

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEURE
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DE BLIDA : SAAD DAHLEB
INSTITUT D'AERONAUTIQUE

PROMOTION 2002

EN VUE D'OBTENTION DU DIPLOME
D'INGENIEUR D'ETAT EN AERONAUTIQUE
OPTION : STRUCTURE

THEME:



CALCUL DES EFFORTS EN TETE DE MAT
{CAS D'UN ROTOR BIPALE EN BALENCIER}

Réalisé par:

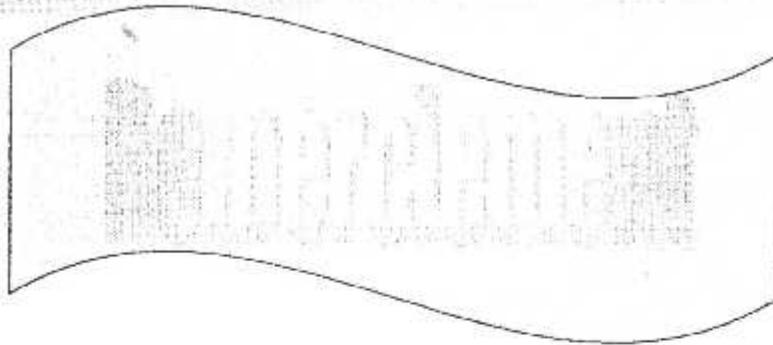
Daoudi Mahammed
Rollam Belkacem

Dirigé par:

Mr Aek.Kirad

PROMOTION: 2002

70/02
064/2002
(1EX)



Avant tout, nous remercions Dieu tout puissant qui nous a donné force de parvenir à donner fin à notre modeste travail.

Ainsi, nous tenons à adresser notre profonde reconnaissance à notre promoteur M.kirrad Abdelkader pour son aide précieuse, sa disponibilité et sa compréhension.

Nous adressons nos remerciements à M.Ben Achhou, M.Khellafi Mourad et Sid Ahmed Daoudi.

Toute notre gratitude à nos familles pour les sacrifices consentis dans le seul but de nous procurer un avenir avantageux.

D.Mahamed & R.Abdelhak





DEL' ACE

Je dédie ce modeste travail à ma mère que dieu garde son âme en paix

*Ainsi, je le dédie à mon père, ma belle mère, mes frères :
Mohamed, Miloud, hamza et Sid Ahmed.*

A mes sœurs : Akila, Fawzia, NAIMA et toute la famille Daoudi.

A mon binôme Rollam Abdel hak.

*A mon promoteur : M.Kirrad Abdelkadder, mes enseignants :
M.boukraa, M.Amtout, M.Ben Achhou et Mme.hammadouche.*

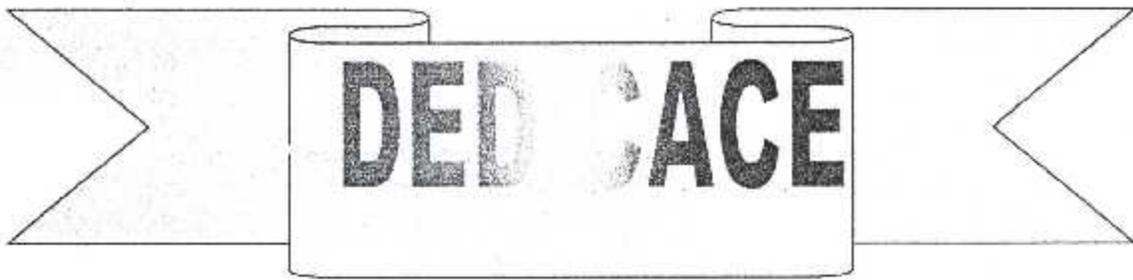
*Je le dédie à mes amis : Nourddine(L-c), Med Mellahi, Mustafa,
Djillali, Med Bekkhada, Hadj, Hamid, Chheida, Omer, Amer, Ben
bedra, Hammadi, Mahfoudh, Abess, A.Rahmane, Douha,
Mezzaini, Med mansour, Ahmed, et Belhadj et tous mes autres
amis.*

A ma chère amie : Sarah.

A tous les éléments de la promotion 96 et le bloc2.



D.Mahammed



*Je dédie ce modeste travail à ma mère, mon chère frère AEK
que dieu garde leur âme en paix*

*Ainsi, je le dédie à mon père, mon frère Abdel Moutalib, Aek
Kazouza, Mon beau frère Ahmed, mes frères & sœurs et toute la
famille*

*A mon binôme Daoudi Mahammed.
A mes neveux : Nadjib, Mohamed, Fatiha.*

*A mon promoteur : M.Kirrad Abdelkadder, mes enseignants :
M.boukraa, M.Amtout, M.Neche, M.Kamel ben Achhou et
Mme.hammadouche.*

*Je le dédie à mes amis : hadj(A.G et K), Maâmar, Djillali, Med
Bekkhada, Hamid, Nourddine(L-Cheffa), chheida, Mellahi,
Douha, Abess, Omer, Amer, Ben bedra, Hammadi, Mahfoudh,
A.Rahmane et Med mansour, Della et tous mes autres amis.*

*A Azziza.
A Bennani.S.*

A tous les éléments de la promotion 96 et le bloc2.

R.Abdelhak

NOTATION DES PARAMETRES	DEFINITION
$X(G)$ (g) (e) (r) (c) $(0) (1) (2)$	Repère absolu: repère local lié à la terre Repère lié à l'appareil se déduisant de (G) par une translation. Repère correspondant au plan d'entraînement. Repère correspondant au plan du rotor. Repère correspondant au plan de commande. Repères intermédiaires.
μ μ' V_x, V_y, V_z (m) (p) ψ_S, ε_S ψ, ε $\psi(v), \varepsilon(v)$	Angle de précession dans le passage de (g) à (O). Vitesse de précession (taux de virage). Composantes de la vitesse de déplacement dans (O). Repère lié au mât. Repère lié au rotor. Angles de centrage longitudinal et latéral. Angles de passage de (O) à (e). Composantes des angles de passage de (O) à (e) liées à la vitesse.
θ_1, θ_2 β_1, β_2 θ_C, β	Angles de passage de (O) à (c). Angles de passage de (O) à (r). Angles de pas cyclique et de battement.
Y_a	Ordonnée de la ligne des centres de poussée de la pale de référence dans (p).
$\overline{V}^g(p)$	Vitesse du point p en mouvement par rapport à (G) (sous entendu à l'instant t)
$\overline{\Gamma}^g(p)$	Accélération du point p en mouvement par rapport à (G) (sous entendu à l'instant t)
$\overline{\Omega}^g$	Taux de rotation de (e) par rapport à (G).
$\overline{\gamma}^g(R,t)$	Somme géométrique du torseur $\{D_G(rotor)\}_O$ ou résultante dynamique.
$X_c(R), Y_c(R), Z_c(R)$	Composantes de la résultante dynamique $\overline{\gamma}^g(R,t)$ en projection dans (c).
$\overline{\delta}^g(R,O,t)$	Moment en O du torseur $\{D_G(rotor)\}_O$ ou moment dynamique.

$L(p), M(p), N(p)$	Composantes du moment dynamique $\overline{\delta}^a_{(R,O,I)}$ en projection dans (p).
$\{D_G(\text{rotor})\}_O$	Torseur dynamique en O du rotor dans son mouvement par rapport à G.
$\{T(\text{air/pale})\}_O$	Torseur en O associé aux efforts aérodynamiques sur le rotor.
$\{T(\text{rotor/mât})\}_O$	Torseur en O associé aux actions contact du rotor sur le mât.
$\overline{R}(a/p)$	Somme géométrique du torseur $\{T(\text{air/pale})\}_O$
T, Fn	Composantes de $\overline{R}(a/p)$ en projection dans (1).
$\overline{M}_O(a/p)$	Moment en O du torseur $\{T(\text{air/pale})\}_O$.
$M_{X_n}^O(a/p), M_{Y_n}^O(a/p),$ $M_{Z_n}^O(a/p)$	Composantes de $\overline{M}_O(a/p)$ en projection dans (1).
Tp_x	Valeur moyenne de traînée du rotor en projection suivant \overline{X}_n .
Fn_m	Valeur moyenne de la portance.
$\overline{R}(r/m)$	Somme géométrique du torseur $\{T(\text{rotor/mât})\}_O$.
$R_{X_n}(r/m), R_{Y_n}(r/m),$ $R_{Z_n}(r/m)$	Composantes de $\overline{R}(a/p)$ en projection dans (m).
$\overline{M}_O(r/m)$	Moment en O du torseur $\{T(\text{rotor/mât})\}_O$.
$M_{X_n}^O(r/m), M_{Y_n}^O(r/m),$ $M_{Z_n}^O(r/m)$	Composantes de $\overline{M}_O(r/m)$ en projection dans (m).
R	Rayon du rotor.
B	Coefficient de pertes en bout de pales.
C_z	Coefficient de portance du profil de pales.
C_x	Coefficient de traînée du profil de pales.
I_x, I_y, I_z, I_{xy}	Eléments de la matrice d'inertie en O du rotor dans la base (p) : $\Pi_{(O, \overline{X}_n, \overline{Y}_n, \overline{Z}_n)}(R)$.
θ	Angle de pas d'un élément de pale (indice r pour la pale de référence, s pour la pale symétrique).
θ_0	Angle de pas collectif.

θ_c	Angle de pas cyclique.
i	Angle d'incidence d'un élément de pale.
m_r	Masse du rotor.
m_c	Masse de la cellule.
G_C	Centre de gravité de la cellule.
$X_{G_C}, Y_{G_C}, Z_{G_C}$	Coordonnées de G_C dans (e).
Z'_{G_C}	Cote de G_C dans (3).
C_P	Centre de poussée longitudinale.
X_C, Y_C, Z_C	Coordonnées de C_P dans (e).
D	Centre du rotor anti-couple.
X_D, Y_D, Z_D	Coordonnées de D dans (e).
P_a	Poussée du rotor anti-couple.
$\overline{T_f}$	Trainée du fuselage.
Tf_x, Tf_y, Tf_z	Composante de la trainée du fuselage en projection dans (e).
Sf_x	Surface équivalente de trainée relative à la composante Tf_x .
ρ	Masse volumique de l'air.
V_{io}	Vitesse induite en vol de translation.
V_L	Vitesse induite locale.
V_{im}	Valeur moyenne de la vitesse induite.
V_{ic}	Composante modulée de la vitesse induite (Valeur corrective de la vitesse induite).
V_{is}	Valeur corrective de la vitesse induite.
K_O	Coefficient correctif de poussée.
K_P	Coefficient correctif de couple.
ℓ	La corde de la pale.
P_F	Puissance de FROUDE.
U	Vitesse périphérique de la pale ($U = \Omega.R.$)
V_{Fo}	Vitesse de FROUDE.
ω	Vitesse angulaire (régime du rotor).
μ_s	Paramètre d'avancement.

ϕ	Angle de calage.
S	Surface du disque balayé.
V_R	Vitesse relative de l'air.
V_Z	Vitesse ascensionnelle.
V_F	Vitesse de <i>FROUDE</i> .
V	Vitesse de translation.
V_h, V_v	Composantes horizontale et verticale de V_F .
V_0	Vitesse à l'infini amont.
V_1	Vitesse au sein du disque.
V_2	Vitesse en infini aval.
b	Nombre des pales.
η	L'effilement de la pale.

SOMMAIRE

INTRODUCTION.....	1
-------------------	---

CHAPITRE I

ETUDE DESCRIPTIVE DE LA PALE

I-1 GENERALITE	7
A ➤ AVIATION ET GARA VIATION.....	7
1 ➤ L'autogire.....	7
2 ➤ Le Girodyne.....	8
3 ➤ L'hélicoptère.....	8
B ➤ COMPOSANTES D'UN HELICOPTERE.....	12
1 ➤ Le Moteur	12
2 ➤ Le Fuselage	12
3 ➤ Le Rotor	12
I-1-1 ➤ Les Plans De Références.....	13
I-2 ➤ ETUDE GENERALE SUR LES PALES	14
I-2-1 ➤ Introduction.....	14
A ➤ Eléments Constitutifs D'une Pale.....	15
B ➤ Généralités Sur Le Profil.....	15
B-1 ➤ Caractéristiques géométriques.....	15
B-2 ➤ Caractéristiques aérodynamiques.....	16
c ➤ Influence Du Profil Sur La Pale.....	16
I-2-3 ➤ Différences Entre Pales Encastées Et Articulées.....	17
A ➤ PALES ARTICULEES.....	17
A-1 ➤ Généralité.....	17
A-1-1 ➤ Origine Et Rôle Des ArticulationS.....	18
A-2 ➤ Etude Des Articulations.....	19

A-2-1	➤ Articulation De Pas.....	19
A-2-2	➤ Articulation De Battement Verticale.....	20
A-2-2-1	➤ Analyse Du Battement Vertical En Translation.....	21
A-2-2-2	➤ Effet Du Battement Vertical.....	22
A-3	➤ Articulation De Battement Horizontale.....	22
A-3-1	➤ Origine De L'articulation De Trainée.....	22
A-3-2	➤ Influence De L'excentricité Sur Le Battement.....	25
A-4	➤ Résumé.....	25
B	➤ PALES ENCASTREES.....	26
B-1	➤ Introduction.....	26
B-2	➤ Généralités Sur Les Vibrations.....	27
C	➤ COMPARAISON.....	28

CHAPITRE II

CALCUL DU TORSEUR DYNAMIQUE

II-1	➤ TORSEUR DYNAMIQUE.....	32
II-1-1	➤ Cas Général.....	32
A	➤ CALCUL DU TORSEUR DYNAMIQUE.....	34
A-1	➤ Calcul De $\vec{\gamma}$	34
A-2	➤ Calcul De $\overline{\Omega}_e^G$	34
A-3	➤ Calcul De \overline{OG}	35
B	➤ CALCUL DU MOMENT DYNAMIQUE $\overline{\delta}^G(P,B,t)$	38
B-1	➤ Calcul De $\overline{\Omega}_P^G$	38
B-2	➤ Calcul Du Moment Cinétique.....	39
II-2-2	➤ Cas Du Rotor Bipale En Balancier.....	42
II-2-3	➤ En Phase De Vol Stabilise.....	45

CHAPITRE III

ANALYSE ET CALCUL DES EFFORTS AERODYNAMIQUES

III-1 ➤ EFFORT SUR LES PALES	47
III-1-1➤ Théorie De L'élément De Pale	47
III-1-2➤ Analyse Des Phénomènes Aérodynamiques Propres à L'hélicoptère	51
III-1-2-1➤ Répartition Des Vitesses Induites.....	51
A➤ Application Au Vol De Montee Et Au Vol De Descente.....	57
A-1➤L'équation Générale.....	57
A-2➤Cas Du Vol De Montée	57
A-2-1➤ Vol De Montée A Faible Vitesse	59
A-2-2➤ Vol De Montée A Grande Vitesse.....	59
A-3➤Cas Du Vol De Descente.....	59
A-3-1➤ La Descente Rapide	59
A-3-2➤ La Descente A Vitesse Moyenne.....	60
A-3-3➤La Descente Lente	61
A-3-4➤ Cas De « Auto Rotation »	62
III-2-1-2-2➤ Inégalité Des Vitesses Résultantes En Translation.....	65
III-2-1-2-3➤ Décrochage Sur La Pale Reculante	68
III-2-1-2-4➤ Inégalité Des Composantes V_v Dues A La Conicité	71
III-3 ➤ TORSEUR DYNAMIQUE DES EFFORTS AERODYNAMIQUES SUR	
UNE PALE	72
III-3-1➤ Calcul De La Vitesse Relative De L'air Par Rapport A Une Pale ..	72
III-3-2➤ Calcul Des Eléments Du Torseur Des Forces Aérodynamiques Sur	
Une Pale.....	73
A➤ Portance.....	74
B➤ Traînée.....	75
C➤ Moments En O Des Portances Elémentaires.....	76
D➤ Moment En O Des Traînées Elémentaires.....	77

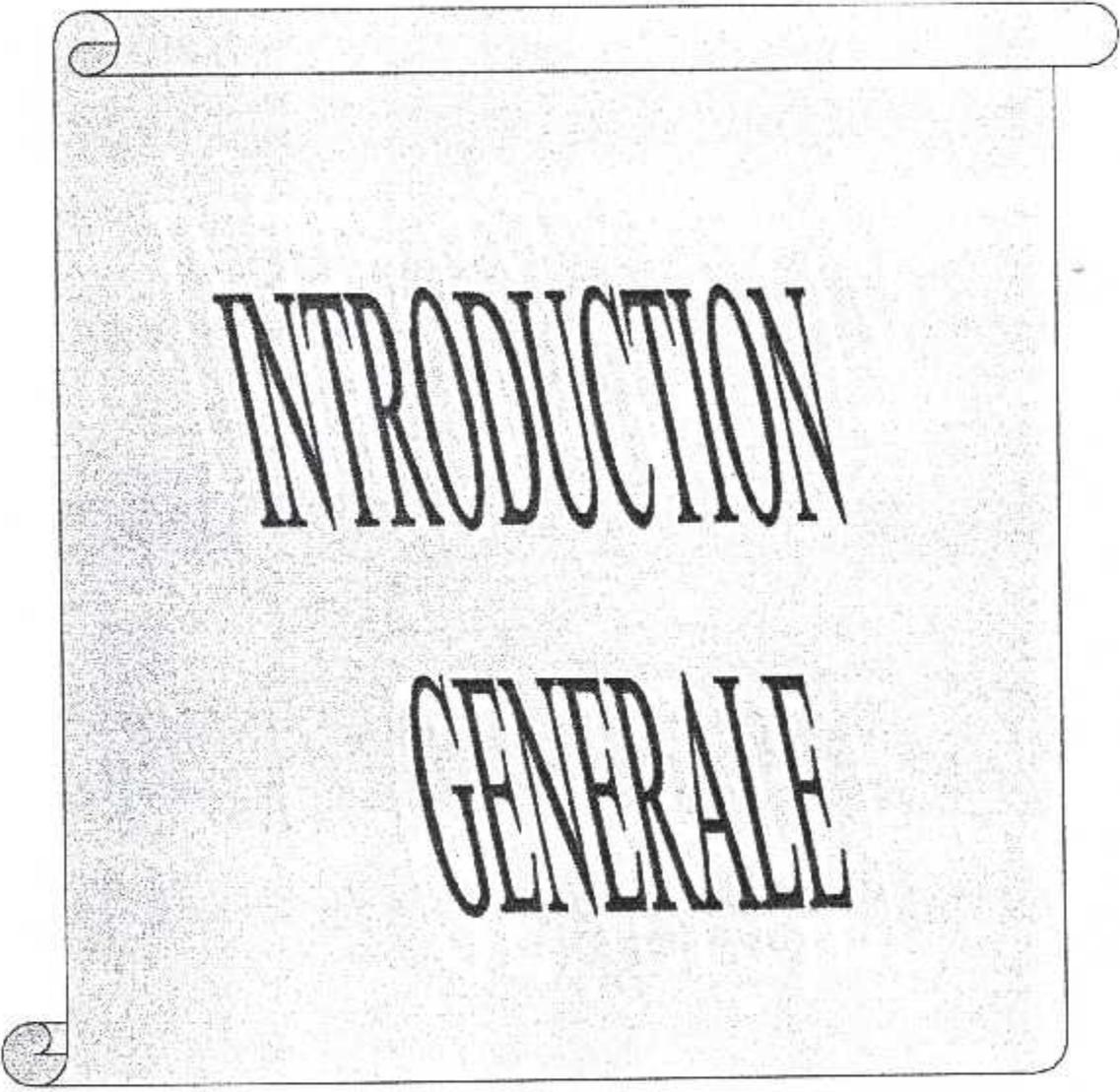
III-3- 3	➤ Calcul Du Coefficient Moyen De Portance	79
III-3-4	➤ Traînée Du Rotor.....	79
III-3-5	➤ REDUCTION DU TORSEUR T{ air / pales}o	82
III-3-6	➤ Aérodynamique De La Cellule.....	83

CHAPITRE IV

DETERMINATION DES EFFORTS EN TETE DE MAT

IV-1	➤ DEFINITION	86
IV-2	➤ TORSEUR DES ACTIONS EXERCEES PAR LE MAT SUR LE ROTOR {ROTOR/MAT}.....	89
IV-3	➤ EQUATION DE BATTEMENT	91
IV-4	➤ RESOLUTION DE L'EQUATION DE BATTEMENT	92
IV-4-1	➤ Détermination De L'angle De Battement.....	92
IV-5	➤ CALCUL DES ANGLES DE TRANSFORMATION (G)→(E)ET(E)→.....	100
IV-5-1	➤ Théorème Du Moment Dynamique En O Appliquée Sur La Cellule C	103
IV-5-1-1	➤ Détermination Du Centre Longitudinal Et Latéral	103
IV-5-1-2	➤ Calcul du Moment Dynamique En O De C	105
IV-5-1-2-1	➤ Calcul Du Moment En O Des Forces Extérieures Agissant Sur C	106
a	➤ Pesanteur.....	106
b	➤ Effort Dynamique Sur L'anti-Couple.....	106
c	➤ Estimation De La Composante Du Moment En O Des Efforts Aérodynamiques Sur Le Rotor Anti-Couple.....	107
d	➤ Traînée Du Fuselage.....	108
e	➤ Action Du Rotor Sur Le Mat.....	108
IV-5-1-3	➤ Expression Du Théorème Du Moment Dynamique En O Applique A La Cellule.....	108
IV-5-2	➤ Théorème De La Résultante Dynamique Appliquée A L'ensemble E L'appareil.....	108

IV-5-2-1	➤ Calcul De La Résultante Dynamique	108
IV-5-2-2	➤ Calcul De La Résultante Des Efforts Aérodynamiques Sur Le .Rotor Dans (e).....	109
IV-5-2-3	➤ Expression Du Théorème De La Résultante Dynamique.....	110
IV- 5-3	➤Hypothèses Complémentaires.....	110
IV- 5-3-1	➤ Estimation De $\delta^{\sigma}(c, G_{c,t})$	111
IV-6	➤ PROGRAMME DE CALCUL DES EFFORTS EN TETE DE MAT	115
IV-6-1	➤Organigramme De Principe.....	115
IV-6-2	➤Calcul De L'angle De Pas Collectif& Coefficients K_0 et k_p	116
IV-6-3	➤ Interprétation & Exploitation	119
A	➤ Influence Du Centrage.....	119
B	➤ Influence De Décalage De L'axe De Pas Collectif Par Rapport A L' De Pas Cyclique.....	120
C	➤ Influences Des Masses Additionnelles.....	120
IV-6-4	➤ Comparaison De La Méthode D'intégration Des Actions Elémentaire avec Celle Du Bilan De Puissance.....	121
❖	LES RESULTATS(Partie numérique et partie graphique).....	122
V	➤ CONCLUSION	132



INTRODUCTION

GENERALE

A PROPOS D' :

Aéronautique, c'est un domaine scientifique divisé en deux branches l'aviation et la giraviation. En utilisant pour la sustentation des matériels volants, la résultante aérodynamique appliquée sur une surface profilée, appelée voilure, convenablement disposée et inclinée. La vitesse de translation, soit l'élément noble dans l'aviation et la rotation dans la giraviation. Autrement dit, les matériels volants correspondants, appelés « Avion, Giravion », sont équipés, les premiers d'une aile fixe qui assure la sustentation des avions, ce phénomène est expliqué grâce au principe de BERNOULLI, les seconds d'un ensemble de pales tournant autour d'un axe sensiblement vertical.

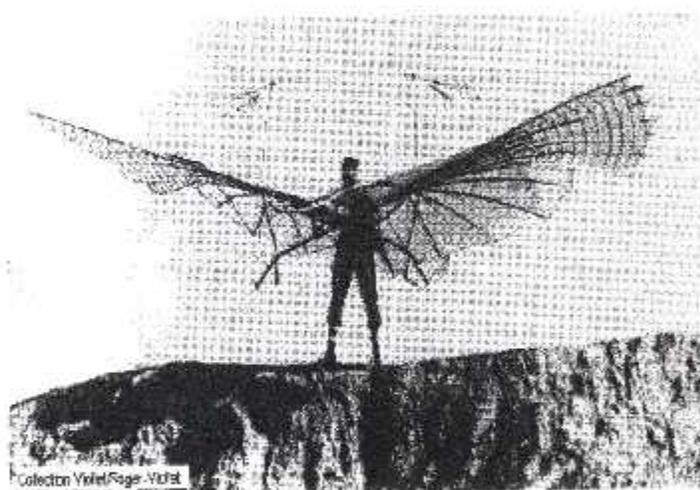
En aéronautique, il est fréquent d'opposer les avions à aile fixe aux giravions, quelques fois appelées appareils à voilure tournante « Rotary Wings ».

La recherche a fut à l'origine de la création de cette branche de l'aéronautique qu'est la giraviation. Elle s'est intéressée à réduire les accidents les plus fréquents d'avions qui sont dus à la vitesse élevée lors du décollage et de l'atterrissage.

Le terme « giravion » désigne tout aérodyne, c'est à dire tout engin volant, plus lourd que l'air dont la sustentation est essentiellement assurée en vol ou à un moment du vol par un système de voilure tournante dite rotor.

HISTORIQUE :

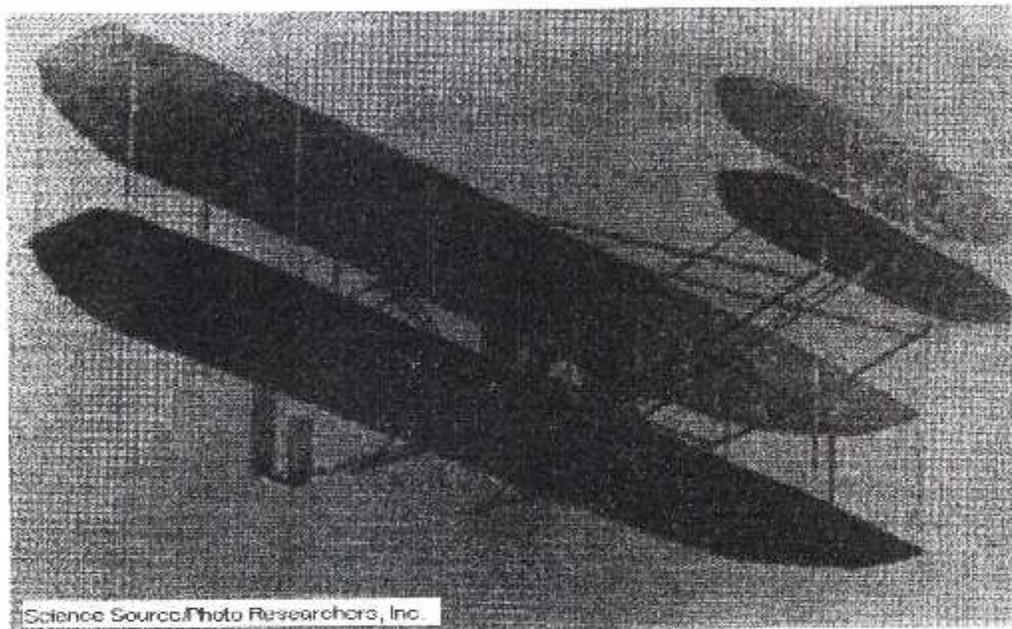
Il semble que ce sont les Chinois qui inventèrent un jouet mis en rotation par une ficelle, dit «toupie volante ou chinoise» qui s'élevait en tournant rapidement. Il est probable, ce pendant, que la première personne à avoir envisager la possibilité d'un hélicoptère assez puissant pour soulever un être humain, et à avoir effectivement procédé à des expériences avec des maquettes (d'un appareil à rotor hélicoïdale) fut LEONARD DE VINCI aux environs de 1500. Léonard de Vinci comptait sur l'énergie musculaire pour faire tourner le rotor, mais il échoua.

**L'essai de LILIENTHAL**

De la fin du XVIII^e siècle au début du XX^e siècle, tous les pionniers de l'hélice, se penchèrent sur l'hélicoptère , on citera les études et réalisations de :

Mikhaïl Lomonossov , Igor Sikorski et L'école centrale technique de Moscou (TsAGI)en Russie, Georges Cayley en Angleterre, Jean Pierre Blanchard, le colonel Charles Renard et Louis Breguet en France qui se montre particulièrement fertile en ce domaine, puis le danois JACOB CHRISTIAN ELLIHAMMER, on peut encore citer Raul PATERAS Pescara et Juan De La

CIERVA en Espagne, les frères WRIGHT, EMILE BERLINER et son fils HENRY, GEORGE DEBOTHEZAT, originaire Russie, et son collaborateur IVAN JEROME en USA, ENRICO FORLANINI et CORRADINO D'ASCANNIO en Italie, THEODORE VON KARMAN et OSCAR VON ASBOTH en Hongrie, et d'autre encore s'attaquèrent aux nombreux problèmes de vol vertical.



L'avion des frères WRIGHT

L'appareil des BERLINER fut probablement le premier à effectuer un vol contrôlé en assurant sa sustentation par des rotors motorisés (1924). L'appareil montra sa maniabilité.

Cependant, c'est l'invention du rotor à pales articulée en battement et en traînée, due à l'Espagnol JUAN de la CIERVA pour ses autogires, en 1922, allait permettre la réalisation d'hélicoptères fiables, mettant également à profit l'allègement des structures et des moteurs.

Le premier hélicoptère digne de ce nom fut l'appareil expérimental de Louis Breguet et RENE DORAND, le Gyroplane-Laboratoire de 1936, à rotors coaxiaux.

En 1939, Igor SIKORSKY, désormais naturalisé américain, fit voler le premier appareil monorotor fiable, le VS300. Son successeur, le prototype XR4,



L'essai d'IGOR SIKORSKI

effectua le premier trajet longue distance, Il allait donner naissance au R4, opérationnel dans les US Air Force dès la fin de la Seconde guerre mondiale.

Dés la fin de la guerre, l'hélicoptère connut un grand développement, particulièrement aux Etats-Unis, en France et en ex-URSS, avec la mise au point de systèmes de stabilisation et l'augmentation des puissances et des performances. L'hélicoptères allait faire ses preuves pendant la guerre d'Algérie.

Dans les années 1960, l'utilisation de turbomoteurs pour la propulsion, réduisant les vibrations et la consommation, se généralisa, favorisant la diffusion de ce type d'appareil.

Utilisations :

L'hélicoptère présente deux avantages majeurs par rapport aux aéronefs classiques : la possibilité d'évoluer à faible vitesse ou en vol stationnaire, et celle de décoller et d'atterrir sur un espace restreint.

L'une des principales utilisations non militaires de l'hélicoptère est la recherche et le sauvetage des personnes en détresse, particulièrement en mer et en montagne.

Comme sur les appareils conventionnels, le pilote d'un hélicoptère peut avoir recours aux instruments en cas de mauvaise visibilité, dans la nuit ou en mauvais temps. Il possède l'avantage supplémentaire d'une plus grande sécurité du fait de sa maniabilité et de sa vitesse parfaitement contrôlable.

Les hélicoptères actuels vont du petit modèle monoplace jusqu'à l'appareil multimoteur, transportant 50 passagers ou plus, et à l'hélicoptère grue lourd, permettant de mettre en place des éléments d'infrastructure (pylônes, segments d'oléoducs) en des points peu accessibles.

Les hélicoptères militaires sont utilisés pour des missions semblables, notamment l'observation et la liaison, auxquelles s'ajoutent le combat

Économiquement, les principales limitations de l'hélicoptère, outre sa complexité mécanique, tiennent à sa vitesse maximale assez faible, limitée, du fait de la composition des vitesses de translation de l'appareil et de rotation du rotor.

La présente mémoire a comme objectif d'étudier :

→ Le calcul des efforts en tête de mât influés par l'effet des efforts aérodynamiques, la pesanteur et ceux exercés par la cellule.

Pour cette étude, on va procéder comme suit :

- Chapitre I : étude descriptive de la pale.
- Chapitre II : Calcul du torseur dynamique.
- Chapitre III : analyses et calculs des efforts aérodynamiques appliqués sur une pale.
- Chapitre IV: détermination des efforts appliqués en tête d'un mat avec un programme de calcul de ces efforts.

CHAPITRE-I-

**ETUDE
DESCRIPTIVE
DE LA PALE**

1-1 ➤ GENERALITEES :

A ➤ AVIATION ET GIRAVIATION :

La sustentation des appareils volants est assurée par le moyen de surfaces profilées appelées voilures. Sur une telle surface qui se déplace dans l'air à la vitesse V , se développe une poussée aérodynamique verticale F_n dirigée vers le haut. C'est cette force aérodynamique qui s'oppose au poids de l'appareils, qui permet le vol des objets « plus lourds que l'air ».

La vitesse est donc l'élément essentiel, sur un profil, l'air engendre des forces aérodynamiques de sustentation. Cette vitesse est obtenue par une hélice (ou un réacteur) qui propulse l'appareil à la vitesse V .

Sur un hélicoptère la vitesse est obtenue par rotation du rotor qui est entraîné à la vitesse U par un moteur. la force F_n , portance rotorique est perpendiculaire au plan de rotation du rotor.

En résumé, pour se tenir en air :

- ➔ l'avion doit être animé d'une vitesse de translation V .
- ➔ l'hélicoptère peut s'élever en air grâce à sa voilure qui tourne à la vitesse U .

Il y a essentiellement trois types de giraviations :

- l'hélicoptère
- l'autogire
- le girodyne

1 ➤ L'autogire :

l'appareil se déplace grâce à un propulseur qui crée un mouvement provoquant la rotation non entraîné mécaniquement (rotor libre) : ce mouvement d'autorotation induit une portance rotorique.

Le rotor n'assure que la sustentation mais son mouvement de rotation n'est possible qu'en vol de translation (ce qui nécessite un lancement spécial lors d'un décollage). A cet effet, le rotor est monté fou sur son axe, ce qui lui permet de continuer de tourner librement dès l'instant que la sustentation est assurée par un moyen indépendant du rotor (par exemple un turbopropulseur ou alors une hélice entraînée par un moteur classique).

Toutefois, l'appareil ne peut ni voler verticalement, ni faire un vol stationnaire. La première tentative de réduction des distances de décollage et d'atterrissage ayant vraiment réussi et attribué à l'ingénieur JUAN DE LA SIERVA dont l'autogire vola pour la première fois en 1922. ceci allait permettre la réalisation d'hélicoptère fiable mettant également à profit l'allègement des structures et des moteurs.

2➤ Le Girodyne :

le girodyne est un giravion intermédiaire entre l'hélicoptère et l'autogire. Son rotor n'assure que la sustentation, mais par contre reste toujours entraîné par son mouvement de rotation de la même façon que l'est celui d'un hélicoptère. C'est un autogire dont le rotor est entraîné par un moteur, ce qui lui permet de voler verticalement et d'effectuer un vol stationnaire.

Le rotor crée la portance nécessaire au vol mais n'est pas propulsif, donc le girodyne a besoin d'un autre organe propulsif « généralement une hélice placée à l'avant ». c'est un régime intermédiaire entre l'hélicoptère et autogire.

3➤ L'hélicoptère :

Le premier hélicoptère fut le VS 300 SIKORSKY en 1939 qui fit voler le premier appareil monorotor fiable.

Il existe différentes configurations d'hélicoptère, qui sont soit à deux rotors contra rotatifs coaxiaux, soit en tandem, soit côte à côte ou rotor principal et rotor anti-couple. Cette dernière étant la plus utilisée sera celle que nous étudierons. L'hélicoptère étant une machine très complexe, nous allons essayer d'introduire les quelques notions fondamentales de la mécanique de vol de celui-ci. La présentation portera sur l'aérodynamique de la machine dont une grande partie est destinée à l'étude du rotor et ses mécanismes.

Sur l'hélicoptère, le rotor assure à la fois la sustentation et la propulsion. A cet effet, le rotor est toujours entraîné directement, Soit au moyen d'une transmission mécanique, soit par l'intermédiaire d'un dispositif de thermopropulsion fonctionnant en bout de pale.

Le rotor d'un hélicoptère est toujours maintenu en rotation dès l'instant que la source motrice fonctionne à la puissance voulue.

La force de translation est due à l'inclinaison du rotor qui, actionné à son tour par une commande, fait apparaître une composante de propulsion parallèle à la vitesse de déplacement V afin d'équilibrer les forces de traînée F_r de fuselage. La composante verticale de F_n équilibre le poids de l'appareil de masse m . Ceci provoque le mouvement de l'hélicoptère et ainsi, on aboutit à un vol stationnaire et un vol de translation.

Pour son régime, le flux d'air traverse le rotor de haut en bas, il faut donc fournir de la puissance au rotor qui est propulsif, cette propulsion peut être utilisée à faire monter l'hélicoptère ou à vaincre les traînés parasites de la nacelle.

Le giravion restant par définition un mode de locomotion relativement lent (vitesse autour de 400 km/h), il est normal que les techniciens se soient préoccupés d'en accroître d'avantage la vitesse de translation.

En plus de ces giravions proprement dits, il existe bien d'autres appareils aux formes souvent surprenantes qui ont donné lieu à des réalisations pratiques.

Le convertible est né de l'idée que le rotor ressemble à une grande hélice et pouvait à ce titre, assurer la propulsion de l'appareil si son axe était basculé de 90° vers l'avant pour fonctionner l'hélice en vol de translation.

Différents phénomènes aérodynamiques et dynamiques apparaissent lorsque la pale effectue un tour rotor. Ainsi en secteur pale avançante et en extrémité, elle subit des perturbations d'ordres aérodynamiques entraînant : le décrochage, les vibrations et les contraintes mécaniques élevées. Ces phénomènes requièrent des calculs aérodynamiques et dynamiques rigoureux appliqués aux rotors afin d'accroître les performances de l'hélicoptère.

Le rotor est constitué de pales dont le nombre varie de 2 à 8, selon les cas. L'augmentation du nombre correspond le plus souvent aux appareils fortement chargés et d'un moyen dont la conception est une particularité de l'hélicoptère. Comme on va le mentionner, en effet, il est nécessaire de lier au moyen par encastrement ou par articulation.

A priori, on pourrait penser que les efforts aérodynamiques risquent de replier les pales autour de leurs articulations ou leur points de fixation. On fait une simple évaluation des efforts montre que la force centrifuge est largement supérieure aux efforts aérodynamiques .

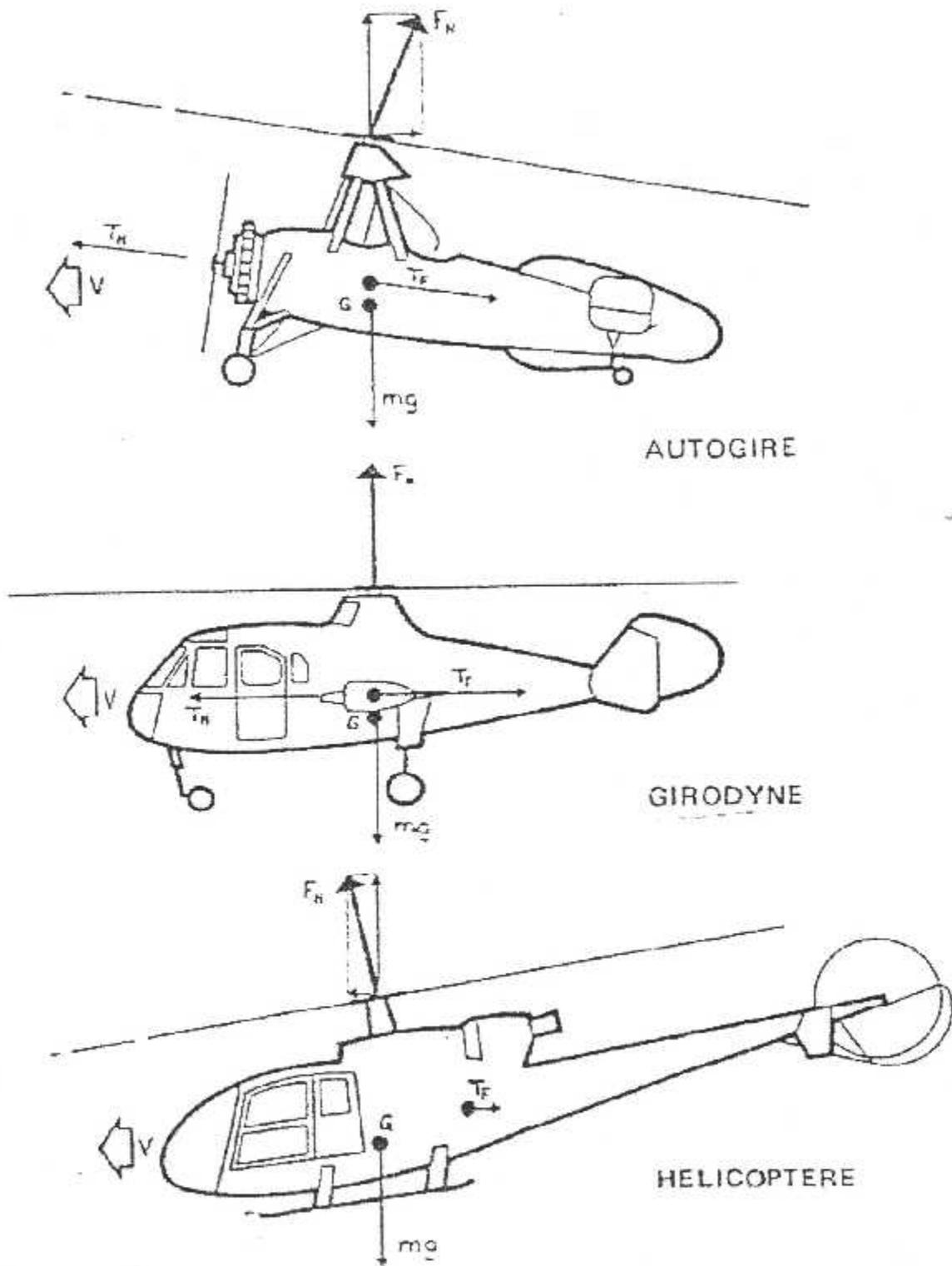


FIG I-1 : TYPES DES GIRAVIONS

B> COMPOSANTES D'UN HELICOPTERE :

On peut décomposer l'hélicoptère en trois éléments :

Le moteur -le fuselage- le rotor

1→ **Le moteur** : Quel que soit le type d'hélicoptère, la charge au KW (soit le rapport de la masse totale à la puissance motrice) varie peu :

7 kg/KW pour les appareils de moins de 2000kg.

5 kg/KW pour les appareils entre 2000 et 15000 kg.

2→ **Le fuselage** : il doit remplir plusieurs fonctions :

- Liaison entre les différents ensembles mécaniques de l'appareil.
- Recevoir le poste de pilotage et les accessoires de commandes.
- Permettre le transport des passagers ou du fret.

Le fuselage représente une lourde servitude en poids, en prix et en performance. Il doit répondre à de nombreux impératifs divers et souvent contradictoires.

3→ **Le rotor** : Est défini comme un ensemble de pales animées d'un mouvement de rotation autour d'un axe vertical en vue d'assurer la sustentation. Il assure la sustentation et la translation à la fois, on peut avoir plusieurs types de rotor :

- Monorotor à hélice anti-couple latérale.
- Monorotor à rotor anticouple fenestron.
- Monorotor avec anti-couple à deux rotors en V.
- Monorotor avec anti-couple par réaction de jet.
- Monorotor à réaction et gouverne soufflée.
- Birotor cote à cote engrenant.
- Birotor cote à cote non engrenant.
- Birotor en tandem.
- Birotor coaxial.
- Trirotor.

➤ Quadri rotor.

Pour les mono rotor : ils sont utilisés fréquemment comme pour : (Sikorski, Bell, sud Aviation, Bolkow, Hilles, Mil...).

Les Birotors sont utilisés et surtout ceux en tandem :

(Boeing- bristol- Yak).

Les Tri rotors ont été mis en œuvre une seule fois : le prototype Cierva.

Les quadri rotor sont des appareils expérimentaux sans réalisation.

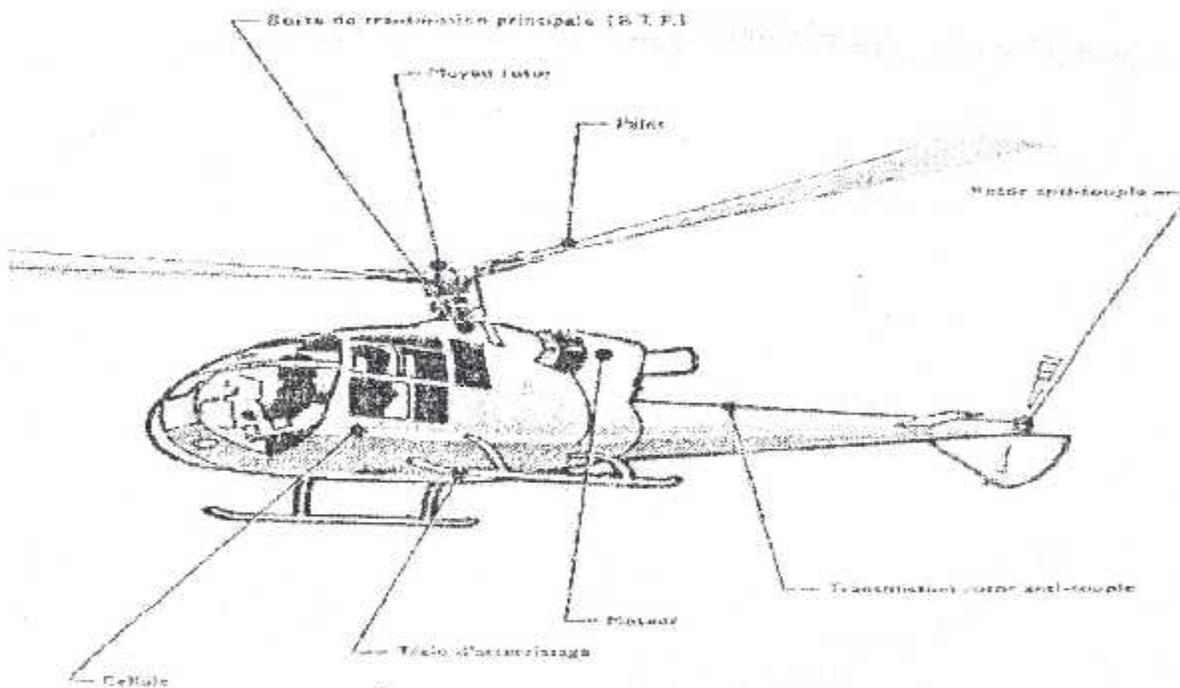


FIG I-2 : LES COMPOSANTES D'UN HELICOPTERE

I-1-1 ➤ LES PLANS DE REFERENCES : [1]

les plans de références sont représentés et définis par :

1 ➤ Le Plan D'entraînement : c'est le plan perpendiculaire à l'arbre du rotor [1].

2 ➤ Le Plan Du Rotor : Est un plan décrit par les extrémités des pales.

3 ➤ Plans De Commande : c'est un plan décrit par les pales dont le pas rapporté à ce plan est constant ; en vol vertical, le plan est parallèle au plan du rotor.

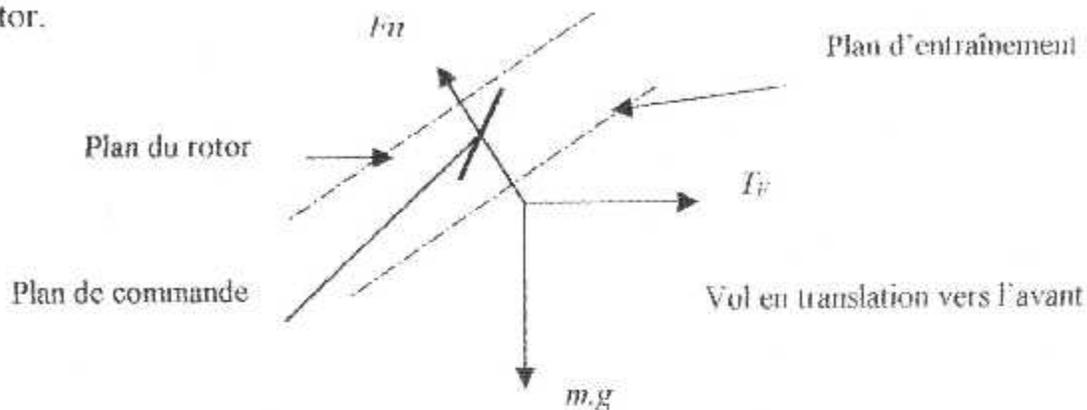


FIG I-3: PLANS DE REFERENCES

1-2 ➤ ETUDE GENERALE SUR LES PALES :

1-2-1 ➤ INTRODUCTION :

Comme toute voilure, la pale étudiée pour faire mouvoir la nacelle, pour cela, elle tourne autour de l'axe de rotation matérialisé par le Mat. Ce dernier transmet l'énergie nécessaire par le moyen qui de son côté permet certains degrés de liberté qui rendent le contrôle des forces de portance en vol possible.

Les pales sont l'élément noble de l'hélicoptère. De ces pales, dépendent bien souvent la performance, le confort, la sécurité et la rentabilité.

Les premières pales issues des technologies des constructions des hélices d'avions et de voilures, étaient en bois. La technologie a évolué vers les pales métalliques et actuellement vers les matériaux composites qui montrent une robustesse, une qualité aérodynamique, une finition et une longue durée de vie.

a ➤ Eléments Constitutifs D'une Pale :

Les pales d'hélicoptère sont généralement constituées par l'assemblage de différents éléments tel que :

- Le longeron qui peut servir le bord d'attaque et qui est l'âme et l'élément résistant de la pale.
- Le bord de fuite qui donne à la pale sa forme et son profil.
- Les tabs permettant les réglages dynamiques.
- Les ferrures d'attaches assurant la liaison avec le moyeu.
- Les carénages et saumons donnant accès au système d'équilibrage statique.
- Les blindages et protections diverses.

b ➤ Généralités Sur Le Profil :**b-1 ➤ Caractéristiques Géométriques :**

- Corde « L » : c'est le segment de droite (AB) liant le bord d'attaque au bord de fuite.
- La ligne moyenne : c'est la ligne des points milieu entre laquelle l'extrados et l'intrados sont équidistant.
- Epaisseur maximale « h » : c'est le segment de droite (EI) maximum perpendiculaire au segment (AB). L'abscisse de (h) est comptée en pourcentage de la corde.
- Epaisseur relative « e » : c'est le rapport de l'épaisseur maximale à la corde de profil ($e=h/L$), comptée en pourcentage de la corde.
- Flèche maximale « f » : c'est la distance maximale entre la ligne moyenne et la corde du profil.
- Position de la flèche maximale « d » : c'est l'abscisse de la flèche maximale compte en pourcentage de la corde de profil.

➤ Courbure relative « c » : c'est le rapport de la flèche maximale à la corde du profil ($c=d/L$).

b-2- ➤ Caractéristiques Aérodynamiques :

➤ Angle d'incidence « i » : c'est l'angle formé par la corde de profil avec le vent relatif (V_R).

➤ Angle de pas « θ » : c'est l'angle formé par le vent relatif (V_R) et un plan de référence perpendiculaire à l'axe de rotation de la pale.

➤ Angle de portance nulle : c'est l'angle d'incidence correspondant à une portance nulle.

➤ Angle de calage ϕ des pales: il est compris entre la corde du profil et le plan de rotation

➤ Polaire du profil : c'est la courbe qui montre comment pour un profil donné, varie la portance (F_n) et la traînée (R_v) en fonction de l'angle (i).

c ➤ Influence Du Profil Sur La Pale :

pour la conception des pales d'hélicoptère, on distingue deux types de profils :

→ Profil biconvexe symétrique :

➤ Ils sont caractérisés par un NACA 00 ;

➤ Le centre de poussée du profil (C_p) est confondu avec le foyer (F).

➤ Il n'y a pas de risques d'instabilité.

→ Profil biconvexe dissymétrique :

➤ se sont des profils caractérisés par un NACA 13.

➤ Le centre de poussée du profil en fonction de l'intensité de la résultante aérodynamique.

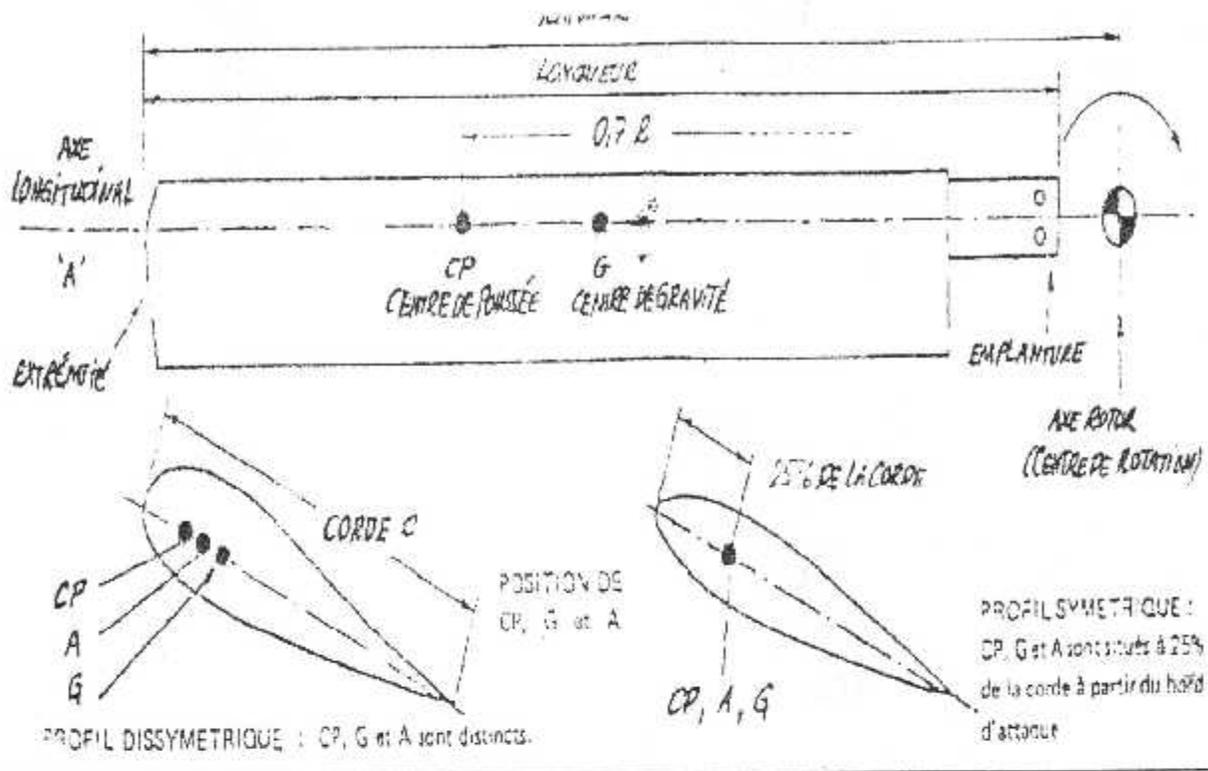


FIG I-4: TYPES DE PROFIL DE LA PALE

I-2-3 - DIFFERENCES ENTRE PALES ENCASTREES ET ARTICULEES :

A- PALES ARTICULEES :

A-1-Généralités :

Etant le constituant principal de l'hélicoptère, le rotor assure la sustentation et il est à l'origine de toute translation, il comporte essentiellement.

- Un mat sur le quel sont fixé le moyeu et les pales.
- Un moyeu assurant la liaison entre le mat et les pales.
- Un certain nombre de pales qui une fois misent en rotation, créer les forces de portance nécessaire à la sustentation.

Le montage des pales sur le moyeu se fait par l'intermédiaire de plusieurs articulations donnant à la pale des degrés de liberté qui lui permettent d'avoir des mouvements autour des articulations. L'idée d'équiper le rotor d'un moyeu articulé est due principalement :

- Au moment de Roulis dû à la dissymétrie de portance entre pale avançante et pale reculante rendant ainsi le pilotage impossible de l'appareil.
- Au moment d'encastrement qui est important au pied de la pale.
- Pour contrôler les différentes configurations du vol d'hélicoptère.

A-1-1- Origine Et Rôle Des Articulations :

Supposant que chaque pale est encastrée sur le moyeu, constituant ainsi un rotor rigide. En vol stationnaire, la répartition des efforts aérodynamiques le long de la pale engendre une répartition des moments de flexion dont la valeur est maximale et très importante au pied de la pale. En vol de translation, la pale avançante porte plus que la pale reculante du fait de l'inégalité des vitesses de l'air.

Ainsi, la résultante aérodynamique d'une pale en rotation n'a donc pas la même valeur en chaque azimut, ni le même point d'application : le moment d'encastrement au pied de la pale est ainsi élevé et variable, ce qui crée des contraintes alternées entraînant un phénomène de fatigue des matériaux.

La résultante R des forces aérodynamiques de toutes les pales n'est plus portée par l'axe rotor, ce qui entraîne la création d'un moment de roulis croissant d'ailleurs avec la vitesse.

Le moment de roulis et la dissymétrie de portance qui viennent d'être mis en évidence, se sont révélés très vite être des obstacles au pilotage de l'hélicoptère. Lorsque JUAN DE LA CIERVA mit au point ses premiers autogires, il reprit l'idée due aux ingénieurs français RENARD et BREGUET, à savoir

L'articulation des pales sur le moyeu autour d'un axe perpendiculaire à l'arbre d'entraînement est désigné axe de battement vertical.

A- 2-ETUDE DES ARTICULATIONS :

un moyeu rotor articulé comprend essentiellement trois articulations à savoir :

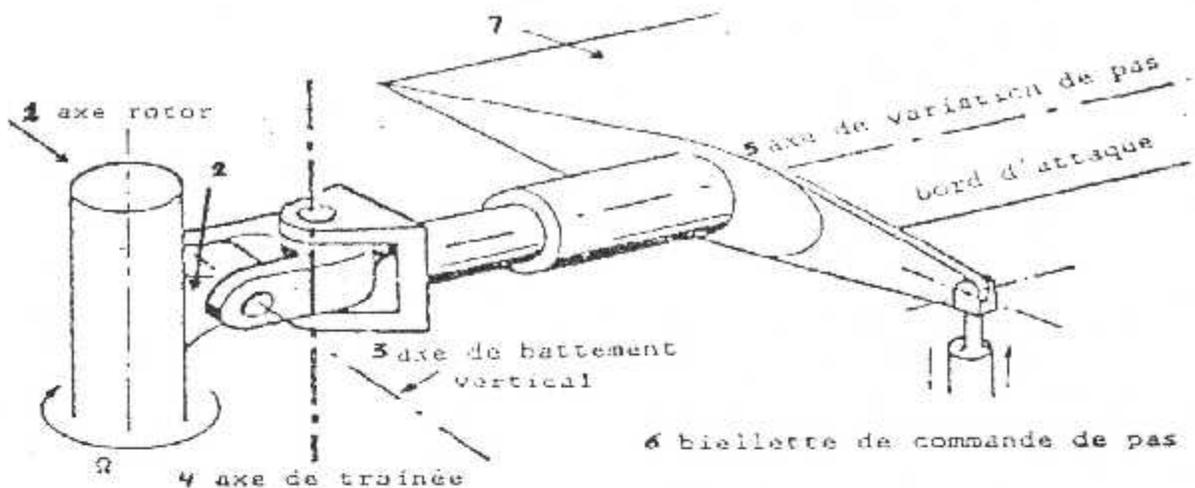
- Une articulation de changement de pas.
- Une articulation de battement verticale.
- Une articulation de battement horizontale.

A-2-1-Articulation De Pas :

A fin d'assurer la sustentation de l'hélicoptère lors des différentes configurations de vol, il faut pouvoir contrôler la sustentation du rotor et la faire varier, c'est ainsi que l'articulation de pas est introduite. On distingue la variation « collective du pas ».

a- Le pas collectif : l'articulation du pas collectif permet de faire varier le pas d'une pale toute entière. Quand le pas varie, il en est de même pour l'incidence qui varie avec des valeurs égales. ce degré de liberté permet de contrôler la portance par action sur la commande PAS Entraînant BIELLETES et LEVIER de pas en mouvement faisant tourner la pale autour d'une charnière à axe longitudinal.

b- Le pas cyclique : il y a variation du pas cyclique lorsque l'angle de pas varie en fonction de l'azimut ce qui va entraîner une variation de la portance de la pale, commandée à partir du manche cyclique, le plateau cyclique peut osciller autour d'un axe perpendiculaire au mat entraînant le basculement du rotor, lui donnant une inclinaison du plan de rotation. En effet, cette inclinaison



FIGI-5 : LES AXES DES ARTICULATIONS DE PALE

du plan de rotation permet une variation de portance de pale qui est d'autant plus grande que la différence $(\theta_{max} - \theta_{min})$ est grande.]

La commande de cette variation cyclique suit une loi de la forme :

$$\theta = \theta_0 - \theta_1 \cos(\omega t) - \theta_2 \sin(\omega t)$$

tel que :

- θ est le pas cyclique.
- θ_0 c'est l'angle d'incidence maximale.
- θ_1 est l'angle d'incidence latéral.
- θ_2 est l'angle d'incidence longitudinal.

Il en résulte une loi de lever de pale qui fait d'écrire au rotor un cône très ouvert dont l'axe de rotation ne coïncide plus avec l'axe d'entraînement qui est toujours perpendiculaire au plan de rotation du rotor.

A-2-2- Articulation De Battement Verticale :

Elle permet un mouvement dans un plan vertical à la pale au moyen d'une charnière à axe horizontale, le mouvement correspondant est appelé Battement Vertical, ce mouvement permet à la pale de monter ou de descendre sous

l'action de la portance de la pale P_n délestée de la composante sensiblement verticale de la force centrifuge.

A-2-2-3- Analyse du battement vertical en translation :

Lorsque la pale bat, sa vitesse relative (U_R) résultante de sa vitesse tangentielle (U) et de la vitesse de translation de l'hélicoptère (V), varie en fonction de l'azimut déterminant l'incidence de la pale.

Quand la pale est descendante (Fig I-6), sa vitesse relative (U_R) est faible tandis que l'incidence (i) est grande. Par contre, si elle est montante (Fig I-7) la vitesse relative (U_R) est grande et l'incidence est faible.

En analysant la pale alors qu'elle fait un tour complet (Fig I-8)

on constate :

- En A : l'incidence (i) et la vitesse relative (U_R) ont une valeur moyenne.
- Entre A et B : l'incidence (i) croît et la vitesse relative (U_R) décroît.
- En B : l'incidence (i) est maximale et la vitesse relative (U_R) est minimale.
- Entre B et C : l'incidence (i) décroît et la vitesse relative (U_R) croît.
- En C : l'incidence (i) et la vitesse relative (U_R) ont une valeur moyenne.
- Entre C et D : l'incidence (i) décroît et la vitesse relative (U_R) croît.
- En D : l'incidence (i) est minimale et la vitesse relative (U_R) est maximale.
- Entre D et A : l'incidence (i) croît et la vitesse relative (U_R) décroît.
- On constate que la vitesse relative de la pale (U_R) et l'incidence (i) varient toujours en sens inverse l'un par rapport à l'autre. Sachant que la portance de la pale (P_N) est en fonction de ses dernières, cela implique que l'effet
- de l'incidence (i) ajouté à celui de la vitesse relative (U_R) s'annule et permet une portance (P_N) constante tout le long de l'azimut.

A-2-2-4- Effet du battement vertical :

Les principaux avantages du battements sont :

- Une diminution du moment de flexion globale de la pale.
- Un moment d'encastrement nul au pied de la pale, parce que toute force d'orientation à son moment est nul à l'articulation.
- Le battement de chaque pale autour de sa charnière, se trouve en vol de translation est l'origine de la variation cyclique de l'incidence destinée à compenser automatiquement la dissymétrie portance, d'où la possibilité du vol en translation.

A-3- ARTICULATION DE BATTEMENT HORIZONTALE :

Elle permet un mouvement dans un plan horizontal au moyeu d'une charnière à l'axe vertical, le mouvement correspondant est appelé « Battement de Traînée ».

A-3-1- Origine De L'articulation De Traînée :

Lorsque la pale bat, la trajectoire d'élément de pale est modifiée, le rayon de cet élément diminue en pale montante passant de R à r . Dans ces conditions, la vitesse tangentielle de la pale (U) varie en fonction du rayon de cet élément. Cependant, par réaction l'élément de pale considérée tend par INERTIE à conserver sa vitesse tangentielle (U) en modifiant la vitesse angulaire (ω). L'élément en question est lié à la pale, qui de son côté est liée au rotor dont la

vitesse angulaire (ω) doit rester constante. La force d'inertie (I_i) qui tend à modifier la vitesse angulaire (ω) ne pouvant se manifester sous forme

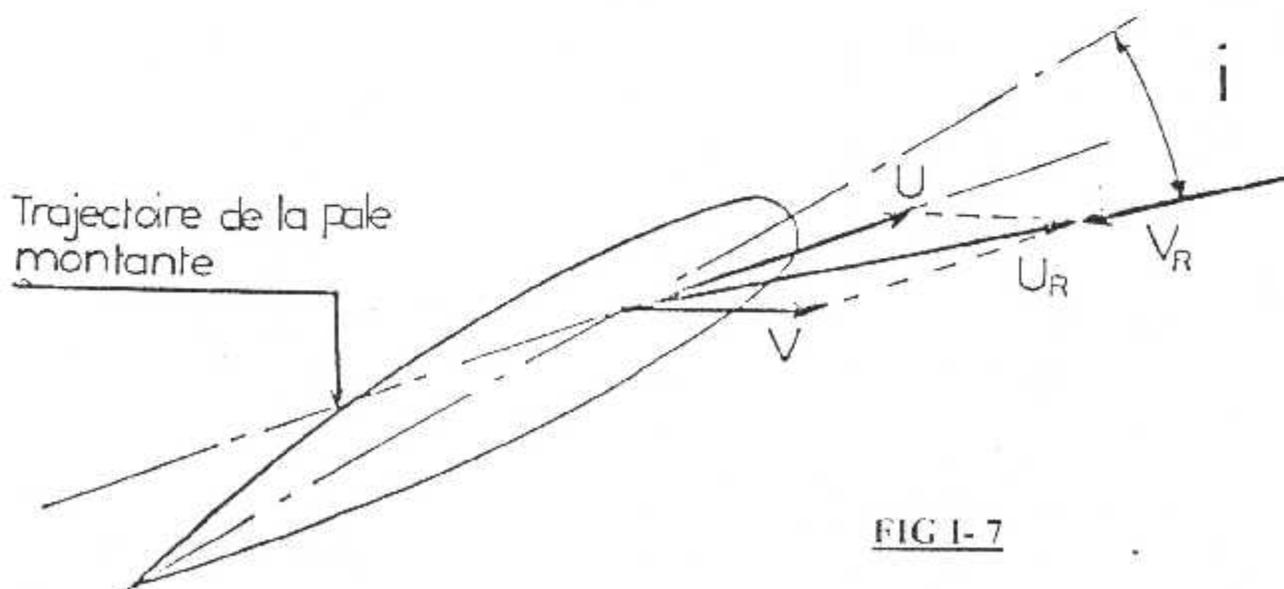
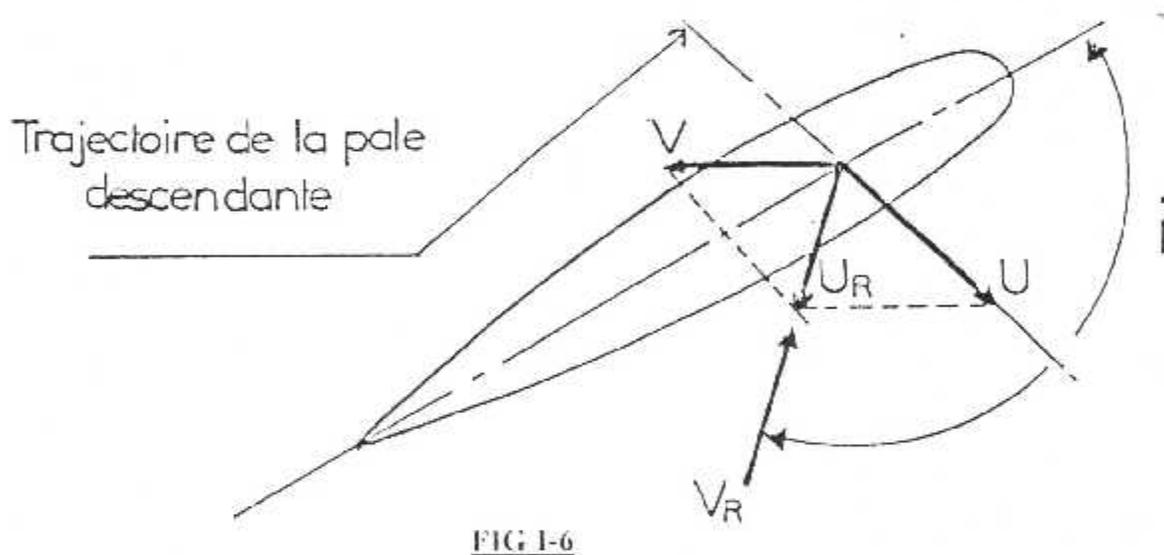
dynamique, il se manifeste sous forme statique, créant ainsi des moments de flexions horizontaux.

→ De C à A: pale avançante, moment de flexion dirigé vers l'avant.

→ De A à C: pale reculante, moment de flexion dirigé vers l'arrière.

Ces moments qui tendent à tordre la pale dans le sens opposé au sens de la rotation générale des moments de flexions alternés créant des efforts de fatigue.

Les forces d'inertie alternées dues aux battements verticaux et sollicitant les pales dans le plan de rotation sont appelées « forces de Coriolis »



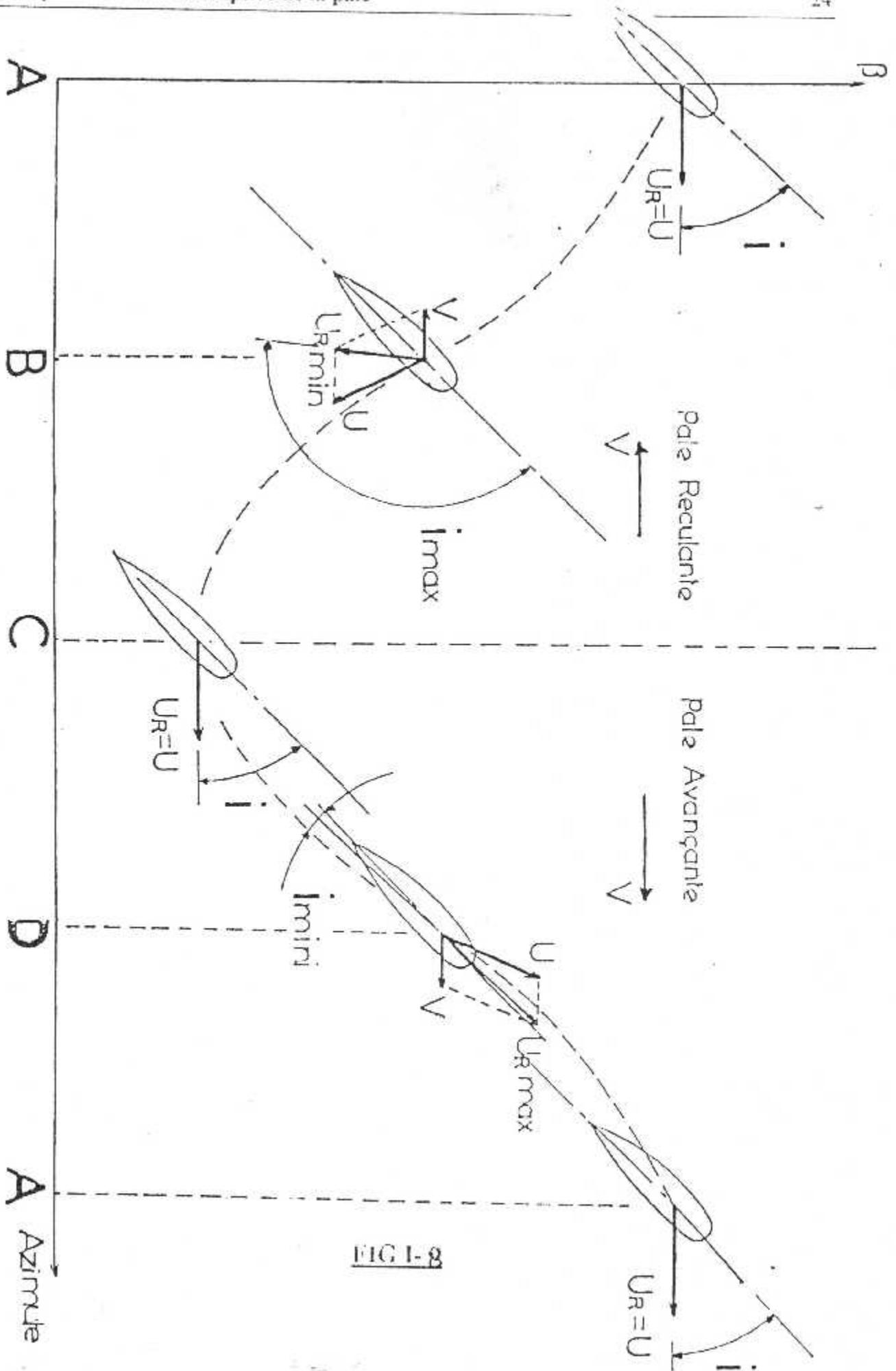


FIG I-8

A-3-2 ➤ Influence De L'excentricité Sur Le Battement :

La position de l'articulation de la traînée par rapport au centre de rotation détermine la valeur de l'angle de traînée (δ). En effet, plus l'excentricité (l) est petite, plus l'angle de battement (δ) est grand, le bras de levier (d) de la résultante (R) varie en sens contraire de (l). Cela est un moyen de réduire l'amplitude des oscillations alternées de battement de traînée qui déséquilibre le rotor.

Il existe un autre moyen à savoir d'atténuer les oscillations par couplage entre pas et battement ce qui réduisent l'amplitude de (δ).

I-A-4 ➤ Résumé :

En résumé: une pale de rotor articulée comprend essentiellement les trois articulations citées précédemment tel que :

➤ Une articulation de battement vertical permettant un mouvement dans un plan vertical, au moyen d'une charnière à axe horizontal communément appelée charnière de battement ; le mouvement correspondant est appelé battement vertical ou d'une façon moins précise mais entérinée par la pratique : battement.

➤ Une articulation de battement horizontale permettant un mouvement dans un plan horizontal au moyen d'une charnière à axe vertical communément appelée charnière de traînée : le mouvement correspondant est appelé battement de traînée, et cette dénomination est-elle aussi entérinée par habitude d'une façon pratiquement officielle.

➤ Une articulation de pas permet de faire varier une pale toute entière, au moyen d'une charnière longitudinale parallèle à l'envergure de la pale ; quand le pas varie, il en est généralement de même pour l'angle d'incidence par rapport aux filets d'air. Cette articulation de pas n'est toute fois pas spéciale aux pales

articulées : elle se retrouve en effet sur toutes les pales de giravation.

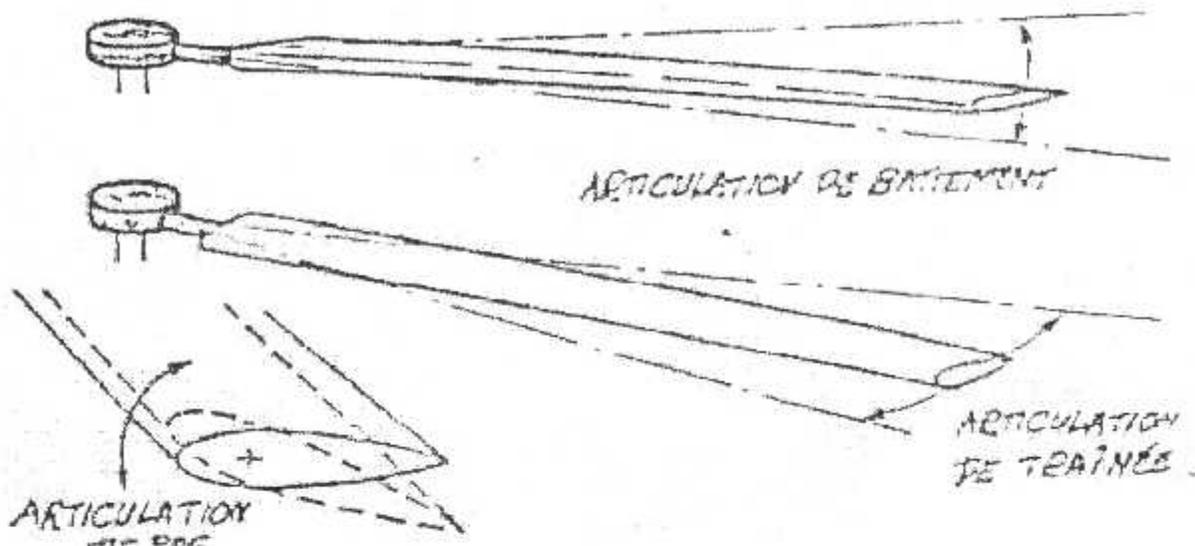


FIG I-9 : LES DIFFERENTES TYPES D'ARTICULATION

B - PALES ENCASTREES :

B-1- Introduction :

Au début, quand l'hélicoptère était près d'utilisation ses pales étaient encastrées ; c'est à dire, que les pales sont fixées directement avec le moyeu qui est ce dernière montée sur le cardan.

Plusieurs recherche ont été effectuées, pour étudier ou savoir, la durée de vie de la résistance des pales quand ils seront mises dans une expérience de vibration.

On outre, ces recherches aidées à déterminer les fréquences propres du battement de la pale est aussi les fréquences propres de traînée et torsion des pales.

B-2- Généralités sur les vibrations :

Le rotor d'un hélicoptère est une source de vibration pour l'appareil tout entier. Les raisons de cette excitation dynamique peuvent être convoquées. En vol stationnaire, par un ballon dû à un défaut d'équilibrage statique ou dynamique du rotor, par exemple, un mauvais réglages des « tabs » de bord de

fuite des pales en vol de translation, un autre facteur intervient : les pales sont alors soumises à des charges aérodynamiques dissymétriques, ce qui a pour effet de soumettre le rotor à des efforts alternés de fréquence fondamentale :

$f = \omega / 2\pi$, ω désignant le régime de rotation du rotor principal (unité : radian par seconde) comme on peut le supposer, le mouvement de vibration n'est pas rigoureusement sinusoïdale, et peut faire l'objet d'une analyse en série de Fourier, c'est à dire être décomposer en « harmoniques » de pulsation $\omega, 2\omega, 4\omega, \dots$, d'une façon très générale, tout l'appareil se trouve soumis à ses excitations et le problème préalable qui se pose est de concevoir les constituants de la machine de façon telle qu'ils amplifient le moins possible ces vibrations, les quelles sont une source d'une fatigue pour les matériaux et d'inconfort pour les passagers.

Pour décrire les principes essentiels des études des vibrations réalisées, il faut rappeler qu'un système souple, par exemple constitue d'une masse suspendue à un ressort, vibre à une fréquence qui lui est propre et qui est en fonction de la masse de la raideur du ressort, si l'on étudie le même système mais en le munis d'un amortisseur, alors les amplitudes de réponse à un mouvement forcé présenteront un maximum correspondant à la fréquence propre du système identique sans amortisseur. Ce phénomène n'est autre qu'« une résonance ».

L'hélicoptère se comporte de la même façon, de part de la rotation du rotor, il est soumis à des excitations, ω , 2ω , 4ω $n\omega$, et il faut éviter que les fréquences propres de ces constituants soient multiples de ω , la question est très complexe et on se bornera ici comment on peut résoudre le problème dans le seul cas des pales.

En effet, l'exemple des vibrations des pales est relativement simple à formuler, et de plus déterminant dans la conception même de la voilure tournante. Les répartitions de masse et de raideur (la raideur EI est égale au produit du module d'élasticité par l'inertie) doivent alors être choisies de façon d'éviter qu'au régime nominal de fonctionnement, il y ait le risque de résonance. Au moins leurs fréquences les plus basses. A cet effet, calculons en fonction du régime du rotor ω , les fréquences propres issues des mouvements de battement, de traînée et de torsion de chaque pale.

C-COMPARAISON :

Sur un rotor articulé classique, chaque pale est liée au moyeu par une articulation de battement verticale, une articulation de variation de pas et une articulation de traînée.

Depuis quelques années, de nombreux constructeurs d'hélicoptères étudient des rotors sans articulations de battement et de traînée, dans les quels les mêmes libertés de mouvement de pale que dans le rotor articulé sont obtenus à partir d'éléments très souples en flexion et non plus à partir d'articulation.

Une telle conception, qui fait travailler certaines pièces à un taux de fatigue élevé, apparaît fiable grâce aux matériaux que peut offrir actuellement l'industrie.

Parce qu'il est d'une conception très simple que le rotor classique articulé, le rotor sans articulations, appelé aussi « rotor rigide » autorise :

- Une fabrication plus économique.
- une masse et un encombrement plus faibles.
- Une fiabilité accrue.
- Une maintenance plus aisée.

Il est rappelé qu'un rotor, quel qu'il soit, est soumis aux irrégularités cycliques de la composante normale à la pale, de la vitesse aérodynamique. En translation, la pale avançante est soumise à une vitesse accrue en même temps qu'à une incidence plus faible, l'opposé ayant lieu pour la pale reculante ; cet effort croît avec la vitesse de translation. Par ailleurs, le rotor est basculé vers l'avant afin que la sustentation aérodynamique puisse fournir une composante propulsive assurant la translation, et cet effet croît avec la vitesse. Le rotor est alors soumis à un effet de conicité qui augmente l'incidence en position avant et la diminue en position arrière ; cet effet croît aussi avec la vitesse de translation. Par ailleurs, la répartition des vitesses induites n'est pas uniforme sur tout le disque rotor ; ce phénomène agit dans le même sens que le précédent et est maximal pour 50 km/h (zone de transition), pratiquement nul pour une vitesse élevée.

En revenant au rotor parfaitement articulé, il est caractérisé par le fait que sa fréquence de « battement pale rigide » est égal au régime de ω de rotation du rotor. Cela suppose que l'excentricité de battement est nulle, ce qui signifie qu'elle excitée sur sa fréquence propre par le moment des forces aérodynamiques par rapport à l'articulation de battement, la pale répondra par un retard de $\frac{\pi}{2}$.

Analysons la commande cyclique à imposée au rotor parfaitement articulé en translation stabilisée : à une vitesse de translation donnée, il convient, pour avoir l'équilibre du rotor articulé dans la position désirée, d'imposer une variation cyclique de pas résultant de quatre variations cycliques élémentaires :

- La 1^{ère} compensant les irrégularités cycliques de la vitesse normale, donc maximum d'amplitude en position de « pale reculante ».
- La 2^{ème} assurant le basculement vers l'avant du rotor, donc maximum d'amplitude en position de « pale reculante » (déphasage de $\frac{\pi}{2}$ entre la commande et la levée de pale).
- La 3^{ème} compensant l'effet de conicité, donc maximum d'amplitude en position de « pale arrière ».
- La 4^{ème} compensant la répartition des vitesses induites, donc maximum d'amplitude en position de « pale arrière ».

Considérant maintenant un rotor parfaitement rigide : il est caractérisé par le fait que la fréquence propre de battement de la pale est infinie ; d'autre termes, ce rotor transmet intégralement et immédiatement des forces appliquées.

A une vitesse de translation donnée, il convient d'imposer une variation cyclique de pas, résultant de quatre variations cycliques élémentaires :

- La 1^{ère}, comme dans le cas du rotor parfaitement articulé, compensant les irrégularités cycliques de la vitesse normale, c'est-à-dire assurant l'équilibre en roulis de l'appareil, donc maximum d'amplitude en position de « pale reculante ».
- La 2^{ème}, assurant le basculement vers l'avant du rotor, c'est-à-dire un basculement d'ensemble de l'appareil, donc maximum d'amplitude en position de « pale arrière » (alors qu'il est en position pale reculante pour le rotor articulé).
- La 3^{ème}, comme dans le cas du rotor parfaitement articulé, compensant l'effet de conicité, donc maximum d'amplitude en position de « pale arrière ».

➤ La 4^{ème}, comme dans le cas du rotor parfaitement articulé, compensant la répartition des vitesses induites, donc maximum d'amplitude en position de « pale arrière ».

La différence fondamentale entre un rotor articulé et un rotor rigide réside donc dans l'effet de basculement avant qui est assuré par des variations cycliques dont le maximum se situe en position :

- De la pale reculante pour le rotor articulé.
- De la pale arrière pour le rotor rigide.

Mais le comportement en translation stabilisée du rotor parfaitement rigide est très voisin de celui du rotor parfaitement articulé.

CHAPITRE-II-

**CALCUL
DU TORSEUR
DYNAMIQUE**

II-2- TORSEUR DYNAMIQUE :

II-2-1-Cas Général :

Nous considérons une pale articulée autour des axes de battement, de traînée et de pas (cyclique et collectif).

→ Le calcul du torseur dynamique noté $\{D^G(\text{pale})\}_B$ est conduit à partir des hypothèses suivantes :

- la pale est supposée indéformable.
- le centre de gravité de la pale G_P est situé sur l'axe de pas.
- l'épaisseur et la largeur de la pale sont négligeables vis-à-vis son envergure.

Dans ces conditions, la matrice d'inertie de la pale est de « Révolution » autour de $\overline{X_P}$ et le torseur dynamique est de la forme :

$$\{D^G(\text{pale})\}_P = \begin{cases} \overline{\gamma}^G(P,I) \\ \overline{\delta}^G(P,B,I) \end{cases}$$

I-2-1-1- Calcul Du Torseur Dynamique :

$$\{D^G(\text{pale})\}_B = \begin{cases} \overline{\gamma}^G(P,t) \\ \overline{\delta}^G(P,B,t) \end{cases}$$

➤ $\overline{\gamma}^G(P,t)$: la somme géométrique des forces : $\overline{\gamma}^G(P,t) = m\overline{y}$

➤ $\overline{\delta}^G(P,B,t)$: le moment dynamique.

→ A- Calcul De $\overline{\gamma}$:

$$\overline{\gamma}_e^G(G_{p,t}) = \frac{d\overline{V}_e^G}{dt/e} + \overline{\Omega}_e^G \wedge \overline{V}_e^G p' \dots\dots\dots(1)$$

$$\overline{V}_e^G = \frac{d\overline{OG}_P}{dt/e} + \overline{\Omega}_e^G \wedge \overline{OG}_P' \dots\dots\dots(2)$$

d'après (1) et (2), on déduit : $\overline{\gamma}_e^G = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\overline{OG}_P}{dt/e} + \overline{\Omega}_e^G \wedge \overline{OG}_P' \right) + \overline{\Omega}_e^G \wedge \overline{V}_e^G p'$

$$= \frac{d^2 \overline{OG}_P'}{dt^2/e} + \frac{d}{dt} \left(\overline{\Omega}_e^G \wedge \overline{OG}_P' \right) + \overline{\Omega}_e^G \wedge \left(\frac{d\overline{OG}_P}{dt/e} + \overline{\Omega}_e^G \wedge \overline{OG}_P' \right)$$

$$\overline{\gamma}_e^G = \frac{d^2 \overline{OG}_P'}{dt^2/e} + \frac{d}{dt/e} \left(\overline{\Omega}_e^G \wedge \overline{OG}_P' \right) + \overline{\Omega}_e^G \wedge \frac{d\overline{OG}_P}{dt/e} + \overline{\Omega}_e^G \wedge \left(\overline{\Omega}_e^G \wedge \overline{OG}_P' \right)$$

A-1- Calcul De $\overline{\Omega}_e^G$:

$$\overline{\Omega}_e^G = \mu \overline{Z}_0 + \varepsilon \overline{X}_3 + \psi \overline{Y}_e$$

Après certaines transformations par des matrices de passage, on a :

$$\overline{\Omega}_e^G = \begin{bmatrix} \varepsilon \cos\psi - \mu \cos\varepsilon \sin\psi \\ \psi + \mu \sin\varepsilon \\ \varepsilon \sin\psi + \mu \cos\varepsilon \cos\psi \end{bmatrix} / e$$

A-2 - Calcul De \overline{OG} :

$$\overline{OG} = \overline{OA} + \overline{AB} + \overline{BG}$$

→ Matrice de passage : $R_e \xrightarrow{\omega \overline{Z}_m} R_m$

$$\begin{matrix} X_m & Y_m & Z_m \\ X_e \left[\begin{matrix} \cos \omega t & -\sin \omega t & 0 \\ Y_e \left[\begin{matrix} \sin \omega t & \cos \omega t & 0 \\ Z_e \left[\begin{matrix} 0 & 0 & 1 \end{matrix} \end{matrix} \right. \end{matrix} \right. \end{matrix} \right.$$

$$\overline{OA} = \begin{pmatrix} a \cos \omega t \\ a \sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (e)$$

Rotation du mât

→ Matrice de passage : $R_m \xrightarrow{\beta \overline{Y}_1} R_1$

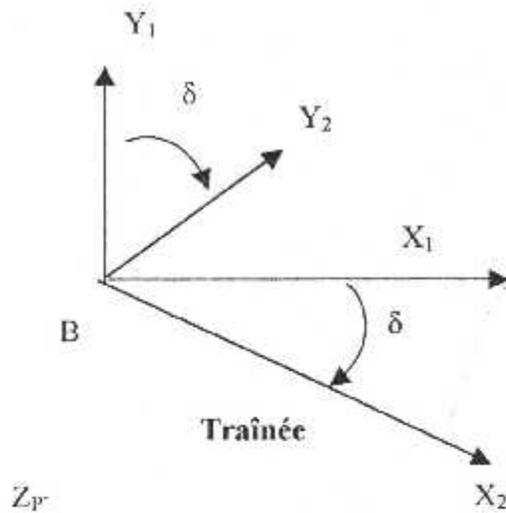
$$\begin{matrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_m \left[\begin{matrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ Y_m \left[\begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ Z_m \left[\begin{matrix} -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{matrix} \end{matrix} \right. \end{matrix} \right. \end{matrix} \right.$$

Battement

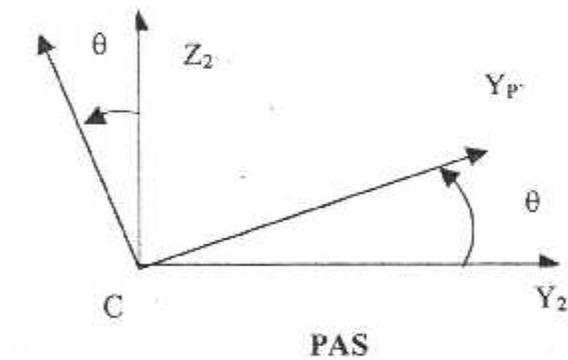
$$\overline{AB} = \begin{pmatrix} b \cos \beta \cos \omega t \\ b \cos \beta \sin \omega t \\ -b \sin \beta \end{pmatrix} \quad (e)$$

→ Matrice de passage : $R_1 \xrightarrow{\delta' Z_2} R_2$

$$\begin{matrix} X_2 & Y_2 & Z_2 \\ X_1 & \begin{pmatrix} \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ -\sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ Y_1 \\ Z_1 \end{matrix}$$



$$\begin{matrix} X_{P'} & Y_{P'} & Z_{P'} \\ X_2 & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \\ Y_2 \\ Z_2 \end{matrix}$$



$$\overline{BG} = \begin{pmatrix} L \cos \delta \cos \beta \cos \omega t - L \sin \delta \sin \omega t \\ L \cos \delta \cos \beta \sin \omega t + L \sin \delta \cos \omega t \\ -L \cos \delta \sin \beta \end{pmatrix} \quad (e)$$

$$\overline{OG/R_s} = \begin{pmatrix} a \cos \omega t + b \cos \beta \cos \omega t + L \cos \delta \cos \beta \cos \omega t - L \sin \delta \sin \omega t \\ a \sin \omega t + b \cos \beta \sin \omega t + L \cos \delta \cos \beta \sin \omega t + L \sin \delta \cos \omega t \\ -b \sin \beta - L \cos \delta \sin \beta \end{pmatrix} \quad (c)$$

On a :

$$\frac{d^2 \overline{OG}}{dt^2 / G} = \begin{bmatrix} V\dot{e}_x + V\dot{r}_x \\ V\dot{e}_y + V\dot{r}_y \\ V\dot{e}_z + V\dot{r}_z \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt / e} (\overline{\Omega_e^G} \wedge \overline{OG_p}) = \frac{d}{dt} \overline{T} = \overline{T} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} / e$$

$$\overline{\Omega_e^G} \wedge \overline{OG_p} = \overline{T} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} / e$$

$$\overline{\Omega_e^G} \wedge (\overline{\Omega_e^G} \wedge \overline{OG_p}) = \overline{\Omega_e^G} \wedge \overline{T}$$

$$\frac{d \overline{OG}}{dt / G} = \begin{bmatrix} V\dot{e}_x + V\dot{r}_x \\ V\dot{e}_y + V\dot{r}_y \\ V\dot{e}_z + V\dot{r}_z \end{bmatrix} \quad (e)$$

d'après les résultats précédents :

$$\overline{\gamma^G}(P, G) = \begin{bmatrix} m [V\dot{e}_x + V\dot{r}_x + T_x + (V\dot{e}_y + V\dot{r}_y + T_y)(\psi + \mu \sin \epsilon) - (V\dot{e}_z + V\dot{r}_z + T_z)(\epsilon \sin \psi + \mu \cos \psi \sin \epsilon)] \\ m [V\dot{e}_y + V\dot{r}_y + T_y + (V\dot{e}_x + V\dot{r}_x + T_x)(\epsilon \sin \psi + \mu \cos \psi \cos \epsilon) - (V\dot{e}_z + V\dot{r}_z + T_z)(\epsilon \cos \psi + \mu \sin \psi \cos \epsilon)] \\ (e) \quad m [V\dot{e}_z + V\dot{r}_z + T_z + (V\dot{e}_x + V\dot{r}_x + T_x)(\epsilon \cos \psi - \mu \sin \psi \cos \epsilon) - (V\dot{e}_y + V\dot{r}_y + T_y)(\psi + \mu \sin \epsilon)] \end{bmatrix}$$

B- Calcul Du Moment Dynamique $\overline{\delta}^G(P, B, t)$:

$$\overline{\delta}^G(P, B, t) = \frac{d^G}{dt/p} \overline{\mu}^G(P, B, t) + \overline{\Omega}_P^G \wedge \overline{\mu}^G(P, B, t) + M_P \overline{V}^G(B) \wedge \overline{V}^G(G_P)$$

$$\overline{\mu}^G(P, B, t) = I_{B/P} \overline{\Omega}_P^G + B\dot{G} \wedge M_P \overline{V}^G(G_P)$$

$$\overline{\Omega}_P^G = \begin{pmatrix} D \\ E \\ F \end{pmatrix} / p' \quad , \quad I_{B/P} = \begin{pmatrix} I_X & 0 & 0 \\ 0 & I_Y & 0 \\ 0 & 0 & I_Z \end{pmatrix} / p'$$

Avec:

$$\begin{aligned} I_X &= \int_S (Y^2 + Z^2) dm \\ I_Y &= \int_S (X^2 + Z^2) dm \\ I_Z &= \int_S (X^2 + Y^2) dm \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad \begin{cases} I_Z = I_X + I_Y \\ z = 0 \end{cases}$$

B-1- Calcul De $\overline{\Omega}_P^G$:

$$\overline{\Omega}_P^G = \overline{\Omega}_e^G + \overline{\Omega}_P^e$$

B-1-1- Calcul De $\overline{\Omega}_P^e$:

D'après (A-1), on trouve :

$$\overline{\Omega}_P^e = \omega \overline{Z}_m + \beta \overline{Y}_1 + \delta \overline{Z}_2 + \theta \overline{X}_P$$

alors, par addition, on trouve :

$$\overline{\Omega}_P^G = \mu \overline{Z}_G + \varepsilon \overline{X}_G + \psi \overline{Y}_e + \omega \overline{Z}_m + \beta \overline{Y}_1 + \delta \overline{Z}_2 + \theta \overline{X}_P$$

B-2- Calcul Du Moment Cinétique :

$$\overline{\mu}^G(P,B,t) = H_{\nu}(p) \overline{\Omega}_r^G + m_p \overline{BG} \wedge \overline{V}^G(B) = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} / p' * \begin{bmatrix} D \\ E \\ F \end{bmatrix} / p' + m_p \begin{bmatrix} 0 \\ W_x \\ W_z \end{bmatrix} / p'$$

$$\frac{d^r}{dt} \overline{\mu}^G(P,B,t) = \begin{bmatrix} I_x \cdot D' \\ I_y \cdot E' \\ I_z \cdot F' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_p \cdot W'_x \\ m_p \cdot W'_y \\ m_p \cdot W'_z \end{bmatrix} / p'$$

Avec :

$$\frac{d^r}{dt} \overline{\Omega}_r^G = \begin{bmatrix} D' \\ E' \\ F' \end{bmatrix}$$

$$\overline{BG} \wedge \overline{V}^G(B) = \overline{W}_c$$

$$\overline{\Omega}_r^G \wedge \overline{\mu}^G(P,B,t) = \begin{bmatrix} \overline{x} & \overline{y} & \overline{z} \\ D & E & F \\ I_x D & I_y E & I_z F \end{bmatrix}$$

$$= \overline{x}(E \cdot I_z \cdot F - F \cdot I_y \cdot E) + \overline{y}(D \cdot I_x \cdot F - F \cdot I_z \cdot D) + \overline{z}(E \cdot I_x \cdot D - D \cdot I_y \cdot E)$$

$$= \begin{bmatrix} E \cdot F (I_z - I_y) \\ D \cdot F (I_x - I_z) \\ D \cdot E (I_y - I_x) \end{bmatrix}$$

$$M_s(G) = \frac{d}{dt} \overline{\mu}^G + M \overline{V}^G(B) \wedge \overline{V}^G(G_P) + \overline{\Omega}_m^G \wedge \overline{\mu}^G(p, B, t)$$

$$= \begin{pmatrix} I_x \cdot D \\ I_y \cdot E \\ I_z \cdot F \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_p \cdot W_x \\ m_p \cdot W_y \\ m_p \cdot W_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_p \cdot U_x \\ m_p \cdot U_y \\ m_p \cdot U_z \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} D \\ E \\ F \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} I_x \cdot D \\ I_y \cdot E \\ I_z \cdot F \end{pmatrix} + (\overline{BG} \wedge \overline{V}^G(G_P)) m_p$$

$$A = \begin{pmatrix} D \\ E \\ F \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} I_x \cdot D + m_p \cdot W_x \\ I_y \cdot E + m_p \cdot W_y \\ I_z \cdot F + m_p \cdot W_z \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} X & Y & Z \\ D & E & F \\ (I_x \cdot D + m_p \cdot W_x) & (I_y \cdot E + m_p \cdot W_y) & (I_z \cdot F + m_p \cdot W_z) \end{pmatrix}$$

$$= X [E(I_z \cdot F + m_p \cdot W_z) - F(I_y \cdot E + m_p \cdot W_y)] + Y [(D \cdot I_x + m_p \cdot W_x) - I_x(I_z \cdot F + m_p \cdot W_z)]$$

$$+ Z [D(E \cdot I_y + m_p \cdot W_y) - E(I_x \cdot D + m_p \cdot W_x)]$$

A la fin, on obtient:

$$\overline{\mathcal{S}}^G(p, B, t) = \begin{pmatrix} I_x \cdot D + m_p \cdot W_x + m_p \cdot U_x - E(m_p \cdot W_z + I_x \cdot F) - F(m_p \cdot W_y + I_y \cdot E) \\ I_y \cdot E + m_p \cdot W_y + m_p \cdot U_y + F(m_p \cdot W_x + I_x \cdot D) - D(m_p \cdot W_z + I_z \cdot F) \\ I_z \cdot F + m_p \cdot W_z + m_p \cdot U_z + D(m_p \cdot W_y + I_y \cdot E) - E(m_p \cdot W_x + I_x \cdot D) \end{pmatrix}$$

(P')

Les formules dans les quelles interviennent :

➤ Les composantes Ve_i de la vitesse par rapport à (G) de l'appareil en projection dans (c) .

➤ les composantes dans (e) de $\frac{d^e}{dt}\overline{V^G(O)}$ notées Ve_i .

➤ les composante Vr_i en projection dans (e) de la vitesse relative de G_p par rapport à (e) .

➤ les composantes dans (e) de $\frac{d^e}{dt}\overline{V^e(G_p)} = \overline{\Gamma^e(G_p)}$ notées Vr_i .

➤ Les composantes T_i en projection dans (e) du vecteur $\overline{T} = \overline{\Omega_r^G} \wedge \overline{OG_p}$.

➤ Les composantes dans (e) de $\frac{d^e}{dt}\overline{T}$ notées T_i .

➤ Les composante U_i en projection dans (P') du vecteur $\overline{U} = \overline{V^G(B)} \wedge \overline{V^G(G_p)}$. (B : le pied de la pale).

➤ Les composantes W_i en projection dans (P') du vecteur $\overline{W} = \overline{BG} \wedge \overline{V^G(B)}$.

➤ Les composantes dans (P') de $\frac{d^{P'}}{dt}\overline{W}$ notées W_i .

➤ Les composantes D, E, F du taux de rotation en projection en (P') .

➤ Les composantes D', E', F' du taux de rotation en projection en (P') de $\frac{d^{P'}}{dt}\overline{\Omega_r^G}$.

➤ Les termes I_X, I_Y, I_Z de la matrice d'inertie de la pale.

➤ La masse m_P de la pale.

II-2-2- Cas Du Rotor Bipale En Balancier (Figure I-2) :

Pour certains rotors bipales semi-rigides, il est possible de supprimer certain nombre de roulements grâce au montage rigide sur leur axe de variation de pas et une liaison moyeu-mât par l'intermédiaire d'un cardan système Bell.

Dans ce type de moyeu le battement est possible, mais dans la mesure où une pale ne peut monter que si l'autre descend de la même valeur...

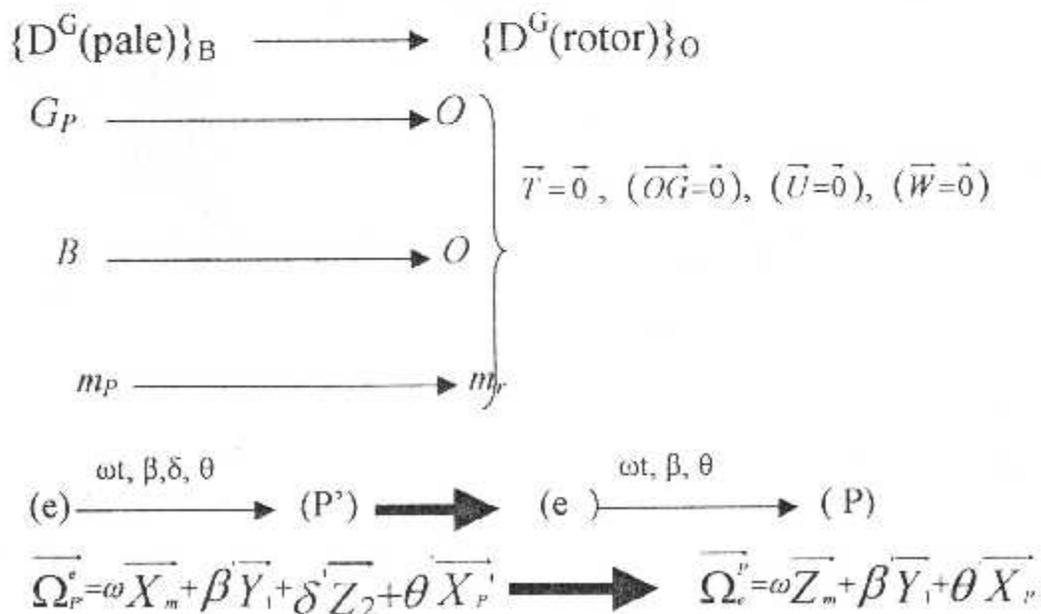
La souplesse propre au pale permet une liberté supplémentaire.

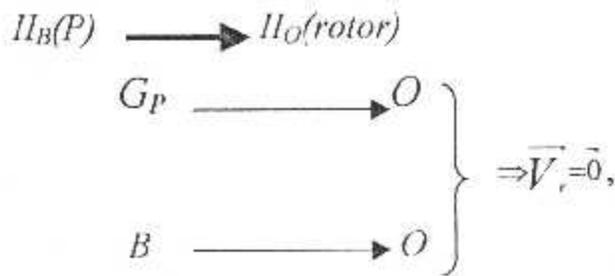
L'articulation de traînée n'est pas nécessaire car l'axe autour duquel tourne le centre de gravité est confondu avec l'axe réel du moyeu qui s'incline avec les pales. Il en est de même pour l'articulation de traînée en raison de l'absence d'accélération dite de Coriolis. Toutes fois, il est nécessaire de prévoir un montage élastique du mât sur le fuselage pour absorber la vibration en 2W qui se produit à chaque fois que le plan rotor n'est pas perpendiculaire au mât.

Le calage de conicité est fixe de construction et correspond à une conicité moyenne ; car hormis la souplesse des pales, ce type de construction ne permet aucune modification. La technique de construction de ce type de moyeu permet une réalisation simple mais les conditions de travail très dures imposées aux éléments mécaniques entraînent des contrôles méthodiques fréquents ; de plus ce système est particulièrement sensible « Weaving » qui peut entraîner la perte de contrôle aux commandes. Pour toutes ces raisons le moyeu à balancier n'est utilisé que sur les hélicoptères légers dont le poids reste inférieur à 3000 kg.

Pour permettre à l'hélicoptère d'avoir une bonne stabilité, il faut adjoindre un stabilisateur à inertie, barre montée à 90° par rapport aux pales du rotor. Cette barre peut être soit lestée par deux masses profilées (Bell), soit par les palettes à incidence variable (Hiller). Ce gyroscope occupe une position dans l'espace indépendante de la position du rotor ; de ce fait, si cette barre commande l'incidence des pales, il est aisé d'avoir une position du rotor fixe dans l'espace. La commande du rotor se fait au travers du gyroscope par l'action d'une bielle qui combine la commande et la réaction de gyroscope. Des amortisseurs sont montés pour asservir le gyroscope et permettre un compromis pour que l'appareil soit stable et potable.

Le passage du cas général au rotor bipale en balancier se fait en considération pour un pas collectif fixé, les transformations sont :





Ces considérations nous permettent d'avoir immédiatement les composantes du torseur dynamique $\{D^G(\text{rotor})\}_O$ propre à ces cas particuliers à partir des composantes du cas général. Il reste :

$$\overline{\gamma}^G(R,t) = \begin{pmatrix} m_r [V\dot{e}_x + V\dot{e}_z(\psi + \mu \sin \varepsilon) - V\dot{e}_y(\varepsilon \sin \psi + \mu \cos \psi \cos \varepsilon)] \\ m_r [V\dot{e}_y + V\dot{e}_x(\varepsilon \sin \psi + \mu \cos \psi \cos \varepsilon) - V\dot{e}_z(\varepsilon \cos \psi - \mu \cos \psi \cos \varepsilon)] \\ (e) \quad m_r [V\dot{e}_z + V\dot{e}_y(\varepsilon \cos \psi - \mu \cos \psi \cos \varepsilon) - V\dot{e}_x(\psi + \mu \sin \varepsilon)] \end{pmatrix}$$

$$\overline{\delta}^G(P,O,t) = \begin{pmatrix} D \cdot I_x + E \cdot F (I_z - I_r) = L_r(R) \\ E \cdot I_r + D \cdot F (I_x - I_z) = M_r(R) \\ F \cdot I_z + D \cdot E (I_r - I_x) = N_r(R) \end{pmatrix}$$

Remarque :

➤ Les composantes D, E, F du taux de rotation $\overline{\Omega}_r^G$ exprimées dans (P) n'ont pas la même forme que dans le cas général.

➤ La matrice d'inertie du rotor n'est plus de révolution autour de l'axe \overline{OX}_r (incidence des masses additionnelles)

II-2-3- En Phase De Vol Stabilise :

$$\frac{d^e \overline{V^G(G)}}{dt} = 0, \quad \psi' = 0, \quad \varepsilon' = 0, \quad \dot{V e}_i = 0,$$

La résultante dynamique $\overline{\gamma^G(R,t)}$ se réduit alors :

$$\overline{\gamma^G(R,t)} = \begin{cases} m_r [V e_z \dot{\mu} \sin \varepsilon - V e_y \dot{\mu} \cos \psi \cos \varepsilon] = X_e(R) \\ m_r [V e_x \dot{\mu} \cos \psi \cos \varepsilon + V e_z \dot{\mu} \sin \psi \cos \varepsilon] = Y_e(R) \\ (e) \quad m_r [V e_y \dot{\mu} \sin \psi \cos \varepsilon - V e_x \dot{\mu} \sin \varepsilon] = Z_e(R) \end{cases}$$

Quant au moment dynamique, il conserve la même forme ci-dessus avec les termes D, E, F simplifiés.

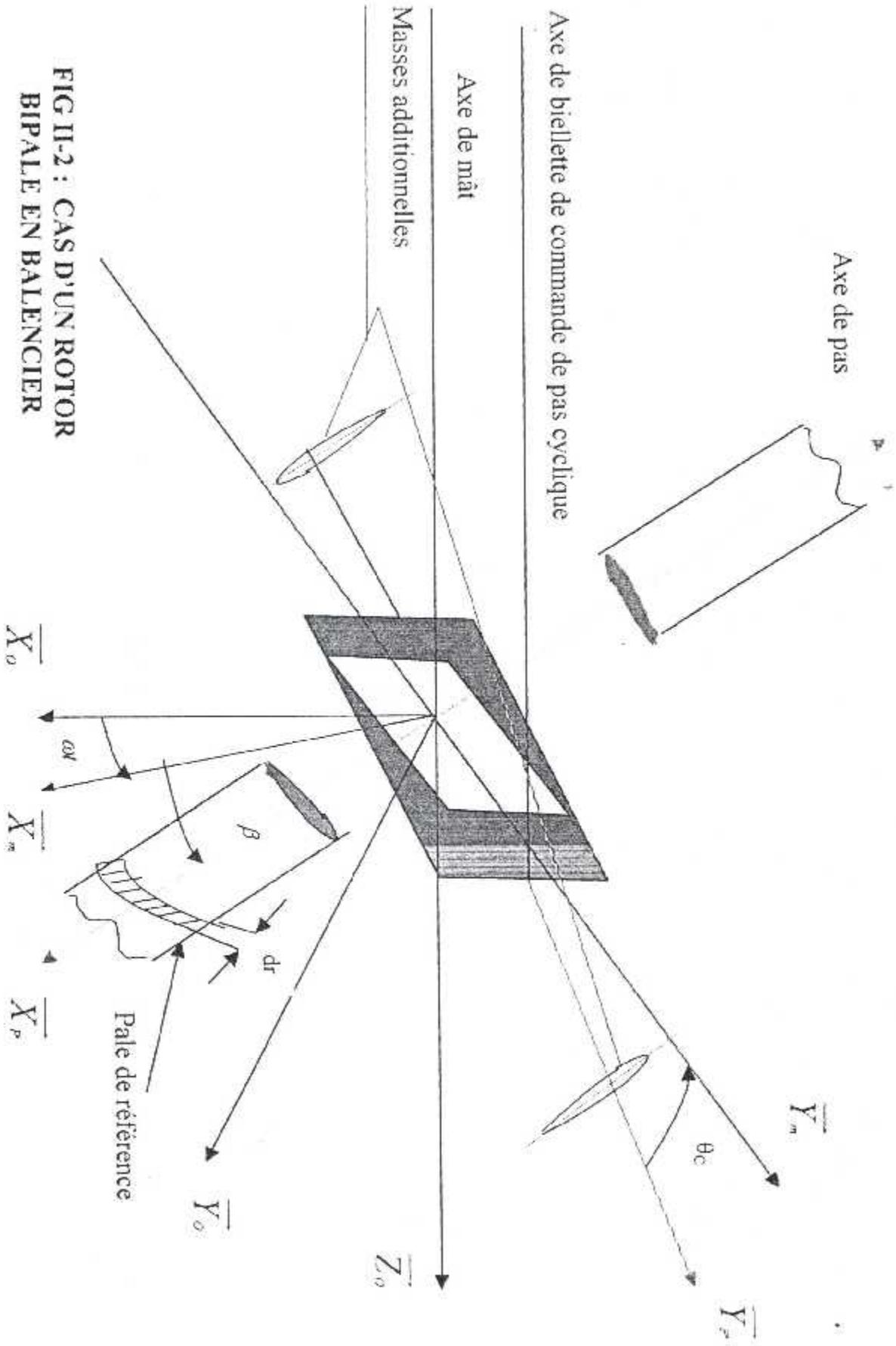


FIG II-2 : CAS D'UN ROTOR
BIPALE EN BALENCIER

CHAPITRE III

ANALYSE ET CALCUL
DES EFFORTS
AERODYNAMIQUES

III-1- EFFORT SUR LES PALES :

III-1-1- Théorie De L'élément De Pale :

On considérant un élément de pale de largeur dr , de corde l , situé à la distance r de o .

Dans le plan $(O, \vec{Y}_r, \vec{Z}_r)$, la vitesse relative de l'air \vec{V}_r , par rapport à l'élément de pale se projette suivant :

$$\vec{V}_r = V_{ry} \vec{y}_r + V_{rz} \vec{z}_r$$

Sous l'effet de la vitesse \vec{V}_r , apparaît sur l'élément de pale une force élémentaire \vec{dF} appliquée au centre de poussée P' .

Considérons alors deux projections possibles de \vec{dF} : la projection suivant la vitesse relative qui se traduit par :

- La portance \vec{dR}_z perpendiculaire à \vec{V}_r .
- La traînée de profil \vec{dR}_x colinéaire à \vec{V}_r .

L'analyse dimensionnelle permet d'écrire :

$$dR_z = \frac{1}{2} \rho \cdot l \cdot dr \cdot V_r^2 \cdot C_z$$

$$dR_x = \frac{1}{2} \rho \cdot l \cdot dr \cdot V_r^2 \cdot C_x$$

ρ : La masse volumique de l'air en kg/m^3 .

La figure III-2 donne les courbes unitaires expérimentales des coefficients de portance C_z et de traînée C_x en fonction de l'incidence pour un profil biconvexe symétrique NACA0012.

$$\left. \begin{array}{l} R_z = A \cdot C_z \\ R_x = A \cdot C_x \end{array} \right\} R_R = A \cdot C_R$$

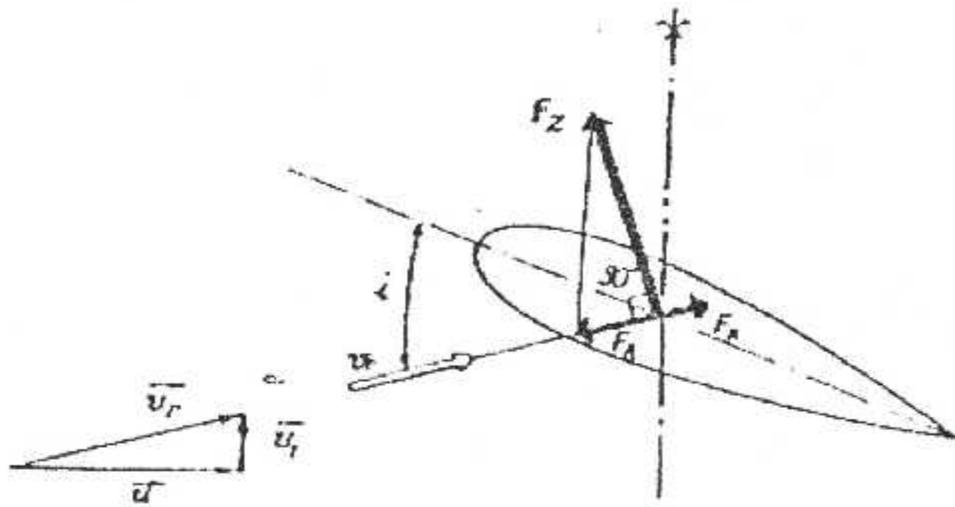


FIG III-1 : LA DISTRIBUTION DES FORCERS SUR UN PROFIL D'UNE PALE

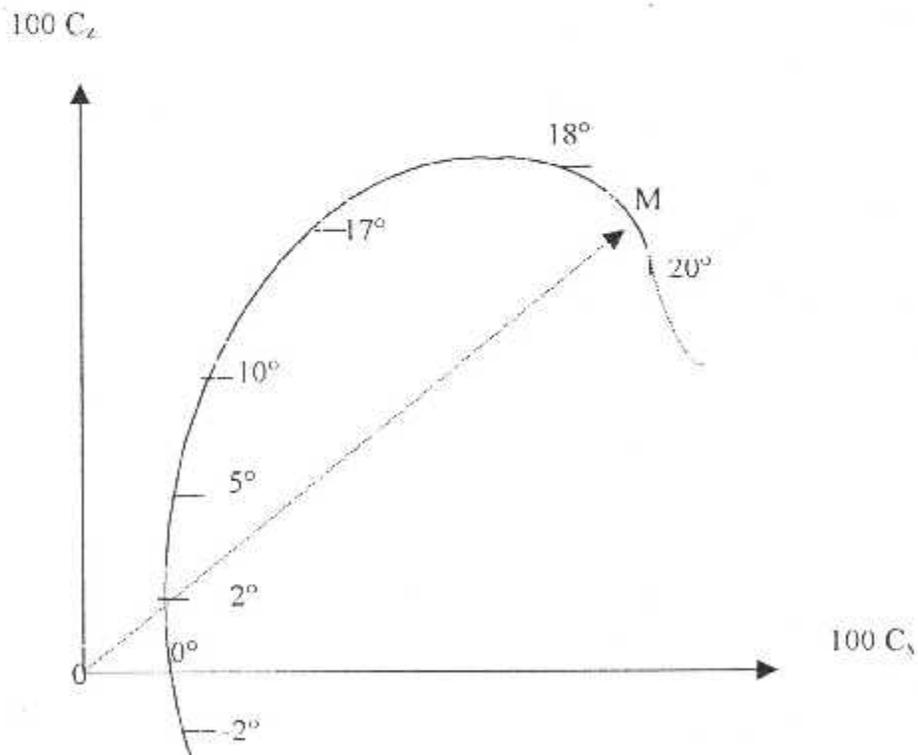


FIG III-2 : polaire du profil

Si l'on joint tous les points M ainsi déterminés, on obtient une courbe appelée « Polaire du Profil ». Cette courbe montre comment pour un profil donné, varient la portance et la traînée en fonction de l'angle d'incidence.

Pour les besoins de calculs, il est nécessaire d'ajuster des courbes, dont la forme mathématique est connue à ces courbes expérimentales. Pour la suite, on utilisera :

$$C_z = k \cdot i$$

Avec : $k=0.1$ (i étant exprimé en degrés).

$$\left. \begin{array}{l} C_x = C_{x0} + 0.009 C_z^2 \\ C_x = 0.008 + 0.009 C_z^2 \end{array} \right\} \dots [6]$$

→ La projection suivant la corde (l) qui se traduit par :

➤ Une portance \overline{dF}_n

➤ Une traînée \overline{dT}

> Portance et traînée que nous pouvons déterminer à partir des composantes précédentes par les relations (d'après la figure III-4) :

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{-V_v}{V_h} \Rightarrow \phi = \operatorname{arctg} \frac{-V_v}{V_h}$$

tel que :

$$dF_n = dR_z \cos \phi - dR_x \sin \phi$$

$$dT = \pm (dR_v \sin \phi + dR_x \cos \phi)$$

avec :

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Le signe (-) : Pour la pale de référence.} \\ \text{Le signe (+) : Pour la pale de symétrique.} \end{array} \right.$

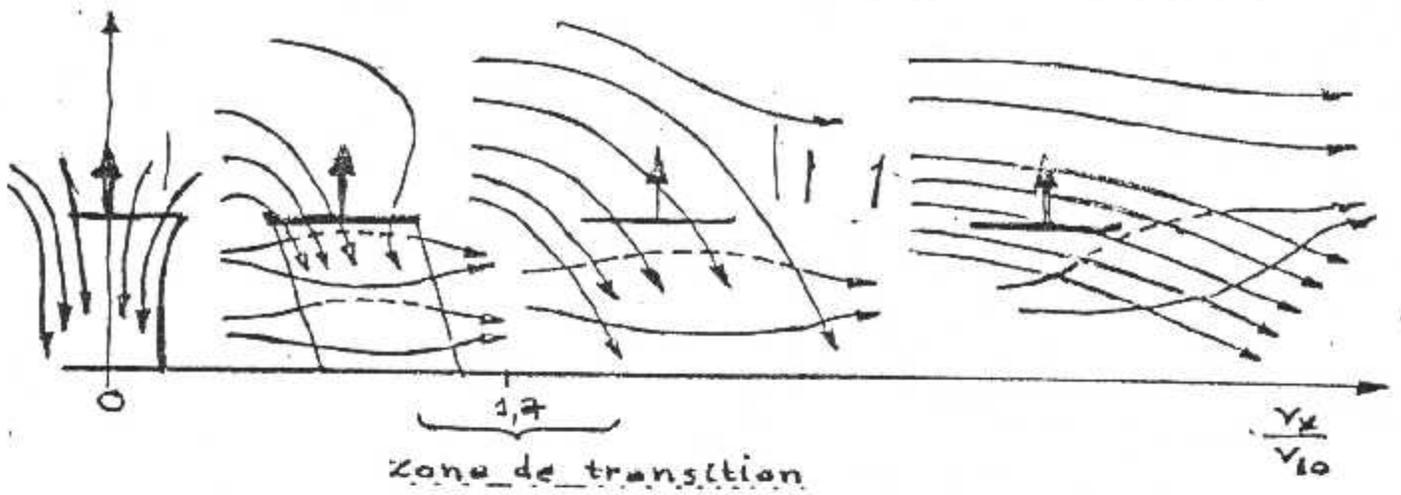


FIG III-3 : CHAMP DE LA VITESSE INDUITE

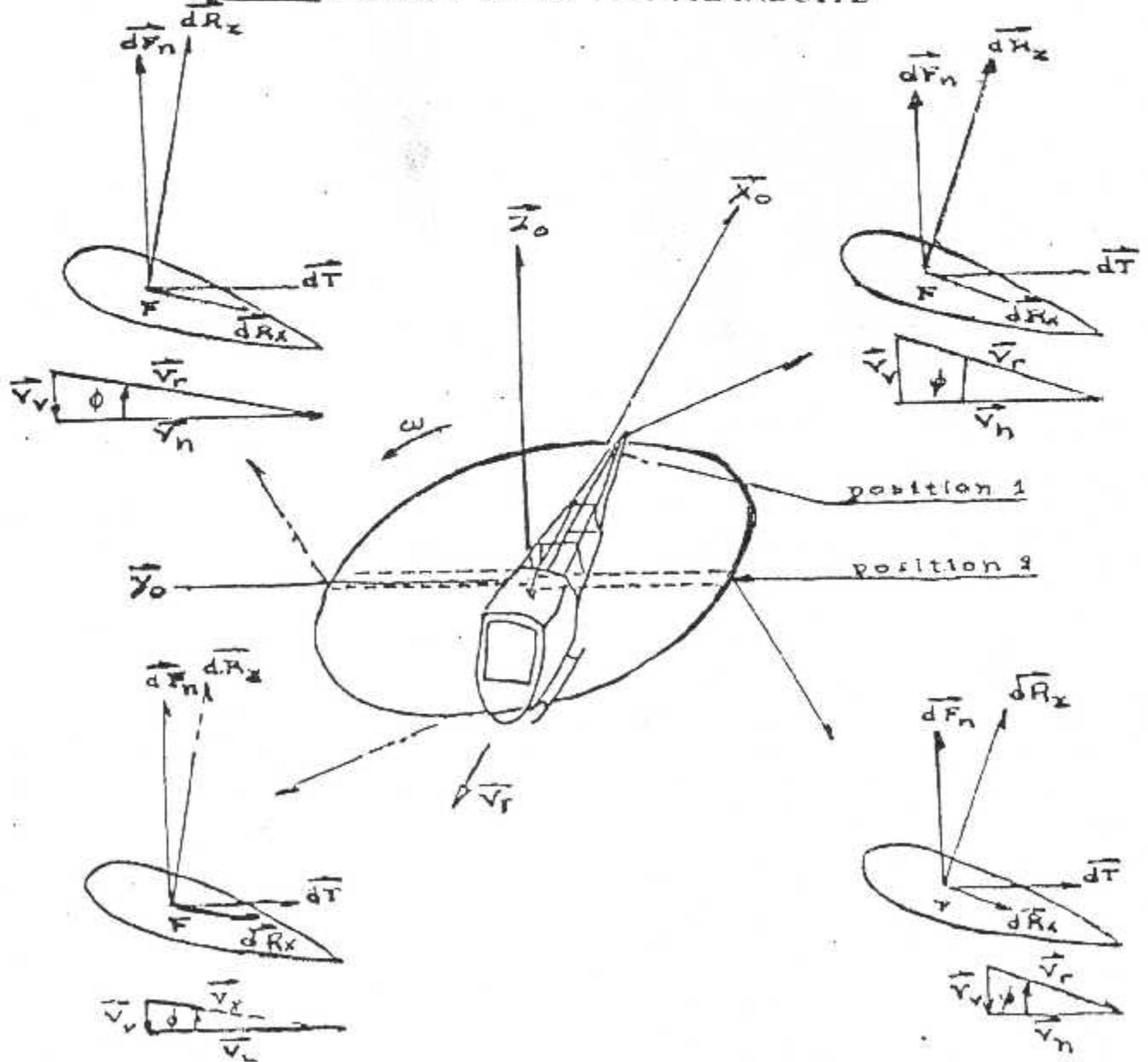


FIG III-4 : LA DISTRIBUTION DE LA VITESSE RELATIVE SELON LA POSITION DE LA PALE

ϕ étant toujours petit dans le cas d'un rotor, nous pouvons faire les approximations de linearisations suivantes :

$$\phi \approx \frac{-V_v}{|V_h|}$$

$$dF_n = \frac{1}{2} \rho \ell dr V_h^2 C_z$$

$$dT = \pm \frac{1}{2} \rho \ell dr V_h^2 (C_x + \phi C_z)$$

dans la corde(ℓ), dT se compose donc :

- De la traînée du profil (terme C_x)
- De la projection de la portance dR_z appelée traînée induite (terme ϕC_z).
- Il existe donc une composante de traînée suivant $\overline{OX} = \overline{OX_p}$ à la quelle correspond un coefficient en fonction de l'angle d'incidence et l'angle que fait « le vent relatif » avec l'envergure des pales.

III-1-2- Analyse Des Phénomènes Aérodynamiques Propres A

L'hélicoptère :

III-1-2-1- Répartition Des Vitesses Induites : (Fig III-4) [3]

a- Vitesse induite dans le vol de translation :

L'équation de moment peut être écrite (par analogie avec la méthode du moment d'une aile):

$$T = \rho \cdot \pi \sqrt{V^2 + v_i^2} \cdot R^2 \cdot v_i$$

Pour la plupart des conditions de vol de translation, il est possible de supposé que le v_i soit inférieur à V afin que :

$$T = \rho \cdot \pi \cdot V \cdot R^2 \cdot v_i$$

Et pour les méthodes utilisées pour le rotor en vol stationnaire, il est possible de montré que :

$$v_i = 2v_1$$

➤ le rotor obéit aux mêmes lois de moment comme l'aile, une fois la validité de concept de tube de courant est acceptée, l'équation de la vitesse induite d'un rotor dans un vol de translation peut être écrite par l'analogie de l'équation de l'aile :

$$v_i = \frac{T}{2\rho\pi V R^2} = \frac{T}{2\rho A V}$$

Une forme alternative est : $v_i = \frac{V_0^2}{V}$

Il est commode dans l'analogie du rotor non dimensionnel que la vitesse de translation est relative à la vitesse de pointe à travers le rapport de la vitesse de pointe, μ_o :

ou : $\mu_o = \frac{V}{\Omega R}$

Ces équations sont appliquées à condition où la vitesse de translation est relativement grande, la ce qui concerne la vitesse induite, il est nécessaire de faire des calculs à basses vitesses où cette supposition n'est pas valide. Pour ces cas, l'équation de moment est :

$$T = \rho A \sqrt{V^2 + v_i^2} 2v_i \dots [3]$$

$$v_i = \sqrt{\frac{V^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{V^2}{2}\right)^2 + \left(\frac{T}{2\rho A}\right)^2}}$$

où : $v_i = \sqrt{\frac{V^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{v_i^2}{2}\right)^2 + v_0^4}} \dots [3]$

L'équation simple de la vitesse induite a dérivé ici, est connu par le moment constant de la vitesse induite, une vue plus réaliste voit la vitesse induite comme le modèle de vorticity très complexe, consister à suivre la piste répondre et les éléments de tourbillon sont associés avec la portance et le changement de la portance sur chaque élément de pale. Cette complexité est de grande importance quand on étudie la vibration de la pale de l'hélicoptère, mais

il a été trouvé que pour la plupart des calculs de performances, l'usage des valeurs de moment constant représente la moyenne du champ donne de complexe résultats de la vitesse raisonnablement exacts.

Les résultats de l'épreuve qui ont fait, montre que la pression de la charge le long d'un stabilisateur horizontal peut être soumise dans un vol à faible vitesse autant de trois temps le changement du disque du rotor principal, supposé un coefficient de traînée de 2 pour le stabilisateur dans ces conditions on donne une pression dynamique à la suite de 1.5 temps de changement du disque, ce qui peut être la source de déconcerter des périodes équilibrées dans le vol de translation.

Un autre problème de l'analyse qui sera examiné plus tard en détail et cela par le calcul de la pale latérale qui bat dans le vol de translation. Pour ceci, il est nécessaire de représenter la vitesse induite locale au disque comme :

$$V_L = V_1 \left[1 + k \frac{r}{R} \cos \varphi \right] \dots \dots (A)$$

Où φ est la position de l'azimut de la pale, elle est égale à zéro sur la queue, Cette équation définit une distribution de la vitesse induite qui est- petite au bord principal du disque et grande au bord de fuite, l'étude de la fumée de la vitesse induite autour des modèles du tunnel du vent des rotors dans le vol de translation montre que la distribution de la vitesse est moyenne à ce modèle.

En outre, le courant induit au bord principal du disque est zéro. Cette observation mène à assigné le facteur de la déformation K , afin que :

$$V_L = V_1 \left[1 + \frac{r}{R} \cos \varphi \right]$$

Ceci s'applique relativement aux grandes vitesses dites au-dessus de 100 nœuds mais à des faibles vitesses, la déformation peut être plus haute quelque part. Cela est montré dans les épreuves du vol et l'expérience du tunnel du vent sur le rotor très rigide SIKOURSKY, mettre le concept de la pale d'hélicoptère. De la pente cyclique égaliser ont exigé, le facteur de la déformation dans l'équation de la vitesse induite pourrait être déterminé. La figure III-3 indique

que pendant la bonne valeur d'unité peut être pour les grandes vitesses, dans la région de translation, il peut être aussi grand que 2.

➤ Lorsque l'appareil est en translation le champ des vitesses induites n'est pas uniforme sur toute la surface du rotor. Presque nulles sur le bord avant du disque, elles vont en augmentant vers l'arrière. Latéralement, il existe également une dissymétrie, les vitesses induites étant les plus faibles du côté « pale avançante », les vitesses induites peuvent s'écrire sous la forme :

$$\overline{V}_i = (V_{im} + V_{ic} \frac{r}{R} \cos \omega t - v_{is} \frac{r}{R} \sin \omega t) \overline{Z}_1,$$

avec :

V_{im} : valeur moyenne de la vitesse induite.

V_{ic} et v_{is} : valeurs correctives de la vitesse induite.

L'effet de la dissymétrie latérale est relativement peu important. En effet, le terme v_{is} donné par :

$$v_{is} = 2 \mu_o V_{im} \dots \dots \dots \text{ avec } \mu_o : \text{ paramètre d'avancement.}$$

$$\mu_o = \frac{V_{ex}}{\omega R}$$

est faible aux basses vitesses, ($v_{is} \approx 0.1 V_{im}$)

Et sa valeur est négligeable eu regard de la projection suivant \overline{Z}_1 de $\overline{V}^a(O)$ aux vitesses élevées.

➤ Par contre l'effet de la dissymétrie longitudinal est sensible, notamment dans « la zone de transition » qui correspond au disque rotor : passage de l'écoulement à veine soufflée (fonctionnement « hélice ») ou à veine défléchie (fonctionnement « aile »).

Lorsque le rotor est en position I (figure III-4), les composantes V_{\parallel} des vitesses relatives de l'air par rapport à deux éléments symétriques du rotor sont égales, par contre, leurs composantes V_{\perp} sont inégales. La composante V_{\perp} de l'élément arrière étant supérieure à celle de l'élément avant. De la résulte une dissymétrie d'incidence, donc de portance entre la pale avant et la pale arrière

(Qui entraînerait un basculement du disque rotor à droite) compensée par une variation relative d'incidence (déviation à gauche du manche), parallèlement à l'inégalité de portance apparaît une dissymétrie des traînées induites sensibles à la vitesse).

Finalement, pour traduire la répartition des vitesses induites, nous ne conserverons que la forme :

$$\vec{V}_i = (V_{im} + V_{ic} \frac{r}{R} \cos \alpha) \vec{Z}_1 \dots \dots \dots (B)$$

avec : $\begin{cases} v_1 = V_{im} \\ v_{1,k} = V_{ic} \end{cases} \longrightarrow$ D'après (A) et (B)

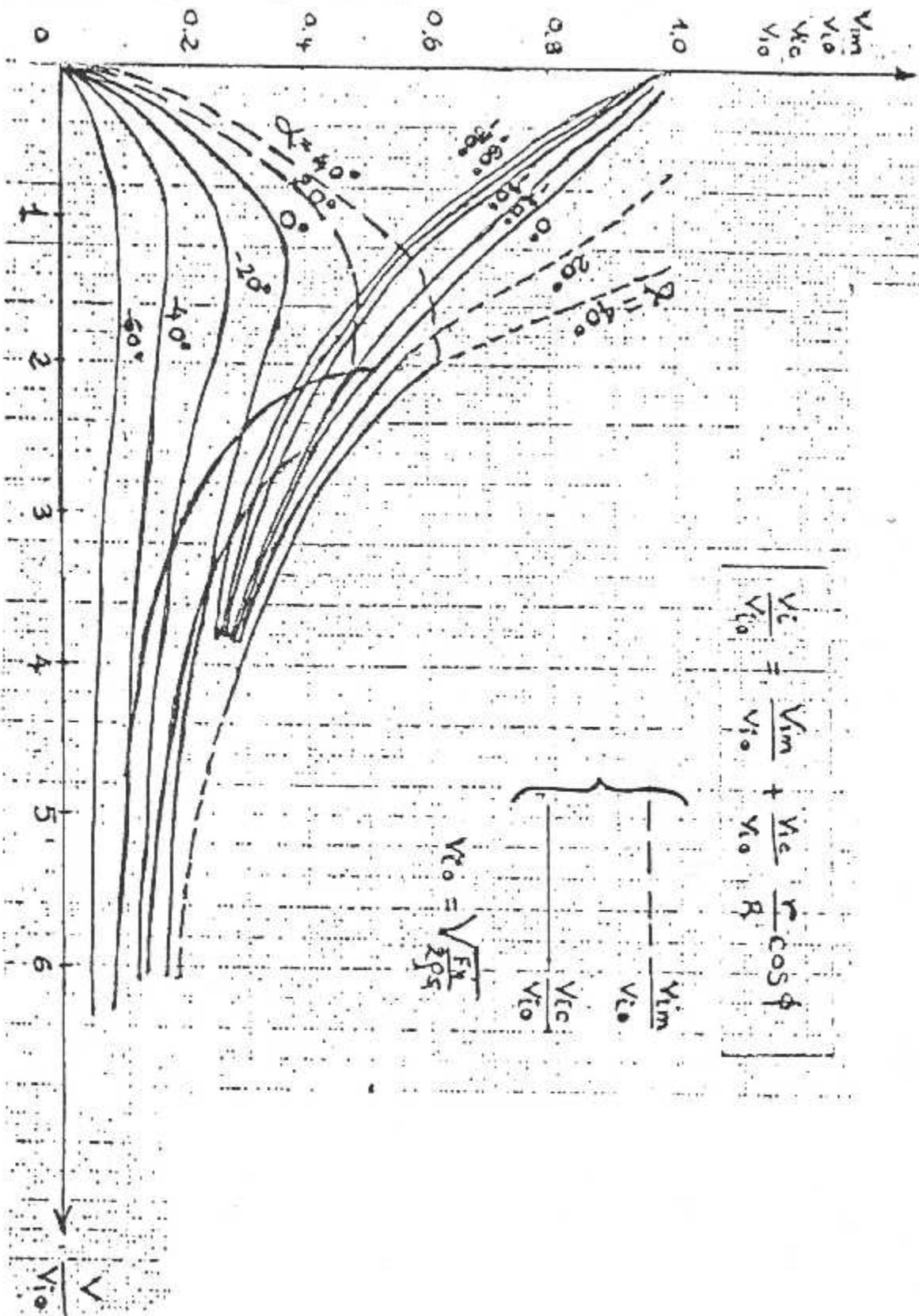


FIG III-A : REPARTITION DE LA VITESSE INDUITE EN FONCTION DE LA VITESSE DE LA TRANSLATION

A- Application Au Vol De Montée Et Au Vol De Descente :

A-1- L'équation générale : [6]

Pour tous les cas de vol vertical, on exprime les paramètres à partir de la vitesse induite V_{i0} correspondant au vol stationnaire :

$$V_{i0} = \sqrt{Fn/2\rho.S} \dots\dots\dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} Fn &= 2\rho.S(V_i + V_z) V_i \\ P &= Fn(V_i + V_z) \\ Fn > 0 \rightarrow V_i > 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

on peut donc écrire, à partir des relations (1) et (2) :

$$\left[\frac{V_z + V_i}{V_{i0} + V_{i0}} \right] \frac{V_i}{V_{i0}} = 1 \dots\dots\dots (3)$$

Cette équation est valable en montée et en descente, elle permet de déterminer la vitesse induite V_i connaissant la vitesse verticale V_z et la vitesse induite V_{i0} en vol stationnaire.

A-2- Cas du vol de montée :

Dans ce cas, V_z est positive.

$$\left[\frac{V_z + V_i}{V_{i0} + V_{i0}} \right] \frac{V_i}{V_{i0}} = 1 \dots\dots\dots (4)$$

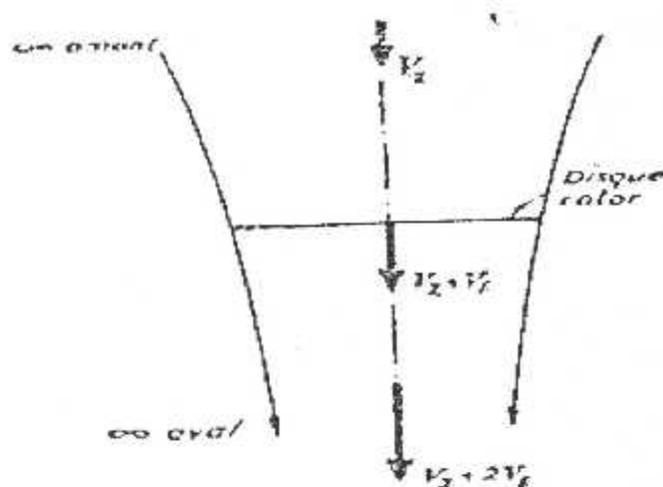


FIG III-5: ECOULEMENT EN VOL DE MONTEE

La courbe théorique et la courbe réelle donnant la vitesse induite en vol de montée, en fonction de la vitesse verticale sont présentées sur la figure III-6.

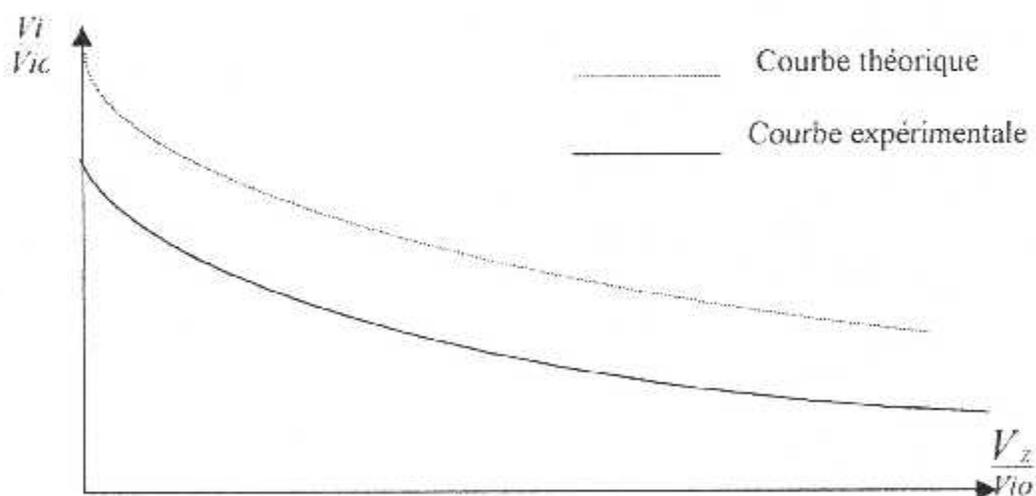


FIG III-6 : VITESSE INDUITE EN VOL DE MONTEE

Les vitesses induites diminuent quand la vitesse de montée augmente. L'écart entre la courbe théorique et la courbe expérimentale se réduit quand la vitesse de montée augmente (il y a diminution des pertes induites). Ce qui montre que la théorie de FROUDE est bien vérifiée pour les vitesses de montée élevées.

A-2-1- Vol de montée à faible vitesse :

En pratique, on considère que l'on se trouve dans ce cas quand $\frac{V_z}{V_{10}}$ est inférieur à 0,25. En posant : $\varepsilon = \frac{V_z}{V_{10}}$, on peut écrire à partir de la relation (4) :

$$\left(\varepsilon + \frac{V_i}{V_{10}}\right) \frac{V_i}{V_{10}} = 1 \Rightarrow \left(\frac{V_i}{V_{10}}\right)^2 + \varepsilon \frac{V_i}{V_{10}} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{V_i}{V_{10}} = (\varepsilon - \sqrt{4})/2 \quad \Rightarrow \frac{V_i}{V_{10}} = 1 - \frac{V_z}{2V_{10}}$$

A-2-2- Vol de montée à grande vitesse :

L'on est dans ce cas là lorsque $V_z \gg V_{10}$, d'après la relation (4) et la courbe donnée sur la figure III-6, V_i devient très faible devant V_z :

$$(V_i + V_z) \approx V_z$$

A-3- Cas du vol de descente :

C'est le cas où la vitesse V_z est négative.

A-3-1- La descente rapide :

On considère ce cas lorsque $|V_z| \gg 2V_i$.

Dans ces cas : V_z , v_1 et v_2 sont de même signe est négatifs.

On peut donc écrire d'après (3) :

$$\left[\frac{V_z + V_i}{V_{10}} \right] \frac{V_i}{V_{10}} = -1 \dots \dots \dots (5)$$

Cette équation du 2^{ème} degré en $\frac{V_i}{V_{10}}$ n'admet qu'une solution, telle que :

$$|V_z| \gg 2V_i$$

➤ **Remarque** : On peut démontrer en examinant l'équation (5) liant V_z , V_i et V_{io} telle que : $|V_z| > 2V_i$: Est équivalent à $|V_z| > 2V_{io}$. En pratique, cette dernière inéquation qui permet de prévoir le cas de descente rapide.

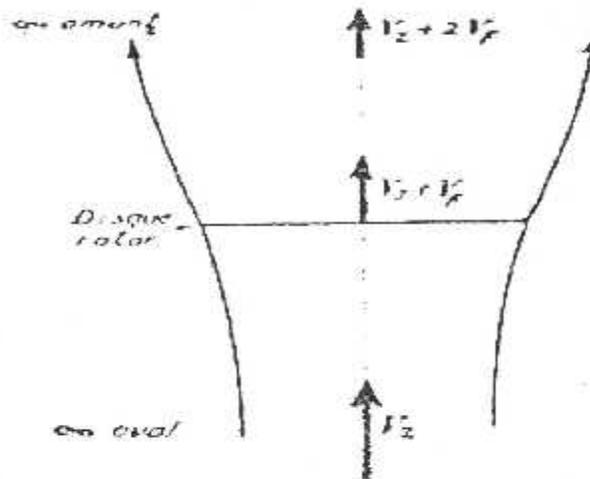


FIG III-7: ECOULEMENT EN VOL DE DESCENTE RAPIDE

A-3-2- La descente à vitesse moyenne :

Dans ce cas : $V_i < |V_z| < 2V_i$

➤ V_z et v_i sont négatifs.

➤ v_z est positif.

L'écoulement réel est donc très différent de l'écoulement théorique. Pour cette raison, les équations de la théorie de FROUDE ne sont plus applicables dans ce cas de vol. Toute fois, elle permet de prévoir le signe de la puissance.

$|V_z| > V_{io}$ et $V_z < 0$: entraînent $P < 0$ la puissance est négative, ce qui caractérise le régime « Moulinet- Frein ».

En pratique, le cas de descente à vitesse moyenne correspond à des vitesses de descente de l'ordre de grandeur suivant :

$$1.7V_{i0} < |V_d| < 2V_{i0}$$

A-3-3- La descente lente :

C'est le cas où $|V_d| < V_i$:

- V_d est négatif.
- v_1 et v_2 sont positifs.

L'écoulement est représenté sur la figure III-9, là aussi l'écoulement réel est très différent de l'écoulement théorique ; il y a formation d'anneaux tourbillonnaires situés sous le disque rotor. Comme dans le cas de la descente à vitesse moyenne, la théorie de FROUDE n'est plus applicable à ce cas de vol, Elle permet cependant de prévoir le signe de la puissance :

$$P = F_n (V_d + V_i) > 0$$

La puissance est positive, ce qui correspond au régime « hélicoptère ». En pratique, le cas de descente à vitesse lente correspond à des vitesses verticales telles que : $|V_d| < 1.7V_{i0}$.

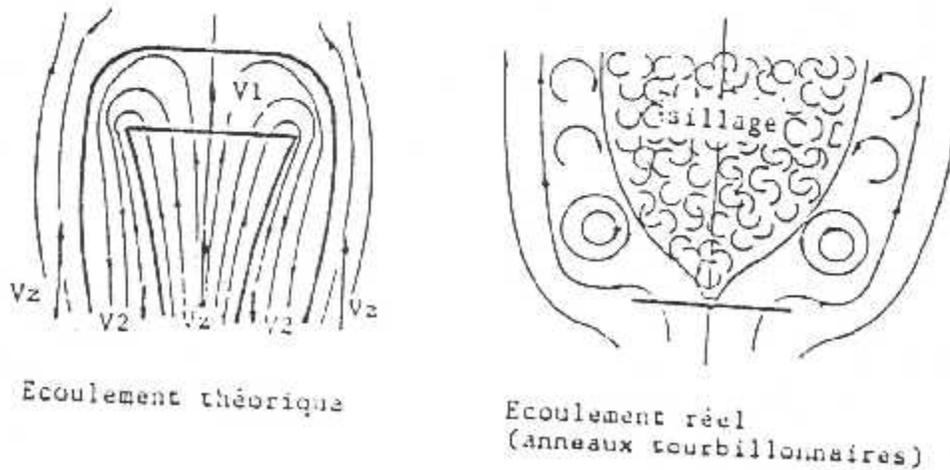


FIG III-8 : ECOULEMENT EN DESCENTE A VITESSE MOYENNE

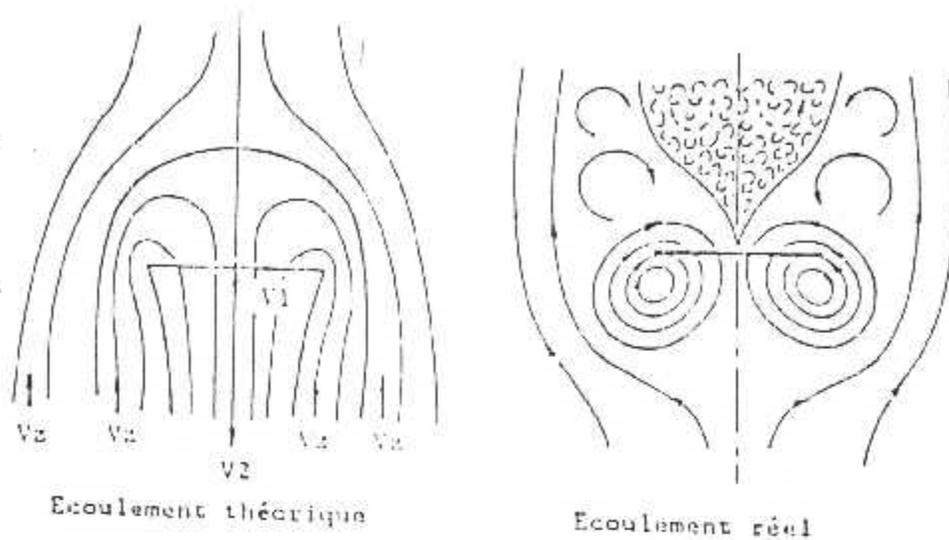


FIG III-9 : ECOULEMENT EN DESCENTE LENTE

A-3-4> Cas de « Auto rotation » :

→ *Auto rotation théorique* : ce cas correspond à $|V_z| = 17$ et V_z est négatif.

On a alors : $v_1 = 0$ et $P = \rho n (V_z + V_1) = 0$

Le rotor se comporte comme une plaque plane perpendiculaire au vent relatif, l'air ne traversant plus le rotor ($v_1 = 0$) ... Figure III-10.

→ *Auto rotation pratique en vol vertical* : L'auto rotation pratique correspond en réalité à des vitesses de descente telles que $|V_z|$ soit un peu supérieur à 17 à cause des pertes de profil.

L'écoulement réel traverse le rotor au centre de bas en haut puis est aspiré par la partie périphérique. Le sens des filets d'air est donc inversé entre le centre et le périphérique :

$$|V_z| = 1.7V_{to}$$

→ Remarque :

➤ L'auto rotation pratique en vol vertical correspond à : $|V_z| = 1.7V_{to}$,

Ce qui est le cas pour les hélicoptères actuels : $|V_z| = 17$ à 20 m/s.

➤ Pour diminuer cette vitesse, en cas de panne moteur ($P = 0$), le pilote de l'hélicoptère utilise plutôt une auto rotation en vol oblique ramenant la vitesse verticale V_z aux alentours de 10 à 12 m/s

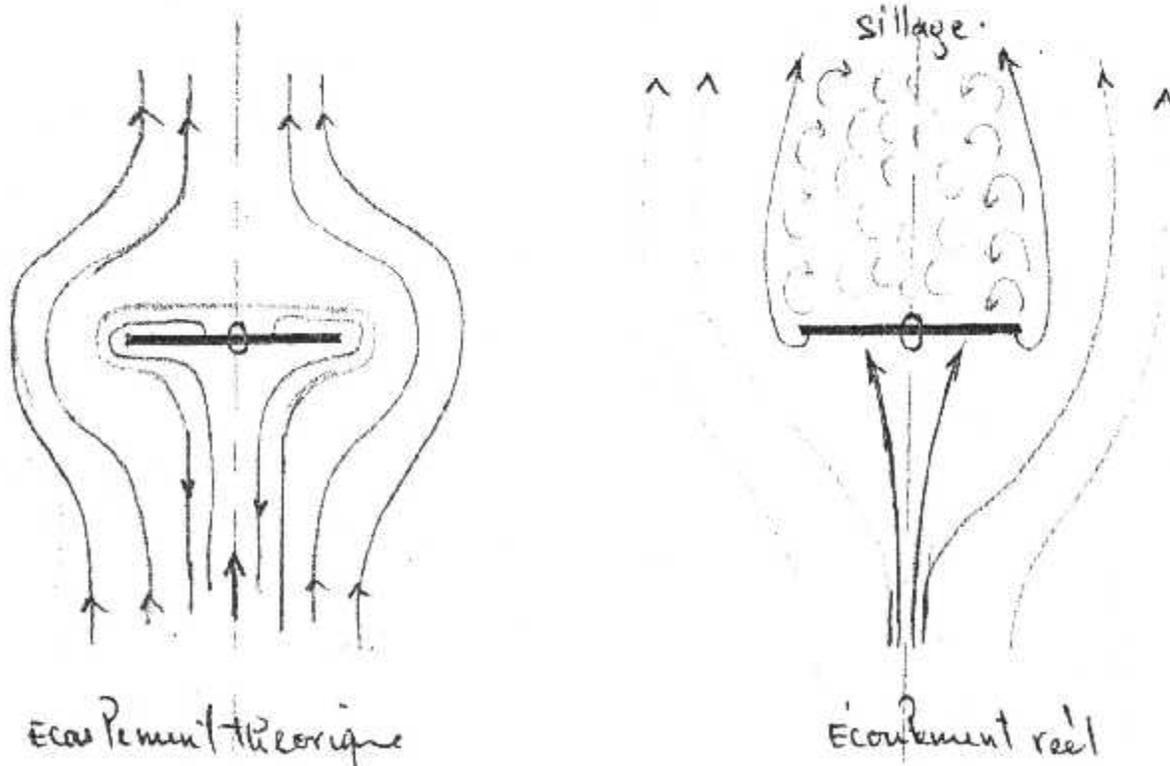


FIG III-10: ECOUELEMNT EN AUTOROTATION

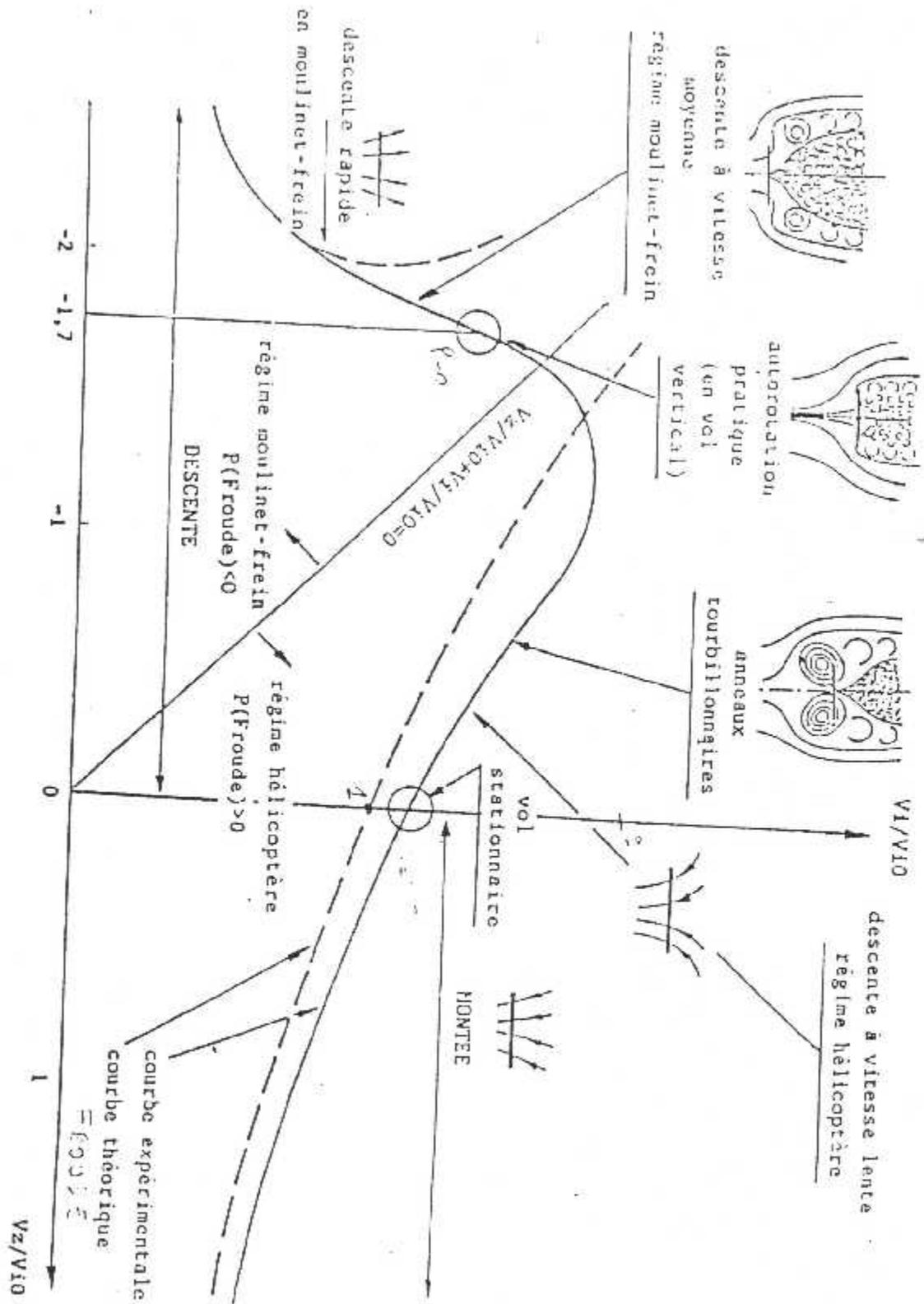


FIG II-B : VITESSE EN VOL VERTICAL.

II-2-1-2-2- Inégalité Des Vitesses Résultantes En Translation :

Un mouvement de translation se traduit par une inégalité des composantes V_h des vitesses de l'air entre la pale avançante et la pale reculante (terme $v_{ex} \sin \omega t$ de V_h), qui implique :

a ➤ En absence de toute compensation une dissymétrie de portance entre pales (voir rotor en position 2 sur la figure (III-4)) qui se traduirait par un basculement vers l'arrière du disque rotor incompatible avec le vol de translation. Une compensation cyclique de pas est donc nécessaire d'une part pour diminuer l'inégalité de portance, et d'autre part pour provoquer un basculement vers l'avant du rotor nécessaire à la translation.

b ➤ Une dissymétrie de la traînée \overline{dT} , due en grande partie à la composante de la traînée du profil, croissant avec la vitesse.

➤ Une translation implique également l'existence du cercle d'inversion(Figure III-13) qui est l'ensemble des points ou la composante V_h de la vitesse relative de l'air par rapport à la pale reculante change de signe. En pratique, à l'intérieur de ce cercle, la pale ne sera plus attaquée par son bord, mais par son bord de fuite.

➔ Limitation du Vol à Grande Vitesse :

On a deux phénomènes principalement limitent le vol à grande vitesse des hélicoptères.

Ils apparaissent sur le rotor principal, ce sont :

- Le décrochage en pale réculante.
- La compressibilité en pale avançante

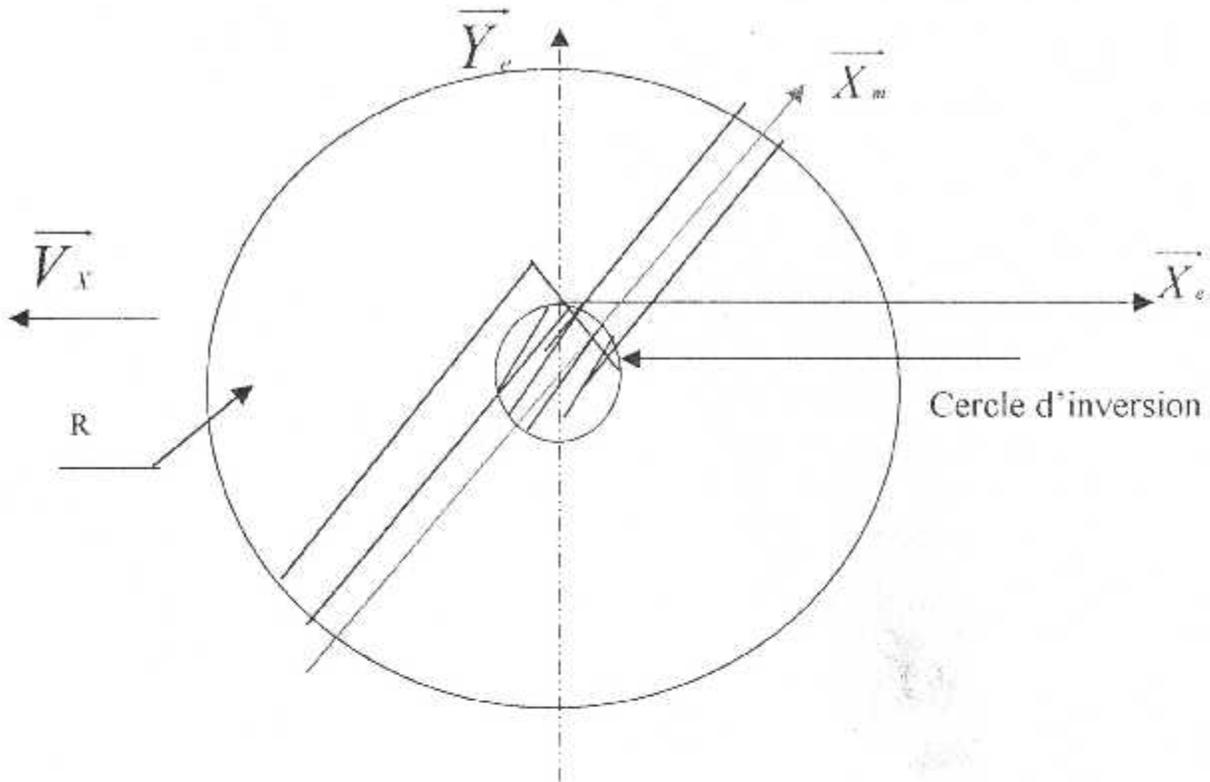


FIG III-11 : CERCLE D'INVERSION EN TRANSLATION

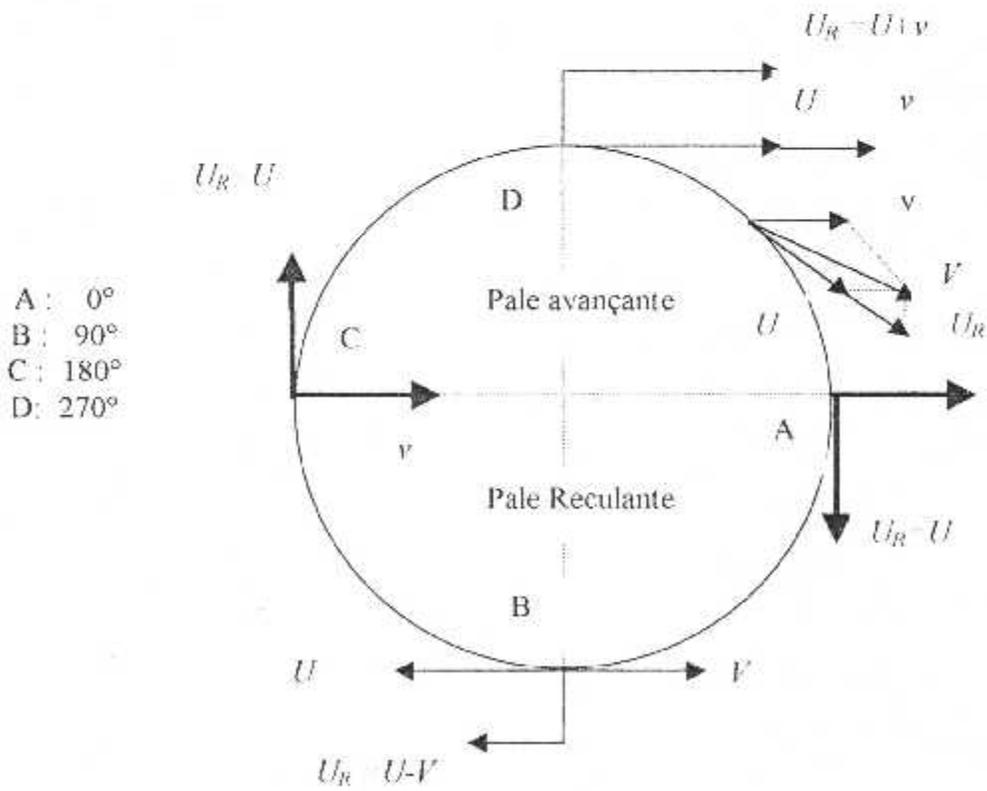


FIG III-12 : DIGRAMME DES VITESSES EN VOL D'AVANCEMENT.

Le digramme des vitesses sur un rotor en vol d'avancement est présenté sur la figure (III-12).

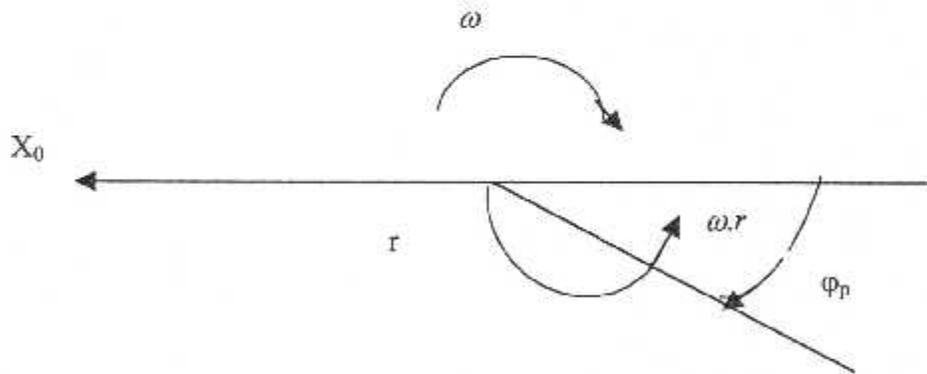
- En pale avançante : la vitesse de translation s'ajoute à la vitesse de rotation, les vitesses sont importantes.
- En pale réculante : la vitesse de translation se retranche de la vitesse de rotation, les vitesses sont faibles.

→ Cercle D'inversion :

En vol de translation et dans le cas simple où l'incidence du rotor est nulle, chaque élément de pale est soumis à la vitesse relative.

$$V_R = \omega \cdot r + V_o \sin \varphi_p$$

On appelle cercle d'inversion le lieu des points du disque rotor pour lesquels cette vitesse est nulle.



$$\omega \cdot r + V_o \sin \varphi_p = 0$$

$$\Rightarrow r = -\frac{V_o}{\omega} \sin \varphi_p,$$

$$\Rightarrow r = -\mu \cdot R \sin \varphi_p$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{V_o}{\omega \cdot R} \dots \dots \dots \text{Le paramètre d'avancement.}$$

La zone de flux inversé est délimitée par un cercle tangent au centre O du rotor et située côte pale reculante.

Le diamètre OI de la zone de flux inversé est inversement proportionnel à la différence $U-V$. Vous comprenez que sous peine d'avoir une rapide dégradation des performances, la vitesse de translation V de l'hélicoptère est limitée.

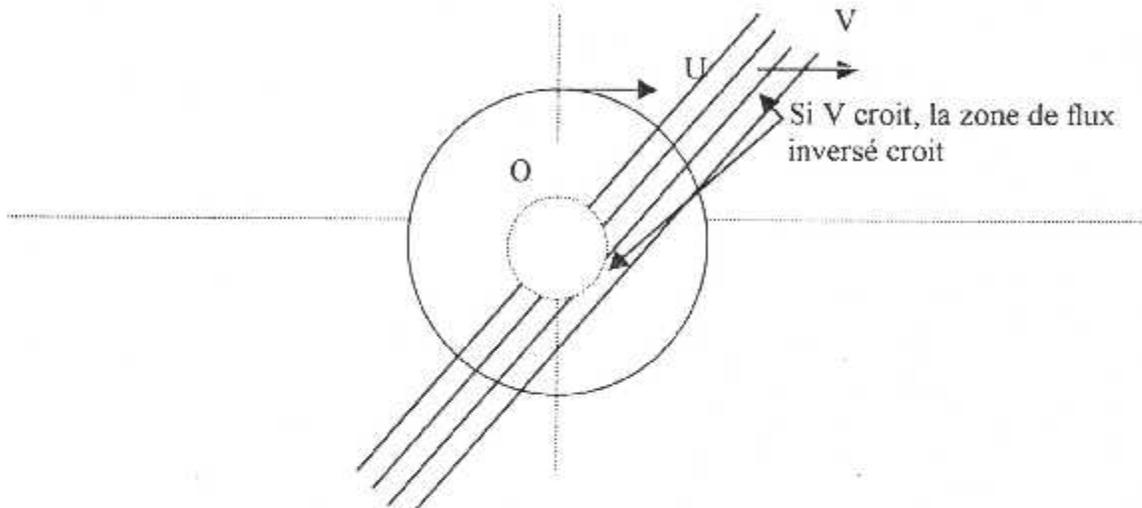


Figure III-13 : CERCLE D'INVERSION

III-2-1-2-3- Décrochage Sur La Pale Reculante :(Fig III-15)

Dans le cas d'un rotor articulé au centre, il est nécessaire que le moment aérodynamique soit constant au cours de la rotation ; le niveau de portance de la pale avançante devra être très grand entre ces deux positions :

- En pale reculante ; les incidences sont importantes et les nombres de MACH sont faibles.
- En pale avançante ; les incidences sont faibles et les nombres de MACH sont élevés.

Lorsque la vitesse croît, ce phénomène s'amplifie et les C_z locaux nécessaires sur la pale reculante dépassent rapidement les limites des profils classiques.

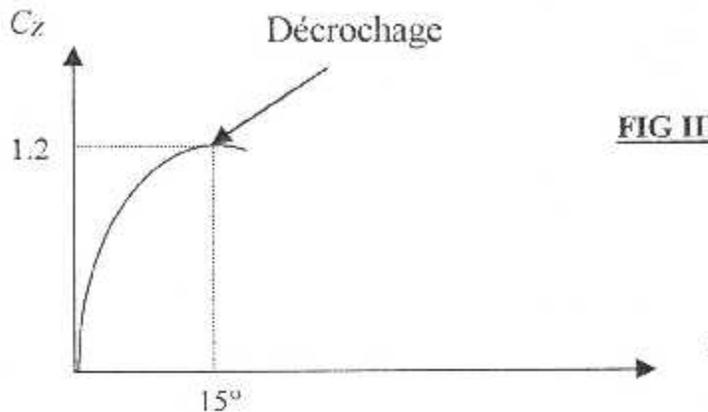


FIG III-14: DECROCHAGE

Le décrochage apparaît, ce qui se traduit par une traînée de profil accrue, des vibrations importantes et même une perte partielle du contrôle du rotor. En pratique, la vitesse limite tolérable ne correspond pas nécessairement au moment où débute le décrochage en bout de pale reculante ; il est possible de voler avec le décollement partiel sur le rotor, sans que son comportement en soit trop perturbé.

Il faut également noter que le décrochage ne se manifeste pas de la même manière sur un rotor et sur un profil en soufflerie. En effet :

- L'écoulement sur la pale est tridimensionnel, spécialement en extrémité et les gradients de pression en envergure influent sur la nature du décrochage. De même, la centrifugation de la couche limite est influencée par sa stabilité.

- L'écoulement sur les profils est instationnaire. Par suite des variations azimutales de vitesse et d'incidence pour chaque section de pale. En effet, sur un profil oscillant, il est possible d'atteindre des C_{zMAX} instantanés plus importants qu'en écoulement stationnaire et inversement, le décollement après décrochage peut se produire plus tard en incidence.

- Les excitations aérodynamiques augmentant avec la vitesse, les phénomènes aéroélastiques prennent une grande importance.

Un calcul approché pour des pales usuelles, de formes en plan proche du rectangle et vrillées linéairement permet d'avoir une formule exprimant l'incidence en extrémité de la pale reculante. En pratique, on détermine les limites du décrochage en comparant cette incidence calculée aux valeurs déduites du décrochage en comparant cette incidence calculée aux valeurs déduites des résultats expérimentaux. En générale, pour se garantir de ces phénomènes on impose à la pale reculante de ne pas dépasser une incidence de 15° en extrémité. Pour les hélicoptères actuels, ce cas correspond a peu près à un paramètre d'avancement μ_0 de 0,4 et à C_{Zm} inférieur de 0,7.

Pour reculer le décrochage, il est important de diminuer le C_{Zm} sur le rotor, pour cela, on peut :

- Augmenter la vitesse périphérique mais on bute vite sur la divergence de traînée en pale avançante.
- Augmenter la corde ou déterminent d'une désadaptation du rotor dans les autres cas de vol.
- Considérons une pale sans vrillage en position de « pale reculante » pour une section quelconque de cette pale à l'extérieur du cercle d'inversion, nous avons :

$$\phi = \frac{-r \cdot \beta' + V_{ex} \beta \cos \omega t + V_{ey} \beta \sin \omega t + V_{ez} - V_{im} - V_{ic} \frac{r}{r} \cos \omega t}{|V_{ex} \sin \omega t - V_{ey} \cos \omega t - \omega r|}$$

pour une position particulière du rotor (par exemple $\omega t = \frac{\pi}{2}$), l'angle ϕ s'écrit :

$$\phi = \frac{V_{ey} \beta + V_{ez} - V_{im} - r \cdot \beta'}{V_{ex} - r \cdot \omega}$$

l'expression de la forme : $\phi = \frac{A - r \cdot \beta'}{B - r \cdot \omega}$, avec A et B constantes.

Si A est positif et B négatif ce qui est généralement le cas, l'angle ϕ décroît lorsque la section de pale considérée s'éloigne du moyeu et parallèlement

l'angle d'incidence augmente. Dans certaines configuration de vol, « i » peut atteindre en bout de pale la valeur de l'incidence de décrochage.

En pratique, le fait d'atteindre l'incidence de décrochage en bout de pale reculante ne constitue pas une limite de configuration de vol, car il est possible de voler avec des décollements partiels sur le disque rotor. Les véritables délimitations sont en réalité constituées par les phénomènes vibratoires et les dangers de perte de contrôle de l'appareil.

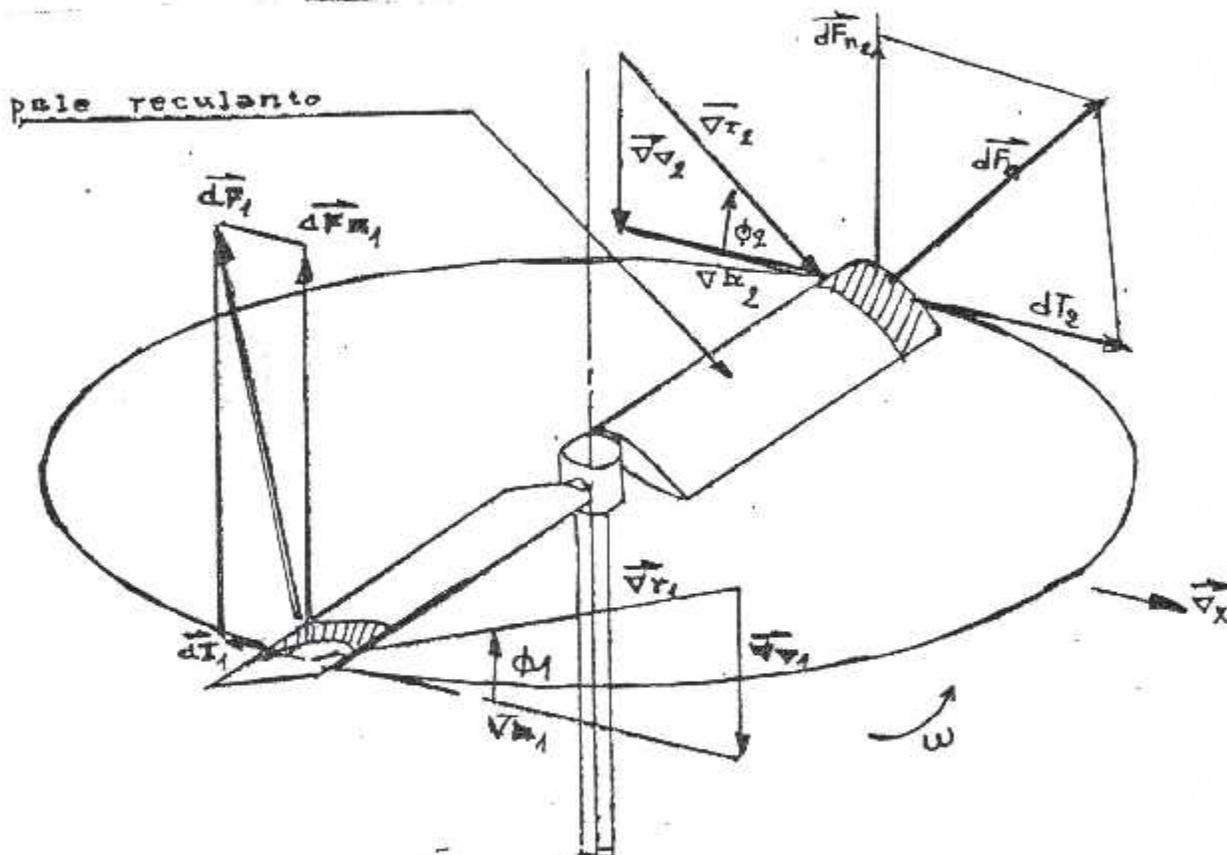


FIG III-15 : DECROCHAGE SUR LA PALE RECLANTE

III-2-1-2-4> Inégalité Des Composantes V_v Dues A La Conicité

(Fig III-16):

→ La Conicité : c'est l'angle que fait l'axe longitudinal d'une pale avec le plan théorique du rotor. La conicité du rotor provoque une inégalité des composantes V_v du vent relatif due à la translation de l'appareil, (inégalité des projections \overline{V}_h de $-\overline{V}_x$ suivant \overline{Z}_1).

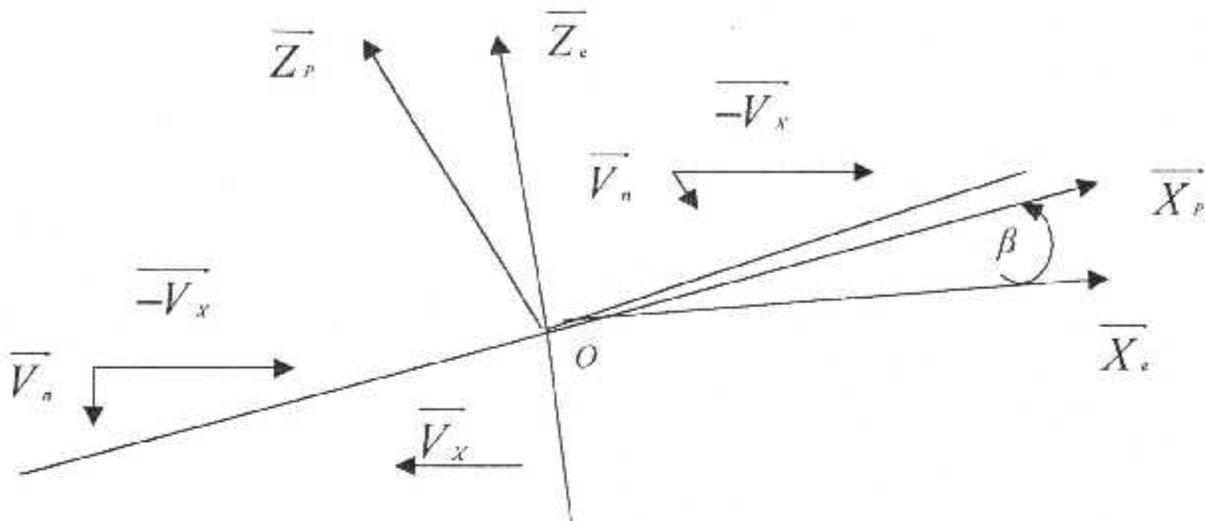


FIG III-16 : VITESSE VERTICALE DUE A LA CONICITE

En plus du basculement en arrière du disque rotor, une translation provoque donc un basculement latéral vers la droite qui se traduira au niveau du pilotage par un déplacement vers la gauche de manche d'autant plus marqué que la vitesse de translation sera plus importante.

Compte tenue des faibles valeurs de la conicité (généralement inférieur à 8°), cette compensation latérale (qui agit sur θ_2) demeure négligeable en regard de la compensation axiale (qui agit sur θ_1). C'est la raison pour la quelle nous pouvons utiliser l'image du rotor rigide qui ne permet cependant pas de traduire l'inégalité des composantes axiales V_x .

III-3> TORSEUR DYNAMIQUE DES EFFORTS AERODYNAMIQUE SUR UN ROTOR BIPALE :

III-3-1> Calcul De La Vitesse Relative De L'air Par Rapport A Une Pale :

En atmosphère calme, la vitesse relative de l'air par rapport à un élément de pale de centre F situé à une distance r de O est égale à :

$$\vec{V}^p(air)_r = - \vec{V}^g(F) + \vec{V}_i$$

\vec{V}_i : étant la vitesse induite exprimée sous la forme :

$$\vec{V}_i = \left(V_{im} + V_{ic} \frac{r}{R} \cos \omega t \right) \vec{Z}_r$$

OR :
$$\vec{V}^g(F) = \vec{V}^g(O) + \vec{V}^r(F) + \vec{\Omega}_e^g \wedge \vec{OF}$$

comptes tenus des vitesses d'évolution d'un hélicoptère, on peut négliger

le terme $\vec{\Omega}_e^g \wedge \vec{OF}$, il reste :

$$\vec{V}^g(F) = \vec{V}^g(O) + \vec{V}^r(F)$$

LES vitesses qu'on exprime dans le repère (1) compte tenu de l'approximation des petits angles :

$$\vec{V}^g(F) = \begin{pmatrix} V_{e_x} \cos \omega t + V_{e_y} \sin \omega t - V_{e_z} \\ -V_{e_x} \sin \omega t + V_{e_y} \cos \omega t + \omega r \\ (1) \quad V_{e_x} \cos \omega t + V_{e_y} \sin \omega t + V_{e_z} - r \beta \end{pmatrix}$$

D'où :

$$\vec{V}^p(air)_r = \begin{pmatrix} -V_{e_x} \cos \omega t - V_{e_y} \sin \omega t + V_{e_z} \\ V_h = V_{e_x} \sin \omega t - V_{e_y} \cos \omega t - \omega r \\ (1) \quad V_v - r \beta - V_{e_x} \cos \omega t - V_{e_y} \sin \omega t - V_{e_z} + V_{im} + V_{ic} \frac{r}{R} \cos \omega t \end{pmatrix}$$

III-3-2> Calcul Des Eléments Du Torseur Des Forces Aérodynamiques

Sur Une Pale :

Les calculs qu'on va développer sont faits dans le cadre des hypothèses suivantes :

- Pale à corde constante : ℓ

➤ Pale sans vrillage.

➤ $\omega t \in [0, \pi]$

a ➤ **Portance :**

Notée F_{n_r} , pour la pale de référence (indice r) :

$$F_{n_r} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2} \rho \ell V_{nr}^2 C_z dr = \frac{1}{2} \rho \ell k \int_{R_1}^{R_2} (C - \omega r)^2 (\theta_r - \phi_r) dr$$

avec :

$$\theta = \theta_0 + \theta_1 \cos \omega t + \theta_2 \sin \omega t \quad \text{et} \quad \theta_1 \cos \omega t + \theta_2 \sin \omega t = \theta_c$$

θ_r : Angle de pas de la pale de référence égale à la somme du pas cyclique et du pas collectif.

$$\theta_r = \theta_a + \theta_c$$

$$C = V e_x \sin \omega t - V e_y \cos \omega t$$

$$\phi_r = \frac{Ar + B}{\omega r - C}$$

$$A = -\beta' - V ic \frac{1}{R} \cos \omega t$$

$$B = V e_x \beta \cos \omega t + V e_y \beta \sin \omega t + V e_z - V im$$

$$F_{n_r} = \frac{1}{2} \rho \ell k \left[\int_{R_1}^{R_2} (C - \omega r)^2 \theta_r dr - \int_{R_1}^{R_2} (\omega r - C) (Ar + B) dr \right]$$

$$F_{n_r} = \frac{1}{2} \rho \ell k \left[\theta_r \left(C^2 (R_2 - R_1) + \frac{\omega^2}{3} (R_2^3 - R_1^3) - C \omega (R_2^2 - R_1^2) - \left(\frac{R_2^3 - R_1^3}{3} A \omega + (R_2^2 - R_1^2) \left(\frac{B \omega}{2} - \frac{AC}{2} \right) - BC (R_2 - R_1) \right) \right) \right]$$

Pour la pale symétrique (indice s) à l'extérieur du cercle d'inversion :

$$F_{n_s} = \int_{R_2}^{R_1} \frac{1}{2} \rho \ell V_{ns}^2 C_z dr = \frac{1}{2} \rho \ell k \int_{R_2}^{R_1} (C - \omega r)^2 (\theta_s - \phi_s) dr$$

$$\theta_s = \theta_a - \theta_c$$

$$F_{n_r} = \frac{1}{2} \rho \cdot \ell \cdot k \left[\int_{R_2}^{R_1} (C - \omega r)^2 \theta_r dr - \int_{R_2}^{R_1} (C - \omega r) (A r + B) dr \right]$$

$$F_n = \frac{1}{2} \rho \cdot \ell \cdot k \left[\theta_r \left(C^2 (R_1 - R_2) + \frac{\omega^2}{3} (R_1^3 - R_2^3) - C \omega (R_1^2 - R_2^2) - \left(\frac{A \omega}{3} (R_1^3 - R_2^3) - (R_1^2 - R_2^2) \left(\frac{B \omega}{2} - \frac{A C}{2} \right) + B C (R_1 - R_2) \right) \right) \right]$$

b > Traînée :

notée T , d'après ce qui a eu procédé, on a :

$$T = \pm \int_{R_2}^{R_1} \frac{1}{2} \rho \cdot \ell \cdot V_w^2 (C_x + \phi C_z) dr$$

En posant : $C_x = D c_x + E c_x i^2 - D c_x + E c_x (\theta - \phi)^2$

Pour de la pale de référence on a :

$$T_r = -\frac{1}{2} \rho \cdot \ell \int_{R_1}^{R_2} \left[(D c_x + E c_x \theta_r^2) + \phi_r^2 (E c_x - k) + \phi_r (k \theta_r - 2 E c_x \theta_r) \right] V_w^2 dr$$

$$T_r = -\frac{1}{2} \rho \cdot \ell \left[(D c_x + E c_x \theta_r^2) t_{r,1} + (E c_x - k) t_{r,2} + \theta_r (k - 2 E c_x) t_{r,3} \right]$$

Avec :

$$t_{r,1} = \int_{R_1}^{R_2} V_w^2 dr = C^2 (R_2 - R_1) + \frac{\omega^2}{3} (R_2^3 - R_1^3) - C \omega (R_2^2 - R_1^2)$$

$$t_{r,2} = \int_{R_1}^{R_2} \phi_r^2 V_w^2 dr = \frac{A^2}{3} (R_2^3 - R_1^3) + B^2 (R_2 - R_1) + A B (R_2^2 - R_1^2)$$

$$t_{r,3} = \int_{R_1}^{R_2} \phi_r V_w^2 dr = \frac{A \omega}{3} (R_2^3 - R_1^3) - B C (R_2 - R_1) + \left(\frac{B \omega}{3} - \frac{A C}{2} \right) (R_2^2 - R_1^2)$$

D'où :

$$T_r = -\frac{1}{2} \rho \cdot \ell \left[(R_2^3 - R_1^3) \left(D c_x \frac{\omega^2}{3} + E c_x \theta_r^2 \frac{\omega^2}{3} + E c_x \frac{A^2}{3} - k \frac{A^2}{3} + A k \theta_r \frac{\omega}{3} - 2 A E c_x \theta_r \frac{\omega}{3} \right) \right. \\ \left. + (R_2^2 - R_1^2) \left(-D c_x C \omega - E c_x C \omega \theta_r^2 + A B (E c_x - k) + \theta_r (k - 2 E c_x) \left(\frac{B \omega}{2} - \frac{A C}{2} \right) \right) \right. \\ \left. + (R_2 - R_1) \left(C^2 D c_x + C^2 E c_x \theta_r^2 + B^2 (E c_x - k) - B C k \theta_r + 2 E c_x B C \theta_r \right) \right]$$

Et pour la pale symétrique :

$$T_s = -\frac{1}{2} \rho \cdot \ell \int_{R_1}^{R_2} \left[(D_{C_x} + E_{C_x} \theta_s^2) + \phi_s^2 (E_{C_x} - k) + \phi_s (k \theta_s - 2E_{C_x} \theta_s) \right] V_{\infty}^2 dr$$

D'après ce qui précède, en effectuant les changements suivants :

$$R_1 \rightarrow R_2$$

$$R_2 \rightarrow R_1$$

$$\theta_r \rightarrow \theta_s$$

On peut écrire :

$$T_s = \frac{1}{2} \rho \cdot \ell \left[\left(R_1^3 - R_2^3 \right) \left(D_{C_x} \frac{\omega^2}{3} + E_{C_x} \theta_s^2 \frac{\omega^2}{3} + E_{C_x} \frac{A^2}{3} - k \frac{A^2}{3} - A k \theta_s \frac{\omega}{3} + 2A E_{C_x} \theta_s \frac{\omega}{3} \right) \right. \\ \left. + \left(R_1^2 - R_2^2 \right) \left(-D_{C_x} C \cdot \omega - E_{C_x} C \cdot \omega \theta_s^2 + A \cdot B (E_{C_x} - k) + \theta_s (k - 2E_{C_x}) \left(\frac{B\omega}{2} - \frac{AC}{2} \right) \right) \right. \\ \left. + \left(R_1 - R_2 \right) \left(C^2 D_{C_x} + C^2 E_{C_x} \theta_s^2 + B^2 (E_{C_x} - k) - B C k \theta_s + 2E_{C_x} B C \theta_s \right) \right]$$

c) Moments En O Des Portances Élémentaires :

Noté « $M_{y1}^o a/p$ » (composante suivant $\overline{Y_1}$)

La composante suivant Y_1 en O des portances élémentaires est donnée par :

$$M_{y1}^o a/p = \int_p \overline{OP} \wedge \overline{dFn}$$

Pour la pale de référence :

$$M_{y1}^o a/p(r) = - \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2} \rho \cdot \ell \cdot V_{\infty}^2 C_z \cdot r dr$$

$$M_{y1}^o a/p(r) = - \frac{1}{2} \rho \cdot \ell \cdot k \int_{R_1}^{R_2} (C - \omega r)^2 (\theta_r - \phi_r) dr$$

$$M_{y1}^o a/p(r) = - \frac{1}{2} \rho \cdot \ell \cdot k \left[\int_{R_1}^{R_2} (C - \omega r)^2 \theta_r \cdot r dr - \int_{R_1}^{R_2} (\omega r - C) (Ar + B) dr \right]$$

On peut écrire :

$$M_{yIa/p}(r) = -\frac{1}{2} \rho \cdot \ell \cdot k \left[\theta_r \left(\frac{C^2}{2} (R_2^2 - R_1^2) + \frac{\omega^2}{4} (R_2^4 - R_1^4) - \frac{2C}{3} \omega (R_2^3 - R_1^3) \right) - \left(\frac{A\omega}{4} (R_2^4 - R_1^4) + (R_2^3 - R_1^3) \left(\frac{B\omega}{3} - \frac{AC}{3} \right) - \frac{BC}{3} (R_2^2 - R_1^2) \right) \right]$$

Pour la pale symétrique :

$$M_{yIa/p}(s) = -\frac{1}{2} \rho \cdot \ell \cdot k \int_{R_2}^{R_1} (C - \omega r)^2 (\theta_s - \phi_s) r dr$$

$$M_{yIa/p}(s) = -\frac{1}{2} \rho \cdot \ell \cdot k \left[\int_{R_2}^{R_1} (C - \omega r)^2 \theta_s r dr - \int_{R_2}^{R_1} (C - \omega r) (Ar + B) r dr \right]$$

$$M_{yIa/p}(s) = -\frac{1}{2} \rho \cdot \ell \cdot k \left[\theta_s \left(\frac{C^2}{2} (R_1^2 - R_2^2) + \frac{\omega^2}{4} (R_1^4 - R_2^4) - \frac{2C}{3} \omega (R_1^3 - R_2^3) \right) - \left(\frac{A\omega}{4} (R_1^4 - R_2^4) + (R_1^3 - R_2^3) \left(\frac{B\omega}{3} - \frac{AC}{3} \right) - \frac{BC}{3} (R_1^2 - R_2^2) \right) \right]$$

La composante suivant \overline{X}_1 (notée $M_{xIa/p}$) se déduit- immédiatement du calcul de la portance l/n de chaque pale. Si Y_a est l'ordonnée dans le repère (P) de l'axe de pas collectif de la pale de référence, on a :

$$M_{xIa/p} = Y_a (Fn_r - Fn_d)$$

d> MOMENT EN O DES TRAINÉES ELEMENTAIRES :

Noté $M_{zIa/p}$, il est donné par :

$$M_{zIa/p} = \int_p \overline{OP} \wedge d\vec{T}$$

Pour la pale de référence :

$$M_{ZI}^{\circ} a/p(r) = - \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2} \rho \ell V_w^2 (C_x + \phi_r C_r) dr$$

$$M_{ZI}^{\circ} a/p(r) = - \frac{1}{2} \rho \ell \int_{R_1}^{R_2} V_w^2 \left[(D C_x + E C_x \theta_r^2) + \phi_r^2 (E C_x - k) + \phi_r (k \theta_r - 2 E C_x \theta_r) \right] r dr$$

$$M_{ZI}^{\circ} a/p(r) = - \frac{1}{2} \rho \ell \left[(D C_x + E C_x \theta_r^2) m_r^1 + (E C_x - k) m_r^2 + \theta_r (k - 2 E C_x) m_r^3 \right]$$

Avec :

$$m_r^1 = \int_{R_1}^{R_2} V_w^2 r dr = (R_2^4 - R_1^4) \frac{\omega^2}{4} - \frac{2}{3} C \omega (R_2^3 - R_1^3) + \frac{C^2}{2} (R_2^2 - R_1^2)$$

$$m_r^2 = \int_{R_1}^{R_2} V_w^2 \phi_r^2 r dr = (R_2^4 - R_1^4) \frac{A^2}{4} + \frac{2}{3} A B (R_2^3 - R_1^3) + \frac{B^2}{2} (R_2^2 - R_1^2)$$

$$m_r^3 = \int_{R_1}^{R_2} V_w^2 \phi_r r dr = (R_2^4 - R_1^4) \frac{A \omega}{4} + \frac{1}{3} (B \omega - A C) (R_2^3 - R_1^3) - \frac{B C}{2} (R_2^2 - R_1^2)$$

D'où :

$$M_{ZI}^{\circ} a/p(r) = - \frac{1}{2} \rho \ell \left[(R_2^4 - R_1^4) \left((D C_x + E C_x \theta_r^2) \frac{\omega^2}{4} - (E C_x - k) \frac{A^2}{4} + k A \theta_r \frac{\omega}{4} - E C_x A \theta_r \frac{\omega}{2} \right) \right. \\ \left. + (R_2^3 - R_1^3) \left(- \frac{2}{3} D C_x C \omega - \frac{2}{3} E C_x C \omega \theta_r^2 + \frac{2}{3} E C_x A B - \frac{2}{3} k A B + \theta_r (k - 2 E C_x) \left(\frac{B \omega}{3} - \frac{A C}{3} \right) \right) \right. \\ \left. + (R_2^2 - R_1^2) \left((D C_x + E C_x \theta_r^2) \frac{C^2}{2} - (E C_x - k) \frac{B^2}{2} + (E C_x B C - B k \frac{C}{2}) \theta_r \right) \right]$$

pour la pale symétrique :

$$M_{ZI}^{\circ} a/p(s) = - \frac{1}{2} \rho \ell \int_{R_2}^{R_1} V_w^2 \left[(D C_x + E C_x \theta_s^2) + \phi_s^2 (E C_x - k) + \phi_s (k \theta_s - 2 E C_x \theta_s) \right] r dr$$

$$M_{ZI}^{\circ} a/p(s) = \frac{1}{2} \rho \ell \left[(R_1^4 - R_2^4) \left((D C_x + E C_x \theta_s^2) \frac{\omega^2}{4} + (E C_x - k) \frac{A^2}{4} + k A \theta_s \frac{\omega}{4} - E C_x A \theta_s \frac{\omega}{2} \right) \right. \\ \left. + (R_1^3 - R_2^3) \left(- \frac{2}{3} D C_x C \omega - \frac{2}{3} E C_x C \omega \theta_s^2 + \frac{2}{3} E C_x A B - \frac{2}{3} k A B + \theta_s (k - 2 E C_x) \left(\frac{B \omega}{3} - \frac{A C}{3} \right) \right) \right. \\ \left. + (R_1^2 - R_2^2) \left((D C_x + E C_x \theta_s^2) \frac{C^2}{2} + (E C_x - k) \frac{B^2}{2} + (E C_x B C - B k \frac{C}{2}) \theta_s \right) \right]$$

III-3-3- Calcul Du Coefficient Moyen De Portance :

Noté Cz_m , la portance moyenne d'une pale $F_n^p_m$ lors d'une variation d'azimut de 0 à 2π est donnée par :

$$F_n^p_m = \int_0^{2\pi} \frac{d(\omega t)}{2\pi} \int_{R1}^{R2} \frac{1}{2} \rho \cdot \ell (C - \omega r)^2 \cdot C_{Z_m} dr$$

En posant : $R1 = 0$; et $R2 = B.R$

B : coefficient de perte en bout de pale.

$$F_n^p_m \# \int_0^{2\pi} \frac{d(\omega t)}{2\pi} \int_0^{B.R} \frac{1}{2} \rho \cdot \ell (C - \omega r)^2 \cdot C_{Z_m} dr$$

$$F_n^p_m \# \frac{1}{2} \rho \cdot \ell \cdot C_{Z_m} \int_0^{2\pi} \frac{d(\omega t)}{2\pi} \left[C^2 \cdot B.R + \frac{\omega^2}{3} (B.R)^3 - C \cdot \omega (B.R)^2 \right]$$

Et en remplaçant C par sa valeur :

$$F_n^p_m \# \frac{1}{2} \rho \cdot \ell \cdot C_{Z_m} \left[\frac{\omega^2}{3} (B.R)^3 + \frac{B.R}{2} (V_{e_x}^2 + V_{e_y}^2) \right]$$

D'où la valeur du coefficient moyen de portance pour un rotor bipale :

$$C_{Z_m} = \frac{F_n^p_m}{\rho \cdot \ell \left[\frac{\omega^2}{3} (B.R)^3 + \frac{B.R}{2} (V_{e_x}^2 + V_{e_y}^2) \right]}$$

III-3-4- Traînée Du Rotor :

Notée Tp_x , notons Cx_m le coefficient moyen de traînée qu'on peut en déduire du calcul précédent. La valeur moyenne de la projections suivant des forces de traînée de profil d'une pale lors d'une variation d'azimut de 0 à 2π est donnée par :

$$T P_x^p = \int_0^{2\pi} \frac{\sin \omega t \cdot d(\omega t)}{2\pi} \int_{R1}^{R2} \frac{1}{2} \rho \cdot \ell (C - \omega r)^2 \cdot C_{X_m} dr$$

En posant :

$$R_1 = 0 \text{ et } R_2 = R$$

Alors :

$$T p_x^p \# \int_0^{2\pi} \frac{\sin \omega t \cdot d(\omega t)}{2\pi} \int_0^R \frac{1}{2} \rho \cdot \ell (C - \omega r)^2 C x_m dr$$

$$T p_x^p \# \frac{1}{4\pi} \rho \cdot \ell \cdot C x_m \int_0^{2\pi} \sin \omega t \cdot d(\omega t) \left[C^2 R + \frac{\omega^2}{3} R^3 - C \cdot \omega \cdot R^2 \right]$$

Et en remplaçant C par sa valeur :

$$T p_x^p \# - \frac{1}{4} \rho \cdot \ell \cdot \omega \cdot C x_m V e_x R^2$$

Pour un rotor bipale, la traînée totale sera :

$$T p_x^p \# - \frac{1}{2} \rho \cdot \ell \cdot \omega \cdot C x_m V e_x R^2$$

La formule qu'on peut écrire sous la forme la plus utilisée :

$$T p_x^p \# \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot \sigma \cdot C x_m \mu_* U^2$$

Avec :

$$S = \pi \cdot R^2 \dots\dots\dots \text{Surface du disque balayé.}$$

$$\sigma = \frac{2\ell}{\pi R} \dots\dots\dots \text{Plénitude du rotor.}$$

$$U = \omega R \dots\dots\dots \text{Vitesse périphérique en bout de pale.}$$

$$\mu_* = \frac{V e_x}{U} \dots\dots\dots \text{Paramètre d'avancement.}$$

Pour tenir compte du phénomène d'attaque oblique, on adoptera :

$$T p_x^p \# - 1.825 \frac{\omega}{2} \cdot \rho \cdot \ell \cdot C x_m V e_x R^2$$

Le torseur des efforts aérodynamiques sur un rotor bipale, il sera noté $\{T(\text{air/pale})\}_O$ et les composantes de ses éléments de réduction de O, $\overline{R_{a/p}}$ et $M_{O a/p}$, exprimés dans la base (1) en prenant : $R_1 = -R_0$, $R_2 = -R_2$ et $\omega t \in [0, \pi]$.

En pratique, le calcul des composantes $T, F_n, M_x^o/p, \dots$ s'effectuera en distinguant l'effet de la traînée de profil de celui de la portance. Ceci conduit à prendre :

R_2 : Rayon du rotor pour l'influence de la traînée de profil.

$R_2 = B * R$: pour l'influence de la portance.

B : étant le coefficient de perte en bout de pale pris égal à 0,95.

Le rayon R , sera quant à lui égal au diamètre du cercle d'inversion. Les effets aérodynamiques à l'intérieur de ce dernier pouvant être négliger dans la gamme des vitesses d'utilisation de l'appareil.

III-3-5- Réduction Du Torseur $\{T(\text{Air/Pale})\}_O$:

Lors d'une variation d'azimut de θ à 2π du rotor, les valeurs moyennes des efforts aérodynamiques se rassemblent en un torseur dont la somme géométrique à pour composantes dans (r) :

➤ Une traînée Tp_x suivant \overline{OX}_r , (fig III-15).

➤ Une portance moyenne $l \cdot n_m$ suivant \overline{OZ}_r .

Une composante de traînée Tp_y suivant \overline{OY}_r , n'apparaît qu'en vol de translation latérale (ou éventuellement sous l'effet d'un vent latérale). Ce sont ces éléments que nous utilisons dans le calcul des angles de transformation :

$(g) \longrightarrow (e)$ et $(e) \longrightarrow (r)$

Notons que le pilote agit sur la portance moyenne par l'intermédiaire du pas collectif et que la traînée \overline{Tp} apparaît comme une conséquence de la poussée du rotor et de la configuration du vol.

Un majorant de Tp sera obtenu en ne considérant que les composantes.

En effet, considérons (fig 15), deux éléments de pale symétrique, le basculement du rotor implique une composante $dl \cdot n$ et un angle Φ supérieur sur

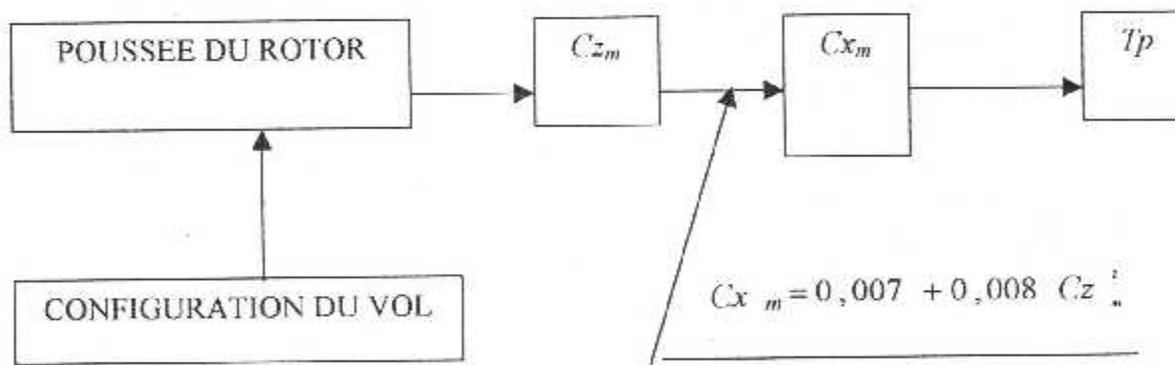
l'élément de pale reculante (fig III-15) , la composante suivant \overline{OX} , de la résultante des traînées induites sera par conséquent motrice.

Pour obtenir le majorant de Tp_x , il faut donc déterminer la valeur moyenne de la projection suivant \overline{OX} , des traînées du profil. Pour ce la, nous faisons appel à la notion du coefficient moyen de portance. La connaissance de Cz_m nous permet alors de définir le coefficient moyen de traînée correspondant et de calculer Tp_x dont la valeur est donnée par :

$$Tp_x = -0.91 . \omega . \rho . \ell . Ve_x . Cx_m R^2$$

Le coefficient 0.91 tient compte de la traînée due au phénomène d'attaque oblique.

Le calcul de Tp_x peut être résumé par l'organigramme :



III-3-6 – Aérodynamique De La Cellule :

Le fuselage, le moyeu, le mât, le train d'atterrissage, etc ; constituent des sources qui s'opposent au déplacement de l'appareil.

Les composantes de la traînée de fuselage \overline{Tf} dans (e) seront notées :

$$\overline{Tf} = \begin{pmatrix} Tf_x \\ Tf_y \\ Tf_z \end{pmatrix} \quad (e)$$

En pratique, nous pourrions considérer successivement :

- Les composantes longitudinales et verticales auxquelles nous ferons correspondre un centre de poussée noté Cp au coordonnées (Xc, O, Zc) dans (e).
- La composante latérale à la quelle correspondra un centre de poussée latérale Cp' de coordonnées $(X'c, 0, Z'c)$ dans (e).

l'étude de la cellule qui sera entre prise dans un second stade du projet devra être faite en vuc :

- Une réduction de la puissance de traînée toujours importante sur un hélicoptère.
- D'une amélioration de la stabilité de l'appareil en lacet et en tangage par une réduction du sillage derrière la cabine de compromettant l'efficacité des surfaces placées aux extrémités de la queue.
- De réduire la dissymétrie de vitesse de rotation entre le mât et le rotor, en plaçant le centre de poussée longitudinal à une cote telle que l'inclinaison de la cellule « suive » sensiblement celle du rotor.

Au stade du projet nous adopterons pour la détermination de la traînée de fuselage les hypothèses suivantes :

- la composante longitudinal Tf_x , elle sera calculée à partir de la formule :

$$Tf_x = 0,5 \cdot \rho \cdot Sf_x \cdot Ve_x^2 + 0,5 \cdot \rho \cdot Sf_x \cdot V_x^2$$

avec :

$$Sf_x : 0,8 \text{ m}^{23}$$

m : étant la masse totale de l'appareil exprimée é en tonne.

La surface équivalente de traînée Sf_x étant obtenue en m^2 .

- La composante verticale Tf_z généralement faible (elle sera négligée en 1^{ère} approximation).
- La composante latérale, elle pourrait être calculée à partir d'une surface équivalent de traînée Sf_y . Les cas de vol considéré correspondant à des .

composantes de V_{e_r} la vitesse négligeable, la composante Tf_y de la traînée sera considérée comme nulle.

CHAPITRE-IV

**DETERMINATION
DES EFFORTS EN
TETE DE MAT**

IV-1 ➤ DEFINITION :

Le mât est une poutre tubulaire de section circulaire entraînée par un dispositif moteur lui transmettant un mouvement de rotation.

Le mât assure la liaison entre le réducteur et le moyeu. Il subit de ce fait des couples de torsion et de flexion. Ceci caractérise l'importance de l'étude dans le domaine de la résistance de matériaux et notamment en vibration.

◇ MAT-ROTOR ET LA COMMANDE DU ROTOR PRINCIPAL :

La puissance nécessaire à l'évolution de l'hélicoptère est transmis au moyeu rotor principal à partir de la boîte de transmission principale par l'intermédiaire d'un arbre rotor autour duquel se trouve généralement placé l'ensemble du plateau cyclique.

La figure IV-1 représente à titre d'exemple, le moyeu rotor principal d'une PUMA. Son principe de fonctionnement est le suivant :

- le plateau inférieur (5) est relié à trois bielles de servocommande qui commandent son déplacement :

- Verticalement lorsque les trois servos agissent simultanément et de la même valeur de déplacement

- Incliné lorsque les trois servos n'agissent pas de la même valeur.

Le premier mouvement est commandé par le levier du pas général, le deuxième mouvement est commandé par le levier de pas cyclique, tous deux placés au poste du pilotage.

Le plateau inférieur, dit « non tournant » ou « fixe », est guidé dans son déplacement vertical par une rotule qui coulisse sur un guide. Ce plateau peut donc prendre toutes les positions en hauteur et peu autour des ses positions s'incliner dans toutes les directions par rotulage sur la rotule.

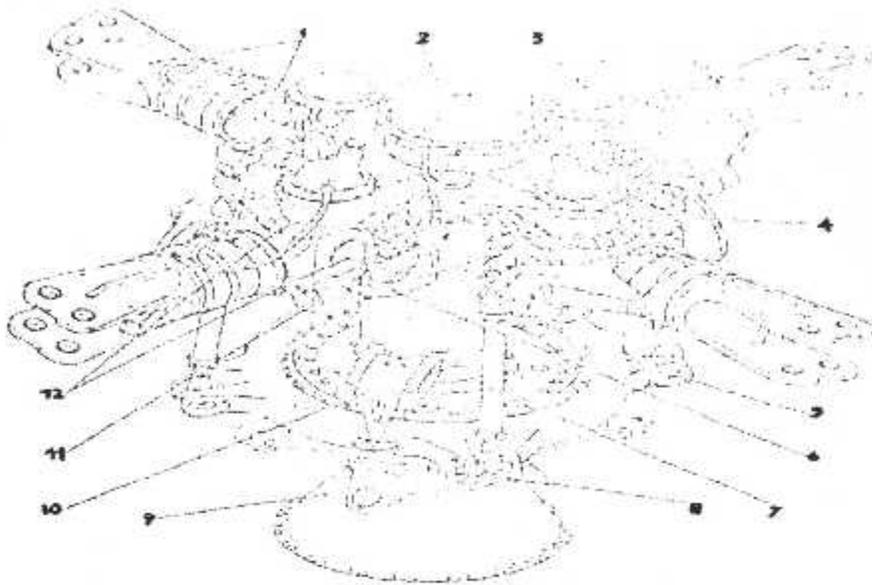


FIG IV-1- MOYEU- ROTOR PRINCIPALE

- 1-Ensemble fusées-manchon
- 2-Dispositif d'amélioration des amortisseurs de traînée
- 3-Dispositif de lubrification des articulations
- 4-Arbre rotor
- 5-Plateau cyclique
- 6-Amortisseur de traînée
- 7-Biellette de commande de pas
- 8-Couverte supérieur
- 9-Carter conique
- 10-Compas fixe et mobile
- 11-Butée automatique basse
- 12-Articulation combinée de traînée et battement

Le plateau fixe est immobilisé en rotation par un compas (10) qui lui permet, malgré tout, toutes les positions commandées par le pilote.

Sur ce plateau « fixe » se monte le plateau « tournant » qui, comme son nom l'indique, tourne entraîné par le compas tournant, lui-même lié au rotor par un entraîneur .

Ce plateau reçoit autant de biellettes (7) qu'il y a de pales au moyeu.

La rotation par rapport au plateau fixe et son encastrement sur ce dernier sont réalisés par deux roulements à contact oblique monté précontraint, donc sans jeu ; le mouvement de ce plateau, en dehors de sa rotation, est commandé par le précédent.

En agissant sur les biellettes d'une façon cyclique, le plateau impose, par tour, une variation d'incidence à la pale, ce qui a pour objet d'incliner le disque du rotor et de permettre ainsi l'avancement et l'évolution de l'hélicoptère.

IV-2 ➤ TORSEUR DES ACTIONS EXERCÉES PAR LE MAT SUR LE

ROTOR : $\{T(\text{rotor/mât})\}_0$:

Les composantes dans (m) de sa somme géométrique $\vec{R}^0_{r/m}$ et de son moment en O ($\vec{M}^0_{r/m}$) seront notées :

$$\vec{R}^0_{r/m} = \begin{pmatrix} R_{x_m}{}^0_{r/m} \\ R_{y_m}{}^0_{r/m} \\ R_{z_m}{}^0_{r/m} \end{pmatrix}$$

$$\vec{M}^0_{r/m} = \begin{pmatrix} M_{x_m}{}^0_{r/m} \\ M_{y_m}{}^0_{r/m} \\ M_{z_m}{}^0_{r/m} \end{pmatrix}$$

il est calculé à partir de la loi fondamentale de la mécanique, exprimé dans (m), pour le rotor isolé :

$$\{T(\text{air/pale})\} = \begin{cases} \vec{R}^0_{a/p} \begin{cases} 0 \\ T \\ F_n \end{cases} \\ \vec{M}^0_{a/p} \begin{cases} \vec{M}^0_{x_a/p} \\ \vec{M}^0_{y_a/p} \\ \vec{M}^0_{z_a/p} \end{cases} \end{cases}$$

$$\left\{ D^G(\text{rotor}) \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \overline{\gamma^G(p,t)} = \begin{cases} X_e(R) \\ Y_e(R) \\ Z_e(R) \end{cases} \\ \overline{\delta^G(p,b,t)} = \begin{cases} L_p(R) \\ M_p(R) \\ N_p(R) \end{cases} \end{array} \right.$$

$$\sum \overline{F_{ext,m}} = \overline{\gamma^G(p,t)} = \overline{R(r/m)} + \overline{R(a/p)} + \overline{m \cdot g}$$

$$\sum \overline{M_{i,m}} = \overline{\delta^G(p,b,t)} = \overline{M_o(a/p)} + \overline{M_o^m/r} + \overline{M_o(m,g)}$$

$$\{D^G(\text{rotor})\}_0 = \{T(\text{air/pales})\}_0 + \{T(\text{mât/rotor})\}_0 + \{m \cdot \overline{g}\}_0$$

d'où :

$$\{T(\text{rotor/mât})\}_0 = \{T(\text{air/pales})\}_0 - \{D^G(\text{rotor})\}_0 + \{m \cdot \overline{g}\}_0$$

les composantes de $\overline{R_{r/m}}$ et de $(\overline{M_o^m/r})$ nous permettent d'obtenir :

- L'effort de traction exercé sur le mât : Composante $\overline{R_{z_m r/m}}$.
- L'effort tranchant : combinaison des composantes $\overline{R_{x_m r/m}}$ et

$\overline{R_{y_m r/m}}$.

- L'effort sur la commande de pas cyclique : composante $\overline{M_{x_m^0 r/m}}$.
- Le couple résistant en tête de mât (couple résistant en tête de mât (couple de torsion) : composante $\overline{M_{z_m^0 r/m}}$.

L'articulation de battement imposant $My_m^0 = 0$, l'application de la loi fondamentale pour les moments en projection suivant $\overline{Oy_m}$, on fournira une équation de mouvement appelée « équation de battement ».

APPLICATION DE LA LOI FONDAMENTALE :

$$Rx_{m\ r/m} = F_n \sin \beta - x_e(R) \cos \omega t - y_e(R) \sin \omega t - m_r g (\sin \omega t \sin \epsilon - \cos \omega t \cos \epsilon \sin \varphi)$$

$$Ry_{m\ r/m} = T + x_e(R) \sin \omega t - y_e(R) \cos \omega t - m_r g (\sin \omega t \sin \varphi \cos \epsilon + \cos \omega t \sin \epsilon)$$

$$Rz_{m\ r/m} = F_n \cos \beta - z_e(R) - m_r g \cos \varphi \cos \epsilon$$

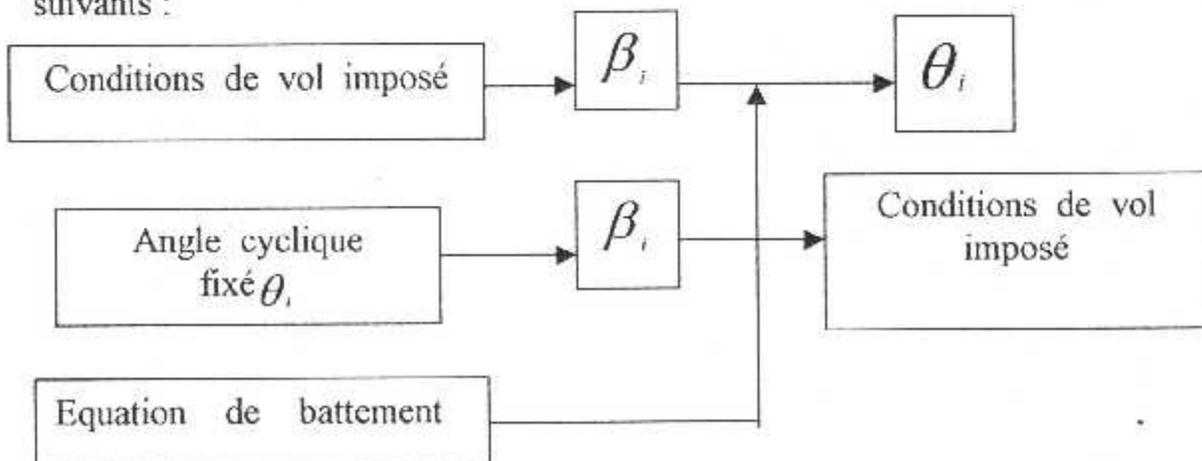
$$Mx_m^0 = Mx_a^0 \cos \beta + Mz_a^0 \sin \beta - L_p(R) \cos \beta - m_p(R) \sin \beta \sin \theta_c - N_p(R) \sin \beta \cos \theta_c$$

$$My_m^0 = M_p(R) \cos \theta_c - N_p(R) \sin \theta_c = 0$$

$$Mz_m^0 = Mx_a^0 \sin \beta + Mz_a^0 \cos \beta + L_p(R) \sin \beta - M_p(R) \cos \beta \sin \theta_c - N_p(R) \cos \beta \cos \theta_c$$

IV-3> EQUATION DE BATTEMENT :

L'équation de battement donnée au paragraphe précédent lie l'angle de battement β Ou ses composantes (β_1, β_2) à l'angle de pas cyclique θ_c ou à ses composantes (θ_1, θ_2) de telle sorte qu'on peut avoir l'un de schémas suivants :



Elle permet de plus, d'étudier la réponse du rotor d'une variation de pas cyclique provoqué par le pilote ou à une modification de l'assiette de l'appareil (rafale de vent en vol stationnaire par exemple) qui interviendra dans l'étude de la stabilité et la maniabilité.

IV-4> RESOLUTION DE L'EQUATION DE BATTEMENT :

L'équation de battement est :

$$M y_m^{''} - M_p(R) \cos \theta_c - N_p(R) \sin \theta_c = 0$$

le moment dynamique dans le cas d'un rotor bipale balancier :

$$\overline{\mathcal{S}}^{(R.o.t)} \left\{ \begin{array}{l} D I_x + E F (I_z - I_y) = L_p(R) \\ E I_y + D F (I_x - I_z) = M_p(R) \\ (p) \quad F I_y + D E (I_y - I_x) = N_p(R) \end{array} \right.$$

IV-4-1> Détermination De L'angle De Battement :

Nous nous proposons de calculer l'angle de battement β d'une pale connaissant les angles β_1 et β_2 de la transformation de : (e) \longrightarrow (r)

Pour ce la nous définissons deux vecteurs unitaires \overline{X}_1 et \overline{X}_2 portés respectivement par \overline{OX}_1 et \overline{OX}_2 et nous exprimons le produit vectoriel $\overline{X}_m \wedge \overline{X}_1$ dans la base (m) en fonction de β_1, β_2, α .

$$\overline{X_m} \wedge \overline{X_1} = \begin{matrix} 0 \\ -\sin\alpha \sin\beta_2 \cos\beta_1 + \cos\alpha \sin\beta_1 \dots \dots \dots (I) \\ (m) \left| \begin{matrix} -\sin\omega t (\cos\alpha \cos\beta_1 + \sin\alpha \sin\beta_2 \sin\beta_1) + \sin\alpha \cos\beta_2 \cos\omega t \dots (II) \end{matrix} \right. \end{matrix}$$

comme d'autre part :

$$\overline{X_m} \wedge \overline{X_1} = \sin\beta \overline{y_m}$$

Nous pouvons écrire :

$$(I) : \sin\beta = -\sin\alpha \sin\beta_2 \cos\beta_1 + \cos\alpha \sin\beta_1$$

$$(II) : -\sin\omega t (\cos\alpha \cos\beta_1 + \sin\alpha \sin\beta_2 \sin\beta_1) + \sin\alpha \cos\beta_2 \cos\omega t = 0$$

β , β_1 et β_2 étant en pratique petits, le battement β s'écrira sous la forme :

$$\beta = \beta_1 \cos\alpha - \beta_2 \sin\alpha$$

→ pour $\omega t = 0$, en phase de vol stabilisé, on a :

$$\begin{aligned} \theta_c &= \theta_2, & \theta_c' &= \omega \cdot \theta_1 \\ \beta &= \beta_1, & \beta' &= -\omega \beta_2, & \beta'' &= -\omega^2 \beta_1 \end{aligned}$$

d'où nous déduisons :

$$\rightarrow D = \omega \cdot \theta_1 - \omega \cdot \beta_1 + \mu (-\sin\psi \cos\epsilon - \beta_1 \cos\psi \cos\epsilon) = D_{01} \theta_1 + D_{00}$$

avec : $D_{01} = \omega$

$$D_{00} = -\omega \cdot \beta_1 + \mu \cos\epsilon (\sin\psi - \beta_1 \cos\psi)$$

$$\rightarrow E = -\omega \cdot \beta_2 + \omega \theta_2 + \mu (\beta_1 \beta_2 \sin \psi \cos \varepsilon + \sin \varepsilon + \theta_2 \cos \psi \cos \varepsilon) = E_{02} \theta_2 + E_{00}$$

avec :

$$E_{02} = \omega - \mu \cos \varepsilon (\beta_1 \sin \psi - \cos \psi)$$

$$E_{00} = -\omega \beta_2 + \mu \sin \varepsilon$$

$$\rightarrow F = \omega \theta_2 \beta_2 + \omega + \mu (-\theta_2 \sin \varepsilon + \cos \psi \cos \varepsilon - \beta_1 \sin \psi \cos \varepsilon) = F_{02} \theta_2 + F_{00}$$

avec :

$$F_{02} = \omega \beta_2 - \mu \sin \varepsilon$$

$$F_{00} = \omega + \mu \cos \varepsilon (\cos \psi - \beta_1 \sin \psi)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow E' &= \omega^2 \beta_1 + \omega^2 \beta_2 \theta_1 \theta_2 + \omega^2 \beta_1 \beta_2 \theta_2 + \omega^2 \theta_1 + \mu (\omega \beta_2 \theta_2 \sin \psi \cos \varepsilon - \omega \beta_1 \theta_1 \sin \psi \cos \varepsilon + \\ &\omega \sin \psi \cos \varepsilon + \omega \beta_1 \theta_2 \sin \varepsilon - \omega \theta_1 \theta_2 \sin \varepsilon + \omega \beta_1 \beta_2 \theta_2 \cos \psi \cos \varepsilon + \omega \theta_1 \cos \psi \cos \varepsilon) \\ &= E'_{00} + E'_{01} \theta_1 + E'_{02} \theta_2 + E'_{012} \theta_1 \theta_2 \end{aligned}$$

avec :

$$E'_{00} = \omega^2 \beta_1 + \mu \omega \sin \psi \cos \varepsilon$$

$$E'_{01} = \omega^2 - \mu \omega \beta_1 \sin \psi \cos \varepsilon + \omega \mu \cos \psi \cos \varepsilon$$

$$E'_{02} = \omega^2 \beta_1 \beta_2 + \mu \omega \beta_2 \sin \psi \cos \varepsilon + \omega \mu \beta_1 \sin \varepsilon + \mu \beta_1 \beta_2 \cos \psi \cos \varepsilon$$

$$E'_{012} = \omega^2 \beta_2 - \mu \omega \sin \varepsilon$$

$$\begin{aligned} \rightarrow F' &= \omega^2 \beta_1 \theta_2 + \omega^2 \beta_2 \theta_1 + \omega^2 \beta_1 \beta_2 + \mu (\omega \beta_2 \sin \psi \cos \varepsilon + \omega \beta_1 \theta_1 \theta_2 \sin \psi \cos \varepsilon - \\ &\omega \theta_2 \sin \psi \cos \varepsilon + \omega \beta_1 \sin \varepsilon - \omega \theta_1 \sin \varepsilon + \omega \beta_1 \beta_2 \cos \psi \cos \varepsilon - \omega \theta_2 \theta_1 \cos \psi \cos \varepsilon - \omega^2 \theta_1 \theta_2) \\ F' &= F'_{00} + F'_{01} \theta_1 + F'_{02} \theta_2 + F'_{012} \theta_1 \theta_2 \end{aligned}$$

avec :

$$F'_{00} = \omega^2 \cdot \beta_1 \beta_2 + \mu \cdot \omega \cdot \beta_2 \sin \psi \cos \varepsilon + \mu \cdot \omega \cdot \beta_1 \sin \varepsilon + \mu \cdot \omega \cdot \beta_1 \beta_2 \cos \psi \cos \varepsilon$$

$$F'_{01} = \omega^2 \cdot \beta_2 - \omega \cdot \mu \sin \varepsilon$$

$$F'_{02} = \omega^2 \cdot \beta_1 - \omega \cdot \mu \sin \psi \cos \varepsilon$$

$$F'_{012} = -\omega^2 \cdot \omega \cdot \beta_2 \cdot \mu \cdot \sin \psi \cos \varepsilon - \mu \cdot \omega \cdot \cos \psi \cos \varepsilon$$

- C = - Ve_r
- A = ω β₂ $\frac{Vic}{R}$
- B = Ve_x β₁ + Ve_z - Vim

$$M'_{y1} \text{ a/p} = -\frac{1}{2} \rho \cdot \ell \cdot k \left\{ \theta_2 \left[(R_2^2 - R_1^2) Ve_r^2 + (R_2^4 - R_1^4) \frac{\omega^2}{2} \right] + \frac{4}{3} \theta_0 (R_2^3 - R_1^3) \rho \cdot Ve_r \right. \\ \left. - (R_2^4 - R_1^4) \frac{\omega}{2} \left(\omega \beta_2 \frac{Vic}{R} \right) - (R_2^2 - R_1^2) (Ve_x \beta_1 + Ve_z - Vim) Ve_r \right\}$$

$$M'_{y1} \text{ a/p} = K_{00} + \theta_2 \cdot k_{02}$$

avec :

$$k_{02} = -\frac{1}{2} \rho \cdot \ell \cdot k \left[(R_2^2 - R_1^2) Ve_r^2 + (R_2^4 - R_1^4) \frac{\omega^2}{2} \right]$$

$$k_{10} = -\frac{1}{2} \rho \cdot \ell \cdot k \left[\frac{4}{3} \theta_0 (R_2^3 - R_1^3) \rho \cdot Ve_r - (R_2^4 - R_1^4) \frac{\omega}{2} \left(\omega \beta_2 \frac{Vic}{R} \right) - (R_2^2 - R_1^2) (Ve_x \beta_1 + Ve_z - Vim) Ve_r \right]$$

→ de même pour t = π/2 :

$$\theta_c = \theta_1, \quad \theta'_c = -\omega \cdot \theta_2$$

$$\beta^- = -\beta_2, \quad \beta^{\dot{-}} = -\omega \beta_1, \quad \beta^{\ddot{-}} = \omega^2 \beta_2$$

D'où :

$$\rightarrow D^- = -\omega \cdot \theta_2 + \omega \cdot \beta_2 + \mu (\sin \varepsilon + \beta_2 \cos \psi \cos \varepsilon) = D_{12} \theta_2 + D_{10}$$

avec :

$$D_{12} = -\omega$$

$$D_{10} = \omega \beta_2 + \mu (\sin \varepsilon + \beta_2 \cos \psi \cos \varepsilon)$$

$$\rightarrow E = -\omega \beta_1 + \omega \theta_1 + \mu (\sin \psi \cos \varepsilon - \theta_1 \beta_2 \sin \varepsilon + \theta_1 \cos \psi \cos \varepsilon) = E_{11} \theta_1 + E_{10}$$

avec :

$$E_{11} = \omega + \mu \cos \psi \cos \varepsilon - \mu \beta_2 \sin \varepsilon$$

$$E_{10} = -\omega \beta_1 + \mu \sin \psi \cos \varepsilon$$

$$\rightarrow F = \omega \theta_1 \beta_1 + \omega \mu (\beta_2 \sin \varepsilon + \cos \psi \cos \varepsilon - \theta_1 \sin \psi \cos \varepsilon) = F_{11} \theta_1 + F_{10}$$

avec :

$$F_{11} = \omega \beta_1 - \mu \sin \psi \cos \varepsilon$$

$$F_{10} = \omega - \mu \beta_2 \sin \varepsilon + \mu \cos \psi \cos \varepsilon$$

$$\begin{aligned} \rightarrow E' &= \omega^2 \beta_2 - \omega^2 \beta_1 \theta_1 - \omega^2 \beta_1 \beta_2 \theta_1 - \omega^2 \theta_2 + \mu (-\omega \beta_2 \theta_1 \sin \psi \cos \varepsilon + \omega \theta_2 \theta_1 \sin \psi \cos \varepsilon \\ &\quad - \omega \beta_1 \theta_1 \sin \varepsilon + \omega \beta_2 \theta_2 \sin \varepsilon - \omega \sin \varepsilon - \omega \beta_1 \beta_2 \theta_1 \cos \psi \cos \varepsilon - \omega \theta_2 \cos \psi \cos \varepsilon) \\ &= E'_{10} + E'_{11} \theta_1 + E'_{12} \theta_2 + E'_{112} \theta_1 \theta_2 \end{aligned}$$

avec :

$$E'_{10} = \omega^2 \beta_2 - \mu \omega \sin \varepsilon$$

$$E'_{11} = -\omega^2 \beta_1 \beta_2 - \mu \omega \beta_2 \sin \psi \cos \varepsilon - \omega \mu \beta_1 \sin \varepsilon - \mu \omega \beta_1 \beta_2 \cos \psi \cos \varepsilon$$

$$E'_{12} = -\omega^2 + \mu \omega \beta_2 \sin \varepsilon - \omega \mu \cos \psi \cos \varepsilon$$

$$E'_{112} = -\omega^2 \beta_1 + \mu \omega \sin \psi \cos \varepsilon$$

$$\rightarrow \dot{F} = -\omega^2 \beta_1 \theta_1 - \omega^2 \beta_1 \theta_2 - \omega^2 \beta_1 \beta_2 + \omega^2 \theta_1 \theta_2 + \mu (-\omega \beta_2 \sin \psi \cos \varepsilon + \omega \theta_2 \sin \psi \cos \varepsilon - \omega \beta_1 \sin \varepsilon - \omega \theta_1 \theta_2 \beta_2 \sin \varepsilon + \omega \theta_1 \sin \varepsilon - \omega \beta_1 \beta_2 \cos \psi \cos \varepsilon + \omega \theta_2 \theta_1 \cos \psi \cos \varepsilon)$$

$$F = F_{10} + F_{11} \theta_1 + F_{12} \theta_2 + F_{112} \theta_1 \theta_2$$

avec :

$$F_{10} = -\omega^2 \beta_1 \beta_2 - \omega \beta_2 \mu \sin \psi \cos \varepsilon - \mu \omega \beta_1 \sin \varepsilon - \mu \omega \beta_1 \beta_2 \cos \psi \cos \varepsilon$$

$$F_{11} = -\omega^2 \beta_2 + \omega \mu \sin \varepsilon$$

$$F_{12} = -\omega^2 \beta_1 + \omega \mu \sin \psi \cos \varepsilon$$

$$F_{112} = \omega^2 \omega \beta_2 \mu \sin \varepsilon + \mu \omega \cos \psi \cos \varepsilon$$

- $C = V e_x$
- $A = \omega \beta_1$
- $B = -V e_r \beta_2 + V e_z - V_{im}$

$$M_{11}^{a/p} = \frac{1}{2} \rho \ell k \left\{ \theta_1 \left[(R_2^2 - R_1^2) V e_x^2 + (R_2^4 - R_1^4) \frac{\omega^2}{2} \right] - \frac{4}{3} \theta_2 (R_2^3 - R_1^3) V e_x - (R_2^3 - R_1^3) \omega^2 \beta_2 + (R_2^3 - R_1^3) (-V e_r \beta_2 + V e_z - V_{im}) V e_x \right\}$$

$$M_{11}^{a/p} = K_{10} + \theta_1 k_{11}$$

avec :

$$k_{11} = \frac{1}{2} \rho \ell k \left[(R_2^2 - R_1^2) V e_x^2 + (R_2^4 - R_1^4) \frac{\omega^2}{2} \right]$$

$$k_{00} = \frac{1}{2} \rho \ell k \left[-\frac{4}{3} \theta_2 (R_2^3 - R_1^3) V e_x - (R_2^3 - R_1^3) \omega^2 \beta_2 + (R_2^3 - R_1^3) (-V e_r \beta_2 + V e_z - V_{im}) V e_x \right]$$

Avec les notations adoptées ci-dessus, l'équation de battement s'écrit :

→ Pour $\omega.t=0$

$$\begin{aligned} & K_{02}\theta_2 + K_{00} - I_Y (F_{00}^i + E_{01}^i\theta_1 + E_{02}^i\theta_2 + E_{012}^i\theta_1\theta_2) (I_X - I_Z) (F_{00}^i + F_{02}^i\theta_2) (D_{00} + D_{01}\theta_1) \\ & I_Z \theta_2 (F_{00}^i + F_{01}^i\theta_1 + F_{02}^i\theta_2 + F_{012}^i\theta_1\theta_2) (I_Y - I_X) (D_{00} + D_{01}\theta_1) (E_{00}^i + E_{02}^i\theta_2) \theta_2 = 0 \end{aligned}$$

Soit sous la forme :

$$\delta_0 \theta_2^2 + Z_0 \theta_2 + U_0 \theta_1 \theta_2^2 + V_0 \theta_1 \theta_2 + W_0 \theta_1 + Y_0 = 0$$

Avec :

$$\delta_0 = I_Z F_{02}^i + (I_Y - I_X) D_{00} E_{02}$$

$$Z_0 = K_{02} - I_Y E_{02}^i - (I_X - I_Z) D_{00} F_{02}^i + I_Z F_{00}^i + (I_Y - I_X) D_{00} E_{00}^i$$

$$U_0 = I_Z F_{012}^i + (I_Y - I_X) D_{01} E_{02}$$

$$V_0 = -I_Y E_{012}^i - (I_X - I_Z) D_{01} F_{02}^i + I_Z F_{01}^i + (I_Y - I_X) D_{01} E_{00}^i$$

$$W_0 = -I_Y E_{01}^i - (I_X - I_Z) D_{01} F_{00}^i$$

$$Y_0 = K_{00} - I_Y E_{00}^i - (I_X - I_Z) D_{00} F_{00}^i$$

→ pour $t=\pi/2$:

$$\begin{aligned} & K_{11}\theta_1 + K_{10} - I_Y (E_{10}^i + E_{11}^i\theta_1 + E_{12}^i\theta_2 + E_{112}^i\theta_1\theta_2) (I_X - I_Z) (F_{10}^i + F_{11}^i\theta_1) (D_{10} + D_{12}\theta_2) \\ & + I_Z \theta_1 (F_{10}^i + F_{11}^i\theta_1 + F_{12}^i\theta_2 + F_{112}^i\theta_1\theta_2) (I_Y - I_X) (D_{10} + D_{12}\theta_2) (E_{10}^i + E_{11}^i\theta_1) \theta_1 = 0 \end{aligned}$$

Soit sous la forme :

$$\delta_1 \theta_1^2 + Z_1 \theta_1 + U_1 \theta_2 \theta_1^2 + V_1 \theta_1 \theta_2 + W_1 \theta_2 + Y_1 = 0$$

Avec :

$$\delta_1 = I_z \cdot F_{11} + (I_y - I_x) D_{10} \cdot E_{11}$$

$$Z_1 = K_{11} - I_y \cdot E_{11} - (I_x - I_z) D_{10} F_{11} + I_z \cdot F_{10} + (I_y - I_x) D_{10} E_{10}$$

$$U_1 = I_z \cdot F_{12} + (I_y - I_x) D_{12} \cdot E_{11}$$

$$V_1 = -I_y \cdot E_{12} - (I_x - I_z) D_{12} F_{11} + I_z \cdot F_{12} + (I_y - I_x) D_{12} E_{10}$$

$$W_1 = -I_y \cdot E_{12} - (I_x - I_z) D_{12} F_{10}$$

$$Y_1 = K_{10} - I_y \cdot E_{10} - (I_x - I_z) D_{10} F_{10}$$

La résolution de l'équation de battement à une système de la force :

$$\begin{cases} \delta_0 \cdot \theta_2^2 + Z_0 \cdot \theta_2 + U_0 \cdot \theta_1 \cdot \theta_2^2 + V_0 \cdot \theta_1 \cdot \theta_2 + W_0 \cdot \theta_1 + Y_0 = 0 \\ \delta_1 \cdot \theta_1^2 + Z_1 \cdot \theta_1 + U_1 \cdot \theta_2 \cdot \theta_1^2 + V_1 \cdot \theta_1 \cdot \theta_2 + \omega_1 \cdot \theta_2 + Y_1 = 0 \end{cases}$$

IV-5- CALCUL DES ANGLES DE TRANSFORMATION

(g) → (e) et (e) → (r) :

a ➤ Considérons dans un premier temps, la cellule C isolée dans l'un des cas de vol.

Les actions extérieures agissent sur C dont le moment en O n'est pas nul sont :

a-1 ➤ l'action du rotor sur le mât dont le moment en O se réduit en pratique à sa composante suivant $\overline{OZ_m}$:

$\overline{M}_O^{r/m} \# \overline{M}_{Z_m}^{r/m} \cdot \overline{Z_m}$ (La composante suivant $\overline{OX_m}$ supposée négligeable pour ne pas entraîner des efforts excessifs sur les commandes).

→ La valeur moyenne de $\overline{M}_{Z_m}^{r/m}$ sera notée $\overline{M}_{Z_{moy}}^{r/m}$.

a-2 ➤ la traînée de fuselage $\overline{T_f}$ qui se réduit : $\overline{T_f} = T_{fx} \overline{X_o}$

a la quelle correspond le centre de poussée C_p ($X_c, 0, Z_c$) dans (e).

a-3 ➤ l'action de la pesanteur (la masse de la cellule sera notée m_c , la cote de centre de gravité de la cellule G_c dans le repère (3) sera notée Z_{Gc}).

a-4 ➤ les efforts aérodynamiques sur le rotor anti-couple qui se traduisent au centre D de l'anti-couple des coordonnées (X_D, Y_D, Z_D) dans (e) à :

➤ Une résultante \overline{P}_a dirigée sensiblement suivant $\overline{Y_o}$ (au battement de l'anti-couple près), (Fig-IV.1) : $\overline{P}_a = P_a \overline{Y_o}$

➤ Un moment \overline{M}_O (air/anti-couple) qui sera négliger dans les calculs qui suivent.

B ➤ considérons maintenant l'ensemble de l'appareil H, dans l'un des cas de vol prévu (figure VI-3 et VI-4), les actions extérieures agissant sur H sont :

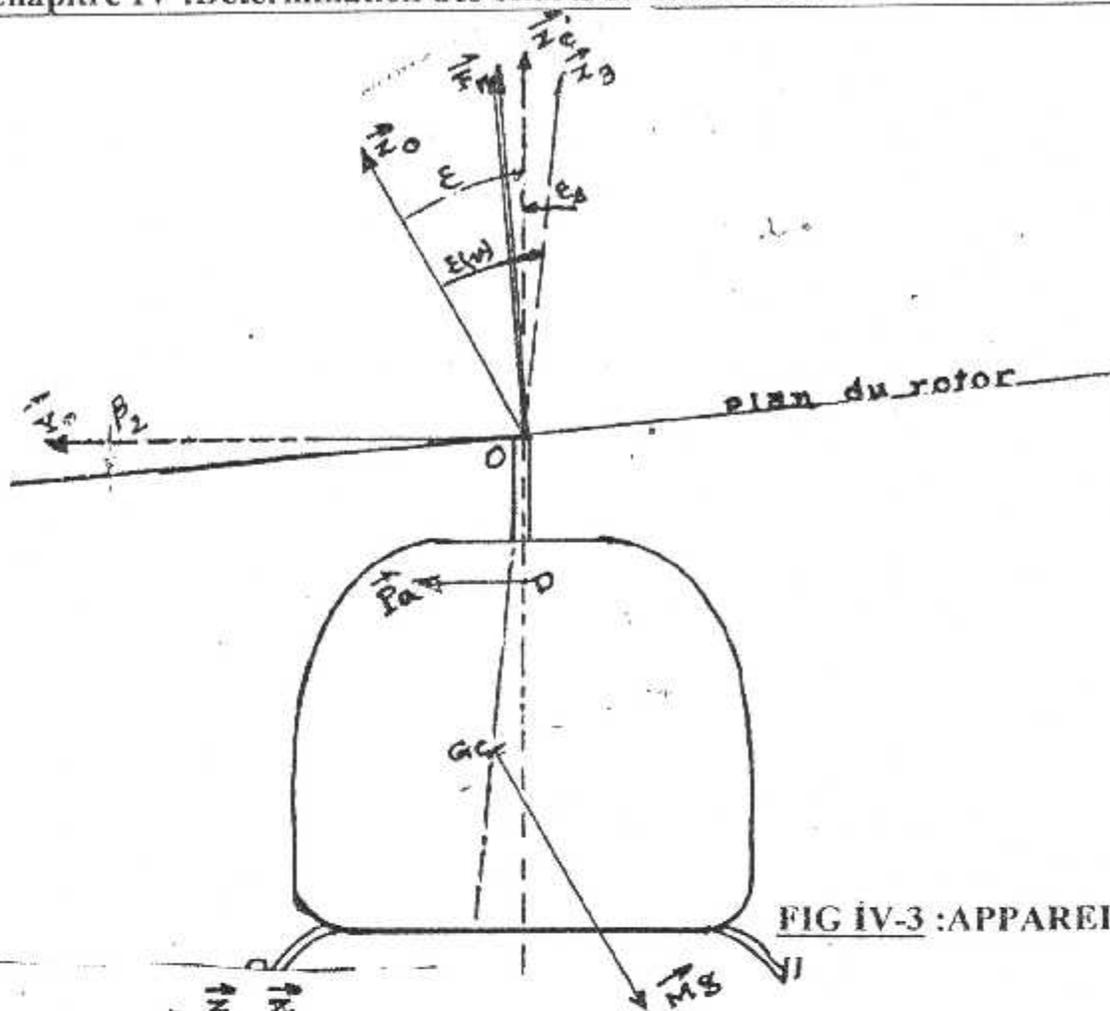


FIG IV-3 : APPAREIL EN VIRAGE

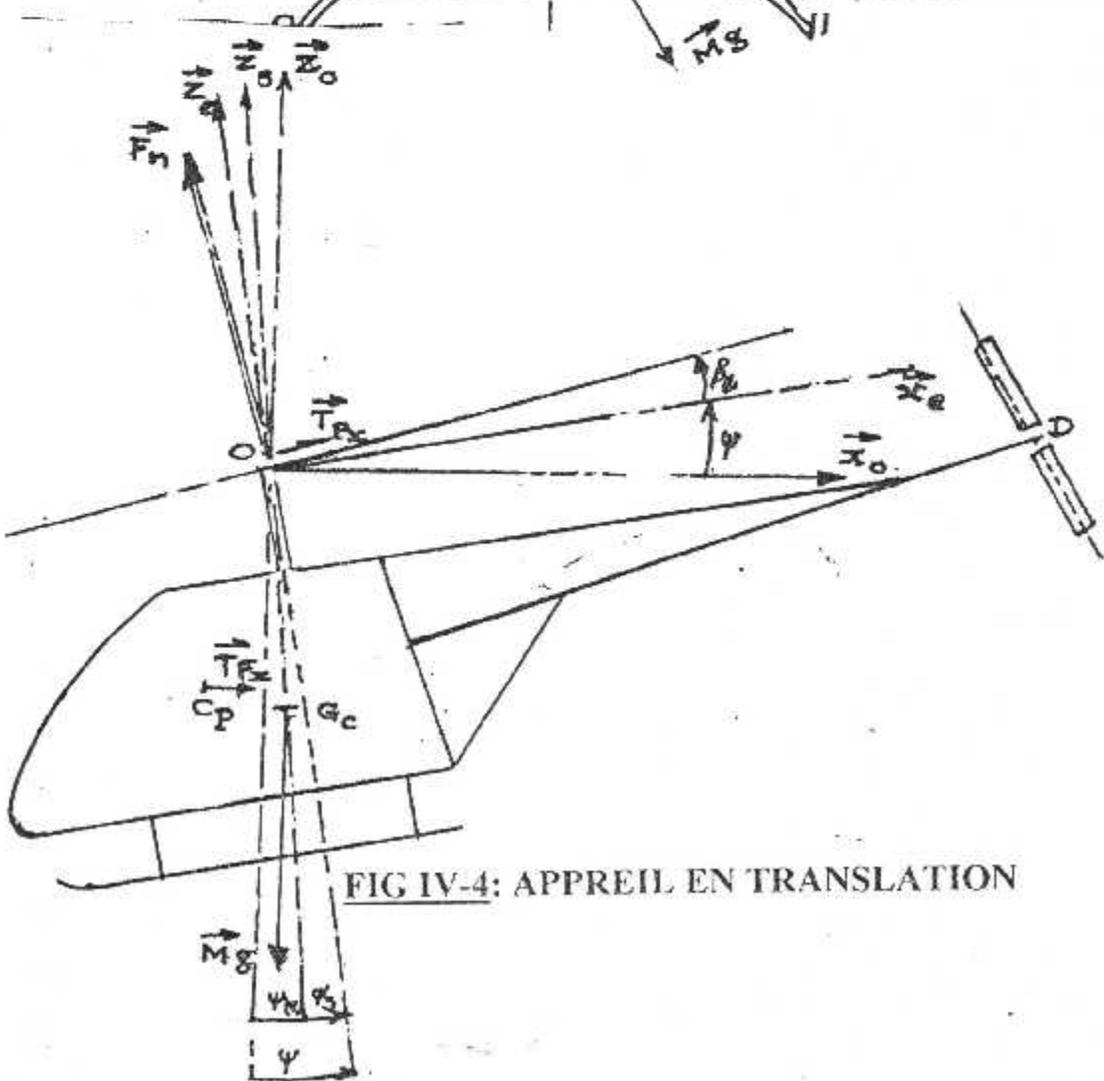


FIG IV-4 : APPAREIL EN TRANSLATION

b-1 ➤ les efforts aérodynamiques sur le rotor dont la résultante se compose :

➤ D'une portance moyenne F_{Nm} suivant $\overline{OZ_r}$.

➤ D'une traînée TP_x suivant $\overline{OX_r}$:

➤ Traînée de fuselage.

➤ L'action de la pesanteur : la masse totale de l'appareil sera notée

m avec : $m = m_c + m_r$

➤ Les efforts aérodynamiques sur le rotor anti-couple.

c ➤ Le théorème du moment dynamique exprimé en O appliqué à la cellule C , et le théorème de la résultante dynamique appliquée à H , nous permet d'obtenir un ensemble de 6 relations lient les conditions d'évolution de l'appareil aux angles $\varepsilon, \psi, \varepsilon(r), \psi(r), \beta_1, \beta_2, \theta_0$ (Par l'intermédiaire de la poussée moyenne du rotor F_{Nm}) et l'angle de pas collectif de l'anti-couple (par l'intermédiaire de la poussée moyenne de l'anti-couple P_a).

IV-5-1 ➤ Théorème Du Moment Dynamique En O Appliquée Sur La Cellule C :

IV-5-1-1 ➤ Détermination Du Centre Longitudinal Et Latéral :

Le centre de gravité G_c de la cellule est lié à un repère (3) défini comme suit (fig IV-3) et (fig IV-4) établie dans le cas de vol stationnaire :

➤ Origine : le point θ .

➤ Axe $\overline{OZ_3}$: passant par G_c et dirigé vers le haut de l'appareil .

➤ Axe $\overline{OX_3}$: appartenant au plan de symétrie de l'hélicoptère et dirigé vers l'arrière.

➤ Axe \overline{OY}_3 tel que le trièdre soit direct (e) se déduit alors de (3) par deux rotations d'angle.

➤ ε_s autour $\overline{OX}_3 = \overline{OX}'_e$ tel que le plan $(\overline{OX}_3, \overline{OZ}_3)$ coïncide avec le plan $(\overline{OX}'_e, \overline{OZ}'_e)$: $\varepsilon_s = (\overline{OY}_3, \overline{OY}'_e)$

➤ ψ_s autour de $\overline{OY}'_e = \overline{OY}_3$ tel que $\psi_s = (\overline{OX}_3, \overline{OX}'_e)$

Nous définirons ε_s comme étant l'angle de centrage latéral et ψ_s comme angle de centrage longitudinal.

➤ Si la position de centre de gravité de la cellule G_C est définie dans (e)

$$\overline{OG}_e = \begin{array}{c} X_{G_C} \\ Y_{G_C} \\ Z_{G_C} \end{array} \quad (e)$$

➤ A un centrage longitudinal négatif ($X_{G_C} < 0$) c'est-à-dire lorsque G_C sera situé au avant de l'axe du mât, correspondra un angle ψ_s négatif.

➤ A un centrage latéral positif ($Y_{G_C} > 0$) correspondra un angle ε_s négatif.

La connaissance des coordonnées de centre de gravité de la cellule dans (e) nous permet de définir les angles ψ_s et ε_s de la transformation

(3) \longrightarrow (e) par :

$$\varepsilon_s = -\text{Arc tg} (Y_{G_C} / (Z_{G_C} + X_{G_C})^{0.5}) \quad \text{et} \quad \psi_s = -\text{Arc tg} (X_{G_C} / Z_{G_C})$$

Ainsi que la cote Z'_{G_C} de G_C dans le repère (3) :

$$Z'_{Gc} = \sqrt{X_{Gc}^2 + Y_{Gc}^2 + Z_{Gc}^2}$$

Les valeurs des angles ψ_s et ε_s demeurant toujours faibles nous pourrions écrire :

$$\varepsilon = \varepsilon_s + \varepsilon_{(v)} \quad \text{et} \quad \psi = \psi_s + \psi_{(v)}$$

IV-5-1-2) Calcul Du Moment Dynamique En O De C :

$$\vec{\delta}^i(c, O, t) = \vec{\delta}^i(c, G_c, t) + \vec{OG}_c \wedge \vec{\gamma}^i(c, t)$$

On supposera connaître les composantes de $\vec{\delta}^i(c, G_c, t)$ dans la base (3) qu'on notera :

$\vec{\delta}^i(c, G_c, t)$	$L_3(c)$
	$M_3(c)$
	$N_3(c)$
(3)	

D'autre part :

$$\vec{\gamma}^i(c, t) = \frac{d^i}{dt} \vec{\sigma}^i(c, t) = \frac{d^0}{dt} \vec{\sigma}^i(c, t) + \vec{\Omega}_O^G \wedge \vec{\sigma}^i(c, t)$$

En considérant que $V_Y = 0$ en virage et en notant m_c la masse de la cellule, on a :

$\vec{\sigma}^i(c, t)$	$m_c \cdot V_x$
	0
	$m_c \cdot V_z$
(o)	

$\vec{\sigma}$: la résultante cinétique

En phase de vol stabilisé : $\frac{d^p}{dt} \overline{\sigma}^i(c,t) = 0$

il reste : $\overline{\gamma}^i(c,t) = \mu \cdot m_c \cdot V_x \cdot \overline{Y}_o$

dont les composantes dans (3) de $\overline{\delta}^i(c,t)$ sont

$$\overline{\delta}^i(c,t) = \begin{array}{l} L_3(c) - Z_{oc} \mu \cdot m_c V_x \cos \varepsilon(v) \\ M_3(c) + Z_{oc} \mu \cdot m_c V_x \sin \varepsilon(v) \sin \psi(v) \\ (3) \quad N_3(c) \end{array}$$

C'est les formules dans les quelles Z_{oc} est la côte dans (3) du centre de gravité de la cellule.

IV- 5-1-2> Calcul Du Moment En O Des Forces Extérieures Agissant Sur C:

a> Pesanteur :

$$\overline{M}_o(m_c \cdot \vec{g}) = \overline{OG_c} \wedge m_c \cdot \vec{g}$$

$\overline{M}_o(m_c \cdot \vec{g}) =$	$Z_{oc} \cdot g \cdot m_c \sin \varepsilon(v)$
	$Z_{oc} \cdot g \cdot m_c \sin \psi(v) \cos \varepsilon(v)$
(3)	0

b> Effort Dynamique Sur L'anti-Couple :

$$\overline{M}_o(\vec{Pa}) = \overline{OD} \wedge \vec{Pa}$$

En notant (X_D, Y_D, Z_D) , les coordonnées dans (e) de centre D de l'anti-couple et \overline{Pa} la résultante des efforts aérodynamiques sur l'anti-couple supposé colinéaire à $\overline{Y_c}$, on a :

$$M_o(\overline{m.g}) = \begin{pmatrix} -Z_D.Pa \\ 0 \\ X_D.Pa \end{pmatrix} \quad (e) = \begin{pmatrix} -Z_D.Pa \cos \psi_s + X_D.Pa \sin \psi_s \\ -Z_D.Pa \sin \psi_s \sin \epsilon_s - X_D.Pa \cos \psi_s \sin \epsilon_s \\ Z_D.Pa \sin \psi_s \cos \epsilon_s + X_D.Pa \cos \psi_s \cos \epsilon_s \end{pmatrix}$$

compte tenu des faibles valeurs des angles ψ_s et ϵ_s , on peut écrire :

$$\overline{M_o}(\overline{Pa}) = \begin{pmatrix} -Z_D.Pa \\ 0 \\ X_D.Pa \end{pmatrix} \quad (e)$$

c> Estimation De La Composante Du Moment En O Des Efforts Aérodynamiques Sur Le Rotor Anti-Couple :

On admet généralement que la puissance absorbée par le rotor anti-couple est de l'ordre de 7 à 9 % de la puissance totale développée par le moteur.

Supposons que cette dernière soit de l'ordre de 125CV (puissance qui correspond sensiblement à une vitesse de 200 km/h en vol translation). La vitesse de rotation de l'anti-couple se situe au environ de 200 t/mn, l'ordre de grandeur de la composante suivant $\overline{Y_c}$ de moment en O des efforts aérodynamiques sur l'anti-couple sera (au signe près) 40 mN, valeur négligeable en regard du moment en O de la traînée du fuselage à la vitesse correspondante (ordre de grandeur 1000 mN).

d) Traînée Du Fuselage :

$$\overline{M}_0^o(\overline{IJ}) - \overline{OC}_r \wedge \overline{IJ}$$

$$\overline{M}_0^o(\overline{IJ}) = \begin{pmatrix} 0 \\ Z_c Tf_x \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ Z_c Tf_x \cos \epsilon_s \# Z_c Tf_y \\ Z_c Tf_x \sin \epsilon_s \# 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

e) Action Du Rotor Sur Le Mat :

Elle est traduite essentiellement par :

$$\overline{M}_0^o r/m \# M_{z_{moy}}^o r/m \overline{Z}_m \# M_{z_{moy}}^o r/m \overline{Z}_x$$

IV-5-1-3) Expression Du Théorème Du Moment Dynamique En O Appliqué A La Cellule :

elle conduit aux trois relations :

$$L_3(c) - Z_{oc} \dot{\mu} m_c V_x \cos \epsilon(v) - Z_{oc} g m_c \sin \epsilon(v) + Z_D Pa = 0$$

$$M_3(c) + Z_{oc} \dot{\mu} m_c V_x \sin \epsilon(v) \sin \psi(v) - Z_{oc} g m_c \sin \psi(v) \cos \epsilon(v) - Z_c Tf_y = 0$$

$$N_3(c) - X_D Pa - M_{z_{moy}}^o r/m = 0$$

IV-5-2) Théorème De La Résultante Dynamique Appliquée A L'ensemble De L'appareil :

IV-5-2-1) Calcul De La Résultante Dynamique :

il se déduit de calcul de $\overline{\gamma}^G(c,t)$, en remplaçant m_c par m d'où :

$$\vec{\gamma}^G(c,t) = \mu \cdot m \cdot V_x \cdot \vec{Y}_o$$

IV-5-2-2 > Calcul De La Résultante Des Efforts Aérodynamiques Sur Le Rotor Dans (e) :

$$\vec{R}_{a/p} = \begin{matrix} (r) \\ (e) \end{matrix} \begin{vmatrix} Tp_x \\ 0 \\ Fn_m \end{vmatrix} = \begin{matrix} (r) \\ (e) \end{matrix} \begin{vmatrix} Tp_x \cos \beta_1 + Fn_m \sin \beta_1 \cos \beta_2 \\ -Fn_m \sin \beta_2 \\ Tp_x \sin \beta_1 + Fn_m \cos \beta_1 \cos \beta_2 \end{vmatrix}$$

$$\vec{R}_{a/p} = \begin{matrix} (o) \end{matrix} \begin{vmatrix} (Tp_x \cos \beta_1 + Fn_m \sin \beta_1 \cos \beta_2) \cos \psi + (Fn_m \cos \beta_1 \cos \beta_2 - Tp_x \sin \beta_1) \sin \psi \\ (Tp_x \cos \beta_1 + Fn_m \sin \beta_1 \cos \beta_2) \sin \psi \sin \varepsilon + (Tp_x \sin \beta_1 - Fn_m \cos \beta_1 \cos \beta_2) \cos \psi \sin \varepsilon \\ -(Tp_x \cos \beta_1 + Fn_m \sin \beta_1 \cos \beta_2) \sin \psi \cos \varepsilon + (Fn_m \cos \beta_1 \cos \beta_2 - Tp_x \sin \beta_1) \cos \psi \cos \varepsilon \\ -Fn_m \sin \beta_2 \sin \varepsilon \end{vmatrix}$$

$$\vec{R}_{a/p} = \begin{matrix} (0) \end{matrix} \begin{vmatrix} Tp_x \cos(\beta_1 + \psi) + Fn_m \cos \beta_2 \sin(\beta_1 + \psi) \# Tp_x + Fn_m(\beta_1 + \psi) \\ Tp_x \sin \varepsilon \sin(\beta_1 + \psi) - Fn_m \sin(\beta_2 + \varepsilon) \# Tp_x(\beta_1 + \psi) \sin \varepsilon - Fn_m \sin(\beta_2 + \varepsilon) \\ Tp_x \cos \varepsilon \sin(\beta_1 + \psi) - Fn_m \cos(\beta_2 + \varepsilon) \# -Tp_x(\beta_1 + \psi) \cos \varepsilon + Fn_m \cos(\beta_2 + \varepsilon) \end{vmatrix}$$

IV-5-2-3> Expression Du Théorème De La Résultante Dynamique :

elle conduit aux trois relations :

$$\rightarrow T p_x + F n_m (\beta_1 + \psi) + T f_x \cos \psi = 0$$

$$\rightarrow T p_x (\beta_1 + \psi) \sin \varepsilon - F n_m \sin (\beta_2 + \varepsilon) + P a \cos \varepsilon + T f_x \sin \psi \sin \varepsilon - \mu \cdot m \cdot V_x = 0$$

$$\rightarrow -T p_x (\beta_1 + \psi) \cos \varepsilon + F n_m \cos (\beta_2 + \varepsilon) - m g + P a \sin \varepsilon - T f_x \sin \psi \cos \varepsilon = 0$$

IV-5-3> Hypothèses Complémentaires :

→ l'influence du moment dynamique en G_C de la cellule sur les angles $\varepsilon(v)$ et $\psi(v)$ ainsi que sur la poussée de l'anti-couple sera négligée.

→ La composante $M_{z_{moy}}^o / m$ sera prise égale à la valeur moyenne du moment suivant \bar{Z}_1 des efforts aérodynamiques sur le rotor noté $M_{z_{moy}}^o a / p$

→ La projection suivant \bar{Y}_0 et \bar{Z}_0 de la composante $T f_x$ de la traînée du fuselage seront négligées et on considèrera par ailleurs que :

$$T f_x \cos \psi \approx T f_x$$

→ Les projections de la traînée du rotor suivant \bar{Y}_0 et \bar{Z}_0 seront considérées comme nulles.

→ L'incidence de la poussée de l'anti-couple sur la composante normale de la portance en virage sera négligée (terme $P a \sin \varepsilon$).

Compte tenu de ces hypothèses, les relations précédentes se réduisent :

- $Z_{Gc} [\mu \cdot m_c V_x \cos \varepsilon(v) + g \cdot m_c \sin \varepsilon(v)] - Z_D Pa = 0$
- $Z_{Gc} [\mu \cdot m_c V_x \sin \varepsilon(v) \sin \psi(v) - g \cdot m_c \sin \psi(v) \cos \varepsilon(v)] - Z_C Tf_x = 0$
- $-X_D Pa - M_{Z_{moy}}^o a/p = 0$
- $Tp_x + Fn_m(\beta_1 + \psi) + Tf_x = 0$
- $-Fn_m \sin(\beta_2 + \varepsilon) + Pa \cos \varepsilon - \mu \cdot m V_x = 0$
- $Fn_m \cos(\beta_2 + \varepsilon) - m \cdot g = 0$

IV-5-3-1- Estimation De $\overline{\delta}^G(c, G_c, t)$:

A ➤ L'influence du moment dynamique en G_c de la cellule sur les angles $\varepsilon(v)$ et $\psi(v)$.

➤ L'appareil est supposé décomposable en trois volumes élémentaires parallélépipédiques à masse uniformément répartie dont les caractéristiques sont indiquées sur (Fig IV-5).

Le centre de gravité de la cellule est supposé confondu avec l'axe du mât (d'ou coïncidence des repères (3) et (e)).

Dans ces conditions :

$$I(c) = \begin{pmatrix} 143 & 0 & -70 \\ 0 & 842 & 0 \\ -70 & 0 & 858 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{pmatrix}$$

D'autre part:

$$\overline{\delta}^G(c, G_c, t) = \frac{d^G}{dt} \overline{\mu}^G(c, G_c, t)$$

avec :

$$\overline{\mu}^G(c, G_{c,t}) = \Pi_{\alpha_c}(c) \overline{\Omega}_c^G$$

et :

$$\overline{\Omega}_c^G = \begin{cases} -\dot{\mu} \sin \psi \cos \varepsilon \\ \dot{\mu} \sin \varepsilon \\ \dot{\mu} \cos \psi \cos \varepsilon \end{cases}$$

D'où :

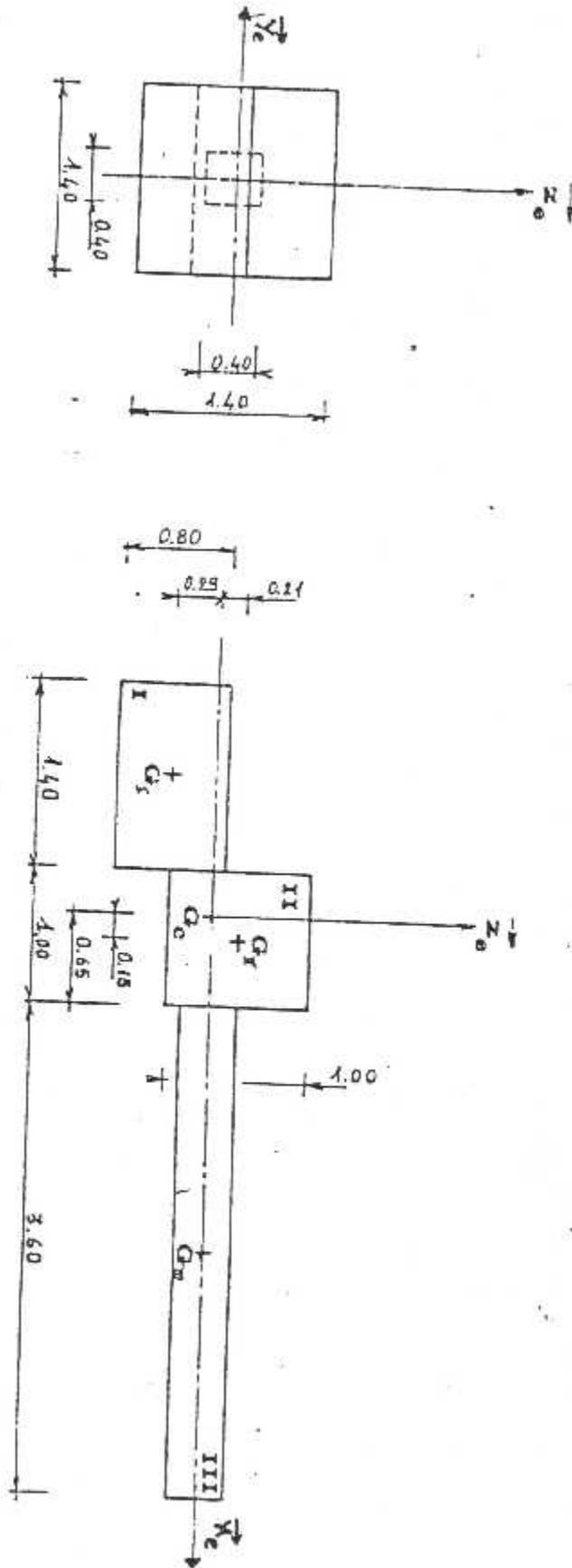
$$\overline{\mu}^G(c, G_{c,t}) = \begin{cases} -A \dot{\mu} \sin \psi \cos \varepsilon - E \dot{\mu} \cos \psi \cos \varepsilon \\ B \dot{\mu} \sin \varepsilon \\ E \dot{\mu} \sin \psi \cos \varepsilon + C \dot{\mu} \cos \psi \cos \varepsilon \end{cases} \quad (e)$$

$$\overline{\delta}^G(c, G_{c,t}) = \frac{d}{dt} \overline{\mu}^G(c, G_{c,t}) + \overline{\Omega}_c^G \wedge \overline{\mu}^G(c, G_{c,t})$$

pour le cas de vol considéré :

$$\overline{\delta}^G(c, G_{c,t}) = \begin{cases} L_c(c) = \dot{\mu}^2 (E \sin \psi \sin \varepsilon \cos \varepsilon - C \cos \psi \cos \varepsilon \sin \varepsilon - B \sin \varepsilon \cos \psi \cos \varepsilon) \\ M_c(c) = \dot{\mu}^2 \cos^2 \varepsilon (-A \sin \psi \cos \psi - E (\cos^2 \psi + \sin^2 \psi) + C \sin \psi \cos \psi) \\ N_c(c) = \dot{\mu}^2 \sin \varepsilon (-B \sin \psi \cos \varepsilon + A \sin \psi \cos \varepsilon + E \cos \psi \cos \varepsilon) \end{cases}$$

Se sont les formules dans les quelles A, B, C, D, E sont les éléments de $\Pi(c)$.



masse du volume I	200 kg
masse du volume II	280 kg
masse du volume III	70 kg

FIG IV-5 : L'INERTIE D'UN APPAREIL PAR DECOMPOSITION

A> Exemple :

Dans le cas de virage (virage relativement serré) défini par :

$$V_x = -20 \text{ m/s}$$

$$Fn_m = 8000 \text{ N}$$

$$\dot{\mu} = -0.55 \text{ rd/s}$$

$$\varepsilon = -0.83 \text{ rd}$$

$$\psi = -0.013 \text{ rd}$$

on a :

$$L_e(c) = -2 \text{ m.N}$$

$$M_e(c) = -11 \text{ m.N}$$

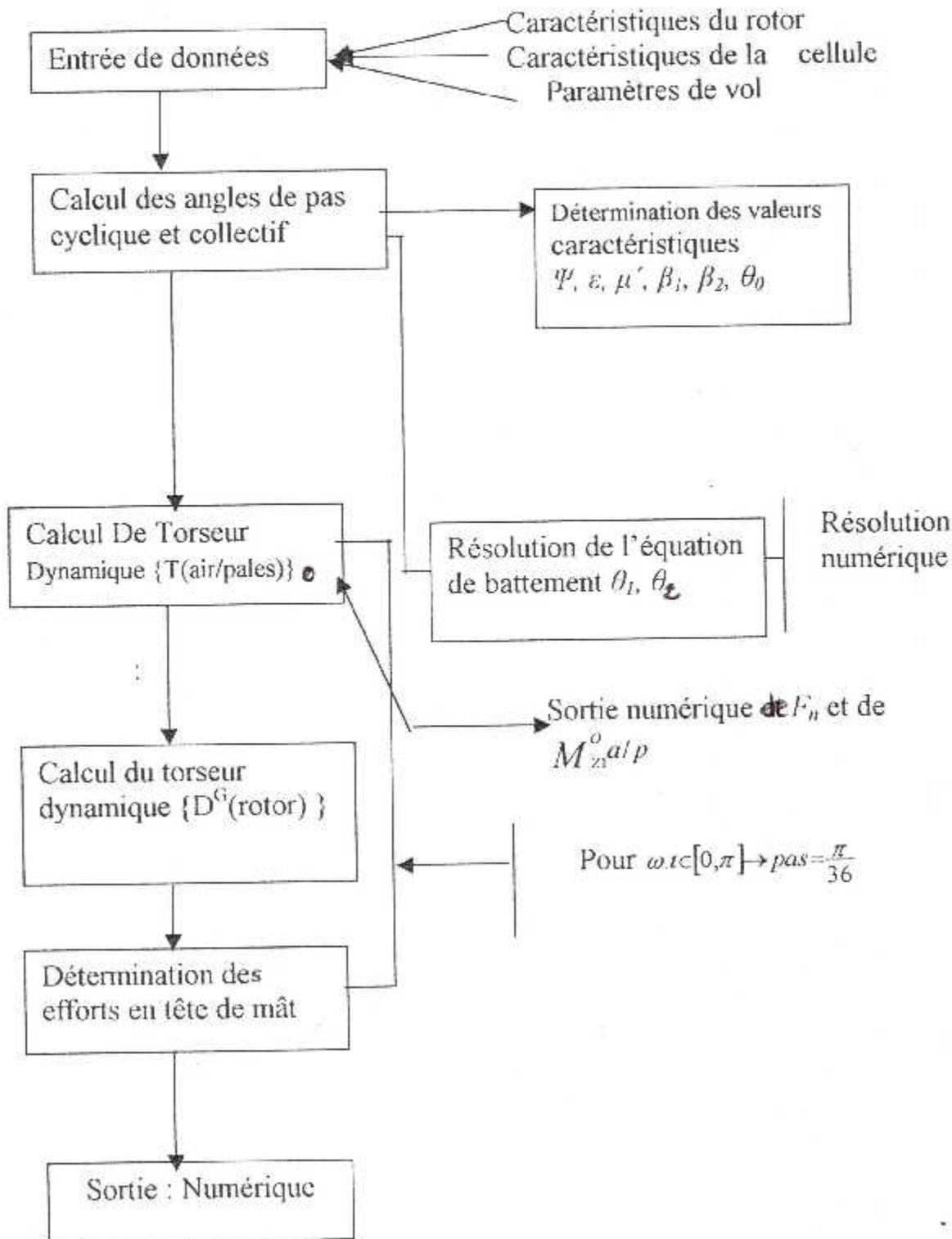
$$N_e(c) = -12 \text{ m.N}$$

Compte tenu des hypothèses formulées au début de ce chapitre, on vérifie que les composantes du moment dynamique en G_C de la cellule sont négligeables en regard des termes telles : $Z_{oc} \dot{\mu} m_c V_x \cos \varepsilon(\nu)$

et $Z_{oc} \dot{\mu} g m_c V_x \cos \varepsilon(\nu) \sin \psi(\nu)$ dans les valeurs, dans le cas de vol considéré, sont respectivement de l'ordre de -5924 m.N et de -1373 m.N . Le terme $N_e(c)$ est quant à lui négligeable en regard de la valeur moyenne du moment en O des forces aérodynamiques agissant sur le rotor (ordre de grandeur : -1330 m.N).

IV-6> PROGRAMME DE CALCUL DES EFFORTS EN TÊTE DE MÂT :
DE MAT :

IV-6-1-Organigramme De Principe :



IV-6-2 ➤ Calcul De L'angle De Pas Collectif & Coefficients K_θ Et K_p :

La résolution de l'équation de battement et le calcul du torseur {air/pales}₀ impose la connaissance de l'angle de pas collectif θ_0 tel que la portance moyenne du rotor $F n_m$ correspond au cas de vol considéré. Pour cela, on définit une configuration de vol stationnaire équivalent en considérant les composantes V_v et V_h de la vitesse de l'air aux pales respectivement égale à :

$$V_v = -V e_z - V_{im}$$

avec : $V e_z = V_A \sin \psi + V_z$

→ La vitesse induite moyenne V_{im} étant celle de la configuration du vol réel :

$$V_h = \omega \cdot r$$

Et en calculant θ_0 tel que la poussée du rotor en vol stationnaire équivalent (qu'on notera $F n_0$) soit égale à $F n_m$. Une sortie numérique des valeurs de $l \cdot n$ prévue au niveau du calcul du torseur {air/pales}₀ nous permet de constater que la valeur moyenne réelle de la portance dans la configuration de vol étudié ne correspond pas à la valeur théorique $l \cdot n_m$.

La configuration de vol stationnaire équivalent ne permet pas d'obtenir sans correction θ_0 .

On est par conséquent amené à introduire un coefficient correctif de poussée K_θ (Graphe IV-6):

$$F n_0 = K_\theta \cdot F n_m$$

Une correction analogue doit être opérée dans un deuxième temps au niveau du calcul de $M_z^{o a/p}$ qui intervient dans la détermination de la poussée de l'anti-couple.

Le coefficient correctif de couple K_p (Graphe IV-6) modifie alors la valeur de $M_z^{o a/p}$ calculé à partir de la configuration de vol stationnaire équivalent.

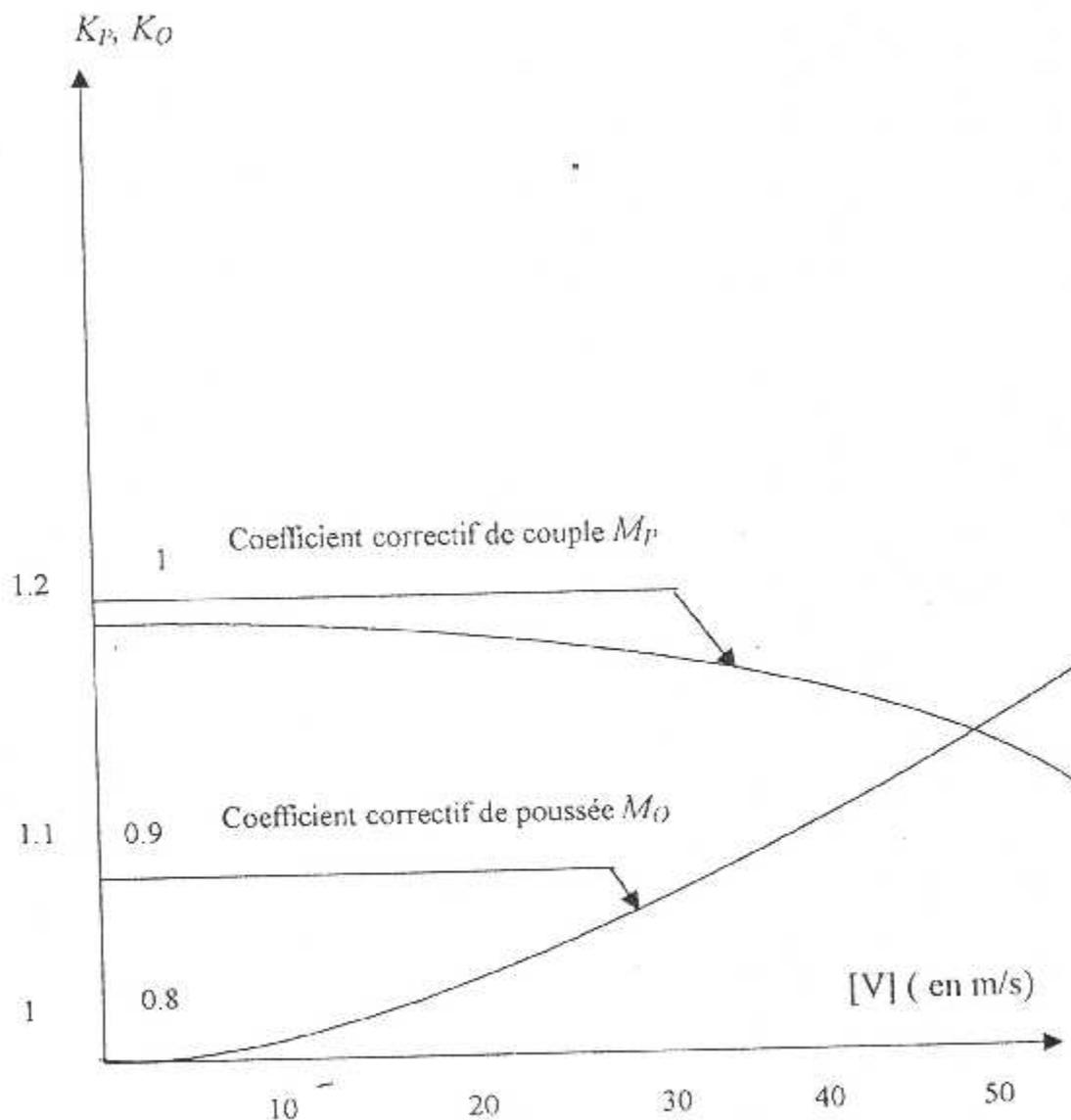


FIG IV-6:COEFFICIENT K_o , K_p

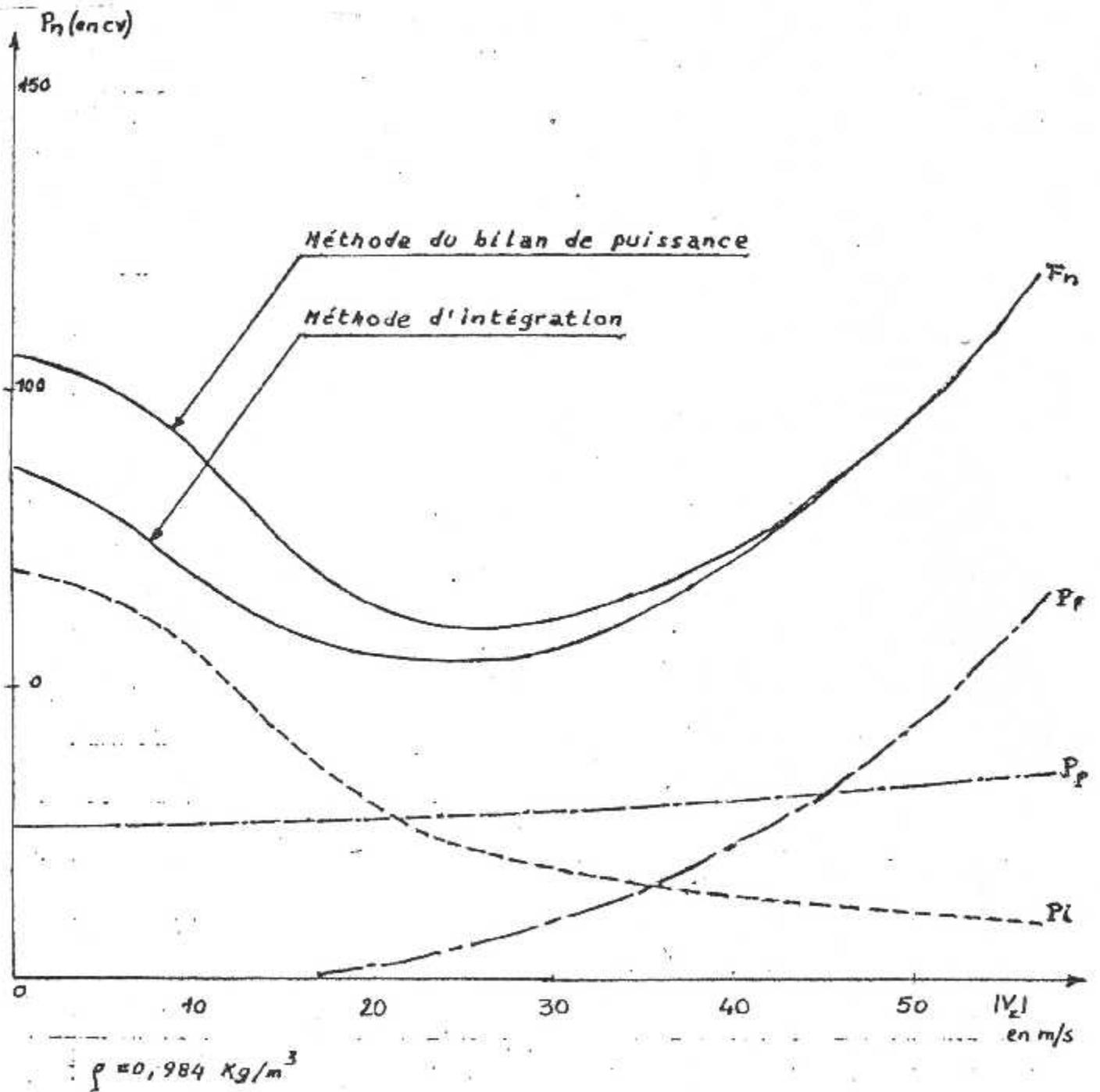


FIG IV-7 : METHODE D 'INTEGRATION & METHODE DU BILAN DE PUISSANCE

IV-6-3- Interprétation & Exploitation :

→ les courbes données par la partie graphique fournissent les valeurs :

➤ De l'effort de traction F/\overline{Z}_m et l'effort tranchant $F/(O, \overline{X}_m, \overline{Y}_m)$.

➤ Du Couple résistant M/\overline{Z}_m en tête de mât, couple agissant sur

les commandes M/\overline{X}_m .

➤ Pour $\omega t \in [0, \pi]$, dans quelques cas de vol particuliers avec les conditions générales suivantes :

$X_G=0$	$X_0=1.7\text{ m}$	$X_c=0$
$Y_G=0$	$Y_0=0$	$Y_c=0$
$Z_G=-1.5\text{ m}$	$Z_0=-0.5\text{ m}$	$Z_c=-1.5\text{ m}$
$Y_a=0$		

aucune masse additionnelle sur le rotor :

$\rho=0.984\text{ kg/m}^3$	$m_r=18\text{ kg}$
$m=580\text{ kg}$	$m_c=532\text{ kg}$

Ces cas de vol ne représente qu'une infinie partie de l'éventail des possibilités qu'il serait possible d'envisager.

On peut cependant déduire de cette étude, les premières constatations suivantes :

a) Influence Du Centrage :

Le problème du centrage d'un hélicoptère est très important en raison de ces répercussion sur les phénomènes dynamiques (amplitude du couple résistant en tête de mât).

Dans tous les cas de charges, le centre de gravité de la cellule devra se situer le plus près possible de l'axe de mât, ce qui implique de situer les masses variables en cours de vol (réservoir de carburant) sous ce dernier.

b> Influence De Décalage De L'axe De Pas Collectif Par Rapport A L'axe De Pas Cyclique :

Il correspond au terme Y_a de la condition de la stabilité du rotor. Il introduit l'élément I_{xy} dans la matrice d'inertie en O du rotor (produit d'inertie par rapport à \overline{OXp} et \overline{OYp}) dont l'incidence sur la valeur des angles de pas cyclique est négligée.

Un décalage de l'ordre de quelques centimètres ayant peu d'influence sur l'ensemble des efforts transmis par le rotor à la tête de mât, c'est l'un des artifices qui peut être envisager en vue d'améliorer la stabilité du rotor.

c> Influences Des Masses Additionnelles :

La mise en place des masses additionnelles modifie les éléments I_x et I_z de la matrice d'inertie en O du rotor ce qui se traduit par une augmentation de l'amplitude du couple résistant ($M/\overline{Z_m}$) et du couple agissant sur les commandes $M/\overline{X_m}$.

Les variations de l'amplitudes étant de l'ordre de 40% pour ($M/\overline{Z_m}$) et de 7% pour ($M/\overline{X_m}$) avec 2 masses additionnelles de 2 kg situé à 1m du centre du rotor pour une vitesse de translation de 50 m/s.

La mise en place des masses additionnelles en vue de l'amélioration de la stabilité du rotor ne semble pas souhaitable puisqu'elle se traduit par une augmentation des sections des éléments de la chaîne cinématique. Cette solution modifierait également le temps de réponse du rotor à une sollicitation sur les commandes d'où une incidence sur la maniabilité de l'appareil.

IV-6-4 ➤ Comparaison De La Méthode D'intégration Des Actions Élémentaires Avec Celle Du Bilan De Puissance:

La méthode du bilan de puissance consiste à décomposer la puissance mise en jeu dans un cas de vol donné en un certain nombre de termes calculés séparément.

Les courbes de puissance montrent que la méthode d'intégration conduit à des valeurs inférieures à celles obtenues par la méthode dite « bilan de puissance ». L'écart (de l'ordre de 20% à 5m/s) et surtout important dans la plage des basses vitesses de translation (inférieures à 20m/s), zone dans laquelle la puissance induite est prépondérante. Il peut s'appliquer :

➤ Par le fait que nous avons négligé la composante suivant \overline{Z}_o de la traînée du fuselage provoquée par le souffle du rotor qui représente 2 à 5% du poids de l'appareil.

➤ Par la description du champ des vitesses induites que nous avons adoptée qui nous correspond vraisemblablement pas à la réalité (surtout aux limites des pales), alors que la méthode du bilan de puissance fait appel à un facteur de majoration de puissance $\frac{1}{\eta_r}$ variant entre 1.1 et 1.2 pour tenir

compte des poids aux bouts des pales et de la non uniformité des vitesses induites dans ce cas :

$$P_{réelle} = \frac{1}{\eta_i} P_{théorique}$$

LISTE DES VALEURS DE F_n ET DE $M_{z_m}^{a/p}$ -SANS CORRECTION-

$V_x = -50$ m/s	$V_z = 0$ m/s	$C_0 = -1248$ m ^N
Omega *t= 0	Portance= 5445 N	Mo/zl(a/p)=1248 m ^N
Omega *t= 5	portance= 5440 N	Mo/zl(a/p)=1250 m ^N
Omega *t= 10	portance= 5406 N	Mo/zl(a/p)=1247 m ^N
Omega *t= 15	portance= 5345 N	Mo/zl(a/p)=1239 m ^N
Omega *t= 20	portance= 5257 N	Mo/zl(a/p)=1227 m ^N
Omega *t= 25	portance= 5145 N	Mo/zl(a/p)=1210 m ^N
Omega *t= 30	portance= 5013 N	Mo/zl(a/p)=1189 m ^N
Omega *t= 35	portance= 4865 N	Mo/zl(a/p)=1164 m ^N
Omega *t= 40	portance= 4706 N	Mo/zl(a/p)=1138 m ^N
Omega *t= 45	portance= 4540 N	Mo/zl(a/p)=1111 m ^N
Omega *t= 50	portance= 4372 N	Mo/zl(a/p)=1083 m ^N
Omega *t= 55	portance= 4207 N	Mo/zl(a/p)=1056 m ^N
Omega *t= 60	portance= 4051 N	Mo/zl(a/p)=1032 m ^N
Omega *t= 65	portance= 3908 N	Mo/zl(a/p)=1010 m ^N
Omega *t= 70	portance= 3782 N	Mo/zl(a/p)=991 m ^N
Omega *t= 75	portance= 3678 N	Mo/zl(a/p)=976 m ^N
Omega *t= 80	portance= 3598 N	Mo/zl(a/p)=966 m ^N
Omega *t= 85	portance= 3545 N	Mo/zl(a/p)=960 m ^N
Omega *t= 90	portance= 3521 N	Mo/zl(a/p)=958 m ^N
Omega *t= 95	portance= 3525 N	Mo/zl(a/p)=960 m ^N
Omega *t= 100	portance= 3559 N	Mo/zl(a/p)=966 m ^N
Omega *t= 105	portance= 3621 N	Mo/zl(a/p)=976 m ^N
Omega *t= 110	portance= 3709 N	Mo/zl(a/p)=989 m ^N
Omega *t= 115	portance= 3821 N	Mo/zl(a/p)=1004 m ^N
Omega *t= 120	portance= 3953 N	Mo/zl(a/p)=1022 m ^N
Omega *t= 125	portance= 4100 N	Mo/zl(a/p)=1042 m ^N
Omega *t= 130	portance= 4260 N	Mo/zl(a/p)=1064 m ^N
Omega *t= 135	portance= 4426 N	Mo/zl(a/p)=1086 m ^N
Omega *t= 140	portance= 4594 N	Mo/zl(a/p)=1109 m ^N
Omega *t= 145	portance= 4759 N	Mo/zl(a/p)=1132 m ^N
Omega *t= 150	portance= 4915 N	Mo/zl(a/p)=1155 m ^N
Omega *t= 155	portance= 5053 N	Mo/zl(a/p)=1177 m ^N
Omega *t= 160	portance= 5183 N	Mo/zl(a/p)=1197 m ^N
Omega *t= 165	portance= 5288 N	Mo/zl(a/p)=1215 m ^N
Omega *t= 170	portance= 5368 N	Mo/zl(a/p)=1230 m ^N
Omega *t= 175	portance= 5421 N	Mo/zl(a/p)=1241 m ^N
Omega *t= 180	portance= 5445 N	Mo/zl(a/p)=1248 m ^N

LISTE DES VALEURS DE F_n ET DE $M_{z_m}^{o/a/p}$ -AVEC CORRECTION

$V_x = -50$ m/s	$V_z = 0$ m/s	$C_o = -1347$ m ^N
Omega*t= 0	Portance= 6599 N	Mo/z1(a/p)=1497 m ^N
Omega*t= 5	portance= 6592 N	Mo/z1(a/p)=1499 m ^N
Omega*t= 10	portance= 6550 N	Mo/z1(a/p)=1495 m ^N
Omega*t= 15	portance= 6475 N	Mo/z1(a/p)=1486 m ^N
Omega*t= 20	portance= 6369 N	Mo/z1(a/p)=1470 m ^N
Omega*t= 25	portance= 6235 N	Mo/z1(a/p)=1449 m ^N
Omega*t= 30	portance= 6077 N	Mo/z1(a/p)=1423 m ^N
Omega*t= 35	portance= 5901 N	Mo/z1(a/p)=1394 m ^N
Omega*t= 40	portance= 5711 N	Mo/z1(a/p)=1362 m ^N
Omega*t= 45	portance= 5514 N	Mo/z1(a/p)=1328 m ^N
Omega*t= 50	portance= 5315 N	Mo/z1(a/p)=1294 m ^N
Omega*t= 55	portance= 5120 N	Mo/z1(a/p)=1262 m ^N
Omega*t= 60	portance= 4935 N	Mo/z1(a/p)=1232 m ^N
Omega*t= 65	portance= 4767 N	Mo/z1(a/p)=1205 m ^N
Omega*t= 70	portance= 4619 N	Mo/z1(a/p)=1183 m ^N
Omega*t= 75	portance= 4497 N	Mo/z1(a/p)=1165 m ^N
Omega*t= 80	portance= 4403 N	Mo/z1(a/p)=1153 m ^N
Omega*t= 85	portance= 4342 N	Mo/z1(a/p)=1146 m ^N
Omega*t= 90	portance= 4315 N	Mo/z1(a/p)=1144 m ^N
Omega*t= 95	portance= 4323 N	Mo/z1(a/p)=1147 m ^N
Omega*t= 100	portance= 4365 N	Mo/z1(a/p)=1155 m ^N
Omega*t= 105	portance= 4440 N	Mo/z1(a/p)=1167 m ^N
Omega*t= 110	portance= 4546 N	Mo/z1(a/p)=1183 m ^N
Omega*t= 115	portance= 4680 N	Mo/z1(a/p)=1202 m ^N
Omega*t= 120	portance= 4870 N	Mo/z1(a/p)=1224 m ^N
Omega*t= 125	portance= 5013 N	Mo/z1(a/p)=1248 m ^N
Omega*t= 130	portance= 5203 N	Mo/z1(a/p)=1274 m ^N
Omega*t= 135	portance= 5401 N	Mo/z1(a/p)=1302 m ^N
Omega*t= 140	portance= 5600 N	Mo/z1(a/p)=1330 m ^N
Omega*t= 145	portance= 5795 N	Mo/z1(a/p)=1358 m ^N
Omega*t= 150	portance= 5979 N	Mo/z1(a/p)=1385 m ^N
Omega*t= 155	portance= 6148 N	Mo/z1(a/p)=1412 m ^N
Omega*t= 160	portance= 6296 N	Mo/z1(a/p)=1436 m ^N
Omega*t= 165	portance= 6418 N	Mo/z1(a/p)=1458 m ^N
Omega*t= 170	portance= 6511 N	Mo/z1(a/p)=1475 m ^N
Omega*t= 175	portance= 6572 N	Mo/z1(a/p)=1489 m ^N
Omega*t= 180	portance= 6599 N	Mo/z1(a/p)=1497 m ^N

Sortie Numérique Des Efforts En Tête De Mat :

$V_x = -50 \text{ m/s}$	$V_z = 0 \text{ m/s}$	
$\Omega \cdot t = 0.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1379.9 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$	Couple/ $X_m = 10.2 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
	Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 281.0 \text{ N}$	
	Effort suivant $Z_m = 6424.1 \text{ N}$	
$\Omega \cdot t = 5.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1339.6 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$	Couple/ $X_m = 14.0 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
	Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 276.1 \text{ N}$	
	Effort suivant $Z_m = 6416.4 \text{ N}$	
$\Omega \cdot t = 10.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1298.1 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$	Couple/ $X_m = 17.5 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
	Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 269.6 \text{ N}$	
	Effort suivant $Z_m = 6374.2 \text{ N}$	
$\Omega \cdot t = 15.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1256.4 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$	Couple/ $X_m = 20.5 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
	Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 261.7 \text{ N}$	
	Effort suivant $Z_m = 6298.8 \text{ N}$	
$\Omega \cdot t = 20.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1215.9 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$	Couple/ $X_m = 23.2 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
	Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 252.6 \text{ N}$	
	Effort suivant $Z_m = 6192.4 \text{ N}$	
$\Omega \cdot t = 25.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1177.5 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$	Couple/ $X_m = 25.6 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
	Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 242.6 \text{ N}$	
	Effort suivant $Z_m = 6058.3 \text{ N}$	
$\Omega \cdot t = 30.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1142.7 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$	Couple/ $X_m = 27.7 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
	Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 232.3 \text{ N}$	
	Effort suivant $Z_m = 5900.7 \text{ N}$	
$\Omega \cdot t = 35.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1112.5 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$	Couple/ $X_m = 29.5 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
	Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 221.8 \text{ N}$	
	Effort suivant $Z_m = 5724.1 \text{ N}$	
$\Omega \cdot t = 40.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1088.3 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$	Couple/ $X_m = 31.2 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
	Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 211.7 \text{ N}$	
	Effort suivant $Z_m = 5534.1 \text{ N}$	
$\Omega \cdot t = 45.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1071.0 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$	Couple/ $X_m = 32.7 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
	Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 202.2 \text{ N}$	
	Effort suivant $Z_m = 5336.5 \text{ N}$	
$\Omega \cdot t = 50.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1061.4 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$	Couple/ $X_m = 34.1 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
	Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 193.6 \text{ N}$	
	Effort suivant $Z_m = 5137.1 \text{ N}$	

$\Omega \cdot t = 55.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1060.1 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 186.2 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 4942.1 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 35.6 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 60.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1067.3 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 180.3 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 4757.5 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 37.0 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 65.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1083.0 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 175.8 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 4588.7 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 38.5 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 70.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1106.7 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 172.8 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 4440.9 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 40.0 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 75.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1137.5 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 171.4 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 4318.6 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 41.4 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 80.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1174.4 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 171.6 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 4225.6 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 42.7 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 85.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1216.0 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 173.1 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 4164.6 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 43.9 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 90.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1260.7 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 176.1 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 4137.5 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 44.8 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 95.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1306.9 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 180.4 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 4145.1 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 45.4 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 100.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1353.0 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 185.9 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 4187.2 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 45.5 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 105.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1397.3 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 192.5 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 4262.5 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 45.2 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 110.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1438.3 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 200.1 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 4368.8 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 44.2 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$

$\Omega \cdot t = 115.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1474.8 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 208.5 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 4502.8 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 42.7 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 120.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1505.8 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 217.5 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 4660.4 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 40.5 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 125.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1530.4 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 227.0 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 4836.8 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 37.8 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 130.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1543.3 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 236.7 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 5026.8 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 34.5 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 135.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1559.1 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 246.2 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 5224.5 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 30.8 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 140.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1562.8 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 255.3 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 5423.9 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 26.6 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 145.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1559.5 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 263.6 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 5619.0 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 22.1 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 150.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1549.6 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 271.0 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 5803.8 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 17.4 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 155.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1533.5 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 277.0 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 5972.7 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 12.6 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 160.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1511.7 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 281.5 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 6120.6 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 7.8 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 165.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1484.7 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 284.2 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 6242.9 \text{ N}$	Couple/ $X_m = 3.0 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$
$\Omega \cdot t = 170.0^\circ$	Couple/ $Z_m = -1453.3 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$ Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 285.1 \text{ N}$ Effort suivant $Z_m = 6336.0 \text{ N}$	Couple/ $X_m = -1.7 \text{ m}^{\wedge}\text{N}$

$\Omega \cdot t = 175.0^\circ$

Couple/ $Z_m = -1418.1 \text{ m}^2\text{N}$ Couple/ $X_m = -6.1 \text{ m}^2\text{N}$
Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 284.0 \text{ N}$
Effort suivant $Z_m = 6397.0 \text{ N}$

$\Omega \cdot t = 180.0^\circ$

Couple/ $Z_m = -1379.9 \text{ m}^2\text{N}$ Couple/ $X_m = -10.2 \text{ m}^2\text{N}$
Effort dans $(O, X_m, Y_m) = 281.0 \text{ N}$
Effort suivant $Z_m = 6426.1 \text{ N}$

$$V_x = -50 \text{ m/s}$$

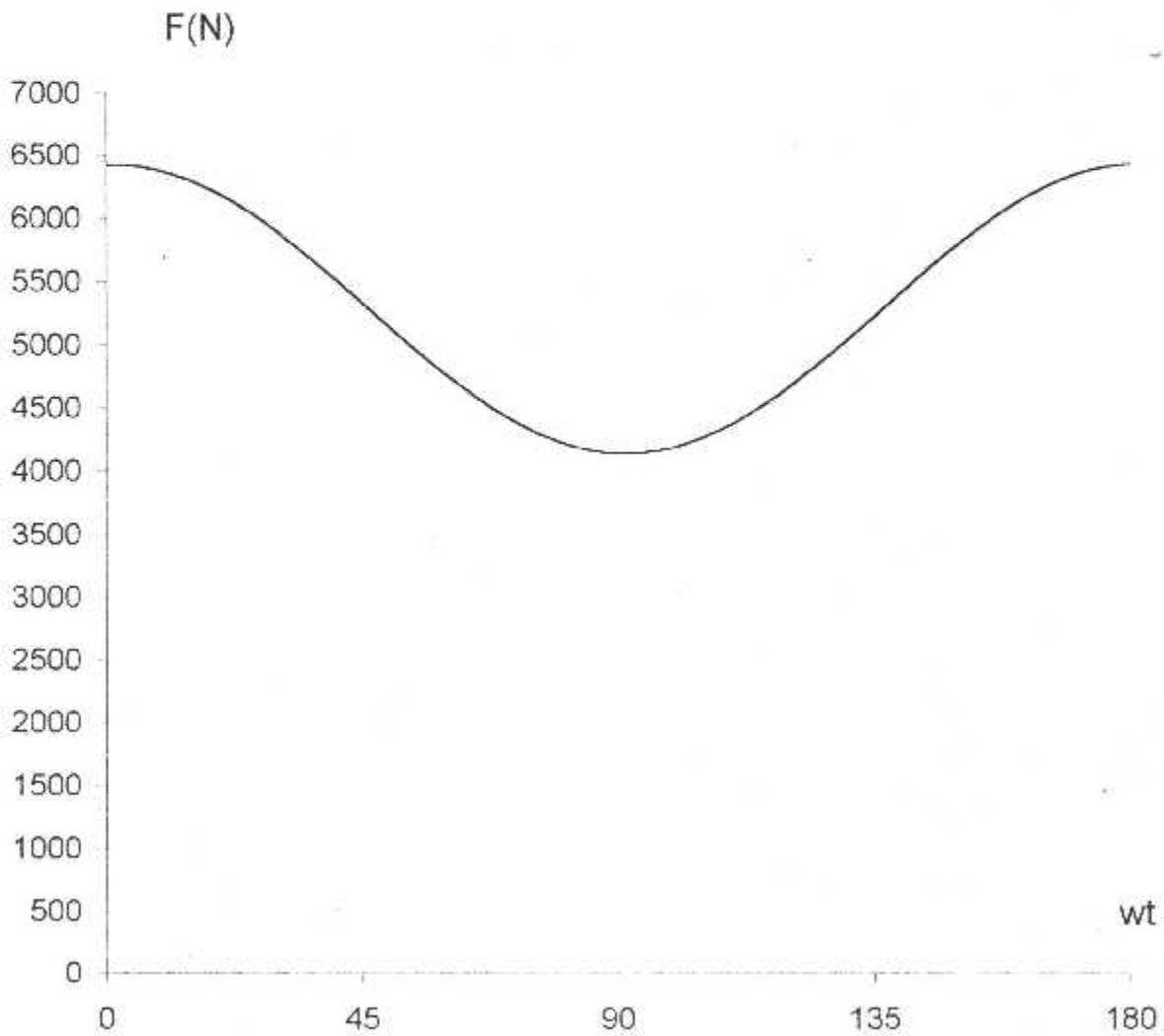
$$V_z = 0$$

$$\dot{\mu} = 0$$

$$V_{im}/V_{io} = 0,18$$

$$V_{ic}/V_{io} = 0,16$$

F/ Zm



Courbe -1- variation de l'effort de traction en fonction de l'azimut

$$V_x = -50 \text{ m/s}$$

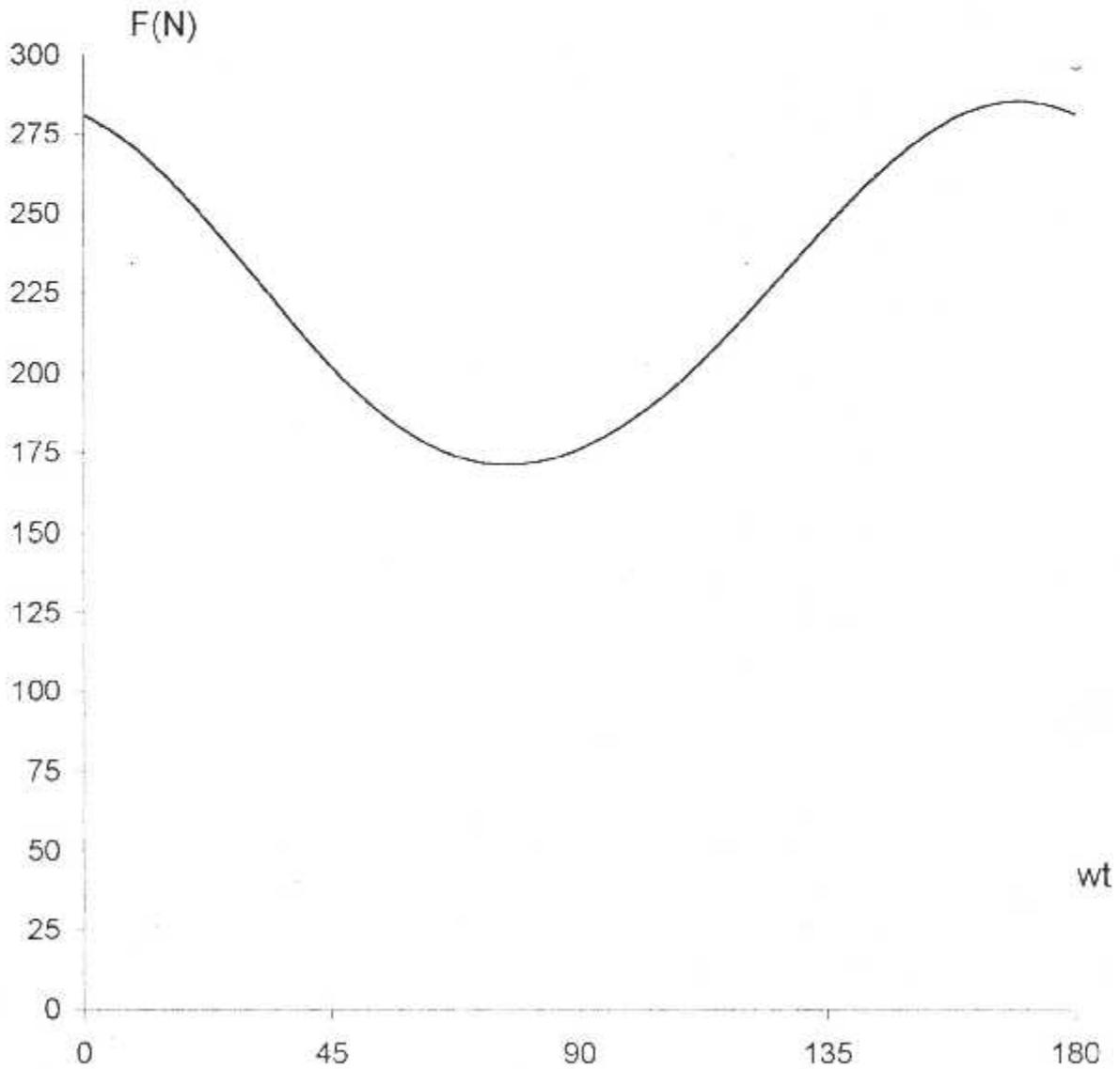
$$V_z = 0$$

$$\mu' = 0$$

$$V_{im}/V_{io} = 0,18$$

$$V_{ic}/V_{io} = 0,16$$

F/ (O,Xm,Ym)



Courbe -2-variation de l'effort tranchant en fonction de l'azimut

$$V_x = -50 \text{ m/s}$$

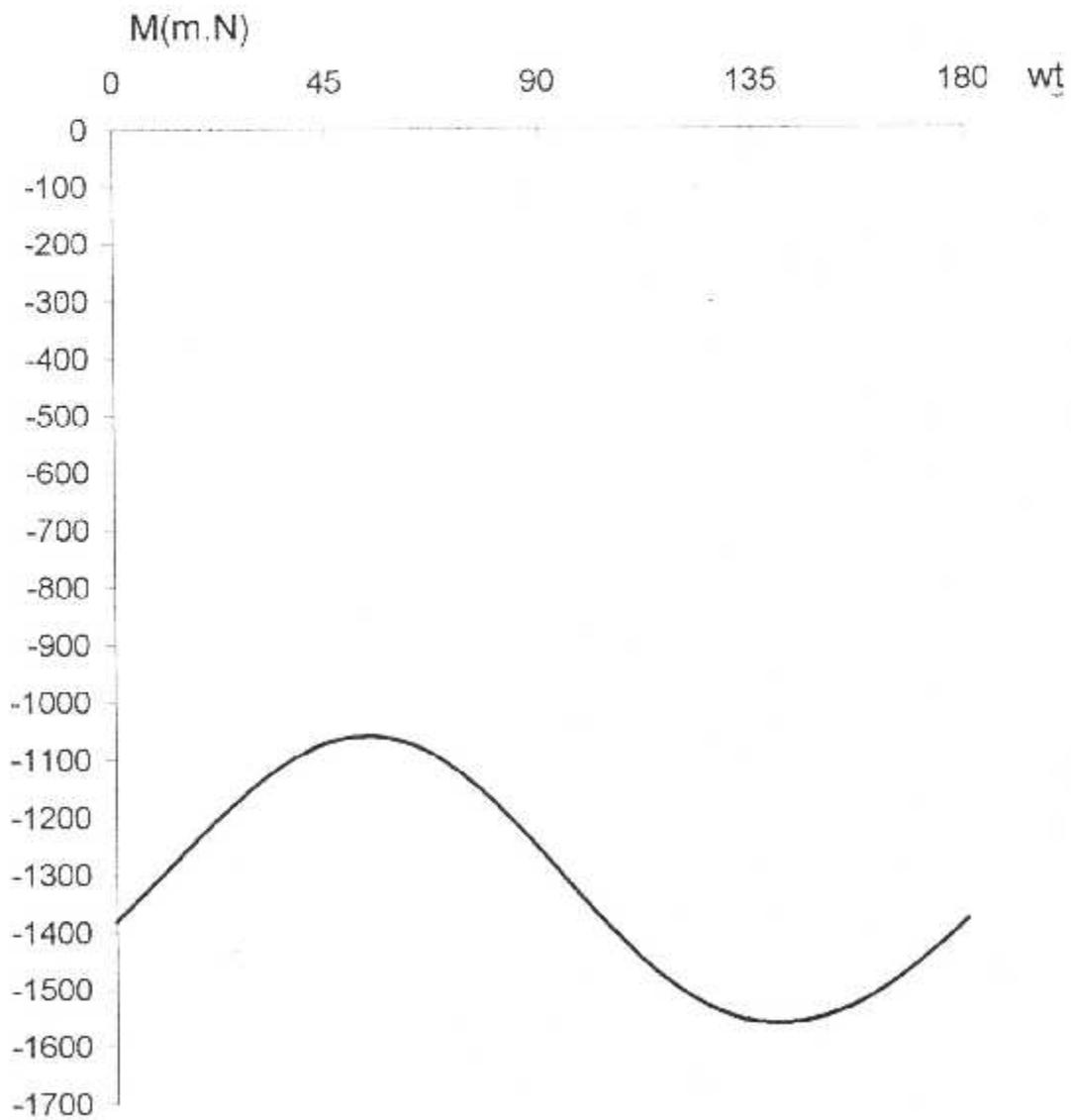
$$V_z = 0$$

$$\dot{\mu} = 0$$

$$V_{im}/V_{io} = 0,18$$

$$V_{ic}/V_{io} = 0,16$$

M/Zm



Courbe -3-variation du couple résistant en fonction de l'azimut

$$V_x = -50 \text{ m/s}$$

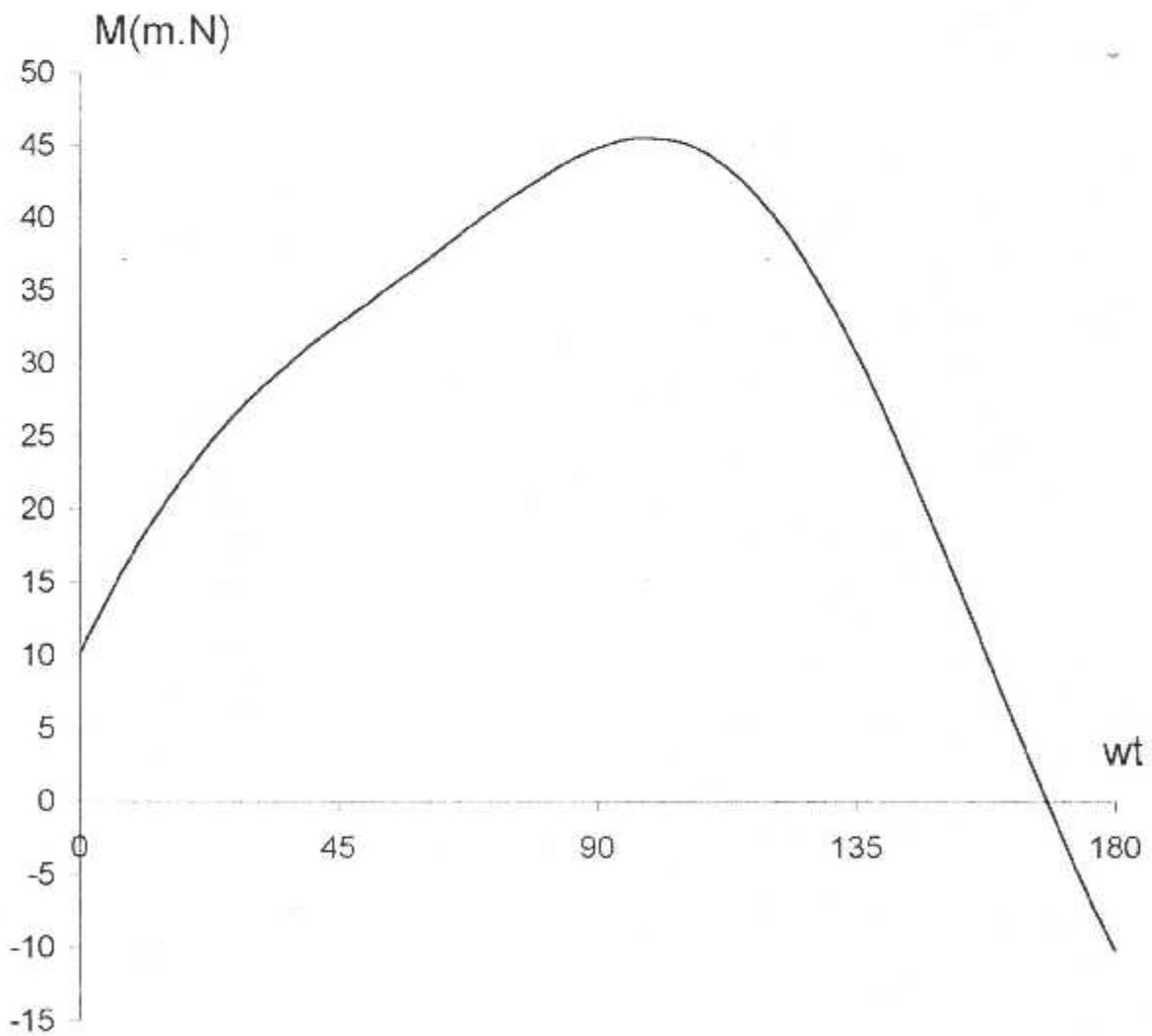
$$V_z = 0$$

$$\dot{\mu} = 0$$

$$V_{im}/V_{io} = 0,18$$

$$V_{ic}/V_{io} = 0,16$$

M/ X_m



Courbe 4-variation du couple agissant sur les commandes en fonction de l'azimut



CONCLUSION



CONCLUSION

L'étude qu'on a parvenu à élaborer, nous a permis d'obtenir les différentes déductions qui ont une répercussion directe sur le fonctionnement et la stabilité d'un hélicoptère.

La présente mémoire a permis de :

- Améliorer les connaissances des problèmes liés au vol d'hélicoptère.
- Mieux connaître les fonctions de moyen et des commandes de pas.
- Avoir un programme de calcul des efforts en tête de mât donnant des résultats cohérents, son domaine d'application peut être étendu à l'ensemble des cas de vol moyennant une meilleure connaissance du champ des vitesses induites.

→ La détermination des efforts en tête de mât permet de calculer le rapport de réduction des vitesses au sein de la boîte de transmission permettant ainsi au pilote de mieux gérer la maniabilité de l'appareil pendant toutes les configurations du vol.

Ces efforts subissent des variations et des modifications en présence des paramètres suivants (pour une variation d'azimut de 0 à π) :

- La position du centrage de l'appareil.
- Le décalage de l'axe de pas collectif par rapport à l'axe de pas cyclique.
- La mise en place des masses additionnelles

Il est souhaitable d'aborder les résultats qu'on a obtenus par plus de calculs et de poursuite rigoureuse afin de résoudre ce phénomène majeur qui inquiète les aérodynamiciens « la stabilité ».

Finalement, nous espérons que notre modeste travail sera bénéfique, précieux et d'une grande utilité pour les futurs étudiants.

BIBLIOGRAPHIE

[1]: Pierre Lefort, Jaques Hamman « Théorie et Pratique de l'hélicoptère »
Chirron, 1987

[2]: Mererhadi Abdelmadjid et Megaouel Allaoua « Etude générale sur les
pales » Mémoire de technicien supérieur à l'université de Blida, Institut
d'aéronautique (200/2001)

[3]: Abadni M^{ed} Amine et Lezreg Fawzi « Calcul aérodynamique du
rotor », Mémoire d'ingénieur d'état, IAB (1999/2000)

[4] Ould Rabah et Boudjallal : « Etude des caractéristiques d'un
hélicoptère et les puissances nécessaires en vol de translation – maniabilité
et Stabilité », Mémoire de technicien supérieur à l'université de Blida,
Institut d'aéronautique (1999/2000)

[5] :Ould Baty Abderrahmane « Instabilité d'incidence due au rotor »
Mémoire d'ingénieur d'état, IAB (1996/1997)

[6]: Ralertz.R « Théorie élémentaire de l'hélicoptère », Cepadues, 1980.