

Frederic Rieux

Processus de diffusion discret



Table des matières

Table des matières	iii
1 Introduction	1
2 Introduction à la géométrie discrète	7
2.1 Introduction	8
2.2 Espace Discret	9
2.2.1 Distances discrètes	9
2.2.2 Notion de k-voisinage	9
2.3 Discrétisation d'un contour discret	11
2.3.1 La méthode OBQ (Object Boundary Quantization)	11
2.3.2 La méthode BBQ (Background Boundary Quantization)	12
2.3.3 La méthode GIQ (Great Intersect Quantization)	13
2.3.4 La méthode de Supercouverture	13
2.4 Droites Discrètes	14
2.4.1 Code de Freeman	14
2.4.2 Vers une caractérisation des droites discrètes	15
2.4.3 Droites Arithmétiques de Reveilles	16
2.5 Algorithme de reconnaissance incrémental	18
2.5.1 Droites et points d'appui	18
2.5.2 Algorithme de reconnaissance	19
2.5.3 Applications à la segmentation de contour	20
2.5.4 Vers une définition des tangentes discrètes	21
2.5.5 Cas des contours avec du bruit : reconnaissance de segments flous	22
2.6 Conclusion	22

3 De la segmentation de courbe à la convolution binomiale	25
3.1 Introduction	25
3.2 Estimations des tangentes par segmentations	27
3.2.1 Algorithme de Vialard	27
3.2.2 Algorithme de Fabien Feschet et Laure Tougne	28
3.2.3 Estimations des tangentes : méthodes λ -MST	29
3.2.4 Algorithme de décomposition en arc de cercles	31
3.2.5 Conclusion	33
3.3 Estimations par convolutions	33
3.3.1 Algorithme de M. Worring and A. W. Smeulders	33
3.3.2 Estimation des tangentes filtrages médians	34
3.3.3 Estimation des dérivées d'ordre n par convolution binomiale	35
3.3.4 Tangentes discrètes par moindres carrés	36
3.4 Conclusion	38
4 De l'équation de diffusion de la chaleur vers les processus discrets	39
4.1 Introduction	40
4.2 Equation de la chaleur	41
4.2.1 Cas de surfaces réelles	41
4.2.2 Application du Laplacien discret à l'étude géométrique	42
4.3 Introduction aux processus Markoviens discrets	45
4.3.1 Définitions	45
4.3.2 Chaines de Markov sur un ensemble fini d'états	46
4.3.3 Probabilités de transition	47
4.3.4 Décomposition spectrale	48
4.4 Processus de diffusion discret	49
4.4.1 Définitions et propriétés	49
4.4.2 Diffusion sur des droites discrètes	52
4.5 Processus discret Flou	59
4.5.1 Paramétrisation Curviline des droites discrètes	60
4.5.2 Épaississement des contours discrets	61
4.5.3 Matrices Fuzzy et projections curvilignes	63
4.5.4 Calcul des probabilités des pixels fantômes	66
4.5.5 Conclusion	68
4.6 Opérateur Laplacien discret	69
4.6.1 Définition de l'équation de diffusion discrète	69
4.6.2 Étude des vecteurs propres du Laplacien	70
4.6.3 Expérience de Chladni discrète	76
4.6.4 Noyau de la diffusion	76
4.6.5 Généralisation sur les réseaux de diamants	78
4.7 Convergence vers l'opérateur usuel sur une surface quelconque	82

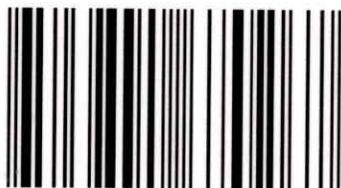
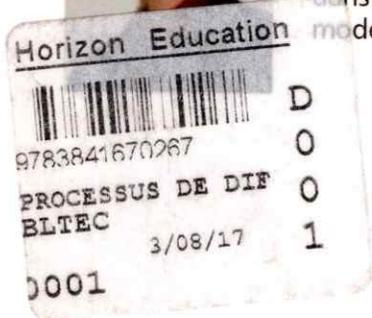
4.7.1 Surfaces conformes	82
4.7.2 Opérateur Laplacien et diffusion sur une surface conforme	84
5 Application du processus de Diffusion discret à l'estimation de la courbure	87
5.1 Introduction	88
5.2 Courbure de graphes de fonctions réelles	89
5.2.1 Courbure géométrique	89
5.2.2 Détermination du cercle osculateur	90
5.2.3 Courbure de fonctions paramétriques	92
5.2.4 Courbure de fonctions paramétriques polaires	93
5.2.5 Courbure de fonctions polaires	93
5.2.6 Courbure des graphes de fonctions	93
5.3 Estimation des dérivées	93
5.3.1 Méthode des différences finies	94
5.3.2 Produit de convolution	95
5.3.3 Résultats estimation des dérivées avec le masque adaptatif	99
5.3.4 Estimations par la méthode des moindres carrés	99
5.3.5 Généralisation aux surfaces en dimension trois	103
5.4 Application à l'estimation de la courbure	106
5.4.1 Dérivées d'ordres supérieurs	106
5.4.2 Étude de la convergence multigrille	108
5.4.3 Applications à la courbure de fonctions réelles	112
5.4.4 Conclusion et perspectives	113
5.5 Détection de bruit dans un contour	115
5.5.1 Paramétrisation curviligne	115
5.5.2 Détection de bruit et résultats	116
5.6 Conclusion	117
6 Filtrage par Convolution Adaptative	119
6.1 Introduction	120
6.2 Introduction au traitement d'images	121
6.2.1 Image et modèle de bruit	121
6.2.2 Filtrage Moyennés	123
6.2.3 Filtrage Médians	125
6.3 Filtrage basés sur les équations aux dérivées partielles	126
6.3.1 Modèle de Perona et Malik	127
6.3.2 Filtre de Kuwahara	130
6.3.3 Filtre basé sur les plus proches voisins	132
6.3.4 Conclusion	133
6.4 Application du Laplacien comme filtre moyenné	134
6.4.1 Chaîne de Markov sur une Image en niveau de gris	137

6.4.2	Exemples de construction de Masques et Comparaisons	138
6.5	Résultats	142
6.5.1	Applications au débruitage d'images en niveau de gris	142
6.5.2	Optimisation par courbes de niveaux	143
6.5.3	Comparaison avec les méthodes classiques	147
6.6	Application en astrophysique à la détection de sources ponctuelles	147
6.6.1	Contexte et données d'acquisition	147
6.6.2	Significativité et lissage	150
6.7	Conclusion	152
	Bibliographie	155
	Table des figures	161

Il s'agit de décrire les courbes et surfaces discrètes composées de voxels: les définitions usuelles de droites et plans discrets épais se comportent mal quand on passe à des ensembles courbes. Comment garantir un bon comportement topologique, les connexités requises, dans une situation qui généralise les droites et plans discrets? Le calcul de données sur ces courbes, normales, tangentes, courbure, ou des fonctions plus générales, fait appel à des moyennes utilisant des masques. Une question est la pertinence théorique et pratique de ces masques. Une voie explorée, est le calcul de masques fondés sur la marche aléatoire. Une marche aléatoire partant d'un centre donné sur une courbe ou une surface discrète, permet d'affecter à chaque autre voxel un poids, le temps moyen de visite. Ce noyau permet de calculer des moyennes et par là, des dérivées. L'étude du comportement de ce processus de diffusion, a permis de retrouver des outils classiques de géométrie sur des surfaces maillées. La diversité du champs d'applications de ce processus de diffusion a été mise en avant, retrouvant ainsi des méthodes classiques mais avec une base théorique identique.



Docteur en mathématiques et informatique, a travaillé pendant un an en tant que consultant en analyse d'images. En 2013, il rejoint une entreprise spécialisée dans la gestion d'accueil. Aujourd'hui, il est responsable de la recherche et de l'innovation dans cette même entreprise et travaille sur la modélisation et la prédiction des files d'attente.



978-3-8416-7026-7

