

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DE BLIDA 1
FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE MECANIQUE

Projet de Fin d'Etudes
Pour l'obtention du Diplôme de Master en Génie mécanique
Option : Énergétique

Étude d'un écoulement entre deux cylindres coaxiaux

Promoteur :

M. ALI BEN YAHIA Ibrahim

Réalisé par :

BRITAH Nihad

KHARCHI Asma Sirine

2022/2023

Remerciement

Ce travail a été réalisé au sein de la faculté des sciences et technologie de l'université de Saad

Dahleb Blida 1, au sein du département de mécanique, spécialité énergétique.

C'est avec une profonde gratitude que je souhaite exprimer mes remerciements à mon encadrant. Grâce à son expérience et à ses connaissances scientifiques, j'ai pu découvrir l'importance et l'utilité de la simulation numérique dans le domaine de la mécanique des fluides. La diligence, la rigueur scientifique et les exigences du Docteur ALI BEN YAHIA Ibrahim ont donné une dimension évolutive à mon travail. Je tiens également à remercier vivement les membres du jury d'avoir accepté de juger et d'évaluer ce travail.

Ce projet n'aurait peut-être jamais abouti sans la contribution de nombreuses personnes qui se sont impliquées de près ou de loin dans sa réalisation. Je tiens tout particulièrement à remercier Monsieur ZERGUINE Belgacem pour son assistance, ses précieux conseils et son soutien moral qui ont été grandement appréciés.

Dédicace :

Avec les sentiments de gratitude les plus profonds, on dédie ce travail à nos parents, Pour leur soutien constant, leurs encouragements et leurs efforts pour assurer le bon déroulement de nos études ont été inestimables. On espère d'être à la hauteur de leurs attentes.

On dédie également ce travail à nos frère et à nos sœurs Ahlem, Ilhem et Nourhane , qui ont toujours été présents pour nous , ainsi qu'à tous mes collègues et professeurs qui ont contribué à notre parcours académique.

On souhaite exprimer nos reconnaissances à Nos amis S. BELGACEM, C. AICHA, N. FOUGHALI. H. DAHAMANE, S. AMADJ et F. ZAHRAOUI avec qu'on a partagé des moments inoubliables.

Enfin, on tient à dédier ce travail à toutes les personnes qui occupent une place spéciale dans nos cœurs et dont les noms n'ont pas été mentionnés. Votre soutien et votre amitié ont été précieux tout au long de notre parcours.

ملخص :

يتركز هذا المشروع على استخدام المحاكاة العددية لدراسة عدم الاستقرار ثلاثية الأبعاد لتدفق سائل لزج بين اسطوانتين متماثلتين تدوران متزامناً، والمعروف باسم تدفق تايلور-كويت. في هذه الدراسة، يتعرض السائل لقانون قوة، حيث يدور الأسطوانة الداخلية ويكون الأسطوانة الخارجية ثابتة. يشمل معايير التحكم في المشكلة نسبة الشعاع وعدد تايلور، والذي الذي يعتمد على FLUENT، يعتمد على سرعة دوران الأسطوانة الداخلية. لإجراء المحاكاة، تم استخدام برنامج الحساب طريقة الحجم المحدودة

Résumé :

Ce projet se concentre sur l'utilisation de la simulation numérique pour étudier l'instabilité tridimensionnelle de l'écoulement d'un fluide visqueux entre deux cylindres concentriques en rotation, connu sous le nom d'écoulement Taylor-Couette. Dans cette étude, le fluide est soumis à une loi de puissance, avec le cylindre intérieur en rotation et le cylindre extérieur fixe. Les paramètres de contrôle du problème comprennent le rapport de rayon et le nombre de Taylor, qui est basé sur la vitesse de rotation du cylindre intérieur. Pour réaliser la simulation, le code de calcul FLUENT, basé sur la méthode des volumes finis, a été utilisé.

Summary :

This project focuses on the use of numerical simulation to study the three-dimensional instability of the flow of a viscous fluid between two concentrically rotating cylinders, known as Taylor-Couette flow. In this study, the fluid is subjected to a power-law, with the inner cylinder rotating and the outer cylinder fixed. The control parameters of the problem include the radius ratio and the Taylor number, which is based on the rotation speed of the inner cylinder. To conduct the simulation, the FLUENT computational code, based on the finite volume method, was used.

Mots-clés : écoulement cylindrique, effet de la rhéologie, la viscosité, analyse des vortex et des tourbillons.

Nomenclature :

Grandeurs	Descriptions	Unité
d	Espace entre les deux cylindres coaxiaux ou espace annulaire	mm
H	Hauteur du dispositif de Couette	mm
L	La hauteur de l'entrefer	mm
Mc	Moment cinétique	Kg.m ²
P	Pression	Pa
R ₁	Rayon du cylindre intérieur	mm
R ₂	Rayon du cylindre extérieur	mm
Ra	Nombre de Rayleigh	
Re	Nombre de Reynolds	
Re ₁	Nombre de Reynolds de l'écoulement basé sur le cylindre intérieur	
Re ₂	Nombre de Reynolds de l'écoulement basé sur le cylindre extérieur	
Ta	Nombre de Taylor	
U	Composante radiale de la vitesse d'écoulement du fluide	m/s
V	Composante tangentielle de la vitesse d'écoulement du fluide	m/s
W	Composante axiale de la vitesse d'écoulement du fluide	m/s
z	Composante cylindrique de la direction axiale	mm

Symboles grecs :

Grandeurs	Description	Unité
Ω_1	Vitesse de rotation du cylindre intérieur	Rad/s
Ω_2	Vitesse de rotation du cylindre extérieur	Rad/s
θ	Composante cylindrique de la direction tangentielle	
μ	Viscosité dynamique	Pa.s
Γ	Rapport d'aspect	

η	Rapport des rayons	
δ	Jeu radial	
Δ	Operateur Laplacien	
ν	Viscosité cinématique	m^2/s
Σ	Symbole de sommation	
ρ	Masse volumique	Kg/m^3
τ	Contrainte de cisaillement	Pa
ω	Vitesse angulaire	Rad/s

Abréviation :

TVF : Taylor Vortex Flow

WVF : Wavy Vortex Flow

CAO : Conception Assistée par Ordinateur

CFD : Computational Fluid Dynamics

Liste des figures :

Figure I.1 : rhéogramme d'un fluide Newtonien.	2
Figure I.2 : Rhéogramme des fluides.....	8
Figure II.1 : description de l'écoulement de Taylor.	12
Figure II.2 : Système de coordonnées.....	13
Figure II.3 : Gradient en fonction de la vitesse.....	17
Figure II.6 : Les cellules de Taylor-Couette.....	18
Figure II.7 : écoulement tourbillon ondulé de Taylor-Couette.....	19
Figure II.8 : Diagramme des états observés dans un montage de Taylor-Couette en Co ou contra rotation.	21
Figure III.1: L'écoulement de Taylor-Couette	28
Figure III.2 : Géométrie de Taylor-Couette.....	32
Figure IV.1 : géométrie du dispositif Taylor-Couette en Ansys.....	38
Figure IV.2 : Différents types de maillages proposés par ANSYS Meshing.....	39
Figure IV.3 : Variation du Tc_1 en fonction de la taille du maillage.....	40
Figure IV.4 : vue d'un maillage global.....	41
Figure IV.5 : résidus normalisés.....	44
Figure IV.6 : Profile de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.89$ pour $n=0.5$, $n=0.7$ et $n=1$	45
Figure IV.7 : Profile de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.89$ pour $n=0.3$ et $n=0.4$	46
Figure IV.8: Contour de Vitesse de l'écoulement de Taylor-Couette dans le plans azimuthal.....	47
Figure IV.9 : contrainte de cisaillement en fonction de ε $n=0.3$, $n=0.4$, $n=0.5$, $n=0.7$	48
Figure IV.10: viscosité en fonction de ε $n=0.3$, $n=0.4$, $n=0.5$, $n=0.7$ et $n=1$	49
Figure IV.11 : Vue de vortex-Taylor de l'expérience à gauche de la simulation à droite.....	50
Figure IV.12 : WVT de l'expérience à gauche et de la simulation à droite.	51
Figure IV.13 : Simulation de l'effet du champ de vitesse sur coupe plan.....	51
Figure IV.14: Contour de pression de l'écoulement selon la direction azimuthale.....	55
Figure IV.15: Contour de Température	56
Figure IV.16: Contour de Température coupe plan.....	57
Figure IV.17: Variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh.....	59
Figure IV.18: Variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh.....	59
Figure IV.19: Variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh.....	60
Figure IV. 20: Variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh Pour fluide Newtonien	61
Figure IV.21: Variation du nombre de Nusselt en fonction de l'indice	62

Liste des Tableaux :

Tableau IV.1 : paramétrés géométrique du système Taylor-Couette	37
Tableau IV.2 : Valeurs des facteurs géométriques caractéristiques du dispositif de Taylor-Couette prises comme référence (Fave, 1999 et Bou abdallâh, 1980.)	37
Tableau IV.3 : Les caractéristiques géométriques du dispositif de Couette	38
Tableau IV.4 : Différentes maillage testés	40
Tableau IV.5 : comparaison entre l'expérience et la simulation.	53
Tableau IV.6 : Configuration de l'écoulement de Taylor-Couette /Champ de pression statique.....	55

Table des matières :

Introduction générale

Chapitre I ; étude de la rhéologie

I.1.1. Introduction :.....	1
I.2. Classification des fluides :.....	2
I.2.1. Fluide Newtonien :.....	2
I.2.3. Fluide Non Newtonien :.....	2
I.2.3.1 Fluide non newtonien au comportement indépendant du temps :.....	3
I.2.3.2. Fluide rhéofluidifiant :.....	3
A) -Fluide en loi de puissance :.....	3
B) -Fluide Hurschel-Bulkley :.....	4
C)-Fluide Bingham :.....	5
I.2.3.3. Fluide rhéopaississant ou dilatant :	5
I.2.4. Fluide dépendant du temps :	6
I.2.4.1. Fluide thixotrope :.....	6
I.2.4.2. Fluide anti-thixotrope :.....	6
I.2.5 Fluide à seuil :.....	6
I.2.6. Fluide viscoélastique :	7
I.3.Conclusion :.....	8
Chapitre II: L'écoulement de Taylor -Couette	
II.1. Introduction :.....	10
II.2. Historique de l'écoulement Taylor-Couette :.....	10
II.3. Les applications industrielles et technologiques :.....	11
II.4. Description de l'écoulement :.....	12
II.5. Les équations régissant l'écoulement :.....	13
II.6. Phénomènes d'instabilité :.....	14
II.6.1 Critère de Rayleigh :.....	14
II.6.2. Nombre de Reynolds :.....	15
II.6.3. Nombre de Taylor :.....	15
II.6.4. Les régimes de transition :.....	16

II.6.4.1. Laminaire stable :	17
II.6.4.2. Régime laminaire instable :	18
A) - Première instabilité :	18
B) - Deuxième instabilité :	19
II.6.4.3. Régime turbulent ou chaos :	20
II.7. Facteur d'influence sur l'écoulement de Taylor-Couette :	22
II.7.1. Effet géométrique :	22
II.7.2. Effet thermique :	23
II.7.3. L'effet cinématique et de l'accélération :	24
II.8. Les méthodes numériques :	25
II.8.1. Méthode des différences finis :	25
II.8.2 Méthode des éléments finis :	26
II.8.3. Méthode de volumes finis :	26
II.9. Conclusion :	27
Chapitre III : Formulation mathématique	
III.1. Introduction :	28
III.2. Formulation mathématique :	29
III.2.1. Equation de continuité :	30
III.2.2. Equation Quantité de mouvement :	30
A)- Equation de quantité de mouvement azimutale :	30
B)-Equation de quantité de mouvement radiale :	30
c)- Equation de quantité de mouvement axiale :	31
III.3. Loi de puissance :	31
III.3.1. L'équation de la vitesse :	31
III.3.1 Géométrie de Taylor-Couette :	32
III.4. Les hypothèses :	33
III.5. Conclusion :	34
Chapitre IV : Méthodes de Résolution	
IV.1. Introduction :	35
IV.2. Architecture du logiciel Fluent :	35
IV.3. Problème posée :	36
IV.4. Génération de la géométrie :	36
IV.4.1. Caractéristiques géométriques du dispositif de Taylor-Couette :	37
IV.4.2. Paramètres du dispositif de Couette utilisés dans notre étude de simulation :	37

IV.5. Génération du maillage :	38
IV.5.1. Étude de l'influence du maillage :	39
IV.5.2. Technique de génération du maillage :	40
IV.6. Paramétrage Fluent :	41
IV.6.1. Les conditions limites :	42
IV.6.2. Le solveur Fluent :	42
IV.7. Écoulement laminaire :	43
IV.7.1. Nombre de Reynolds :	43
IV.7.2. Nombre de Taylor :	43
IV.7.3. Critère de convergence :	43
IV.8. Simulation du champ d'écoulement :	44
IV.8.1. Champ de vitesse :	44
IV.8.1.1. Distribution de vitesse de l'écoulement Taylor-Couette :	44
IV.8.1.2 Contours de vitesse :	47
IV.8.2. Champ de pression :	55
IV.8.3. Champ de température :	57
IV.8.3.1. Nombre de Nusselt :	58
IV.8.3.2. Le Nombre de Rayleigh :	59
a)-Pour fluide de loi de puissance:	59
b)-Pour un fluide Newtonien:	62
CONCLUSION GENERALE :	64

INTRODUCTION GENERALE :

En mécanique des fluides, l'instabilité de Taylor-Couette correspond à l'apparition de tourbillons dans l'écoulement d'un fluide entre deux cylindres concentriques tournant à des vitesses angulaires différentes. Elle se caractérise par la transformation de l'écoulement de Couette circulaire en une série de rouleaux de Taylor lorsque la vitesse angulaire dépasse un seuil spécifique. Cette instabilité a été initialement étudiée par Sir Geoffrey Ingram Taylor dans un article publié en 1923[1], d'où son nom. Dans ce système, le mouvement du fluide est généré par les parois en raison de la condition de non-glissement.

Les instabilités dans l'écoulement de Taylor-Couette résultent de la compétition entre deux effets antagonistes : l'inertie du fluide en mouvement, en particulier la force centrifuge engendrée par la rotation (qui a un effet déstabilisant et tend à accroître les instabilités), et la viscosité du fluide (qui a un effet stabilisant et tend à atténuer les instabilités). Ainsi, à basse vitesse, l'écoulement entre les deux cylindres est laminaire, avec des lignes de courant formant des cercles concentriques. La viscosité parvient à contrer les effets déstabilisants de l'inertie, créant ainsi l'écoulement de Couette.

Si la vitesse de rotation du cylindre intérieur est augmentée, les effets de l'inertie deviennent trop importants et la viscosité ne peut plus empêcher l'apparition d'une instabilité. Des rouleaux se forment alors dans l'écoulement, ce qui est appelé l'écoulement de Taylor-Couette. Si la vitesse de rotation continue à augmenter, une deuxième instabilité apparaît, réduisant encore la symétrie de l'écoulement. Les rouleaux mentionnés précédemment commencent alors à osciller périodiquement.

La littérature sur ce sujet est si vaste que peu de chercheurs se sont intéressés à la rédaction d'ouvrages pédagogiques décrivant les développements majeurs de ce domaine.

Il est désormais établi qu'il existe différents types d'instabilités hydrodynamiques que nous observons dans divers contextes :

- Instabilité inflexionnelle : la présence d'un point d'inflexion dans le profil de vitesse est une condition suffisante pour l'apparition d'instabilités. C'est le cas des couches de mélange, telles que l'instabilité de Kelvin-Helmholtz, que l'on retrouve également dans les sillages et les jets. Elle est à l'origine de la turbulence dans tous les écoulements où un fort cisaillement est présent.
- Instabilité gravitationnelle : l'instabilité est causée par des variations de masse volumique qui, lorsque leur effet dépasse celui de la viscosité, peuvent entraîner des mouvements organisés dans le fluide. C'est le cas, par exemple, de l'instabilité de Rayleigh-Taylor ou de l'instabilité de Rayleigh-Bénard. Un exemple notable est l'instabilité thermo-convective d'une couche de fluide chauffée par le bas.
- Instabilité centrifuge : c'est la présence de courbure des lignes de courant de l'écoulement qui est à l'origine de l'instabilité (instabilité de Taylor-Couette). On observe alors l'apparition de tourbillons longitudinaux (dont l'axe est parallèle à l'écoulement porteur) qui peuvent ensuite subir des oscillations et des modulations d'amplitude, conduisant progressivement à la turbulence.

Ce type d'écoulement est lié à de nombreuses applications, telles que les machines rotatives et centrifuges, les paliers de butée, les viscosimètres, le pompage de métaux liquides à haute température de fusion, et la production des cristaux.

Ce mémoire est composé de 4 chapitres. Le premier chapitre est consacré à l'étude de la rhéologie. Le deuxième chapitre traite de la description de l'écoulement de Taylor Couette. Le troisième chapitre porte sur les équations mathématiques régissant ce phénomène. Enfin, le dernier chapitre est consacré à la résolution numérique

CHAPITRE I

ETUDE DE LA RHEOLOGIE

I.1.1. Introduction :

La rhéologie, terme inventé par Bingham en 1929 à partir du verbe grec « rhéo » signifiant « couler » et logos veut dire étude, est l'étude des écoulements et des déformations. Face aux limites de la théorie de l'élasticité et de la mécanique des fluides (théories développées au 19^e siècle) pour décrire et expliquer les propriétés des matériaux dont les comportements se situent entre ceux d'un solide élastique parfait (où les contraintes sont proportionnelles aux déformations) et d'un fluide newtonien (où les contraintes sont proportionnelles aux vitesses de déformation), il est devenu nécessaire de développer cette nouvelle discipline. Les études expérimentales visent à mesurer les caractéristiques des écoulements des matériaux, tandis que les approches théoriques cherchent à établir les équations constitutives reliant les contraintes et les déformations[2].

On peut classer la rhéologie en trois types :

- La rhéologie expérimentale : elle détermine expérimentalement la relation de comportement entre les contraintes et la vitesse de déformation.
- La rhéologie structurale : elle explique le comportement du matériau à partir de sa structure.
- La rhéologie théorique : elle propose des modèles mathématiques permettant de décrire un nombre limité de comportements indépendamment de la structure microscopique. En revanche, les fluides non-newtoniens voient leur viscosité varier en réponse à une contrainte mécanique[3].

Elles deviennent soit plus visqueuses, soit plus fluides lorsque l'on les frappe, les agite ou les remue. Par exemple, dans le cas de la maïzena (amidon de maïs) mélangée avec un peu d'eau, le liquide réagit brusquement et devient très épais lorsqu'on le remue : il résiste à la cuillère utilisée pour le mélanger.

I.2. Classification des fluides :

I.2.1. Fluide Newtonien :

Un fluide est dit newtonien si sa viscosité est indépendante de la contrainte appliquée. On dit que le fluide est parfait ou linéaire. La viscosité dynamique μ est souvent notée η . La loi de Newton s'exprime par $\mu = \tau / \dot{\epsilon} = \text{constante}$.

Cette viscosité se mesure en [Pa.s]. On peut résumer ces propriétés en traçant σ en fonction de γ

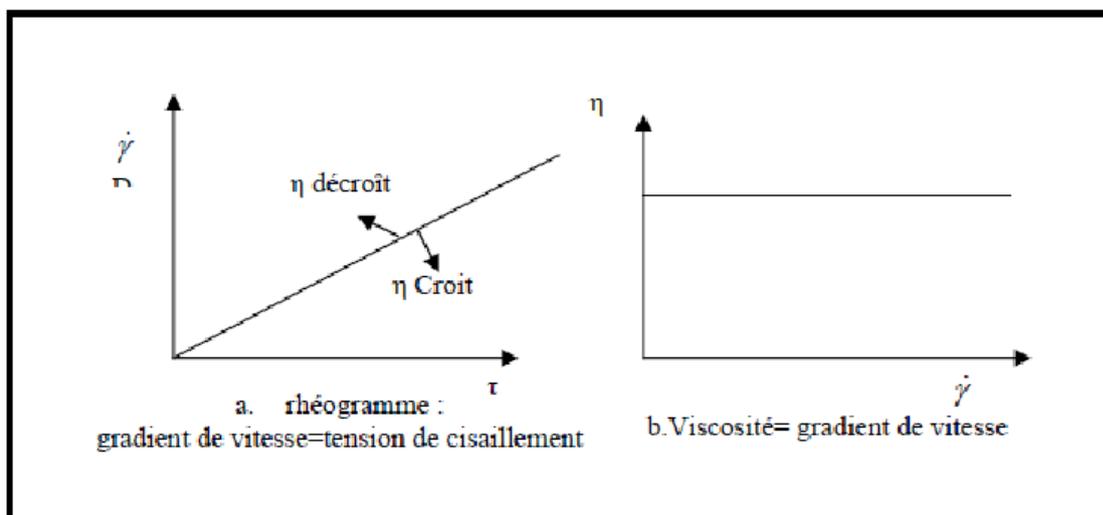


Figure I.1 : Rhéogramme d'un fluide Newtonien.

I.2.3. Fluide Non Newtonien :

C'est un fluide dont la viscosité change lorsque la force sur celui change, Ce sont des fluides qui ne suivent pas les propriétés physiques de Newton. C'est donc un fluide dont l'état dépend de la vitesse et de la contrainte de cisaillement en plus de la température et de la pression. Il existe 2 grands types de fluides non newtoniens, ceux qui dépendent du temps, et ceux qui sont indépendants du temps.

I.2.3.1 Fluide non newtonien au comportement indépendant du temps :

Est un type de fluide non newtonien dont les propriétés ne changent pas avec le temps. Les fluides non newtoniens indépendants du temps peuvent être de nombreux types : les fluides thermoplastiques et les fluides dilatants...etc.

I.2.3.2. Fluide rhéofluidifiant :

Un fluide dont la viscosité diminue avec l'augmentation du cisaillement ou de la vitesse de déformation est appelé fluide rhéofluidifiant. Cela signifie que la résistance du fluide à l'écoulement diminue à mesure que la vitesse d'écoulement augmente.

Un fluide non newtonien indépendant du temps est un type de fluide non newtonien dont les propriétés ne changent pas avec le temps. Cela signifie que les propriétés du fluide restent constantes même lorsque le fluide est soumis à des forces externes.

A) -Fluide en loi de puissance :

La loi de puissance est l'une des lois qui peuvent être utilisées pour décrire la relation entre la contrainte et la viscosité d'un fluide non newtonien. Selon la loi de puissance, la viscosité d'un fluide non newtonien varie avec la contrainte appliquée selon une relation de la forme [4] :

$$\tau = k\gamma^n \quad (\text{I.1})$$

où

τ : est la contrainte appliquée,

γ : est le taux de déformation,

k : est une constante de proportionnalité

n : est l'exposant de la loi de puissance. La valeur de n détermine la manière dont la viscosité du fluide varie avec la contrainte appliquée :

- Si $n < 1$, le fluide est dit thixotrope et devient plus fluide à mesure que la contrainte augmente. Un exemple de fluide thixotrope est la peinture, qui devient plus liquide lorsqu'on la mélange ou qu'on la dilue, mais redevient plus visqueuse lorsqu'on cesse de la remuer.
- Si $n = 1$, le fluide est dit Newtonien et sa viscosité est constante quelle que soit la contrainte appliquée. Un exemple de fluide newtonien est l'eau.
- Si $n > 1$, le fluide est dit dilatant et devient plus visqueux à mesure que la contrainte augmente. Un exemple de fluide dilatant est le mélange de fécule de maïs et d'eau, connu sous le nom de slime ou de pâte à modeler maison.

B) -Fluide Herschel-Bulkley :

Il s'agit d'un type de fluide non Newtonien qui présente une limite d'élasticité, ce qui signifie qu'il nécessite une certaine force pour commencer à s'écouler. Ce fluide est décrit par le modèle de Herschel-Bulkley, qui est une équation mathématique reliant la contrainte de cisaillement au taux de cisaillement.

Le modèle de Herschel-Bulkley s'exprime de la manière suivante :

$$\tau = \tau_y + k\dot{\gamma}^n \quad (\text{I.2})$$

Où :

τ : est la contrainte de cisaillement

τ_y : est la limite d'élasticité

K : est l'indice de cohérence

$\dot{\gamma}$: est le taux de cisaillement

n : est l'indice de comportement d'écoulement

L'indice de consistance K , représente la viscosité du fluide à de faibles taux de cisaillement, tandis que l'indice de comportement d'écoulement n , décrit le degré d'amincissement ou d'épaississement par cisaillement.

Lorsque $n < 1$, le fluide est dit rhéofluidifiant, c'est-à-dire que sa viscosité diminue lorsque le taux de cisaillement augmente. Lorsque $n > 1$, le fluide est dit épaississant par

cisaillement, ce qui signifie que sa viscosité augmente à mesure que le taux de cisaillement augmente.

C)-Fluide Bingham :

Est un type de fluide non newtonien qui se comporte à la fois comme un solide et comme un fluide. Il doit son nom au médecin britannique Eugene Bingham qui l'a étudié pour la première fois en 1922.

Contrairement aux fluides newtoniens, qui ont une viscosité constante indépendante de la contrainte appliquée, les fluides de Bingham ont une viscosité en dessous de laquelle ils ne s'écoulent pas, mais une fois que cette contrainte seuil est dépassée, ils se comportent comme des fluides newtoniens et leur viscosité devient proportionnelle à la contrainte appliquée.

On peut écrire le modèle comme suit :

$$\tau = \tau_0 + \mu_b \gamma \quad (\text{III. 3})$$

- τ représente la contrainte de cisaillement appliquée au fluide.
- τ_0 est la contrainte de cisaillement seuil, c'est-à-dire la valeur minimale de contrainte de cisaillement nécessaire pour que le fluide commence à s'écouler.
- μ_b est la viscosité plastique ou viscosité de Bingham, qui représente la résistance du fluide à l'écoulement après que la contrainte de cisaillement seuil a été dépassée.
- γ est le taux de cisaillement, qui représente la variation de la vitesse de déformation du fluide par rapport à la distance.

Dans l'industrie, les fluides non newtoniens indépendants du temps sont utilisés dans une variété d'applications, notamment dans la production de cosmétiques, de produits pharmaceutiques et de revêtements de surface. Ils sont également utilisés dans des domaines tels que la fabrication de matériaux composites, la géotechnique et la production de béton[4].

I.2.3.3. Fluide rhéopaisissant ou dilatant :

Les fluides dilatants ont une viscosité qui augmente avec l'augmentation du taux de cisaillement. Cela signifie que plus le fluide est soumis à une contrainte de cisaillement élevée,

plus il devient épais et difficile à déplacer. Les fluides dilatants comprennent des substances telles que le sable mouillé et le mélange de maïzena et d'eau.

I.2.4. Fluide dépendant du temps :

I.2.4.1. Fluide thixotrope :

Il s'agit d'un fluide dont la viscosité diminue sous l'effet de contraintes de cisaillement ou d'agitation, et qui récupère ensuite sa viscosité initiale après un certain temps. Les propriétés thixotropes peuvent être utiles dans de nombreuses applications industrielles car elles permettent de faciliter le mélange, l'application et l'élimination de certains matériaux, tout en offrant une stabilité à long terme.

I.2.4.2. Fluide anti-thixotrope :

Il s'agit d'un fluide qui a l'effet inverse de la thixotropie, c'est-à-dire qu'il devient plus visqueux lorsqu'il est agité ou soumis à une contrainte, et retrouve sa viscosité d'origine s'il est laissé au repos pendant un certain temps.

Les fluides anti-thixotropes sont utilisés dans certains procédés industriels pour empêcher l'agglomération des particules et la floculation, en particulier dans les suspensions de particules ou les émulsions. Ces fluides sont également utilisés dans les fluides de forage pour empêcher le colmatage des pores des formations géologiques et maintenir la stabilité du forage.

Les propriétés anti-thixotropes sont souvent obtenues en ajoutant des agents épaississants, tels que des polymères, des argiles ou des silicates, qui réagissent avec le fluide pour former une structure en réseau qui augmente la viscosité du fluide lorsqu'il est agité. Lorsque le fluide est au repos, cette structure se décompose, ce qui réduit la viscosité du fluide.

I.2.5 Fluide à seuil :

Ce sont des fluides qui présentent une viscosité initiale très élevée, qui doit être dépassée pour que le fluide commence à s'écouler. Autrement dit, le fluide doit subir une

contrainte de cisaillement minimale pour pouvoir se déformer. Cette propriété est appelée le seuil de cisaillement ou le point de rupture. Les fluides à seuil peuvent être trouvés dans de nombreuses applications, notamment dans l'industrie pétrolière pour la fracturation hydraulique, dans l'industrie alimentaire pour la fabrication de produits tels que les sauces et les crèmes, et dans l'industrie pharmaceutique pour la fabrication de gels et de pommades.

L'équation de comportement pour un fluide à seuil est appelée l'équation de Herschel-Bulkley. Cette équation décrit la relation entre la contrainte de cisaillement, la vitesse de cisaillement et les propriétés du fluide à seuil.

L'équation de Herschel-Bulkley est la suivante :

$$\tau = \tau_0 + k\gamma^n \quad (\text{I.4})$$

τ : est la contrainte de cisaillement totale (en Pa)

τ_0 : est le seuil d'écoulement (en Pa)

K : est la constante de cisaillement (en Pa.s)

γ : est la vitesse de cisaillement (en s^{-1})

n : est l'indice de comportement en cisaillement (sans unité) Cette équation montre que la contrainte de cisaillement totale (τ) est égale à la somme du seuil d'écoulement (τ_0) et d'une fonction de la vitesse de cisaillement ($K\gamma^n$), où K est une constante de cisaillement dépendant des propriétés du fluide à seuil et n'est pas un indice de comportement en cisaillement déterminant la forme de la courbe contrainte-vitesse de cisaillement.

L'équation de Herschel-Bulkley peut être utilisée pour modéliser le comportement des fluides à seuil[5].

I.2.6. Fluide viscoélastique :

Un fluide viscoélastique est un type de fluide qui possède à la fois des propriétés visqueuses et élastiques. Cela signifie qu'il peut se comporter à la fois comme un liquide visqueux et comme un solide élastique, en fonction des conditions auxquelles il est soumis.

Lorsque le fluide viscoélastique est soumis à une contrainte de cisaillement, il présente une réponse temporelle dans laquelle il peut s'écouler et se déformer de manière visqueuse, comme un liquide. Cependant, il peut également récupérer sa forme d'origine après la contrainte, de manière élastique, comme un solide.

Les fluides viscoélastiques sont souvent caractérisés par des comportements tels que la relaxation, où le fluide revient progressivement à son état initial après une déformation, et la viscoélasticité linéaire, où la réponse du fluide à la contrainte est proportionnelle à la contrainte appliquée.

Ces propriétés sont couramment observées dans des matériaux tels que les polymères, les gels, les pâtes et les solutions complexes. Les fluides viscoélastiques sont utilisés dans divers domaines tels que l'industrie, la biologie, la médecine et les matériaux.

Et qu'ils gardent en mémoire les contraintes de cisaillement auxquelles ils ont été soumis au cours du temps, ce qui se traduit notamment par l'effet Weissenberg.

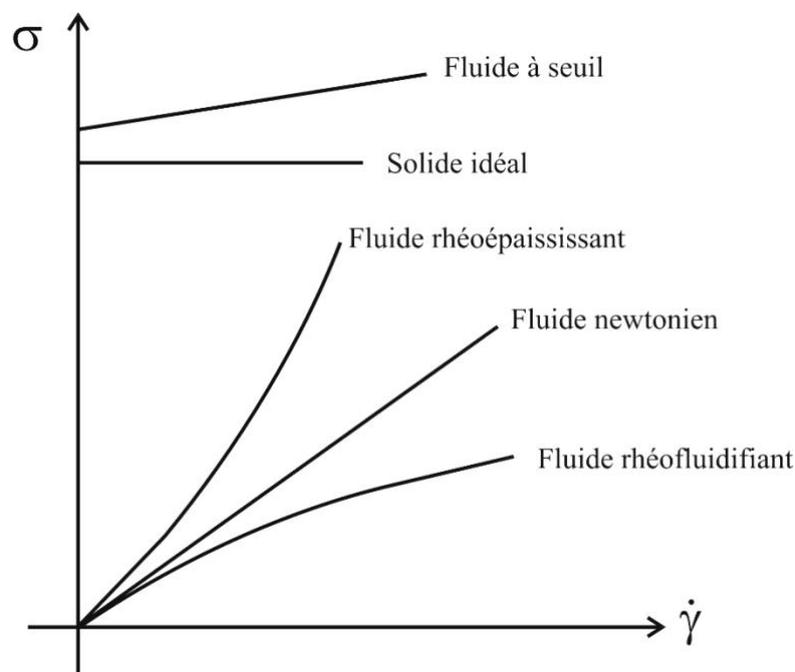


Figure I.2 : Rhéogramme des fluides.

I.3. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons défini les différents types de fluides tels que les fluides Newtoniens et non Newtoniens. Parmi les fluides non Newtoniens, on distingue deux types principaux : ceux qui dépendent du temps et ceux qui sont indépendants du temps. Parmi ces derniers, on trouve les fluides rhéofluifiants, les fluides de Bingham, etc.

CHAPITRE II

ÉCOULEMENT DE TAYLOR COUETTE

II.1. Introduction :

L'écoulement de Taylor-Couette est la version cylindrique de l'écoulement de Couette plan. Il s'agit d'un écoulement cisailé obtenu en insérant un fluide entre deux cylindres coaxiaux disposés verticalement ou horizontalement.

Les cylindres sont indépendants et peuvent tourner individuellement ou simultanément.

Il existe quatre cas de rotation qui correspondent à quatre régimes d'écoulement différents, à l'exception de très grandes valeurs de vitesse de rotation : les deux cylindres tournent à des vitesses angulaires différentes dans le même sens ou dans des sens opposés, le cylindre interne est fixe et le cylindre externe est fixe.

II.2. Historique de l'écoulement Taylor-Couette :

Les premières tentatives d'études de l'écoulement d'un fluide visqueux entre deux cylindres coaxiaux en rotation sont à l'origine de la naissance de la rhéologie. En effet, Newton [6] s'est intéressé à la mesure de la viscosité en utilisant un dispositif constitué de deux cylindres tournants. Plus tard, Stokes [7] a mené une étude de l'écoulement d'un fluide entre deux cylindres concentriques. Il a montré que l'écoulement devient instable lors de la mise en rotation du cylindre intérieur. En 1881, Margules apparaît être le premier qui a montré que l'écoulement entre deux cylindres coaxiaux pourrait être utilisé pour mesurer la viscosité [8] , [9] et [10].

A la fin du 19ème siècle le scientifique français Maurice Couette a conçu la première machine tournante constituée de deux cylindres coaxiaux où seul le cylindre extérieur pouvait se mettre en rotation. Son objectif était de mesurer la viscosité des fluides avec plus de précision et, ce faisant, il a inventé le viscosimètre d'aujourd'hui. Son dispositif a aussi fait l'objet de différents travaux sur la stabilité des écoulements. Couette [11] a ainsi cherché à vérifier expérimentalement les résultats de l'analyse de stabilité linéaire et le critère de Rayleigh [11]. Mallock [12] a aussi vérifié la stabilité de l'écoulement dans le cas où seul le cylindre intérieur est en rotation ($\omega = 0$). Il a trouvé une instabilité pour toutes les vitesses de rotation du cylindre

intérieur. Taylor [13] a donc prédit que la différence entre la théorie et ces résultats expérimentaux pouvait être liée à des perturbations ayant un caractère tridimensionnel de l'écoulement quand seul le cylindre intérieur est en rotation. Afin de bien répondre à cette problématique, il a décidé de construire un autre dispositif expérimental dans lequel les deux cylindres pouvaient tourner indépendamment l'un par rapport à l'autre. Dans son étude Taylor a étudié le cas où les deux cylindres sont en contra-rotation et en Co-rotation. En Co-rotation, les images enregistrées dans ces expériences indiquent la présence de rouleaux identifiés par les lignes de courant à l'aide d'un traceur fluorescent. Ces rouleaux, maintenant appelés rouleaux de Taylor, occupent plus de 90% de la largeur de l'entrefer. En revanche quand les deux cylindres sont en contra-rotation le gap se divise en deux zones. La zone au voisinage du cylindre intérieur contient des rouleaux similaires à ceux trouvés en Co-rotation. Par contre, la zone au voisinage du cylindre extérieur reste stable. Dans cette [13] configuration, Taylor a aussi observé des rouleaux hélicoïdaux qui se propagent autour du cylindre intérieur. Pour des problèmes optiques il n'a pas pu prendre des photographies de ce régime, mais il l'a bien décrit. Dans son article, Taylor [13] a établi un diagramme d'états en fonction des vitesses angulaires des cylindres intérieur et extérieur en indiquant les zones dans lesquelles l'écoulement est stable ou instable.

Depuis le début des années 2000, les chercheurs ont commencé à étudier les effets de la présence de particules ou de bulles dans le fluide sur écoulement de Taylor-Couette. Ils ont découvert que cela pouvait entraîner des instabilités et des comportements chaotiques dans le système.

II.3. Les applications industrielles et technologiques :

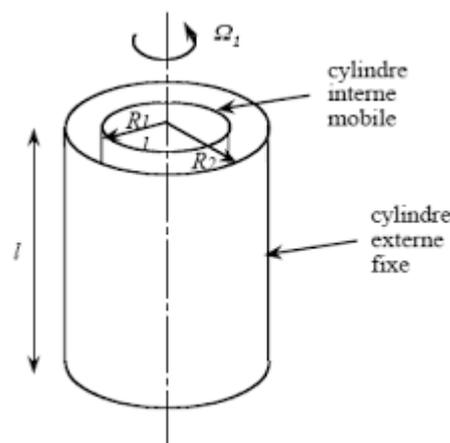
Comme on peut le constater, l'écoulement de Taylor-Couette est utilisé dans plusieurs applications technologiques et industrielles, dans des domaines aussi variés que l'aéronautique, la médecine, le nucléaire et le génie des procédés. Il est utilisé, par exemple, dans la filtration membranaire et le traitement des eaux par désinfection ultraviolette, ainsi que dans la convection dans le manteau terrestre en géophysique. Il joue également un rôle essentiel dans les domaines des turbomachines et des machines électriques.

Voici quelques exemples d'applications :

- Dans le domaine de la tribologie, l'écoulement de Taylor-Couette est utilisé pour réduire le frottement dans les machines tournantes et pour établir les conditions optimales de lubrification des paliers de transmission de vitesse dans l'industrie aéronautique, automobile et les centrales de production d'énergie électrique.
- Il est également utilisé dans l'extraction liquide-liquide pour le recyclage du combustible nucléaire usé.
- En génie des procédés, il trouve des applications dans les réacteurs électrochimiques, l'ultrafiltration et la mesure de viscosité.

II.4. Description de l'écoulement :

L'écoulement de Taylor – Couette dans le cas général, est le mouvement d'un fluide défini entre deux cylindres coaxiaux de rayons R_1 et R_2 tournants respectivement à des vitesses angulaires Ω_1 et Ω_2 en Co – rotation ou contra – rotation ou l'un des cylindres est tournant et l'autre fixe, et de hauteur donnée H .



8

Figure II.1 : Description de l'écoulement de Taylor.

II.5. Les équations régissant l'écoulement :

La description du champ de vitesse V_r de composantes (u, v, w) et la de pression P s'effectuent en fonction de l'espace et du temps t . La représentation se fait dans un système de coordonnées cylindriques au point $M(r, \theta, z)$ (Figure II.2) de façon que le champ de vitesse et de pression vérifie les équations de l'hydrodynamique, tel que :

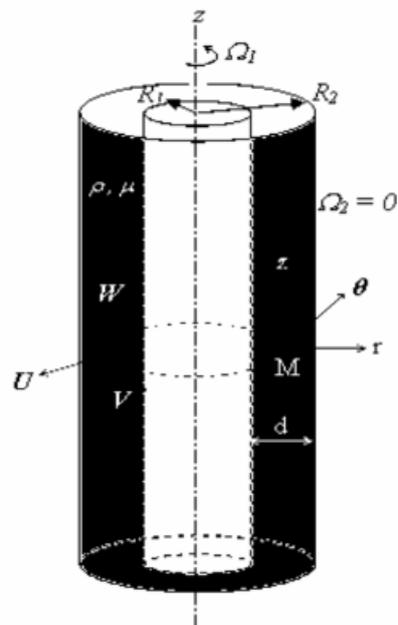


Figure II.2 : Système de coordonnées.

Équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (rv) + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.1})$$

II.6. Phénomènes d'instabilité :

II.6.1 Critère de Rayleigh :

L'origine de l'instabilité de l'écoulement de Taylor-Couette est une instabilité centrifuge. Dans un écoulement en rotation, la trajectoire des particules fluides résulte de l'équilibre entre la force centrifuge et le gradient de pression radial centripète, égal et opposé.

Pour savoir si un tel écoulement est stable ou non, il faut regarder si un déplacement infinitésimal d'une particule fluide dans la direction radiale va être amplifié (cas instable) ou au contraire atténué (Cas stable). [12]

Considérons une particule fluide initialement à la distance de l'axe des cylindres. Cette particule fluide a une vitesse ortho-radiale $v_{\theta} = r\Omega(r)$ et subit donc une force centrifuge $f = \rho(\Omega r)^2$, contrebalancée par un gradient de pression centripète $\frac{\partial p}{\partial r}$

Si l'on déplace cette particule en $r + dr$ elle va devoir ralentir, car elle doit conserver son moment cinétique $j = v_{\theta} = \Omega r^2$. En conséquence, la force centrifuge de la particule fluide diminue, et ne sera donc plus compensée par le gradient de pression environnant en $r + dr$. Deux cas peuvent alors se présenter :

- Soit le moment cinétique en $r + dr$ est supérieur à celui en r : dans ce cas, le gradient de pression en $r + dr$ aura tendance à ramener la particule fluide à sa position initiale en r . L'écoulement est stable.
- Soit le moment cinétique en $r + dr$ est inférieur à celui en r : dans ce cas, la particule subit une force centrifuge supérieure au gradient de pression centripète environnant, et la particule continue son chemin à croissant. L'écoulement est instable. Par conservation de la masse (incompressibilité), d'autres particules fluides, à d'autres hauteurs Z se déplaceront au contraire vers l'intérieur.

Pour résumer, si le moment cinétique Ωr^2 décroît quelque part, alors l'écoulement est instable. On peut formaliser ce raisonnement par le critère de RAYLEIGH

L'écoulement est stable si : $\frac{d}{dr} |\Omega r^2| > 0$ pour tout r

Dans le cas de l'écoulement de TAYLOR-COUETTE, il est possible de calculer exactement la vitesse angulaire $\Omega(r)$ solution de l'équation de Navier-Stokes, et donc définir les valeurs des paramètres pour lesquelles l'écoulement reste stable. Il est clair que $\Omega(r)$ varie de façon monotone entre Ω_1 et Ω_2 . Ainsi pour vérifier le critère de RAYLEIGH, pour tout r varie entre R_1 et R_2 il faut :

$$\Omega_1 R_1^2 < \Omega_2 R_2^2 \quad \text{Ecoulement stable}$$

II.6.2. Nombre de Reynolds :

C'est un nombre adimensionnel utilisé dans le domaine de la mécanique des fluides, qui caractérise le régime d'un écoulement (laminaire, transitoire, turbulent) et qui représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces de viscosité.

On le définit par :

$$Re = \frac{Vd}{\nu} \quad (\text{II.4})$$

V : désigne la vitesse du cylindre intérieur tournant. (m/s)

d : espace entre les deux cylindres coaxiaux $d = R_2 - R_1$ (m)

ν : viscosité cinématique. (m²/s)

II.6.3. Nombre de Taylor :

Le nombre de Taylor (Ta) est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides pour caractériser la stabilité de l'écoulement d'un fluide placé entre 2 tubes concentriques. Il correspond au rapport des forces centrifuges sur les forces visqueuses.

Qui s'écrit :

$$Ta = Re \sqrt{\frac{d}{R_1}} \quad (\text{II.5})$$

où :

$$\delta = d/R$$

Ainsi, le nombre de Taylor Ta de l'écoulement apparaît comme le rapport entre deux temps caractéristiques :

$$T_a = \tau_s / \tau_{des} \quad (\text{II.6})$$

τ_s : indique le temps de la diffusion visqueuse due au transfert de vorticité sur la distance d

τ_{des} : est le temps caractéristique d'advection du fluide sous l'action de la force centrifuge sur une distance d dans la direction radiale (temps de déstabilisation).

II.6.4. Les régimes de transition :

En augmentant progressivement et lentement la vitesse de rotation (Ω_1) du cylindre intérieur au-delà d'une certaine valeur critique ($Ta > Tc_1$), l'écoulement de Taylor-Couette présente une série de transitions

- Régime laminaire stable
- Régime laminaire perturbé ou instable
- Régime de pré-turbulence ou chaos
- Régime de turbulence complètement développée

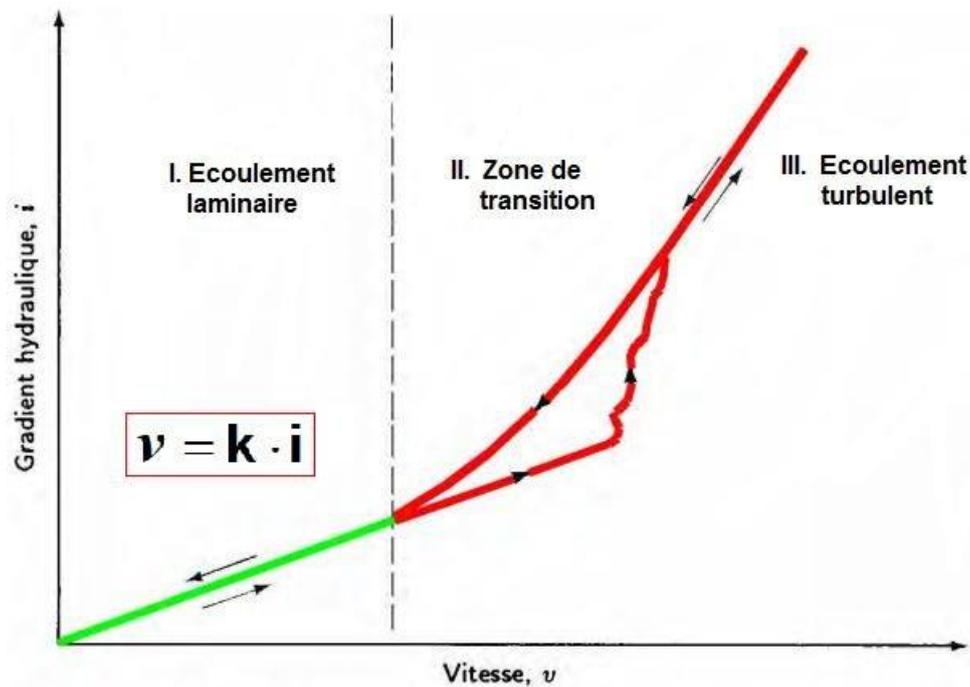


Figure II.3 : Gradient en fonction de la vitesse

II.6.4.1. Laminaire stable :

Lorsque la vitesse de rotation du cylindre intérieur (Ω_1) est faible, le régime d'écoulement est qualifié de laminaire ou stationnaire. Dans ce régime, l'écoulement est indépendant du temps (t) et représente un écoulement purement tangentiel stationnaire, qui est décrit uniquement en fonction de la coordonnée radiale (r).

$$v = Ar + \frac{B}{r} \quad (\text{II.7})$$

$$A = \frac{\Omega_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \quad \text{Et} \quad B = \frac{\Omega_1 R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \quad (\text{II.8})$$

II.6.4.2. Régime laminaire instable :

Le système d'écoulement de Taylor-Couette présente une succession de modes d'instabilité différents qui se développent en fonction des variations du cylindre tournant.

A) - Première instabilité :

En étudiant l'écoulement d'un fluide entre deux cylindres circulaires coaxiaux en rotation (écoulement de Couette) avec le cylindre extérieur fixe, le cylindre intérieur a une vitesse Ω , et a une certaine valeur de Ω , R_1 et R_2 , il est observé des trajectoires d'ondes circulaires, l'apparition de ces formes circulaires est caractérisée par le paramètre du nombre de Taylor. Cette onde correspond à l'onde axiale ou cellules de Taylor. G. I. Taylor [14] a montré en 1923 théoriquement et il a confirmé expérimentalement que le régime laminaire de base devient instable pour une valeur critique de la vitesse de rotation du cylindre intérieur correspondant à une valeur critique de nombre de Taylor ($T_{ac} = 41.2$, et expérimentalement $T_{ac} = 41.32$).

Par la suite, ce même résultat a été vérifié théoriquement par R.C Diprima [15] $T_{c1} = 41.61$ et ensuite par S. Chandrasekhar [16] $T_{c1} = 41.41$ à l'aide de deux méthodes de calculs différentes.

A partir de la valeur $Ta = T_{c1}$, le liquide s'organise en un empilement de tourbillons toriques contrarotatifs qui occupent la largeur de l'espace annulaire d et se propagent suivant l'axe z . Ce type de configuration cellulaire est appelé vortex de Taylor ou perturbation axisymétrique qui reste stable dans la gamme du nombre de Taylor : $41,2 \leq Ta \leq 48$.

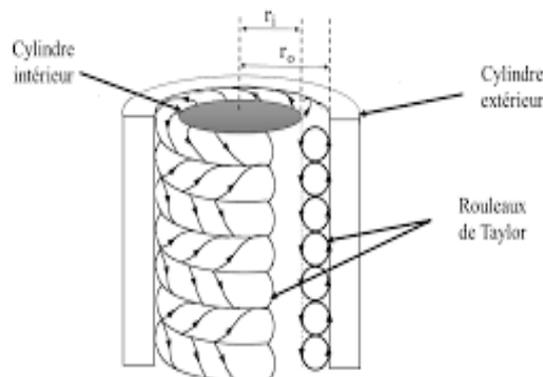


Figure II.6 : Les cellules de Taylor-Couette

B) - Deuxième instabilité :

L'instabilité secondaire correspond à l'apparition des tourbillons ondulés azimuthalement (wavy vortex flow) et correspond à une brisure de symétrie des vortex de Taylor.

En augmentant encore la vitesse de rotation, il apparaît pour un nombre de Reynolds critique Rec_2 , un mouvement comportant des tourbillons ondulés en direction azimuthale. Il s'agit de l'onde azimuthale qui se propage dans la direction angulaire (θ) avec une fréquence d'oscillation ω qui donne lieu à un système d'ondes instationnaire se superposant aux cellules de Taylor. L'ensemble de l'écoulement est décrit selon un mouvement secondaire doublement périodique en z et θ . Ce système d'ondes est caractérisé par un nombre d'onde axiale n et un nombre d'onde azimuthal m [17] [18] [19]. Ainsi D. Coles [20] a montré que ce régime présente plusieurs états stables pour une même valeur de nombre de Taylor et chaque état est identifié par le couple (n, m) caractérisant ce qu'on appelle « non – unicité de l'écoulement ».

En outre il montre que lorsqu'on augmente ou l'on diminue Re , le mouvement peut changer de manière discontinue et irréversible. En particulier, D. Coles [21] retrouve le phénomène d'hystérésis de l'écoulement de Taylor Couette. Ce dernier mentionne également que l'onde axiale ou cellules de Taylor persiste en turbulence complètement développée.

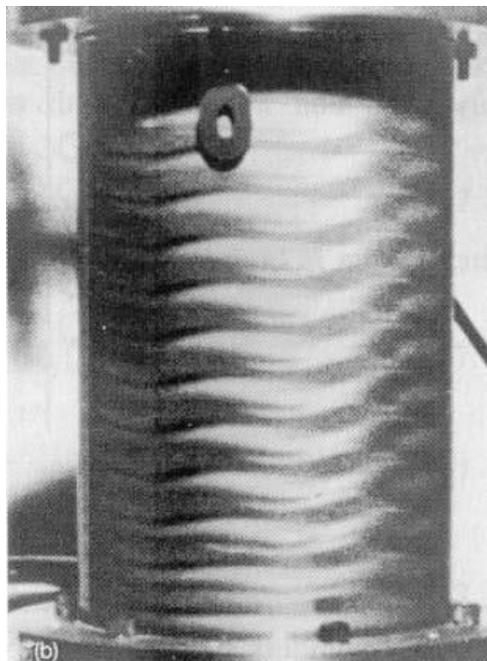


Figure II.7 : écoulement tourbillon ondulé de Taylor-Couette.

II.6.4.3. Régime turbulent ou chaos :

L'écoulement d'un fluide peut être prévisible ou imprévisible selon les conditions. Lorsque la vitesse du fluide est très faible, on parle d'écoulement "laminaire", ce qui signifie qu'il est calme, régulier, stationnaire, et peut être calculé à l'aide des équations de la mécanique des fluides. En revanche, dans d'autres circonstances, l'écoulement devient moins prévisible : il devient irrégulier, agité et inégal, et entre dans le régime turbulent.

Au-delà de la valeur critique $Tc_2 = 48$, l'écoulement devient de plus en plus complexe et il devient extrêmement difficile de prédire les instabilités ultérieures à l'onde azimutale. Le régime de fluctuation s'installe vers $Ta \approx 400$. Le régime chaotique ou pré-turbulent se met en place avec la disparition de l'onde azimutale vers $Ta \approx 740$. Au-delà de cette valeur, on observe l'établissement de la turbulence complètement développée à $Ta = 4500$, qui est marquée par la persistance de l'onde axiale malgré la vitesse de rotation très élevée imposée sur le cylindre intérieur.

II.6.4.4. Régime turbulent complètement développé :

Le régime turbulent complètement développé fait référence à un type d'écoulement fluide caractérisé par des tourbillons et des mouvements chaotiques qui se produisent à des vitesses élevées et à des échelles de temps relativement grandes. En d'autres termes, il s'agit d'un écoulement fluide turbulent qui a atteint un état stable, où ses propriétés ne varient pas avec le temps.

Les solutions "turbulentes" correspondent à des régimes d'écoulement où la vitesse en un point de l'écoulement cesse d'être décrite par une fonction continûment dérivable et identifiable expérimentalement. Cependant, les équations de Navier demeurent valables pour décrire ce régime turbulent, à condition de tenir compte des fluctuations turbulentes instationnaires qui apparaissent lorsque le nombre de Reynolds (Re) est supérieur à un certain seuil ($Re_c < Re$).

Ainsi, on distingue un régime laminaire suivi d'un régime de transition, puis un régime turbulent proprement dit. Il est important de noter que lorsque le nombre de Reynolds augmente, le nombre de mécanismes de perturbations non amorties (qui sont autant d'effets d'instabilités) augmente également. À partir d'un certain seuil, le régime devient

"complètement" turbulent. Il convient de mentionner que $Re = 10$ est une valeur proche de Re pour de nombreux écoulements.

Les différents régimes de transition sont résumés dans le diagramme suivant en utilisant le nombre de Taylor (Ta), qui est dérivé du nombre de Taylor au sens de J.J. Stuart.

$0 \leq Ta \leq T_{c1}$: écoulement circulaire de Couette.

$Ta = T_{c1}$: Apparition de l'onde axiale stationnaire (cellules de Taylor).

$Ta = T_{c2}$: Apparition de l'onde azimutale instationnaire (mode ondulatoire).

$Ta = T_f$: Apparition des fluctuations chaotiques (large spectre de fréquences).

$Ta = T_{c'}$: Disparition de l'onde azimutale.

$Ta = T_d$: Disparition des fluctuations à large spectre de fréquences.

$Ta \geq T_d$: Régime de turbulence développée.

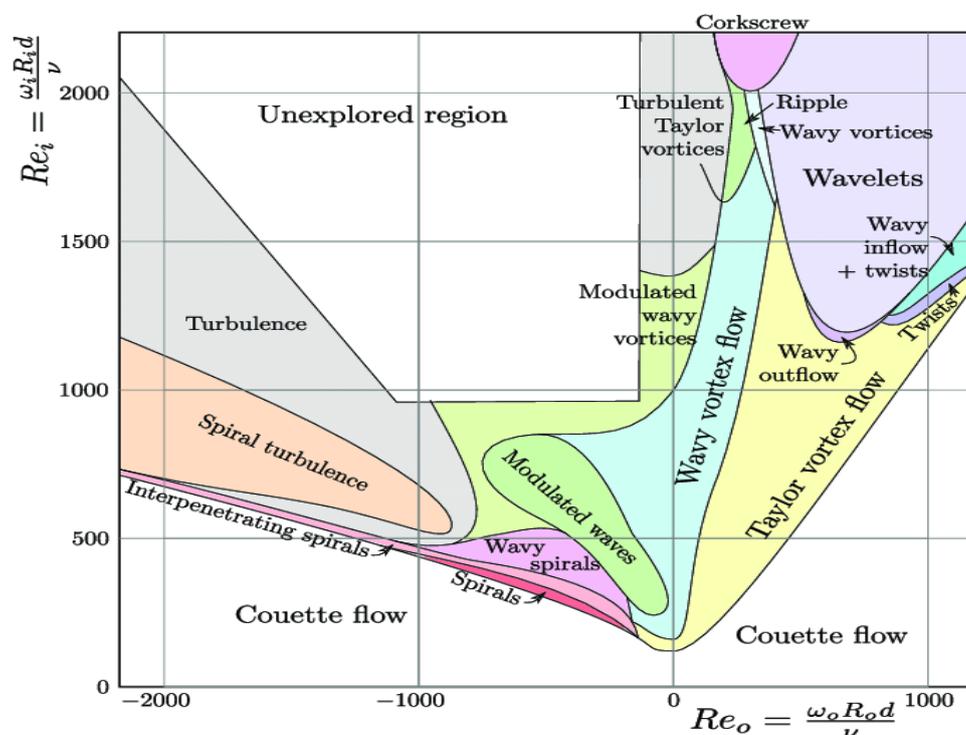


Figure II.8 : Diagramme des états observés dans un montage de Taylor-Couette en Co ou contra rotation.[22]

II.7. Facteur d'influence sur l'écoulement de Taylor-Couette :

II.7.1. Effet géométrique :

Plusieurs facteurs peuvent influencer la stabilité de cet écoulement, notamment :

Jouent un rôle important dans l'écoulement Taylor-Couette et peuvent influencer sa stabilité. Voici quelques-uns des effets géométriques couramment étudiés :

- Rapport des rayons (η) : Le rapport des rayons des deux cylindres, souvent noté η (R_1/R_2), est l'un des facteurs géométriques les plus importants. Il détermine la géométrie relative des cylindres et peut influencer le comportement de l'écoulement. Différentes valeurs de η peuvent conduire à des régimes d'écoulement différents, tels que des écoulements laminaires, oscillatoires ou turbulents. La transition entre ces régimes dépend du rapport des rayons.
- Espacement axial : L'espacement axial se réfère à la distance entre les cylindres le long de l'axe de rotation. Un espacement axial plus grand peut avoir un impact sur la stabilité de l'écoulement. Par exemple, un espacement réduit peut favoriser la formation de structures de vorticité, telles que les vortex de Taylor, tandis qu'un espacement plus important peut favoriser la transition vers un régime turbulent.
- Géométrie des parois latérales : Dans certains cas, des parois latérales peuvent être présentes pour limiter l'écoulement dans le plan radial. La géométrie et les conditions aux limites des parois latérales peuvent influencer la stabilité de l'écoulement Taylor-Couette en restreignant les modes d'instabilité et en favorisant certains comportements d'écoulement.
- Forme des cylindres : La forme des cylindres peut également avoir un impact sur l'écoulement. Par exemple, des cylindres coniques plutôt que cylindriques peuvent modifier le profil de vitesse de l'écoulement et influencer la stabilité.
- Présence d'autres structures géométriques : D'autres structures géométriques, telles que des protubérances ou des défauts de surface, peuvent perturber l'écoulement et influencer sa stabilité en introduisant des variations locales de la géométrie.

II.7.2. Effet thermique :

Si on parle d'effet thermique on parle de l'équation de l'Énergie qui s'écrit comme suit

$$\rho_c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_c + V \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k \nabla T) + \rho_q \quad (\text{II. 2})$$

Dans cette équation :

- ρ_c représente la masse volumique du fluide non newtonien, qui peut varier en fonction de la température.
- T est la température du fluide non newtonien.
- $\partial T / \partial t$ représente la dérivée partielle de la température par rapport au temps.
- V est le champ de vitesse du fluide non newtonien en coordonnées cylindriques.
- ∇T est le gradient de température.
- k est la conductivité thermique du fluide non newtonien.
- ρ_q représente le terme de source ou de dissipation d'énergie supplémentaire, qui peut inclure des effets spécifiques tels que la production ou l'absorption de chaleur.

Peut également avoir une influence significative sur l'instabilité de l'écoulement Taylor-Couette. Les variations de température peuvent entraîner des gradients de densité dans le fluide, ce qui peut perturber l'écoulement et induire des instabilités. Voici quelques aspects liés à l'effet thermique sur l'instabilité de l'écoulement :

- Effet de la convection naturelle : Lorsque des gradients de température sont présents dans le fluide, ils peuvent induire des mouvements de convection naturelle. Ces mouvements peuvent modifier les profils de vitesse de l'écoulement et affecter sa stabilité. Par exemple, la convection naturelle peut favoriser la formation de structures de vorticité ou d'instabilités thermiques spécifiques.
- Effet de la conduction thermique : La conduction thermique à travers les parois des cylindres peut influencer les profils de température dans l'écoulement. Des différences de température entre les parois peuvent engendrer des gradients thermiques dans le fluide et influencer la stabilité de l'écoulement. Les profils

de température dépendront de la conductivité thermique des matériaux des cylindres.

- Effet des conditions aux limites thermiques : Les conditions aux limites thermiques appliquées aux parois des cylindres peuvent également influencer l'instabilité de l'écoulement. Des conditions aux limites thermiques spécifiques, telles que des parois isothermes ou des parois adiabatiques, peuvent modifier les profils de température et ainsi affecter la stabilité de l'écoulement.

II.7.3. L'effet cinématique et de l'accélération :

Elle peut perturber l'écoulement et influencer sa stabilité de différentes manières. Voici quelques aspects liés à l'effet cinématique de l'accélération sur l'instabilité de l'écoulement :

- Instabilités centrifuges : Lorsque les cylindres sont soumis à une accélération radiale ou une décélération, les forces centrifuges associées peuvent induire des instabilités dans l'écoulement. Ces instabilités centrifuges peuvent se manifester sous la forme de structures de vorticités, de transition vers un régime turbulent ou d'autres modes d'instabilité spécifiques.

- Instabilités d'écoulement tournant : Dans le cas de l'écoulement Taylor-Couette, l'accélération peut également influencer les instabilités d'écoulement tournant. Par exemple, une accélération radiale peut modifier les profils de vitesse et les gradients de vitesse dans l'écoulement, ce qui peut conduire à l'apparition d'instabilités supplémentaires.

- Effet de l'accélération axiale : L'accélération axiale, c'est-à-dire le mouvement des cylindres le long de l'axe de rotation, peut également influencer l'instabilité de l'écoulement. L'accélération axiale peut perturber les profils de vitesse et les gradients de vitesse dans l'écoulement, ce qui peut avoir un impact sur la stabilité.

- Effet de la décélération : Lorsque l'écoulement subit une décélération, les forces inertielles diminuent et les forces visqueuses deviennent prédominantes. Cela peut modifier les régimes d'écoulement et la stabilité de l'écoulement Taylor-Couette. Des instabilités spécifiques peuvent se développer dans les régimes de décélération. [23]

II.8. Les méthodes numériques :

Les modèles mathématiques des sciences et des techniques sont souvent exprimés sous la forme de systèmes d'équations différentielles qui relient des fonctions inconnues à leurs dérivées partielles. En général, des conditions initiales et des conditions limites sont nécessaires pour compléter le modèle. Par exemple, la loi physique de conservation de l'énergie peut être formulée comme une équation différentielle de la température, dépendant de la position et du temps. Afin d'obtenir des informations pertinentes sur le processus physique modélisé, il est essentiel de trouver la fonction qui satisfait à l'équation différentielle ainsi qu'aux conditions aux limites. Cela revient donc à résoudre un problème différentiel avec des conditions aux limites.

Il est nécessaire de transformer ces équations différentielles en équations algébriques, où les variations continues des variables de l'écoulement sont représentées par des valeurs discrètes aux points de l'espace.

Comment obtenir un problème discret ? C'est le rôle d'une méthode numérique telle que la méthode des différences finies (MDF), la méthode des éléments finis (MEF) et la méthode des volumes finis (MVF), qui servent de base à de nombreux logiciels utilisés pour la simulation.

II.8.1. Méthode des différences finis :

La méthode des différences finies est une technique de résolution des équations aux dérivées partielles qui repose sur l'approximation des dérivées par des différences finies. Cette méthode implique de subdiviser le domaine d'étude en un nombre déterminé de nœuds et de représenter la fonction recherchée à chacun de ces nœuds à l'aide d'un développement limité en série de Taylor. Ainsi, l'équation différentielle est transformée en une équation algébrique pour chaque nœud. La résolution du système d'équations algébriques permet d'obtenir la distribution de la fonction étudiée dans le domaine d'étude.

Cependant, la méthode des différences finies ne prend pas en compte les conditions de transition entre différents milieux physiques ni les non-linéarités, ce qui nécessite un traitement spécifique. De plus, elle présente des limitations dans le cas de géométries complexes en raison de la rigidité du maillage.

II.8.2 Méthode des éléments finis :

Cette méthode consiste à transformer les équations différentielles en des formes intégrales basées sur le concept de minimisation d'une quantité, telle que l'énergie, afin d'obtenir la solution exacte. En d'autres termes, il s'agit de trouver une fonction globale qui représente le modèle mathématique dans le domaine étudié.

Le principe fondamental de la méthode des éléments finis est le suivant :

- Définir une partition du domaine d'étude, c'est-à-dire subdiviser le domaine en éléments finis.
- Représenter la fonction inconnue sur chaque élément à l'aide d'une approximation polynomiale.
- Construire les formes intégrales.
- Minimiser l'intégrale.
- Organiser les calculs sous forme matricielle.
- Résoudre le système algébrique.

La méthode des éléments finis est une approche puissante pour résoudre les équations aux dérivées partielles, en particulier dans les géométries complexes. Cependant, sa mise en œuvre est souvent complexe et nécessite une utilisation importante de la mémoire.

II.8.3. Méthode de volumes finis :

La méthode des volumes finis est une variante spéciale de la méthode des résidus pondérés, où la fonction de projection est égale à l'unité. Cette méthode consiste à subdiviser le domaine d'étude en volumes élémentaires de telle manière que chaque volume entoure un nœud principal P . Chaque volume est délimité par deux interfaces dans le cas unidimensionnel (e,w), quatre interfaces dans le cas bidimensionnel (e,w,s,n) et six interfaces dans le cas tridimensionnel (e,w,s,n,t,b).

Chaque nœud principal P est lié à des nœuds voisins (E,W) dans le cas unidimensionnel, (E,W,S,N) dans le cas bidimensionnel, et (E,W,S,N,T,B) dans le cas tridimensionnel. L'équation différentielle est intégrée dans chaque volume élémentaire fini. Pour calculer l'intégrale dans ce volume élémentaire, l'inconnue est représentée à l'aide d'une fonction d'approximation (linéaire, parabolique, exponentielle, de puissance, etc.) entre deux nœuds consécutifs. Ensuite, la forme intégrale est discrétisée dans le domaine d'étude.

Le résultat de la discrétisation donne une équation algébrique qui est constituée par les valeurs nodales.

II.9. Conclusion :

En conclusion, ce chapitre nous a permis de plonger dans l'histoire, la description, les équations et les méthodes numériques associées à ce phénomène. Comprendre l'écoulement de Taylor-Couette revêt une grande importance dans de nombreux domaines de l'ingénierie et des sciences, tels que la géophysique, la météorologie, l'industrie pétrolière et la recherche sur les énergies renouvelables. Les progrès réalisés dans la modélisation et la simulation numérique de cet écoulement nous permettent d'approfondir notre connaissance et de développer de nouvelles applications dans ces domaines.

CHAPITRE III

FORMULATION MATHÉMATIQUE

III.1. Introduction :

Ce chapitre présente les équations qui gouvernent le problème ainsi que la méthode numérique utilisée pour sa résolution. Dans la première partie, nous exposons les équations qui régissent le problème et mettons en évidence les différents nombres adimensionnels qui interviennent. Dans la deuxième partie, nous décrivons l'écoulement de base, qui correspond à un écoulement unidirectionnel stationnaire d'un fluide soumis à une loi de puissance pour un écoulement de Taylor-Couette. Nous analysons l'influence des paramètres rhéologiques sur la structure de cet écoulement de base.

Le problème physique posé par la configuration précédente est décrit par les équations aux dérivées partielles de continuité et de quantité de mouvement, également connues sous le nom d'équations de Navier-Stokes, ainsi que par leurs conditions initiales et aux limites. Ces équations seront exprimées dans les coordonnées cylindriques, ce qui permettra une meilleure analyse des résultats et une facilité de calcul compte tenu de la nature géométrique du domaine de travail. Une représentation schématique du système à étudier est fournie dans la figure (III.1).

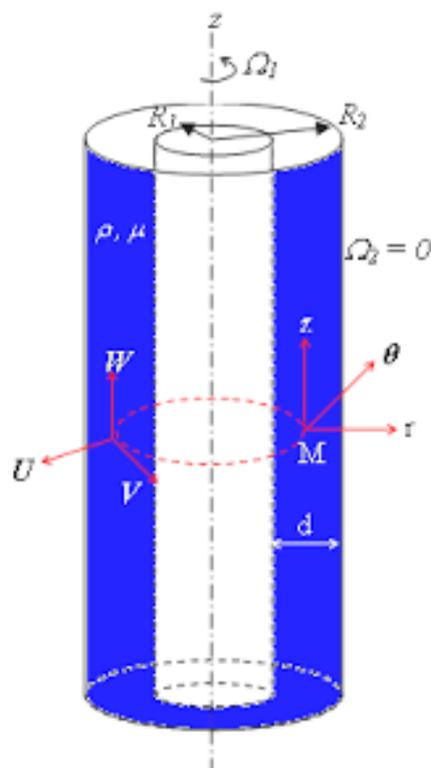


Figure III.1: L'écoulement de Taylor-Couette

III.2. Formulation mathématique :

L'écoulement d'un fluide incompressible entre deux cylindres coaxiaux infiniment longs est considéré dans ce cas. Le cylindre intérieur, de rayon R_1 , tourne à la vitesse angulaire Ω_1 , tandis que le cylindre extérieur, de rayon R_2 , tourne à la vitesse angulaire Ω_2 . L'écoulement dans l'espace annulaire est régi par les équations de continuité et de mouvement.

La description du champ de vitesse V , avec ses composantes (u_r, u_θ, u_z) , ainsi que celle du champ de pression P , sont effectuées en fonction de l'espace et du temps t . Ces grandeurs sont représentées dans un système de coordonnées cylindriques au point $M(r, \theta, z)$ (voir figure), de manière à ce que V et le champ de pression P vérifient les équations hydrodynamiques.

L'équation de Navier-Stokes est une équation fondamentale dans la mécanique des fluides qui décrit le mouvement d'un fluide visqueux. Elle prend en compte les forces de pression, les forces visqueuses et les forces volumiques appliquées sur le fluide.

L'équation de Navier-Stokes peut être écrite sous la forme suivante :

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (V \cdot \nabla)V = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 + f \quad (\text{III. 1})$$

- v est le champ de vitesses du fluide en fonction de la position et du temps.
- t représente le temps.
- $\partial/\partial t$ est l'opérateur dérivée partielle par rapport au temps.
- ∇ est l'opérateur nabla qui représente le gradient.
- p est la pression du fluide en fonction de la position et du temps.
- ρ est la densité du fluide.
- ν est la viscosité cinématique du fluide.
- ∇^2 est l'opérateur laplacien qui représente la divergence du gradient.

- f représente les forces volumiques appliquées sur le fluide, telles que la gravité ou d'autres forces extérieures.

Le laplacien est un opérateur différentiel qui représente la divergence du gradient d'une fonction.

Mathématiquement, le laplacien est noté ∇^2 et peut être exprimé en coordonnées cylindriques comme suit :

$$\nabla^2 = \left(\frac{1}{r}\right)\left(\frac{\partial}{\partial r}\right)\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right) + \left(\frac{1}{r^2}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}\right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \quad (\text{III. 2})$$

III.2.1. Equation de continuité :

Pour un écoulement incompressible, l'équation de continuité en coordonnées cylindriques se présente sous la forme suivante :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r u_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (\text{III. 3})$$

III.2.2. Equation Quantité de mouvement :

L'équation de quantité de mouvement : En coordonnées cylindriques à symétrie axiale, les équations projetées suivant les directions radiale, azimutale axiale s'écrivent comme suit:

A)- Equation de quantité de mouvement azimutale :

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \left(\frac{\mu}{\rho}\right)\frac{\partial(\rho w)}{\partial r} + \left(\frac{V}{\rho}\right)\frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial \varphi} + \left(\frac{1}{r}\right)\frac{\partial(r\tau_{\varphi r})}{\partial r} + \frac{\partial\tau_{\varphi z}}{\partial z} \quad (\text{III. 4})$$

B)-Equation de quantité de mouvement radiale :

$$\frac{\partial(\rho\mu)}{\partial t} + \mu \frac{\partial(\rho\mu)}{\partial r} + V \frac{\partial(\rho\mu)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \left(\frac{1}{r}\right) \frac{\partial(r\tau_{rr})}{\partial r} + \frac{\partial\tau_{rz}}{\partial z} \quad (\text{III. 5})$$

C)- Equation de quantité de mouvement axiale :

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \mu \frac{\partial(\rho V)}{\partial r} + V \frac{\partial(\rho V)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \left(\frac{1}{r}\right) \frac{\partial(r\tau_{zr})}{\partial r} + \frac{\partial\tau_{zz}}{\partial z} \quad (\text{III. 6})$$

Où :

u_r la vitesse azimuthal, u_θ la vitesse radiale, u_z la vitesse axial. La condition de non glissement à la paroi impose les conditions suivantes :

$$\mathbf{V}(\mathbf{R}_1) = \mathbf{\Omega}_1 \mathbf{R}_1 \quad (\text{III. 7})$$

$$\mathbf{V}(\mathbf{R}_2) = \mathbf{\Omega}_2 \mathbf{R}_2 \quad (\text{III. 8})$$

III.3. Loi de puissance :

Nous nous intéressons ici au cas d'un fluide non Newtonien où la viscosité varie en fonction de la contrainte appliquée selon une relation de la forme :

$$\tau = k\gamma^n \quad (\text{III. 9})$$

Où :

- τ : représente la contrainte de cisaillement (force par unité de surface),
- K : est une constante de proportionnalité,
- γ : est le taux de cisaillement (gradient de vitesse du fluide par rapport à la distance),
- n : est l'exposant de la loi de puissance

III.3.1. L'équation de la vitesse :

L'équation (III.10) représente l'expression de la composante radiale (V) du champ de vitesse dans un écoulement de fluide non newtonien dans un montage de Taylor-Couette en coordonnées cylindriques. Cette équation est la dériver des équations de Navier-Stokes, en tenant compte du comportement non newtonien du fluide à travers un modèle rhéologique spécifique.

$$V^b = \frac{r}{R_1} \left[1 - \left(\frac{1}{R_2^{(\frac{2}{n})}} - \frac{1}{R_1^{(\frac{2}{n})}} \right)^{-1} \left(\frac{1}{r^{\frac{2}{n}}} - \frac{1}{R_1^{\frac{2}{n}}} \right) \right] \quad (\text{III. 10})$$

III.3.1 Géométrie de Taylor-Couette :

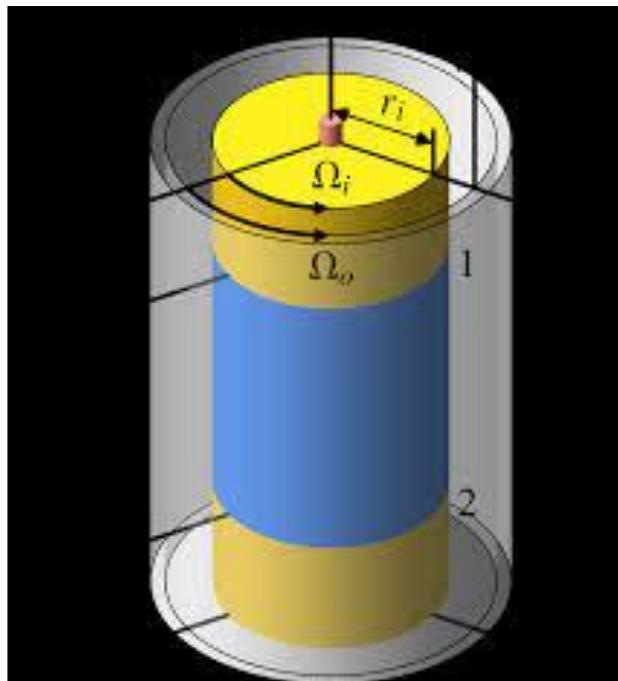


Figure III.2 : Géométrie de Taylor-Couette

R_1	R_2	$d=R_1-R_2$	$\Gamma = R_1/R_2$	$\delta=d/R_1$	$\Gamma=H/d$	H
87mm	97mm	10mm	0.89	0.11	30	300

Tableau III.1 : Les caractéristiques géométriques du dispositif de Couette

III.4. Les hypothèses :

Lorsqu'il s'agit d'appliquer la loi de puissance à un écoulement, certaines hypothèses peuvent être faites pour simplifier le modèle et faciliter les calculs. Voici quelques hypothèses couramment utilisées :

- Régime permanent : L'écoulement est supposé être en régime permanent, ce qui signifie que les caractéristiques de l'écoulement ne changent pas avec le temps.
- Fluide incompressible : Le fluide est considéré comme incompressible, c'est-à-dire que sa densité ne varie pas avec la pression. Cette hypothèse est souvent utilisée pour les écoulements à basse vitesse.
- Écoulement unidimensionnel : L'écoulement est supposé se produire dans une direction unique, ce qui permet de simplifier les équations en ignorant les variations dans d'autres directions.
- Écoulement laminaire : L'écoulement est considéré comme laminaire, c'est-à-dire qu'il se produit de manière régulière et ordonnée, sans turbulences significatives. Cette hypothèse est souvent utilisée pour des écoulements à faible vitesse et à faible viscosité.

Selon les équations suivantes [24] :

- Conservation de la masse :

$$\frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = S_m \quad (\text{III. 11})$$

- Quantité de mouvement selon x :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \text{div}(\rho u \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \text{div}(\mu \text{grad } u) + S_{mx} \quad (\text{III. 12})$$

- Quantité de mouvement selon y :

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \text{div}(\rho v \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{grad } v) + S_{my} \quad (\text{III. 13})$$

- Quantité de mouvement selon z :

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \text{div}(\rho w \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \text{div}(\mu \text{grad } w) + S_{mz} \quad (\text{III. 14})$$

➤ Energie :

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho e \vec{V}) = -p \operatorname{div}(\vec{V}) + \operatorname{div}(k \operatorname{grad} T) + \emptyset + S_e \quad (\text{III. 15})$$

III.5. Conclusion :

En conclusion, l'écoulement de base de Taylor-Couette pour un fluide soumis à une loi de puissance présente des caractéristiques intéressantes en termes de contrainte de cisaillement, de viscosité et de profil de vitesse. Comprendre ces aspects est essentiel pour étudier les écoulements en rotation et leurs implications dans de nombreux domaines.

CHAPITRE IV

METHODE DE RESOLUTION

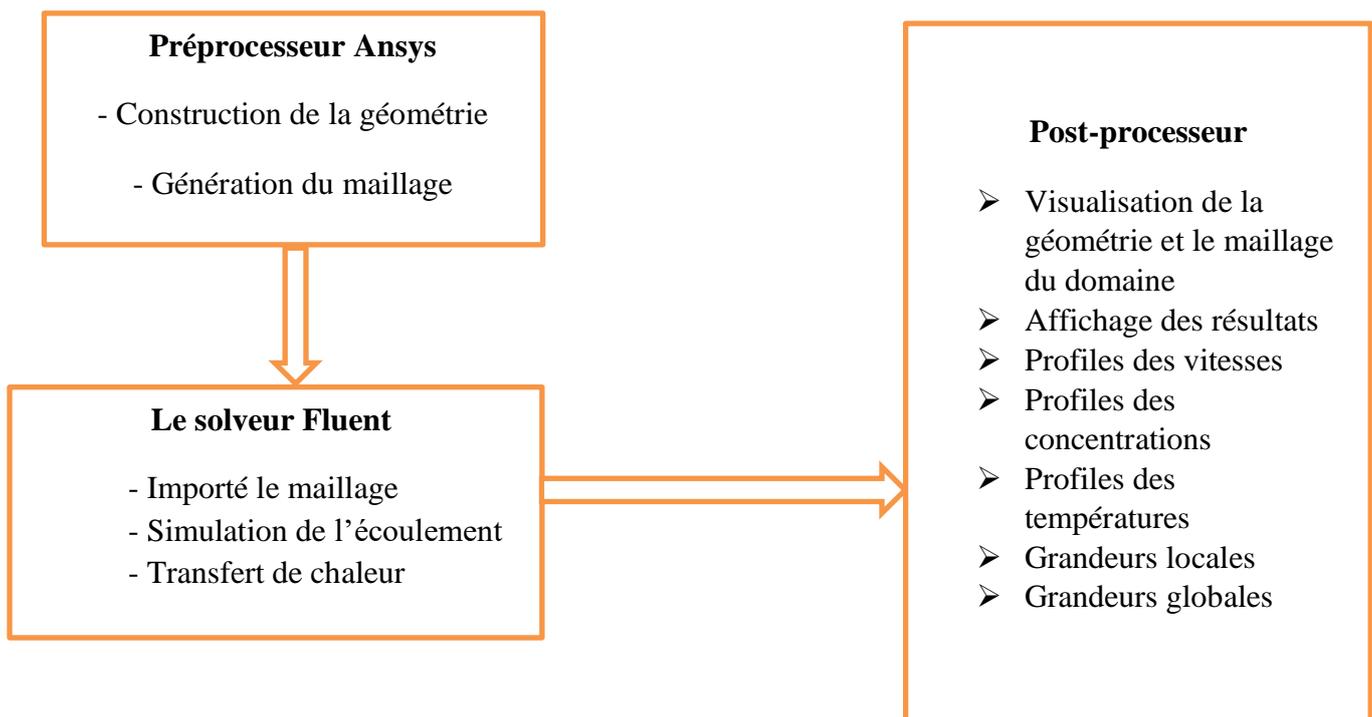
IV.1. Introduction :

La CFD (Dynamique des fluides numérique) est la science de la résolution numérique des équations du mouvement des fluides. Au cours des dernières années, elle a connu une évolution rapide, permettant de produire des prédictions quantitatives et/ou des analyses des phénomènes d'écoulement des fluides. Lorsqu'elle est utilisée de manière appropriée, la CFD est souvent idéale pour les études paramétriques ou les investigations de physique des écoulements qui seraient autrement impraticables ou impossibles par des méthodes entièrement théoriques ou expérimentales.

Les problèmes modernes de mécanique des fluides seraient impossibles à résoudre sans l'utilisation de la CFD. La portée des solutions analytiques aux équations fondamentales de la mécanique des fluides est très limitée, et lorsqu'on rencontre des géométries plus complexes, il est généralement nécessaire de choisir une méthode numérique spécifique pour obtenir une solution.

Le logiciel Fluent possède d'énormes capacités de modélisation physique nécessaires pour modéliser l'écoulement, la turbulence, le transfert de chaleur et les réactions dans des applications industrielles.

IV.2. Architecture du logiciel Fluent :



IV.3. Problème posée :

L'utilisation du logiciel Fluent nous permet de construire un modèle numérique capable de traiter et de résoudre la dynamique générée dans un espace annulaire compris entre deux cylindres concentriques, dont le cylindre intérieur tourne tandis que l'extérieur est maintenu fixe.

Notre étude vise à simuler l'évolution de l'écoulement de Taylor-Couette lorsque le cylindre intérieur est soumis à des variations de vitesse et de température, et nous cherchons à illustrer l'apparition des modes d'instabilités.

Pour évaluer de manière plus précise les valeurs critiques caractérisant ces modes d'instabilités, le maillage doit respecter certaines exigences. Ensuite, la modélisation implique de choisir judicieusement les différents paramètres du code de calcul. Une fois les bons réglages trouvés, nous lançons les simulations. À chaque itération, nous attendons la convergence de la solution afin de pouvoir traiter les résultats et en déduire la pression statique, la vitesse relative tangentielle ainsi que la température.

IV.4. Génération de la géométrie :

La création de la géométrie du dispositif Taylor-Couette a été réalisée à l'aide du module ANSYS Design Modeler, qui propose des outils CAO très puissants pour la création de géométries en 2D ou 3D.

Étant donné la géométrie de révolution du dispositif Taylor-Couette, nous avons utilisé des coordonnées cylindriques dans notre conception. Le réacteur Taylor-Couette est défini par un cylindre intérieur de rayon $R_1 = 87$ mm et un cylindre extérieur de rayon $R_2 = 97$ mm, avec un espace annulaire $d = R_2 - R_1 = 10$ mm et une hauteur $H = 300$ mm. Les deux cylindres sont fermés en haut et en bas par deux parois.

Les paramètres caractérisant les systèmes Taylor-Couette sont présentés dans le tableau suivant :

Rapport des Rayons	$\eta = \frac{R_1}{R_2}$	Contrôle la courbure de la Géométrie
Rapport d'aspect	$\Gamma = \frac{H}{d}$	Le rapport entre la hauteur et L'épaisseur de l'espace annulaire
Jeu radial	$\delta = \frac{d}{R_1}$	Le rapport de l'espace annulaire au rayon intérieur

Tableau IV.1 : paramétrés géométrique du système Taylor-Couette

IV.4.1. Caractéristiques géométriques du dispositif de Taylor-Couette :

La géométrie du dispositif de Taylor-Couette est caractérisée par certaines valeurs des facteurs géométriques qui permettent l'étude d'écoulement et l'observation des instabilités des différents états hydrodynamiques du fluide au cours des phases de transition vers l'état final de turbulence.

	Etude de Mehel en 2006	Expérience de Bouabdellah 1980	Simulation
η	0.91	0.91	0.83
d/R_1	0.1	0.1	0.18
$\Gamma = H/d$	40	20	

Tableau IV.2 : Valeurs des facteurs géométriques caractéristiques du dispositif de Taylor-Couette prises comme référence (Fave, 1999 et Bou abdallâh, 1980.)

IV.4.2. Paramètres du dispositif de Couette utilisés dans notre étude de simulation :

Le schéma du dispositif numérique utilisé pour la présente étude est l'expérience de Taylor-Couette composée de deux cylindres coaxiaux verticaux. Dans cette configuration, le cylindre intérieur est en rotation et le cylindre extérieur est maintenu fixe, son rayon intérieur est $R_1 = 87$ mm et le cylindre extérieur est de rayon $R_2 = 97$ mm, les deux cylindres sont de même hauteur 300 mm, délimitant l'espace annulaire (entrefer) $d = R_2 - R_1 = 10$ mm, rempli de fluide.

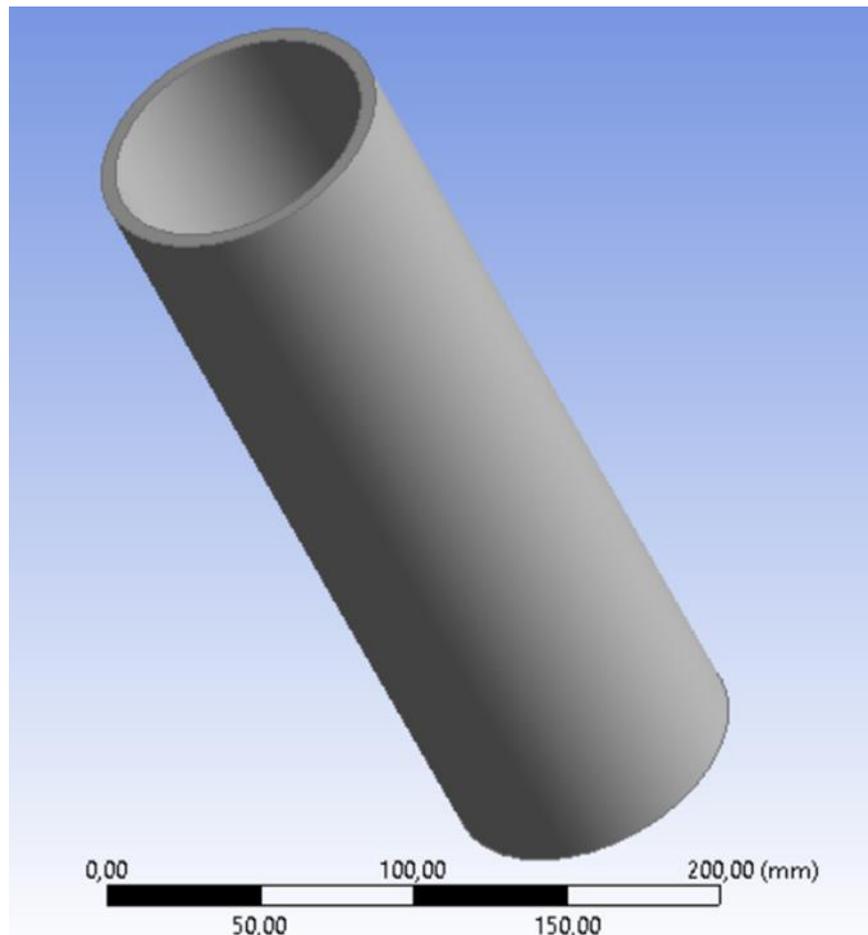


Figure IV.1 : géométrie du dispositif Taylor-Couette en Ansys.

R_1	R_2	$d=R_1-R_2$	$\Gamma = R_1/ R_2$	$\delta=d/R_1$	$\Gamma=H/d$	H
87mm	97mm	10mm	0.89	0.11	30	300

Tableau IV.3 : Les caractéristiques géométriques du dispositif de Couette

IV.5. Génération du maillage :

La génération du maillage est réalisée par ANSYS Meshing, qui est un module à usage général, hautement performant, automatisé et intelligent. Ce dernier importe automatiquement la géométrie créée par Design Modeler, puis propose plusieurs stratégies de maillage en 2D et en 3D, comme le montre la figure IV.2.

Dans notre travail, le maillage représente un élément crucial dans l'étude des phénomènes, garantissant ainsi la précision et l'exactitude des résultats numériques obtenus.

Le stratégie de maillage que nous avons utilisé est un maillage quadratique structuré. En raison de sa facilité de génération et de modification, il est également économique en termes d'éléments, avec un nombre inférieur de mailles par rapport à un maillage non structuré équivalent. De plus, il réduit le taux d'erreurs numériques car l'écoulement est aligné avec le maillage.

Common Types of Mesh

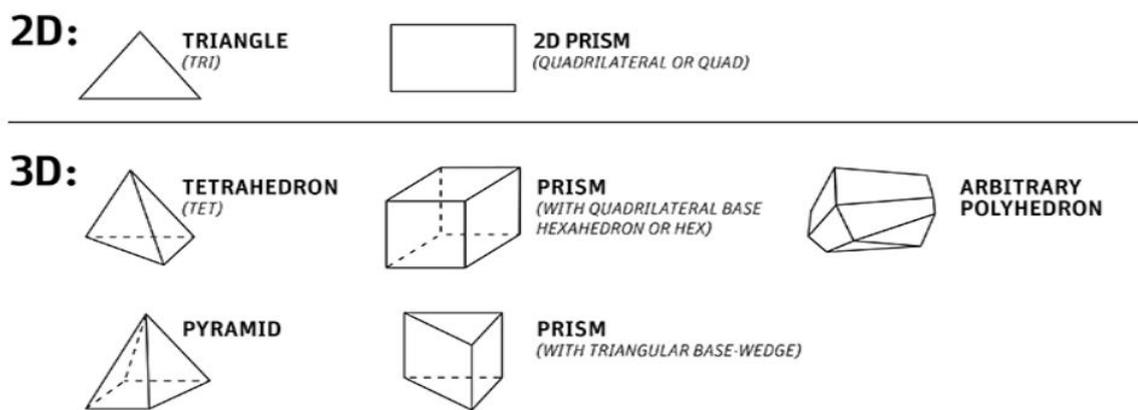


Figure IV.2 : Différents types de maillages proposés par ANSYS Meshing.

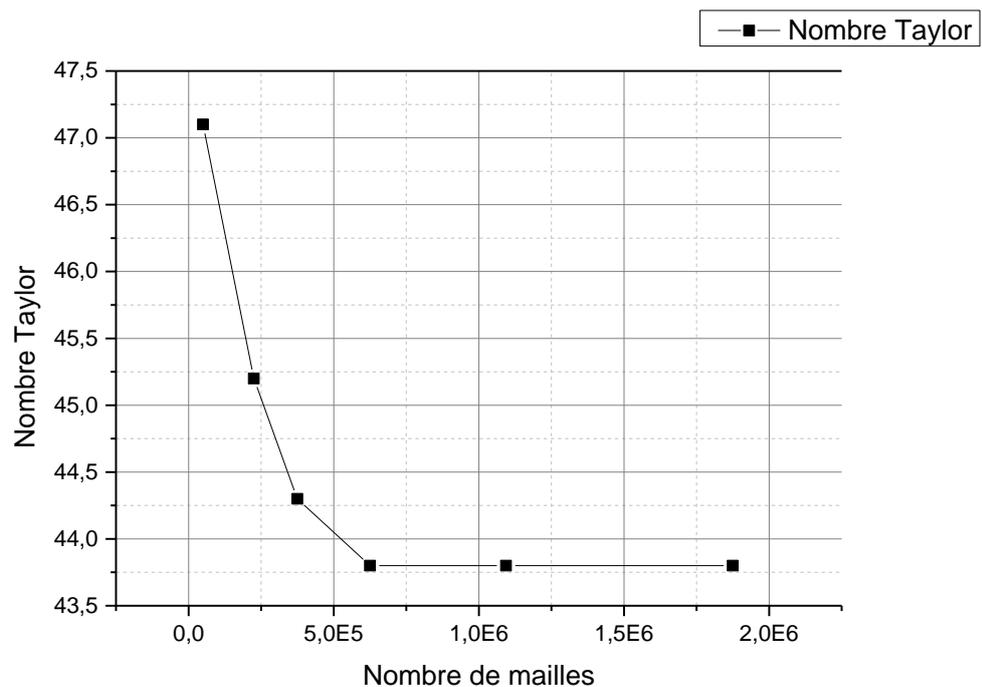
IV.5.1. Étude de l'influence du maillage :

La qualité du maillage joue un rôle important dans l'obtention des résultats précis, c'est pour ça il faut effectuer plusieurs tests sur une large gamme de tailles de maillages, afin d'aboutir à une dimension optimale caractérisant notre maillage d'étude. Pour cela on commence par tester des petites dimensions, puis on augmente progressivement la taille, jusqu'à ce qu'on aura une solution stable et indépendante de la taille du maillage.

Le tableau III.3 représente les différentes grilles testées afin de déterminer le nombre de Taylor critique qui caractérise l'apparition de la première instabilité.

	(r, θ, z)	Nombre de mailles	T_{c1}
1	$10 \times 50 \times 100$	50000	47.1
2	$15 \times 100 \times 150$	225000	45.2
3	$15 \times 125 \times 200$	375000	44.3
4	$20 \times 125 \times 250$	625000	43.8
5	$35 \times 125 \times 250$	1093750	43.8
6	$50 \times 125 \times 250$	1875000	43.8

Tableau IV.4 : Différents maillage testés

Figure IV.3 : Variation du T_{c1} en fonction de la taille du maillage.

IV.5.2. Technique de génération du maillage :

Généralement, il n'existe pas de standardisation du maillage. Cependant, on peut trouver quelques techniques et approches qui permettent d'obtenir une grille de maillage acceptable, ce qui est important pour obtenir des résultats précis et significatifs. Quatre règles ont été proposées pour obtenir un maillage de qualité, que l'on peut résumer comme suit :

- ✓ Maintenir une bonne qualité des éléments.
- ✓ Assurer une bonne résolution dans les régions présentant des forts gradients.
- ✓ Assurer un bon lissage dans les zones de transition entre les parties avec un maillage fin et les parties avec un maillage grossier.
- ✓ Minimiser le nombre total d'éléments pour un temps de calcul raisonnable.

On utilise la formulation mnémotechnique QRLT.

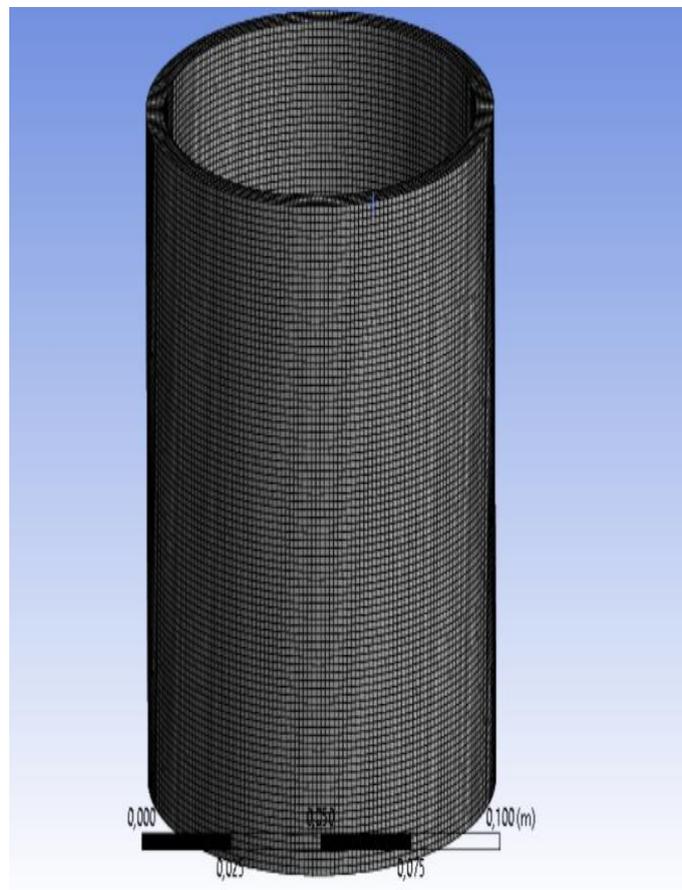


Figure IV.4 : Vue d'un maillage global

IV.6. Paramétrage Fluent :

Après avoir terminé la phase de maillage, le fichier (mesh) sera automatiquement importé dans Fluent, où nous devons entrer les paramètres nécessaires pour démarrer la simulation.

IV.6.1. Les conditions limites :

La désignation des paramètres est d'une importance cruciale dans la simulation, il est donc essentiel de faire preuve de diligence lors de leur sélection. L'écoulement étudié dans cette simulation se situe entre deux cylindres coaxiaux, et est limité par des parois supérieure et inférieure. Les cylindres et les parois sont considérés comme des parois rigides.

Le fluide utilisé pour cette étude est du benzène liquide, considéré comme un fluide incompressible et visqueux. Ses propriétés physiques sont les suivantes :

- ✓ Masse volumique : 875 kg/m^3
- ✓ Viscosité cinématique : $6.73 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$
- ✓ Viscosité dynamique : $0.00059 \text{ kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$

IV.6.2. Le solveur Fluent :

Le logiciel FLUENT d'ANSYS offre des capacités étendues de modélisation physique nécessaires pour représenter l'écoulement, la turbulence, le transfert de chaleur et les réactions dans des applications industrielles allant de l'écoulement d'air sur une aile d'avion à la combustion dans un four.

Fluent dispose d'une interface graphique conviviale qui facilite sa manipulation. Son intégration dans ANSYS Workbench permet d'automatiser la simulation depuis la création de la géométrie jusqu'à l'enregistrement des résultats.

C'est un code de calcul écrit de manière optimale pour tirer pleinement parti des capacités de calcul des machines. De plus, il utilise une architecture qui lui permet d'exécuter plusieurs processus simultanément sur la même machine ou en utilisant les capacités de calcul de plusieurs machines en parallèle.

Ce code est composé de plusieurs méthodes de calcul basées sur des techniques de discrétisation qui convertissent les équations aux dérivées partielles en équations algébriques. La méthode des volumes de contrôle consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle afin d'obtenir les équations discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques sur un volume de contrôle. Le système d'équations discrétisées est résumé en chapitre en hypothèses.

IV.7. Écoulement laminaire :

IV.7.1. Nombre de Reynolds :

Le nombre de Reynolds (Re) s'exprime sous la forme suivante

$$Re = \frac{Vd}{\nu} \quad (\text{IV. 6})$$

V : désigne la vitesse du cylindre intérieur tournant

d : espace entre les deux cylindres coaxiaux $d = R_2 - R_1$

ν : viscosité cinématique

IV.7.2. Nombre de Taylor :

Ce nombre caractérise la transition turbulente de l'écoulement d'un fluide dans l'espace annulaire entre deux cylindres coaxiaux, dont l'élément interne est en rotation tandis que le cylindre extérieur est fixe. Le nombre de Taylor exprime le rapport entre la force centrifuge et les forces visqueuses.

$$Ta = Re \sqrt{\frac{d}{R_1}} \quad (\text{IV. 7})$$

IV.7.3. Critère de convergence :

Sous Fluent, la valeur par défaut du critère de convergence est de 10^{-4} . La convergence du calcul est principalement surveillée en fonction des résidus des différents paramètres de l'écoulement. L'objectif de cette partie est de déterminer si cette valeur est suffisante pour garantir l'indépendance des résultats, ou s'il est nécessaire d'aller au-delà de cette limite. Dans cette optique, le calcul a été effectué avec plusieurs critères de convergence, allant de 10^{-3} jusqu'à 10^{-8} .

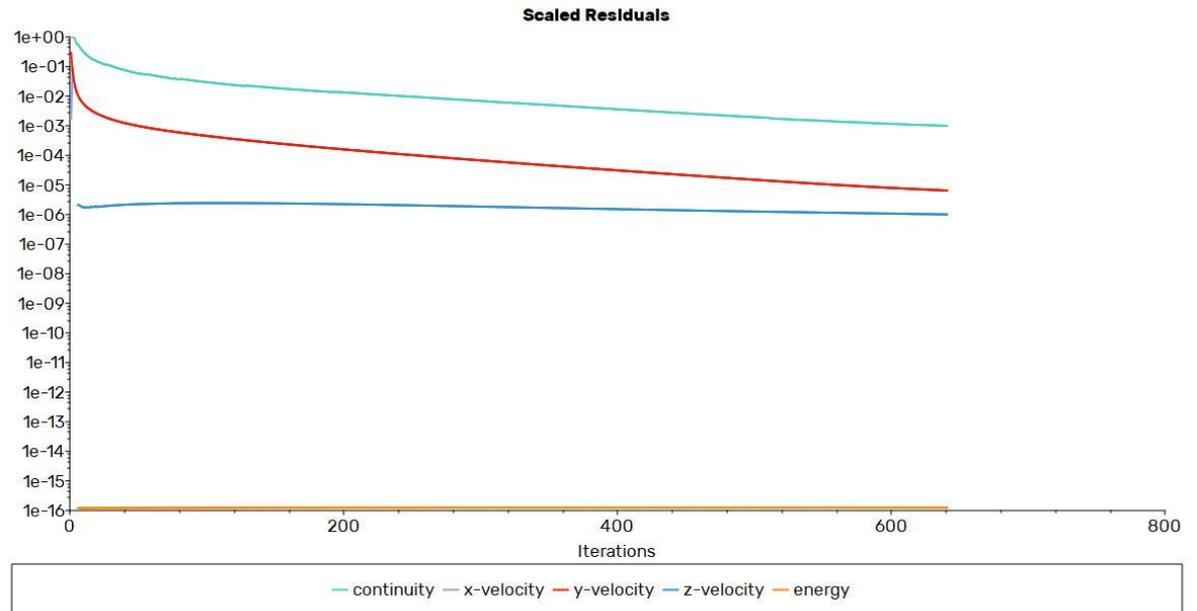


Figure IV.5 : résidus normalisés

IV.8. Simulation du champ d'écoulement :

Dans cette étape, nous présentons les résultats les plus concluants que nous avons obtenus à l'aide du logiciel Ansys. Nous avons représenté les champs de vitesses et de pressions exercées sur un fluide (benzène liquide) dans le dispositif de Taylor-Couette, ainsi que la visualisation des rouleaux de Taylor qui sont causés par la première instabilité de Taylor-Couette.

IV.8.1. Champ de vitesse :

IV.8.1.1. Distribution de vitesse de l'écoulement Taylor-Couette :

Dans le cas de l'écoulement de base d'un fluide en loi de puissance entre deux cylindres coaxiaux, la distribution de vitesse peut être donnée par l'équation (III. 10)

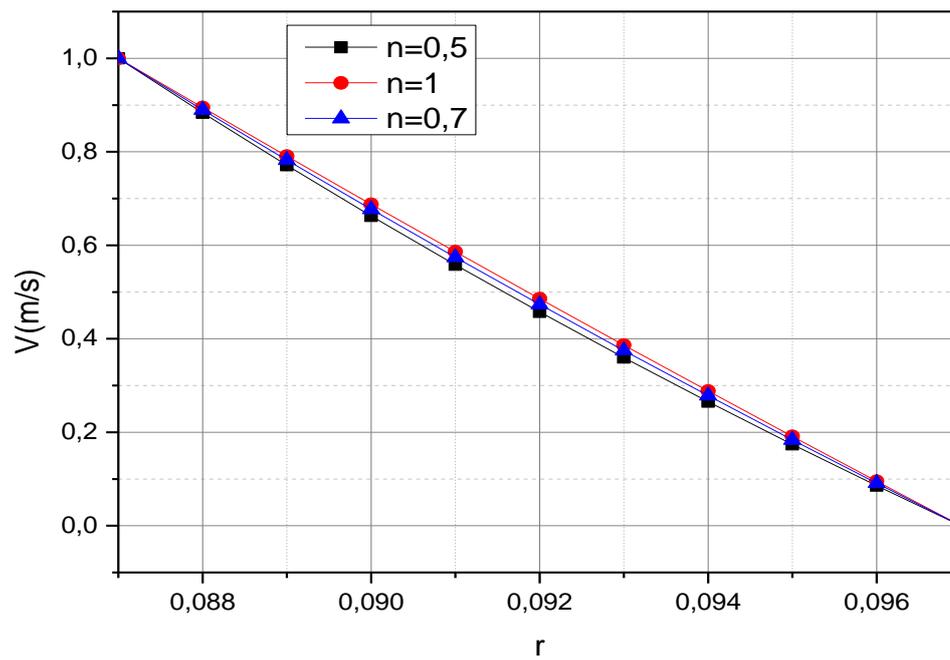


Figure IV.6 : Profile de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.89$ pour $n=0.5$, $n=0.7$ et $n=1$

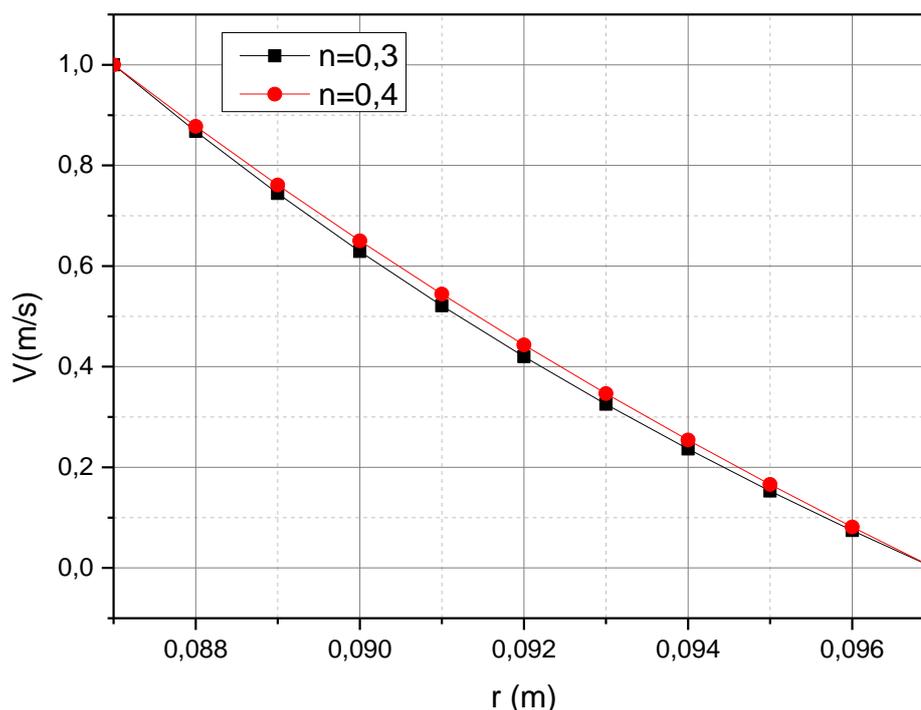


Figure IV.7 : Profil de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.89$ pour $n=0.3$ et $n=0.4$

Le graphe représente la vitesse en fonction de r . On observe que la vitesse atteint son maximum lorsque $r=R_1$, puis diminue jusqu'à atteindre zéro lorsque $r=R_2$. De plus, lorsque $n=1$, la vitesse présente une relation linéaire. En diminuant la valeur de n , la vitesse diminue également.

Lorsque l'indice n d'une loi de puissance appliquée au fluide est diminué, cela entraîne une diminution de la vitesse dans le graphe de vitesse en fonction de r . Cela est dû à la relation entre la loi de puissance et la façon dont la viscosité du fluide non newtonien varie avec la contrainte de cisaillement.

Dans une loi de puissance, la viscosité du fluide est souvent liée à la contrainte de cisaillement par une relation du type $\tau = k\gamma^n$, où μ représente la viscosité, K est une constante, τ est la contrainte de cisaillement et n est l'indice de la loi de puissance. Lorsque n est diminué, cela signifie que la viscosité du fluide diminue plus rapidement avec l'augmentation de la contrainte de cisaillement.

Dans le contexte de l'écoulement entre les cylindres de Taylor-Couette, lorsque la viscosité diminue plus rapidement avec la contrainte de cisaillement, cela entraîne une diminution de la résistance du fluide à l'écoulement. En conséquence, la vitesse diminue car le fluide est moins résistant et plus facilement entraîné par le mouvement des cylindres.

Lorsque $n=1$, correspondant à une relation linéaire, la viscosité du fluide est constante avec la contrainte de cisaillement, ce qui signifie qu'il s'agit d'un fluide newtonien. Dans ce cas, la vitesse reste constante dans tout l'espace entre les cylindres.

En résumé, en diminuant l'indice n d'une loi de puissance appliquée au fluide, la viscosité diminue plus rapidement avec la contrainte de cisaillement, ce qui réduit la résistance du fluide à l'écoulement et entraîne une diminution de la vitesse dans l'écoulement entre les cylindres de Taylor-Couette.

IV.8.1.2 Contours de vitesse :

L'étude des vitesses revêt une grande importance dans l'analyse de l'écoulement Taylor-Couette, car elles fournissent des outils permettant de visualiser et de comprendre les phénomènes caractérisant cet écoulement.

Les contours représentent l'évolution de la vitesse radiale dans l'espace annulaire entre les cylindres du système Taylor-Couette

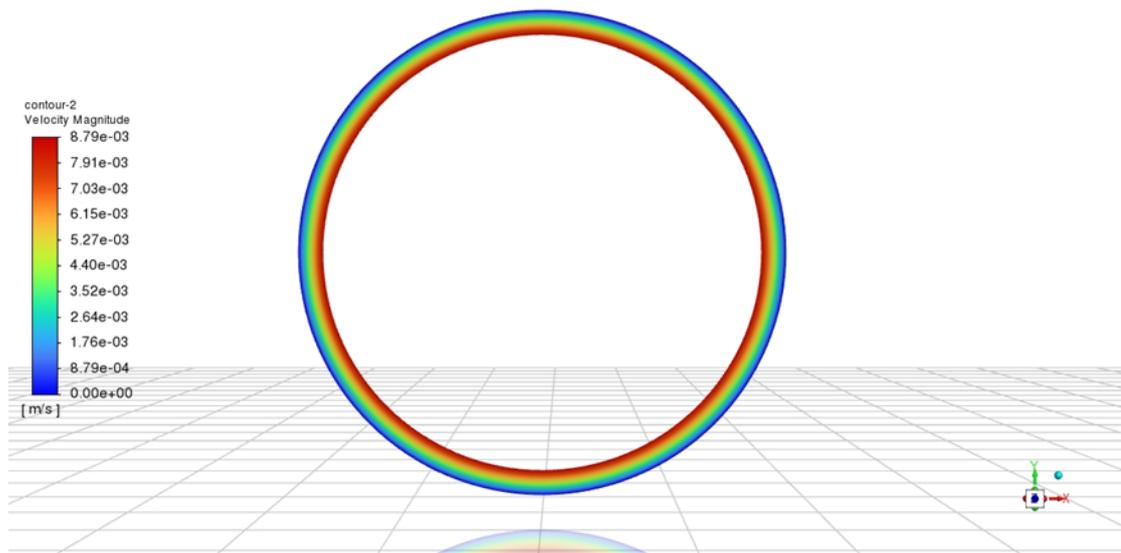


Figure IV.8: Contour de Vitesse de l'écoulement de Taylor-Couette dans le plans azimuthal

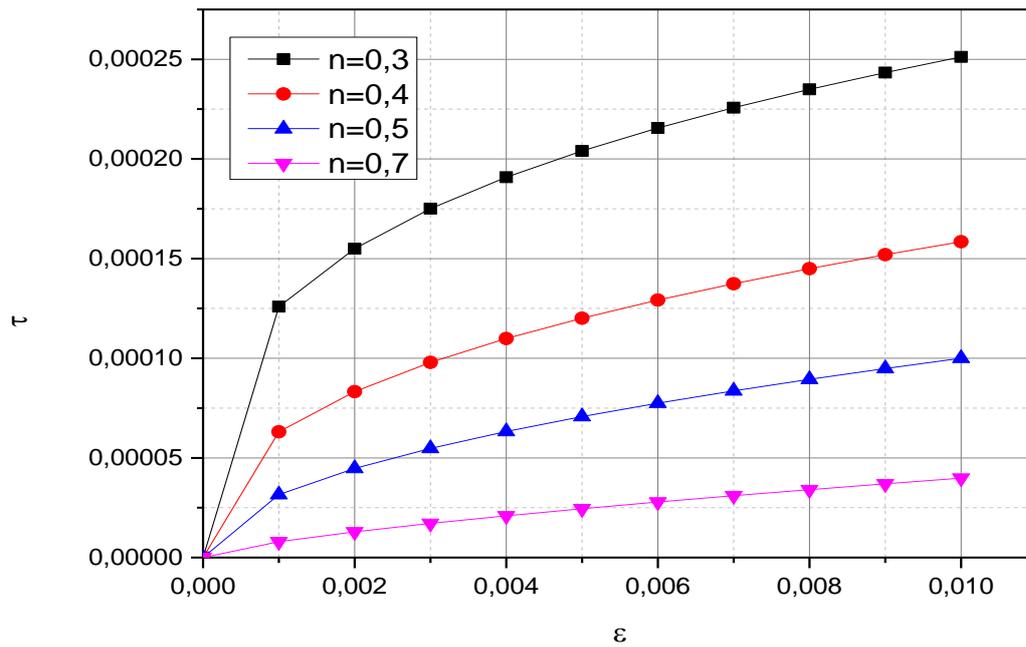


Figure IV.9 : contrainte de cisaillement en fonction de ϵ $n=0.3$, $n=0.4$, $n=0.5$, $n=0.7$.

Le graphe représente la contrainte de cisaillement en fonction de taux de déformation. On remarque que lorsque n augmente, la contrainte de cisaillement diminue.

Lorsque l'indice n augmente dans une relation de loi de puissance entre la contrainte de cisaillement et le taux de déformation, la viscosité du fluide non newtonien augmente plus rapidement avec le taux de déformation, ce qui entraîne une diminution de la contrainte de cisaillement observée pour un même taux de déformation.

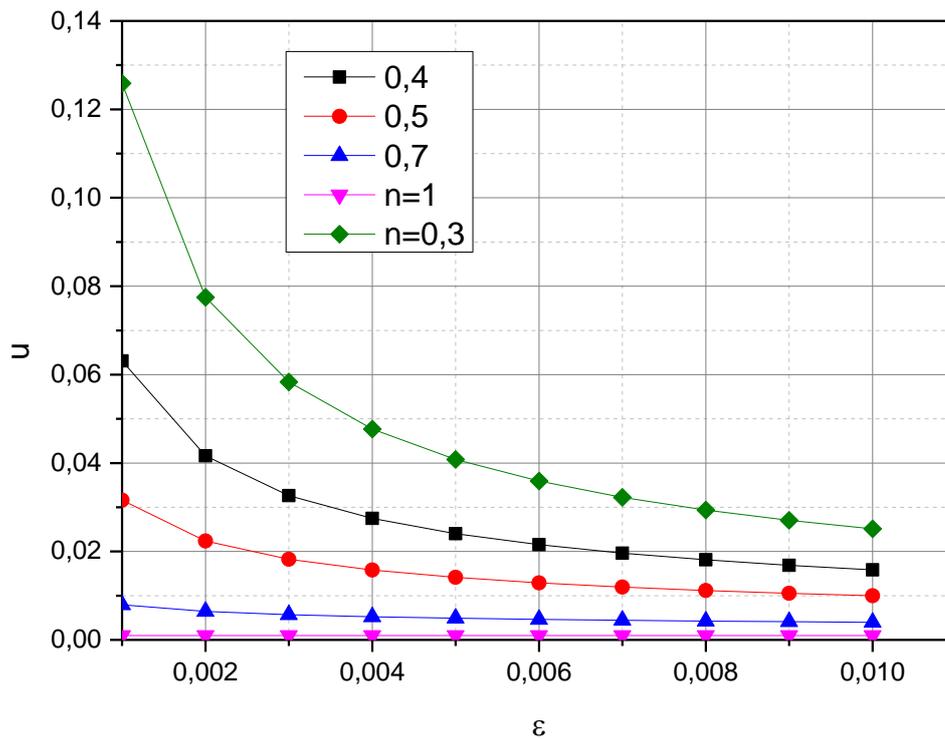


Figure IV.10: viscosité en fonction de ε $n=0.3$, $n=0.4$, $n=0.5$, $n=0.7$ et $n=1$.

Le graphe représente la viscosité en fonction de l'exposant ε . On remarque que lorsque n augmente, la viscosité diminue.

Lorsque l'exposant n augmente, cela signifie que la viscosité diminue plus rapidement avec une augmentation du taux de déformation. Cela indique que le fluide non newtonien devient moins résistant à l'écoulement lorsque le taux de déformation augmente, ce qui

Correspond à un comportement plus fluide. En d'autres termes, le fluide présente une réponse plus faible à l'agitation ou au cisaillement, ce qui entraîne une diminution de la viscosité.

En conclusion .La viscosité joue le rôle d'un coefficient de frottement .

Pour de faibles nombres de Taylor, inférieurs à $Ta=30$, on observe des profils linéaires le long de la hauteur du fluide, correspondant ainsi au régime laminaire stable. Au-delà de $Ta=30$, ces profils linéaires changent progressivement de forme et deviennent ondulés avec l'augmentation du nombre de Taylor. La première instabilité apparaît pour $Ta=43.8$. L'ondulation des rouleaux est clairement établie sur toute la hauteur du fluide.

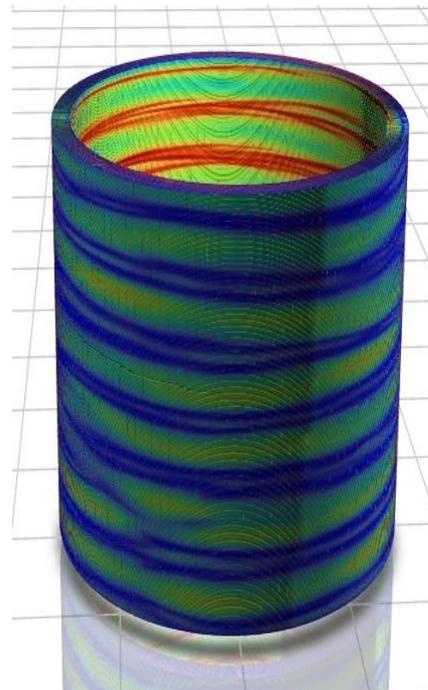


Figure IV.11 : Vue de vortex-Taylor de l'expérience à gauche de la simulation à droite.

Le second état de l'écoulement de nature instationnaire est caractérisé par l'établissement de l'onde azimutale correspondant à une deuxième valeur critique $Tac_2 = 59$.

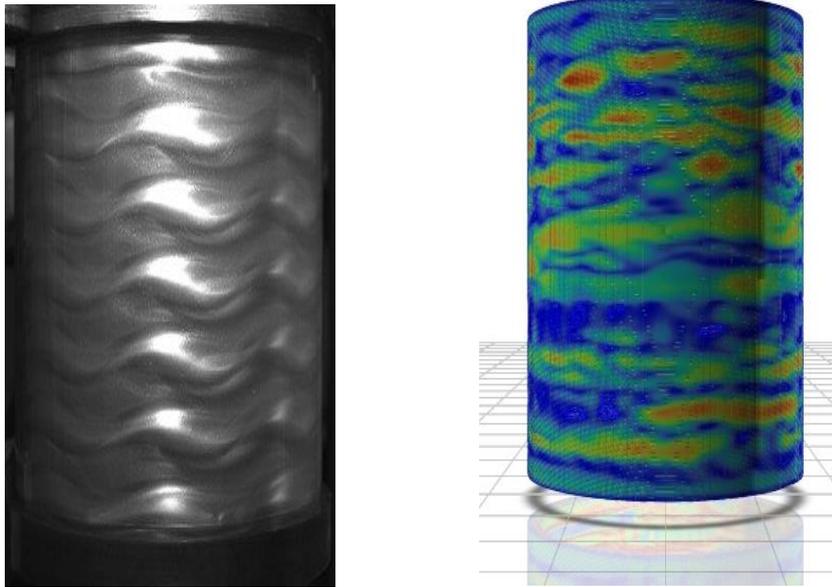


Figure IV.12 : WVT de l'expérience à gauche et de la simulation à droite.

Cette simulation de coupe en plan le long du domaine où le fluide est présent révèle la forme ondulatoire du mouvement des particules du fluide à travers l'évolution de la grandeur de la vitesse.

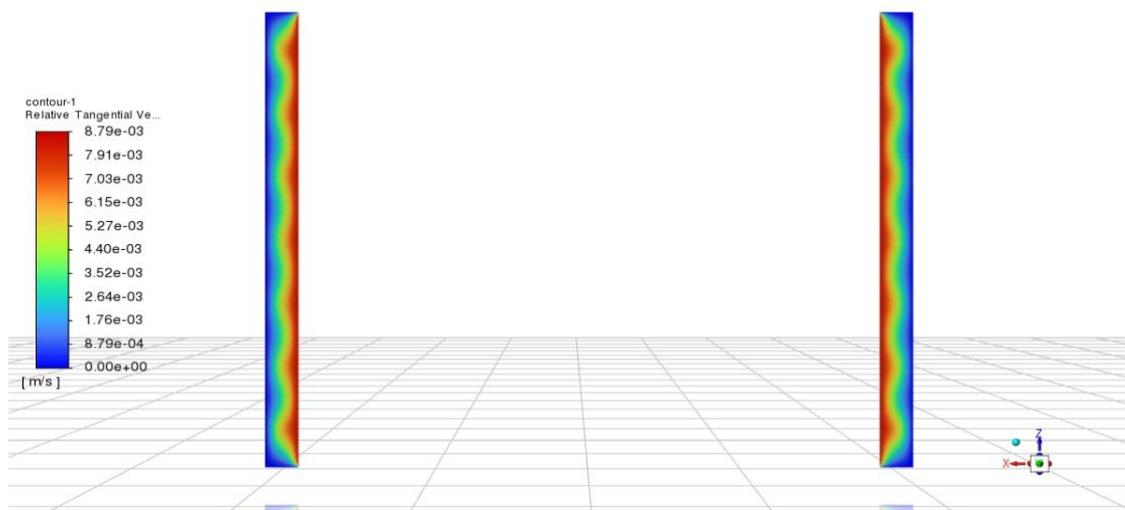


Figure IV.13 : Simulation de l'effet du champ de vitesse sur coupe plan.

Une petite observation concernant la simulation numérique de Taylor-Couette : l'apparition de la première et de la deuxième instabilité.

Dans la simulation numérique de l'écoulement de Taylor-Couette, on observe l'apparition de deux instabilités distinctes. La première instabilité se produit à un certain seuil de vitesse de rotation des cylindres coaxiaux, généralement associé à un nombre de Taylor critique. Cette instabilité se manifeste par des perturbations dans le profil de vitesse et l'apparition de structures tourbillonnaires.

Après la première instabilité, lorsque la vitesse de rotation des cylindres est augmentée davantage, on observe l'apparition d'une deuxième instabilité. Cette deuxième instabilité peut être caractérisée par des modifications supplémentaires dans le profil de vitesse et la formation de structures tourbillonnaires plus complexes.

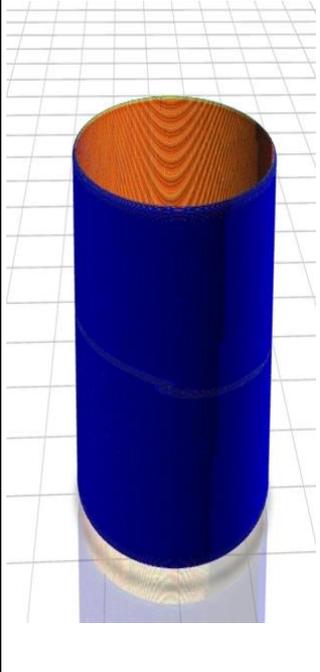
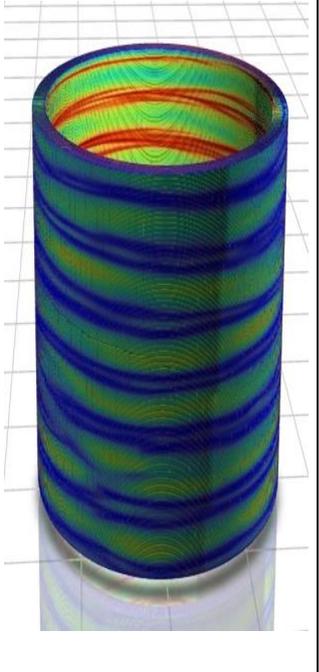
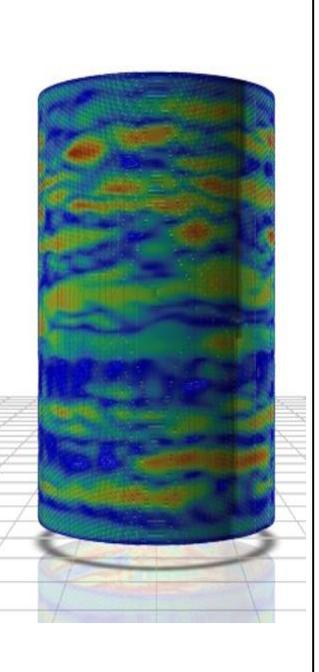
Type d'instabilité	Régime laminaire stable	1 ^{ère} instabilité Onde axiale	2 ^{ème} instabilité Onde azimuthale
Simulation			
Expérimentale	 $10 < Ta < 38$	 $Ta = 43.8$	 $Ta = 59$

Tableau IV.5 : comparaison entre l'expérience et la simulation.

IV.8.2. Champ de pression :

La configuration de l'écoulement, obtenue par simulation numérique et représentée dans le tableau (IV.4) montre les contours du champ de pression pour des valeurs de vitesse faibles jusqu'à l'apparition du premier mode d'instabilité, TVF associé à la première valeur critique du nombre de Taylor, puis la deuxième instabilité, WTF associée à la deuxième valeur critique du nombre de Taylor.

Notre simulation numérique débute par un régime laminaire stable correspondant à l'écoulement de base en l'absence de perturbation. Celui-ci peut être décrit comme un mouvement homogène avec un haut degré de symétrie dans tout le fluide. Si l'on augmente légèrement la vitesse de rotation, on observe l'apparition de petits tourbillons près des bords supérieur et inférieur.

À partir d'une valeur d'environ $Ta \approx 38$, l'écoulement se caractérise par l'apparition de deux rouleaux, l'un situé au bord inférieur et l'autre au bord supérieur. La première étape de la formation des structures à l'intérieur des couches d'Ekman se termine avec l'apparition de ces tourbillons, appelés "tourbillons d'Ekman". Ensuite, en augmentant légèrement la vitesse de rotation, on observe la formation des vortex de Taylor qui se propagent des bords vers le centre du dispositif jusqu'à ce que les rouleaux se forment complètement dans tout l'espace cylindrique, correspondant à la valeur critique du nombre de Taylor $Tac_1 = 43,8$.

Le deuxième état de l'écoulement, de nature instationnaire, est caractérisé par l'établissement d'une onde azimutale correspondant à une deuxième valeur critique, $Tac_2 = 59$. Cette deuxième instabilité se superpose à la première et conduit à un écoulement doublement périodique se propageant à la fois dans la direction axiale et azimutale.

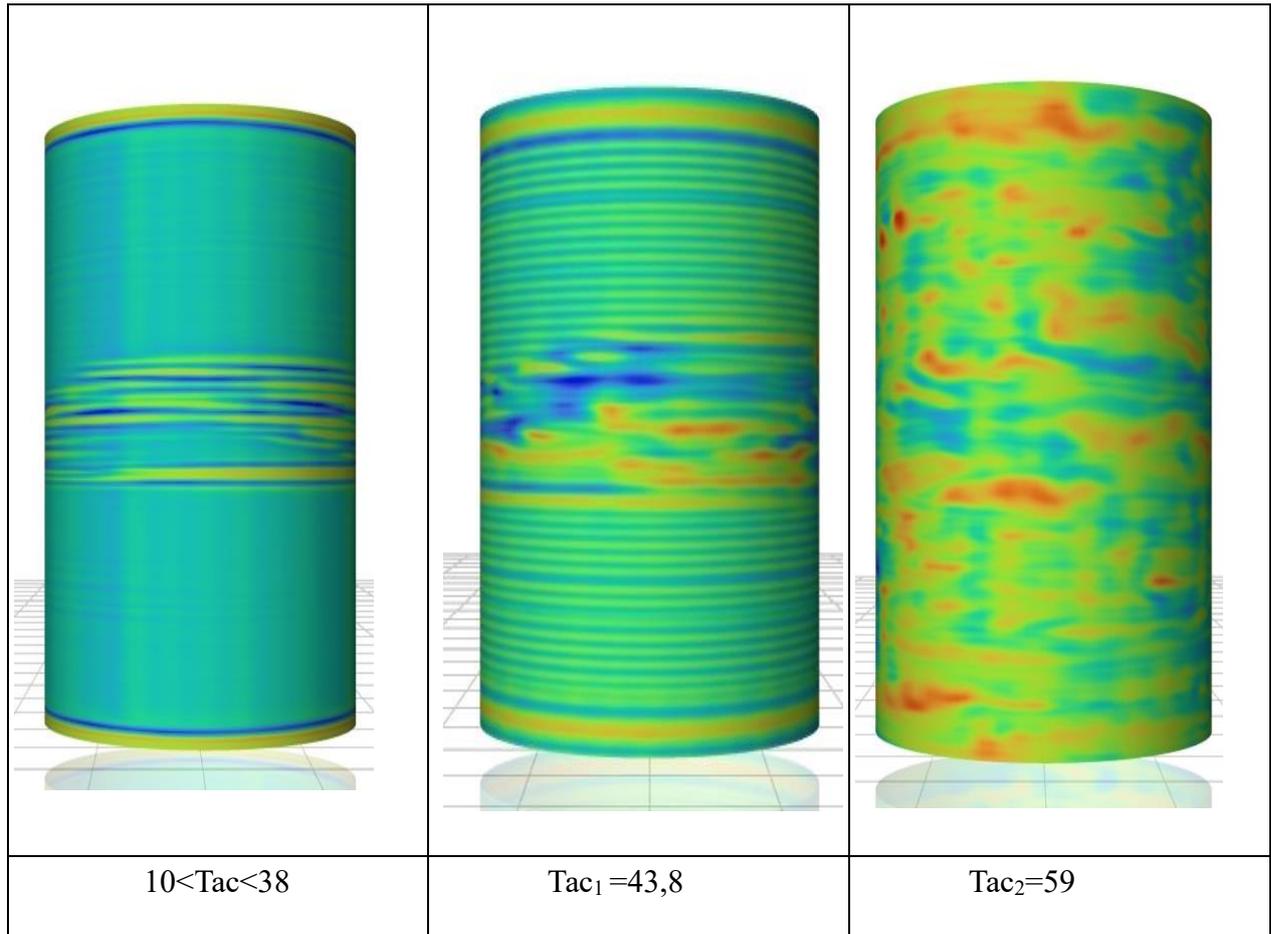


Tableau IV.6 : Configuration de l'écoulement de Taylor-Couette /Champ de pression statique.

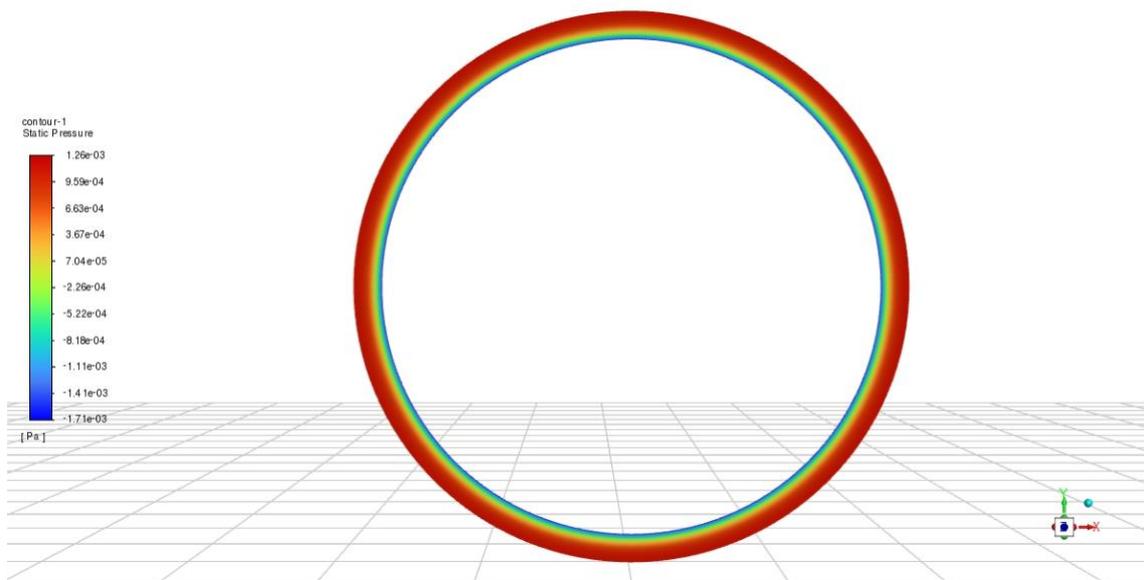


Figure IV.14: Contour de pression de l'écoulement selon la direction azimutale

IV.8.3. Champ de température :

Lors d'un écoulement de Taylor-Couette, le champ de température peut être influencé par plusieurs facteurs, notamment la température du cylindre intérieur et l'apparition des instabilités.

Il convient de noter que la compréhension précise du champ de température lors des instabilités dépendra de nombreux facteurs, tels que les propriétés thermiques du fluide, la géométrie du dispositif et les conditions aux limites thermiques spécifiques appliquées. Des études numériques ou expérimentales spécifiques sont généralement nécessaires pour étudier en détail ces phénomènes et obtenir des informations précises sur le champ de température lors des différentes instabilités dans un écoulement de Taylor-Couette.

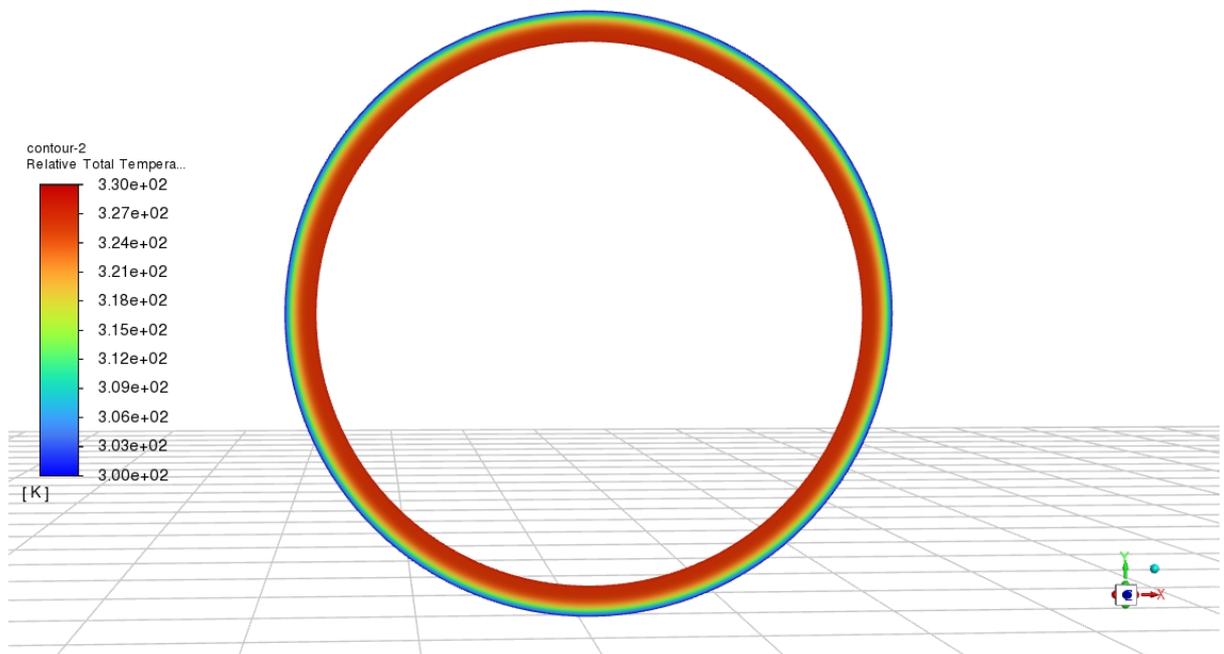


Figure IV.15: Contour de Température .

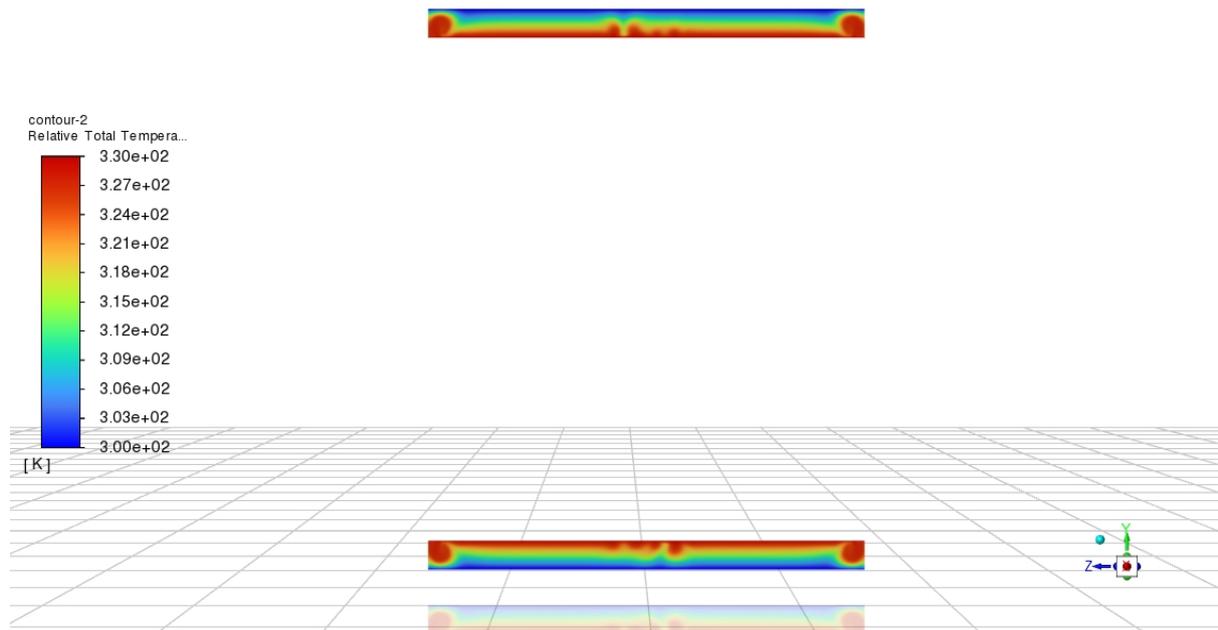


Figure IV.16: Contour de Température coupe plan.

IV.8.3.1. Nombre de Nusselt :

Le nombre de Nusselt (Nu) est un nombre sans dimension utilisé en thermique pour caractériser le transfert de chaleur à travers une interface ou une surface. Il est défini comme le rapport entre le transfert de chaleur réel et le transfert de chaleur par conduction pure. Le nombre de Nusselt est largement utilisé dans l'étude des convections naturelle et forcée, ainsi que dans les échanges thermiques entre fluides et solides.

$$\text{Nu} = \frac{hL}{k} \quad (\text{IV.9})$$

Où :

h : est le coefficient de transfert de chaleur convectif

L : est une longueur caractéristique

k : est la conductivité thermique du fluide.

IV.8.3.2. Le Nombre de Rayleigh :

Le nombre de Rayleigh (Ra) est un autre nombre sans dimension utilisé en convection pour caractériser les flux de chaleur dans les fluides. Il est utilisé spécifiquement dans les situations de convection naturelle ou de convection forcée à faible vitesse.

$$\text{Ra} = \frac{\alpha \cdot \Delta T \cdot g \cdot L_c^3}{k \cdot \nu} \quad (\text{IV. 10})$$

Où :

g : l'accélération due à la gravité

α : la dilatation thermique

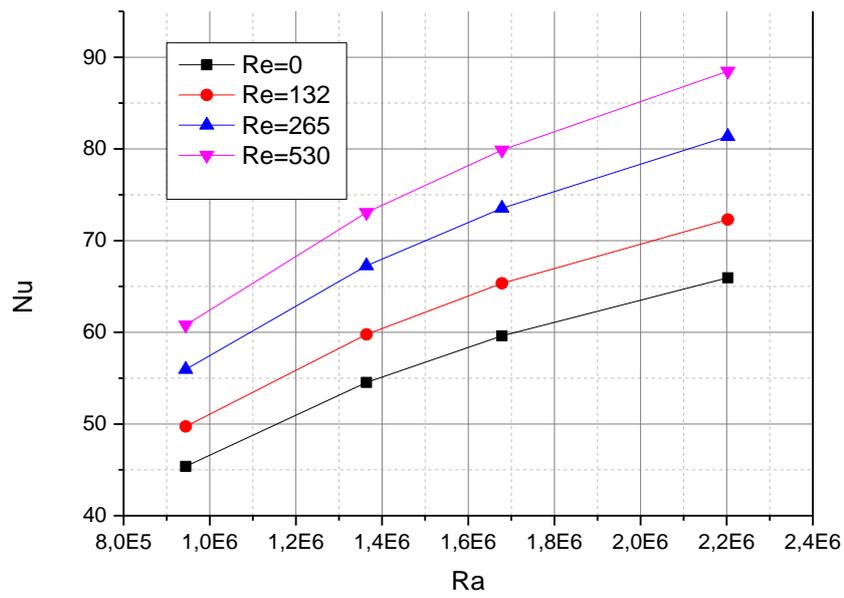
ΔT : la différence de température entre les surfaces

L : une longueur caractéristique

ν : la viscosité cinématique

k : la diffusivité thermique.

a)-Pour fluide de loi de puissance:



**Figure IV.17: Variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh
Pour fluide de loi de puissance $n=0.4$.**

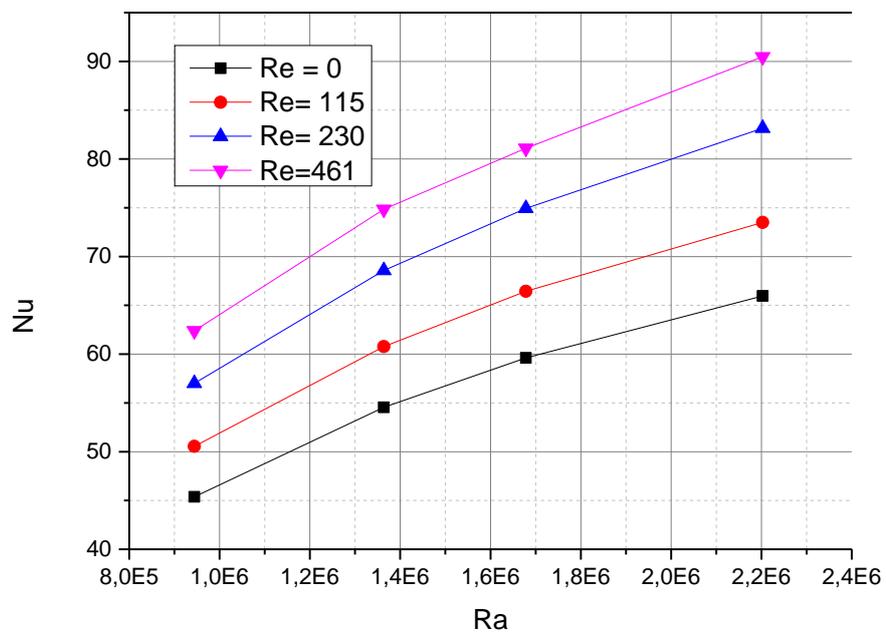


Figure IV.18: Variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh

Pour fluide de loi de puissance $n=0.6$.

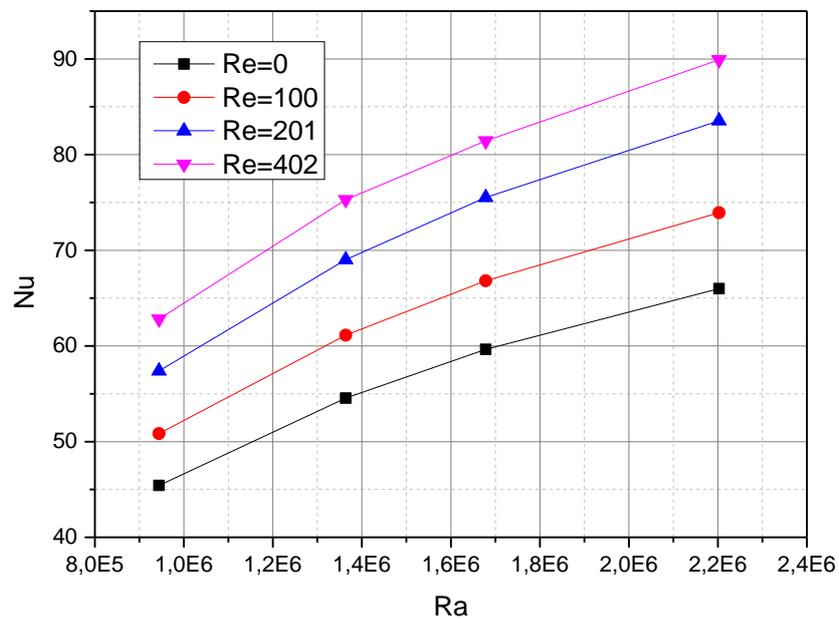


Figure IV.19: Variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh

Pour fluide de loi de puissance $n=0.8$.

Les figures (IV.17 ,IV.18, IV.19) représentent la variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh Pour fluide Non-Newtonien pour des différents indices .On observe que lorsque la vitesse augmente, le nombre de Reynolds (Re) augmente, ce qui peut également influencer le nombre de Nusselt (Nu) et le faire augmenter.

Aussi, on a remarqué que lorsque le nombre de Rayleigh augmente, le nombre de Nusselt augmente également .

b)-Pour un fluide Newtonien:

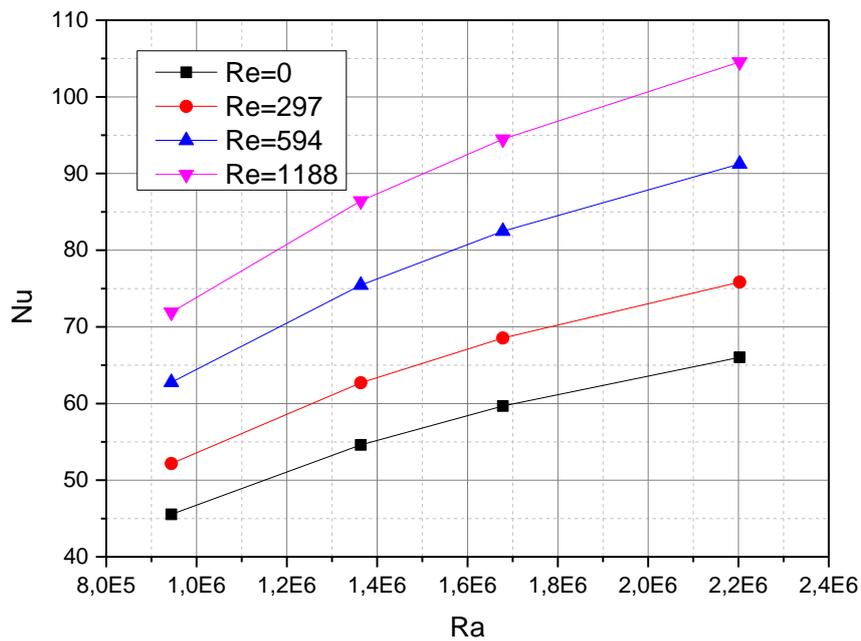
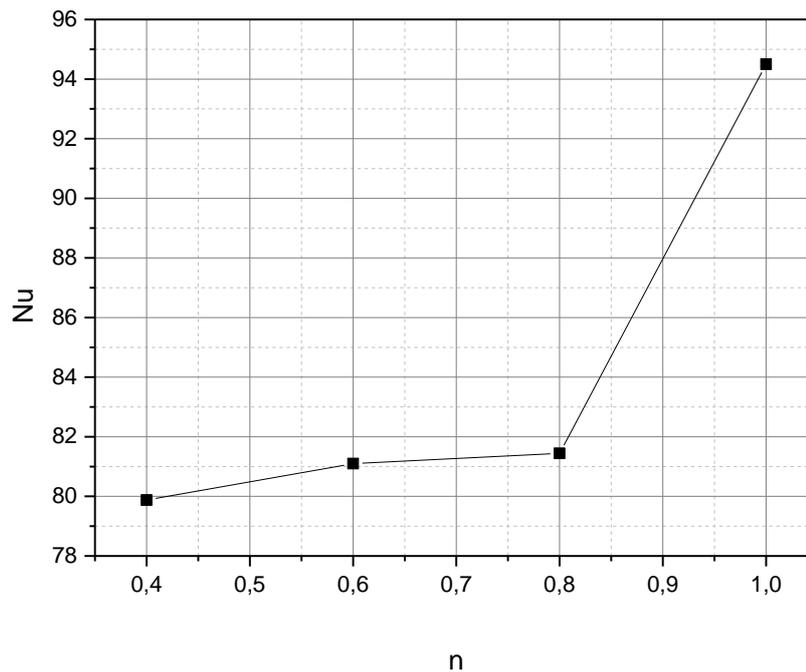


Figure IV.20: Variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh Pour fluide Newtonien .

La figure (IV.20) représente la variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh Pour fluide Newtonien .On observe que lorsque la vitesse augmente, le nombre de Reynolds (Re) augmente, ce qui peut également influencer le nombre de Nusselt (Nu) et le faire augmenter.

Aussi, on a remarqué que lorsque le nombre de Rayleigh augmente, le nombre de Nusselt augmente également



**Figure IV.21: Variation du nombre de Nusselt en fonction de l'indice
Pour fluide de loi de puissance**

La figure représente la variation du nombre de Nusselt pour différentes valeurs de l'indice du fluide ($n=0.4$, $n=0.6$, $n=0.8$ et $n=1$). On remarque qu'à chaque fois que l'indice du fluide augmente, la viscosité augmente également, ce qui entraîne une augmentation du nombre de Nusselt.

Une explication possible de cette observation peut être liée au comportement rhéologique du fluide décrit par la loi de puissance. Lorsque l'indice n augmente, cela signifie que le fluide devient plus résistant au cisaillement à mesure que le taux de cisaillement augmente. En conséquence, le transfert de chaleur est potentiellement amélioré, conduisant à une augmentation du nombre de Nusselt.

CONCLUSION GENERALE :

En conclusion, ce projet de fin d'études sur la simulation numérique pour l'étude de l'instabilité de l'écoulement Taylor-Couette a été une expérience passionnante et enrichissante. À travers cette étude, nous avons pu explorer les mécanismes complexes de l'instabilité et comprendre l'impact de différents paramètres sur le comportement de l'écoulement.

La simulation numérique s'est avérée être un outil précieux pour analyser et prédire les caractéristiques de l'instabilité dans l'écoulement Taylor-Couette. Elle nous a permis de visualiser et d'analyser les schémas d'écoulement, les structures de tourbillons et les transitions de régimes. Cette approche numérique a ouvert de nouvelles perspectives dans la compréhension de ce phénomène complexe.

Au cours de ce projet, nous avons dû relever des défis techniques, affiner nos compétences en programmation et acquérir une connaissance approfondie des équations de base régissant l'écoulement Taylor-Couette. La collaboration avec notre encadrant et les échanges d'idées avec nos collègues ont été essentiels pour surmonter ces défis et progresser dans nos recherches.

Les résultats obtenus à travers les simulations numériques ont fourni des informations précieuses sur les différentes régions d'instabilité, les seuils de transition et les caractéristiques des modes d'instabilité. Ces connaissances contribuent à une meilleure compréhension des phénomènes de transport dans les écoulements Taylor-Couette et peuvent avoir des implications dans divers domaines d'application, tels que les technologies de refroidissement, les systèmes de mélange et les réacteurs chimiques.

Ce projet a également souligné l'importance de la validation expérimentale pour confirmer les résultats de simulation et élargir notre compréhension de l'instabilité de l'écoulement Taylor-Couette. Des études futures pourraient donc consister à réaliser des expériences pour comparer et valider les résultats obtenus par la simulation numérique.

En conclusion, ce projet de fin d'études nous a permis de développer nos connaissances dans le domaine fascinant de l'instabilité de l'écoulement Taylor-Couette et d'améliorer les compétences techniques et analytiques importantes.

Il nous a permis de mieux comprendre les caractéristiques rhéologiques, les mécanismes d'écoulement, la modélisation numérique et l'effet du transfert de chaleur. Nous sommes reconnaissants envers notre encadrant, nos collègues et tous ceux qui ont contribué à la réussite de ce projet. Nous espérons que les connaissances acquises et les résultats obtenus contribueront à l'avancement de la recherche dans ce domaine et trouveront des applications pratiques dans l'industrie et la technologie.

Référence :

- [1] "Stability of a Viscous Liquid Contained between Two Rotating Cylinders" - G.I. Taylor, 1923.
- [2] "Rhéologie des Fluides Complexes" - Elisabeth Guazzelli, October 2001.
- [3] "Rheology for Polymer Melt Processing" - Edited by J. M.-Piau and J.-F. Agassant.
- [4] "Initiation de la Rhéologie" - Technique et Documentation, Lavoisier, Paris, 1983.
- [5] "Non-Newtonian Flow and Applied Rheology: Engineering Applications" - R.P. Chhabra and J.F. Richardson.
- [6] "Taylor-Couette Flow: The Early Days" - Russell Donnelly, Physics Today, 1991.
- [7] "Mathematical and Physical Papers" - Sir George Gabriel Stokes and Others, 1901.
- [8] "Wiener Berichte" - M. Margules, 1881.
- [9] "Étude des phénomènes d'instabilités en présence d'une suspension dans l'écoulement de Taylor-Dean" - Ahmed Daimallah, PhD thesis, 2013.
- [10] "Introduction to Fluid Mechanics" - Bruce R. Munson, Donald F. Young, and Theodore H. Okiishi.
- [11] "Etudes sur les frottements des liquides" - M. Couette, Ann. Chim. Phys., 1890.
- [12] "Investigation of the Character of the Equilibrium of an Incompressible Heavy Fluid of Variable Density" - J.W. Strutt, Lord Rayleigh, Proceeding of the London Mathematical Society, 1883.
- [13] "Experiments on Fluid Viscosity" - A. Mallock, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, 1896. [14] "Stability of a Viscous Liquid Contained between Two Rotating Cylinders" - G.I. Taylor, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, 1923.
- [15] "The Formation of Emulsions in Definable Fields of Flow" - G.I. Taylor, Proceedings of the Royal Society of London, 1923.
- [16] "The Heat Transport and Spectrum of Thermal Turbulence" - W.V.R. Malkus, Proceedings of the Royal Society of London, 1968.

-
-
- [17] "Flow Regimes in a Circular Couette System with Independently Rotating Cylinders" - C.D. Andereck, S.S. Liu, H.L. Swinney, *Fluid Mech.*, 1986.
- [18] "New Flows in a Circular Couette System with Corotating Cylinders" - C.D. Andereck, R. Dickman, H.L. Swinney, *Phys. Fluids*, 1983.
- [19] "Instability of Viscous Axial Flow in Annuli Having a Rotating Inner Cylinder" - N. Gravas, B.W. Martin, *Fluid Mech.*, 1978.
- [20] "Transition in Circular Couette Flow" - D. Coles, *J. Fluid Mech.*, 1965.
- [21] "Physical Review Fluids".
- [22] "Transition to Taylor Vortex Flow in a Rotating Fluid System" - G.I. Taylor, 1936. [23] "Taylor-Couette Flows" - Detlef Lohse, Siegfried Grossmann.
- [24] "Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications" - Jiri Blazek.