz}(\dot{r} + pq) + (I_z - I_y)qr \quad (2.10)$$

$$M_A + M_T = I_y \dot{q} - I_{xz}(p^2 - r^2) + (I_x - I_z)pr \quad (2.11)$$

$$N_A + N_T = I_z \dot{r} - I_{xz} \dot{p} + (I_y - I_x)pq + I_{xz}qr \quad (2.12)$$

Où  $(L_A, M_A, N_A)$  sont les composantes des moments dus aux forces aérodynamiques dans le repère avion et  $(L_T, M_T, N_T)$  les composantes des moments dus aux forces de poussée.

Des équations (2.7), (2.8), (2.9) et (2.10), (2.11), (2.12) on obtient l'équation des forces et des moments suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} X - mg\sin\theta = m(\dot{u} + qw - rv) \\ Y + mg\cos\theta\sin\phi = m(\dot{v} + ru - pw) \\ Z + mg\cos\theta\cos\phi = m(\dot{w} + pv - qu) \\ L = I_x\dot{p} - I_{xz}(\dot{r} + pq) + (I_z - I_y)qr \\ M = I_y\dot{q} - I_{xz}(p^2 - r^2) + (I_x - I_z)pr \\ N = I_z\dot{r} - I_{xz}\dot{p} + (I_y - I_z)pq + I_{xz}qr \end{array} \right. \quad (2.13)$$

Les équations du system (2.13) sont d'un intérêt principal. Elles nous permettront d'obtenir un modèle longitudinal et latéral de l'avion.

- **équations cinématiques**

En utilisant la transformation des coordonnées entre le repère terrestre  $\mathbf{R}_0$  et le repère avion  $\mathbf{R}_b$ , on peut exprimer la vitesse de l'avion ( $\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{W}$ ) en fonction des dérivées des positions ( $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}$ ) et des angles ( $\Psi, \Theta, \Phi$ ) :

$$\begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} = T_{bo} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ -\dot{z} \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Où  $T_{bo}$  désigne la matrice de passage du repère  $\mathbf{R}_0$  au repère  $\mathbf{R}_b$ .

$$T_{bo} = \begin{bmatrix} \cos\Theta \cos\Psi & \cos\Theta \sin\Psi & -\sin\Theta \\ \sin\Theta \sin\phi \cos\Psi - \sin\Psi \cos\phi & \sin\Theta \sin\phi \sin\Psi + \cos\Psi \cos\phi & \cos\Theta \sin\phi \\ \sin\Theta \cos\phi \cos\Psi + \sin\Psi \sin\phi & \sin\Theta \cos\phi \sin\Psi - \cos\Psi \sin\phi & \cos\Theta \cos\phi \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Comme toute matrice de rotation, on a :

$$T_{bo}^{-1} = T_{bo}^T = T_{ob} \quad (2.16)$$

D'où, aussi :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ -\dot{z} \end{pmatrix} = T_{ob} \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

On peut de même exprimer la vitesse de rotation de l'avion ( $\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{r}$ ) en fonction des angles ( $\Psi, \Theta, \Phi$ ) et de leurs dérivées.

## Chapitre 2 Modélisation dynamique de l'avion

$$p = \dot{\phi} - \dot{\Psi} \sin\theta \quad (2.18)$$

$$q = \dot{\theta} \cos\phi + \dot{\Psi} \cos\theta \sin\phi \quad (2.19)$$

$$r = -\dot{\theta} \sin\phi + \dot{\Psi} \cos\theta \cos\phi \quad (2.20)$$

Soit encore :

$$\dot{\phi} = p + q \tan\theta \sin\phi + r \tan\theta \cos\phi \quad (2.21)$$

$$\dot{\theta} = q \cos\phi - r \sin\phi \quad (2.22)$$

$$\dot{\Psi} = \frac{q \sin\phi + r \cos\phi}{\cos\theta} \quad (2.23)$$

On trouve ainsi 12 équations différentielles du premier ordre (6 équations cinématiques + 6 équations mécaniques). En supposant l'isotropie horizontale de l'atmosphère, les positions ( $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$ ) et le cap  $\Psi$  n'influencent pas les forces auxquelles est soumis l'avion. On peut donc laisser de côté les 3 équations différentielles donnant  $\dot{\mathbf{x}}$ ,  $\dot{\mathbf{y}}$  et  $\dot{\Psi}$  [12][13].

### 2.4. Linéarisations des équations

En utilisant la théorie des petites perturbation (SDT « Small Disturbance Theory ») pour linéariser le modèle obtenu précédemment. En appliquant cette théorie, on assume que le mouvement de l'avion consiste à des petites perturbations concernant les conditions de vol (petites déviations autour de son point de fonctionnement). Toutes les variables dans les équations (2.13) du mouvement sont remplacées par des termes d'équilibre et de perturbation [14] :

$$\begin{aligned} u &= u_0 + \Delta u & v &= v_0 + \Delta v & w &= w_0 + \Delta w & p &= p_0 + \Delta p & q &= q_0 + \Delta q \\ r &= r_0 + \Delta r & X &= X_0 + \Delta X & Y &= Y_0 + \Delta Y & Z &= Z_0 + \Delta Z \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$M = M_0 + \Delta M \quad N = N_0 + \Delta N \quad L = L_0 + \Delta L \quad \theta = \theta_0 + \Delta\theta \quad \delta = \delta_0 + \Delta\delta$$

Les conditions de vol de référence sont supposées symétriques et les forces de propulsion sont constants (nuls) :

$$v_0 = p_0 = q_0 = r_0 = \psi_0 = \phi_0 = 0 \quad (2.25)$$

➤ Maintenant on donne la linéarisation on X, évidemment, ce même raisonnement est suivi pour linéariser le système d'équation (2.13) :

$$\text{L'équation des forces selon X est : } X - mg \sin\theta = m(\dot{u} + qw - rv)$$

En introduisant la théorie des petites perturbations dans l'équation, on obtient

$$X_0 + \Delta X - mg \sin(\theta_0 + \Delta\theta) = m \left[ \frac{d}{dt} (u_0 + \Delta u) + (q_0 + \Delta q)(w_0 + \Delta w) - (r_0 + \Delta r)(v_0 + \Delta v) \right] \quad (2.26)$$

## Chapitre 2 Modélisation dynamique de l'avion

En négligeant les termes des produits des perturbations : la vitesse de référence est considérée nulle,  $w_0 = 0$ .

L'équation de X devient :

$$X_0 + \Delta X - mg \sin(\theta + \Delta\theta) = m\Delta\dot{u} \quad (2.27)$$

Cette équation peut être simplifiée en utilisant les propriétés des fonctions trigonométriques et les formules d'approximations :

$$\sin(\theta + \Delta\theta) = \sin\theta_0 \cos\Delta\theta + \cos\theta_0 \sin\Delta\theta = \sin\theta_0 + \Delta\theta \cos\theta_0 \quad (2.28)$$

Pour les valeurs faibles de  $\Delta\theta$  :  $\cos\Delta\theta = 1$  et  $\sin\Delta\theta = \Delta\theta$

Par conséquent :

$$X_0 + \Delta X - mg(\sin\theta_0 + \Delta\theta \cos\theta_0) = m\Delta\dot{u} \quad (2.29)$$

Si toutes les variables de perturbations sont égales à zéro, l'équation ci-dessus devient :

$$X_0 - mg \sin\theta_0 = 0 \quad (2.30)$$

Qui se réduit à :

$$\Delta X - mg(\Delta\theta \cos\theta_0) = m\Delta\dot{u} \quad (2.31)$$

La variation de la force  $\Delta X$  étant le changement introduit au niveau de la force aérodynamique et de propulsion dans la direction X qui peut être exprimée au moyen de développement de Taylor en ce qui concerne les variables de perturbation, si on suppose que  $\Delta X$  est en fonctions des variables  $u, w, \delta_e$  et  $\delta_T$

Les variables  $\delta_e$  et  $\delta_T$  sont respectivement l'angle de l'élévateur et le réglage de la manette des gaz.

On utilise le développement de Taylor alors  $\Delta X$  est [14] :

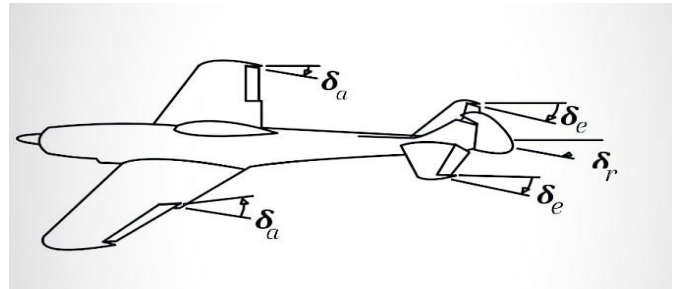


Figure 2.5. les angles de

gouverne

$$\Delta X = \frac{\partial X}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial X}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T \quad (2.32)$$

Avec :

$\frac{\partial X}{\partial u}$ ,  $\frac{\partial X}{\partial w}$ ,  $\frac{\partial X}{\partial \delta_e}$  et  $\frac{\partial X}{\partial \delta_T}$  appelées dérivées de stabilité, ils sont évalués aux conditions du vol de référence.

En remplaceant  $\Delta X$  dans (2.31) on obtient :

## Chapitre 2 Modélisation dynamique de l'avion

$$\frac{\partial X}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial X}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T - mg(\Delta \theta \cos \theta_0) = m \Delta \dot{u} \quad (2.33)$$

Ou bien :  $\left(m \frac{d}{dt} - \frac{\partial X}{\partial u}\right) \Delta u - \frac{\partial X}{\partial w} \Delta w + (mg \cos \theta_0) \Delta \theta = \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T$

L'équation peut être réécrite sous une forme plus simple en divisant par la masse m (on a appliqué  $X_s = \frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial s}$ ) :

$$\left(\frac{d}{dt} - X_u\right) \Delta u - X_w \Delta w + (g \cos \theta_0) \Delta \theta = X_{\delta_e} \Delta \delta_e + X_{\delta_T} \Delta \delta_T \quad (2.34)$$

Les changements des forces et des moments aérodynamiques sont en fonctions des variables  $\Delta u$ ,  $\Delta w$  ...etc.

L'équation (2.34) est la version linéarisée de l'expression de la force le long de l'axe X, en appliquant le même raisonnement que pour la force en X, on donne les variations dans les forces en Y et Z ainsi que les variations des différents moments en utilisant le développement en série de Taylor.

Développement en série de Taylor des variations dans les forces [14] :

$$\left[ \begin{array}{l} \Delta X = \frac{\partial X}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial X}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T \\ \Delta Y = \frac{\partial Y}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial Y}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial Y}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial Y}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r \\ \Delta Z = \frac{\partial Z}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial Z}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial Z}{\partial \dot{w}} \Delta \dot{w} + \frac{\partial Z}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial Z}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T \end{array} \right. \quad (2.35)$$

Développement en série de Taylor des variations dans les moments [14] :

$$\left[ \begin{array}{l} \Delta L = \frac{\partial L}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial L}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial L}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial L}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial L}{\partial \delta_a} \Delta \delta_a \\ \Delta M = \frac{\partial M}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial M}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial M}{\partial \dot{w}} \Delta \dot{w} + \frac{\partial M}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial M}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial M}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T \\ \Delta N = \frac{\partial N}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial N}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial N}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial N}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial N}{\partial \delta_a} \Delta \delta_a \end{array} \right. \quad (2.36)$$

On remplace les équations (2.24), (2.25), (2.35), (2.36), dans le modèle linéaire (2.13) et en suivant le même raisonnement de linéarisation de la force en X, on obtient le modèle linéaire de l'avion en toute condition de vol [15] :



➤ **Equations des forces**

$$\left[ \begin{array}{l} \left(\frac{d}{dt} - X_u\right)\Delta u - X_w\Delta w + (g\cos\theta_0)\Delta\theta = X_{\delta_e}\Delta\delta_e + X_{\delta_T}\Delta\delta_T \\ \left(\frac{d}{dt} - Y_v\right)\Delta v - Y_p\Delta p + (u_0 - Y_r)\Delta r - (g\cos\theta_0)\Delta\phi = Y_{\delta_r}\Delta\delta_r \\ -Z_u\Delta u + \left[(1 - Z_{\dot{w}})\frac{d}{dt} - Z_w\right] - \left[(u_0 + Z_q)\frac{d}{dt} - g\sin\theta_0\right]\Delta\theta \\ \qquad\qquad\qquad = Z_{\delta_e}\Delta\delta_e + Z_{\delta_T}\Delta\delta_T \end{array} \right. \quad (2.37)$$

➤ **Equation des moments**

$$\left[ \begin{array}{l} -L_v\Delta v + \left(\frac{d}{dt} - L_p\right)\Delta p - \left(\frac{I_{xz}}{I_x}\frac{d}{dt} - L_r\right)\Delta r = L_{\delta_a}\Delta\delta_a + L_{\delta_r}\Delta\delta_r \\ -M_u\Delta u + \left(M_{\dot{w}}\frac{d}{dt} - M_w\right)\Delta w - \left(\frac{d^2}{dt^2} - M_q\frac{d}{dt}\right)\Delta\theta = M_{\delta_e}\Delta\delta_e + M_{\delta_T}\Delta\delta_T \\ -N_v\Delta v + \left(\frac{I_{xz}}{I_x}\frac{d}{dt} - N_p\right)\Delta p - \left(\frac{d}{dt} - N_r\right)\Delta r = N_{\delta_a}\Delta\delta_a + N_{\delta_r}\Delta\delta_r \end{array} \right. \quad (2.38)$$

Ces deux dernières équations on donne le modèle complet de la dynamique de l'avion en toute condition de vol.

**2.5. Modèle latéral**

**2.5.1. Mouvement latéral directionnel**

La première et dernière équation du système d'équation (2.38) ainsi que la deuxième équation du système (2.27) concernent le vol latéral, en arrangeant ces équations on obtient l'équation du mouvement latéral-directionnel comprend la force latérale, les moments de roulis et de lacet qui peuvent être réarrangées de la façon suivante [16] :

$$\left[ \begin{array}{l} \left(\frac{d}{dt} - Y_v\right)\Delta w - Y_p\Delta p + (u_0 - Y_r)\Delta r - (g\cos\theta_0)\Delta\phi = Y_{\delta_r}\Delta\delta_r \\ -L_v\Delta v + \left(\frac{d}{dt} - L_p\right)\Delta p - \left(\frac{I_{xz}}{I_x}\frac{d}{dt} - L_r\right)\Delta r = L_{\delta_a}\Delta\delta_a + L_{\delta_r}\Delta\delta_r \\ -N_v\Delta v + \left(\frac{I_{xz}}{I_x}\frac{d}{dt} - N_p\right)\Delta p - \left(\frac{d}{dt} - N_r\right)\Delta r = N_{\delta_a}\Delta\delta_a + N_{\delta_r}\Delta\delta_r \end{array} \right. \quad (2.39)$$

### 2.5.2. Equation latérales sous forme d'espace d'état

On remarque premièrement que :  $\Delta\phi = \Delta p$ . Le modèle mathématique du vol latéral d'un avion peut s'écrire sous la forme matricielle suivante [17] :

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$A = \begin{bmatrix} Y_v & Y_p & -(u_0 - Y_r) & g \cos(\theta_0) \\ L_v^* + \frac{I_{xz}}{I_x} N_v^* & L_p^* + \frac{I_{xz}}{I_x} N_p^* & L_r^* + \frac{I_{xz}}{I_x} N_r^* & 0 \\ N_v^* + \frac{I_{xz}}{I_x} L_v^* & N_p^* + \frac{I_{xz}}{I_x} L_p^* & N_r^* + \frac{I_{xz}}{I_x} L_r^* & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & Y_{\delta_r} \\ L_{\delta_a}^* + \frac{I_{xz}}{I_x} N_{\delta_a}^* & L_{\delta_r}^* + \frac{I_{xz}}{I_x} N_{\delta_r}^* \\ N_{\delta_a}^* + \frac{I_{xz}}{I_x} L_{\delta_a}^* & N_{\delta_r}^* + \frac{I_{xz}}{I_x} L_{\delta_r}^* \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Avec

$$\text{Le vecteur d'état } x = \begin{bmatrix} \Delta v \\ \Delta p \\ \Delta r \\ \Delta \phi \end{bmatrix}; \text{ Le vecteur de commande } u = \begin{bmatrix} \Delta \delta_a \\ \Delta \delta_r \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{v} \\ \Delta \dot{p} \\ \Delta \dot{r} \\ \Delta \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & Y_p & -(u_0 - Y_r) & g \cos(\theta_0) \\ L_v & L_p & L_r & 0 \\ N_v & N_p & N_r & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v \\ \Delta p \\ \Delta r \\ \Delta \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & Y_{\delta_r} \\ L_{\delta_a} & L_{\delta_r} \\ N_{\delta_a} & N_{\delta_r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_a \\ \Delta \delta_r \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Il est parfois pratique d'employer l'angle de dérapage  $\Delta\beta$  au lieu la vitesse latérale  $\Delta v$ . Ces deux quantités sont reliées entre eux de la manière suivante :

$$\Delta\beta \approx \tan^{-1} \frac{\Delta v}{u_0} \approx \frac{\Delta v}{u_0}$$

Alors

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\beta} \\ \Delta \dot{p} \\ \Delta \dot{r} \\ \Delta \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_\beta}{u_0} & \frac{Y_p}{u_0} & -(1 - \frac{Y_r}{u_0}) & \frac{g \cos(\theta_0)}{u_0} \\ L_\beta & L_p & L_r & 0 \\ N_\beta & N_p & N_r & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \beta \\ \Delta p \\ \Delta r \\ \Delta \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{Y_{\delta_r}}{u_0} \\ L_{\delta_a} & L_{\delta_r} \\ N_{\delta_a} & N_{\delta_r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_a \\ \Delta \delta_r \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

On fait l'application sur Boeing 747 en vol latérale. D'après les caractéristiques de l'avion et les valeurs de coefficients de stabilité (voir l'annexe A), les matrices A et B sont :

$$A = \begin{bmatrix} -0.0558 & -0.9968 & 0.0802 & 0.0415 \\ 0.598 & -0.115 & -0.0318 & 0 \\ -3.05 & 0.388 & -0.4650 & 0 \\ 0 & 0.0805 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.00729 & 0 \\ -0.475 & 0.0075 \\ 0.153 & 0.143 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

## 2.6. Modèle final latérale

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\beta} \\ \Delta \dot{p} \\ \Delta \dot{r} \\ \Delta \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0558 & -0.9968 & 0.0802 & 0.0415 \\ 0.598 & -0.115 & -0.0318 & 0 \\ -3.05 & 0.388 & -0.4650 & 0 \\ 0 & 0.0805 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \beta \\ \Delta p \\ \Delta r \\ \Delta \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.00729 & 0 \\ -0.475 & 0.0075 \\ 0.153 & 0.143 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_a \\ \Delta \delta_r \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

### **2.7. Conclusion**

Ce chapitre présente la modélisation dynamique d'un avion rigide. Nous avons commencé ce chapitre par la présentation des équations de Newton et d'Euler respectivement pour la translation et la rotation de l'avion. On a obtenu des équations non linéaires, en utilisant la théorie des petites perturbations qui permet de linéariser le modèle longitudinal et latéral de l'avion, on a obtenu un système MIMO variant dans le temps. Ainsi en réarrangement les équations finales obtenues en un modèle linéaire latéral.

Finalement on a représenté chaque mode sous forme matricielle, qui possède d'un vecteur d'état et d'un vecteur de commande après avoir l'application au Boeing 747.

## CHAPITRE 3

### Commande adaptative avec un modèle de Référence

#### 3.1. Introduction

Ce chapitre étudie la synthèse de lois de commande adaptatives avec un modèle de référence basé sur les notions de positivité et d'hyper-stabilité lorsque le système est soumis à diverses perturbations externes ou à des variations des paramètres internes du système. La commande adaptative avec modèle de référence est l'une des techniques les plus utilisées dans les systèmes industriels. Les performances souhaitées du système physique sont définies dans le modèle de référence. La détermination d'une loi de commande adaptative suffisante permet à la réponse du système de suivre la réponse du modèle même en présence de perturbations, affectant les performances dynamiques du système.

#### 3.2. La théorie de l'hyper-stabilité

En 1973, Popov a proposé pour la première fois le concept d'hyper-stabilité, qui est basé sur l'analyse de la stabilité des systèmes dynamiques avec une contre-réaction non linéaire en utilisant la théorie des systèmes passifs. En fait, la passivité est étroitement liée à la théorie de l'hyper-stabilité, selon Lyapunov pour les systèmes linéaires considérant des fonctions candidates du type d'état quadratique. Pour cela, on considère la représentation d'état d'un système linéaire avec sa fonction de transfert  $G(s)$  et un bloc non linéaire  $\phi(y_e)$ , où le bloc linéaire est donné par le système d'équations suivant :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) - B\phi(y_e) \quad (3.1)$$

$$y_e(t) = C_e x_e(t) \quad (3.2)$$

Avec  $\phi(y_e)$  représente la fonction de transfert du bloc non-linéaire et  $G(s) = C_e(sI - A)^{-1}B$  est la matrice de transfert du bloc linéaire.

La structure générale de notre système hyper-stable est représentée par la figure (3.1).

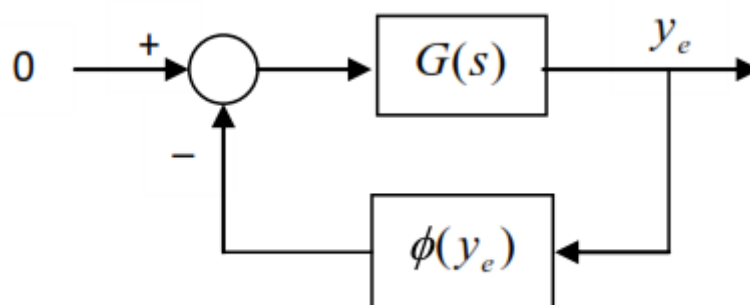


Figure 3.1. Système hyper-stable

Les résultats obtenus par Popov prouvant la stabilité de ce système est basé sur l'inégalité suivante :

$$\eta(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \phi^T(y_e)y_e(t)dt \geq -\gamma_0^2 \quad (3.3)$$

### Chapitre 3 La commande adaptative avec un modèle de référence

L'intégralité de (3.3) est dite l'intégralité de Popov où  $\gamma_0^2 = \sqrt{\frac{1}{2} x^T(t_0)x(t_0)}$  est une constante indépendante du temps. Donc lorsqu'un système en boucle fermée décrit par les équations (3.1) et (3.2) est globalement asymptotiquement stable pour toutes les chaînes de retour vérifiant l'intégralité de Popov (3.3), alors le système en boucle fermée sera appelé asymptotiquement hyper-stable [18].

#### Théorème 1

La condition nécessaire et suffisante pour le système décrit par (3.1) et (3.2) satisfaisant l'inégalité (3.3) soit stable (globalement stable) est la matrice de transfert  $G(s)$  doit être positive et réelle.

#### Théorème 2

Si  $G(s)$  est strictement positive réelle alors le système est dit asymptotiquement stable (ou globalement asymptotiquement stable).

#### Théorème 3

Soit la fonction (matrice) de transfert  $G(s) = C_e(sI - A)^{-1} B$  d'un système linéaire qui à la fois commandable et observable, où  $(A, B, C_e)$  est une réalisation minimale de  $G(s)$  avec  $G(\infty) = 0$ , sous ces hypothèses, la fonction de transfert  $G(s)$  est SPR, si et seulement s'il existe deux matrices symétriques définies positives  $P$  et  $Q$  telle que :

$$A^T P + P A = -Q \quad (Q > 0)$$

Et  $C_e = B^T P$

On générale, on choisit  $Q = I$

En résumé, ce concept donne une condition nécessaire et suffisante pour déterminer la stabilité. Il suffit d'examiner une fonction de transfert et vérifier l'inégalité de *Popov*. Par conséquent, Il n'est donc pas nécessaire de rechercher une fonction de *Lyapunov*.

Finalement, le critère d'hyper-stabilité est plus facile à utiliser que les fonctions de *Lyapunov* et demeure ainsi un outil puissant d'analyse pour les systèmes non-linéaires, et avec l'inégalité de Popov (3.3), il est possible d'étudier la stabilité d'un système physique quelconque sans faire recours à la résolution de l'équation différentielle qui gouverne sa dynamique. La vérification de cette inégalité permet de savoir si le système est stable ou non et avec quel type de stabilité.

### 3.3. Commande adaptative avec un modèle de référence

#### 3.3.1. Commande adaptative

La commande adaptative est une technique qui permet de fournir une approche systématique pour l'ajustement des correcteurs en temps réel. Le schéma de commande adaptative par modèle de référence a été proposé à l'origine par Whittaker, Yamron et Kezer élaborèrent la stratégie d'identification du type gradient, connue communément sous la règle du MIT (méthode du gradient), l'idée d'adapter en continu des paramètres dans le but d'améliorer les performances du procédé [19].

#### 3.3.2. Système adaptatif avec modèle de référence

### Chapitre 3 La commande adaptative avec un modèle de référence

La stratégie du MRAC est utilisée pour concevoir le contrôleur adaptatif qui fonctionne sur le principe d'ajustement des paramètres du contrôleur de sorte que la sortie du processus suit la sortie d'un modèle de référence ayant la même entrée de référence. La structure d'un système adaptatif avec modèle de référence est donnée par la figure ci-dessous :

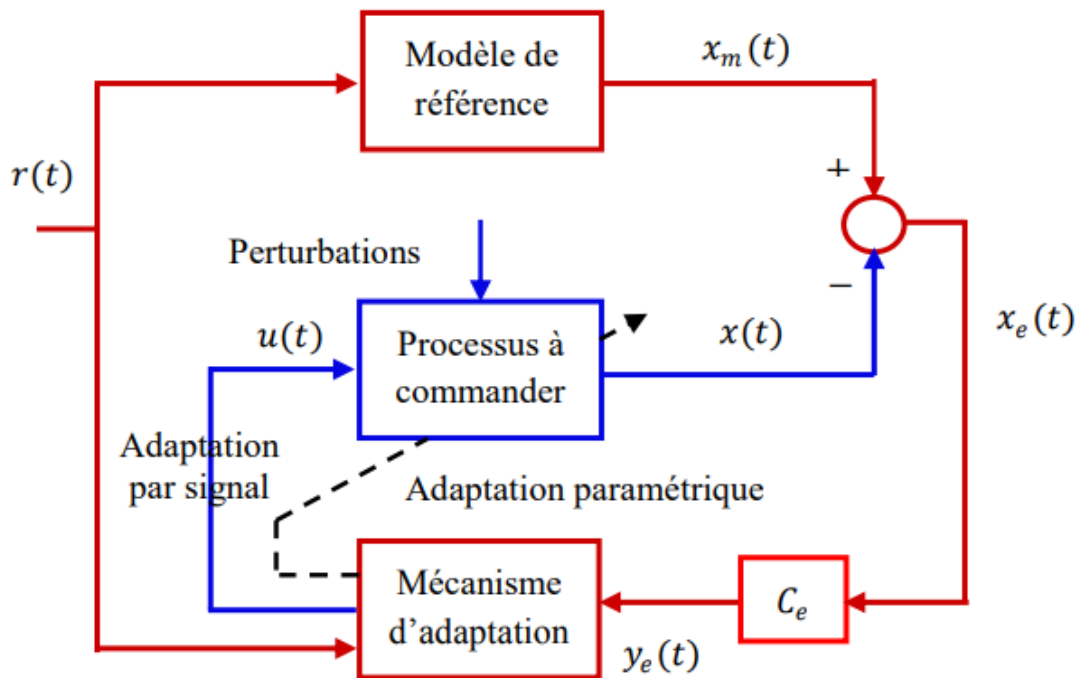


Figure 3.2. Commande adaptative avec modèle de référence

#### 3.3.3. choix du modèle de référence

Dans notre projet ; le modèle de référence est choisi selon trois critères :

- ✓ La matrice d'état  $A_m$  est négative définie, pour assurer la stabilité et la maniabilité de l'avion au même temps.
- ✓ Un dérapage induit par les ailerons est nul pour assurer un virage correct.
- ✓ Une inclinaison induite par les gouvernes de direction est négative pour améliorer la stabilité statique. En respectant les trois critères cités ci-dessus, les matrices paramètres de l'équation d'état du modèle de référence que nous allons utiliser tout le long de notre travail seront égales à [20] :

$$A_m = \begin{bmatrix} -0.7 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -11 & 0 & -10 \\ 9 & 0 & -0.7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 9 & 1 \\ -9.5 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

### 3.4. Synthèse des lois de commande adaptatives avec modèle de référence

#### 3.4.1. MRAC sans perturbation extérieure

Considérons un système décrit par l'équation d'état suivants [20][21] :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3.5)$$

Avec  $x(t) \in \mathfrak{R}^n$  vecteur d'état de dimension n,  $u(t) \in \mathfrak{R}^m$  vecteur de commande de dimension m ;

### Chapitre 3 La commande adaptative avec un modèle de référence

$A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  matrice de dimension  $n \times n$

$B \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  matrice de dimension  $n \times m$

Le modèle de référence est décrit par :

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m r(t) \quad (3.6)$$

Avec  $A_m \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ ,  $B_m \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  sont des matrices constantes respectivement.

Le dynamique de l'erreur est :

$$x_e(t) = x_m(t) - x(t) \quad (3.7)$$

Est réagi par l'équation d'état suivante :

$$\dot{x}_e(t) = \dot{x}_m(t) - \dot{x}(t) \quad (3.8)$$

On obtient l'équation d'état suivant :

$$\dot{x}_e(t) = A_m x_e(t) + (A_m - A)x(t) + B_m r(t) - Bu(t) \quad (3.9)$$

D'après les conditions d'Erzberger voire l'Annex B [22] :

$$A_m - A = BB^+(A_m - A) \quad (3.10)$$

$$B_m = BB^+ B_m \quad (3.11)$$

Où  $B^+ = (B^T B)^{-1} B^T$  est appelé : Pseudo inverse gauche de Penrose.

A partir des équations (3.9), (3.10) et (3.11), on obtient :

$$\dot{x}_e(t) = A_m x_e(t) - B\phi \quad (3.12)$$

$$y_e(t) = C_e x_e(t) \quad (3.13)$$

Avec :

$$\phi = [B^+(A - A_m)x(t) - B^+ B_m r(t) + u(t)] \quad (3.14)$$

La méthode de l'hyper-stabilité à la synthèse des lois de commandes adaptatives consiste à ramener le problème de synthèse à un problème d'hyper-stabilité. En effet, on cherche à élaborer un mécanisme d'adaptation des paramètres variables de façon que le système de commande adaptative soit asymptotiquement stable c'est-à-dire l'erreur  $x_e$  tend vers à zéro en régime permanent. Donc il suffit de choisir les éléments variables de système linéaire de façon que sa fonction de transfert soit strictement réelle positive de façon que le bloc de contre réaction à caractéristique non linéaire vérifie l'inégalité de popov.

Notons que le système équivalent peut être partitionné en une partie invariante de temps linéaire décrite par (3.12), (3.13) et une partie non-linéaire variable dans le temps décrite par (3.14).

Pour le système de commande avec un modèle de référence, l'entrée du système peut être exprimée par :

$$u(t) = k_x(t, x_e)x(t) + k_r(t, x_e)r(t) \quad (3.15)$$

Avec  $k_x(t, x_e)$  et  $k_r(t, x_e)$  sont des matrices dépendantes du temps et de l'erreur  $x_e(t)$ .

A partir des équations (3.12), (3.13), (3.14) et (3.15), on obtient la présentation d'hyper-stable :

$$\dot{x}_e(t) = A_m x_e(t) - B\phi \quad (3.16)$$

$$y_e(t) = C_e x_e(t) \quad (3.17)$$



### Chapitre 3 La commande adaptative avec un modèle de référence

Avec

$$\phi = [k_x(t, x_e) + B^+(A_m - A)]x(t) + [k_r(t, x_e) - B^+B_m]r(t) \quad (3.18)$$

On applique l'intégral de Popov

$$\eta(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} y_e^T(t) \phi dt \geq -\gamma_0^2 \quad \forall t_1 \geq t_0 \quad (3.19)$$

En remplaçant l'équation (3.18) dans l'équation (3.19), on obtient :

$$\eta(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} y_e^T(t) \{ [k_x(t, x_e) + B^+(A_m - A)]x(t) + [k_r(t, x_e) - B^+B_m]r(t) \} dt \geq -\gamma_0^2 \quad (3.20)$$

Le choix particulier qui satisfait l'inégalité de Popov est :

$$k_x(t, x_e) + B^+(A_m - A) = \alpha_x \int_0^t y_e(t) x^T(t) dt + \beta_x y_e(t) x^T(t) \quad (3.21)$$

$$k_r(t, x_e) - B^+B_m = \alpha_r \int_0^t y_e(t) r^T(t) dt + \beta_r y_e(t) r^T(t) \quad (3.22)$$

Où  $\alpha_x, \beta_x$  et  $\alpha_r, \beta_r$  sont des matrices définies positives de dimension appropriée. Maintenant, nous devons définir les expressions suivantes comme se suit :

$$k_x(t, x_e) = -k_x + \Delta k_x(t, x_e) \quad (3.23)$$

$$k_r(t, x_e) = k_r + \Delta k_r(t, x_e) \quad (3.24)$$

En outre, les matrices constantes  $k_x$  et  $k_r$  sont conçues pour certaines valeurs spécifiques des paramètres du système qui sont données par :

$$k_x = B^+(A_m - A) \quad (3.25)$$

$$k_r = B^+B_m \quad (3.26)$$

Et les gains d'adaptations ;

$$\Delta k_x(t, x_e) = \alpha_x \int_0^t y_e(t) x^T(t) dt + \beta_x y_e(t) x^T(t) \quad (3.27)$$

$$\Delta k_r(t, x_e) = \alpha_r \int_0^t y_e(t) r^T(t) dt + \beta_r y_e(t) r^T(t) \quad (3.28)$$

Cependant, la loi de contrôle nominal, est donnée par ;

$$u_1(t) = -k_x x(t) + k_r r(t) \quad (3.29)$$

Et la loi de contrôle adaptatif, est donnée par ;

$$u_2(t) = \Delta k_x(t, x_e) x(t) + \Delta k_r(t, x_e) r(t) \quad (3.30)$$

Avec

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) \quad (3.31)$$

La structure d'un système de commande avec un modèle référence est illustrée à la figure (3.2).

### 3.4.2. MRAC avec une perturbation extérieure

De manière similaire au cas du MRAC en l'absence de toute perturbations extérieures. Cependant il suffit de connaître la valeur maximale de la perturbation.

Nous examinons ici le système physique décrit par les équations d'état ci-dessous :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Bd(t) \quad (3.32)$$

Où  $d(t)$  représente la perturbation extérieure qui affecte le système considéré. On définit la commande  $u(t)$  comme étant :

$$u(t) = k_x(t, x_e)x(t) + k_r(t, x_e)r(t) + k_d \quad (3.33)$$

L'équation (3.18) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\phi_d = [k_x(t, x_e) + B^+(A_m - A)]x(t) + [k_r(t, x_e) - B^+B_m]r(t) + [k_d + d(t)] \quad (3.34)$$

En utilisant le critère de Popov ;

$$\eta_d(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} y_e^T(t) \{k_x(t, x_e) - B^+(A_m - A)]x(t) + [k_r(t, x_e) - B^+B_m]r(t) + [k_d + d(t)]\} dt \geq -\gamma_0^2 \quad (3.35)$$

Si nous regardons attentivement, nous voyons que l'équation (3.35) ci-dessus peut être transformée en deux termes :

$$\eta_d(t_0, t_1) = \eta(t_0, t_1) + \int_{t_0}^{t_1} y_e^T(t)[k_d + d(t)]dt \geq -\gamma_0^2 \quad \forall t_1 \geq t_0 \quad (3.36)$$

où le premier terme exprime la condition pour un système MRAC asymptotiquement hyperstable sans perturbation, et admet pleinement même solution que (3.27) et (3.28) précédemment.

Si  $d(t)$  est une perturbation bornée inconnue, le second terme de (2.36) permet la solution suivante satisfaisant l'inégalité de Popov,

$$k_d = \sigma \text{sign}(y_e(t)) \quad (3.37)$$

Avec,

$$\sigma \geq d_{max} \text{ et } d_{max} = \max|d(t)| \quad (3.38)$$

L'inconvénient de cette approche est que le bruit de mesure et les imprécisions de mise en œuvre peuvent faire osciller la variable contrôlée autour de la valeur souhaitée.

De plus, l'analyse de la stabilité du système en boucle fermée nécessite d'améliorer les performances du contrôleur en réduisant le gain pour de petites valeurs d'erreur de signal.

Ceci peut être réalisé grâce à une stratégie de rétroaction continue :

$$k_d = \alpha y_e^p(t) \quad (3.39)$$

Où  $\alpha$  est une matrice définie positive et  $p$  est un entier impair.

### **3.5. Conclusion**

La commande adaptative avec modèles de référence (MRAC) trouve de nombreuses applications industrielles, notamment dans l'aéronautique. En fait, la stabilité asymptotique est garantie tant que la matrice de transfert de la partie linéaire de la rétroaction équivalente est strictement positive et réelle. Le mécanisme d'adaptation et l'erreur de suivi du modèle est améliorée pour une classe de systèmes linéaires variant dans le temps avec des perturbations inconnues. Les travaux futurs consistent à concevoir des systèmes de contrôle basés sur des modèles de référence basés sur des estimations de perturbation inconnues.

## CHAPITRE 4

### Simulation et Interprétation

#### 4.1. Introduction

Ce chapitre se concentre sur la simulation de la réponse de notre système (avion) en utilisant la commande adaptative avec un modèle de référence (MRAC) dans un environnement de programmation MATLAB (SIMULINK). Nous allons explorer les mécanismes de contrôle adaptatif pour améliorer les performances du système en utilisant des techniques avancées de rétroaction. Grâce à ces simulations, nous pourrions analyser et évaluer l'efficacité de la commande adaptative dans la gestion de notre système avionique.

#### 4.2. Simulation on boucle ouverte

Les équations de modèle linéaire obtenue précédemment sont de la forme :

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

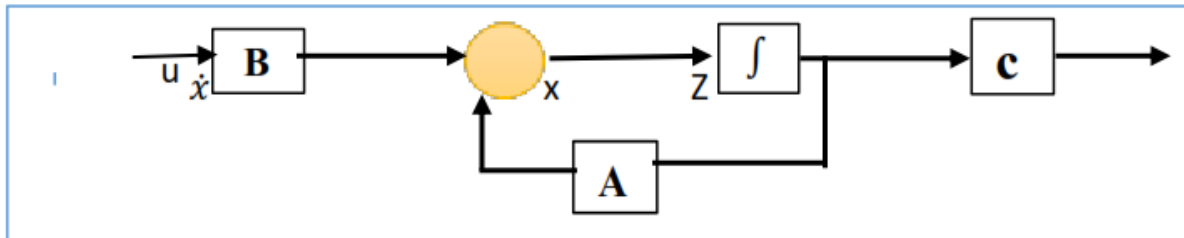


Figure 4.1. schéma bloc de modèle linéaire sous forme matricielle

La matrice A étant réelles, les valeurs propres sont soit réelles, soit complexes conjuguées et, dans ce dernier cas, les vecteurs propres  $\lambda$  correspondants (et les amplitudes correspondantes) sont complexes conjugués également.

Posant  $\lambda = \sigma \mp iw$ , on a donc des modes réels de la forme  $ae^{\sigma t}$  et des modes oscillatoires de la forme  $(A_1 \cos wt + A_2 \sin wt)e^{\sigma t}$

$$\lambda = \sigma + iw = w_n \left( -\zeta + i\sqrt{1 - \zeta^2} \right) \rightarrow w_n = \sqrt{\sigma^2 + w^2}, \zeta = -\frac{\sigma}{w_n}$$

Avec :  $w_n$  la pulsation non-amortie, et  $\zeta$  le facteur d'amortissement

#### ➤ Simulation de modèle latérale

La commande latérale d'un avion à toute perturbation est caractérisée par les mouvements suivant [23] :

- Un mouvement lentement convergent ou divergent, appelé le mode spirale
- Un mouvement fortement convergent, appelé le mode roulis
- Un mouvement oscillant et légèrement atténué ayant une basse fréquence, appelé le mode roulis hollandais.

#### a) Mode spiral :

les efforts aérodynamiques sont très faibles, avec sa grande constante de temps.

## Chapitre 4 Simulation et Interprétation

$$\lambda_1 = -0.0072973 \quad \text{Temps de réponse : } T_s = \frac{4}{|-0.0072973|} = 548.15 \text{ s}$$

⇒ Il affecte la vitesse de lacet et l'angle de dérapage avec un peu de roulis

### b) Mode roulis :

$$\lambda_2 = -0.56248 \quad \text{Temps de réponse : } T_s = \frac{4}{|-0.56248|} = 7.11 \text{ s}$$

⇒ Affecte les deux variables : la vitesse de roulis et l'angle de roulis.

### c) Mode roulis hollandais (oscillation latéral) :

$$\lambda_{3,4} = -0.033011 \pm 0.94655i$$

$$\text{Temps de réponse : } T_s = \frac{4}{|-0.033011|} = 121.17 \text{ s}$$

⇒ Affecte les deux variables : la vitesse de roulis et l'angle de roulis.

Les valeurs propres sont à parties réelles négatives ⇒ le vol latéral est stable.

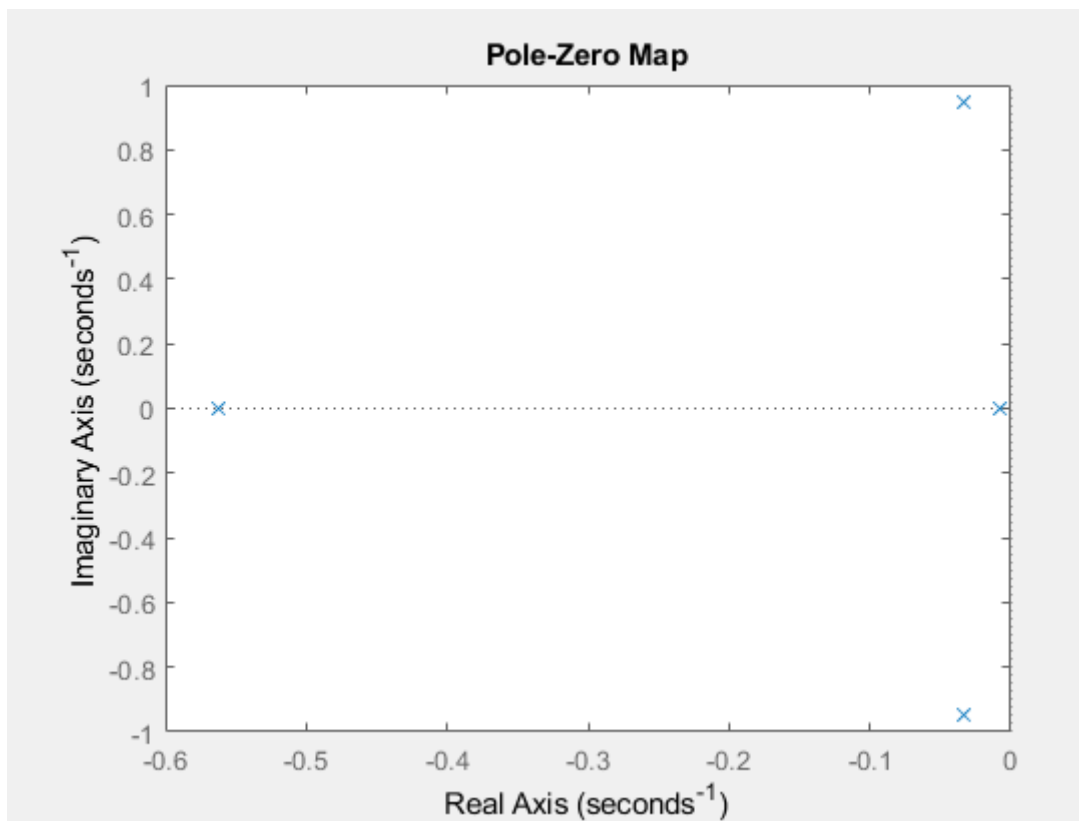


Figure 4.2. les pôles de mode latérale directionnel

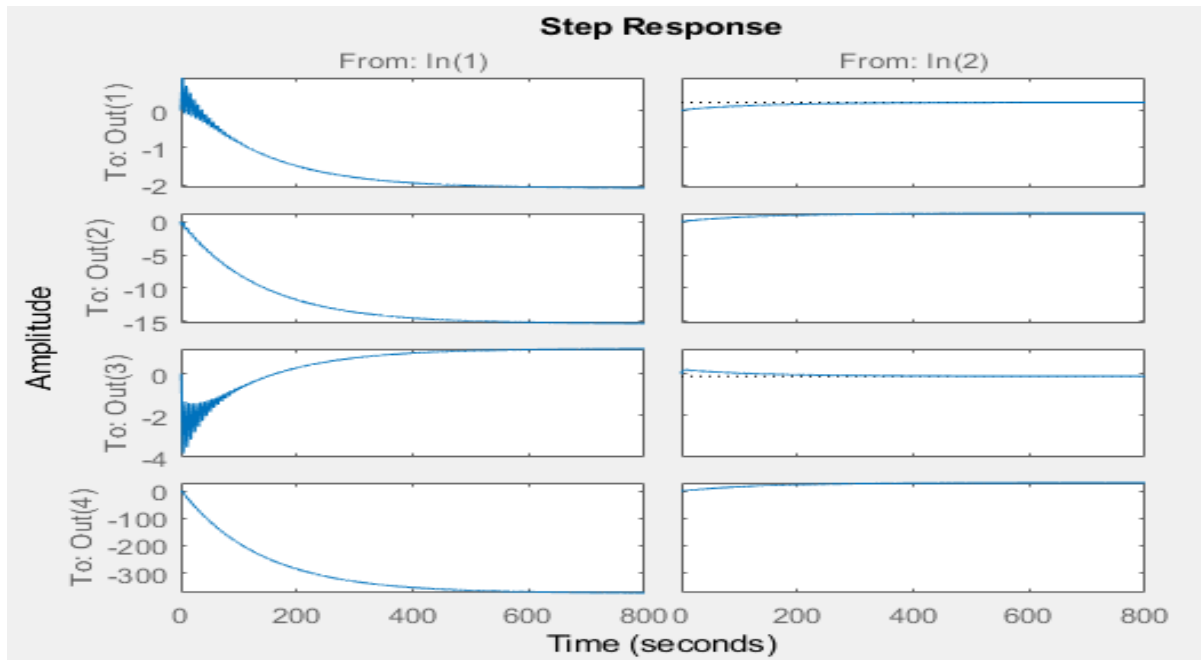


Figure 4.3. La réponse indicielle du système latéral directionnel

- Une observation importante est que le système est stable, mais il présente un faible amortissement, un temps de réponse élevé et des erreurs statiques significatives. Pour améliorer ces aspects, il est nécessaire d'introduire une boucle de rétroaction. C'est dans ce contexte que nous utilisons notre commande MRAC (Modèle de Référence Adaptatif en Commande) pour résoudre ces problèmes.

Le but est d'ajuster dynamiquement les paramètres du système afin d'obtenir une meilleure réponse, en réduisant le temps de réponse, en augmentant l'amortissement et en réduisant les erreurs statiques.

➤ **Simulation de modèle de référence**

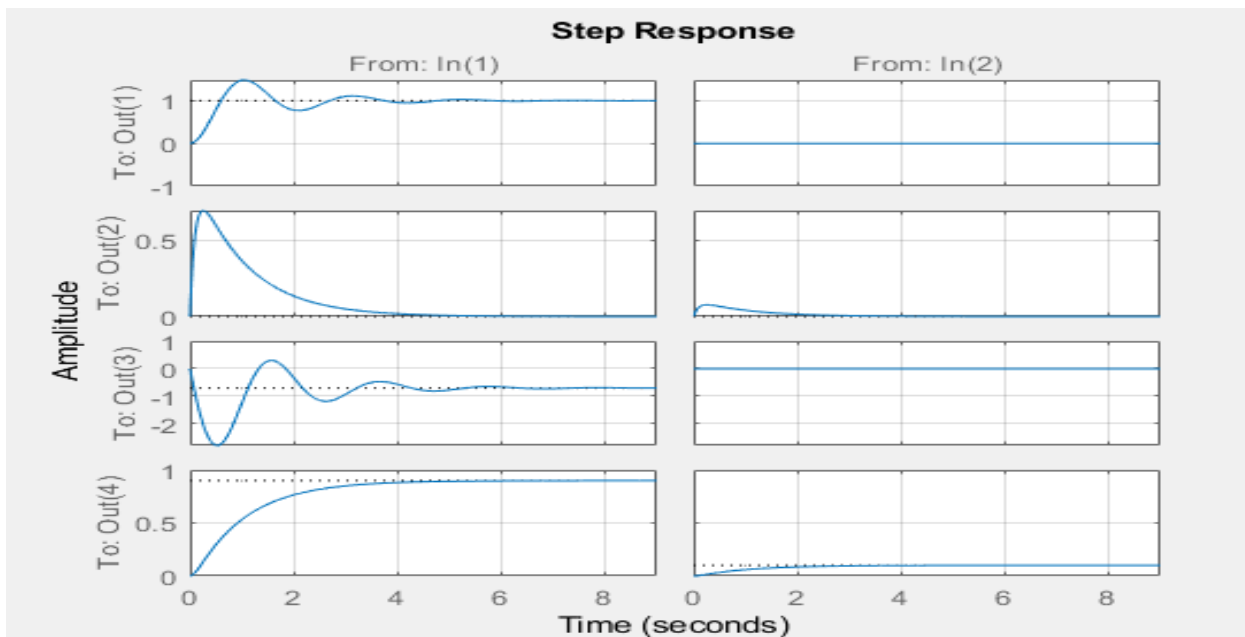


Figure 4.4. La réponse indicielle du modèle de référence

### 4.3. Commandes MRAC sans perturbation extérieur

Nous mettons en œuvre une commande adaptative avec un modèle de référence (MRAC) dans un environnement sans perturbation, en variant les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$ .

Cette approche est similaire à celle utilisée dans le chapitre 3 pour la commande adaptative appliquée aux systèmes du second ordre. Le signal de référence est choisi comme étant un signal échelon unité. Les sorties du système (avion) que nous étudions comprennent l'angle de dérapage et l'inclinaison latérale ( $\beta$  et  $\varphi$ ), les deux commandes ( $U_1$  et  $U_2$ ), ainsi que l'erreur de sortie ( $y_e$ ). En analysant ces signaux, nous pourrions évaluer l'efficacité de la commande adaptative et son impact sur les performances du système avionique.

➤ Pour commencer, en choisissant  $\alpha = 1$  et  $\beta = 1$ , nous obtenons les signaux suivants :

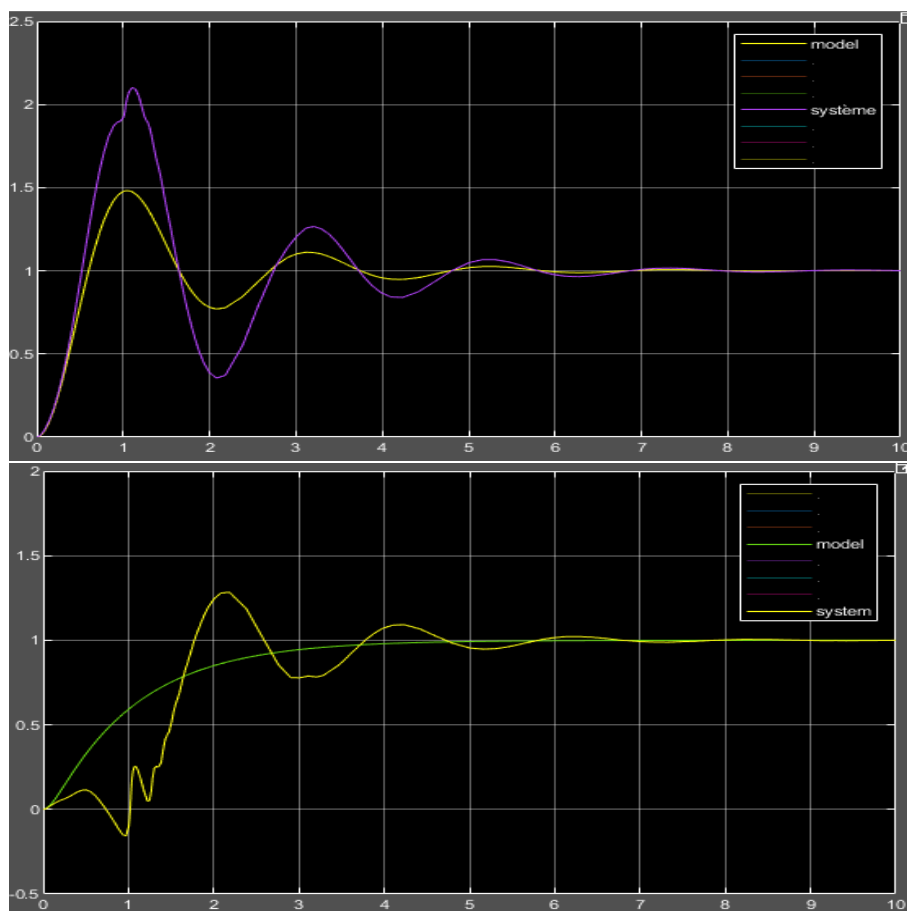


Figure 4.5. Angle de dérapage en haut et angle d'inclinaison en bas par la Commande MRAC avec  $\alpha$  et  $\beta$  fixés à 1.

- Dans l'observation de la Figure 4.5, nous constatons que les valeurs de l'angle de dérapage et de l'angle d'inclinaison du système ne correspondent pas au modèle de référence prévu.

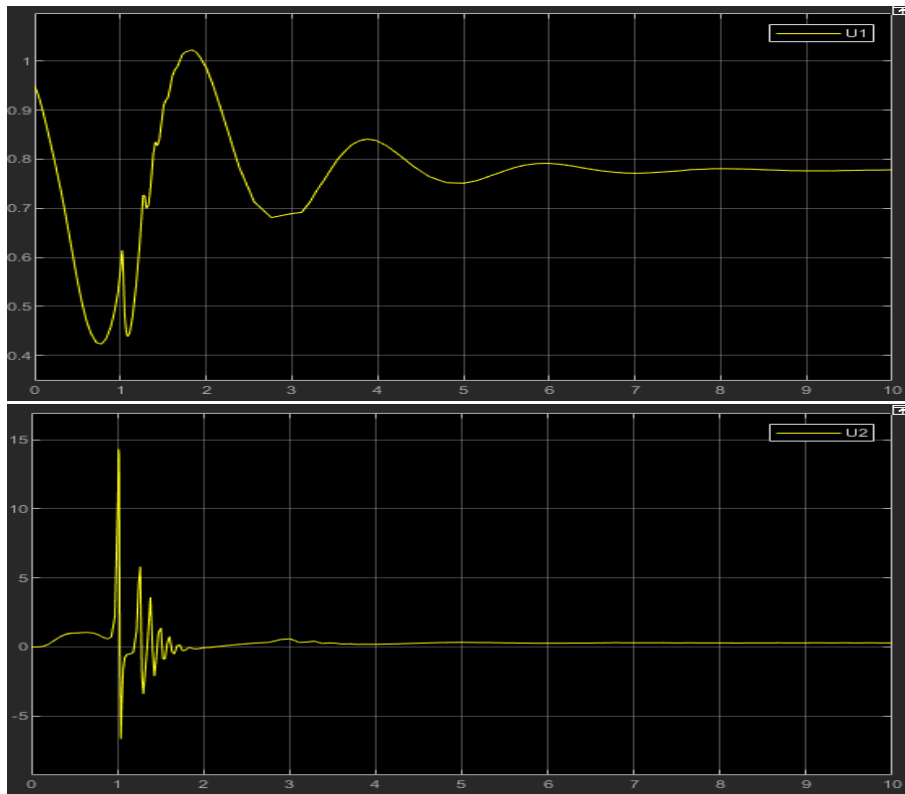


Figure 4.5.a. l'évolution des commandes U1 et U2 générées par la commande MRAC avec des valeurs  $\alpha=1$  et  $\beta=1$ .

- Une interprétation des résultats révèle que les commandes générées par le système sont limitées dans leur amplitude, ce qui indique qu'elles sont contraintes à des valeurs spécifiques. De plus, la fréquence d'oscillation observée est très faible, ce qui signifie que les variations des commandes se produisent lentement et avec une période de temps plus longue. Ces caractéristiques suggèrent que le système a une réponse régulée et relativement lente, ce qui peut être attribué aux limitations ou aux contraintes imposées par la commande MRAC utilisée.

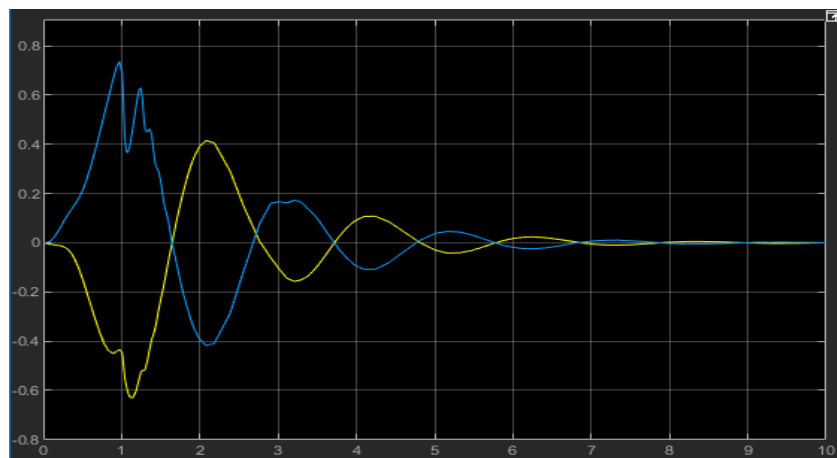


Figure 4.5.b. l'évolution des erreurs.



## Chapitre 4 Simulation et Interprétation

- Ces graphiques nous permettent de suivre les variations et les tendances des erreurs, ce qui nous donne des indications sur l'efficacité de la commande MRAC utilisée. En analysant ces résultats, nous pourrions évaluer la capacité du système à réduire les erreurs et à se rapprocher des valeurs cibles définies par le modèle de référence.
- l'erreur converge vers zéro après environ 8 secondes. Cette convergence indique que le système est capable de réduire progressivement l'écart entre la sortie réelle et la valeur de référence, jusqu'à ce qu'il atteigne un état d'équilibre où l'erreur est nulle. Cette observation suggère que la commande MRAC est efficace pour ajuster les paramètres du système de manière adaptative, permettant ainsi de réduire les erreurs et d'améliorer la précision de la réponse du système au signal de référence.

➤ On essaie de faire varier les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$ , on utilise les cas suivants :

Pour  $a = 10$  et  $\beta = 10$

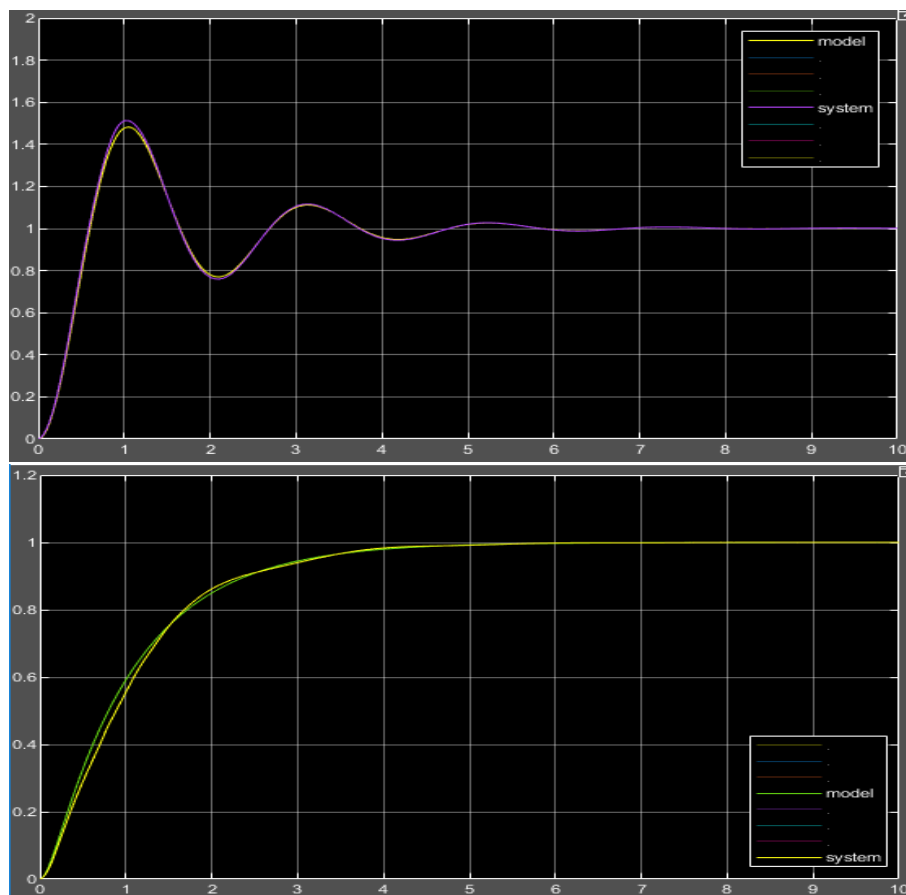


Figure 4.6. Angle de dérapage en haut et angle d'inclinaison en bas par la Commande MRAC avec  $a = 10$  et  $\beta = 10$

- nous pouvons observer que le signal de sortie du système suit de près le modèle de référence avec une erreur minimale et constante. Cela indique que la commande MRAC a réussi à réguler efficacement le système, permettant ainsi une réponse très proche de la valeur souhaitée. La petite erreur constante peut être attribuée à des facteurs tels que des limitations matérielles ou des perturbations résiduelles qui ne peuvent être

complètement éliminées. Dans l'ensemble, ces résultats démontrent l'efficacité de la commande MRAC dans la réduction des écarts entre le système réel et le modèle de référence, conduisant à une performance globalement satisfaisante.

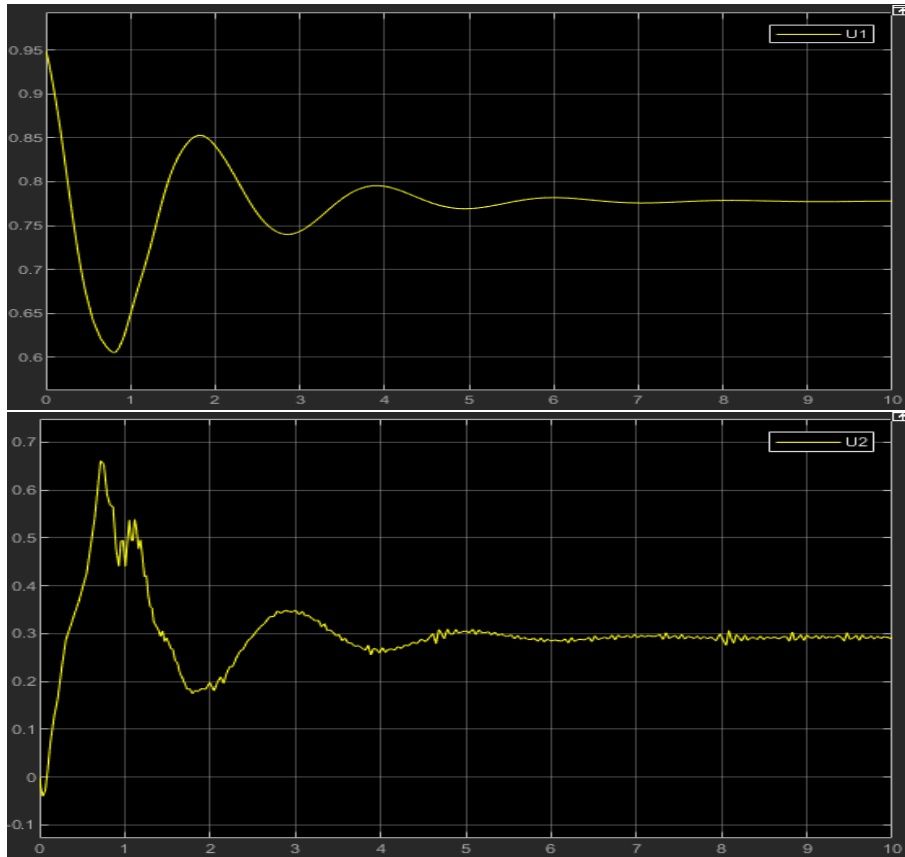


Figure 4.6.a. l'évolution des commandes U1 et U2 générées par la commande MRAC avec des valeurs  $\alpha=10$  et  $\beta=10$ .

- Les commandes générées par le système sont limitées dans leur amplitude, ce qui signifie qu'elles sont contraintes à des valeurs spécifiques. De plus, la fréquence d'oscillation observée est très faible, ce qui indique que les variations des commandes se produisent lentement et à un rythme minimal. Ces caractéristiques témoignent d'une régulation précise et d'une réponse systématique, avec des ajustements subtils et maîtrisés des commandes. La limitation des amplitudes et la faible fréquence d'oscillation reflètent la capacité du système à maintenir un contrôle stable et précis sans fluctuations brusques ou instabilités indésirables.

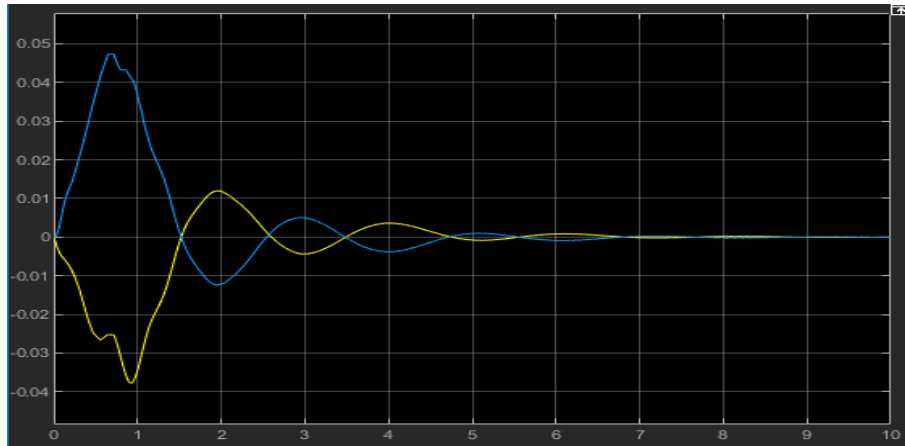


Figure 4.6.b. l'évolution des erreurs

- Dans ce cas, l'erreur entre la sortie du système et la valeur de référence est extrêmement faible et converge progressivement vers zéro. Cela démontre que la commande MRAC a réussi à ajuster efficacement les paramètres du système pour minimiser l'écart entre la sortie réelle et la valeur souhaitée. Une erreur très petite et une convergence vers zéro indiquent que le système est capable de suivre de près le modèle de référence, atteignant ainsi un haut niveau de précision et de performance. Cette observation renforce l'idée que la commande MRAC est efficace pour réguler et réduire les écarts entre le système réel et la référence, offrant ainsi un contrôle précis et fiable.
- Ensuite, on essaie de faire varier légèrement les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$ , on prend le cas suivant :

$$\alpha = 50 \text{ et } \beta = 50$$

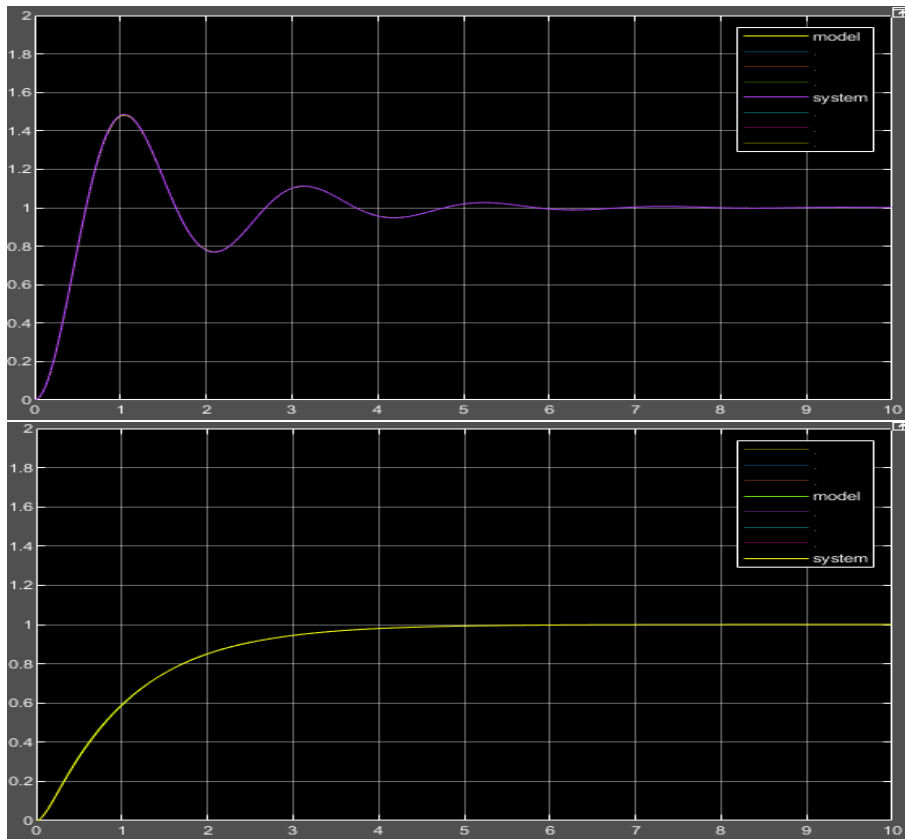


Figure 4.7. Angle de dérapage en haut et angle d'inclinaison en bas par la Commande MRAC avec  $\alpha = 50$  et  $\beta = 50$

- Nous pouvons observer une excellente correspondance entre le signal de sortie du système et le modèle de référence, ce qui indique que le système est en mesure de reproduire fidèlement les comportements souhaités. Cette observation positive est le résultat d'un bon choix des paramètres de la commande MRAC, notamment  $\alpha=50$  et  $\beta=50$ . Ces paramètres ont permis d'obtenir une régulation précise et efficace, minimisant ainsi l'écart entre la sortie réelle et le modèle de référence. Cette interprétation souligne l'importance de sélectionner judicieusement les paramètres pour atteindre des performances optimales et obtenir une réponse du système qui correspond de manière étroite aux attentes définies par le modèle de référence.

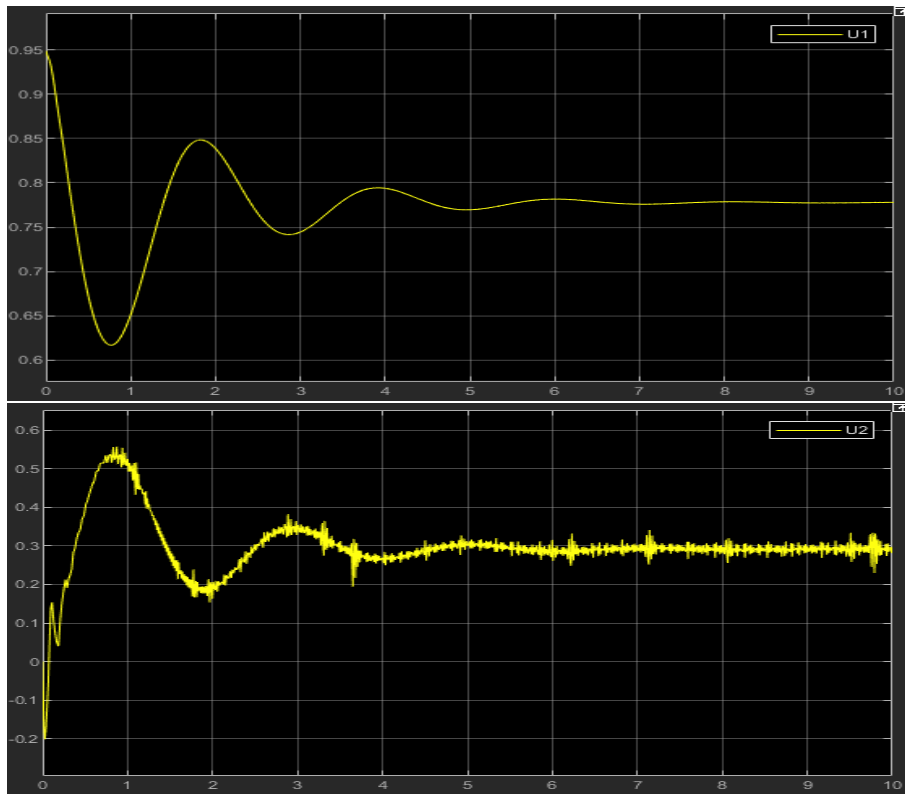


Figure 4.7.a. l'évolution des commandes U1 et U2 générées par la commande MRAC avec des valeurs  $\alpha=50$  et  $\beta=50$ .

- Les commandes générées par le système sont limitées dans leur amplitude, ce qui signifie qu'elles sont contraintes à des valeurs spécifiques. De plus, la fréquence d'oscillation observée est très faible, ce qui indique que les variations des commandes se produisent lentement et avec une faible fréquence. Ces caractéristiques dénotent un contrôle précis et régulé, où les commandes sont ajustées de manière douce et contrôlée. La limitation des amplitudes et la faible fréquence d'oscillation reflètent la capacité du système à maintenir un contrôle stable et précis sans oscillations excessives ou comportements instables indésirables.

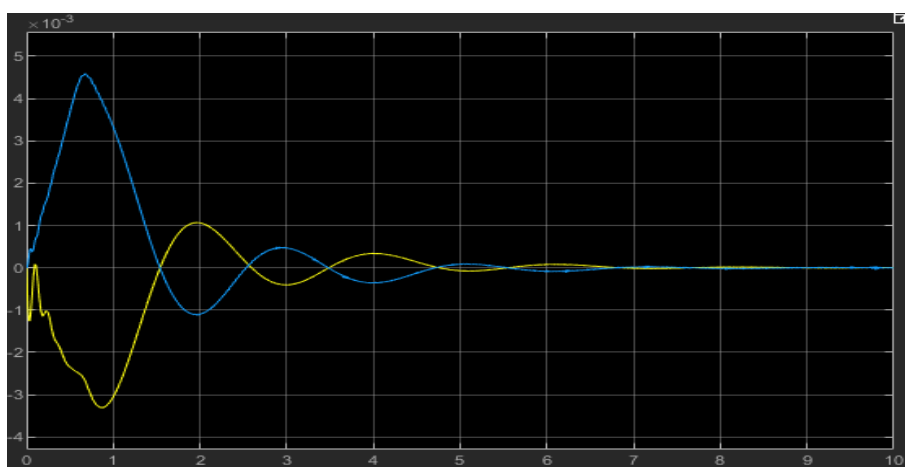


Figure 4.7.b. l'évolution des erreurs

## ***Chapitre 4 Simulation et Interprétation***

- L'erreur entre le modèle de référence et la sortie réelle du système est extrêmement faible, voire négligeable, en régime permanent. Cela signifie que le système parvient à atteindre un état d'équilibre où l'écart entre la sortie et le modèle est minime. Cependant, il est important de noter que la commande rencontre des difficultés lors des phases de transition ou de régime transitoire. Pendant ces périodes, des variations temporaires et des oscillations peuvent se produire, entraînant des écarts temporaires entre la sortie réelle et le modèle de référence. Cela souligne la nécessité d'analyser attentivement les performances du système dans ces phases critiques et de rechercher des améliorations pour réduire les effets indésirables du régime transitoire et améliorer la précision globale de la commande.

### **4.4. Commandes MRAC avec une perturbation extérieure**

On applique une commande adaptative avec un modèle de référence MRAC avec perturbation extérieure. Pour tester les performances de la commande, on prend deux types de perturbations :

- Perturbation constante
- Perturbation sinusoïdal (sine-Wave)

#### **4.4.1. perturbation constante**

Le bloc Constant de Simulink produit une sortie, qu'elle soit réelle ou complexe, sous forme de valeur constante scalaire, vectorielle ou matricielle, en fonction de la dimension du paramètre de valeur constante.

Dans ce cas, on fait varier la valeur du bloc constant.

- Pour la valeur de  $c=1$

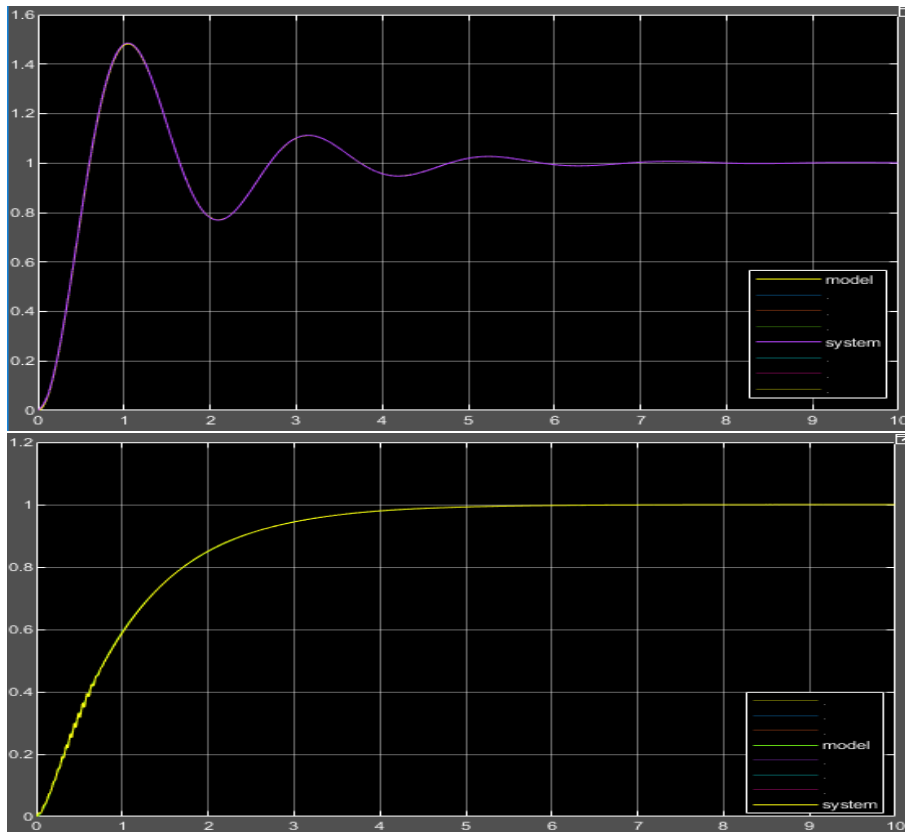


Figure 4.8. Angle de dérapage en haut et angle d'inclinaison en bas par la Commande MRAC avec perturbation extérieur (constante)  $C=1$ .

- Malgré l'introduction d'une perturbation externe constante dans la commande du système, on observe que l'angles de dérapage et d'inclinaison ( $\beta, \phi$ ) de sa sortie continuent à se conformer au modèle de référence établi ( $\beta_m, \phi_m$ ). Cela suggère que le système est capable de maintenir sa performance et son comportement attendus, même en présence de perturbations externes. Cela peut témoigner de la robustesse ou de l'efficacité du système dans la gestion des perturbations et de sa capacité à maintenir des performances cohérentes avec les objectifs définis par le modèle de référence.

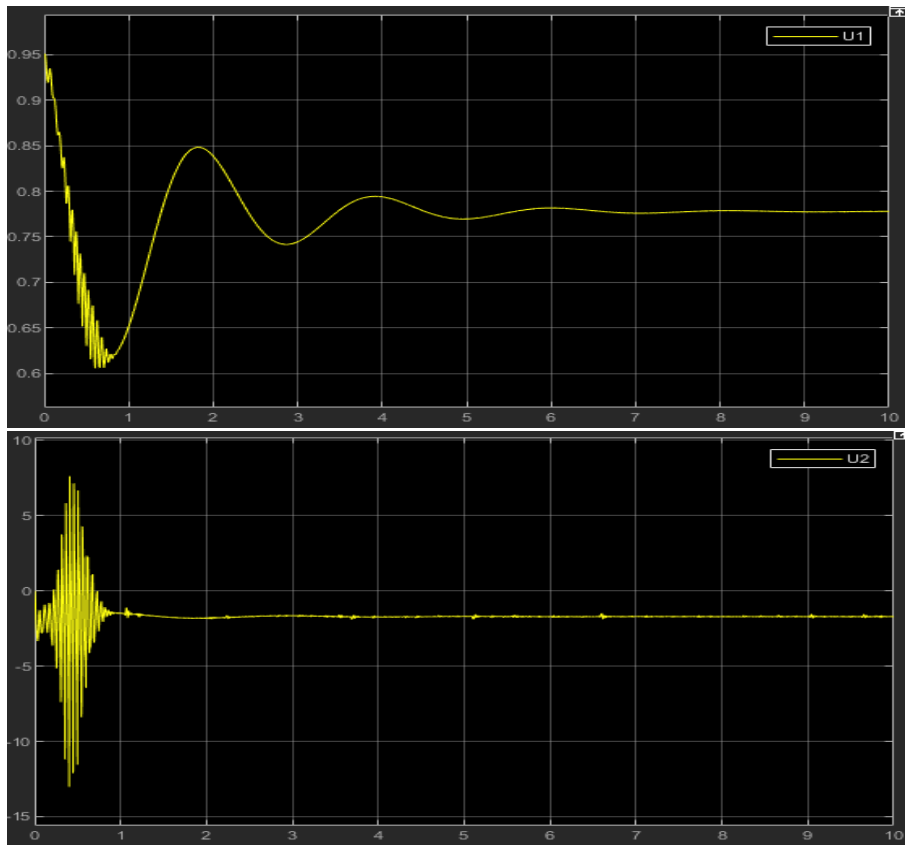


Figure 4.8.a. l'évolution des commandes U1 et U2 générées par la commande MRAC avec perturbation extérieur (constante)  $C=1$ .

- Au démarrage de la phase de transition, les commandes  $u_1$  et  $u_2$  du système présentent des oscillations qui diminuent progressivement jusqu'à disparaître complètement. Une fois en régime permanent, ces commandes convergent vers une valeur constante.

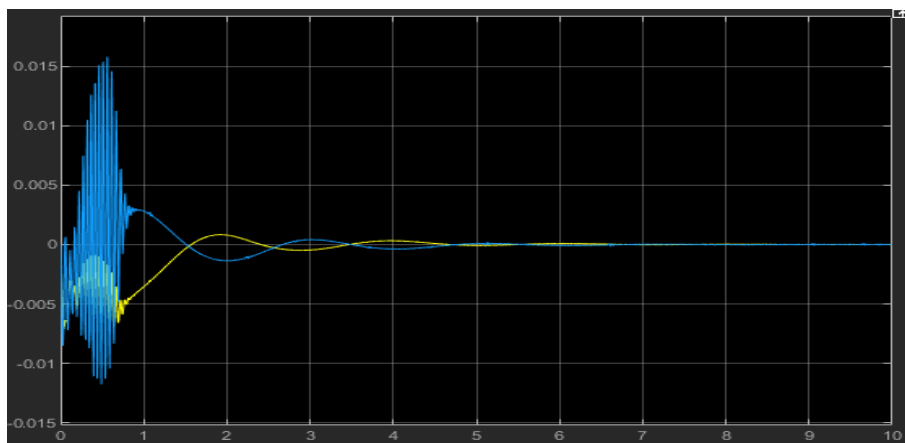


Figure 4.8.b. l'évolution des erreurs

- Au bout d'environ 5 secondes, les erreurs se stabilisent et tendent vers zéro. Cette observation suggère l'efficacité de la commande adaptative pour maintenir les performances du système conformément au modèle de référence, même en présence de perturbations constantes.



- Nous modifions la valeur de la perturbation en utilisant une autre valeur, telle que  $C = 10$ .

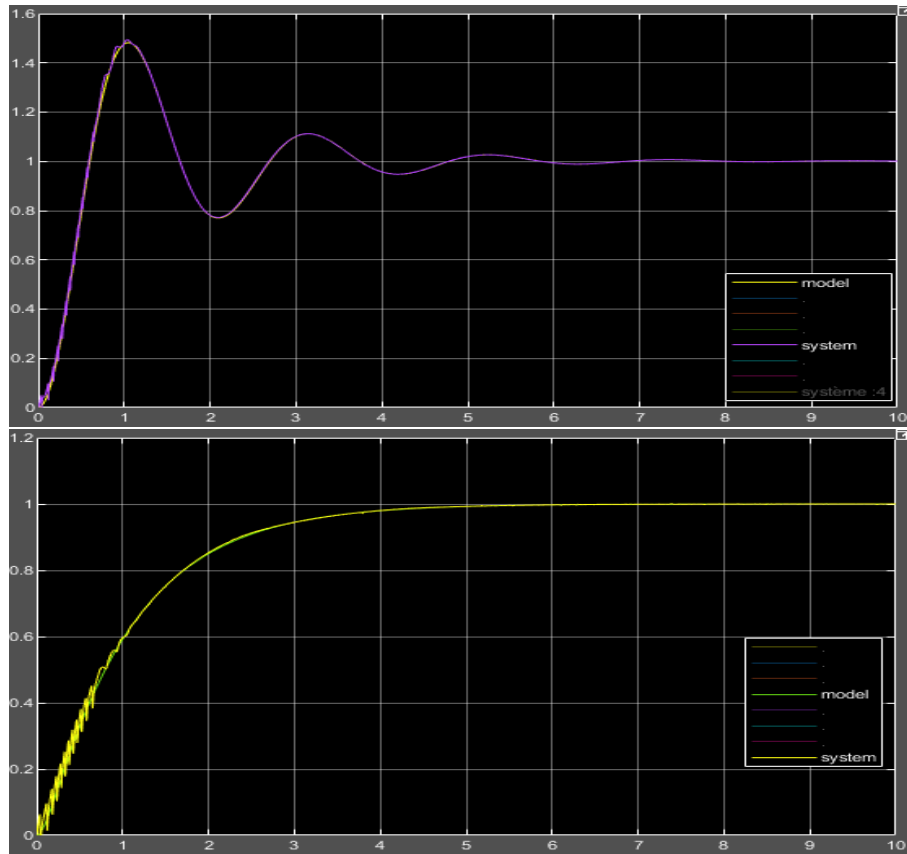


Figure 4.9. Angle de dérapage en haut et angle d'inclinaison en bas par la Commande MRAC avec perturbation extérieur (constante)  $C=10$ .

- malgré l'augmentation de la perturbation dans le système, les angles de dérapage et d'inclinaison continuent de se conformer au modèle de référence. Cette observation suggère que le système est capable de maintenir une certaine stabilité et de limiter les variations des angles de dérapage et d'inclinaison, même en présence d'une perturbation plus importante.

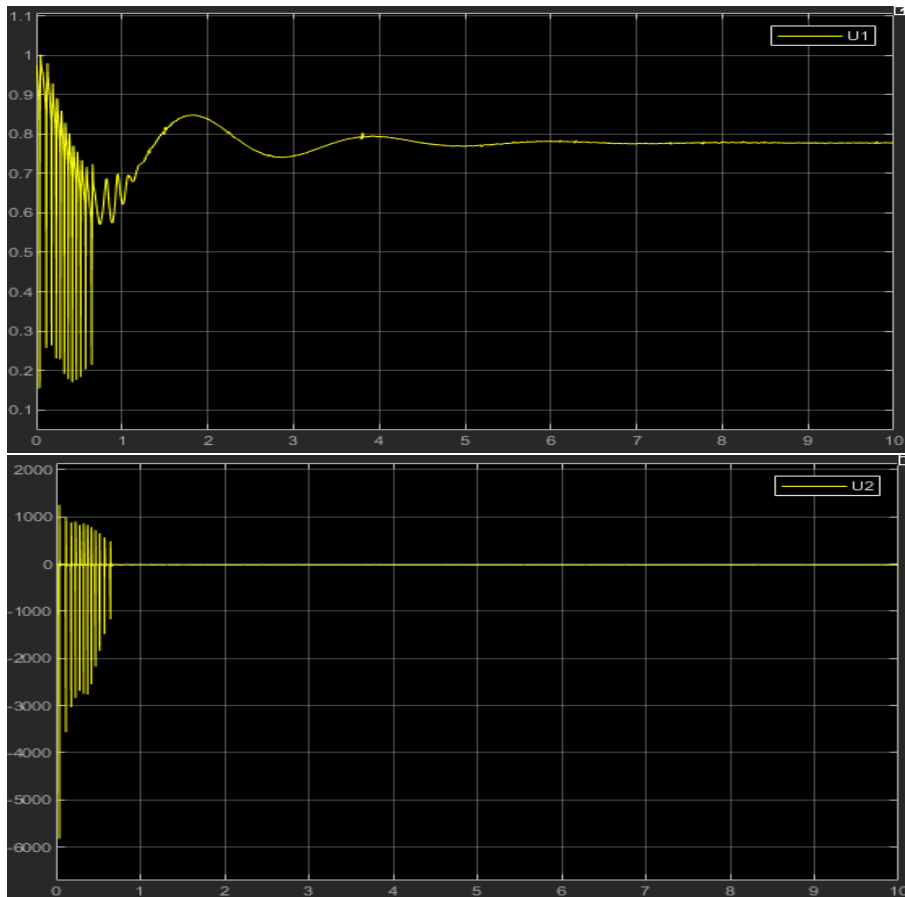


Figure 4.9.a. l'évolution des commandes U1 et U2 générées par la commande MRAC avec perturbation extérieur (constante)  $C=10$ .

- les commandes du système parviennent à atteindre une stabilité, ce qui signifie qu'elles convergent vers des valeurs constantes au fil du temps. Cependant, au début de la période transitoire, des oscillations sont présentes, ce qui indique des variations temporaires des commandes autour de leurs valeurs moyennes.  
Ces oscillations initiales peuvent être attribuées à des ajustements et des réajustements nécessaires pour atteindre un équilibre stable en présence de la perturbation plus importante.

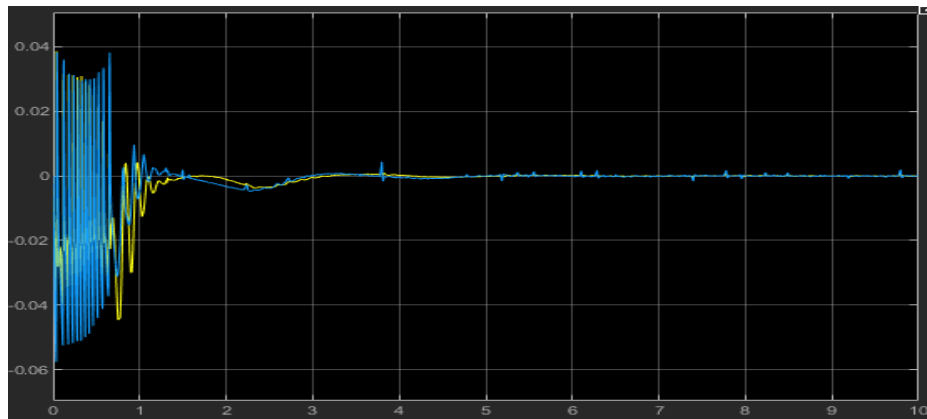


Figure 4.9.b. l'évolution des erreurs

- les erreurs convergent vers une constante nulle, malgré un changement de valeur de la perturbation, souligne la capacité du système à maintenir une stabilité asymptotique et à maintenir des performances précises et constantes dans des conditions variables.

➤ Nous continuons à accroître la valeur de la constante, pour  $c=20$ .

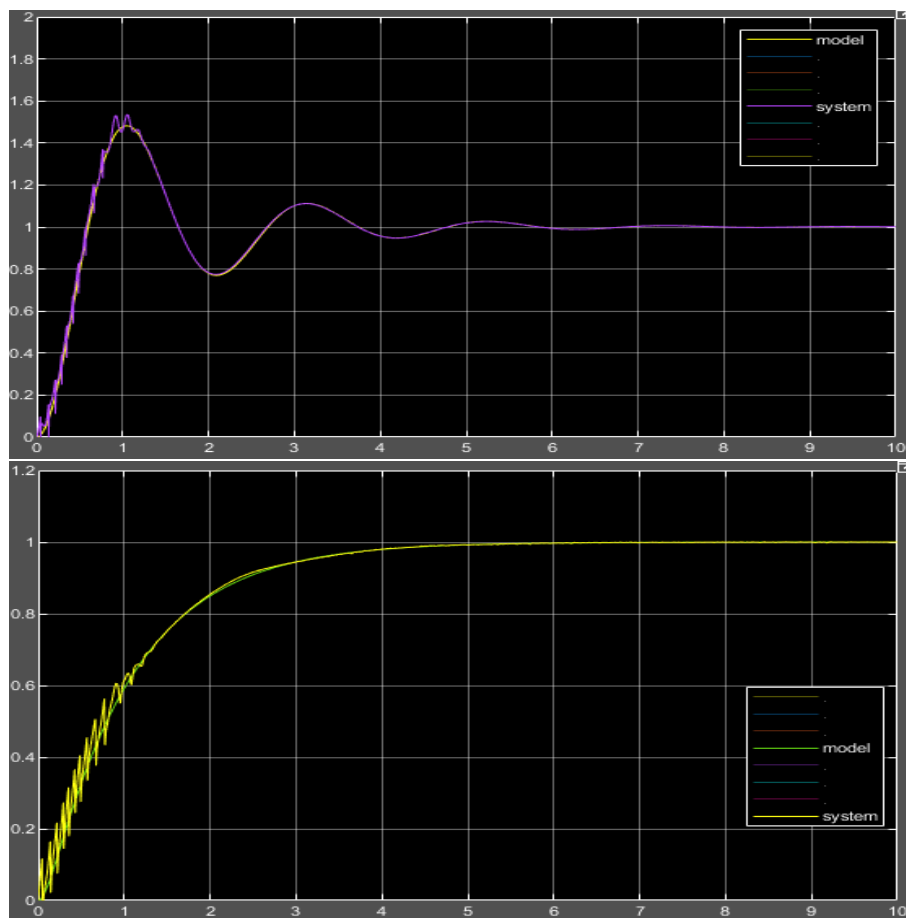


Figure 4.10. Angle de dérapage en haut et angle d'inclinaison en bas par la commande MRAC avec perturbation extérieure (constante)  $C=20$ .

## Chapitre 4 Simulation et Interprétation

- nous observons que l'angle de dérapage et l'angle d'inclinaison du système suivent toujours le modèle de référence, mais avec une erreur de plus en plus importante. Cette observation suggère que le système rencontre des difficultés à compenser efficacement l'impact de la perturbation plus importante induite par l'augmentation de la constante.

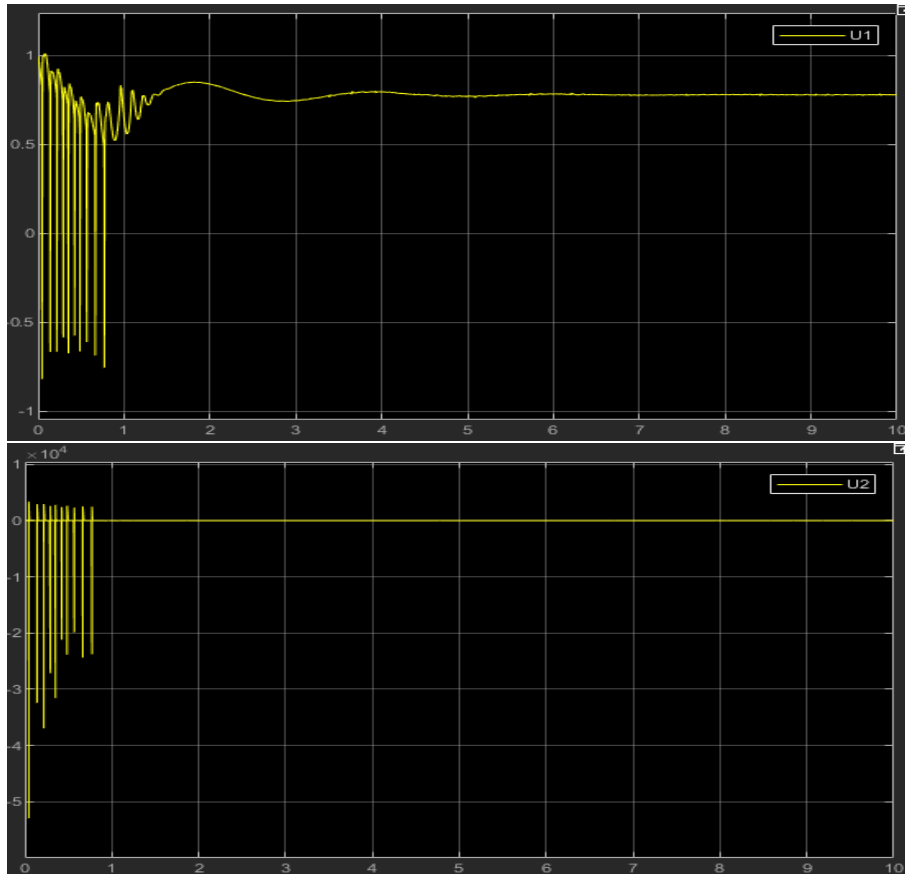


Figure 4.10.a. l'évolution des commandes U1 et U2 générées par la commande MRAC avec perturbation extérieur (constante)  $C=20$ .

- les commandes  $u_1$  et  $u_2$  du système parviennent à atteindre une stabilité générale. Cela signifie que ces commandes convergent vers des valeurs constantes et se maintiennent dans cet état au fil du temps. Cependant, au début de la période transitoire, on observe des oscillations, ce qui indique des variations temporaires des commandes autour de leurs valeurs moyennes.

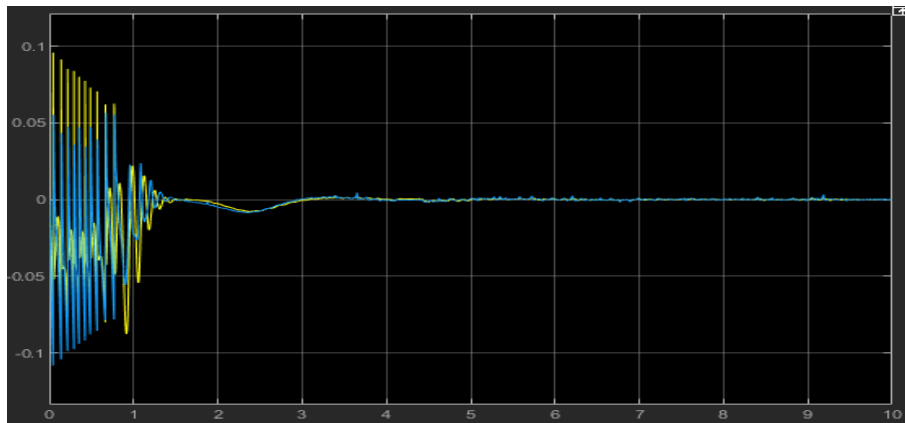


Figure 4.10.b. l'évolution des erreurs

- Lorsque la constante est augmentée, le système est confronté à des perturbations plus importantes. Cependant, malgré ces perturbations, les erreurs entre les valeurs réelles et les valeurs attendues sont progressivement réduites et finissent par converger vers zéro. Cela suggère que le système est capable d'adapter sa réponse et de prendre des mesures pour minimiser les écarts, en s'ajustant de manière à réduire l'impact de la perturbation.

### 4.4.2. Perturbation sinusoïdale

Le bloc "Sine Wave" de la boîte à outils Simulink est utilisé pour générer des perturbations sinusoïdales.

La perturbation sinusoïdale est une variation périodique introduite dans le système, simulant une influence externe fluctuante. Dans ce cas, la perturbation induit des oscillations dans l'angle de dérapage et l'angle d'inclinaison du système.

- Nous faisons varier la valeur du bloc "Sine Wave". Pour une amplitude de 1 et une fréquence de 1 rad/s :

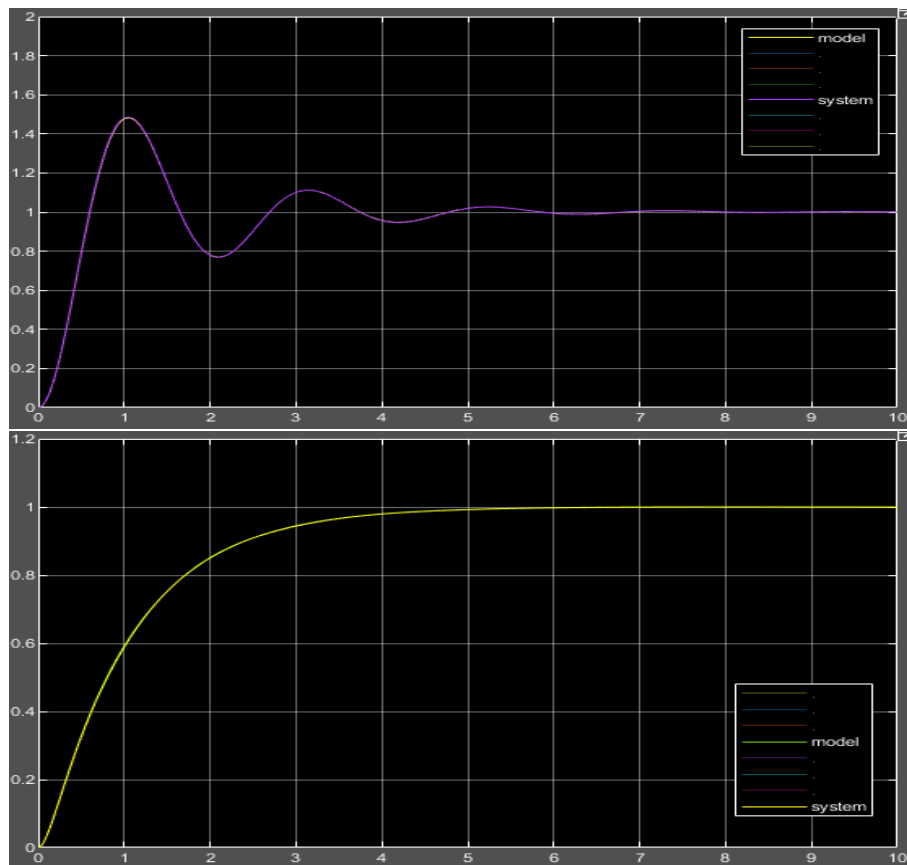


Figure 4.11. Angle de dérapage en haut et angle d'inclinaison en bas par la Commande MRAC avec perturbation extérieur (sinusoïdal)  $A=1$  et  $F_r=1\text{rad/s}$ .

- Malgré l'effet de la perturbation, les observations montrent que les angles de dérapage et d'inclinaison du système suivent toujours le modèle de référence. Cela signifie que le système parvient à compenser et à réagir de manière adaptative aux variations introduites par la perturbation sinusoïdale, en maintenant les performances conformes aux valeurs attendues.

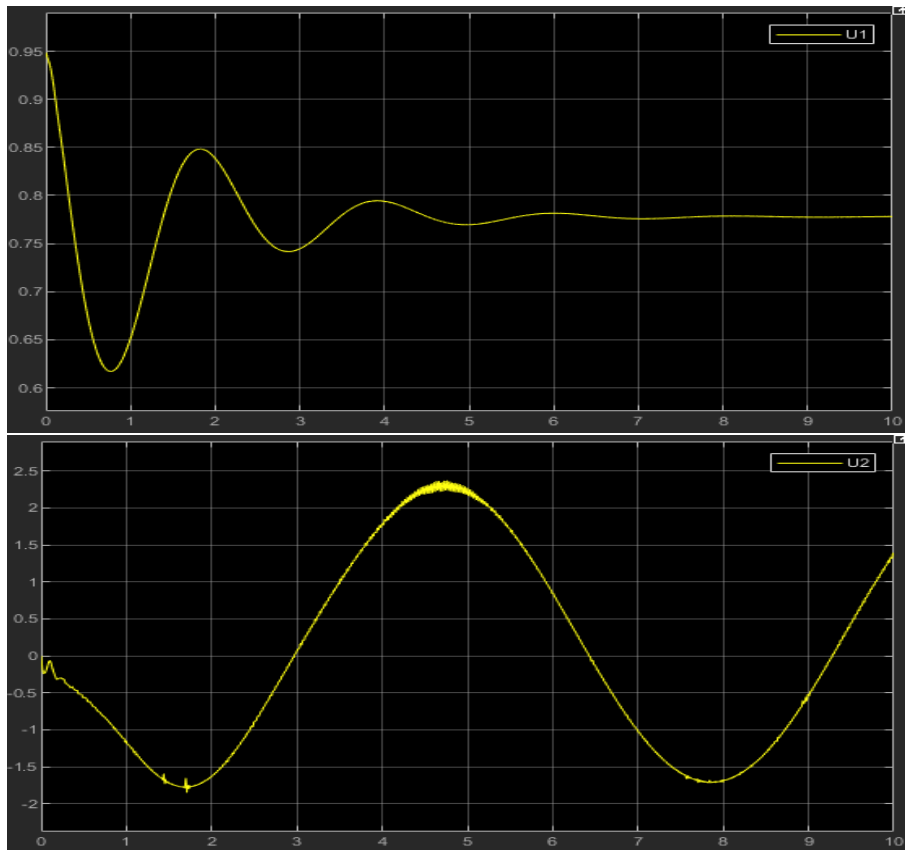


Figure 4.11.a. l'évolution des commandes U1 et U2 générées par la commande MRAC avec perturbation extérieur (sinusoïdal)  $A=1$  et  $Fr=1$  rad/s.

- Les commandes  $u_1$  et  $u_2$  du système présentent de faibles oscillations, les oscillations observées sont de faible amplitude, ce qui signifie que les commandes se maintiennent généralement proches de leurs valeurs moyennes malgré l'influence de la perturbation.

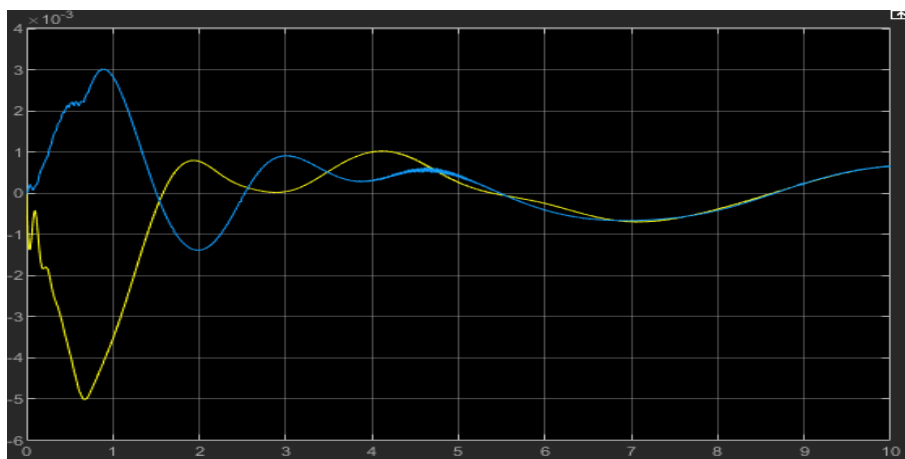


Figure 4.11.b. l'évolution des erreurs

- nous observons que l'erreur présente des oscillations, Les oscillations de l'erreur indiquent que celle-ci varie autour d'une valeur moyenne en réponse à la perturbation.

## Chapitre 4 Simulation et Interprétation

- Nous augmentons la valeur de la fréquence. Nous utilisons une amplitude de 5 et une fréquence de 10 rad/s.

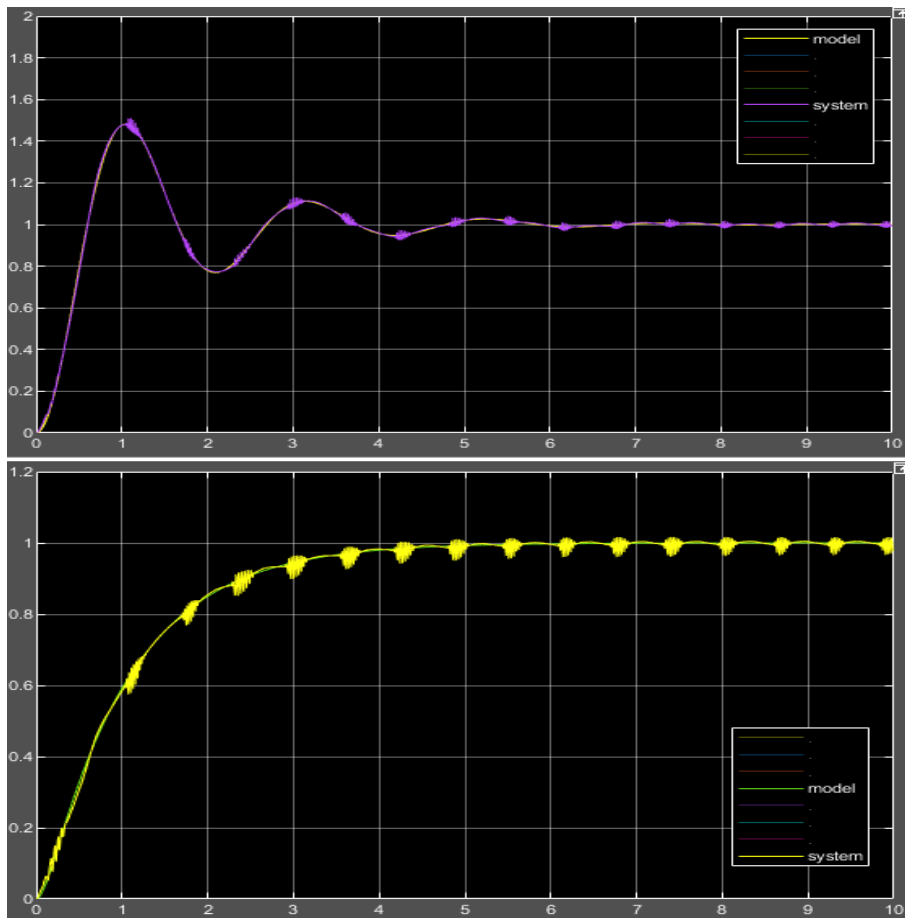


Figure 4.12. Angle de dérapage en haut et angle d'inclinaison en bas par la Commande MRAC avec perturbation extérieur (sinusoïdal)  $A=5$  et  $F_r=10$  rad/s.

- malgré la perturbation, les angles de dérapage et d'inclinaison parviennent à maintenir une trajectoire générale conforme au modèle de référence. Les faibles oscillations observées indiquent que les angles de dérapage et d'inclinaison oscillent légèrement autour de leurs valeurs moyennes en réponse à la perturbation. Cela peut être dû à une certaine latence dans la capacité du système à s'adapter rapidement aux variations de la perturbation à une fréquence élevée.



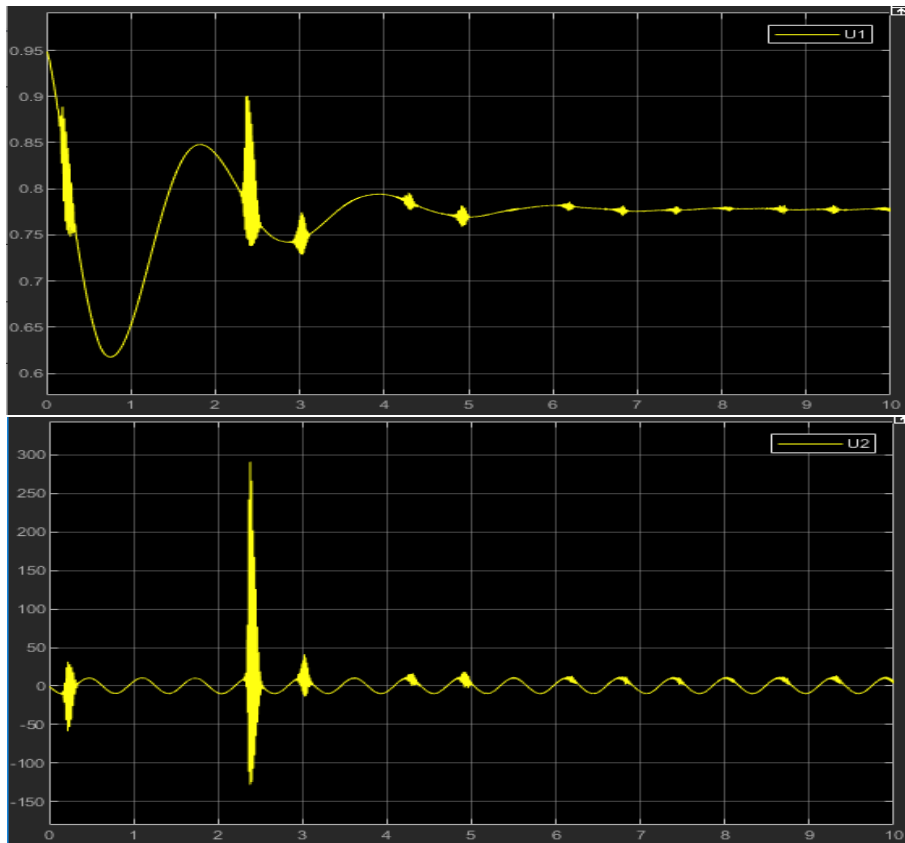


Figure 4.12.a. l'évolution des commandes U1 et U2 générées par la commande MRAC avec perturbation extérieur (sinusoïdal)  $A=5$  et  $Fr=10$  rad/s.

- les commandes  $u_1$  et  $u_2$  du système deviennent oscillatoires, Les oscillations observées dans les commandes indiquent que celles-ci oscillent autour de leurs valeurs moyennes en réponse à la perturbation.

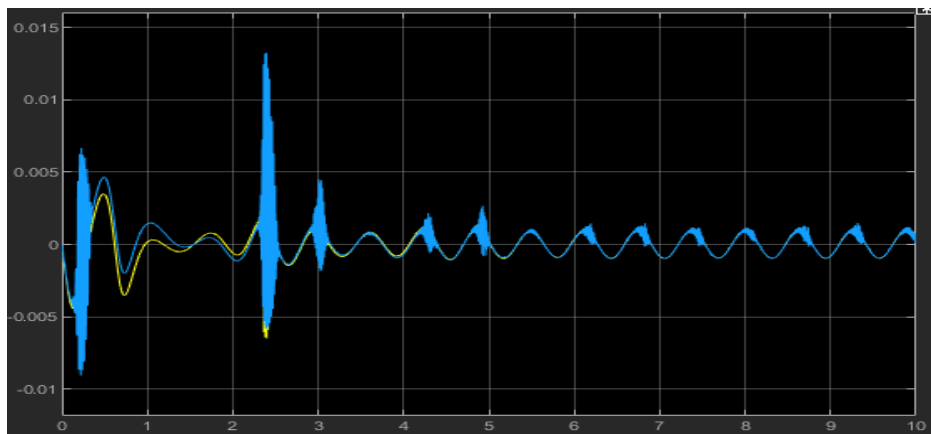


Figure 4.12.b. l'évolution des erreurs

- nous observons que les erreurs présentent des oscillations plus importantes par rapport au cas précédent. Les oscillations plus importantes des erreurs peuvent être le résultat d'un manque d'adaptabilité ou d'une réponse plus lente du système aux variations rapides de la perturbation.

### **4.5. Conclusion**

En conclusion, la commande adaptative avec modèle de référence (MRAC) a montré de bons résultats dans l'ensemble. Les faibles perturbations extérieures constantes avec une valeur de  $C=1$  n'ont pas affecté la stabilité du système, et les performances étaient satisfaisantes.

Cependant, lorsque la perturbation constante atteint environ  $C=20$ , une erreur de poursuite importante a été observée, ce qui indique une moins bonne capacité du système à compenser une perturbation de magnitude plus élevée.

Dans le cas des perturbations sinusoïdales, les erreurs présentent des oscillations, ce qui suggère que le système a du mal à suivre précisément les valeurs souhaitées en présence de variations périodiques. Les commandes peuvent également devenir instables, ce qui peut compromettre la performance globale du système.

En résumé, la commande adaptative avec modèle de référence (MRAC) est efficace pour atténuer les effets des faibles perturbations constantes, mais peut présenter des limitations lorsqu'il s'agit de perturbations plus importantes ou de perturbations sinusoïdales. Une analyse approfondie des performances et des ajustements appropriés sont nécessaires pour optimiser la stabilité et la précision du système dans différentes conditions de perturbation.

## ***CONCLUSION GENENRALE***

En conclusion, ce travail présente une étude approfondie sur le développement d'une loi de commande non linéaire pour le contrôle latéral d'un avion, en se concentrant spécifiquement sur le modèle latéral du Boeing 747. Les résultats obtenus démontrent l'importance capitale de cette commande et sa flexibilité pour prendre en compte les caractéristiques géométriques des gouvernes ainsi que le confort des passagers.

Le premier chapitre introduit les notions générales sur les commandes, tandis que le deuxième chapitre décrit et analyse ce modèle spécifique.

Le troisième chapitre se concentre sur l'étude de la synthèse des lois de commande adaptative en utilisant un modèle de référence (MRAC) basé sur le concept d'hyper-stabilité. Des simulations ont été effectuées en utilisant MATLAB (SIMULINK) et les résultats ont été interprétés du point de vue physique. Les approches de commande adaptative avec modèle de référence ont donné d'excellents résultats en termes de stabilité du système.

L'application de ces lois de commande au vol latéral du Boeing 747 a démontré une bonne capacité à suivre le modèle de référence grâce aux signaux de sortie du système, tels que l'angle de dérapage et l'angle d'inclinaison latérale.

Finalement, les résultats obtenus confirment l'importance cruciale de cette commande et sa flexibilité, qui permet de prendre en compte les caractéristiques géométriques des gouvernes ainsi que le confort des passagers. Cependant, un inconvénient majeur de cette commande réside dans sa sensibilité aux perturbations externes de faible amplitude. Des variations plus importantes du signal de commande pourraient être observées en présence de perturbations de plus grande ampleur.

En résumé, les perspectives futures de cette thèse visent à améliorer la qualité du contrôle en utilisant des méthodes avancées, à étendre les techniques de commande aux modèles non linéaires et à valider expérimentalement les résultats obtenus. Un deuxième objectif consistera à étendre les méthodes précédentes aux modèles non linéaires en présence de bruit environnemental. Ces efforts contribueront à enrichir la recherche dans le domaine du contrôle adaptatif des processus physiques.

Enfin, nous espérons que cette étude contribuera à enrichir la recherche nos travaux dans le domaine du contrôle adaptatif des processus physiques.

## Annexe A Les caractéristiques de Boeing 747

Cette annexe vient en complément du chapitre 2 décrivant les expressions des différentes dérivées dimensionnelles de stabilité latérale.

### A.1. Les caractéristiques aérodynamiques au Boeing 747

Le **Boeing 747** est un avion de ligne à réaction américain à fuselage large, possède un rayon d'action de près de 15 000 km. Le **Boeing 747** applique les caractéristiques intérieures de la cabine du 787 Dreamliner.

- Le **Boeing 747**, le nouveau géant des airs.
- Le **Boeing 747** est plus performant, plus silencieux et plus respectueux de l'environnement.

#### A.1.1. Dimensions générales de Boeing 747

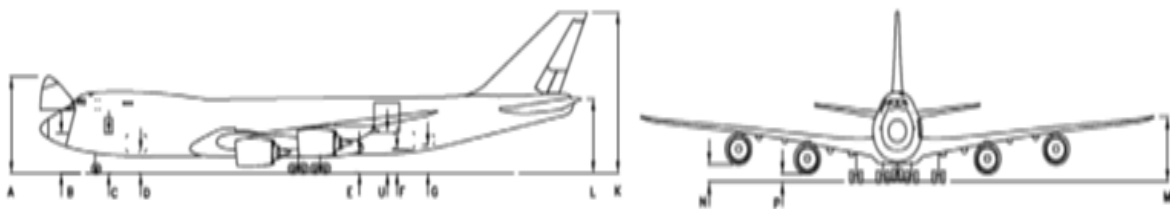


Figure A.1 dimensions de Boeing 747 [15]

#### A.1.2. Caractéristique générale de Boeing 747

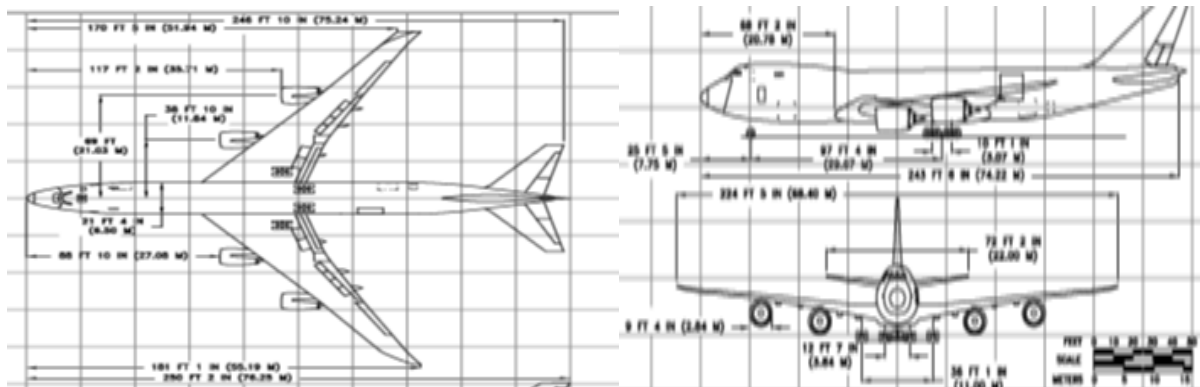


Figure A.2. modèle de Boeing 747 [15]

#### A.1.3. Caractéristiques techniques de Boeing 747

Toutes les informations techniques permettant d'élaborer le modèle du Boeing 747 en vol horizontal stabilisé ( $H = 40\ 000$  pieds,  $M = 0,8$ ) pour des conditions de vol bien déterminées. Les données sont [24] :

- **Dimensions, masse et inertie**

$$\bar{c} = 8,324m \quad S = 511m \quad b = 8,324m \quad P = 2,83176 \times 10^6 N \quad I_{xx} = 0,247 \times 10^8 \text{Kgm}^2$$

$$I_{yy} = 0,449 \times 10^8 \text{kgm}^2 \quad I_{zz} = 0,673 \times 10^8 \text{kgm}^2 \quad I_{xz} = 0,212 \times 10^7 \text{kgm}^2$$

## Annexes

### ➤ Conditions de vol

$$\rho = 0,3045 \text{ kg m}^{-3} \quad u_0 = 235,9 \text{ m s}^{-1} \quad C_{L0} = 0,654 \quad C_{D0} = 0,0430$$

$u_0$ : la vitesse aérodynamique de l'avion,  $C_{D0}$ : le coefficient de traînée

## A.2. Les dérivées dimensionnelles de stabilité [24] :

Dérivée	Unité (S.I)	Dérivée	Unité (S.I)
$Y_\beta = \frac{C_{Y\beta} QS}{m}$	$m/s^2$	$N_{\delta a} = \frac{C_{n\delta a} QSb}{I_z}$	$S^{-2}$
$Y_p = \frac{C_{Yp} bQS}{2u_0 m}$	$m/s^2$	$N_{\delta r} = \frac{C_{n\delta r} QSb}{I_z}$	$S^{-2}$
$Y_r = \frac{C_{Yr} bQS}{2u_0 m}$	$m/s$ Ou $ft/s$	$L_\beta = \frac{C_{l\beta} QSb}{I_x}$	$S^{-2}$
$Y_{\delta r} = \frac{C_{Y\delta r} QS}{m}$	$m/s^2$ Ou $ft/s^2$	$L_p = \frac{C_{lp} QSb^2}{2u_0 I_x}$	$S^{-1}$
$N_\beta = \frac{C_{n\beta} QSb}{I_z}$	$S^{-2}$	$L_r = \frac{C_{lr} QSb^2}{2u_0 I_x}$	$S^{-1}$
$N_p = \frac{C_{np} QSb^2}{(2u_0)I_z}$	$S^{-1}$	$L_{\delta a} = \frac{C_{L\delta a} QSb}{I_x}$	$S^{-2}$
$N_r = \frac{C_{nr} QSb^2}{(2u_0)I_z}$	$S^{-1}$	$L_{\delta r} = \frac{C_{L\delta r} QSb}{I_x}$	$S^{-2}$
$Y_{\delta a} = \frac{C_{Y\delta a} QS}{m}$	$m/s^2$ Ou $ft/s^2$		

Tableau A.1. les dérivés dimensionnels de stabilité latérale-directionnelle

STATE AND CONTROL VARIABLES	$v$	$p$	$r$	$\delta_a$	$\delta_r$
DERIVATIVES	$Y_v$	$Y_p$	$Y_r$	$Y_{\delta a}$	$Y_{\delta r}$
	$L_v$	$L_p$	$L_r$	$L_{\delta a}$	$L_{\delta r}$
	$N_v$	$N_p$	$N_r$	$N_{\delta a}$	$N_{\delta r}$

Tableau A.2. la liste des dérivées dimensionnelles de stabilité latérale

### A. Dérivées aérodynamiques

Les dérivées de stabilités adimensionnelles et dimensionnelles sont présentées aux Tableaux (A.3) et (A.4). Avec ces valeurs [24] :

	$C_y$	$C_l$	$C_n$
$\beta$	-0,8771	-0,2797	0,1946
$p$	0	-0,3295	-0,04073
$r$	0	0,304	-0,2737

Tableau A.3. dérivés latérale dimensionnelles Boeing 747

	$Y_{(N)}$	$L_{(Nm)}$	$N_{(Nm)}$
$v$ ( $m s^{-1}$ )	$-1,610 \cdot 10^4$	$-3,062 \cdot 10^5$	$2,131 \cdot 10^5$
$p$ ( $rad s^{-1}$ )	0	$-1,076 \cdot 10^7$	$-1,330 \cdot 10^6$
$r$ ( $rad s^{-1}$ )	0	$9,925 \cdot 10^6$	$-8,934 \cdot 10^9$

Tableau A.4. dérivées latérales non-dimensionnelles Boeing 747

### B. La commande latérale

On illustre les réponses aux commandes latérales par l'exemple du Boeing 747. Avec Les valeurs des dérivées aérodynamiques par rapport aux commandes latérales données au Tableau (A. 5), les éléments de la matrice B sont [24] :

	$C_y$	$C_l$	$C_n$
$\delta_a$	0	$-1,368 \cdot 10^{-2}$	$-1,973 \cdot 10^{-4}$
$\delta_r$	0,1146	$6,976 \cdot 10^{-3}$	-0,1257

Tableau A.5. dérivées aérodynamique par rapport aux commandes latérale

## ***Annexe B***

### ***Conditions d'Erzberger***

Dans cette section, nous présentons les conditions d'Erzberger permettant de vérifier l'existence des gains régulateurs  $k_x$  et  $k_r$ .

La première condition est obtenue en substituant l'expression de  $k_x$  donnée par (3.26) dans l'équation (3.10), telle que :

$$BB^+(A - A_m) - A + A_m = 0 \quad (\text{B.1})$$

Avec

$$B^+ = (B^T B)^{-1} B^T \quad (\text{B.2})$$

Nous obtenons ainsi :

$$(I_n - BB^+)(A - A_m) = 0 \quad (\text{B.3})$$

La deuxième condition est déterminée à partir de (3.11) en utilisant l'expression de  $k_r$  dans (3.27) :

$$B_m - BB^+B_m = 0 \quad (\text{B.4})$$

De façon plus simple :

$$(I_n - BB^+)B_m = 0 \quad (\text{B.5})$$

## Références

- [1] : Dr. H. Merabet Boulouiha, Notes De Cours : Techniques De Commande Avancée Année : 2014/2015.
- [2] : Généralités sur la Commande Adaptative, Université Mohammed Seddik Benyahia–JIJEL, 2016.
- [3] : Ayad Y., ‘‘Modélisation et commande linéaire d’un avion, application au Boeing 747’’, Mémoire de master université A. MIRA BEJAIA, 2017.
- [4] : Salmi F., Halimi N., ‘‘Commandes linéaires et non linéaires dédiées au pilotage d’un aéronef en présence de perturbations spécifiques’’, Mémoire de master, DAB, Blida, 2013.
- [5] : Daniel Ross, Etienne deguine, Mickael Camus ‘cours asservissement par PID’.
- [6] : EDOUARD. LAROCHE ‘‘ cour de commande optimale ENSPS ‘‘ université de Strasbourg.
- [7] : MARIAM BAROUDI. ‘‘contrôle d’un bras robotique flexible ‘‘ Québec août 2010.
- [8] : YOUSSEF EL AFOU ‘‘contribution au contrôle des paramètres climatique sous serre ‘‘ thèse de doctorat.
- [9] : Grilles Duc et Stéphane Font, commande H infini et  $\mu$ -analyse \_ des outils pour la robustesse, Hermès-Science, 1999.
- [10] : IMAD BOUSTANI ‘‘ Analyse d’un système de commande d’allègement à une rafale sur un avion à commande électrique’’.
- [11]: J.J.E. Slotine and W. Li. ‘‘Applied non-linear control’’, Book Prentice-Hall, Inc,1991.
- [12]: COOK, M.V. (1997). ‘‘Flight dynamics principles’’.
- [13] : Saussié. David. Alexandre ‘‘contrôle du vol longitudinal d’un avion civil’’ thèse de doctorat (Génie électrique) août, 2010.
- [14] : TIGHZERT Lyes, « Modélisation et Pilotage Automatique de Structures Volantes »,2013.
- [15]: Boeing Commercial Airplanes, ‘‘747-800 Airplane Characteristics for Airport Planning’’,2012.
- [16]: Gene Franklin, David Powell et Abbas Etmami-Naeini, ‘‘Feedback Control of Dynamic system’’.
- [17]: Nelson R.C., ‘‘Flight Stability and Automatic Control’’, MC Graw-Hill, 2<sup>nd</sup> edition, 1997.
- [18] : Olivier Pages, ‘‘Etude et comparaison de différentes Structures de commande multi contrôleur application a un axe robotise’’, l’Ecole d’Ingénieurs d’Annecy, université de Savoie, Juillet 2001.
- [19] : Landau. I.D. Et Dugard. L, ‘‘commande adaptative aspects pratiques et théoriques’’, Editions Masson, Parie,1996.
- [20] : D. NAJIM, ‘‘commande adaptative des processus industriels édition 1982.
- [21]: A. Maddi, A. Guessoum and D. Berkani, ‘‘Applying Model Reference Adaptive controller for Lateral Motion of Aircraft’’, American Journal of Applied Sciences, Issue 7, volume 2, 2010, ISSN 1546-9239, pp235-240.
- [22]: A. L. GONZALEZ. BLAZQUEZ. ‘‘Mathematical modelling for analysis of non-linear aircraft dynamics’’ computers of structures. Vol 37. N°. PP : 193.July01990.
- [23] : BOULANOUAR Khadîdja, « Modélisation et Commande d'un Drone », 2016.
- [24] : Gérard Degrez, ‘‘Performance et Stabilité des avions’’,2001.