

République Algérienne Démocratique et populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la recherche scientifique
Université Saad Dahlab BLIDA-1-
Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales
Département de Navigation aérienne



Projet de fin d'études
En Vue de l'Obtention du Diplôme Master en aéronautique
Option : CNS/ATM

Thème :

*SIMULATION D'UN SYSTEME DE
NAVIGATION HYBRIDE INS/GPS BASE SUR
LES OBSERVATEURS NON LINEAIRES :
EKF et OGG*

Réalisé par :

ZENIBAA soheib

KRAIMIA nour el houda

Encadré par :

Mm. BENCHEIKH saliha

Année universitaire : 2018/2019

RÉSUMÉ

Dans ce mémoire, on a traité deux observateurs non linéaires, le filtre de Kalman étendu et l'observateur grand gain basés sur la fusion INS/GPS. D'abord on a traité le filtre de Kalman étendu (EKF), qui été largement utilisé dans la littérature et qu'il représente probablement l'approche la plus commune et la plus populaire pour traiter un système non linéaire. Après on a exposé un nouvel estimateur qui est l'observateur grand gain (OGG). Sa conception ne nécessite aucune transformation du système initiale, elle se fait directement à partir de la structure du système.

Des simulations illustratives évaluent l'applicabilité et l'efficacité des deux observateurs étudiés.

المخلص

في هذه الأطروحة قمنا بمعالجة ملاحظين غير خطيين وFKE و OGG باستعمال قياسات الجهازين GPS و IMU .

البداية قدمنا مرشح كالمان الممدود المستعمل في معالجة الأنظمة غير الخطية، وبعدها عرضنا الملاحظ الثاني اذ ان تصميمه لا يتطلب أي تغيير او تحويل للحالة الابتدائية بل تقوم طريقة عمله على هيكل النظام مباشرة. كما قمنا بعرض محاكاة تبين فعالية الملاحظين المدروسين.

Abstract

In this thesis, we treated two non linear observers, EKF and OGG based on INS/GPS fusion.

First we treated EKF, which is widely used in probably the best know approach to a non linear system.

The new estimator has been exposed which is OGG design doesn't require any transformation of the initial system, it is done directly from the structure of the system.

Illustrative simulations assess the applicability of the effectiveness of the two observers studies for attitude estimation.

REMERCIEMENTS

*Tout d'abord, nous remercions Dieu, tout puissant
de nous avoir donné la force pour accomplir et
réaliser ce modeste travail.*

*On tient à exprimer toute notre reconnaissance à notre directrice de
mémoire Madame **BENCHEIKH** Saliha. On la remercie
de nous avoir encadré, orienté, aidé, et conseillé.*

*On désire aussi remercier les professeurs de
l'institut d'aéronautique et les études spatiales, qui
nous a encadrés pendant nos études
universitaires.*

*Nos sincères remerciements et nos gratitude à nos
chers parents, nos sœurs, nos frères, nos amis, nos
familles et nos proches.*

TABLE DES MATIERES

RÉSUMÉ

REMERCIEMENTS

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES ILLUSTRATIONS ET GRAPHIQUES

LISTES DES TABLEAUX

LISTES DES SYMBOLES

INTRODUCTION	01
I. Systèmes de navigation	03
I.1-Introduction	03
I.2- Systèmes de coordonnées	03
I.2.1- Repère inertiel	03
I.2.2- Repère géocentrique	04
I.2.3-repère local	06
I.2.4-Repère de navigation (N)	07
I.2.5-Repère du mobile (B)	07
I.3-système de navigation inertielle	08
I.3.1-Architecture du Structure du système de navigation inertielle	08
I.3.2-Types des plateformes inertiels	08
I.3.2.1-plateforme stabilisée	09
I.3.2.2-plateforme à composants liés (strapdown)	09

I.3.3-principe de la navigation inertielle	09
I.3.4- Capteurs inertiels	10
I.3.4.1- Les gyroscopes	11
I.3.4.2- Les accéléromètres	12
I.3.5-Representations de l'attitude	12
I.3.5.1-Matrice des cosinus directeurs DCM	13
I.3.5.2- Angles d'Euler	13
I.3.5.3-Quaternions	14
I.3.6-Mécanisation	15
I.3.6.1- Modèle mathématique	15
I.3.6.2- L'algorithme de mécanisation dans le repère NED	17
I.3.7-Technique d'alignement	18
I.3.8-Sources d'erreurs des capteurs inertiels	19
I.4-Système de positionnement global GPS	20
I.4.1-Définition et historique	20
I.4.2-Architecture du système GPS	21
I.4.3-Principe du système GPS	22
I.4.4- Mesures GPS	24
I.4.4.1- Mesures de pseudo-distance	24
I.4.4.2- Mesures de décalage Doppler	25
I.4.5- Sources d'erreurs du système GPS	27

I.4.5.1- Erreurs liées au système	28
I.4.5.2- Erreurs liées à l'environnement extérieur	28
I.5- Navigation hybride	29
I.6- Conclusion	29
II. Aperçu sur les observateurs d'état	30
II.1-Introduction	30
II.2-Définition des observateurs	30
II.3-Observateurs pour les systèmes linéaires	32
II.3.1-Filtre kalman	32
II.3.2-Observateur de Luenberger	33
II.4-Observateurs pour les systèmes non linéaires	35
II.4.1-Observateurs mode glissant	35
II.4.2-Observateurs adaptatifs	36
II.4.3-Observateur de Luenberger étendu	37
II.4.4-Le Filtre de Kalman étendu (EKF)	37
II.4.5-Observateur grand gain	38
II.4-Conclusion	39
III. Modélisation des erreurs inertielles et filtrages de kalman	40
III.1-introduction	40
III.2-Filtre de Kalman	40
III.3-Quelque variétés du filtre de Kalman	41
III.3.1-Le filtre de Kalman Linéarisé LKF	41
III.3.2-Filtre de Kalman étendu	42

II.4- Différentes approches d'hybridation	43
III.4.1-Mode non-couplé	43
III.4.2- Intégration par couplage lâche (faible)	44
III.4.3- Intégration par couplage serré	44
III.4.4- Intégration par couplage profond	46
III.5- Implémentation du filtre EKF pour la fusion INS/GPS	47
III.5.1- Equations d'erreurs du système INS	47
III.5.1.1-Modèle dynamique de l'erreur en position	48
III.5.1.2-Modèle dynamique de l'erreur en vitesse	48
III.5.1.2-Modèle dynamique d'erreur sur l'orientation	48
III.5.1.3-Modèle dynamique des erreurs des capteurs inertiels	49
III.5.2- Modèle dynamique du filtre	51
III.5.3- Modèle d'observation du GPS	52
III.5.4- Réglages des paramètres du filtre EKF	53
III.6- limites et points forts du filtre de Kalman	55
III.6.1-points forts	55
III.6.2-les limites	56
III.6- Conclusion	57

IV. Observateur Grand Gain pour la fusion INS/GPS	58
IV.1-Introduction	58
IV.2-Aperçu sur les approches d'estimation de l'attitude	58
IV.2.1-Estimation de l'attitude à base des capteurs inertiels	58
IV.2.2-Estimation de l'attitude à base de fusion INS/GPS	59
IV.3-Observateurs d'attitude pour des véhicules accélérés à base de l'INS/GPS	59
IV.3.1- Analyse mathématique	59
IV.3.1- Conditions de stabilités	62
IV.4- Conclusion	64
V. Résultats et interprétations	65
V.2-Génération des données brutes d'une centrale inertielle	65
V.2.1-Génération de la trajectoire de référence	65
V.2.2-Génération des données idéales d'une centrale inertielle	66
V.2.3-Génération de la trajectoire GPS	66
V.2.4-Les données bruités d'une centrale inertielle	68
V.3-Resultats de mécanisation	68
V.3.1-Mécanisation pour des données idéals	69
V.3.2-Mécanisation pour des données réelles (bruitées)	69
V.4-Estimations des erreurs par EKF et OGG	70
V.4.1-Estimation par EKF	70
V.4.1.1-Boucle ouverte	71
V.4.1.2-Boucle fermée	74

V.4.1.3- Comparaison entre la boucle ouverte et la boucle fermée	78
V.4.2-Estimation par OGG	80
V.5-Comparaison entre estimation d'attitude par EKF et OGG	83
V.6-Conclusion	83
CONCLUSION	84
BIBLIOGRAPHIE	

LISTE DES ILLUSTRATIONS ET GRAPHIQUES

Figure 1-1 Repère inertiel t (ECI)	03
Figure 1-2 Repère géocentrique (ECEF)	04
Figure 1-3 Coordonnées géodésiques	05
Figure 1-4 Repère NED (en rouge) et ENU (en bleu)	07
Figure 1-5 Repère mobile	08
Figure 1-6 Structure du système de navigation inertielle	08
Figure 1-7 Système de navigation inertielle à plateforme stabilisée	09
Figure 1-8 Gyroscope mécanique	11
Figure 1-9 Accéléromètre MEMS	12
Figure 1-10 diagramme détaillé de la mécanisation de la centrale inertielle dans le repère NED	17
Figure 1-11 Erreur de mauvais alignement entre le repère des capteurs et le repère du mobile	20
Figure 1-12 Les trois segments du GPS	22
Figure 1-13 Principe de trilatération appliqué à un système à deux dimensions	23
Figure 1-14 Principe de trilatération appliqué à un système à trois dimensions	24
Figure 1-15 Calcul du temps de transmission à partir des mesures de code	25
Figure 1-16 Erreurs courantes	27
Figure2-1 Observateur d'un système d'état	32
Figure 3-1 : Trajectoire nominale et réelle pour un filtre linéarisé de KALMAN	42
Figure 3-2 : Trajectoire estimée (nominale) et réelle par le filtre de Kalman étendu	43

Figure 3-3 : Intégration INS/GPS non couplée	43
Figure 3-4 : Intégration INS/GPS par couplage lâche	44
Figure 3-5 : Intégration INS/GPS par couplage serré	45
Figure 3-6 : Intégration profonde GPS/INS	47
Figure 3-7 : Extension du filtre aux systèmes non linéaire	55
Figure 5-1 : Trajectoire de référence	65
Figure 5-2 : trajectoire GPS	67
Figure 5-3 : trajectoire GPS bruités	67
Figure 5-4 : trajectoire GPS bruités (zoom)	68
Figure 5-5 : Trajectoire de référence et trajectoire estimée par mécanisation	69
Figure 5-7 : Comparaison entre la trajectoire de référence et la trajectoire bruitée	69
Figure 5-8 : Position en boucle ouverte	71
Figure 5-9 : Vitesse en boucle ouverte	71
Figure 5-10 : attitude en boucle ouverte	72
Figure 5-11 : Déviation standard de la position	73
Figure 5-12 : Déviation standard de la vitesse	73
Figure 5-13 : Déviation standard de l'attitude	74
Figure 5-14 : Position en boucle fermée	74
Figure 5-15 : Vitesse en boucle fermée	74
Figure 5-16 : Attitude en boucle fermée	74
Figure 5-17 : Comparaison entre la trajectoire de référence et la trajectoire obtenue	75
Figure 5-18 : Comparaison entre la trajectoire de référence et la trajectoire obtenue obtenue en boucle fermée (zoom)	75

Figure 5-19 : Déviation standard de la position	77
Figure 5-20 : Déviation standard de la vitesse	77
Figure 5-21 : Déviation standard de l'attitude	78
Figure 5-22 : Comparaison entre la variation d'erreur de la position en boucle ouverte et en boucle fermée	78
Figure 5-23 : Comparaison entre la variation d'erreur de la vitesse en boucle ouverte et en boucle fermée	79
Figure V-24 : Comparaison entre la variation d'erreur de l'attitude en boucle ouverte et en boucle fermée	79
Figure 5-25 : erreur de la vitesse \tilde{v}	80
Figure 5-26 : Vitesse estimée \hat{v}	81
Figure 5-27 : erreur d'attitude \tilde{Q}	81
Figure 5-28 : Attitude estimée	82
Figure 5-29 : Comparaison d'attitude estimée par EKF et OGG	83

LISTE DES SYMBOLES

φ : Latitude géodésique

λ : Longitude géodésique

h : Altitude ellipsoïdale

ϕ : Angle de roulis (roll)

θ : Angle de tangage (pitch)

ψ : Angle de lacet (Heading)

r : vecteur de position

q : Quaternion

C : Matrice de transformation

e : Repère terrestre

i : Repère inertielle

b : Repère mobile

n : Repère navigation

r^{lla} : la position dans le repère local

v^N : la vitesse dans le repère navigation

D : la matrice de transformation du repère NED au repère géographique

lla : l'attitude, longitude, altitude

R_m : Rayon courbure le long du méridien

R_n : Rayon courbure le long d'un parallèle

f^N : la force spécifique dans le repère NED

g^N : vecteur de gravité dans le repère NED

Ω : la matrice antisymétrique de ω

ω_{nb}^b : Vitesse angulaire de rotation du repère mobile par rapport au repère de navigation exprimé dans le repère mobile.

ω_{ie}^n : Vitesse angulaire de rotation du repère terrestre par rapport au repère inertielle exprimé dans le repère navigation.

ω_{ie}^e : Vitesse angulaire de rotation du repère terrestre par rapport au repère inertielle exprimé dans le repère terrestre.

ω_{en}^n : Vitesse angulaire de rotation du repère de navigation par rapport au repère terrestre exprimé dans le repère de navigation.

X : Vecteur d'état

Z : Vecteur de mesures

F : La matrice dynamique du système

G : La matrice de commande

w : vecteur de bruit du système

Φ_k : La matrice de transition

Q : la matrice diagonale de densité spectrale

H_k : La matrice d'observation

R_k : La matrice de la covariance sur les bruits de mesure

INTRODUCTION GENERALE

L'attitude est une information importante dans différentes disciplines comme la navigation des véhicules aériens autonomes, l'aérospatiale et la robotique. Elle peut être estimée grâce aux nombreuses technologies destinées à fournir des mesures de haute qualité tels que les accéléromètres qui mesurent l'accélération linéaire et les gyroscopes qui mesurent les vitesses angulaires.

Cependant, il est difficile d'obtenir à haute fréquence l'attitude d'un aéronef dû essentiellement, à la variation éventuellement rapide de cette attitude à cause des perturbations externes (induites par le vent par exemple) ; à la limitation du choix des capteurs à cause de la taille réduite du véhicule, de la charge utile limitée et parfois à cause des raisons économiques. Le problème du choix des capteurs est résolu grâce à l'émergence de la technologie MEMS (Micro Electro-Mechanical Systems) qui a conduit à la conception des capteurs (accéléromètres, gyroscopes) de taille réduite et ayant une faible consommation en énergie. Ces deux capteurs sont embarqués dans des centrales inertielles.

Plusieurs méthodes d'estimation de l'attitude ont été développées depuis les années 70. Parmi ces méthodes, nous trouvons les méthodes dynamiques qui utilisent l'ensemble des mesures de capteurs de la centrale INS. Elles contiennent les filtres de Kalman et les observateurs non linéaires (dans le cadre déterministe). Pour des fortes non linéarités, les observateurs non linéaires ont montré leur efficacité à fournir des estimés avec plus de précision comparés au filtre de Kalman qui nécessite une linéarisation du premier ordre du système.

En effet, les méthodes dynamiques sont souvent fiables si l'accéléromètre mesure uniquement la projection du champ de gravité. C'est le cas où le corps rigide se trouve en phase statique ou bien lorsque son accélération linéaire est négligeable devant la gravité. Néanmoins, le corps rigide se trouve souvent en mouvement accéléré. Dans ce cas, l'accéléromètre ne mesure pas uniquement la projection de la gravité mais également l'accélération linéaire du véhicule, un terme qui est exprimé dans le repère mobile et sa transformation dans le repère inertiel est impossible ou introduit des erreurs indésirables.

Pour cela, une mesure complémentaire de vitesse GPS (Global Positioning System) peut être utilisée pour compenser l'effet de l'accélération linéaire.

Pour estimation robuste d'attitude et de l'accélération apparente en cas de mouvement accéléré. On propose dans notre mémoire un nouvel estimateur d'attitude d'un corps rigide se déplaçant dans l'espace 3D avec un mouvement accéléré, et on le compare avec la technique classique « le filtre de Kalman étendu » utilisée dans la navigation. L'observateur proposé est destiné de manière à ce que l'accélération apparente ou l'erreur affectant cette accélération soient fonction de la variation des erreurs dynamiques de la vitesse.

Ce mémoire s'articule autour cinq chapitres introduits comme suit :

Le chapitre un, est une introduction générale sur les deux systèmes de navigation 3-D, à savoir le système de navigation inertiel (INS) et le système de positionnement global (GPS), ainsi que l'hybridation de ces deux systèmes. Cependant, le positionnement d'un mobile nécessite un ou plusieurs systèmes de coordonnées que nous allons les définir au début du chapitre.

Le chapitre deux, est un aperçu sur les observateurs d'états. Nous avons défini la conception d'un observateur d'état. Puis, nous citons quelques observateurs d'état pour les systèmes linéaires et les systèmes non linéaires tel que les observateurs à grand gain qui sont largement utilisés pour l'estimation de l'attitude des véhicules aériens.

Dans le chapitre trois, nous avons présenté un modèle hybride INS/GPS et étudié le filtre de Kalman en détail.

Dans le quatrième chapitre, nous allons présenter un nouvel estimateur d'attitude d'un corps rigide en mouvement accéléré basés sur les données INS et GPS. Ce chapitre contient aussi un aperçu sur les différentes approches développées dans la littérature pour l'estimation de l'attitude.

Une simulation sous Matlab sera faite afin d'examiner les performances de ces observateurs dans le cinquième chapitre.

Enfin, une conclusion générale résume nos principaux apports. Finalement, des références bibliographiques clôturent ce travail.

I.1-Introduction

La navigation peut être définie comme étant l'art et la science qui permettent de déterminer les paramètres de navigation d'un véhicule (position, vitesse, et l'orientation d'un véhicule par rapport à un système de référence) en utilisant des informations disponibles à bord.

Dans ce chapitre nous intéressons à présenter les deux systèmes de navigation 3-D, à savoir le système de navigation inertiel (INS) et le système de positionnement global (GPS). L'hybridation des systèmes de navigation est discutée à la fin de ce chapitre. Cependant, le positionnement d'un mobile nécessite un ou plusieurs systèmes de coordonnées que nous allons les définir au début du chapitre.

I.2- Systèmes de coordonnées :

I.2.1- Repère inertiel

Le repère inertiel ECI (Earth Centered Inertial) est un repère orthogonal dont l'origine coïncide avec le centre de masse de la Terre et dont les axes X et Z sont orientés respectivement en direction de l'axe de rotation de la Terre et du point d'équinoxe du printemps. L'axe Y est quant à lui orienté de manière à compléter la règle de la main droite, pour ainsi former un repère orthogonal, tel qu'illustré sur la Figure I-1.

Un repère inertiel est un repère qui ne tourne ni n'accélère par rapport au reste de l'univers et dans lequel les lois de Newton s'appliquent.

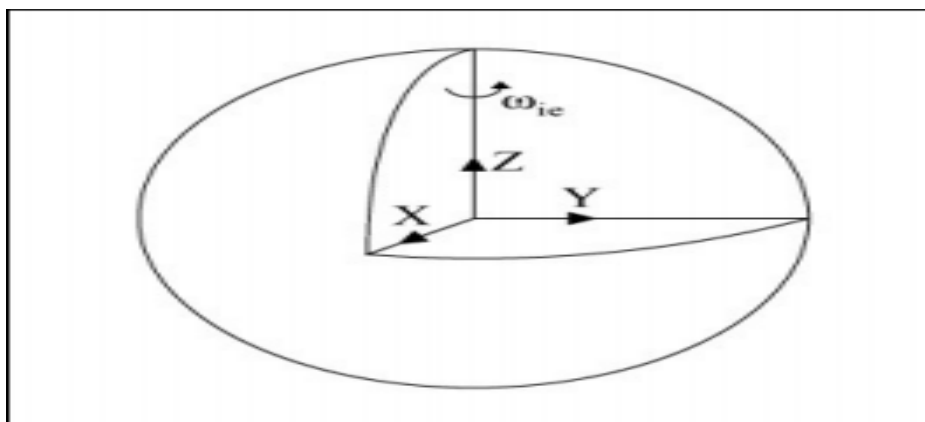


Figure I -1 Repère inertiel t (ECI)

I.2.2- Repère géocentrique :

Le repère fixe terrestre ECEF (Earth Centered Earth Fixed) est un repère orthogonal dont l'origine fixé au centre de masse de la Terre. Ainsi, le repère ECEF tourne avec la Terre et possède donc une vitesse de rotation constante par rapport au repère ECI tel que (Farrell, 2008) :

$$\omega_{IE} \approx \left(\frac{1+365.25 \text{ cycles}}{(365.25)(24\text{h})} \right) \left(\frac{2\pi \text{ rad/cycle}}{3600\text{s/h}} \right) = 7.292115 \times 10^{-5} \text{ rad/s} \quad (1-1)$$

Les axes Y et Z de ce repère sont orientés respectivement en direction de l'axe de rotation de la Terre et du méridien de Greenwich tandis que l'axe X complète la règle de la main droite, pour ainsi former un repère orthogonal, tel qu'illustré à la Figure 1-2.

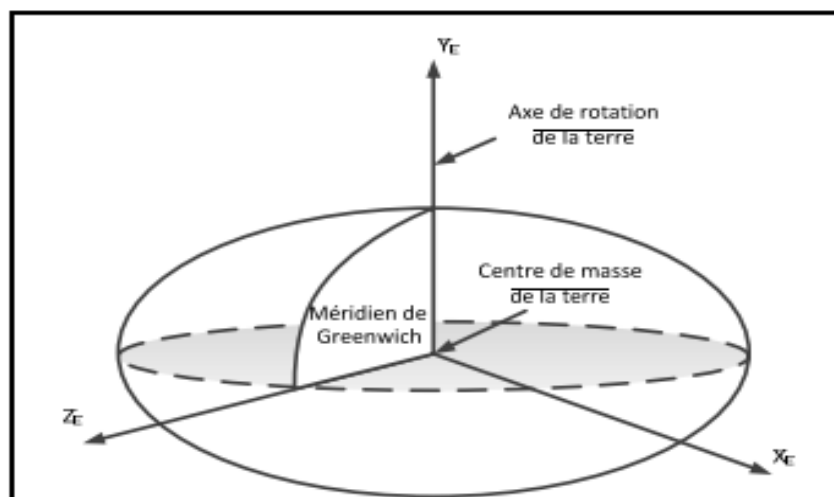


Figure I -2 Repère géocentrique (ECEF)

Le repère ECEF peut être utilisé afin d'exprimer une position selon des coordonnées cartésiennes (x , y et z) mais également selon des coordonnées géodésiques (voir Figure 1-3).

Les coordonnées géodésiques sont exprimées en terme de latitude (ϕ), de longitude (λ) et d'altitude ellipsoïdale (h) qui sont définis tel que :

Latitude (ϕ) : Angle formé, sur un plan méridien, entre le plan équatorial et le rayon de courbure normal de la Terre (R_N).

Longitude (λ) : Angle formé, sur un plan équatorial, entre le méridien de Greenwich et la projection du point d'intérêt sur un plan équatorial.

Altitude ellipsoïdale (h) : Distance entre le point d'intérêt et l'ellipsoïde de référence, mesurée au-dessus de l'ellipsoïde et selon un axe perpendiculaire à celui-ci.

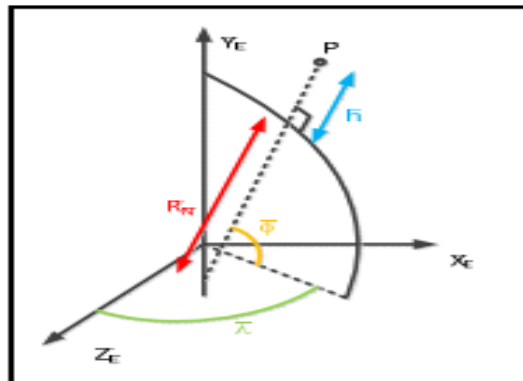


Figure I -3 Coordonnées géodésiques

(Latitude, longitude et altitude ellipsoïdale)

La transformation entre les coordonnées cartésiennes et géodésiques peut être réalisée à l'aide d'équations mathématiques. Dans le cas où les coordonnées géodésiques sont connues, les coordonnées cartésiennes sont calculées à l'aide des équations suivantes [1]:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_n + h)\cos\phi \sin\lambda \\ (R_n(1 - e^2) + h) \sin\lambda \\ (R_n + h)\cos\phi \cos\lambda \end{bmatrix} \quad (I-2)$$

$$R_n = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2\phi}} \quad (I-3)$$

Dans les quelles :

$$e^2 = 2f - f^2 \quad (I-4)$$

Où :

x, y, z : coordonnées cartésiennes ECEF

ϕ, λ, h : coordonnées géodésiques ECEF

a : axe semi-majeur de l'ellipsoïde de référence

e : excentricité de l'ellipsoïde de référence

f : coefficient d'aplatissement de l'ellipsoïde de référence

R_n : rayon de courbure normal de la Terre

Dans le cas opposé où les coordonnées cartésiennes sont connues, la longitude peut être obtenue directement à partir de l'équation (1-2) tel que :

$$\lambda = \tan^{-1}\left(\frac{x}{z}\right) \quad (1-5)$$

Les paramètres de latitude et d'altitude ellipsoïdale doivent cependant être calculés à l'aide d'une méthode itérative. Cette méthode itérative est réalisée en deux étapes soient (Farrell, 2008) :

1) L'initialisation des paramètres tel que :

$$h=0 \quad (1-6)$$

$$R_n = a \quad (1-7)$$

$$p = \sqrt{z^2 + x^2} \quad (1-8)$$

2) L'itération des équations suivantes jusqu'à la convergence des données :

$$\sin\phi = \frac{y}{(1-e^2)R_n+h} \quad (1-9)$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{y+e^2 R_n \sin\phi}{p} \quad (1-10)$$

$$R_n = \frac{a}{\sqrt{1-e^2 \sin^2\phi}} \quad (1-11)$$

$$h = \frac{p}{\cos\phi} - R_n \quad (1-12)$$

I.2.3-repère local

Le repère local est un repère orthogonal centré sur le mobile et dont le plan X-Y est tangent à l'ellipsoïde de référence d'où son surnom de plan tangent. Tel qu'illustré à la Figure 1-4, les

axes X, Y et Z de ce repère sont orientés respectivement selon le nord vrai, l'est et le bas, ce qui explique pourquoi il est également appelé repère NED (North East Down) dans la littérature. C'est par rapport à ce repère local que l'attitude du mobile est généralement représentée.

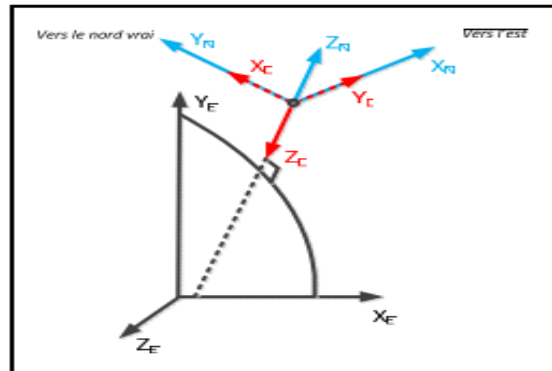


Figure I-4 Repère NED (en rouge) et ENU (en bleu)

I.2.4-Repère de navigation (N)

Le repère de navigation est le repère orthogonal selon lequel les équations de navigation sont représentées. Dans certaines études, le repère de navigation coïncide avec le repère local. Ainsi, les axes X, Y et Z du repère de navigation sont orientés respectivement selon l'est, le nord vrai et le haut tel qu'illustré sur la Figure 1-4. Tout comme le repère local, le repère de navigation est centré sur le mobile et son plan X-Y est tangent à l'ellipsoïde de référence.

I.2.5-Repère du mobile (B)

Le repère mobile (en anglais : body frame) est un repère orthogonal fixé au cadre rigide du véhicule et dont l'origine coïncide généralement avec le centre de masse de ce dernier. Les axes X, Y et Z de ce repère sont orientés respectivement vers l'avant (selon l'axe longitudinal), la droite et le bas du véhicule tel qu'illustré sur la Figure 1-5. Les mesures inertielles utilisées par l'algorithme INS sont généralement exprimées selon ce repère.

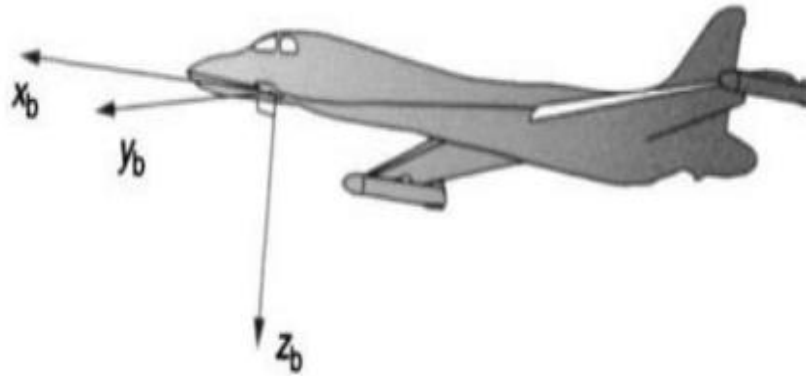


Figure I -5 Repère mobile

I.3-système de navigation inertielle

I.3.1-Architecture du Structure du système de navigation inertielle

La navigation inertielle est une technique utilisant des capteurs d'accélération et de rotation placés sur le véhicule. Ce système permet de déduire la position, la vitesse et l'orientation d'une plateforme mobile.

La Figure 1-6 [2] montre le schéma fonctionnel d'un système de navigation inertielle.

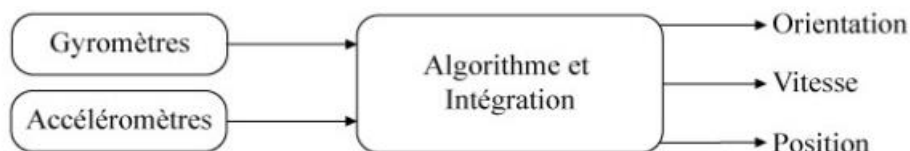


Figure I -6 Structure du système de navigation inertielle

I.3.2-Types des plateformes inertiels

On fixe sur un bâti trois accéléromètres et trois gyroscopes. Cet ensemble s'appelle plateforme inertielle (le cœur). Les gyroscopes pointent dans trois directions choisies formant ainsi un repère.

Les capteurs inertiels sont placés sur le véhicule selon deux architectures différentes :

I.3.2.1-plateforme stabilisée

La plate-forme stabilisée, montrée par la figure I-7 est constituée d'un ensemble de cadres rigides pour isoler les capteurs inertiels des rotations extérieures et donc de conserver l'orientation fixe dans le temps en se basant sur l'effet gyroscopique d'une masse en mouvement. Par conséquent, l'attitude du véhicule est directement mesurée dans le repère fixe avec une grande précision.

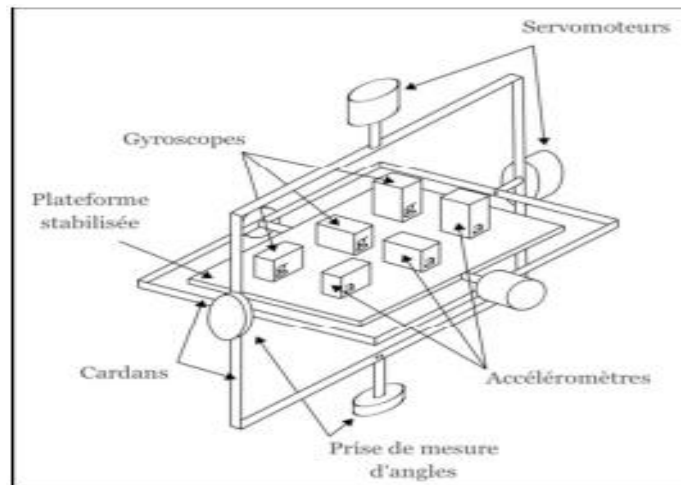


Figure I-7 Système de navigation inertielle à plateforme stabilisée

I.3.2.2-plateforme à composants liés (strapdown)

Les capteurs inertiels des systèmes strapdown sont fixés rigidement à la structure véhicule et donc les mesures fournies par ces capteurs sont effectuées dans le repère véhicule. La précision des systèmes strapdown n'atteint pas encore celle des plates-formes stabilisées mais ils sont particulièrement appropriés pour des applications tactiques et de navigation grâce à leur structure simple et leurs coût et taille avantageux.

I.3.3-principe de la navigation inertielle

Pour avoir une autonomie totale, un véhicule doit utiliser uniquement des mesures internes. La navigation par inertie consiste à exploiter à bord du véhicule les seules mesures inertielles qu'on est capable de faire sans aide extérieure :

- La force spécifique \vec{f} (force non gravitationnelles)
- La rotation inertielle instantanée $\vec{\omega}$ de la capsule.

Ces mesures permettent d'estimer :

- La position, la vitesse du véhicule dans un repère donné,
- Son attitude (c'est-à-dire l'orientation de sa structure dans un repère connu), sa vitesse et son accélération angulaires.

Le principe est le suivant : on applique la 2^{me} loi de Newton, on aura :

$$\sum \vec{F} = m\vec{\gamma}_i \quad (1-13)$$

Avec :

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{grav} + \vec{F}_{non\ grav} \quad (1-14)$$

$\vec{f} = \frac{\vec{F}_{non\ grav}}{m}$: Est appelée force spécifique. C'est la seule mesurable par un accéléromètre.

$\vec{\Phi} = \frac{\vec{F}_{grav}}{m}$: Accélération gravitationnelle.

Connaissant \vec{f} et $\vec{\Phi}$ et les conditions initiales, on obtient la position et la vitesse par une double intégration.

Dans un repère inertiel, on aura :

$$\begin{cases} \vec{v}_i = \vec{v}_{i0} + \int_{t_0}^t \vec{\gamma}_i dt \\ \vec{x}_i = \vec{x}_{i0} + \int_{t_0}^t \vec{v}_i dt \end{cases} \quad (I-15)$$

Si on veut déterminer ces paramètres dans un repère quelconque, il faut connaître l'orientation de ce repère par rapport au repère inertiel à chaque instant. Cela est possible en utilisant des gyroscopes.

1.3.4- Capteurs inertiels

Les capteurs inertiels, à savoir les accéléromètres et les gyroscopes sont basés sur l'inertie de la matière.

I.3.4.1- Les gyroscopes

Un gyroscope matérialise le repère de mesure des accélérations et fournit les mesures des vitesses angulaires ω dues à la rotation du repère attaché au véhicule autour du repère inertiel. L'intégration de ces mesures donne l'attitude du véhicule.

Plusieurs types de gyroscopes existent. Les gyroscopes mécaniques, il s'agit de capteurs mécaniques qui présentent un élément mobile (rotatif ou vibrant) par rapport à leur boîtier. Ces appareils mettent en jeu le phénomène de l'inertie de la matière. Les toupies des gyroscopes sont généralement montées dans des systèmes d'anneaux de cadran qui les isolent des mouvements de la structure porteuse. Les gyroscopes les plus utilisés actuellement sont basés sur l'analyse de vibration, comme le cas des gyroscopes VSG (Vibratory Structure Gyroscopes), ou sur les principes d'optiques employant l'interférence de la lumière (l'effet de Sagnac), comme l'exemple des gyroscopes à fibre optique FOG (Fibre Optic Gyroscopes) et des gyrolasers RLG (Ring Laser Gyroscopes). Les gyroscopes FOG et RLG sont très précis et insensibles aux vibrations et aux fortes accélérations de la centrale inertielle. Mais leur coût élevé, leur taille importante et leur poids rendent leur utilisation limitée pour des applications demandant des drones miniaturisés. Alors ils sont remplacés par les gyroscopes de technologie MEMS qui ont démontré une précision acceptable.



Figure I-8 Gyroscope mécanique

I.3.4.2- Les accéléromètres

L'accéléromètre est un capteur qui se comporte comme une masse couplée par un ressort. Son objectif est de mesurer l'accélération apparente « a », ou la force spécifique notée f précédemment, qui est la différence entre l'accélération linéaire du véhicule et l'accélération gravitationnelle « g » obtenue en se basant sur la deuxième loi de Newton. Pour des faibles accélérations ($a \ll g$), l'accéléromètre peut être utilisé comme un inclinomètre qui mesure la direction de la gravité. Les accéléromètres actuellement disponibles sont de deux familles : accéléromètres asservis et accéléromètres non asservis. Pour la première famille, l'accélération apparente est mesurée à la sortie d'une boucle à contre réaction comprenant un accéléromètre considéré comme l'entrée de la boucle et qui mesure l'accélération immédiate, une boucle à contre réaction contenant un correcteur du type PI (Proportionnel Intégral) pour améliorer la précision de mesure, et une sortie qui donne l'accélération obtenue par la lecture de l'énergie nécessaire à la force de rappel pour ramener la masse à sa position initiale. Les accéléromètres de la deuxième famille sont de plusieurs types : les accéléromètres à cordes vibrantes, les accéléromètres à quartz, les accéléromètres à pendule tournant, et les accéléromètres miniaturisés électromécaniques correspondants aux accéléromètres MEMS (Micro Electro-Mécanica Systems). Ces derniers sont des capteurs à bas coût, de poids léger, de taille petite et sont largement utilisés dans des applications robotiques. L'accélération apparente agissant sur la masse d'accéléromètre est mesurée par différents effets.

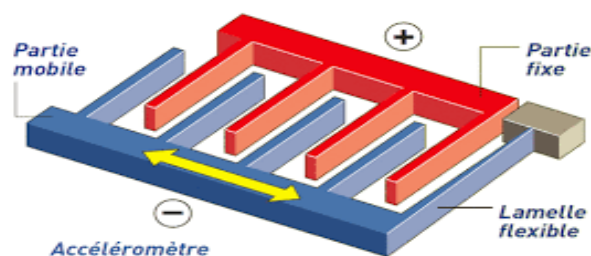


Figure I-9 Accéléromètre MEMS

I.3.5-Representations de l'attitude

Il existe différentes méthodes pour représenter l'orientation d'un repère par rapport à un autre :

I.3.5.1-Matrice des cosinus directeurs DCM

Les colonnes de la matrice des cosinus directeurs sont les projections (cosinus) des vecteurs unitaires de la base « a » de départ dans la base « b » d'arrivée . C'est une matrice unitaire ortho-normale.

$$C_a^b = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{x,x}) & \cos(\theta_{x,y}) & \cos(\theta_{x,z}) \\ \cos(\theta_{y,x}) & \cos(\theta_{y,y}) & \cos(\theta_{y,z}) \\ \cos(\theta_{z,x}) & \cos(\theta_{z,y}) & \cos(\theta_{z,z}) \end{bmatrix} \quad (I-16)$$

La matrice de rotation respecte les propriétés suivantes :

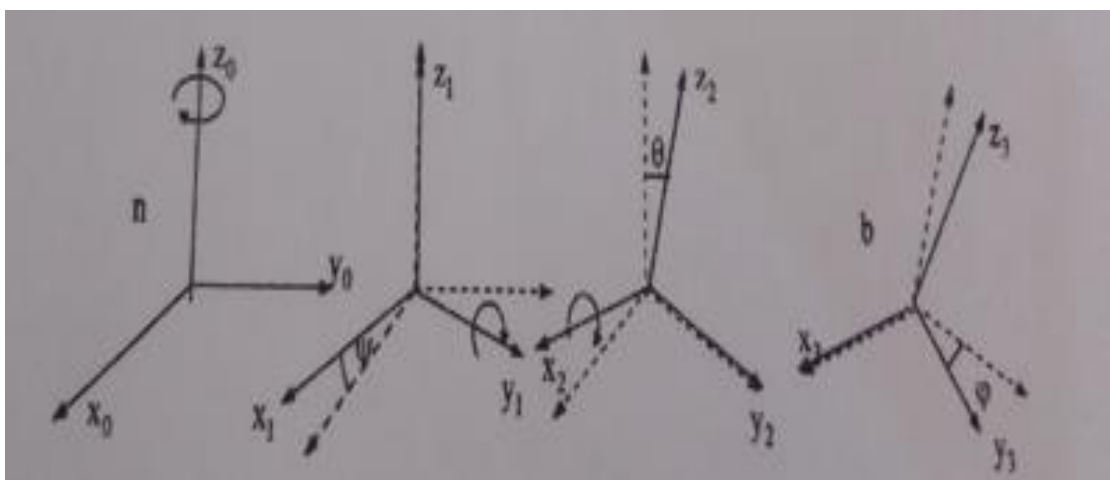
- Son déterminant est toujours $\det[C_a^b] = 1$
- Elle est orthogonale $[C_a^b]^T [C_a^b] = I \rightarrow [C_a^b]^{-1} = [C_a^b]^T = C_b^a$
- La norme de calcul de ses colonnes est unitaire

Si $C_a^b = [c_1 \ c_2 \ c_3]$ alors $\|c_1\| = \|c_2\| = \|c_3\| = 1$

I.3.5.2- Angles d'Euler

On utilise les angles d'Euler pour décrire l'orientation d'un repère par rapport à un autre. En aéronautique, pour représenter l'orientation du repère lié à l'avion et la terre. On utilise φ (roulis), θ (tangage) et ψ (lacet ou cap).

Pour superposer les deux repères, on a besoin de trois rotations successives. Il y a 12 possibilités. En aéronautique, on utilise la combinaison Z Y X :



$$C_1 = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad C_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

$$C_n^b = C_1 C_2 C_3 \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ -\cos \varphi \sin \psi + \sin \varphi \sin \theta \cos \psi & \cos \varphi \cos \psi + \sin \varphi \sin \theta \sin \psi & \sin \varphi \cos \theta \\ \sin \varphi \sin \psi + \cos \varphi \sin \theta \cos \psi & -\sin \varphi \cos \psi + \cos \varphi \sin \theta \sin \psi & \cos \varphi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (I-17)$$

On a :

$$C_n^b = C_1(-\psi) C_2(-\theta) C_3(-\varphi) = [C_n^b]^T$$

On peut obtenir ces angles à partir de la matrice de rotation :

$$\varphi = \arctg \left(\frac{C_n^b(2,3)}{C_n^b(3,3)} \right) \quad \theta = \arcsin(-C_n^b(1,3)) \quad \psi = \arctg \left(\frac{C_n^b(1,2)}{C_n^b(1,1)} \right) \quad (I-18)$$

I.3.5.3-Quaternions

Euler a montré que les combinaisons de rotations, aussi complexes soient elles pouvaient s'obtenir au moyen d'une rotation qui met en jeu un axe unique \vec{u} et un angle de rotation α autour de cet axes.

C'est le principe des quaternions (Hamilton). Une rotation quelconque sera représentée par le quaternion $q = (\alpha, \vec{u})$ où u est un vecteur unitaire.

$$q = \alpha + u_x \vec{i} + u_y \vec{j} + u_z \vec{k}$$

$$q = [a, b, c, d]^T = \left[\cos \frac{\alpha}{2}, \sin \frac{\alpha}{2} u_x, \sin \frac{\alpha}{2} u_y, \sin \frac{\alpha}{2} u_z \right]^T$$

$$\text{Avec : } q^{-1} = q^* = [a, -b, -c, -d]$$

$$|q| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2} = 1$$

➤ Produit de deux quaternions

$$qq' = \begin{bmatrix} a & -b & -c & -d \\ b & a & -d & c \\ c & d & a & -b \\ d & -c & b & a \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a' \\ b' \\ c' \\ d' \end{bmatrix}$$

- Composition d'une rotation q_1 suivie de q_2

$$q = q_1 q_2$$

- Changement de coordonnées avec les quaternions

$$\vec{r}^b = q v q^* \quad \text{avec} \quad v = [0, \vec{r}^a]$$

\vec{r}^b : vecteur exprimé dans le repère mobile

$$\vec{r}^b = C_a^b \vec{r}^a$$

Avec :

$$C_a^b = \begin{bmatrix} a^2 + b^2 - c^2 - d^2 & 2(bc + ad) & 2(bd - ac) \\ 2(bc - ad) & a^2 - b^2 + c^2 - d^2 & 2(cd + ab) \\ 2(bd + ac) & 2(cd - ab) & a^2 - b^2 - c^2 + d^2 \end{bmatrix}$$

I.3.6-Mécanisation

La mécanisation est l'ensemble des équations utilisées pour résoudre informatiquement le système d'équations (1-16) afin d'obtenir les incréments de la position, de la vitesse, et de l'attitude

I.3.6.1- Modèle mathématique

Pour les grandes distances autour de la terre, on utilise une mécanisation dans le repère NED. Les données de navigation sont en termes de longitude, latitude et hauteur pour la position et en composants nord, est et down pour la vitesse.

Le modèle cinématique et dynamique d'un véhicule en mouvement est donnée par les équations différentielles suivantes[3] :

$$\begin{cases} \dot{r}^{lla} = D v^N \\ \dot{v}^N = f^N - (\Omega_{en}^n + \Omega_{ie}^n) v^N - g^N \\ \dot{q} = \frac{1}{2} \Omega_{nb}^b q \end{cases} \quad (I-19)$$

Où :

$r^{lla} = [\phi, \lambda, h]^T$: la position dans le repère local

$v^N = [v_n, v_e, v_D]^T$: la vitesse dans le repère navigation

$$D = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_m+h} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(R_n+h)\cos\phi} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} : \text{la matrice de transformation du repère NED au repère géographique}$$

lla : l'attitude, longitude, altitude

R_m : Rayon courbure le long du méridien

R_n : Rayon courbure le long d'un parallèle

f^N : la force spécifique dans le repère NED tel que : $f^N = C_b^n f_{ib}^b$; avec : f_{ib}^b : la mesure accelerometrique

g^N : vecteur de gravité dans le repère NED

$$\Omega_{nb}^b : \text{la matrice antisymétrique de } \omega_{nb}^b = \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix}$$

- **Vitesses angulaires**

$$\omega_{en}^n = \left[\frac{V_e}{R_n+h}, \frac{-V_n}{R_m+h}, \frac{-V_e}{R_n+h} \operatorname{tg}(\phi) \right]^T \quad (I-20)$$

$$\omega_{ie}^n = C_e^n \omega_{ie}^e = C_e^n \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_e \end{bmatrix} = [\omega_e \cos\phi, 0, -\omega_e \sin\phi]^T \quad (I-21)$$

$$\omega_{nb}^b = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin\theta \\ \dot{\theta} \cos\phi + \dot{\psi} \sin\phi \cos\theta \\ -\dot{\theta} \sin\phi + \dot{\psi} \cos\theta \cos\phi \end{bmatrix} \quad (I-22)$$

Où :

Roulis (ϕ) ; Tangage (θ) ; Lacet (ψ)

ω_{nb}^b : Vitesse angulaire de rotation du repère mobile par rapport au repère de navigation exprimé dans le repère mobile.

ω_{ie}^n : Vitesse angulaire de rotation du repère terrestre par rapport au repère inertielle exprimé dans le repère mobile.

ω_{ie}^e : Vitesse angulaire de rotation du repère terrestre par rapport au repère inertielle exprimé dans le repère terrestre.

ω_{en}^n : Vitesse angulaire de rotation du repère de navigation par rapport au repère terrestre exprimé dans le repère de navigation.

I.3.6.2- L'algorithme de mécanisation dans le repère NED

L'algorithme de mécanisation comprend les étapes suivantes :

- ✓ La correction des données brutes
- ✓ La mise à jour d'attitude
- ✓ La transformation de la force spécifique
- ✓ La mise à jour de la position et de la vitesse

Le diagramme suivant illustre la mécanisation de la centrale inertielle dans le repère NED :

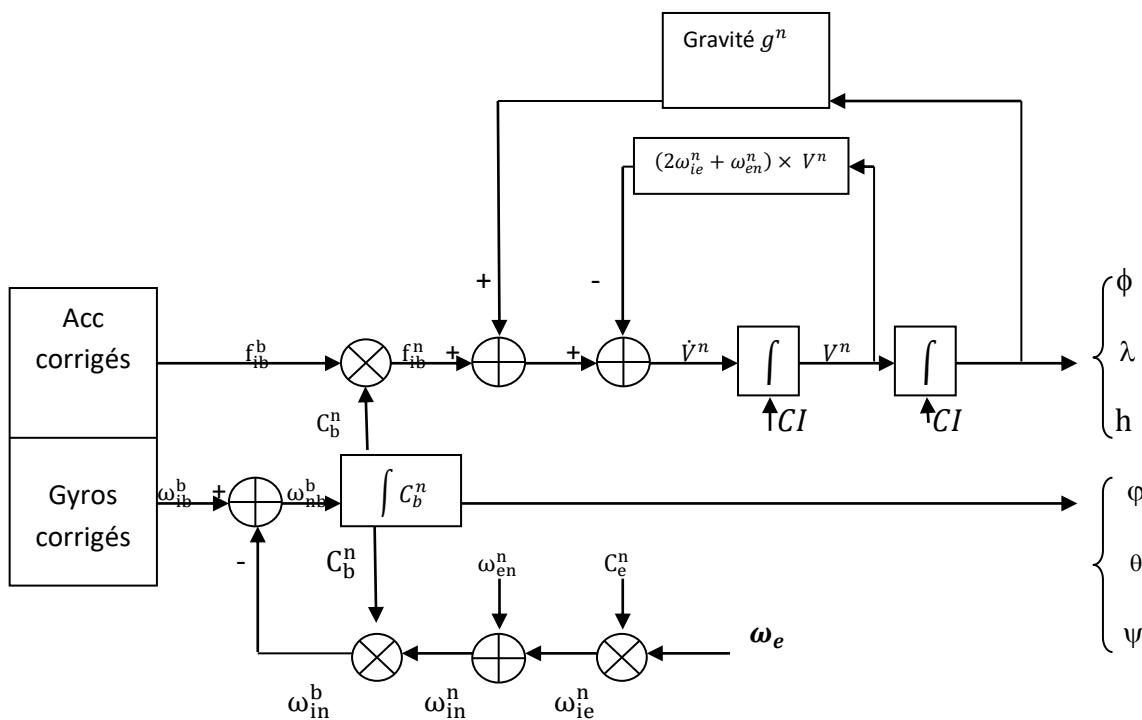


Figure I-10 diagramme détaillé de la mécanisation de la centrale inertielle dans le repère NED

a) La mise à jour d'attitude

La mise à jour d'attitude se fait ou bien à partir de la mise à jour de la matrice C_b^n ou bien à partir de la mise à jour du quaternion

En terme de quaternion, l'attitude est mise à jour en tant que, [3] :

$$q_{k+1} = q_k + \frac{\Delta t}{2} \Omega_{nb}^b q_k \quad (I-23)$$

b) la mise à jour de la position et de la vitesse

La position et la vitesse sont mises à jour comme suit, [3] :

$$\begin{cases} v_{k+1} = v_k + \Delta t \dot{v} \\ r_{k+1} = r_k + \Delta t Dv^N \end{cases} \quad (I-24)$$

c) Modélisation de la gravité

La gravité change avec la position du véhicule. Plusieurs modèles de gravité existent dans la littérature. Nous donnons ci-dessus un modèle simplifié :

$$g^N = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma^N \end{pmatrix} = a_1(1 + a_2 \sin^2 \varphi + a_3 \sin^4 \varphi) + (a_4 + a_5 \sin^2 \varphi)h + a_6 h^2 \quad (I-25)$$

I.3.7-Technique d'alignement

L'alignement d'une plateforme se réfère au processus de détermination de l'orientation initiale des axes de l'INS par rapport repère de navigation et donc à l'initialisation de la matrice de rotation. Cela put s'effectuer à l'arrêt en utilisant les mesures grâce accéléromériques et gyroscopiques avec les coordonnées de départ.

$$\text{Soit } C_b^n(0) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \quad (I-26)$$

En l'absence de mouvement, les accéléromètres mesurent la gravité :

$$0 = C_b^n \begin{matrix} \rightarrow^b \\ f_{ib} \end{matrix} + \begin{matrix} \rightarrow^n \\ g \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \rightarrow^n \\ g \end{matrix} = -C_b^n \begin{matrix} \rightarrow^b \\ f_{ib} \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \rightarrow^b \\ f_{ib} \end{matrix} = -C_b^n \begin{matrix} \rightarrow^n \\ g \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} & c_{31} \\ c_{12} & c_{22} & c_{32} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c_{31} \\ c_{32} \\ c_{33} \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \quad (I-27)$$

En l'absence de mouvement, les gyroscopes mesurent la rotation terrestre :

$$\omega_{nb}^b = \omega_{ib}^b - C_b^n [\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n] \Rightarrow \omega_{ib}^b = C_b^n [\omega_{ie}^n] \Rightarrow \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} & c_{31} \\ c_{12} & c_{22} & c_{32} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_e \cos\phi \\ 0 \\ \omega_e \sin\phi \end{bmatrix}$$

$$\omega_x = c_{11} \omega_e \cos\phi + c_{31} \omega_e \sin\phi \Rightarrow c_{11} = \frac{1}{\omega_e \cos\phi} \omega_x - c_{31} \tan\phi \quad (I-28)$$

$$\omega_y = c_{12} \omega_e \cos\phi + c_{32} \omega_e \sin\phi \Rightarrow c_{12} = \frac{1}{\omega_e \cos\phi} \omega_y - c_{32} \tan\phi \quad (I-29)$$

$$\omega_z = c_{13} \omega_e \cos\phi + c_{33} \omega_e \sin\phi \Rightarrow c_{13} = \frac{1}{\omega_e \cos\phi} \omega_z - c_{33} \tan\phi \quad (I-30)$$

$$\begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ c_{13} \end{bmatrix} = \frac{1}{\omega_e \cos\phi} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} - \tan\phi \begin{bmatrix} c_{31} \\ c_{32} \\ c_{33} \end{bmatrix} \quad (I-31)$$

Les colonnes de la matrice formant une base orthonormée, on doit avoir :

$$\begin{bmatrix} c_{21} \\ c_{22} \\ c_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ c_{13} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c_{31} \\ c_{32} \\ c_{33} \end{bmatrix}$$

I.3.8-Sources d'erreurs des capteurs inertiels

Dans la pratique, le fonctionnement s'écarte des équations idéales à cause des erreurs qui affectent les mesures des rotations et des accélérations, qui sont :

- **Biais** : fait référence à un écart constant présent entre la mesure de sortie des capteurs inertiels et la valeur de référence mesurée par ces derniers. Cette erreur est indépendante de l'amplitude de la mesure et est également présente même en l'absence d'excitation en entrée.

- **Facteur d'échelle** : est défini comme étant un ratio constant entre la mesure de sortie des capteurs inertiels et la valeur de référence mesurée par ces derniers. Cette erreur est généralement exprimée en pourcentage et ne possède ainsi aucune unité
- **Mauvais alignement** : L'erreur de mauvais alignement fait référence à une erreur d'orthogonalité présente à l'intérieur de la centrale inertielle. Ainsi, plutôt qu'être parfaitement orthogonaux, les axes du repère des capteurs peuvent parfois être quelque peu inclinés (voir Figure I-10). Dû à cette non-orthogonalité, une excitation selon un axe unique du repère des capteurs peut provoquer une mesure erronée le long des autres axes de ce même repère.

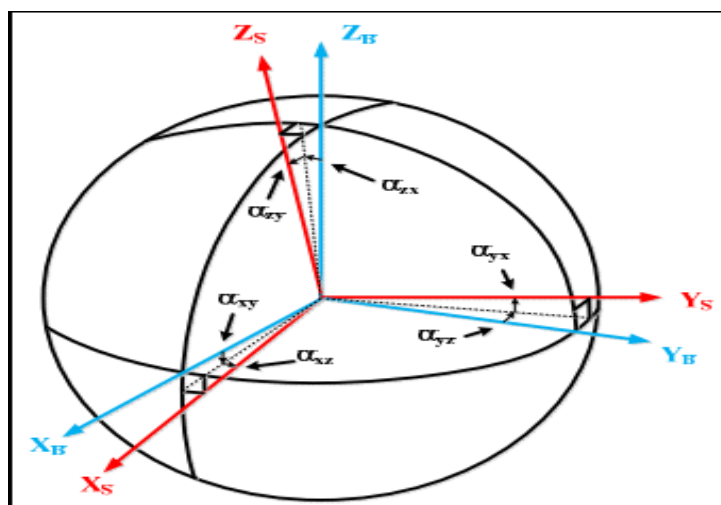


Figure I-11 Erreur de mauvais alignement entre le repère des capteurs et le repère du mobile

- **Bruit** : on distingue deux types de bruit :
 1. **Bruit blanc** : est caractérisé par un bruit dont la fonction de densité spectrale de puissance est constante à toutes les fréquences.
 2. **Bruit corrélé** : est caractérisé par un bruit dont la fonction d'auto corrélation est de forme exponentielle décroissante. En ce qui concerne les capteurs inertiels, ce processus aléatoire possède généralement un temps de corrélation élevé ce qui fait en sorte qu'il est observable principalement lors de tests de longue durée.

I.4-Système de positionnement global GPS

I.4.1-Définition et historique

Le lancement du programme GPS au cours des années 1970 est la suite logique d'une série de projets menés par le gouvernement américain et dont l'objectif principal était de développer un système de positionnement de haute précision offrant une couverture mondiale continue et pouvant être utilisée pour des applications à dynamique élevée (Kaplan et Hegarat, 2006). C'est en 1978 que le premier satellite GPS fut lancé mais ce n'est qu'en 1993 que le système fut totalement opérationnel avec une constellation de 24 satellites.

I.4.2-Architecture du système GPS

Comme tout système spatial, GPS est composé de trois segments :

- **Le segment spatial** : est constitué d'une constellation de 24 satellites répartis de manière à observer au moins quatre satellites à n'importe quel lieu sur le globe terrestre

- **Le segment de contrôle** :

Le segment de contrôle au sol gère le système de satellites sur une base permanente. Il compte cinq stations de poursuite réparties tout autour de la Terre, dont l'une, située à Colorado Springs, constitue la station maîtresse. Ce segment de contrôle suit tous les satellites, veille à ce qu'ils fonctionnent adéquatement et calcule leurs positions dans l'espace.

Si un satellite ne fonctionne pas correctement, le segment de contrôle au sol peut le déclarer « hors d'état de marche » et adopter les mesures nécessaires pour corriger problème. Dans un de tel cas, le satellite ne doit pas servir au positionnement avant d'être à nouveau déclaré fonctionnel. Les positions calculées des satellites permettent de dériver des paramètres qui servent à prévoir les positions futures de ces mêmes satellites. Ces paramètres sont téléchargés depuis le segment de contrôle jusqu'aux satellites et sont appelés éphémérides

- **Le segment utilisateur** : comprend tous ceux qui utilisent de l'équipement de poursuite GPS pour capter les signaux du système afin de satisfaire des besoins particuliers en matière de positionnement.

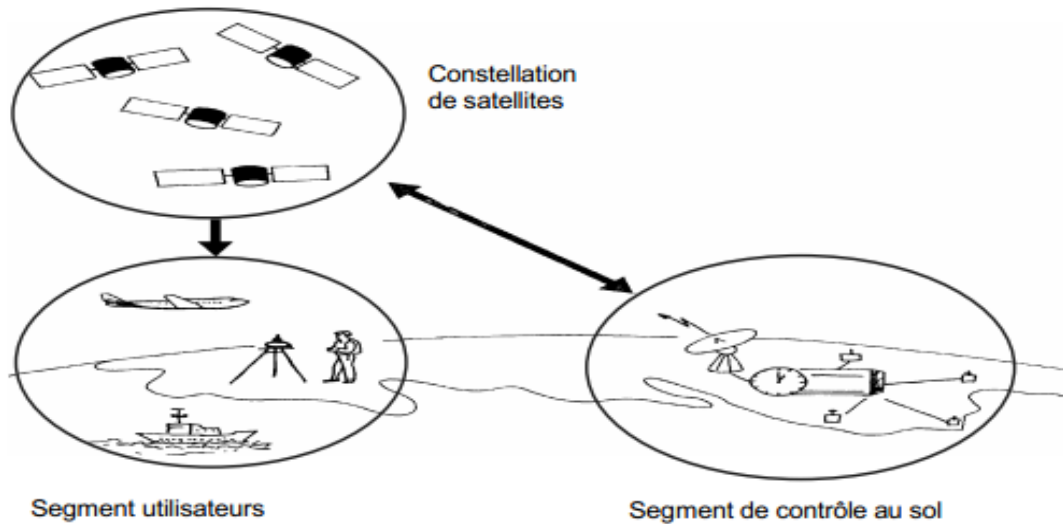


Figure I-12 Les trois segments du GPS[4]

I.4.3-Principe du système GPS

De manière générale, les récepteurs GPS fonctionnent selon le principe de trilatération. Ce principe consiste en une approche géométrique permettant de déterminer la position d'un point dans l'espace à partir de mesures de distance par rapport à certains repères connus (satellites dans le cas du système GPS).

La Figure suivante illustre ce principe pour un système à deux dimensions. En exprimant de façon mathématiquement ce système, il est possible de constater que nous avons affaire à un système à deux équations et deux inconnus tel que[4] :

$$r_A = \sqrt{(x_A + x_P)^2 + (y_A + y_P)^2} \tag{I-32}$$

$$r_B = \sqrt{(x_B + x_P)^2 + (y_B + y_P)^2} \tag{I-33}$$

Où

r_A, r_B : mesures de distance connues entre le point P et les points A et B

x_A, y_A : coordonnées connues du point A

x_B, y_B : coordonnées connues du point B

x_P, y_P : coordonnées inconnues du point P

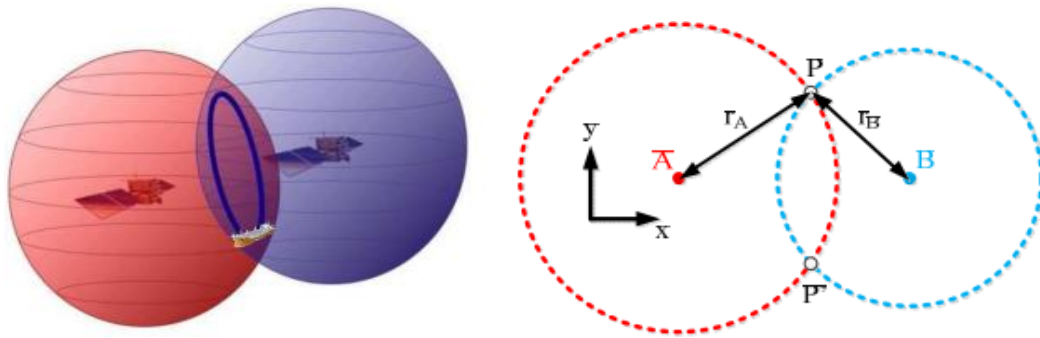


Figure I-13 Principe de trilatération appliqué à un système à deux dimensions

Cependant, tel qu'illustré sur la Figure suivante, il existe une certaine ambiguïté entre les points P et P'. Afin de résoudre cette dernière, il serait généralement nécessaire d'utiliser l'équation provenant d'un troisième point de repère. Or, pour le système GPS, il est tout à fait plausible d'assumer que les coordonnées du point recherché seront celles situés le plus près de la surface de la Terre, ce qui permet de lever le doute sur cette ambiguïté. Ce principe de trilatération peut être appliqué de façon similaire pour le positionnement en trois dimensions tel qu'illustré sur la Figure 1-11. Un tel système peut ainsi être exprimé mathématiquement par le système à trois équations suivant :

$$r_A = \sqrt{(x_A + x_P)^2 + (y_A + y_P)^2 + (z_A + z_P)^2} \quad (I-34)$$

$$r_B = \sqrt{(x_B + x_P)^2 + (y_B + y_P)^2 + (z_B + z_P)^2} \quad (I-35)$$

$$r_C = \sqrt{(x_C + x_P)^2 + (y_C + y_P)^2 + (z_C + z_P)^2} \quad (I-36)$$

Ainsi, les coordonnées d'un récepteur GPS peuvent être obtenues en solutionnant ce système non linéaire à trois équations. Toutefois, dans le cas d'un récepteur GPS, il est nécessaire d'utiliser une quatrième équation afin de résoudre l'incertitude temporelle.

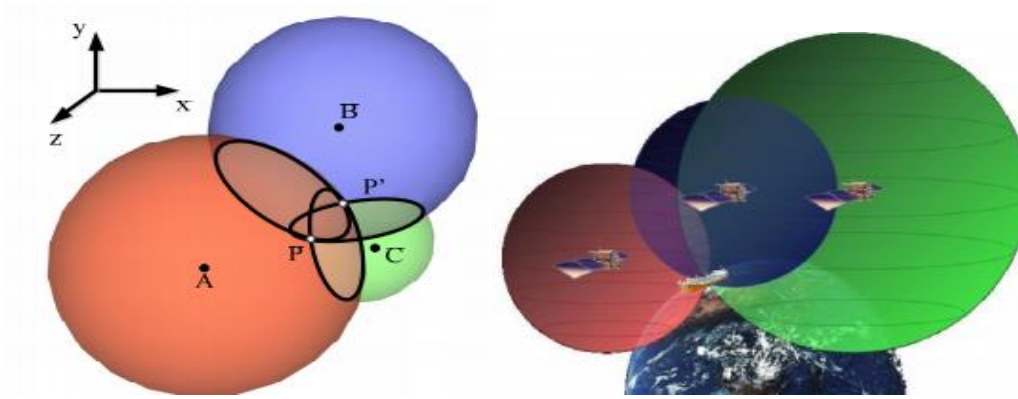


Figure I-14 Principe de trilatération appliqué à un système à trois dimensions

I.4.4- Mesures GPS

I.4.4.1- Mesures de pseudo-distance

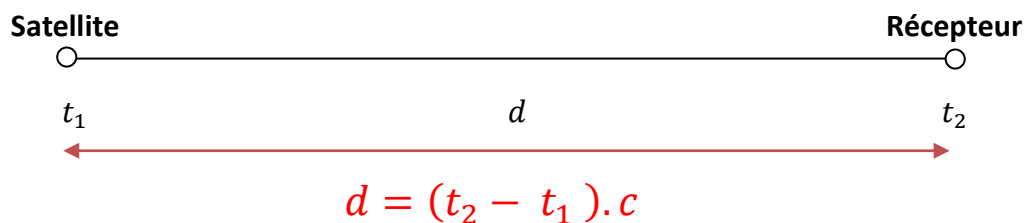
Les mesures de distance séparant le récepteur GPS des différents satellites peuvent être calculées à partir des temps de transmission et de réception des signaux. En effet, étant donné que les signaux GPS se propagent à la vitesse de la lumière, cette mesure de distance peut être calculée par l'équation suivante :

$$d=ct \tag{I-37}$$

d: mesure de distance entre le récepteur et le satellite

c: vitesse de la lumière, $c = 2.99792458 \times 10^8$

Δ : temps de propagation du signal GPS



L'approche classique afin de déterminer le temps de propagation des signaux GPS consiste, en partie, à utiliser la différence de phase entre le code d'étalement généré localement et celui provenant du satellite en question tel qu'illustré sur la Figure suivante, adaptée de Kaplan et Hegarty (2006). En effet, en considérant que l'horloge du satellite et celle du récepteur sont parfaitement synchronisés, lorsque le satellite transmet son code PRN (Pseudorandom Noise), le récepteur génère une réplique exacte et en phase de ce code. Après un certain temps, équivalent au temps de propagation du signal GPS, le code PRN transmis par le satellite sera perçu par le récepteur avec une certaine différence de phase et un nombre ambigu de période de code (voir Figure I-13). En multipliant cette différence de phase par la vitesse de la lumière, la distance entre le satellite et le récepteur est obtenue.

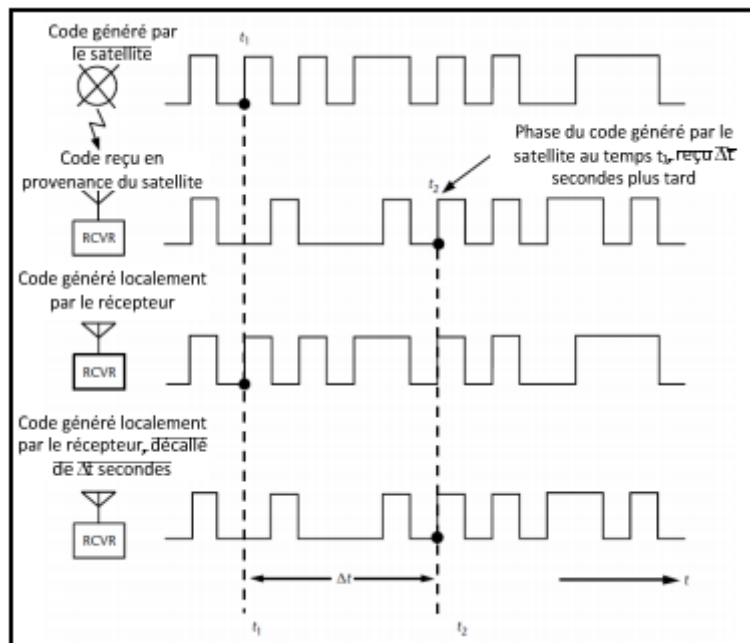


Figure I-15 Calcul du temps de transmission à partir des mesures de code Adaptée de Kaplan et Hegarat (2006, p. 52)

I.4.4.2- Mesures de décalage Doppler

L'effet Doppler caractérise le décalage de fréquence d'une onde électromagnétique entre l'émission et la réception qui survient lorsqu'une vitesse relative existe entre l'émetteur et le récepteur. Ce concept est défini par l'expression suivante :

$$\Delta f = -\frac{(v_s - v_r)}{\lambda} \tag{I-38}$$

Où :

Δf : Décalage de fréquence (effet Doppler)

v_s : vitesse de l'émetteur (source)

v_r : Vecteur du récepteur

λ : Longueur d'onde de l'onde électromagnétique

Cette définition peut s'appliquer au système GPS. En effet, le décalage Doppler d'un signal GPS est défini comme l'écart entre la fréquence porteuse reçue par le récepteur et celle émise par un satellite (1575.42 MHz pour L1). L'effet Doppler appliqué au système GPS peut donc être défini tel que :

$$D_1 = -\frac{(v_i - v)}{\lambda_1} \quad (I-39)$$

Où :

D_1 : décalage Doppler du satellite i

v : vecteur de vitesse du récepteur GPS

v_i : vecteur de vitesse du satellite i

λ_1 : longueur d'onde de la porteuse

La vitesse relative entre le récepteur et un satellite peut également être exprimée en termes de variation de la mesure de pseudo-distance. En effet, la variation de la pseudo-distance d'un satellite est définie comme la projection de la vitesse relative entre le récepteur et ce satellite selon la ligne de visée vers ce dernier. Basé sur cette définition, la mesure de variation de la pseudo-distance peut être obtenue tel que :

$$\dot{\rho} = e_i(v_i - v) = -e_i(v - v_i) = D_i \lambda_1 \quad (I-40)$$

Dans laquelle :

$$e_i = \frac{[(x_i - x)(y_i - y)(z_i - z)]}{\sqrt{[(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2]}} \quad (I-41)$$

D'où :

e_i : vecteur unitaire orienté selon la ligne de visée vers le satellite i

$\dot{\rho}$: variation de pseudo-distance du satellite i

De façon similaire, la mesure de variation de la pseudo-distance peut être obtenue par une dérivée temporelle de l'équation (.) tel que :

$$\dot{\rho}_i = \frac{d\rho_i}{dt} = \frac{d\sqrt{[(x_i-x)^2 + (y_i-y)^2 + (z_i-z)^2]}}{dt} + \frac{db_{clk}}{dt} + \frac{d\eta\rho}{dt} \quad (I-42)$$

$$\dot{\rho}_i = -e_i(v - v_i) + d_{clk} + \eta\dot{\rho} \quad (I-43)$$

Où :

d_{clk} : dérive de l'horloge ($d_{clk} = \frac{db_{clk}}{dt}$)

$\eta\dot{\rho}$: erreurs supplémentaires affectant la mesure de variation de pseudo-distance

($\eta\dot{\rho} = \frac{d\eta\rho}{dt}$)

I.4.5- Sources d'erreurs du système GPS

Les mesures provenant des signaux GPS sont contaminées par différentes sources d'erreur. De manière générale, ces erreurs peuvent provenir soit des satellites, soit du récepteur, ou encore être causée par la propagation des signaux. De plus, la géométrie des satellites constitue également un facteur important pouvant affecter la précision de la solution de navigation calculée par un récepteur GPS.

Les erreurs qui ont une incidence sur la mesure des distances GPS sont illustrées à la figure

I -14.

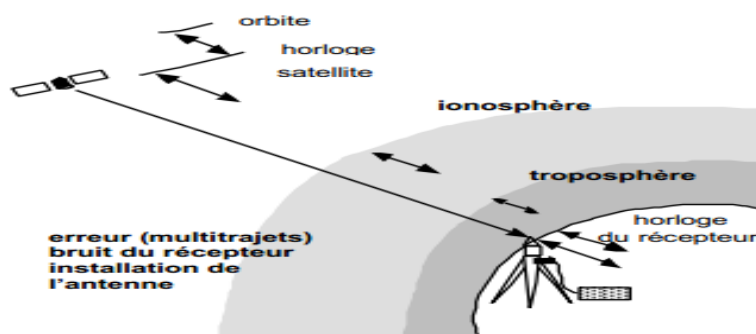


Figure 1-16 Erreurs courantes

La précision du système GPS est affectée par des phénomènes liés au système et à l'environnement extérieur.

I.4.5.1- Erreurs liées au système

– **L'accès sélectif (SA)** : C'est la principale source d'erreur, désactivée depuis mai 2000.

C'est une dégradation volontaire imposée par le gouvernement américain agissant sur les horloges embarquées et sur les éphémérides radiodiffusées. Sans l'activation du SA, la précision d'un point isolé est inférieure à 40 m dans 95 pour cent des cas et de 100 m lorsqu'elle est activée.

– **L'ionosphère** : C'est la couche de l'atmosphère qui s'étend de 50 à 1000 km. C'est un milieu ionisé par l'action des radiations solaires. L'effet sur la mesure des distances aux satellites peut varier de 0 à 50 m.

– **La troposphère** : C'est la couche basse de l'atmosphère située de 7 à 14 km. Le retard troposphérique est d'environ 2 m pour un satellite au zénith jusqu'à 30 m pour une élévation de 5°. Il dépend de la température, de la pression et de l'humidité.

– **Les éphémérides** : Il s'agit d'une erreur sur les orbites radiodiffusées. Cette erreur est de l'ordre de 2 à 20 m (sans là SA).

Ces erreurs sont partiellement ou complètement corrigées par la technique du GPS différentiel DGPS.

I.4.5.2- Erreurs liées à l'environnement extérieur

– **Le multi-trajet** : Ce phénomène apparaît lorsque le signal issu du satellite arrive au récepteur après avoir suivi un autre chemin que le trajet direct en particulier après réflexion sur un obstacle. Des antennes et récepteurs performants permettent de réduire cet effet.

– **Le récepteur** : La qualité des récepteurs (nombre de canaux, qualité de l'horloge, antenne de réception, traitement du signal...) influe sur la précision du positionnement.

– **La dilution de la précision DOP** : Une géométrie des satellites défavorable provoque une imprécision dans le résultat

I.5- Navigation hybride

Le terme de navigation hybride s'adapte à tous les types de navigation utilisant plusieurs systèmes de nature différente pouvant réaliser l'estimation de la position de manière indépendante (GPS, INS, GNSS, ...). Dans ces conditions, le système hybride combine les propriétés et fonctionnement des autres systèmes. Comme cela a été expliqué précédemment, GPS et INS reposent sur des techniques de positionnement très différent et complémentaire. En effet, l'erreur de localisation induite par le GPS est bornée dans le temps mais soumise aux pertes ou dégradations du signal tandis que celle induite par l'INS est complètement indépendante de l'environnement mais dérive au cours du temps.

L'hybridation GPS/INS va alors permettre de compenser les défauts des deux systèmes indépendants et sera donc particulièrement bénéfique. [5]

Dans le cadre de cette mémoire, seul ce couplage GPS/INS sera détaillé.

I.6- Conclusion

Le GPS était destiné à une utilisation militaire, il est de nos jours à la portée de tout le monde et est devenu un outil aussi bien personnel que professionnel. En effet, il intervient aussi bien dans l'aéronautique. Et bien qu'il présente plusieurs avantages (le plus important son erreurs restreintes), il présente aussi des inconvénients (taux d'échantillonnage faible, aucune information sur l'attitude du mobile et la sensibilité au brouillage...), et cela le rend non fiable pour la navigation d'une manière indépendante.

Comme cela a été expliqué précédemment, les systèmes inertiels sont entièrement autonomes et ne nécessitent l'usage d'aucun signal externe afin de calculer une solution de navigation, mais elle n'est pas aussi parfaite et tend dériver avec le temps et cette dérive peut atteindre jusqu' à 500m/h. Il est donc nécessaire de corriger périodiquement cette erreur à l'aide de mesures externes telles que celles provenant d'un système GPS de manière à contenir cette dernière en-dessous d'un seuil tolérable.

Malgré les avantages que possèdent le GPS et l'INS en fonctionnement autonome, leurs inconvénients ne peuvent pas être négligés. De ce fait une hybridation des deux systèmes est recommandée pour plus de précision fiable et tolérable.

II.1-Introduction

Dans la commande des processus de nombreuses méthodes utilisent le principe du retour d'état ou les seules grandeurs accessibles du système sont les variables d'entrée et de sortie, et à partir de ces informations, on reconstruit l'état du modèle choisi pour élaborer la commande.

Ils sont des algorithmes fondés sur un modèle du système et utilisant des informations pertinentes données par des capteurs physiques pour délivrer à chaque instant une estimation des états non mesurés. Les observateurs sont de plusieurs types et on trouve leurs applications dans différents domaines allant de la détection et de l'isolation de défauts des machines, du guidage d'aéronefs, de la commande non linéaire des procédés. La théorie d'observation d'état déterministe a été introduite dans les années soixante (60) par Luenberger pour les systèmes linéaires. Kalman a également formulé un observateur en considérant un système linéaire stochastique.

Sous l'hypothèse de linéarité du modèle du processus, la structure de base de l'estimateur est toujours la même, mais sa réalisation dépendra du contexte choisi : continu ou discret, déterministe ou stochastique.

Dans le cas déterministe, ce modèle est appelé observateur d'état cette estimation d'état utilise les sorties mesurées du système, ses entrées et son modèle. Lorsqu'un système est complètement observable, la reconstruction d'état peut être effectuée soit par un observateur d'ordre complet (l'ordre de l'observateur et le même que celui du système), soit par un observateur d'ordre réduit (l'ordre de l'observateur et plus petit que celui du système).

D'où ce second chapitre est consacré à quelques approches de construction des observateurs.

II.2-Définition des observateurs

Un observateur d'état (ou reconstruteur) est un filtre dont l'entrée est le vecteur des mesures bruitées de sortie d'un système dynamique, ainsi que le vecteur de ses entrées. La sortie de ce filtre est un vecteur proche du vecteur d'état du système.

La théorie de l'observateur d'état déterministe a été introduite par Luenberger

pour les systèmes linéaires. Pour les systèmes non linéaires, l'observation reste un domaine très actif.

L'estimation de l'état se fait en recopiant de façon virtuelle la dynamique du système en prenant en compte la commande u mais également les sorties du système (les mesures) y dans le but de corriger les écarts éventuels [6].

On appelle observateur du système un opérateur qui génère une approximation \hat{w} de la variable $w = Tx$ sous la forme, [6] :

$$\dot{\hat{w}} = F\hat{w} + Ly + Ju \quad (\text{II-1})$$

- Si w et x ont même dimension, l'observateur est dit complet (tout l'état est estimé). Dans ce cas $T=1$;

$$\text{Donc } w = x \quad \text{et} \quad \hat{w} = \hat{x}$$

- Si $\dim(x) \leq \dim(w)$ alors l'observateur est dit d'ordre réduit. L'observateur doit satisfaire aux moins les deux conditions suivantes :
- Il doit être stable.
- Il doit assurer la convergence de \hat{w} vers w

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{w}(t) - w(t)) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

La structure de l'observateur est celle indiquée sur la figure (II-1) elle fait intervenir tout d'abord un estimateur fonctionnant en boucle ouverte qui est caractérisé par la même dynamique que celle du système. La structure fonctionnant en boucle fermée obtenue par l'introduction d'une matrice de gains L permet d'imposer la dynamique propre à cet observateur.

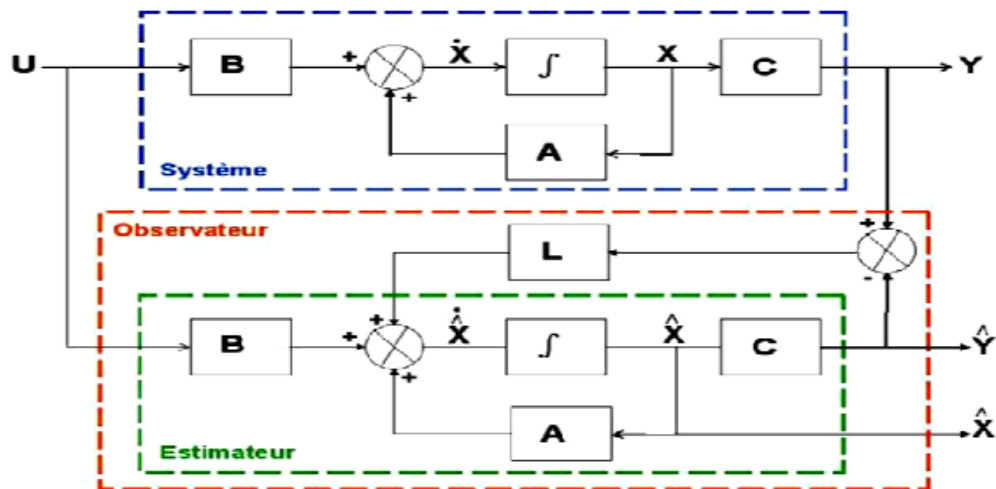


Figure II-1 Observateur d'un système d'état

L est appelé le gain de l'observateur. Il y a covariance si e converge vers 0 [7]

- L'équation caractéristique est donnée par[7] :

$$\det(\lambda I(A - LC)) = 0 \quad (II-2)$$

- Les valeurs propres W sont choisies de manière à obtenir les performances désirées en termes de stabilité et réponse transitoire
- Elles doivent être des racines négatives ou à partie réelle négative.
- Le problème consiste donc à trouver une matrice L tel que les valeurs propres du système bouclé (de l'observateur) soient en des positions préfixées.
- Les différentes grandeurs mentionnées sur la figure représentent respectivement :
 - Un vecteur d'entrée U du système réel et de l'observateur,
 - Un vecteur d'état X constitué des grandeurs à observer et un vecteur de sortie Y dont les composantes sont mesurables.
 - Le dernier vecteur est comparé au vecteur équivalent donné par l'observateur pour assurer le fonctionnement en boucle fermée.

II.3-Observateurs pour les systèmes linéaires

II.3.1-Filtre kalman

Le système d'équations pour le filtre de Kalman, 'Kalman Filter (KF)', repose sur la définition de deux modèles décrivant le processus et la mesure. Le modèle du

processus qui décrit l'évolution du système observe repose sur l'équation d'état linéaire récurrente [8,9] :

$$x_{k+1} = f_k x_k + G_k u_k + w_k \quad (II-3)$$

Où, f_k représente la matrice de transition de l'instant k à l'instant $k + 1$, souvent considérée stationnaire, et G_k est la matrice de pondération de l'entrée u_k . En l'absence de cette dernière la matrice G_k est nulle, ce cas sera considéré pour des raisons de simplicité. La séquence w_k est souvent supposée Gaussienne et centrée, de matrice de covariance égale à la matrice identité multipliée par σ_w^2 ; ainsi, le bruit de système est centré et a une matrice de covariance

$$Q_k = E[(\Gamma_k w_k)(\Gamma_k w_k)'] = \sigma_w^2 \Gamma_k \Gamma_k' \text{ où } E[.] \text{ représente la moyenne statistique.}$$

Le modèle de mesure décrit l'information fournie par le(s) capteur(s) en une équation liant les paramètres de l'état, de la mesure et du bruit. L'équation de mesure ou d'observation [8,10]

$$z_k = h_k x_k + v_k \quad (II-4)$$

La matrice h_k est appelée matrice de mesure, cette matrice est souvent considérée stationnaire. La mesure est affectée par un bruit centré v_k dont la matrice de covariance associée est $R_k = E[v_k v_k']$.

II.3.2-Observateur de Luenberger

La théorie de l'observation de Luenberger repose essentiellement sur des techniques de placement de pôles. On se place dans le cas déterministe, i.e. les bruits w et v sont nuls, et Luenberger propose l'observateur suivant :

$$\hat{x}(t) = A(\hat{X}) + Bu(t) + K(y(t) - C\hat{X}(t)) \quad (II-5)$$

La dynamique d'erreur d'estimation $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ a pour expression :

$$\dot{e}(t) = (A - KC)e(t) \quad (II-6)$$

En utilisant une technique de placement de pôles, il suffit alors de choisir le gain K de l'observateur de telle sorte que les valeurs propres de la matrice $(A - KC)$ soient dans le demi-plan complexe gauche [11].

Remarque :

En présence de bruits w, v , la dynamique de l'erreur est régie par l'équation :

$$\dot{e}(t) = (A - KC)e(t) + LW(t) + Kv(t) \quad (II-7)$$

Cette erreur est donc sensible aux bruits par l'intermédiaire des deux fonctions de transfert :

$$(SI - A - KC)^{-1}Le + (SI - A - KC) - C\hat{x}^{-1}K$$

Du gain fréquentiel permet de quantifier l'influence des bruits sur $e(t)$

II.4-Observateurs pour les systèmes non linéaires

Nombreux observateurs appliqués pour des systèmes non linéaires linéarisables ou des systèmes transformés par difféomorphisme existent dans la littérature tels que l'observateur de Luenberger étendu et le filtre de Kalman étendu EKF. Généralement il est difficile à résoudre la synthèse d'un observateur non linéaire. Pour ce problème

Différentes techniques ont été proposées, elles reposent soit sur une linéarisation du système autour d'un point de fonctionnement soit par transformation du système non linéaire observable en un système de forme plus simple pour pouvoir concevoir un observateur pour ce système. Pour cette dernière solution, un difféomorphisme a été proposé pour transformer un tel système en une forme canonique triangulaire bien observable.

Théoriquement, le problème de la conception d'un observateur pour un système non linéaire donné est posé comme suit [12,13,14].

$$\text{Soit un système non linéaire } \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (\text{II-8})$$

Avec $t > 0$, $x \in \mathcal{R}^n$: est le vecteur d'état, $u \in \mathcal{R}^m$: est le vecteur d'entrée, $y \in \mathcal{R}^p$: est le vecteur de sortie, et les conditions initiales sont données par $x_0 = x(0)$.

II.4.1-Observateurs mode glissant

L'observateur mode glissant est un des observateurs les plus robustes vis-à-vis d'incertitudes paramétriques. Son principe consiste à contraindre, à l'aide des fonctions discontinues, les dynamiques d'un système d'ordre n à converger vers une variété S de dimension $(n-p)$ dite surface de glissement (p étant la dimension du vecteur de mesure). L'attractivité de la surface de glissement est assurée par des conditions dites de glissement. Les dynamiques concernées sont celles des erreurs d'observation $e = x - \hat{x}$.

Considérons un système d'état non linéaire d'ordre n :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{II-9})$$

L'observateur mode glissant est défini par la structure suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + \mathbb{K}\Gamma s \\ y = h(\hat{x}) \end{cases} \quad (\text{II-10})$$

Où \mathbb{K} est la matrice de gains de dimension $(n-p)$ et Γs est un vecteur de dimension $p \times 1$.

On remarque que l'observateur (II-10) est une copie du modèle (II-9) plus un terme correcteur qui établit la convergence de l'état estimé \hat{x} vers l'état réel x . La surface de glissement dans ce cas est donnée par $S=y-\hat{y}$. Le terme de correction utilisé est proportionnel à la fonction discontinue *sign* appliquée à l'erreur de sortie :

$$\Gamma s = [\text{sign}(y_1 - \hat{y}_1), \dots, \text{sign}(y_p - \hat{y}_p)]^T$$

Où la fonction (x) est définie par :

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad (\text{II-11})$$

Pour que l'état estimé converge vers l'état réel, l'observateur mode glissant doit respecter deux conditions. La première condition correspond au mode d'atteinte et la deuxième condition correspond au mode de glissement.

Dans le mode d'atteinte, la trajectoire des erreurs d'observation évolue vers la surface de glissement sur laquelle les erreurs entre la sortie de l'observateur et la sortie du système réel, $e_y=y-\hat{y}$, sont nulles. Autrement dit, ce mode garantit l'attractivité de la surface de glissement $S=0$ laquelle est attractive si la fonction de Lyapunov $(x) = S^T S$ vérifie condition : $\dot{V}(x) < 0$ si $S \neq 0$.

Dans le mode de glissement, la trajectoire des erreurs d'observation glisse sur la surface de glissement avec des dynamiques imposées de manière à annuler toutes les erreurs d'observation. Durant cette phase, la matrice des gains correctifs agit de manière à satisfaire la condition d'invariance : $\dot{S} = 0$ et $S=0$, les dynamiques du système sont réduites et le système d'ordre n devient un système équivalent d'ordre $(n-p)$. [15]

II.4.2-Observateurs adaptatifs

Pour les modèles paramétriques on a parfois besoin d'estimer conjointement l'état et les paramètres inconnus. Un tel algorithme porte le nom d'observateur adaptatif [16,17]. Un observateur adaptatif est donc, un algorithme récursif qui permet d'estimer l'état d'un système dynamique ou ses paramètres inconnus ou les deux conjointement. Les études sur les observateurs adaptatifs ont d'abord été motivées par la commande adaptative, et plus récemment par la détection et le diagnostic de pannes dans des systèmes dynamiques. Dans le cas linéaire la Conception des observateurs adaptatifs sont étudiée depuis les années 70 et l'observateur propose intégrer l'erreur de sortie avec adaptations des paramètres. Puis on

a proposé des observateurs à convergence exponentielle basés sur la minimisation d'un critère spécifique. Pour les systèmes non linéaires on distingue deux approches principales : La première concerne des systèmes non linéaires qui sont intrinsèquement associées à une forme canonique, éventuellement après une transformation de coordonnées non linéaire et une injection de sortie. La deuxième concerne des systèmes ayant une forme plus au moins générale. Des algorithmes ont été proposés pour estimer asymptotiquement l'état malgré les paramètres inconnus. Dans [17,18] on propose des observateurs adaptatifs basés sur l'existence d'une fonction de Lyapunov pour des systèmes non linéaires possédant une forme générale affine par rapport aux paramètres inconnus :

$$\dot{x} = Ax + f(x, u, t) + g(x, u, t)\theta \quad y = h(x)$$

Où θ est un vecteur de paramètres à estimer. f, g, h , sont des fonctions non linéaires.

II.4.3-Observateur de Luenberger étendu

L'observateur de Luenberger étendu intervient au niveau des systèmes non linéaires linéarisables avec un gain constant calculé par placement des pôles. Ce type d'observateur ne peut être utilisé que lorsqu'on est sûr que l'état restera au voisinage de l'état d'équilibre pour ne pas avoir des instabilités.

L'observateur de Luenberger intervient aussi par le biais d'un changement de coordonnées avec un gain dépendant de l'état à estimer. Néanmoins, les méthodes de changement de coordonnées ne concernent qu'une classe restreinte de systèmes non linéaires. En effet, beaucoup d'approches utilisant les changements de coordonnées nécessitent l'intégration d'un ensemble d'équations aux dérivées partielles non linéaires, ce qui est souvent très délicat à réaliser. De ce fait, l'utilisation de solutions approchées est envisageable.

II.4.4-Le Filtre de Kalman étendu (EKF) :

Le filtre de Kalman étendu EKF est l'une des techniques largement utilisables dans le domaine d'estimation d'état des différents systèmes dynamiques non linéaires. Il possède en pratique de très bonnes propriétés locales qui le rendent robuste au bruit.

Le filtre EKF consiste à utiliser les équations du filtre de Kalman standard au modèle non linéaire linéarisable par la formule de Taylor au premier ordre. Toutefois, le fait que cette linéarisation est faite au voisinage de la trajectoire estimée, cela nous empêche de produire

des résultats de convergence générale, en particulier quand l'erreur initiale entre l'état actuel et l'état estimé est élevée. Dans le cas de petite erreur initiale, le filtre EKF a prouvé d'être un observateur localement exponentiellement convergent dans un environnement déterministe ou à faible bruit. A l'heure actuelle, l'analyse de la convergence de cet observateur reste un problème ouvert.

II.4.5-Observateur grand gain :

L'observateur à grand gain est une technique largement utilisable pour estimer des états non mesurés des systèmes non linéaires. Sa conception ne nécessite aucune transformation du système initiale, elle se fait directement à partir de la structure du système.

L'approche d'observateurs à grand gain utilise la théorie de stabilité de Lyapunov pour adapter les techniques développées dans le cas linéaire. Elle s'applique pour la classe des systèmes affines en l'état décrits par le modèle suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \varphi(x, y, u) \\ y = Cx \end{cases} \quad (II-12)$$

Sous l'hypothèse que le système est uniformément observable par rapport à u et y , c-à-d système observable pour toute entrée et que la fonction $\varphi(x, y, u)$ est globalement Lipschitz par rapport à x :

$$\|\varphi(x_1) - \varphi(x_2)\| \leq k\|x_1 - x_2\| \quad (II-13)$$

Avec k la constante de Lipschitz.

Alors l'observateur à grand gain possède la structure suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \varphi(\hat{x}, y, u) + K(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \quad (II-14)$$

Où K est le gain choisi telle que la matrice $(A-KC)$ soit Hurwitz.

L'appellation grand gain provient de la structure de l'observateur : Lorsque la fonction non linéaire possède une grande constante de Lipschitz, la moindre erreur entre l'état réel et l'état estimé va se répercuter et croître. Par conséquent, le gain K de l'observateur (II-14) doit être important pour compenser cette amplification de l'erreur.

La dynamique de l'erreur d'estimation $e = (x - \hat{x})$ se déduit des équations (II-12) et (II-14) comme suit :

$$\dot{e} = (A - KC)e + \varphi(x, y, u) - \varphi(\hat{x}, y, u) \quad (II-15)$$

Il a été démontré dans [17] que si le gain K est choisi telle que :

$$K < \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} \quad (II-16)$$

Où λ_{min} et λ_{max} sont les valeurs propres minimales et maximales, Q est une matrice symétrique définie positive et P est une matrice définie positive solution de l'équation de Lyapunov :

$$(A - KC)^T P + (A - KC) = -Q \quad (II-17)$$

Alors le système (II-14) est un observateur asymptotique du système (II-12).

La synthèse de l'observateur consiste à ajuster les matrices P , Q et K de façon à garantir l'égalité (II-17) puis on vérifie si la condition (II-16) est satisfaite. Ainsi, cette méthode n'est pas constructive, elle ne donne aucune indication sur le choix d'un gain satisfaisant la condition (II-16). Pour simplifier le problème, la matrice Q peut être remplacé par une matrice identité. Cela revient à choisir un gain qui satisfait :

$$K < \frac{1}{(\lambda_{max}(P))} \quad (II-18)$$

II.4-Conclusion

Dans ce chapitre nous avons tout d'abord rappelé la notion de la synthèse des observateurs dans le cas des systèmes linéaires, et non-linéaires. Nous avons vu qu'il n'y a pas de méthodologie générale pour la construction d'observateurs, c'est un domaine de recherche où il reste encore beaucoup de problèmes non résolus.

La construction d'observateurs se décompose en synthèse, et conception pour choisir la dynamique de l'observateur et une phase d'analyse de la convergence de l'état observé vers l'état réel du système.

Les observateurs étendus sont des méthodes répandues pour estimer l'état d'un système non linéaire. Leur conception, reposent sur la généralisation des observateurs linéaires, en utilisant des techniques classiques de linéarisation de la dynamique non linéaire comme par exemple filtre de Kalman étendu et Luenberger étendu.

III.1-introduction

Le concept de la navigation hybride repose sur la complémentarité de différentes sources de positionnement.

Le système de navigation inertielle (INS) présente relativement un faible bruit à court terme, mais tend à dériver avec le temps. En revanche, les erreurs GPS sont relativement bruyantes à court terme mais restent limitées à long terme. Utiliser conjointement ces deux systèmes présentent donc beaucoup d'avantages.

Dans ce chapitre, on expose le couplage du système de positionnement GPS et le système de navigation inertielle INS avec des différentes approches. Ce couplage est généralement réalisé via un filtre d'hybridation qui est une méthode visant à estimer des paramètres d'un système évoluant dans le temps à partir de mesures bruités.

III.2-Filtre de Kalman

Le filtre de Kalman est une méthode visant à estimer des paramètres d'un système évoluant dans le temps à partir de mesures bruités. On retrouve ce filtre dans bon nombre de domaines relatifs au traitement du signal, radar, traitement d'images Un exemple d'utilisation de ce filtre pourrait être la détermination de la position et de la vitesse d'un véhicule à partir de données GPS fournis par plusieurs satellites.

Le fonctionnement du filtre de Kalman peut se diviser en deux étapes. Une première étape de prédiction de l'estimation selon le modèle du système, et la seconde étape va faire la mise à jour de cette prédiction grâce aux nouvelles mesures.

Le tableau 3-1 présente les deux phases de filtre de Kalman et résume le fonctionnement du filtre.

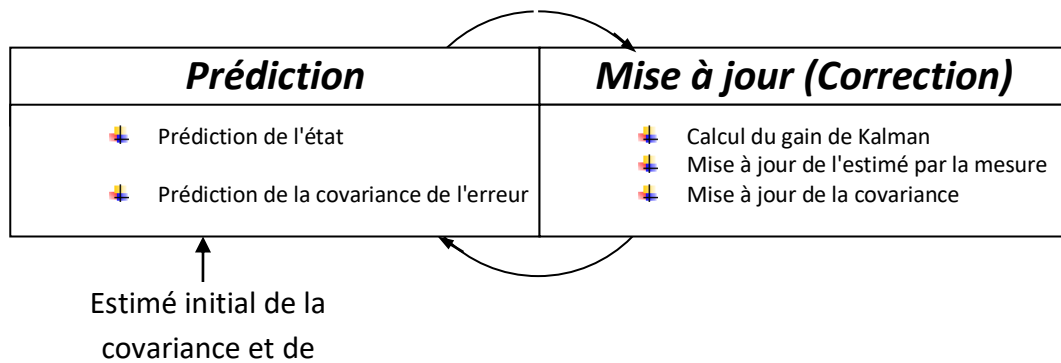


Tableau III-1 : Phases du filtre de Kalman

III.3-Quelque variétés du filtre de Kalman

III.3.1-Le filtre de Kalman Linéarisé LKF

Dans le filtre linéarisé de Kalman, la linéarisation est faite autour d'une certaine trajectoire nominale, qui ne dépend pas des données de mesure, c-à-d que l'expansion en série de Taylor utilisée pour la linéarisation est évaluée à un certain point nominal connu [7].

Considérez un modèle non-linéaire d'un système défini comme suit :

Modèle du processus :

$$x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_{k-1} \quad (\text{III-1})$$

Modèle de mesure :

$$z_k = h(x_k) + v_k \quad (\text{III-2})$$

Où :

f, h : sont des fonctions non-linéaires connues ;

u_k : est le vecteur de commande ;

w_k, v_k sont des processus de type bruit blanc non corrélés

La non-linéarité peut résider soit dans le modèle du processus soit dans le modèle de la mesure soit dans les deux fonctions.

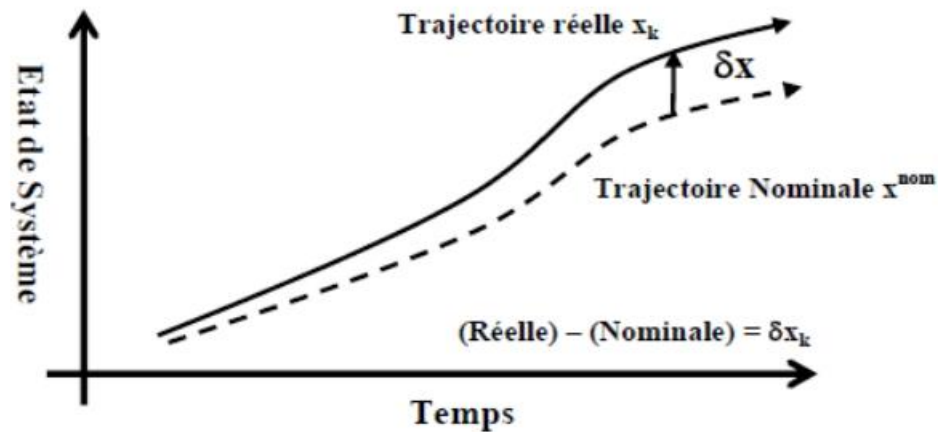


Figure III-1 : Trajectoire nominale et réelle pour un filtre linéarisé de KALMAN

Supposez qu'une trajectoire approximative x_k^{nom} (Figure III-1) puisse être déterminée par un quelconque moyen, celle-ci est référée en tant que trajectoire nominale (la trajectoire de référence). La trajectoire réelle x_k , peut être écrite en termes de x_k^{nom} et d'erreur δx_k comme suit :

$$x_k = x_k^{nom} + \delta x_k \quad (III-3)$$

III.3.2-Filtre de Kalman étendu EKF

Le filtre de Kalman étendu (EKF), a été développé par Stanley F.Schmidt. Il représente probablement l'approche la plus commune et la plus populaire pour traiter un système non linéaire, son fonctionnement consiste simplement à linéariser tous les modèles non-linéaire de sorte que le filtre linéaire traditionnel de Kalman puisse être appliqué. Ce filtre est devenue une approche standard pour un certain nombre d'applications d'estimation non linéaire.

EKF est similaire à LKF sauf que la linéarisation a lieu autour de la trajectoire estimée du filtre plutôt que de la trajectoire nominale pré-calculée (Figure III-2). Ceci signifie que les dérivés partiels sont évalués le long de la trajectoire qui a été mise à jour avec les estimations du filtre ; ce qui dépend des mesures. Ainsi, le gain du filtre dépendra de la séquence d'échantillons de mesure et ne sera pas prédéterminé par les prévisions du modèle du processus.

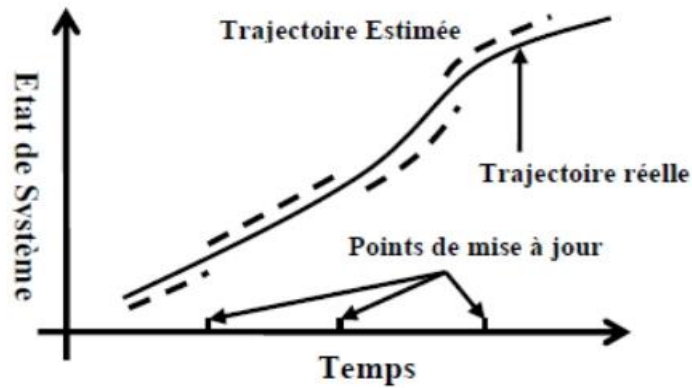


Figure III-2 : Trajectoire estimée (nominale) et réelle par le filtre de Kalman étendu

III.4- Différentes approches d'hybridation

L'intégration des systèmes GPS et INS peut être réalisée à différents niveaux :

III.4.1-Mode non-couplé

La méthode d'intégration non couplée est la méthode la plus simple, la plus facile, la plus rapide et la moins chère pour intégrer le GPS et l'INS. Tel que présenté à la Figure III-3. Cette architecture présente un système en boucle ouverte et ne comporte pratiquement aucune interaction entre les systèmes GPS et INS. Bien que cette méthode d'intégration présente certains avantages tels que la redondance de la solution de navigation ainsi que l'indépendance totale des systèmes, très peu d'études récentes en font l'utilisation. En effet, l'intégration par couplage lâche est généralement préférée à cette méthode puisqu'elle offre de meilleures performances pour très peu d'efforts supplémentaires de développement.

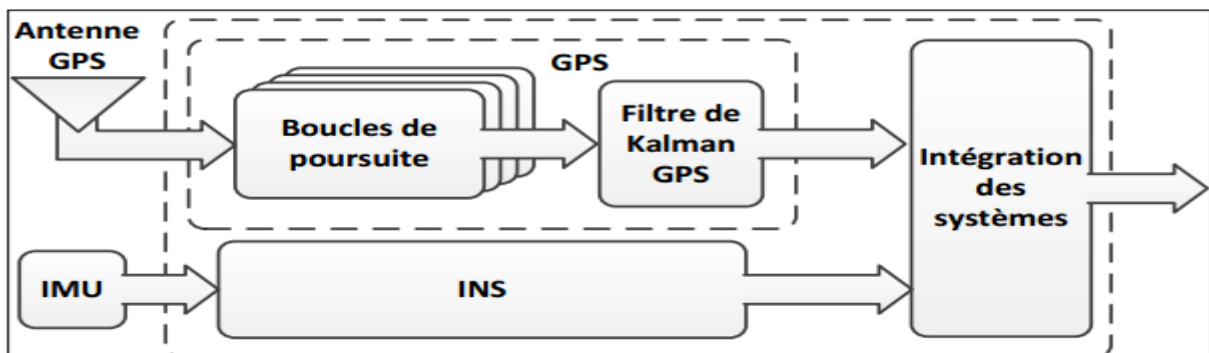


Figure III-3 : Intégration INS/GPS non couplée

III.4.2- Intégration par couplage lâche (faible)

En effet, contrairement à l'intégration GPS/INS non couplée, l'intégration par couplage lâche présente une architecture en boucle fermée qui permet la correction de certains paramètres d'erreur du système INS. Cette méthode d'intégration est généralement présentée dans la littérature comme étant composée de trois entités distinctes soient la solution GPS seule, la solution INS seule et la solution couplée GPS/INS. Cette vision de l'architecture telle que présentée à la Figure III-4, est partagée par plusieurs auteurs (Georgy, 2010 ; Karamat, 2009 ; Shin, 2002 ; Yang, 2008). Dans cette architecture, un filtre adaptatif (généralement un filtre de Kalman) est utilisé afin de coupler les solutions GPS et INS (position et vitesse) de manière à estimer certains paramètres d'erreurs du système. De manière générale, les paramètres estimés correspondent aux erreurs de position, de vitesse et d'attitude de la solution INS, mais certains auteurs présentent un modèle plus complet qui permet également l'estimation des erreurs de biais sur les mesures de capteurs inertiels (Nui et El-Sheimy, 2005 ; Petovello, 2003).

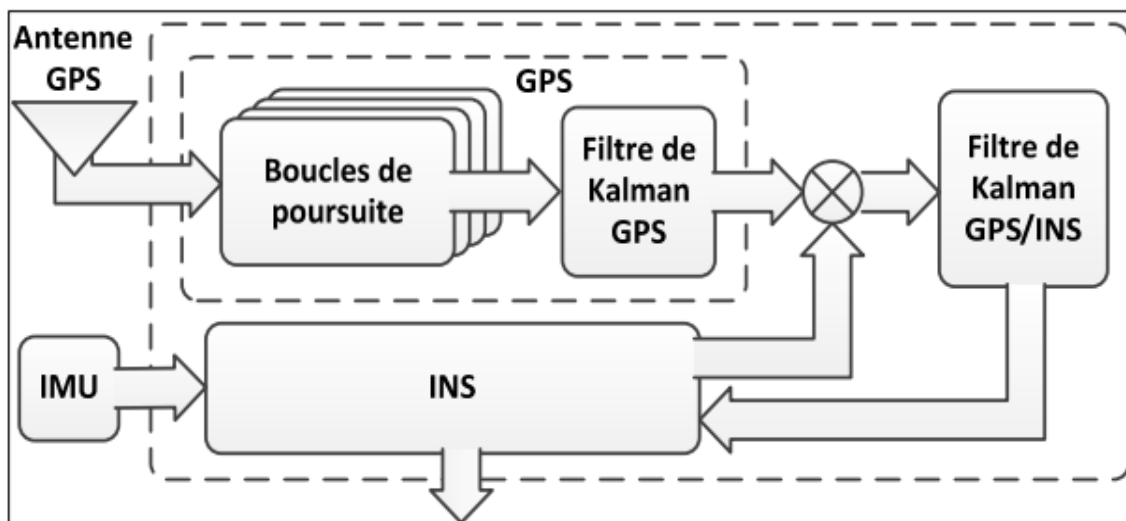


Figure III-4 : Intégration INS/GPS par couplage lâche

III.4.3- Intégration par couplage serré

L'intégration par couplage serré (en anglais : tightly-coupled integration) possède plusieurs avantages par rapport aux autres méthodes présentées précédemment. Tout d'abord, cette

architecture n'utilise qu'un seul filtre adaptatif (voir Figure III-5) permettant ainsi d'éliminer l'erreur liée à la mise en cascade des différents filtres. Selon Schmidt et Phillips (2004), une architecture cascadée est loin d'être optimale et peut rendre le système difficile à paramétrer et à ajuster. Petovello (2003) affirme également que l'utilisation d'un seul filtre adaptatif permet un partage d'information statistiquement plus robuste entre les états du système en plus de permettre une réduction significative du niveau de bruit lors du filtrage des mesures GPS.

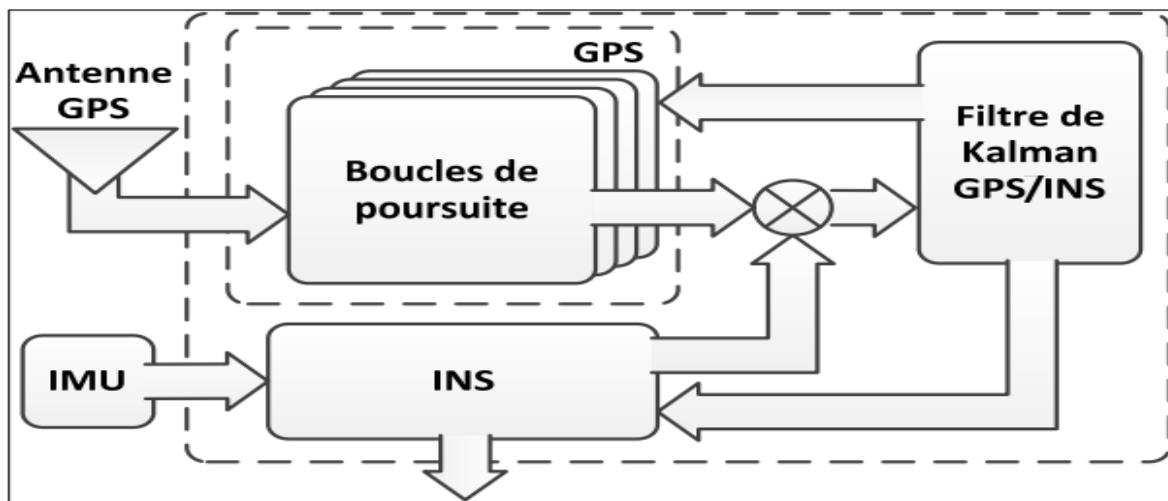


Figure III-5 : Intégration INS/GPS par couplage serré

Un autre avantage du couplage serré réside dans la nature des mesures utilisées à l'intérieur du filtre adaptatif. En effet, plutôt que d'utiliser la solution de navigation, cette architecture propose l'utilisation des mesures brutes provenant des boucles de poursuite du récepteur. Ces mesures peuvent provenir soit de la boucle de poursuite du code (mesures de pseudo-distance et de variation de pseudo-distance), ou encore de la boucle de poursuite de la porteuse (mesures de phase de la porteuse et de décalage Doppler). Dans les deux cas, les mesures provenant de chacun des satellites visibles sont utilisées à l'intérieur du filtre GPS/INS, ce qui permet d'éliminer la nécessité d'avoir en tout temps quatre satellites en ligne de vue avec le récepteur afin de réaliser l'estimation des paramètres d'erreur du système INS. Cette nécessité reste cependant présente lors de la mise en route du système de manière à obtenir la position initiale du récepteur.

III.4.4- Intégration par couplage profond

L'idée derrière l'intégration profonde, également appelée intégration par couplage très serré provient principalement du concept de boucles de poursuite vectorielles utilisées dans certains récepteurs GPS. Dans une architecture GPS/INS très serrée telle que celle présentée à la Figure III-6, un filtre adaptatif unique travaillant directement au niveau des composantes en phase (I) et en quadrature (Q) des signaux GPS vient remplacer les filtres classiques de boucle de poursuite du récepteur (Babul, Wang et Rao, 2008; Gao, 2007; Gao et Lachapelle, 2006; Grove, Mather et Macaulay, 2007; Korey, Eissfeller et Ameres, 2004; Li, 2009; Soloviev, van Graas et Gunawardena, 2004; Watson et al., 2007). Ce filtre est utilisé afin d'estimer à la fois la solution de navigation, les paramètres de correction INS ainsi que les commandes à appliquer aux oscillateurs contrôlés numériquement.

Selon Korey, Eissfeller et Ameres (2004), l'avantage principal de l'intégration profonde provient du fait que les boucles de poursuite du récepteur GPS ne sont désormais plus indépendantes et ne sont plus basées uniquement sur les mesures d'un seul satellite. Ainsi, même dans une situation où le ratio signal sur bruit est faible, les mesures de boucle de poursuite peuvent tout de même être estimées et générées ce qui rend le récepteur plus robuste au décrochage en environnement difficile (Kreye, Eissfeller et Ameres, 2004). Gao et Lachapelle (2006) présentent un tableau récapitulatif de certains avantages de l'intégration profonde GPS/INS en environnement difficile. Tout d'abord, selon les auteurs 16 de cette étude, l'intégration profonde permettrait la poursuite des signaux GPS jusqu'à 30 dB plus faible que dans les récepteurs GPS standards. De plus, tout comme dans le cas de l'intégration GPS/INS par couplage serré, l'information provenant des mesures INS peut être utilisée afin d'accélérer le processus d'acquisition et de pré-acquisition des signaux GPS.

Finalement, l'intégration profonde assurerait un estimé précis des observations de phase de la porteuse permettant ainsi de réduire ou même d'éliminer complètement les erreurs de saut de cycle.

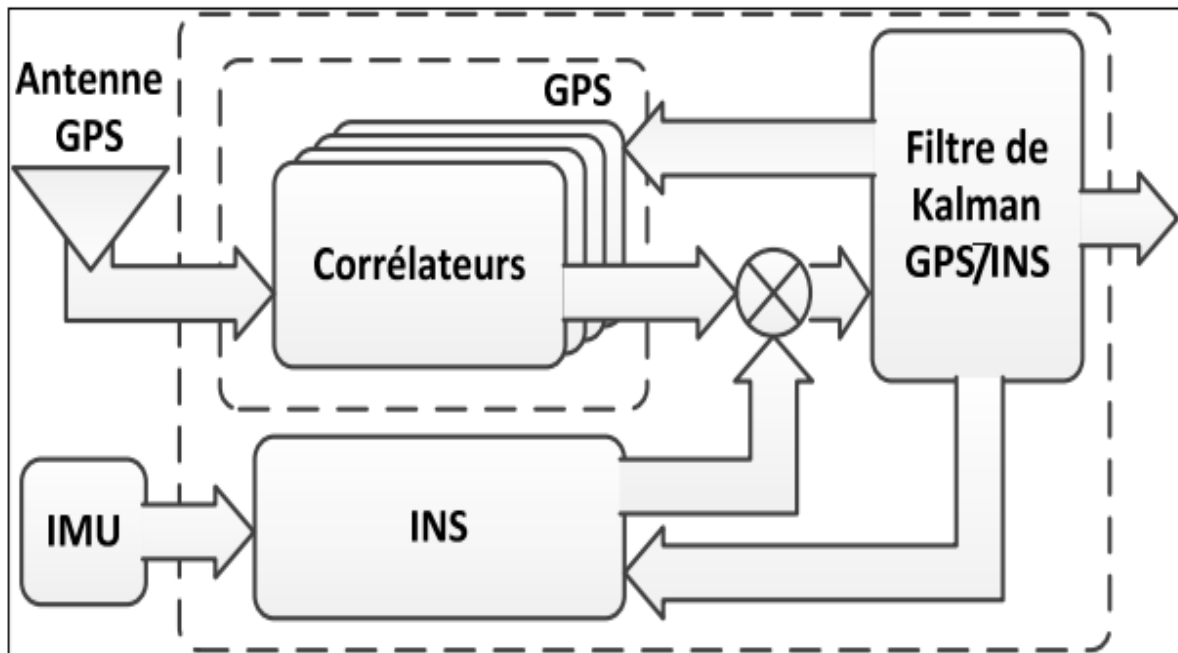


Figure III-6 : Intégration profonde GPS/INS

III.5- Implémentation du filtre EKF pour la fusion INS/GPS

III.5.1- Equations d'erreurs du système INS

Les équations de mécanisations, discrétisées dans le 1^{er} chapitre, ne fournissent aucune information sur les erreurs du système. En pratique, il est souvent exigé d'estimer les erreurs du système dans l'ordre d'améliorer les performances. Cela est fait en utilisant un filtre de Kalman. Les erreurs que nous avons besoin de les estimer incluent les erreurs de position δr , de la vitesse δv , de l'attitude $\delta \gamma$, et des capteurs inertiels. Leur fonctionnement peut être modélisé en appliquant les techniques de perturbation au système. [21]

Les perturbations de la position, de la vitesse, de l'attitude sont données comme suit :

$$\hat{r}^{LLa} = r^{LLa} + \delta r^{LLa} \quad (III-4)$$

$$\hat{v}^n = v^n + \delta v^n \quad (III-5)$$

$$\hat{C}_b^n = (I_3 - E^n) C_b^n \quad (III-6)$$

III.5.1.1-Modèle dynamique de l'erreur en position

L'équation dynamique de la position (1.26) est une fonction de la position et de la vitesse. Par différentiation, l'équation de l'erreur en position peut être obtenue comme suit [21]

$$\delta \dot{r}^{Ua} = F_{rr} \delta r^{Ua} + F_{rv} \delta v^n \quad (III-7)$$

Avec :

$$F_{rr} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} & \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} & \frac{\partial \phi}{\partial h} \\ \frac{\partial \lambda'}{\partial \varphi} & \frac{\partial \lambda'}{\partial \lambda} & \frac{\partial \lambda'}{\partial h} \\ \frac{\partial h'}{\partial \varphi} & \frac{\partial h'}{\partial \lambda} & \frac{\partial h'}{\partial h} \end{bmatrix} ; F_{rv} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi'}{\partial v_N} & \frac{\partial \phi'}{\partial v_E} & \frac{\partial \phi'}{\partial v_D} \\ \frac{\partial \lambda'}{\partial v_N} & \frac{\partial \lambda'}{\partial v_E} & \frac{\partial \lambda'}{\partial v_D} \\ \frac{\partial h'}{\partial v_N} & \frac{\partial h'}{\partial v_E} & \frac{\partial h'}{\partial v_D} \end{bmatrix} \quad (III-8)$$

III.5.1.2-Modèle dynamique de l'erreur en vitesse

De l'équation :

$$\dot{\phi} = \frac{v_N}{R_N+h} \quad (III-9)$$

Le résultat de perturbation est donnée par[21] :

$$\delta \dot{v}^n = F_{vr} \delta r^{lla} + F_{vv} \delta v^n + (f^n X) \varepsilon^n + R_b^n \delta f^b \quad (III-10)$$

Où :

$$F_{vr} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{U}_N}{\partial \varphi} & \frac{\partial \dot{U}_N}{\partial \lambda} & \frac{\partial \dot{U}_N}{\partial h} \\ \frac{\partial \dot{U}_E}{\partial \varphi} & \frac{\partial \dot{U}_E}{\partial \lambda} & \frac{\partial \dot{U}_E}{\partial h} \\ \frac{\partial \dot{U}_D}{\partial \varphi} & \frac{\partial \dot{U}_D}{\partial \lambda} & \frac{\partial \dot{U}_D}{\partial h} \end{bmatrix} ; F_{vv} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{U}_N}{\partial v_N} & \frac{\partial \dot{U}_N}{\partial v_E} & \frac{\partial \dot{U}_N}{\partial v_D} \\ \frac{\partial \dot{U}_E}{\partial v_N} & \frac{\partial \dot{U}_E}{\partial v_E} & \frac{\partial \dot{U}_E}{\partial v_D} \\ \frac{\partial \dot{U}_D}{\partial v_N} & \frac{\partial \dot{U}_D}{\partial v_E} & \frac{\partial \dot{U}_D}{\partial v_D} \end{bmatrix} \quad (III-11)$$

III.5.1.2-Modèle dynamique d'erreur sur l'orientation

L'équation dynamique d'erreur sur l'orientation s'exprime comme suit [21] :

$$\delta \dot{p}^n = F_{pr} \delta r^{lla} + F_{pv} \delta v^n - (\omega_{in}^n \times) \delta p^n - C_b^n \delta \omega_{ib}^b \quad (III-12)$$

Où :

$\delta\omega_{ib}^b$ Sont les erreurs résiduelles des gyroscopes ;

$(\omega_{in}^n \times)$ Est la forme antisymétrique de ω_{in}^n .

$$(\omega_{in}^n \times) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_D & \omega_E \\ \omega_D & 0 & -\omega_N \\ -\omega_N & \omega_N & 0 \end{bmatrix} ; F_{vr} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{p}_N}{\partial \varphi} & \frac{\partial \dot{p}_N}{\partial \lambda} & \frac{\partial \dot{p}_N}{\partial h} \\ \frac{\partial \dot{p}_E}{\partial \varphi} & \frac{\partial \dot{p}_E}{\partial \lambda} & \frac{\partial \dot{p}_E}{\partial h} \\ \frac{\partial \dot{p}_D}{\partial \varphi} & \frac{\partial \dot{p}_D}{\partial \lambda} & \frac{\partial \dot{p}_D}{\partial h} \end{bmatrix} ; F_{pv} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{p}_N}{\partial v_N} & \frac{\partial \dot{p}_N}{\partial v_E} & \frac{\partial \dot{p}_N}{\partial v_D} \\ \frac{\partial \dot{p}_E}{\partial v_N} & \frac{\partial \dot{p}_E}{\partial v_E} & \frac{\partial \dot{p}_E}{\partial v_D} \\ \frac{\partial \dot{p}_D}{\partial v_N} & \frac{\partial \dot{p}_D}{\partial v_E} & \frac{\partial \dot{p}_D}{\partial v_D} \end{bmatrix} \quad (III-13)$$

III.4.1.3-Modèle dynamique des erreurs des capteurs inertiels

Des incertitudes larges existent toujours à la sortie des capteurs inertiels de mauvaise qualité (cout bas). La bonne manière de traiter ces incertitudes est de déterminer les erreurs des capteurs pendant les calibrations. Cependant, puisque la calibration croit significativement le coût de fabrication, les capteurs inertiels coûts bas sont rarement calibrés par les fabricants. Même après calibrations, il existe toujours des variations aléatoire d'erreur dans le temps, avec, [21] :

$$\hat{f}_{ib}^b = f_{ib}^b + \delta f_{ib}^b \quad (III-14)$$

$$\hat{\omega}_{ib}^b = \omega_{ib}^b + \delta\omega_{ib}^b \quad (III-15)$$

Pour ce but, les erreurs inertielles ont besoin d'être modélisées dans le vecteur d'état du filtre de navigation en addition aux erreurs de position, vitesse et d'attitude. Our le cas di biais b , d facteur d'échelle s , et de non-orthogonalité γ , les équations d'erreurs d'accéléromètres δf_{ib}^b et de gyroscopes $\delta\omega_{ib}^b$ d'écrivent respectivement comme suit, [3] :

$$\delta f_{ib}^b = b_a + \text{diag}(f_{ib}^b) s_a + r_a \cdot \gamma_a \quad (III-16)$$

$$\delta\omega_{ib}^b = b_g + \text{diag}(\omega_{ib}^b) s_a + r_g \cdot \gamma_g \quad (III-17)$$

Les indices a et g désignent les erreurs correspondant aux accéléromètres et aux gyroscopes respectivement, $f_{ib}^i = [f_x \ f_y \ f_z]^T$, $\omega_{ib}^i = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$

Les vecteurs de non-orthogonalité γ_a et γ_g sont, [3] :

$$\gamma_a = [\gamma_{a,xy} , \quad \gamma_{a,xz} , \quad \gamma_{a,yx} , \quad \gamma_{a,yz} , \quad \gamma_{a,zx} , \quad \gamma_{a,zy}]^T$$

$$\gamma_g = [\gamma_{g,xy} , \quad \gamma_{g,xz} , \quad \gamma_{g,yx} , \quad \gamma_{g,yz} , \quad \gamma_{g,zx} , \quad \gamma_{g,zy}]^T$$

r_a , r_g sont deux matrices définis par :

$$r_a = \begin{bmatrix} f_y & f_z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_x & f_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_x & f_y \end{bmatrix}; r_g = \begin{bmatrix} \omega_y & \omega_z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_x & \omega_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_x & \omega_y \end{bmatrix}$$

L'évaluation des erreurs des capteurs peut être exprimée par les équations dynamiques suivantes, [3] :

$$\dot{b}_a = \text{diag}(c_{ab}).b_a + w_{ab} \quad \text{(III-18)}$$

$$\dot{b}_g = \text{diag}(c_{gb}).b_g + w_{gb} \quad \text{(III-19)}$$

$$\dot{s}_a = \text{diag}(c_{as}).s_a + w_{as} \quad \text{(III-20)}$$

$$\dot{s}_g = \text{diag}(c_{gs}).s_g + w_{gs} \quad \text{(III-21)}$$

$$\dot{\gamma}_a = \text{diag}(c_{a\gamma}).\gamma_a + w_{a\gamma} \quad \text{(III-22)}$$

$$\dot{\gamma}_g = \text{diag}(c_{g\gamma}).\gamma_g + w_{g\gamma} \quad \text{(III-23)}$$

c_{ab} , c_{gb} , c_{as} , c_{gs} , $c_{a\gamma}$ et $c_{g\gamma}$ sont les paramètres des processus stochastiques en temps continu (Radom walk, Radom constant, processus de Gauss-Markov de premier ordre,).

Le bruit de mesure est un bruit de haute fréquence et qui peut être modélisé comme un bruit blanc. Les biais et les erreurs dues à la dérive sont parfois modélisés comme un processus de Gauss-Markov du premier ordre. Le modèle est décrit par l'équation (3-21) où $\frac{1}{\beta}$ est le temps de corrélation de la variable aléatoire δa et w est un bruit blanc gaussien :

$$\delta \dot{a} = -\beta \delta a + w \quad \text{(III-24)}$$

III.5.2- Modèle dynamique du filtre

En tenant compte du bruit dynamique du système, le modèle d'erreur peut s'écrire en temps continu sous la forme matricielle suivante :

$$\delta\dot{x} = F\delta x + Gw \quad (III-25)$$

Où :

$\delta x = [\delta r \ \delta v \ \delta p \ \delta f_{ib}^b \ \delta \omega_{ib}^b]$ Est le vecteur d'état qui regroupe les erreurs de positions, de vitesse, d'attitude, des accéléromètres et des gyroscopes.

F : Est la matrice dynamique du système ;

G : Est la matrice de commande ;

$w = [w_v \ w_p \ w_a \ w_g]^T$: est le vecteur de bruit du système formé par les bruits de vitesse, d'attitude, des accéléromètres, et des gyroscopes.

Le cas où les biais des accéléromètres et des gyroscopes sont seuls considérés, les matrices(F, G) et le vecteur w s'expriment comme suit, [3] :

$$F = \begin{bmatrix} F_{rr} & F_{rv} & 0_3 & 0_3 & 0_3 \\ F_{vr} & F_{vv} & (f^n \times) & C_b^n & 0_3 \\ F_{pr} & F_{pv} & (-\omega_{in}^n \times) & 0_3 & -C_b^n \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & \text{diag}(C_{ab}) & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & \text{diag}(C_{ag}) \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 \\ C_b^n & 0_3 & 0_3 & 0_3 \\ 0_3 & C_b^n & 0_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & I_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & I_3 \end{bmatrix};$$

Puisque les systèmes inertiels de type strapdown sont habituellement mis en application avec une fréquence d'échantillonnage élevée, l'équation (3-4) peut être ramenée à sa forme discrète :

$$\delta\hat{x}_{k+1/k} = \Phi_k \delta\hat{x}_{k/k} + w_k \quad (III-26)$$

Φ_k Est la matrice de transition donnée par :

$$\Phi_k = e^{F\Delta t} \approx I + F\Delta t \quad (III-27)$$

w_k Est un processus aléatoire d'une distribution gaussienne de matrice de covariances donnée sous la forme intégrale suivante :

$$Q_k = E[w_k w_k^T]$$

$$Q_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Phi(t_{k+1}, \xi) G(\xi) E[u(\xi) u^T(\eta)] G^T(\eta) \Phi^T(t_{k+1}, \eta) d\xi d\eta \quad (\text{III-28})$$

Et qui peut être approximée, si les différents entrées de type bruit blanc ne sont pas corrélées et si les intervalles de temps d'intégration sont petits :

$$Q_k \approx G Q G \Delta t \quad (\text{III-29})$$

Avec Q la matrice diagonale de densité spectrale. [5]

III.5.3- Modèle d'observation du GPS

L'observation utilisée pour recalibrer l'INS est les estimations de la latitude, de la longitude, de l'altitude et de la vitesse calculées par GPS. Il s'agit d'une configuration lâchement couplée. L'équation d'observation du système s'écrit : [22]

$$\delta Z_k = H_k \delta x_k + v_k \quad (\text{III-30})$$

Le vecteur de mesure est la différence entre les données GPS (position, vitesse) et la solution inertielle résultant de l'étape de prédiction.

$$\delta Z_{k+1} = (\delta Z_k)_{GPS} - h(x_{k+1/k}^{nom}) = \begin{pmatrix} r_{INS}^{lla} & r_{GPS}^{lla} \\ r_{INS}^n & r_{INS}^n \end{pmatrix}_{k+1} = \begin{pmatrix} \varphi_{INS} - \varphi_{GPS} \\ \lambda_{INS} - \lambda_{GPS} \\ h_{INS} - h_{GPS} \\ v_{INS}^n - v_{GPS}^n \end{pmatrix}_{k+1} \quad (\text{III-31})$$

La matrice d'observation H_k est, [3] :

$$H_k = \begin{pmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{pmatrix} \quad (\text{III-32})$$

La matrice de la covariance sur les bruits de mesure R_k sera alors :

$$R_k = \text{diag}(\sigma_\varphi^2 \sigma_\lambda^2 \sigma_h^2 \sigma_{vn}^2 \sigma_{ve}^2 \sigma_{vd}^2) \quad (\text{III-33})$$

III.5.4- Réglages des paramètres du filtre EKF

Le filtre de Kalman est très utilisé dans la navigation. Il mélange des prédictions grâce à un modèle de mouvement et des observations afin d'estimer le vecteur d'état tout en minimisant sa variance. Plusieurs hypothèses sont à respecter. En effet, les bruits de modèle et de mesure sont considérés comme des bruits blancs gaussiens qui ne sont pas corrélés entre eux. Ces réglages sont détaillés ci-dessous.

Le filtre de Kalman est composé de deux phases : la phase de prédiction où les erreurs inertielles prédites sont toujours initialisées à zéro et où l'incertitude augmente avec le temps et la phase de correction où les estimations des erreurs inertielles sont obtenues par des observateurs et l'incertitude est limitée.

Si aucune observation n'est obtenue pendant une longue période de temps, ou d'une manière équivalente si les mesures GPS sont rejetées à cause des erreurs, le filtre tournera dans un cycle sans interruption en mode de prédiction et aucune correction ne sera faite. Plus la durée sans correction est longue, plus l'incertitude dans la solution de navigation inertielle est grande.

Quand une observation se produit, elle peut le test de la fonction de déclenchement malgré qu'elle soit erronée car l'incertitude dans la solution inertielle est importante.

Le réglage des paramètres du filtre de Kalman consiste principalement à choisir des valeurs pour les matrices de covariances de processus Q_k et d'observation R_k .

Pendant l'étape de prédiction, l'incertitude dans les données inertielles augmentera selon l'importance de Q_k . Quand une mesure du GPS se produit, il y a une plus grande possibilité que l'unité inertielle soit corrigée en utilisant la 1^{ère} mesure disponible, indépendamment de la précision de cette mesure. De même, les petites valeurs dans R_k impliqueront des mesures précises du GPS qui peuvent poser un problème quand la mesure est erronée et puis fusionnée avec des capteurs inertiels de basse précision. De ce fait, le réglage devient

Chapitre III : Modélisation des erreurs inertielles et filtrages de kalman

un ajustement sensible et délicat des matrices Q_k et R_k , afin de rejeter les défauts du GPS à haute fréquence.

Les erreurs de positionnements du GPS sont relativement connues du fabricant ou par l'expérimentation. Les variances le long de la diagonale de R_k sont déterminées simplement en obtenant les valeurs de PDOP ou GDOP à partir du récepteur GPS et en supposant qu'il n'y a aucune corrélation entre les observations sur les axes de navigation.

C'est-à-dire que la variance finale est en fonction de la PDOP :

$$R_k = \frac{PDOP^2 \times UERE^2}{3} I \quad (\text{III-34})$$

Où :

UERE: (User Equivalent Range Error) désigne une variance fixée par défaut ;

Le carré 2 : donne plus de poids au PDOP ;

Le facteur 3 : a été la plus appropriée expérimentalement.

La détermination des valeurs pour Q_k est plus difficile car elle a besoin de beaucoup de tests et d'apprentissages. Mais, elle dépend principalement des niveaux de bruit des capteurs inertiels utilisés qui peuvent être obtenus à partir du fabricant ou par l'expérimentation. [22]

N.B. :

Le filtre de Kalman peut également être utilisé lorsque le problème n'est pas linéaire. Il suffit simplement de linéariser au voisinage d'une trajectoire nominale constituée d'une succession de vecteurs d'état.

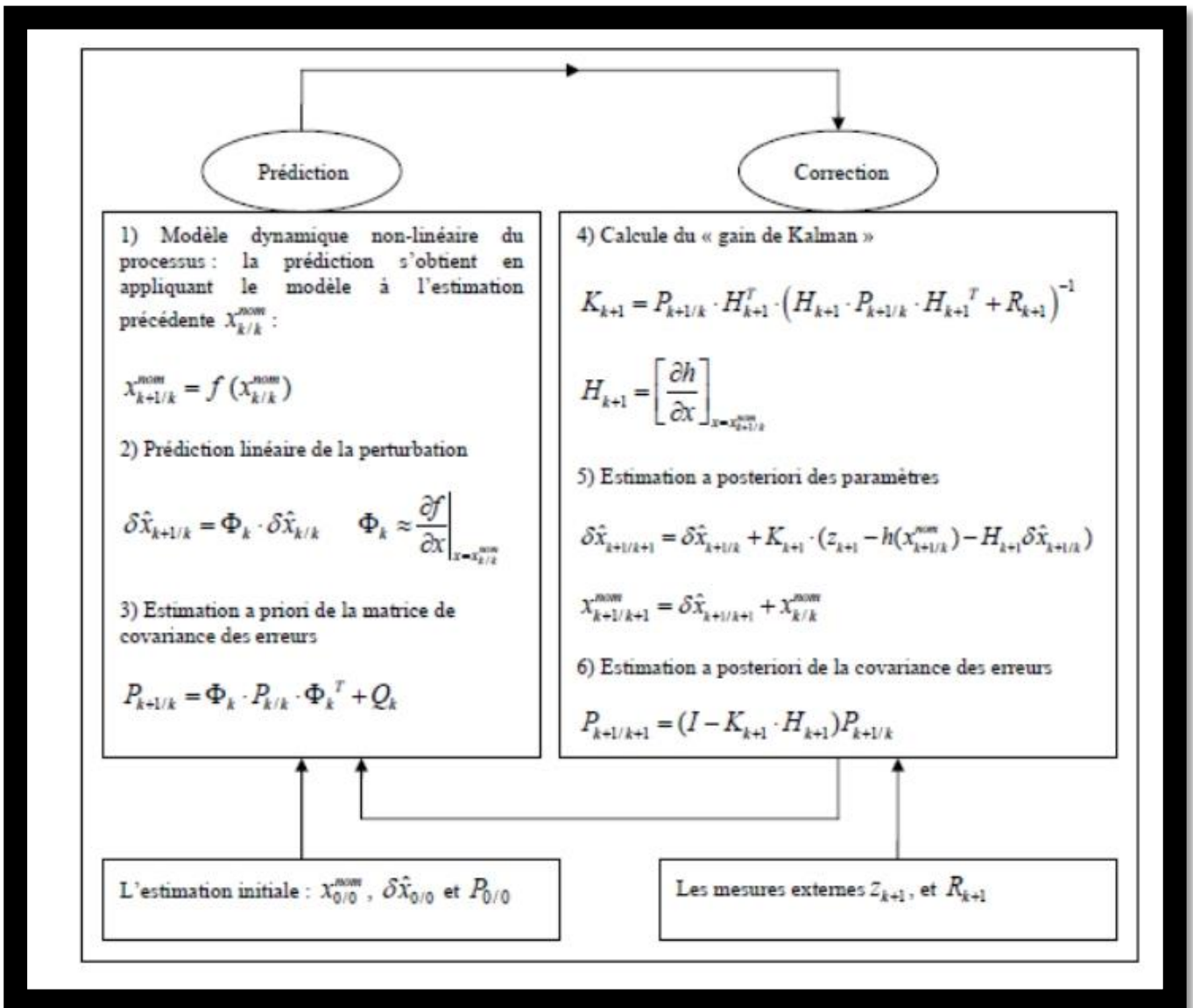


Figure III-6 : Extension du filtre aux systèmes non linéaire

III.6- limites et points forts du filtre de Kalman

III.6.1-points forts

Le filtre de Kalman est une méthode visant à estimer des paramètres d'un système évoluant dans le temps à partir de mesures bruités. On retrouve ce filtre dans bon nombre de domaines relatifs au traitement du signal, radar, traitement d'images etc. Un exemple d'utilisation de ce filtre pourrait être la détermination de la position et de la vitesse d'un véhicule à partir de données GPS fournis par plusieurs satellites.

La force de ce filtre est sa capacité de prédiction des paramètres et de rectification des erreurs, non seulement des capteurs, mais aussi du modèle lui-même ! En effet, pour appliquer un filtre de Kalman, il faut avant tout modéliser le système pour lequel on veut estimer les paramètres, de manière linéaire. (des variantes du filtre de Kalman existent pour la prise en compte de modèles non linéaires) Dans une méthode d'estimation classique (par exemple, la méthode des moindres carrés), une simple erreur dans la modélisation du système entraîne inévitablement une erreur au niveau de l'estimation. La force du filtre de Kalman est d'intégrer un terme d'imprécision sur le modèle lui-même, ce qui lui permet de donner des estimations correcte malgré les erreurs de modélisation (pour peu que les erreurs restent raisonnables).

Un autre point fort du filtre de Kalman (mais que l'on retrouve aussi dans la méthode des moindres carrés par exemple) est sa capacité à déterminer l'erreur moyenne de son estimation. En effet, l'outil Kalman fournir un vecteur contenant les paramètres estimés, mais aussi une matrice de covariance de l'erreur ! Cette matrice nous renseigne donc sur la précision de l'estimation, ce qui peut être utile dans de nombreuses applications. Un autre atout du filtre de Kalman est que la convergence de cette erreur est garantie .

III.6.2-les limites

Le filtre de Kalman est donc une méthode d'estimation et de prédiction puissante prenant en compte les modélisations du système. Néanmoins, ce filtre n'est pas forcément l'outil à appliquer dans tous les cas. En effet, comme nous l'avons vu, le développeur à besoin de modéliser le système assez précisément afin de designer un filtre efficace. Le problème est que certains systèmes sont difficilement modélisable et, encore moins linéairement. Dans le cas où la modélisation est trop approximative, le filtre n'est pas assez performant et l'erreur des estimations ne convergera pas assez rapidement, elle restera grande. Pour palier à ce problème de modélisation linéaire du système, un filtre de Kalman étendu a été développé et permet de prendre en compte une modélisation non linéaire. Néanmoins, cette technique à quelques défauts. En premier lieu, la covariance de l'erreur (la précision des estimations) ne converge pas obligatoirement (comme c'était le cas avec une modélisation linéaire). Le second défaut est son coût calculatoire plus important. En effet, de nouvelles matrices coûteuses rentre en jeux (les matrices des dérivés partielles des

équations d'états et de mesures modélisant le système), ce qui peut être une limite à son utilisation, surtout dans des systèmes embarqués très restreint au niveau de la puissance de calcul.

Une autre limite importante d'une telle méthode est que le filtre de Kalman permet de prendre en compte uniquement un modèle de bruit Gaussien. Le bruit peut en général être modélisé de façon Gaussienne, mais dans certains cas, un autre type de bruit est requis (notamment en traitement d'images où l'on utilise fréquemment des bruits de Poisson). Cette restriction limite donc l'utilisation du filtre de Kalman.

III.7- Conclusion

Le filtre de Kalman est donc une méthode d'estimation intéressante, mais qui n'est utilisable que lorsque l'on peut décrire assez précisément notre système. S'il est impossible de trouver une modélisation correcte du système, il est alors préférable de se tourner vers d'autres méthodes .

IV.1-Introduction

L'attitude d'un corps rigide représente l'orientation de ses axes principaux par rapport à un repère de référence. Des majeures applications utilisent les mesures d'orientation ou d'estimations (une information permanente sur l'attitude) pour atteindre leurs objectifs dans le domaine aérospatial et la robotique mobile. Cependant, il n'y a pas de capteur physique fournissant directement l'attitude. Elle est généralement obtenue en utilisant des algorithmes d'estimation via une fusion de données de plusieurs capteurs. Pour ces derniers, il existe de nombreuses technologies destinées à fournir des mesures pour la détermination de l'attitude.

Dans ce chapitre, on expose un nouvel estimateur d'attitude d'un corps rigide se déplaçant dans l'espace 3D avec un mouvement accéléré. Nous allons parler en premier des différentes approches développées dans la littérature pour l'estimation de l'attitude. Cet observateur a pour but non seulement d'estimer l'attitude mais est destiné aussi à estimer l'accélération linéaire inconnue dans le repère inertiel et qui est nécessaire dans la plupart des algorithmes d'estimation de l'attitude connu.

IV.2-Aperçu sur les approches d'estimation de l'attitude

Plusieurs solutions au problème d'estimation de l'attitude ont été développées dans la littérature. Selon le nombre de capteurs utilisés, on distingue les deux catégories principales d'approches : des approches utilisant des mesures (observations) issues des capteurs inertiels (accéléromètres, magnétomètres, gyroscopes) et des approches utilisant une source complémentaire de mesure comme GPS en plus des mesures de capteurs inertiels.

IV.2.1-Estimation de l'attitude à base des capteurs inertiels

Pour cette classe d'estimateurs, nous distinguons :

- Les approches statiques, ou algébriques, incluant l'algorithme des TRIAD et les algorithmes des moindres carrées ;
- Les approches dynamiques incluant les filtrages de Kalman et les observateurs non linéaires.

IV.2.2-Estimation de l'attitude à base de fusion INS/GPS

Les mesures de l'accéléromètre sont approximées par la mesure de gravité dans le cas où l'accélération du véhicule est faible devant la gravité. Des meilleurs résultats expérimentaux ont été fournis par ces méthodes pour des opérations à l'intérieur pour certains prototypes. Néanmoins, lorsqu'il s'agit d'un véhicule soumis à des accélérations importantes, la qualité de l'attitude estimée par ces méthodes est loin d'être satisfaisante.

Pour faire face à de fortes accélérations, une mesure complémentaire de vitesse GPS du véhicule peut être utilisée pour en déduire l'accélération linéaire qui est inconnue et non négligeable lors des mouvements accélérés. La fusion INS/GPS a été largement traitée en robotique aérienne. Exemples d'observateurs d'attitude basés sur la fusion INS/GPS, nous citons les travaux [23, 24, 25, 26, 27, 28, 29].

IV.3-Observateurs d'attitude pour des véhicules accélérés à base de l'INS/GPS

Bien que de nombreuses techniques d'estimation ont été proposées pour la détermination de l'attitude d'un corps rigide, le problème lié à l'estimation de l'attitude pendant les phases dynamiques où l'accélération linéaire n'est plus négligeable a été peu abordé.

Comme nous l'avons mentionné précédemment, la mesure d'un accéléromètre représente l'accélération apparente qui est la différence entre le vecteur de gravité et l'accélération linéaire (terme inconnu souvent négligeable). Afin d'éviter toute erreur d'estimation de l'attitude due à ce terme, son effet doit être compensé au cours du processus d'estimation. L'idée consiste à intégrer les mesures de vitesses GPS dans le but d'avoir l'accélération linéaire dans le repère inertiel (i) pour pouvoir estimer l'attitude. Des observateurs non linéaires basés sur la vitesse GPS ont été récemment développés dans ce cadre. Dans cette partie, nous proposons un observateur dont le quaternion sera considéré comme la représentation mathématique de l'attitude.

IV.3.1- Analyse mathématique

Note : Dans ce chapitre, on va noter la force spécifique par b_2 (notée f_{ib}^b précédemment), et la matrice de rotation par R (notée C_n^b précédemment).

On définit l'état adaptatif $\hat{v} \in \mathbb{R}^3$, et la fonction d'erreur $\tilde{v} = v - \hat{v}$, qui est ensuite utilisé pour définir l'observateur suivant :

$$\dot{Q} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\hat{q}^T \\ \hat{n}I + S(\hat{q}) \end{bmatrix} (\omega + \sigma) \quad (IV-1)$$

$$\sigma = -\gamma_1 S \hat{R}_{r_1} b_1 - \gamma_2 k_1 S(\hat{R} \tilde{v}) b_2 \quad (IV-2)$$

$$\dot{\hat{v}} = k_1 \hat{v} + g e_3 + \hat{R}^T b_2 + \frac{1}{k_1} \hat{R}^T S(\sigma) b_2 \quad (IV-3)$$

Où :

$$k_1, \gamma_1, \gamma_2 > 0, \quad \hat{R} = R(\hat{\eta}, \hat{q}) : \text{est défini par : } R(\eta, q) = I + 2S(q)^2 - 2\eta S(q) \quad (IV-4)$$

Et $S(\cdot)$: est la matrice antisymétrique, et elle est défini par :

$$S(u) = \begin{bmatrix} 0 & -u_3 & u_2 \\ u_3 & 0 & -u_1 \\ -u_2 & u_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (IV-5)$$

En utilisant la définition de l'erreur d'attitude, définie par équation suivante :

$$\hat{Q} = Q \otimes \hat{Q}^{-1}, \quad \tilde{R} = \hat{R}^T R \quad (IV-6)$$

Nous proposons le théorème suivant :

Théorème 4.1 : Considérant le système suivant (4-7), (4-8) coupler avec l'observateur donné par (4-1), (4-3) où les hypothèses suivantes doit être satisfaites.

$$\dot{v} = g e_3 + r_2 \quad (IV-7)$$

$$\dot{Q} = \frac{1}{2} = Q \otimes (0, \omega) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -q^T \\ \eta I_{3 \times 3} + S(q) \end{bmatrix} \omega \quad (IV-8)$$

Hypothèse 4.2 : Il existe deux constantes positives c_1 et c_2 tels que $\forall t \in \mathcal{R}^+$

$$\|a\| \leq c_1, \quad \|a\| \leq c_2.$$

Hypothèse 4.3 : Etant donné deux constants positives, γ_1 et γ_2 , il existe une constante positive $c_w(\gamma_1, \gamma_2)$, tel que $c_w < n\lambda_{\min}(W)$, où :

$$W = -\gamma_1 S(r_1)^2 - \gamma_2 S(r_2)^2 \quad (IV-9)$$

L'hypothèse 4.1 indique que l'accélération apparente et sa première dérivée sont bornées. L'hypothèse 4.2 garantit l'observabilité du système.

Alors pour toutes les conditions initiales $\tilde{\eta}(t_0) \neq 0$, il existe une constante $k_1 > 0$, tel que pour tous $K_1 > k_1$, il existe une constante ρ , $0 < \rho < |\tilde{\eta}(t_0)|$, tel que $|\tilde{\eta}(t)| \geq \rho$ pour tous $t \geq t_0$.

Tous les signaux d'observateur sont liés et les signaux \tilde{v} et \tilde{q} convergent exponentiellement à zéro.

Une preuve : la première étape dans la preuve consiste à étudier la dynamique de l'erreur d'attitude (en terme de quaternion scalaire $\tilde{\eta}$). A cette fin, définissons le signal d'erreur suivant :

$$\tilde{r}_2 = k_1 \tilde{v} - (I - \tilde{R})r_2 \quad (IV-10)$$

En utilisant la définition de l'erreur d'attitude, en plus de la définition de $\tilde{\omega}$ de équations (4-11) ainsi que (4-12), et (4-1), on peut trouver : $\tilde{\omega} = -\hat{R}^T \sigma$.

$$\tilde{\omega} = \hat{R}^T (\omega - \beta) \quad (IV-11)$$

$$\dot{\hat{Q}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\hat{q}^T \\ \hat{\eta} I_{3 \times 3} + S(\hat{q}) \end{bmatrix} \beta, \quad \dot{\hat{R}} = -S(\beta) \hat{R} \quad (IV-12)$$

Donc, en utilisant (4-2) et la définition du signal d'erreur défini par (4-10), la dérivée de l'erreur d'attitude en fonction de quaternion scalaire $\tilde{\eta}$ est donné par :

$$\dot{\tilde{\eta}} = -\frac{1}{2} \tilde{q}^T (S(r_1) \tilde{R}_{r_1} + \gamma_2 S(r_2) \tilde{R}_{r_2} + \gamma_2 S(\tilde{r}_2) \tilde{R}_{r_2}) \quad (IV-13)$$

Où nous avons utilisés le fait que :

$$S(\hat{R}_u) = \hat{R} S(u) \hat{R}^T, S(u)u = 0 \quad \text{Où : } u \in R^3$$

En raison de la définition de la matrice de rotation (4-4), en plus des propriétés suivantes :

$$S(u)^2 = uu^T - u^T u I \text{ et } S(v) = -S(v)u, \text{ avec } u, v \in R^3$$

On peut encore montrer que $\tilde{q}^T S(r_i)^2 R r_i = 2 \tilde{\eta} \tilde{q}^T S(r_i)^2 \tilde{q}$. Par conséquent, la dérivé de $\tilde{\eta}$ se trouve être :

$$\dot{\tilde{\eta}} = \tilde{\eta} \tilde{q}^T W \tilde{q} + \gamma_2 \tilde{q}^T S(\tilde{R}_{r_2}) \tilde{r}_2 / 2 \quad (IV-14)$$

Où W est la matrice définie par :

$$W = -\gamma_1 S(r_1)^2 - \gamma_2 S(r_2)^2 \quad (\text{IV-15})$$

Nous concentrons maintenant notre attention sur la dynamique des signaux d'erreur \tilde{v} et \tilde{r}_2 .

Où leurs dérivés sont définis par :

$$\dot{\tilde{v}} = -\tilde{r}_2 - k_1^{-1} \hat{R}^T S(\sigma) b_2 \quad (\text{IV-16})$$

$$\dot{\tilde{r}}_2 = -k\tilde{r}_2 - (I - \tilde{R})\dot{r}_2 \quad (\text{IV-17})$$

IV.3.1- Conditions de stabilités

Pour garantir la convergence et la stabilité asymptotique du système, on utilise la stabilité de Lyapunov

Nous considérons le candidat de fonction Lyapunov suivant :

$$\nu = \frac{\gamma}{2} \tilde{r}_2^T \tilde{r}_2 + \gamma_q \tilde{q}^T \tilde{q} = \frac{\gamma}{2} \tilde{r}_2^T \tilde{r}_2 + \gamma_q (1 - \tilde{\eta}^2), \gamma_q, \gamma > 0 \quad (\text{IV-18})$$

En utilisant les expressions (4-13),(4-16), la dérivé de ν se trouve être comme suit :

$$\dot{\nu} = -\gamma k_1 \tilde{r}_2^T \tilde{r}_2 - 2\gamma_q \tilde{\eta}^2 \tilde{q}^T W \tilde{q} - \gamma_2 \gamma_q \tilde{\eta}^2 \tilde{q}^T S((\tilde{R}_{r_2})\tilde{r}_2 - \gamma \tilde{r}_2^T (I - \tilde{R})\dot{r}_2) \quad (\text{IV-19})$$

Pour déterminer la limite supérieure de la dérivée de ν , à l'aire de la supposition dans l'hypothèse 4-1, nous utilisons d'abord l'inégalité de Yong pour trouver :

$$\gamma_2 \gamma_q \tilde{\eta} \tilde{q}^T S((\tilde{R}_{r_2})\tilde{r}_2) \leq \frac{\epsilon_1 \gamma_2 \gamma_q c_1^2}{2} \tilde{r}_2^T \tilde{r}_2 + \frac{\gamma_2 \gamma_q}{2\epsilon_1} \tilde{\eta}^2 \tilde{q}^T \tilde{q} \quad (\text{IV-20})$$

$$\gamma \tilde{r}_2^T (I - \tilde{R})\dot{r}_2 = 2\gamma \tilde{r}_2^T (S(\tilde{q}) - \tilde{\eta}I)S(\dot{r}_2)\tilde{q} \leq \epsilon_2 \gamma c_2^2 \tilde{r}_2^T \tilde{r}_2 + \frac{\gamma}{\epsilon_2} \tilde{q}^T \tilde{q} \quad (\text{IV-21})$$

Où nous avons utilisé le fait que $\|S(\tilde{q}) - \tilde{\eta}I\| \leq 1$. Par conséquent, nous trouvons la dérivé de ν comme suit :

$$\dot{\nu} \leq -\gamma \left(k_1 - \frac{\epsilon_1 \gamma_2 \gamma_q c_1^2}{2\gamma} - \epsilon_2 c_2^2 \right) \tilde{r}_2^T \tilde{r}_2 - \tilde{\eta}^2 \tilde{q}^T \tilde{q} \left(2\gamma_q c_\omega - \frac{\gamma_2 \gamma_q}{2\epsilon_1} - \frac{\gamma}{\epsilon_2 \tilde{\eta}^2} \right) \quad (\text{IV-22})$$

Dans le cas où $\tilde{\eta} = 0$, nous ne pouvons pas prétendre à la stabilité puisque (4-21) peut être positif. Par conséquent, nous sommes obligés d'exclure la condition initiale $\tilde{\eta}(t_0) = 0$. Nous définissons ensuite une limite minimale souhaitée pour le quaternion scalaire, que nous désignons par ρ . le choix de ρ doit donc satisfaire.

$$0 < \rho < |\tilde{\eta}(t_0)| \leq 1 \quad (\text{IV-24})$$

On choisit ensuite une valeur pour le gain γ comme suit :

$$\gamma = \bar{\gamma}(\|\tilde{r}_2(t_0)\|^2 + \delta)^{-1} \quad (\text{IV-25})$$

Où nous plaçons également les contraintes supplémentaires :

$$\delta > 0 \text{ et } 0 < \bar{\gamma} < 2\gamma_q(\tilde{\eta}(t_0)^2 - \rho^2) \quad (\text{IV-26})$$

Si on considère le résultat (4-21), on peut en conclure qu'il existe des constantes $\bar{\epsilon}_1$ et $\bar{\epsilon}_2$ telles que pour tout $\epsilon_1 > \bar{\epsilon}_1$ et $\epsilon_2 > \bar{\epsilon}_2$ l'inégalité suivante soit satisfaite :

$$2\gamma_q c_\omega > \frac{\gamma_2 \gamma_q}{2\epsilon_1} + \gamma/(\epsilon_2 \rho^2) \quad (\text{IV-27})$$

De plus, il existe un gain $k_1(\epsilon_1, \epsilon_2)$, tel que pour tous $K_1 > k_1$, l'inégalité suivante est également satisfaite :

$$k_1 > \frac{\epsilon_1 \gamma_2 \gamma_q c_1^2}{2\gamma} + \epsilon_2 c_2^2 \quad (\text{IV-28})$$

Notez que le gain k_1 s'approche de l'infini $\sigma \rightarrow |\tilde{\eta}(t_0)|$, donc il est raisonnable de prendre σ à une distance suffisante de la condition initiale. À la suite des choix sur les gains, une condition suffisante pour $\dot{\nu} \leq 0$ est $|\tilde{\eta}(t)| \geq \rho$. Nous voulons maintenant montrer que $|\tilde{\eta}(t)| \geq \rho$ pour tous $t > t_0$. À cet effet, nous rappelons d'abord cela $|\tilde{\eta}(t)| > \rho$. Supposons qu'il existe un temps t_1 tel que pour tous $t \leq t_0 < t_1$, $|\tilde{\eta}(t)| \geq \rho$ et $|\tilde{\eta}(t_1)| < \rho$.

En raison du choix du gain γ de l'équation (4-23), l'expression de la fonction lyapunov peut s'écrire de la manière suivante:

$$\nu(t) = \frac{\bar{\gamma}}{2} \frac{\|\tilde{r}_2(t)\|^2}{\|\tilde{r}_2(t_0)\|^2 + \delta} + \gamma_q(1 - \tilde{\eta}(t)^2) \quad (\text{IV-29})$$

Au courant du choix de $\bar{\gamma}$, donnée par (4-22), on peut facilement voir que :

$$\nu(t_0) < \gamma_q(1 - \rho^2) \quad (\text{IV-30})$$

Puisque $|\tilde{\eta}(t_1)| < \rho$, nous pouvons aussi conclure que :

$$\nu(t_1) > \gamma_q(1 - \tilde{\eta}(t)^2) > \gamma_q(1 - \rho^2) \quad (\text{IV-31})$$

Nous avons montré que $\nu(t_1) > \nu(t_0)$, ce qui est une contradiction puisque $\dot{\nu} \leq 0$ pour $t \leq t_0 < t_1$. Donc, on concluons que $|\tilde{\eta}(t)| \geq \rho$ pour tous $t \geq t_0$, et :

$$\dot{\nu} \leq -\delta_r \tilde{r}_2^T \tilde{r}_2 - \delta_q \tilde{q}^T \tilde{q} \quad (\text{IV-32})$$

Où $\delta_r = \gamma \left(k_1 - \frac{\epsilon_1 \gamma_2 \gamma_q c_1^2}{2\gamma} \right) - \epsilon_2 c_2^2$ et $\delta_q = \rho^2 \left(2\gamma_q c_\omega - \frac{\gamma_2 \gamma_q}{2\epsilon_1} - \frac{\gamma}{\epsilon_2 \rho^2} \right)$. Car δ_r , et δ_q sont positifs (en raison des choix des gains), $\dot{\nu} \leq 0$ ce qui implique que \tilde{r}_2 est délimité. Il découle de la définition de \tilde{r}_2 que la fonction d'erreur est bornée, et donc le signal σ est borné aussi. A l'air de l'hypothèse 4-1, il s'ensuit que l'état adaptatif $\hat{\nu}$ et l'entrée d'observateur $\beta = \omega +$

σ sont liés. En raison de la définition de la fonction de Lyapunov, on peut encore voir que $\dot{v} \leq \epsilon_v v$, où $\epsilon_v = \min(\delta_r, \delta_q) / \max(\gamma/2, \gamma_q)$ ce qui implique que les états \tilde{r}_2 et \tilde{q} convergent exponentiellement à zéro.

IV.4- Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé le problème d'estimation de l'attitude d'un corps rigide. Nous avons présenté à cet effet une synthèse des différentes techniques d'estimation de l'attitude construites autour des matrices de rotation et des quaternions.

Les observateurs non linéaires basés sur la fusion INS/GPS sont récemment développés. Notre contribution s'articule autour de développement d'un autre observateur d'attitude non linéaires pour un corps rigide

L'observateur proposé est clairement de forme simple. Une analyse mathématique appropriée est considérée pour analyser la convergence et la stabilité du système dynamique en utilisant la fonction candidate de Lyapunov. L'observateur proposé ont montré leur capacité de garantir la stabilité asymptotique quand l'accélération apparente et sa première dérivée sont supposées bornées. En présence des bruits et des perturbations, cet observateur assure toujours une rapidité de convergence

V.1-Introduction

Après avoir détaillé les algorithmes nécessaires pour le positionnement par le système hybride INS/GPS dans les chapitres précédents, nous allons examiner dans ce chapitre les résultats obtenus par le traitement des données INS/GPS (les données sont supposées d'une façon pour être proche des données réelles).

Deux programmes écrits sous Matlab sont réalisés : Le programme par implémentation EKF et le programme d'un estimateur d'attitude d'un corps rigide se déplaçant dans l'espace 3D avec un mouvement accéléré. La mécanisation d'INS est la base de ces deux programmes.

Les différentes erreurs de l'état du système sont analysées et comparées.

V.2-Generation des données brutes d'une centrale inertielle

V.2.1-Génération de la trajectoire de référence

Afin d'assurer que les techniques utilisées dans la mécanisation sont justes, on a supposé une trajectoire sous forme d'un cercle défini dans le repère NED qu'on a appelé trajectoire de référence, avec :

- Le vecteur accélération dans le repère de navigation est :

$$\begin{cases} a^N = -\omega v_s \sin \psi & \text{Nord} \\ a^E = -\omega v_s \cos \psi & \text{East} \\ a^D = 0 & \text{Down} \end{cases}$$

- $\omega = \frac{2\pi}{T}$; $T = 300\pi$ (période)
- $v_s = 300\text{m/s}$ (Vitesse sol)
- ψ « cap » = varie ; ϕ « roulis » = 0 ; θ « tangage » = 0
- $\dot{\psi} = \omega$; $\dot{\phi} = 0$; $\dot{\theta} = 0$

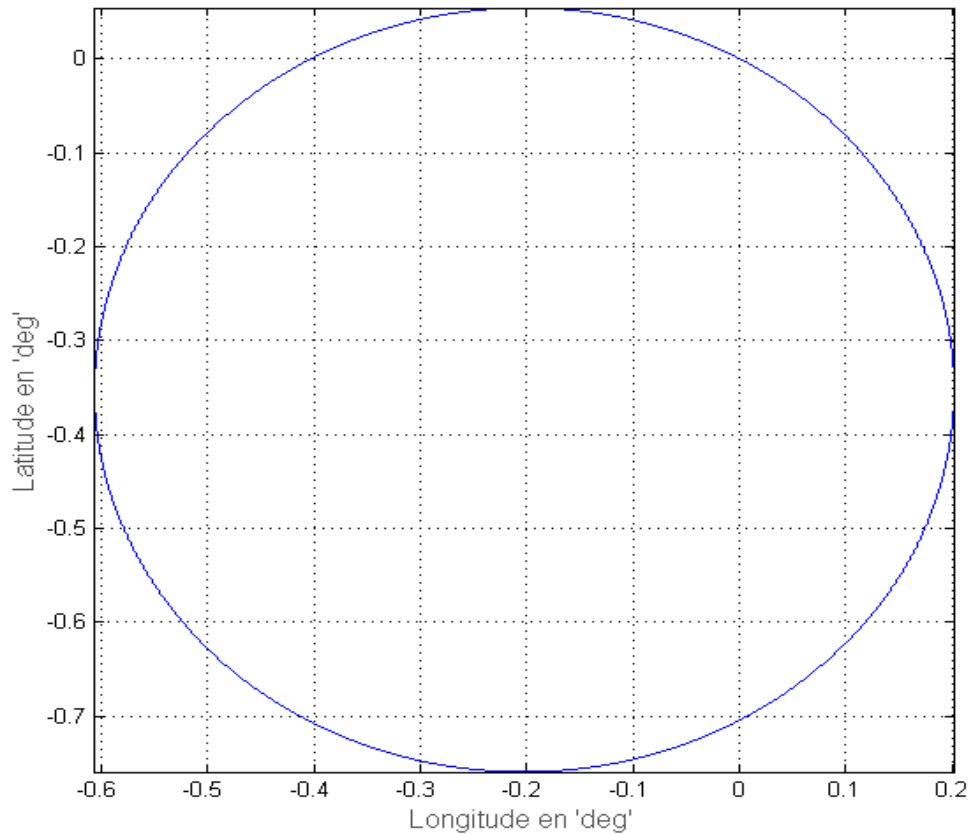


Figure V -1 : Trajectoire de référence

V.2.2-Génération des données idéales d’une centrale inertielle

A partir de la trajectoire de référence, nous pouvons déduire les données idéales d’une centrale inertielle comme suit :

$$\omega_{ib}^b = \omega_{in}^b + \omega_{nb}^b \tag{V-1}$$

$$f_{ib}^b = C_n^b(\dot{v}^n + 2\Omega_{ie}^n + \Omega_{en}^n)V^n) + g^n \tag{V-2}$$

Une fois f_{ib}^b et ω_{ib}^b obtenus, on démarre la mécanisation en utilisant la méthode du quaternion.

V.2.3-Génération de la trajectoire GPS

A partir de la trajectoire référence, on a obtenu la trajectoire GPS en ajoutant un bruit GPS a la positon de référence.

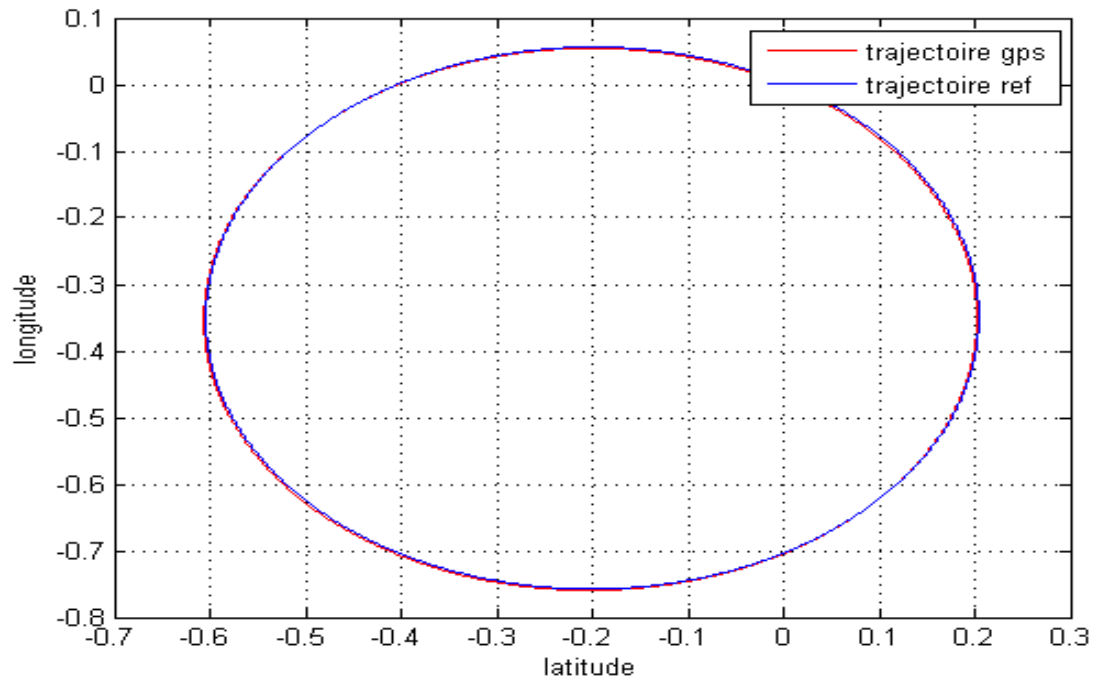


Figure V-2 : trajectoire GPS

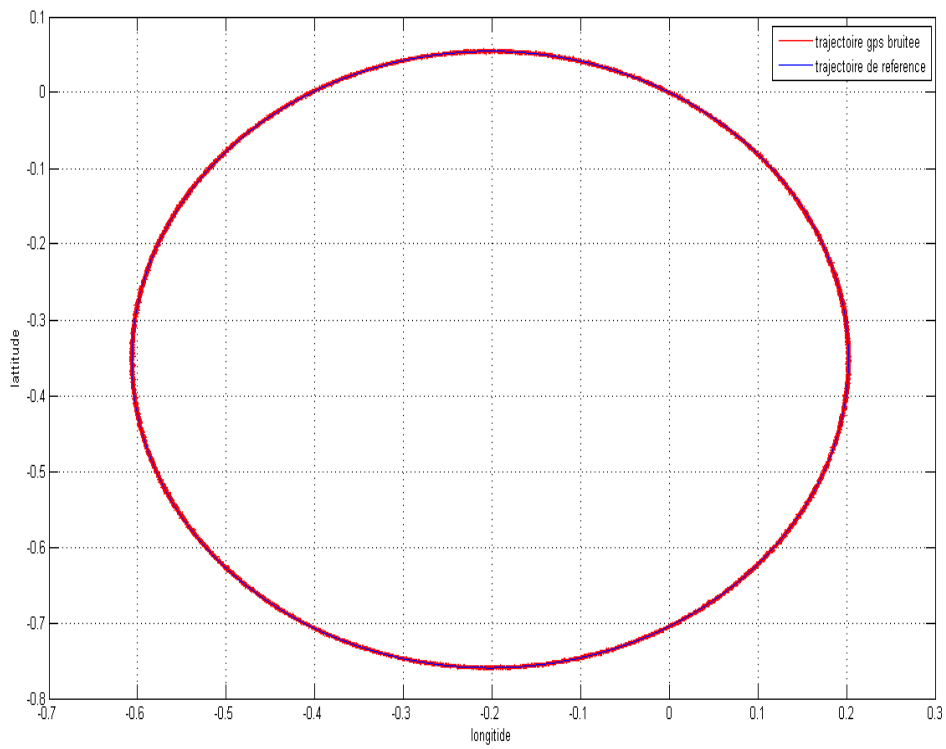


Figure V-3 : trajectoire GPS bruités

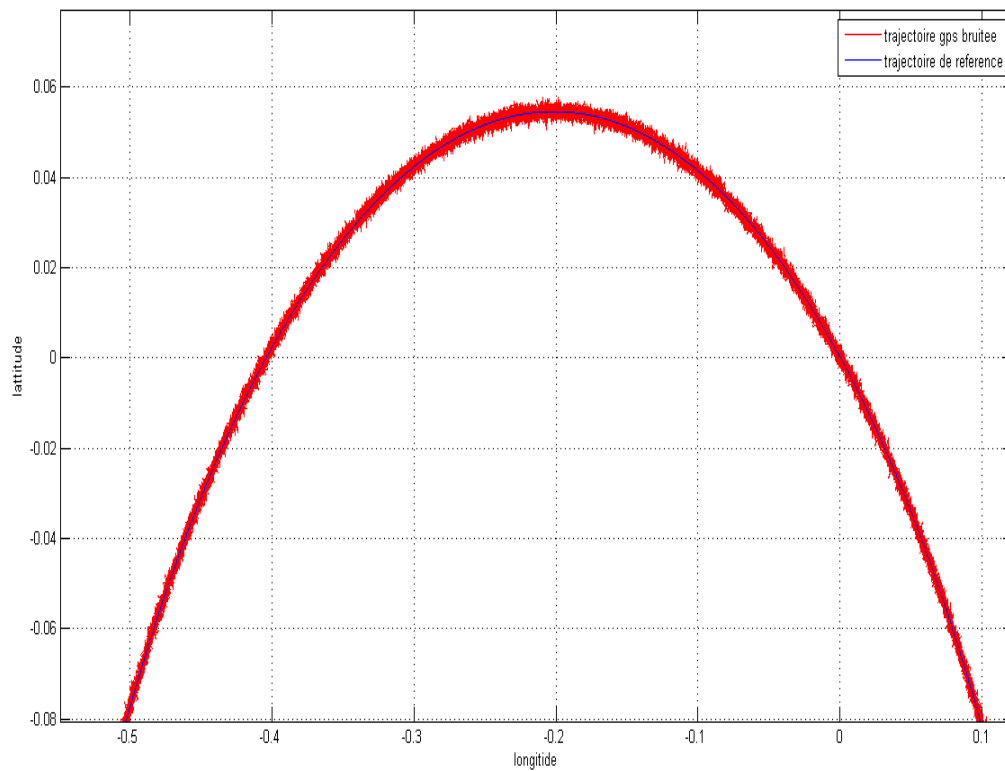


Figure V-4 : trajectoire GPS bruités (zoom)

V.2.4-Les données bruités d'une centrale inertielle

Les types et la nature des erreurs ont été expliqués et détaillés dans le premier chapitre. Dans notre travail nous avons ajouté un biais accélérométrique de 0.1m/s^2 pour l'accélération f_{ib}^b et un biais de 0.01rad/s pour ω_{ib}^b c.à.d d'après les équations (V-1) et (V-2), nous écrivons :

$$f_{ib_m}^b = f_{ib}^b + 0.1\text{rand}(3,1) \quad (\text{V-3})$$

$$\omega_{ib_m}^b = \omega_{ib}^b + 0.01\text{rand}(3,1) \quad (\text{V-4})$$

V.3-Resultats de mécanisation

D'après le système des équations différentiels (I-19), et les données générées à partir de la trajectoire de référence, nous avons obtenus les résultats suivants :

V.3.1-Mécanisation pour des données idéals

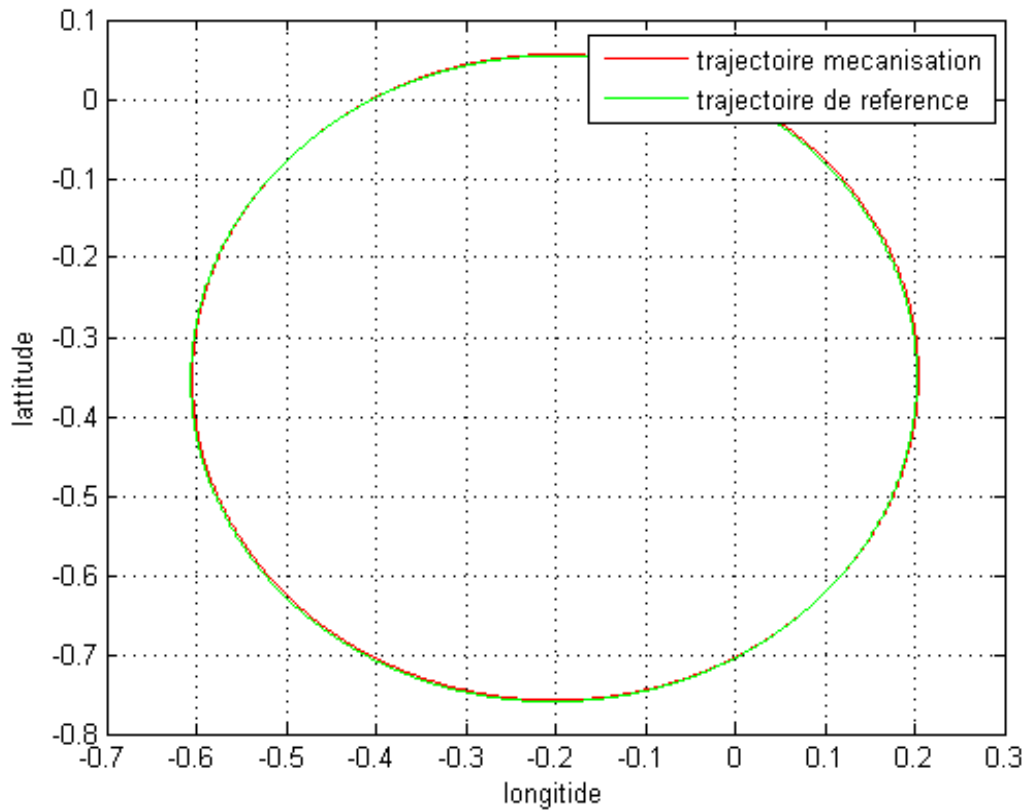


Figure V-5 : Trajectoire de référence et trajectoire estimée par mécanisation

D’après la figure (V-5), on remarque que les deux trajectoires sont confondues.

V.3.2-Mécanisation pour des données réelles (bruitées)

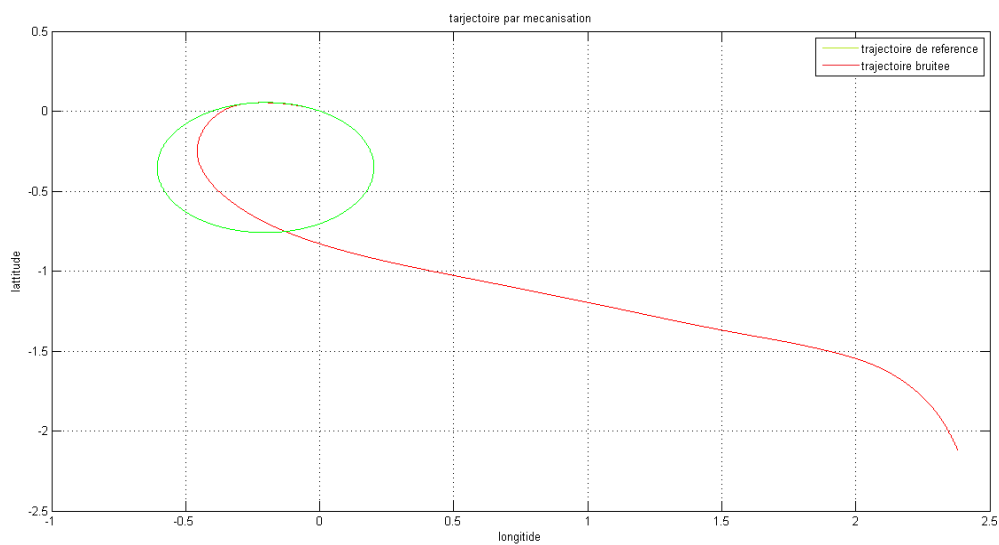


Figure V-7 : Comparaison entre la trajectoire de référence et la trajectoire bruitée

D'après les figures ci-dessus, on voit clairement une divergence de la trajectoire étudiée lors de l'injection du bruit (w_{ib}^b et f_{ib}^b bruitées).

V.4-Estimations des erreurs par EKF et OGG

Après avoir créé un modèle proche de la réalité, on va appliquer les filtres, EKF et OGG sur notre système pour estimer les erreurs attachées au système INS.

V.4.1-Estimation par EKF

Nous allons présenter dans cette partie, les estimations de position, vitesse, attitude ainsi que les déviations standards en boucle ouverte et en boucle fermée.

Les biais sont donnés par :

$$cab = [10^{-1}, 10^{-1}, 10^{-1}]$$

$$cgb = [10^{-2}, 10^{-2}, 10^{-2}]$$

La matrice diagonale de densité spectrale est donnée par :

$$Q = \text{diag}(q)$$

$$q = [10^{-1}, 10^{-1}, 10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-5}, 10^{-3}, 10^{-6}, 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-6}]$$

La matrice de covariances sur les bruits de mesure est donnée par :

$$R = \text{diag}(y)$$

$$y = [10^{-2}, 10^{-2}, 10^{-2}, 10^{-2}, 10^{-2}, 10^{-2}]$$

les valeurs de vecteur d'état $\delta\hat{x}_0^+$ et la matrice de covariance p_0^+ sont initialisées à 0.

Nous rappelons qu'une correction sera faite une fois qu'une observation GPS soit disponible. En absence de l'information GPS, le filtre restera en boucle de prédiction.

V.4.1.1-Boucle ouverte

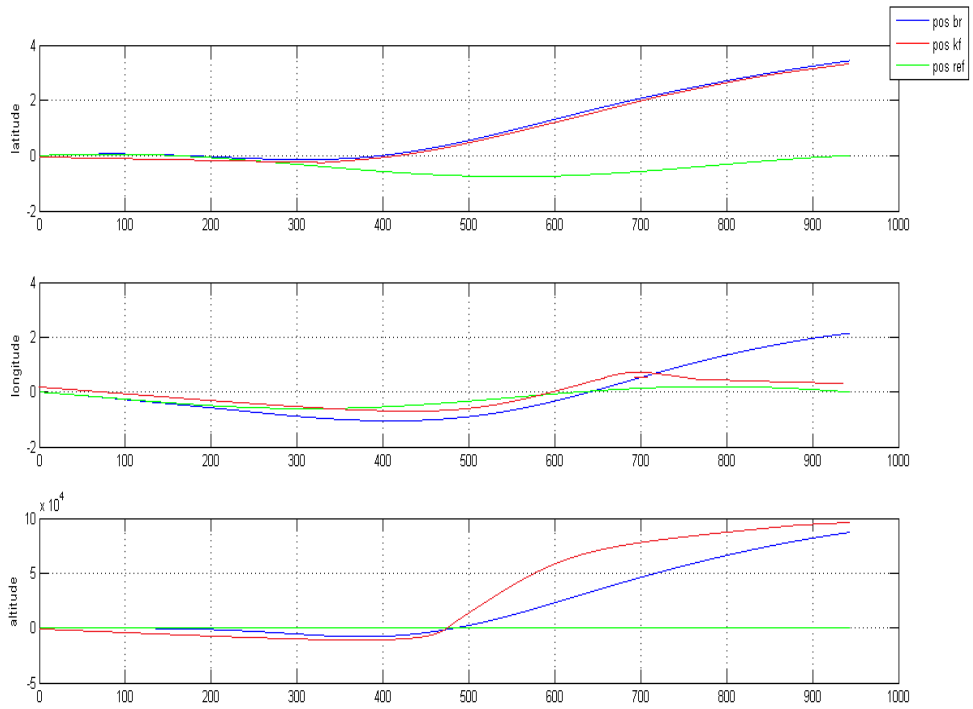


Figure V-8 Position en boucle ouverte

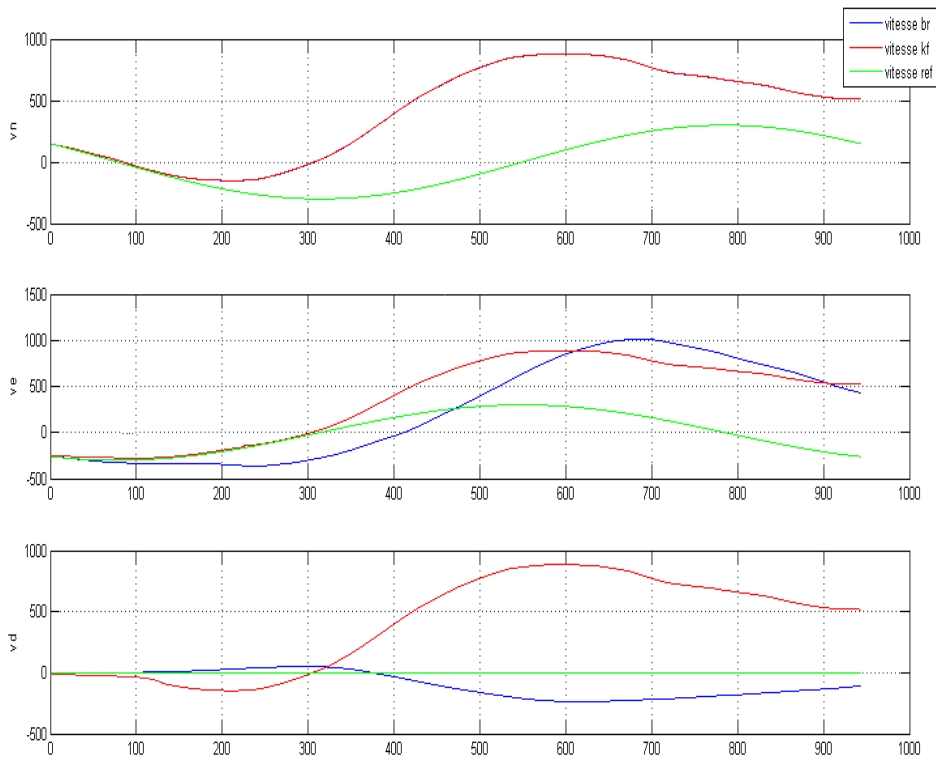


Figure V-9 : Vitesse en boucle ouverte

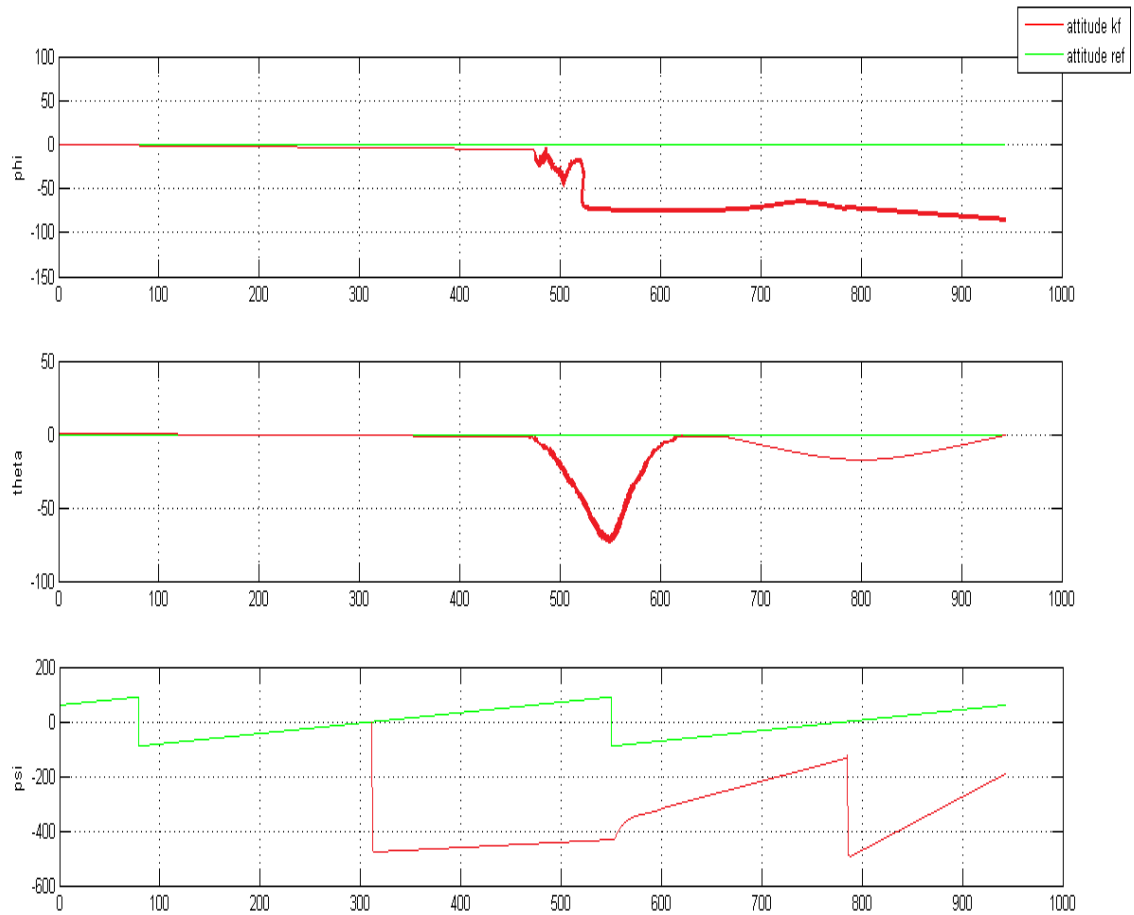


Figure V-10 : attitude en boucle ouverte

En comparant les courbes obtenues par l'EKF avec celles bruitées et celles de référence, on voit que notre filtre a relativement bien estimé la position, la vitesse et l'attitude.

Après un certain temps, on remarque une divergence, cette dernière est due à l'accumulation des erreurs due à l'augmentation de nombre de calcul.

La déviation standard

La diagonale la matrice de covariance d'erreur contient la variance de l'erreur d'estimation de chacun des états du système. Ainsi, le tracer de ces variances des erreurs représente la déviation standard de chaque élément de ces variances et constitue par le fait même un indicateur de la stabilité du filtre.

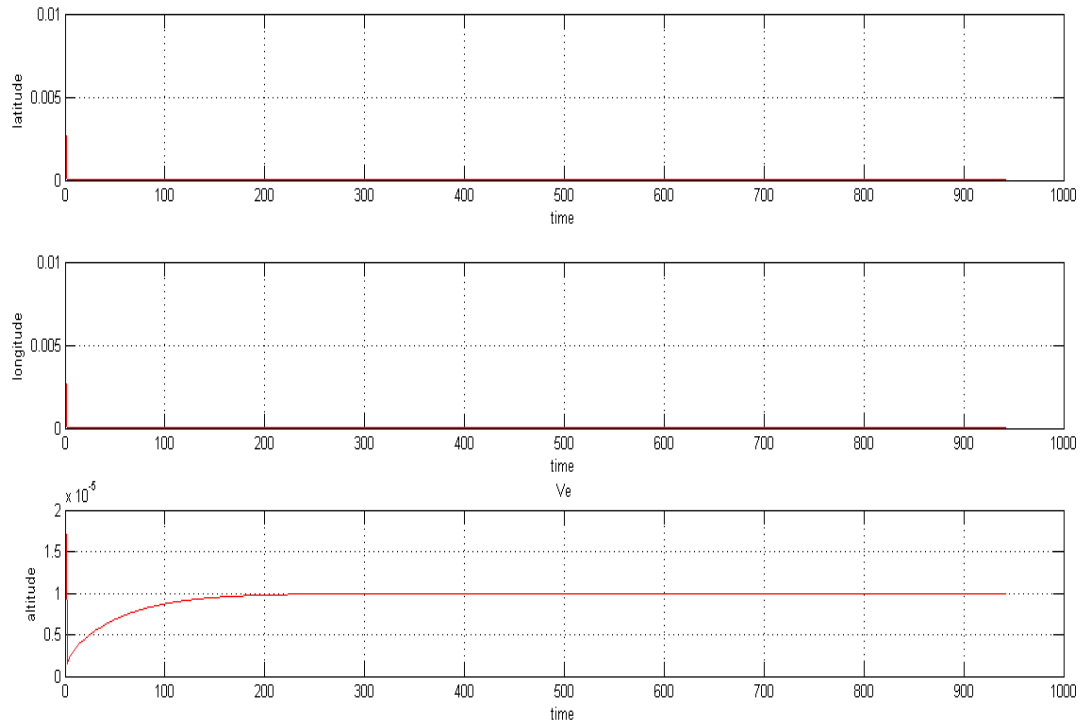


Figure V-11 : Déviation standard de la position

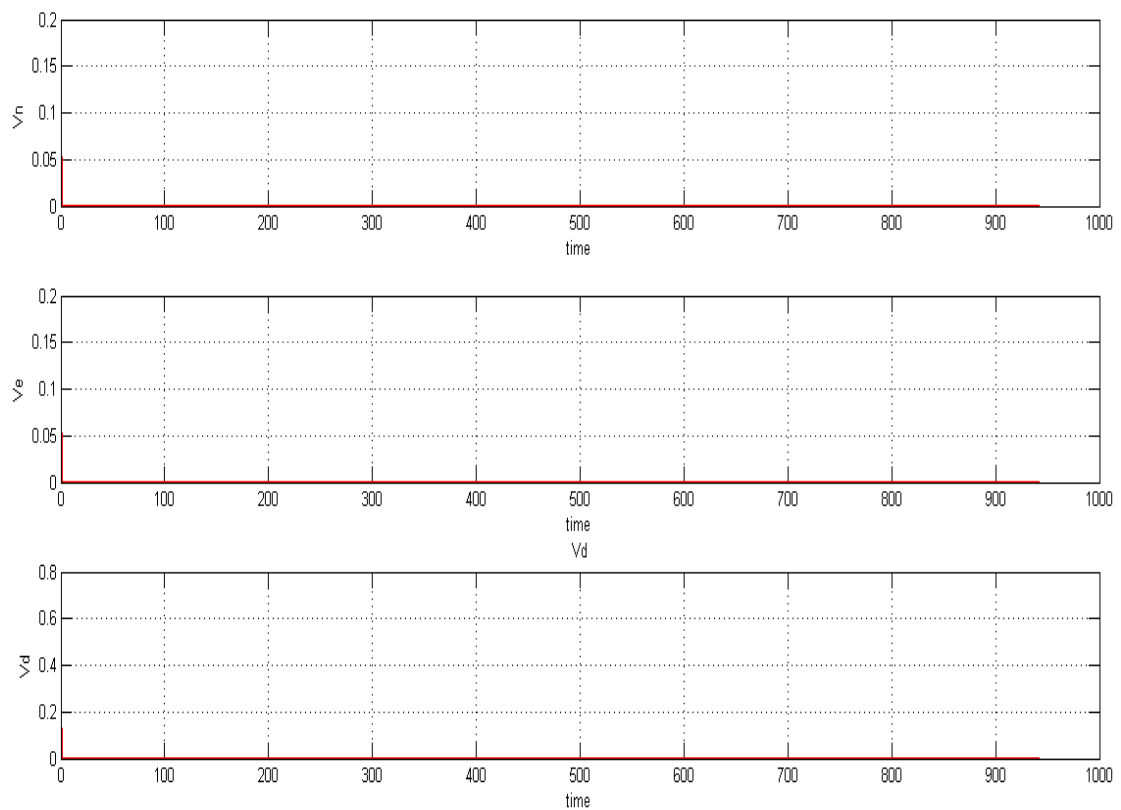


Figure V-12 : Déviation standard de la vitesse

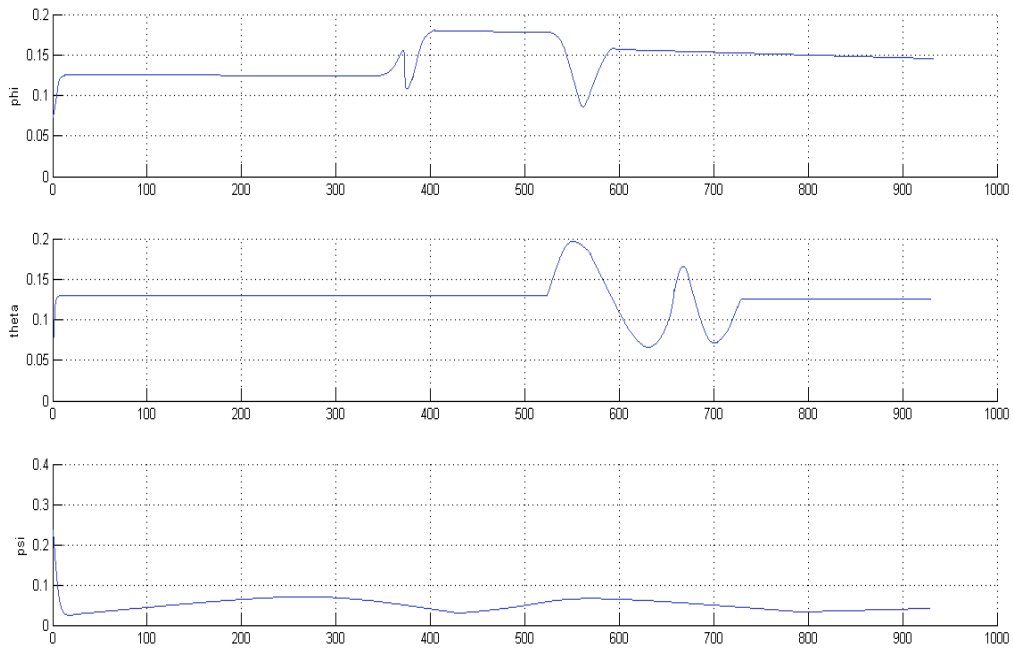


Figure V-13 : Déviation standard de l'attitude

On voit que la déviation standard est stable et tend vers une constante à chaque fois soit pour la position, la vitesse ou pour l'attitude. Donc notre filtre est stable.

V.4.1.2-Boucle fermée

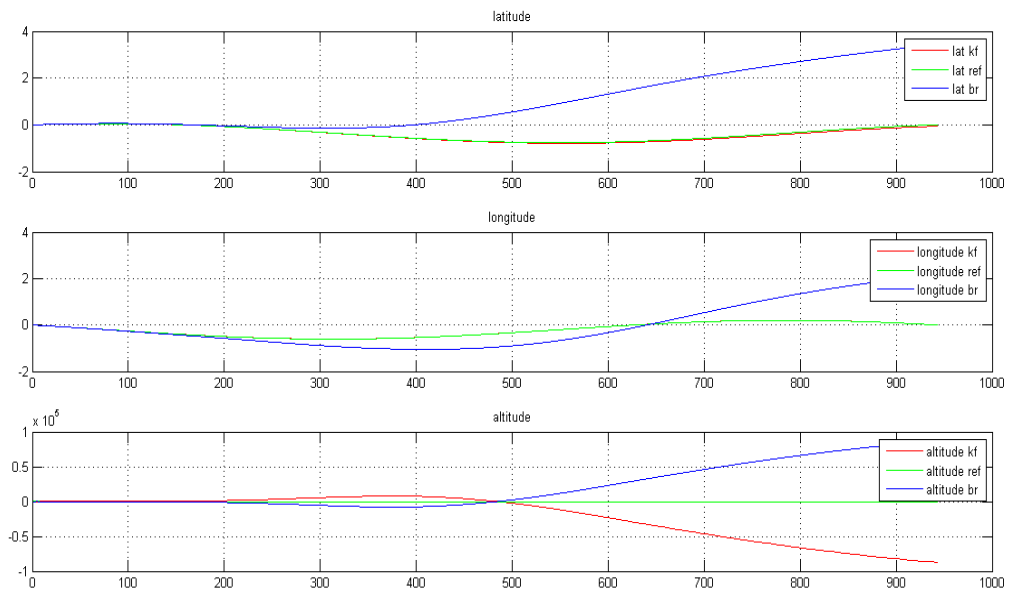


Figure V-14 : Position en boucle fermée

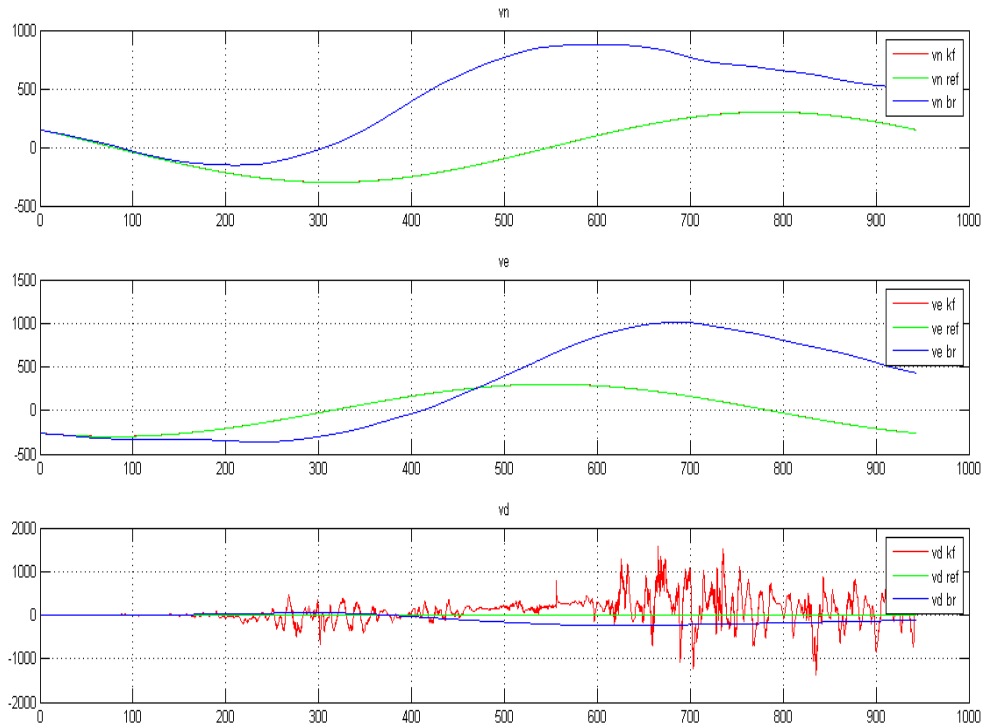


Figure V-15 : Vitesse en boucle fermée

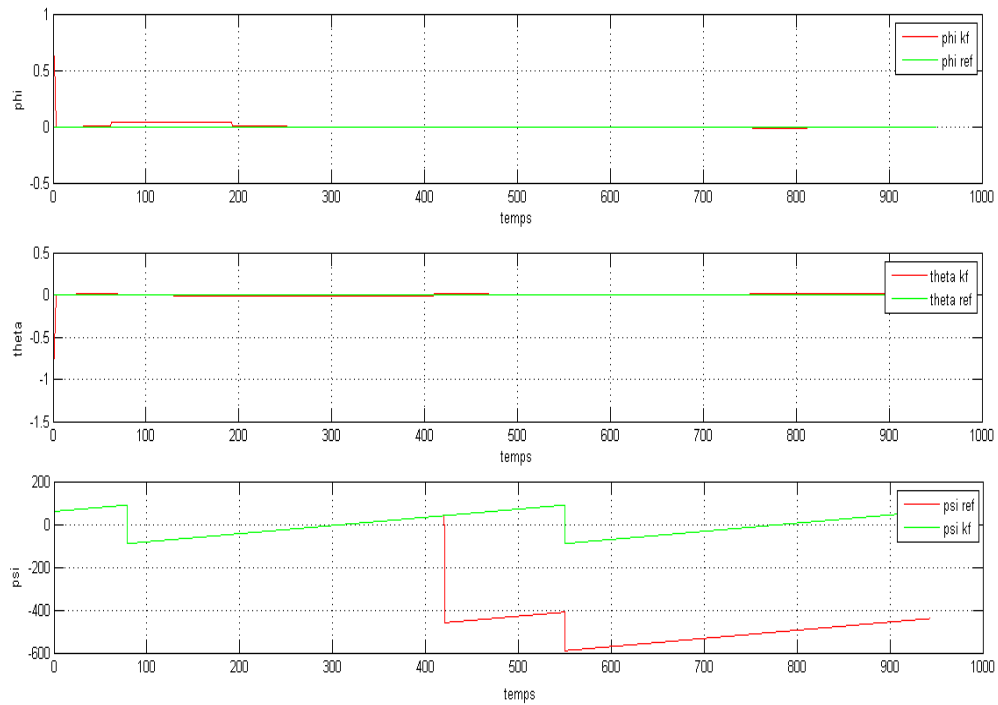


Figure V-16 : Attitude en boucle fermée

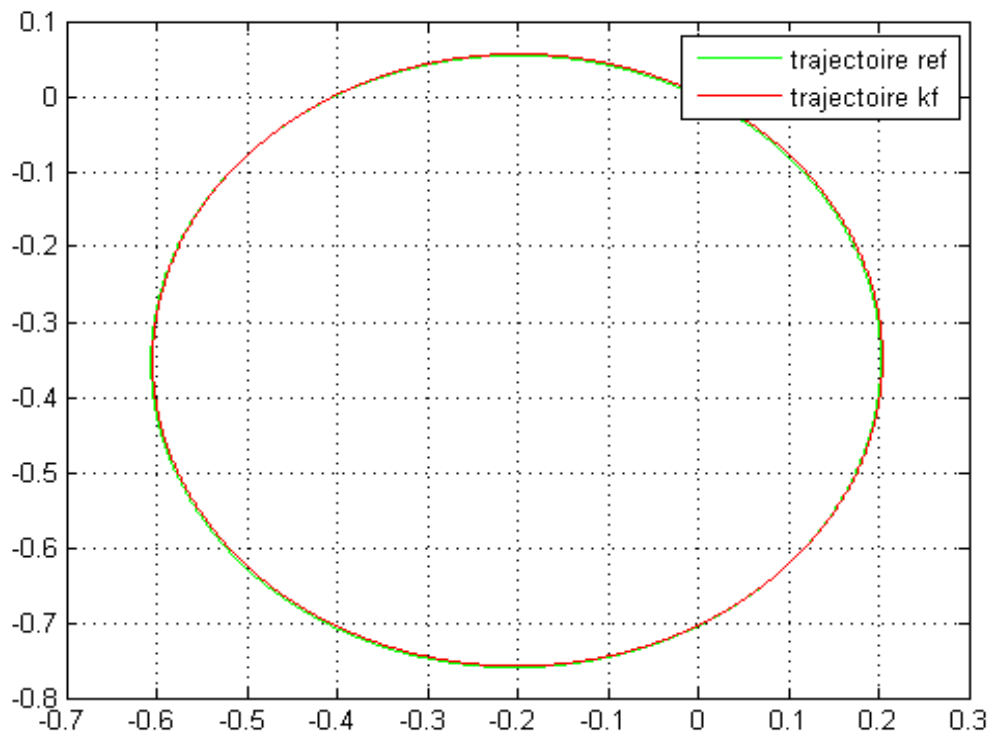


Figure V-17: Comparaison entre la trajectoire de référence et la trajectoire obtenue

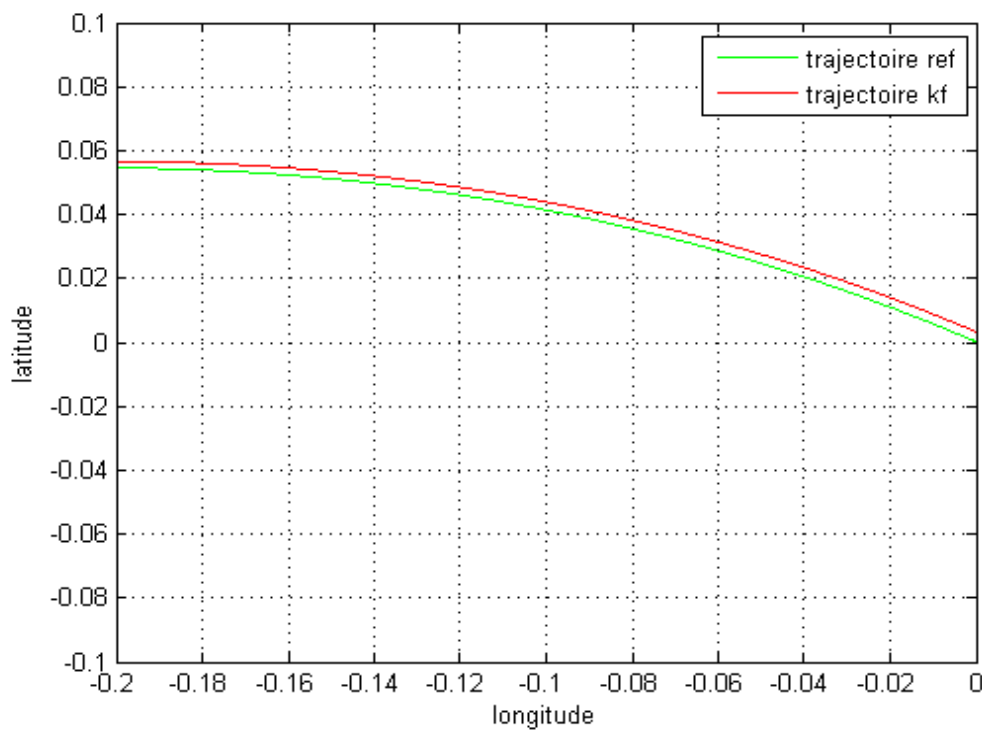


Figure V-18 Comparaison entre la trajectoire de référence et la trajectoire obtenue en boucle fermée (zoom)

En analysant les courbes obtenues en boucle fermées et après les avoir comparées avec celles de référence, on remarque que l'EKF en boucle fermée a très bien estimé la position et la vitesse. On remarque des oscillations en ce qui concerne l'altitude h et une petite divergence concernant v_D . Ces deux sont dues à la gravité, c'est pour ça, l'avion est équipé de plusieurs instruments en plus spécialisés dans la navigation verticale.

Pour l'attitude, on remarque une divergence relativement importante dans les deux cas (boucle ouverte et boucle fermée). Cela peut être expliqué par la forte dérive et au mauvais alignement.

La déviation standard

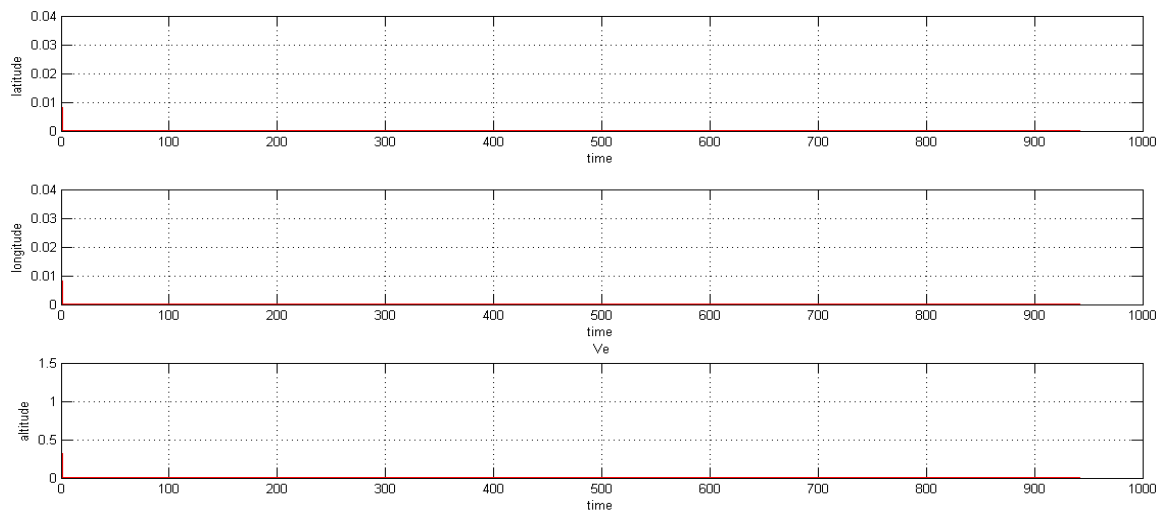


Figure V-19 : Déviation standard de la position

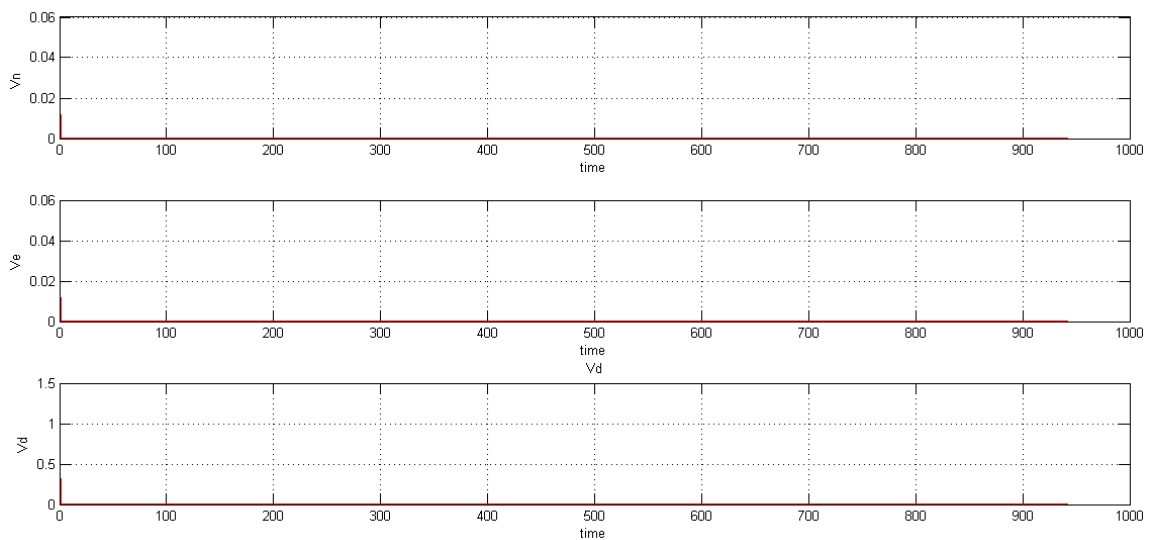


Figure V-20 : Déviation standard de la vitesse

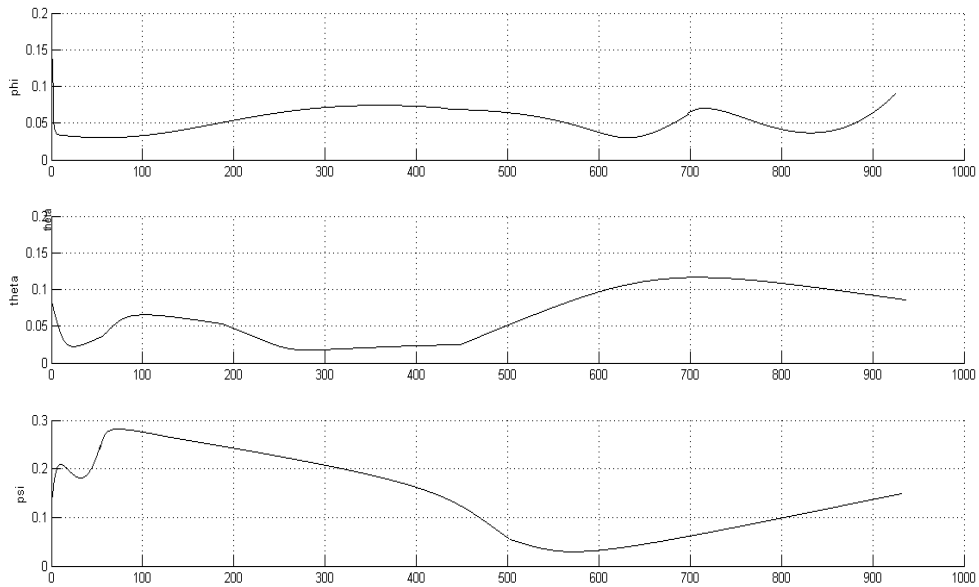


Figure V-21 Déviation standard de l'attitude

On voit que la déviation standard est stable et tend vers une constante à chaque fois soit pour la position, la vitesse ou pour l'attitude. Donc notre filtre est stable.

V.4.1.3- Comparaison entre la boucle ouverte et la boucle fermée

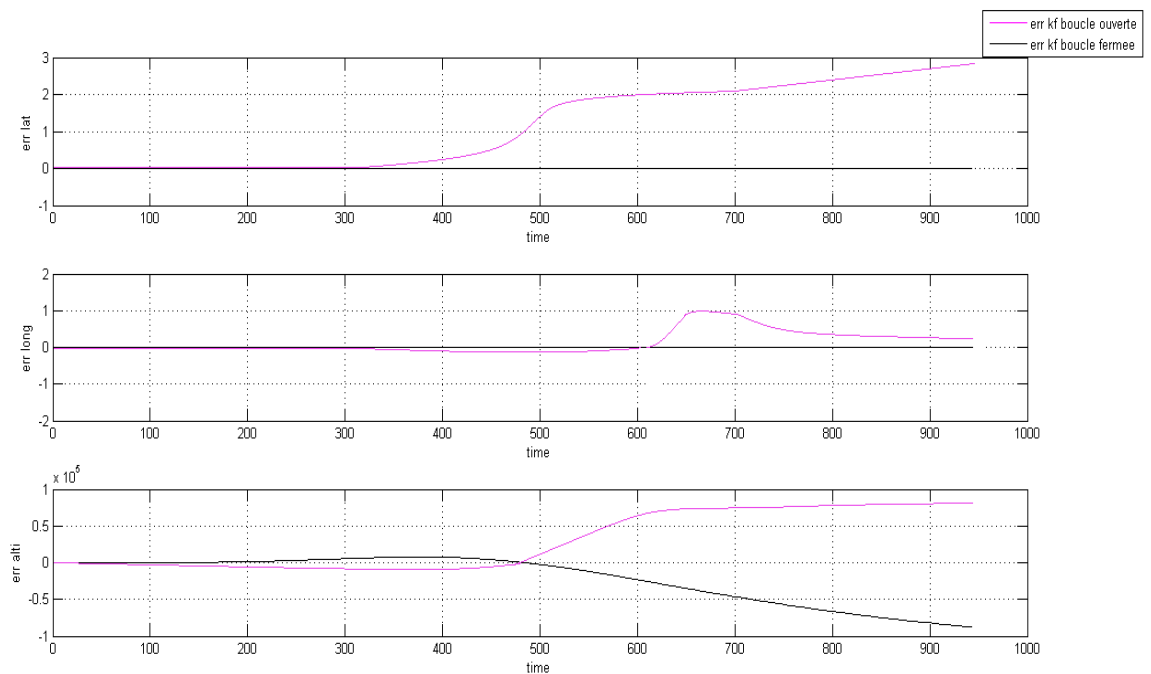


Figure V-22 : Comparaison entre la variation d'erreur de la position en boucle ouverte et en boucle fermée

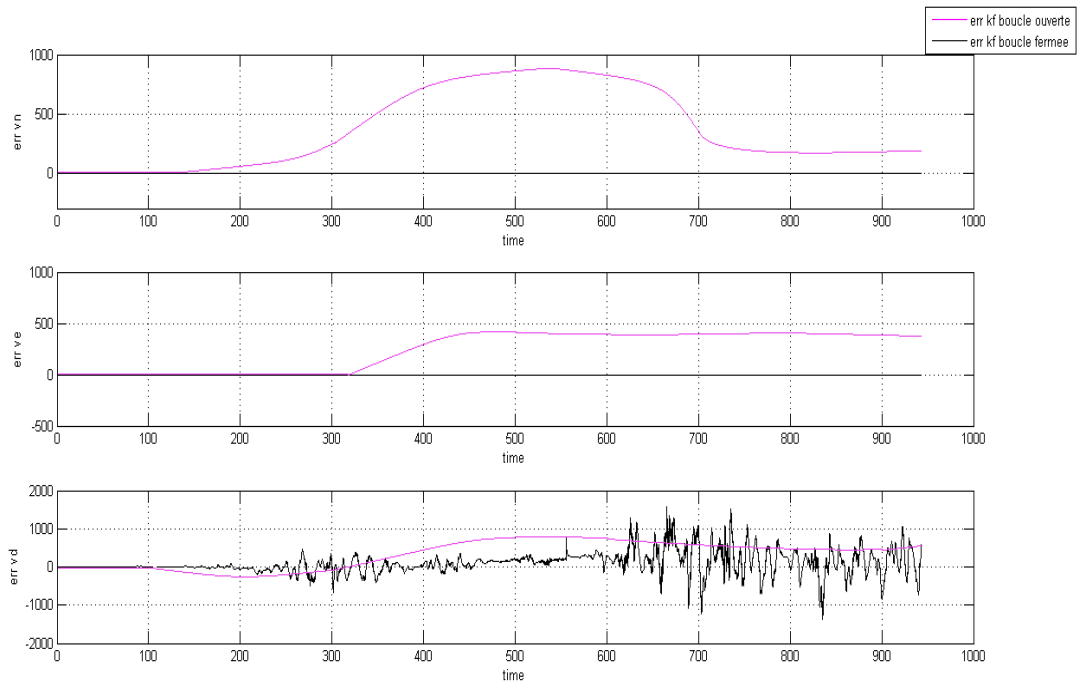


Figure V-23 : Comparaison entre la variation d'erreur de la vitesse en boucle ouverte et en boucle fermée

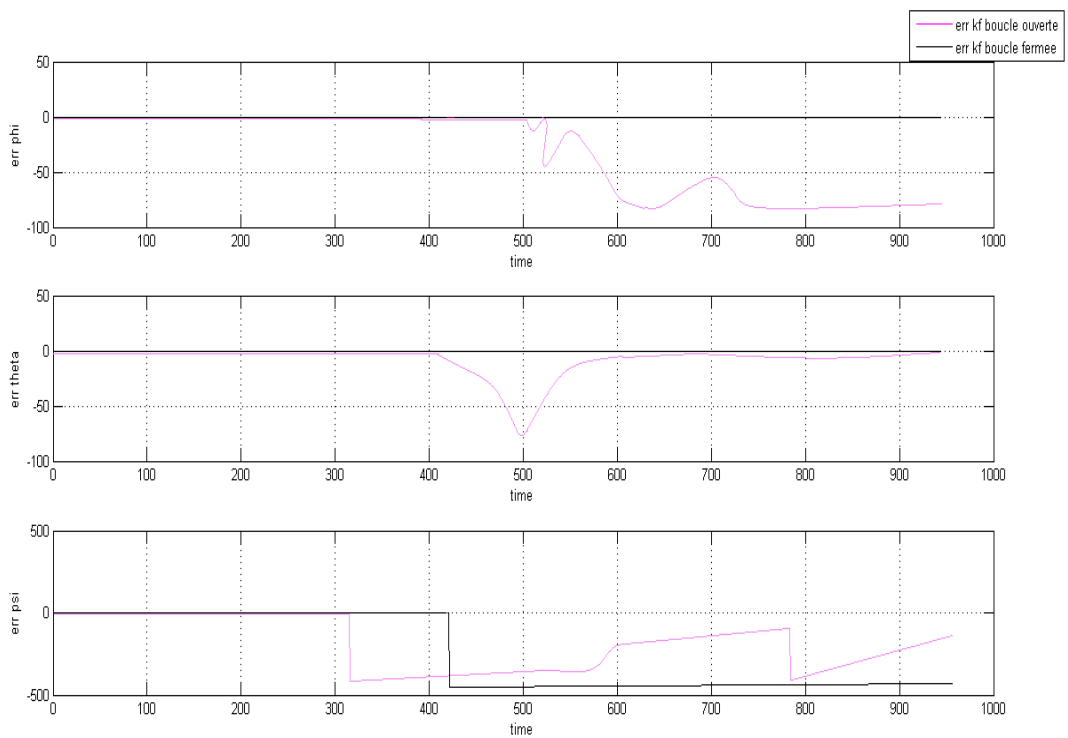


Figure V-24 : Comparaison entre la variation d'erreur de l'attitude en boucle ouverte et en boucle fermée

D'après les figures de comparaison d'erreur du filtre EKF en boucle ouverte et en boucle fermée, on voit clairement une erreur qui tend vers le 0 à chaque fois (position, vitesse et attitude) dans la boucle fermée et une erreur qui augmente avec le temps dans la boucle ouverte.

Donc l'EKF en boucle fermée a une meilleure performance que l'EKF en boucle ouverte, car en boucle fermée le filtre corrige continuellement non seulement les paramètres de sortie (position, vitesse et attitude) mais aussi les paramètres d'entrée (f_{ib} et ω_{ib}).

V.4.2-Estimation par OGG

Pour la simulation d'observateur grand gain, les conditions initiales choisies sont :

$$\tilde{Q} = (\tilde{\eta}, \tilde{q}), \tilde{\eta}(0)=0, \tilde{q}(0) = [1,0,0]^T.$$

$$\hat{Q} = (\hat{\eta}, \hat{q}), \hat{\eta}(0)=1, \hat{q}(0) = [0,0,0]^T.$$

$\hat{v} = [0,1,0]^T$, avec un champ magnétique normalisé $r_1 = [0.18; 0; 0.45]G$. Les gains utilisés sont- :

$$k_1=1.$$

$$\gamma_1=10.$$

$$\gamma_2=10.$$

Les résultats obtenus sont affichés sous forme de figures ci-dessous.

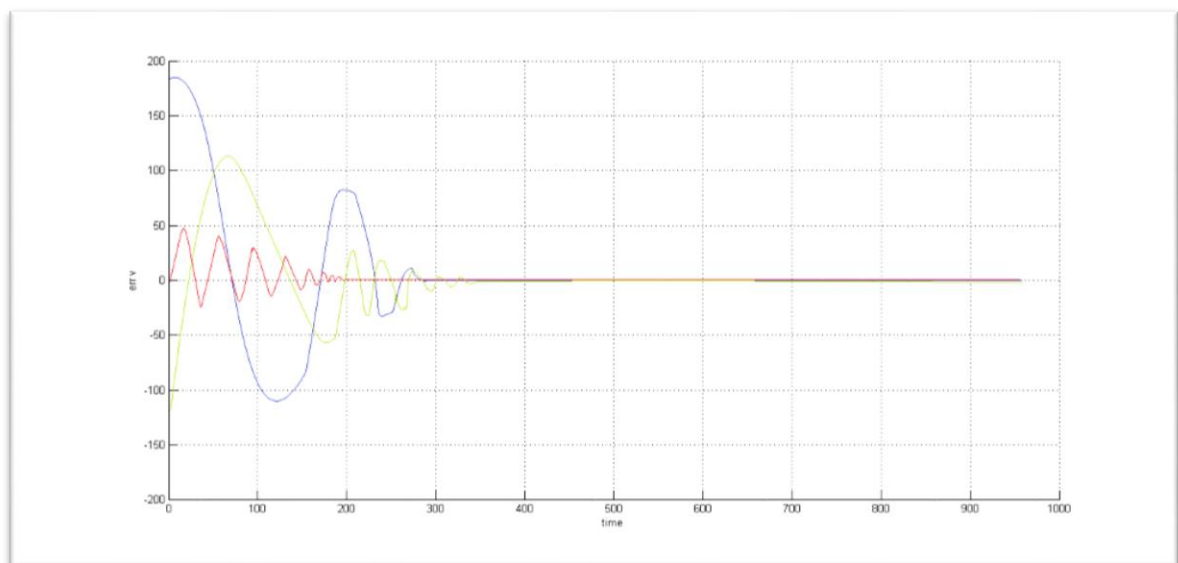


Figure V-25 : erreur de la vitesse \tilde{v}

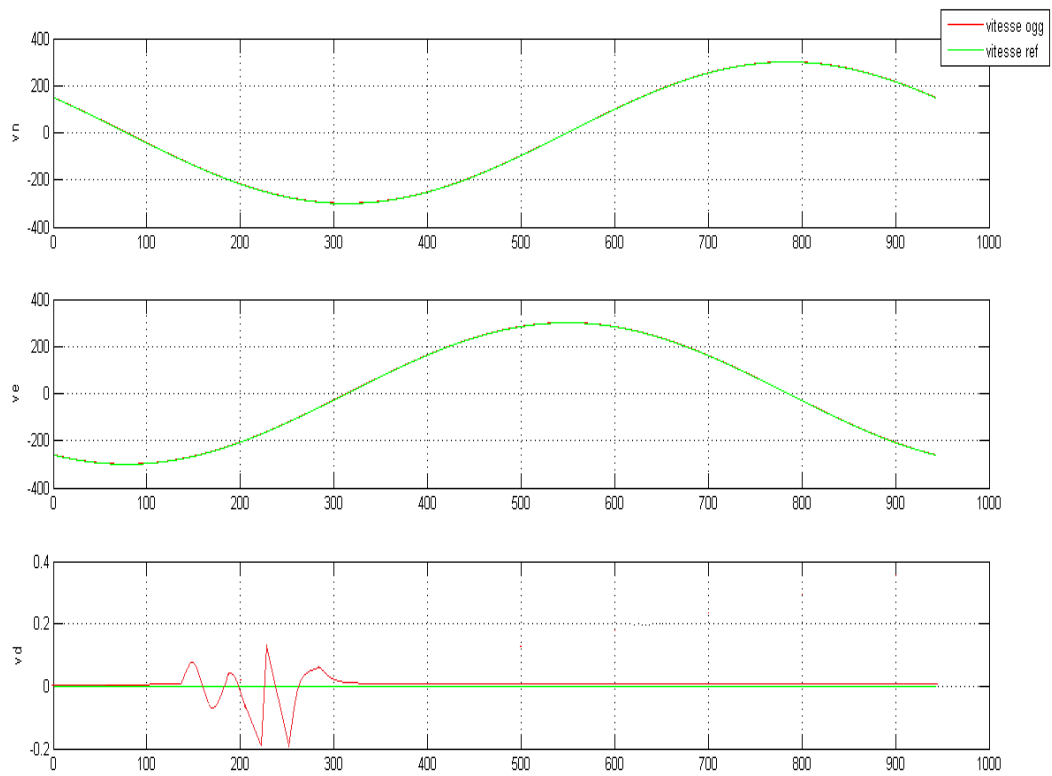


Figure V-26 : Vitesse estimée \hat{v}

D'après la figure (V-25), on voit que après $t \approx 400s$, l'erreur tend vers 0. Donc la vitesse estimée \hat{v} converge vers la vitesse de référence.

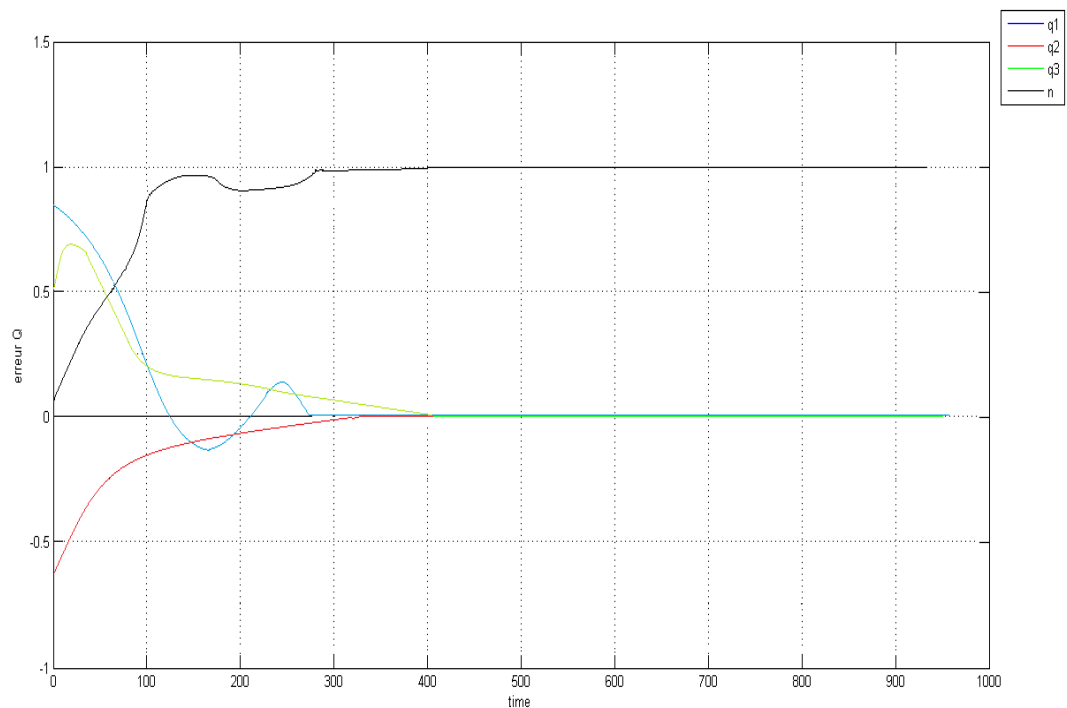


Figure V-27 : erreur d'attitude \tilde{Q}

On remarque que l'erreur \tilde{q} ($\tilde{q} = [\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \tilde{q}_3]$) tend vers 0 et $\tilde{\eta}$ tend vers 1, alors la relation $|Q| = \sqrt{\eta^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} = 1$ est satisfaite.

On utilise la matrice suivante :

$$C_b^n = \begin{bmatrix} q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2 & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & 2(q_2q_3 + q_1q_4) \\ 2(q_2q_3 + q_1q_4) & q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 - q_4^2 & 2(q_3q_4 + q_1q_2) \\ 2(q_2q_4 + q_1q_2) & 2(q_3q_4 + q_1q_2) & q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix} \quad (V-5)$$

Pour déduire les angles d'attitude comme suit :

$$\text{Roulis} = -\tan^{-1} \left[\frac{C_b^n(3,1)}{C_b^n(3,3)} \right] \quad (V-6)$$

$$\text{Tangage} = \sin^{-1}[C_b^n(3,2)] \quad (V-7)$$

$$\text{Lacet} = -\tan^{-1} \left[\frac{C_b^n(1,2)}{C_b^n(2,2)} \right] \quad (V-8)$$

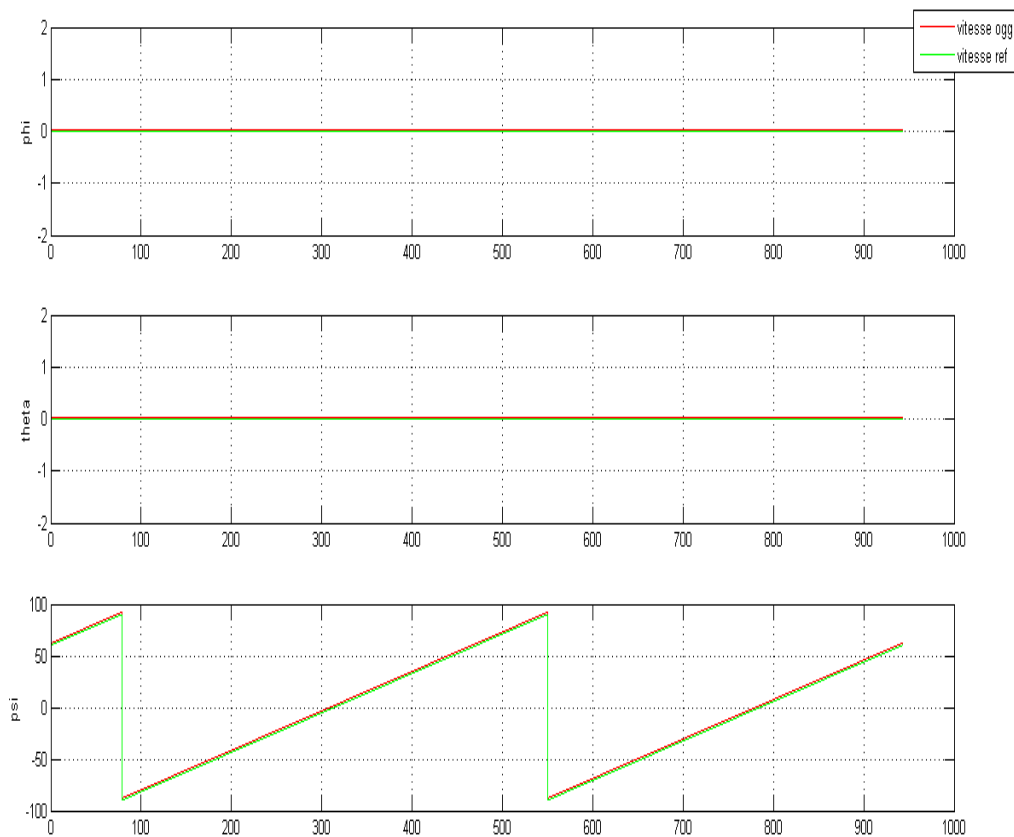


Figure V-28 : Attitude estimée

V.5-Comparaison entre estimation d'attitude par EKF et OGG

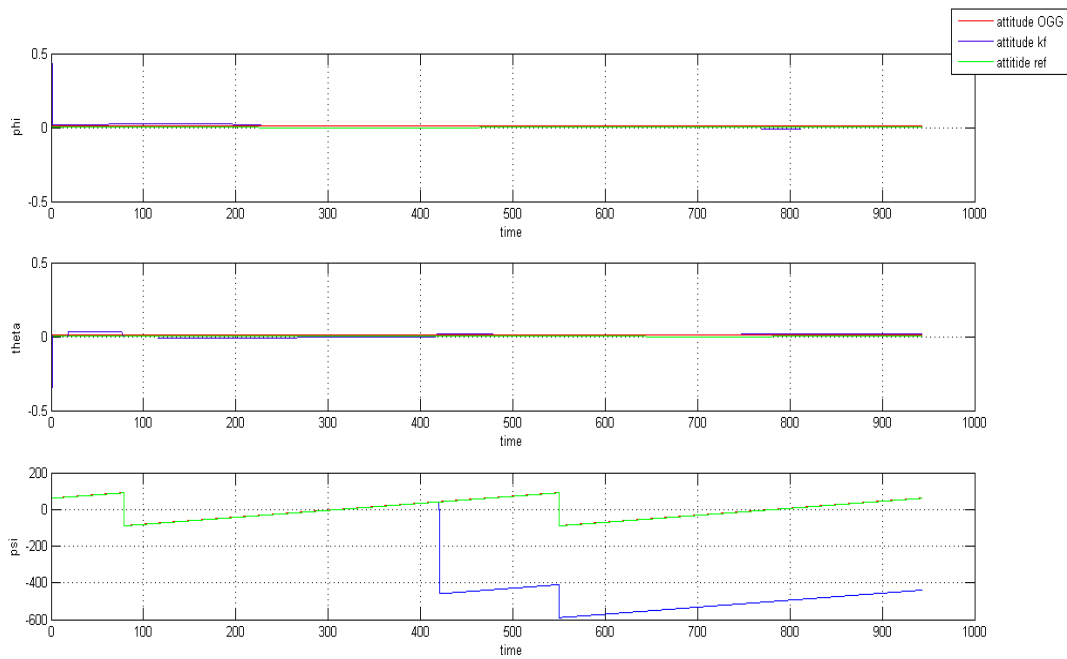


Figure V-29 : Comparaison d'attitude estimée par EKF et OGG

V.5-Conclusion

Le but de ce chapitre est de comparer les performances des deux observateurs pour la fusion INS/GPS en se basant sur l'évolution de la dynamique d'erreur.

On a remarqué que les deux filtre ont garanti la convergence et la stabilité du système dynamique mais on voit clairement que le filtre OGG a très bien estimé l'attitude par rapport au EKF , donc on peut dire que l'observateur à grand gain et plus performant dans notre étude que filtre de kalman étendue qui nécessite de calculer la matrice jacobéenne pour linéariser le système .Mais contrairement au EKF, l'OGG est un estimateur d'attitude qui ne permet pas de corriger les mesures de gyroscope et d'accéléromètre ainsi que l'estimation de la position.

CONCLUSION GENERALE

Le travail présenté dans ce mémoire a pour objet, l'étude et la mise en œuvre de méthodes de fusion d'information pour l'estimation d'attitude d'avion.

L'approche étudiée est la comparaison entre deux estimateurs, le filtre de Kalman étendu et l'observateur grand gain pour la fusion des mesures fournies par le système inertiel (INS) et le système de positionnement global (GPS).

Dans le premier chapitre, nous avons abordé le système de navigation inertiel (INS) et le système de positionnement global (GPS), ainsi que l'hybridation de ces deux systèmes. Cependant, le positionnement d'un mobile nécessite un ou plusieurs systèmes de coordonnées que nous allons les définir au début du chapitre.

Le chapitre deux, est un aperçu sur les observateurs d'états. Nous avons défini la conception d'un observateur d'état. Puis, nous citons quelques observateurs d'état pour les systèmes linéaires et les systèmes non linéaires tel que les observateurs à grand gain qui sont largement utilisés pour l'estimation de l'attitude des véhicules aériens.

Dans le troisième chapitre, nous présenteront un modèle hybride INS/GPS, étudieront le filtre de Kalman en détail et modéliseront les erreurs inertielles.

Dans le quatrième chapitre, nous allons présenter un nouvel estimateur d'attitude d'un corps rigide en mouvement accéléré basés sur les données INS et GPS.

Dans le dernier chapitre qui a été notre partie pratique, nous avons élaboré un premier programme représentant l'application du filtre de Kalman en boucle ouverte et en boucle fermée, ainsi qu'un deuxième programme concernant l'OGG. Nous avons comparé les performances de notre observateur avec celles du filtre EKF. De meilleurs résultats ont été obtenus avec notre estimateur proposé.

Alors on propose pour des futurs projets, d'intégrer l'observateur grand gain pour l'estimation d'attitude tenant compte de ses inconvénients.

Bibliographie

[1] Philippe Lavoie. *“Système de navigation hybride GPS/INS à faible coût pour la navigation robuste en environnement urbain”*. Mémoire présenté à l'école de technologie supérieure, Québec, comme exigence partielle à l'obtention de la maîtrise en génie électrique. (2012).

[2] .COMTOIS-RIVET < système de navigation inertielle par filtrage de KALMAN indirect pour un sous-marin d'inspection Robotisé > école de technologie supérieure, université du Québec , mars 2012.

[3] Aboelmagd Nour eddine ; Tashfeen B.Karamat; Jacques Georgy < Fundamentals of inertial Navigation, Sattelite-based positioning and their Integration > Springer-verlag Berlin Heidel berg.2013.

[4] Guide pour le positionnement GPS , (Juillet 1993) , Troisième impression, avec correction, avril 1998.

[5] . De Boer.j ; < capteurs MEMS : optimisation des méthodes de traitement capteurs, de navigation et hybridation > l'institut national polytechniques de Toulouse, janvier 2010.

[6] Meche Abdelkrim, thèse doctorat (Le filtre de Kalman et ses applications à la poursuite et à la détection de voies), USTO ,2013.

[7] Dr. KENDOUCI KHEDIDJA , SUPPORT DE COURS ,ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES CONTINUS DANS L'ESPACE D'ÉTAT ,USTO.

[8] Y. Bar-Shalom, X. R. Li, and T. Kirubarajan. Estimation with application to Tracking and Navigation : Theory, Algorithms and Software. John Wiley & Sons, New York, 2001.

[9] D. Simon. Optimal State Estimation. John Wiley and Sons, first edition, 2006.

[10] T.C. Wang and P.K. Varshney. Measurement preprocessing for nonlinear target tracking. IEE Proceedings-F, 140 :316_322, October 1993.

[11] Dr Estelle Cherrier, thèse Estimation de l'état et des entrées inconnues pour une classe des systèmes non linéaires, octobre 2006.

[12] R. Hermann and A.J. Krener. Nonlinear controllability and observability. Automatic Control, IEEE Transactions on, 22(5) :728–740, Oct 1977.

[13] R.D. Nardi and O.E. Holland. Coevolutionary modelling of a miniature rotorcraft. Intelligent Autonomous Systems 10 : IAS-10, page 364, 2008.

[14] G. Besançon. Nonlinear observers and applications. Lecture Notes in Control and Information Sciences, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.

[15] Dr. Saliha bencheikh ,thèse de doctorat DEVELOPPEMENT D'UN SYSTEME POUR UN POSITIONNEMENT TEMPS REEL AMÉLIORÉ A BASE D'UN SYSTEME GNSS, Université Saad Dahleb Blida 1(iaes), juillet 2017.

[16] M. Staroswiecki, G. Hoblos, and A. Aitouche. Sensor network design for fault tolerant estimation. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 18(1) :55–72, 2004.

[17] G. Besançon. Remarks on nonlinear adaptive observer design. *Systems & control letters*, 41(4) :271–280, 2000.

[18] H.Y. Chou. Fault Diagnosis of the Heat Exchanger system using Unknown Input observer. Master of Applied Science, 2000.

[19] F.E. Thau. Observing the state of non-linear dynamic systems. *International Journal of Control*, 17(3) :471–479, 1973.

[20] S. Raghavan and J.K. Hedrick. Observer design for a class of nonlinear systems. *International Journal of Control*, 59(2) :515–528, 1994.

[22] AID Nassima < Simulation et realization d'un système Hybride INS/GPS, Application Aeronefs >;Institut d'aéronautique et étude spatial ; Blida,2015.

[23] Hua, M. D., — Attitude observers for accelerated rigid bodies based on GPS and INS measurements, || In Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference Shanghai, P.R. China, December 16-18, (2009)..

[24] Roberts, A. et Tayebi, A., — On the Attitude Estimation of Accelerating RigidBodies Using GPS and IMU Measurements, || In 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), Orlando, Florida, December 12-15 (2011), pp. 8088–8093

[25] Ahmad, I., El Hadri, A. et Benallegue, A., — Sliding Mode Based Attitude Estimation for Accelerated Arial Vehicles Using GPS/IMU Measurements, || In IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA, May 6-10 (2013), Karlsruhe, Germany.

[26] Vik, B. et Fossen, T., — A nonlinear observer for GPS and INS integration, || In IEEE Conference on Decision and Control, (2001), pp. 2956–2961

[27] Vasconcelos, J. F., Silvestre, C. et Oliveira, P., — A nonlinear GPS/IMU based observer for rigid body attitude and position estimation, || In IEEE Conference on Decision and Control, (2008), pp. 1255–1260.

[28] Bencheikh, S., Ibrir, S. et Boukraa, S., — Attitude observers for accelerated vehicles using IMU and GPS measurements, || In 12th

International MultiConference on Systems, Signals and Devices, March 16-19 (2015), Mahdia, Tunisia.

[29] Martin, P. et Salaun, E., — An invariant observer for earth-velocity-aided attitude heading reference systems, || In International Federation of Automatic Control IFAC World Congress, 2008, Seoul, Korea.