

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA

Faculté de technologies

Département d'Aéronautique

PROJET DE FIN D'ETUDES



Présenté par :

REZAGUI Mohamed AMINE

BOUGHDIRI Fouad

En vue de l'obtention du diplôme

MASTER en Aéronautique

Option CNS/ATM

Thème :

**COMMANDE DE VOL PREDICTIVE AVEC TOLERANCE DES
PERTURBATIONS EXTERNES.**

Devant le jury composé de :

Mr H.BENCHOUBANE,	Maître de conférences	Directeur de thèse
Mr L.BOUNATIROU,	Maître de conférences	Président
Mr M.LAGHA,	Maître de conférences	Rapporteur
Mme F.Z.DOUDOU,	Docteur	Examinatrice

Promotion: 2011-2012

الملخص

لقد تم تصميم نظام التحكم في الحركة الجانبية و الطولية لطائرات النقل من طراز ايرباس أ-300 و ذلك لاستيفائه شروط الجودة من اجل طيران مستقر. و اكمال هذا الهدف يتم بتطبيق صنفين من التحكم: خطي كلاسيكي و متكيف غير خطي مثل التحكم التنبؤي المعمم ودراستهما في وجود حالات مختلفة من الاضطرابات. اضطرابات داخلية كانهخفاض في كتلة الطائرة او تغير في سرعة الطيران و اضطرابات خارجية كهبوب الرياح او التوقع غير الجيد لمساحات التحكم الكلمات الاساسية : التحكم المتكيف, التحكم في الطيران, علم الطيران.

ABSTRACT

A control system of lateral and longitudinal movement of a transport aircraft, the type-AIR BUS A300, was designed to meet the qualities of a stable flight. This objective is completed by applying two classes of commands, conventional linear adaptive control and self-adjusting. Orders multi variable linear state feedback and state feedback with integral action, and the self-adjusting adaptive control (GPC) will be tested to obtain results that prove their robustness when applied to our plane, in a stochastic environment, such as external disturbance, which may be atmospheric as a gust of wind or poor positioning of control surfaces

Keywords: Adaptive control, flight control, Aeronautic.

RESUME

Un système de contrôle du mouvement latéral et longitudinal d'un avion de transport, du type AIR-BUS A300, a été conçu pour satisfaire les qualités d'un vol stable. Cet objectif est achevé, en appliquant deux classes de commandes, linéaires classiques et commandes adaptatives auto-ajustables. Les commandes linéaires multi variables par retour d'état et par retour d'état avec action intégrale, ainsi que les commandes adaptatives auto-ajustables (GPC) seront testées en vue d'obtenir des résultats qui prouveront leurs robustesses, lorsqu'elles sont appliquées à notre avion, dans un environnement stochastique, telles qu'une perturbation externe, pouvant être atmosphérique comme une rafale de vent subite ou un mauvais positionnement des surfaces de contrôle.

Mots clés : Commande adaptative, Contrôle de vol, Aéronautique.

Remerciements

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à M. le docteur Benchoubane Hacine pour avoir assuré la direction de ce travail et de nous avoir si souvent apporté la rigueur scientifique nécessaire à son bon déroulement. Ainsi pour l'inspiration, l'aide et le temps qu'il a bien voulu nous consacrer et sans qui ce mémoire n'aurait jamais vu le jour. Un grand merci également pour avoir corrigé attentivement tous les articles envoyés en dernière minute.

Nous adressons notre reconnaissance à mademoiselle Doudou Faiza enseignante au sein du département d'aéronautique et Madame Khelifa Amina, nos co-encadrants de thèse pour tout leur aide précieuse, leur disponibilité et leur patience. Merci également pour leur excellent encadrement qui a contribué au bon déroulement de cette thèse. Nous les remercions pour l'ambiance agréable pendant le travail, dans les excellentes conditions et surtout pour leur soutien et leur gentillesse

Nous exprimons notre gratitude à M. Dilmi Smain doctorant enseignant-chercheur au sein du département d'aéronautique et à M. Ait sahed Oussama doctorant au sein du département d'électronique lors des recherches effectuées et qui ont accepté de répondre à nos questions avec une grande compréhension et générosité.

Nous n'aurions pas pu réaliser cette thèse sans avoir acquis un certain niveau de connaissances et compétences, auquel tous nos enseignants ont contribué, en commençant par M. Amar Zobot, Mlle Fadila Otmane, M. Smain Meguelati, M. Kamel Benachnou.

Nos remerciements s'adressent également à tout le personnel du département d'aéronautique de l'université Saad Dahlab- BLIDA qui a très gentiment collaboré de près ou de loin dans la réalisation de cette tâche.

Enfin, nous adressons nos plus sincères remerciements à tous nos proches et amis, qui nous ont toujours soutenu et encouragés au cours de la réalisation de ce mémoire.

Merci à tous et à toutes.

DEDICACE

Merci **Allah** (mon dieu) de m'avoir donné la capacité d'écrire et de réfléchir, la force d'y croire, la patience d'aller jusqu'au bout du rêve et le bonheur de lever mes mains vers le ciel et de dire «Ya Rahmane».

A ma chère mère, mon père

A mon frère Wassim, A mes sœurs Hannane et Bouchra et A ma chère fiancée
Soumia.

Vous vous êtes dépensés pour moi sans compter.
En reconnaissance de tous les sacrifices consentis par tous et chacun
pour me permettre d'atteindre cette étape de ma vie.
Avec toute ma tendresse.

A mes grands-parents, oncles, tantes, cousins et cousines

Quoique je puisse dire, je ne peux exprimer mes sentiments
d'amour et de respect à votre égard.
Puisse le tout puissant, vous procure une longue et heureuse vie.

A mes amis Habib Zahmani Hamza, Boujahem Oussama, Baaich Sid Ali,
Mezyani Zaki, Chouchaoui Mustapha, et à leurs familles.

Meilleurs vœux de Succès dans la vie.

A mes camarades et tous ceux du département d'aéronautique à l'université de
BLIDA-de et à leurs familles.

Je dédie ce travail.

REZAGUI MOHAMED AMINE

DEDICACE

Merci Allah (DIEU) de m'avoir donné la capacité d'écrire et de réfléchir, la force d'y croire, la patience d'aller jusqu'au bout du rêve et le bonheur de lever mes mains vers le ciel et de dire « Ya Rahmane ».

A ma mère, mon père

A mes frères Riad et Kheir-Eddine

Vous vous êtes dépensés pour moi sans compter.

En reconnaissance de tous les sacrifices consentis par tous et chacun pour me permettre d'atteindre cette étape de ma vie.

Avec toute ma tendresse.

A mes grands-parents oncles, tantes, cousins et cousines

Quoique je puisse dire, je ne peux exprimer mes sentiments d'amour et de respect à votre égard.

Puisse le tout puissant, vous procurer une longue et heureuse vie.

A mes voisins Sidali, tante Amel et leurs enfants Sohaib, Yasser et Afnane.

Vous avez de près ou de loin contribué à ma formation.

Affectueuse reconnaissance.

A mes amis Amine Alouane, Mohamed Moulay, Hichem Khelil, Djafer Deras,

Tarek KAïD ainsi qu'à leurs familles.

Meilleurs vœux de Succès dans la vie.

A tous les enseignants, les personnels administratifs et camarades du département d'aéronautique à l'université de BLIDA- et à leurs familles.

Je dédie ce travail.

BOUGHDIRI Fouad

Symboles Et Abréviation

a	[ms-1]	Vitesse du son
$a_{x,k}$	[g]	Accélération cinématique suivant X_B
$a_{y,k}$	[g]	Accélération cinématique suivant Y_B
$a_{z,k}$	[g]	Accélération cinématique suivant Z_B
A_x	[g]	Force spécifique au c.g suivant X_B
A_y	[g]	Force spécifique au e.g suivant Y_B
A_z	[g]	Force spécifique au c.g suivant Z_B
b	[m]	Envergure
\bar{C}	[m]	Corde moyenne
C_1	[-]	Coefficient de moment autour de X_B
C_m	[-]	Coefficient de moment autour de Y_B
C_n	[-]	Coefficient de moment autour de Z_B
C_x	[-]	Coefficient de force suivant X_B
C_y	[-]	Coefficient de force suivant Y_B
C_z	[-]	Coefficient de force suivant Z_B
\bar{D}	[N]	Traînée
F_x	[N]	Force totale suivant X_B
F_y	[N]	Force totale suivant Y_B
F	[N]	Force totale suivant Z_B
g	[ms ⁻²]	Force de gravité
H	[m]	Altitude
I_i	[kgm ²]	Paramètres d'inertie
I_x	[kgm ²]	Moment d'inertie suivant X_B
I_y	[kgm ²]	Moment d'inertie suivant Y_B
I_z	[kgm ²]	Moment d'inertie suivant Z_B
J_{xy}	[kgm ²]	Produit d'inertie dans le plan $X_B Y_B$
J_{xz}	[kgm ²]	Produit d'inertie dans le plan $X_B Z_B$
J_{yz}	[kgm ²]	Produit d'inertie dans le plan $Y_B Z_B$
L	[m]	Moment de roulis total.
\bar{L}	[m]	Portance aérodynamique totale.
m	[kg]	Masse totale de l'avion.

χ	[-]	Nombre de Mach.
M	[Nm]	Moment de tangage t
M_a	[kgkmol ⁻¹]	Masse moléculaire de l'air.
M_0	[kgkmol ⁻¹]	Masse moléculaire de l'air au niveau de la mer.
N	[Nm]	Moment de lacet total.
N_1	[-]	Horizons de prédiction minimale
N_2	[-]	Horizons de prédiction maximale
N_u	[-]	Horizon de control
r	[rads ⁻¹]	Vitesse angulaire de lacet.
q	[rads ⁻¹]	Vitesse angulaire de tangage.
p	[rads ⁻¹]	Vitesse de roulis.
R	[JK ⁻¹ kg ⁻¹]	Constante spécifique de l'air.
S	[m ²]	Surface de référence (surface des ailes).
T	[K]	Température ambiante.
T_t	[K]	Température totale.
u	[ms ⁻¹]	Composante de vitesse suivant l'axe X_B .
u	[-]	Vecteur de commande
v	[ms ⁻¹]	Composante de vitesse suivant l'axe Y_B .
V	[ms ⁻¹]	Vitesse vraie.
W	[-]	Vecteur de référence
W	[N]	Poids de l'avion.
X_a	[N]	Force aérodynamique suivant l'axe X_B
X_p	[N]	Force propulsive suivant l'axe X_B
Y_a	[N]	Force aérodynamique suivant Y_B
Y_p	[N]	Force propulsive suivant l'axe Y_B .
Y	[-]	Vecteur des sortie
\hat{y}	[-]	Estimé de y
Z_a	[N]	Force aérodynamique suivant l'axe Z_B .
Z_p	[N]	Force propulsive suivant l'axe Z_B
α	[rad]	Angle d'incidence.
β	[rad]	Angle de dérapage.
γ	[rad]	La pente.

δ_a	[rad]	Déflexion de la gouverne de gauchissement.
δ_e	[rad]	Déflexion de la gouverne de profondeur.
δ_j	[rad]	Déflexion des volets.
δ_r	[rad]	Déflexion de la gouverne de direction.
$\xi (t)$	SNR	Signal de perturbation
θ	[rad]	L'assiette (angle de tangage)
λ	[Km ⁻¹]	Gradient de température.
λ	[-]	Facteur de pondération de commande.
μ	[Kgm ⁻¹ s ⁻¹]	Viscosité dynamique.
ρ	[Kgm ⁻³]	Densité de l'air.
φ	[rad]	Angle de roulis.
Ψ	[rad]	Angle de lacet (cap)
ω	[rads ⁻¹]	Pulsation angulaire.
ω_n	[rads ⁻¹]	Pulsation propre.
Ω	[rads ⁻¹]	Pulsation spatiale.
A		Matrice d'état du système linéaire.
B		Matrice d'action des commandes du système linéaire.
C		Matrice d'état de sortie du système linéaire.
D		Matrice de commande de sortie du système linéaire.
GPC		Generalized predictive control
MPC		Model Predictive control
MPHC		Model Predictive Heuristic
MAC		Model Algorithmic Control
DMC		Dynamic Matrix Control
EPSAC		Extended Prediction Self Adaptive Control
EHAC		Extended Horizon Adaptive Control
CAN		Convertisseur analogique/numérique
CNA		Convertisseur numérique/analogique
CARIMA		Controlled Auto Regressive Integrated Moving Average
n_a		degré de polynôme A
n_b		degré de polynôme B
F		Matrice
H		Matrice

J	Matrice
G	Matrice
M	Matrice
I	Matrice d'identité
Q	Matrice
\tilde{u}	Vecteur des incréments
Δu_{opt}	Vecteur des incréments optimaux
R	Polynôme
S	Polynôme
T	Polynôme
K	Retard du système

Liste des figures & tableaux

Chapitre 1 La Modélisation

Page

Figure (1.1)	Le trièdre terrestre local et le trièdre avion	05
Figure (1.2)	Le trièdre aérodynamique et le trièdre avion	06
Figure (1.3)	la réponse du système latéral avec $\delta_a = \text{impulsion} = 10^\circ$ et $\delta_r = 0$	20
Figure (1.4)	la réponse du système latéral avec $\delta_a = 0$ et $\delta_r = \text{impulsion} = 10^\circ$	21
Figure (1.5)	la réponse du système latéral avec $\delta_a = \text{impulsion} = 10^\circ$ et $\delta_r = \text{impulsion} = 10^\circ$	21
Figure (1.6)	la réponse du système latéral avec $\delta_a = \text{échelon} = 5^\circ$ et $\delta_r = 0$	22
Figure (1.7)	la réponse du système latéral avec $\delta_a = 0$ et $\delta_r = \text{échelon} = 5^\circ$	22
Figure (1.8)	la réponse du système latéral avec $\delta_a = \text{échelon} = 5^\circ$ et $\delta_r = \text{échelon} = 5^\circ$	23
Figure (1.9)	la réponse du système longitudinal avec $\delta_m = \text{impulsion} = 10^\circ$	24
Figure (1.10)	la réponse du système longitudinal avec $\delta_m = \text{échelon} = 5^\circ$	24
Tableau (1.1)	Direction des axes liés à l'avion et la nomenclature utilisée pour l'application de la loi de Newton	08
Tableau (1.2)	les différents coefficients utilisées dans le mouvement Latéral	18

Chapitre 2

Commandes linéaires des systèmes multi variables

Figure (2.2.1)	Schéma synoptique de la commande par retour d'état	28
Figure (2.2.2)	Commande par retour d'état pour $r_1 = r_2 = 10$	33
Figure (2.2.3)	Commande par retour d'état pour $r_1 = r_2 = 10$	34
Figure (2.2.4)	Commande par retour d'état avec perturbation externe pour une Variance = 0.01	36
Figure (2.2.5)	Commande par retour d'état avec perturbation externe pour une Variance = 10	37
Figure (2.3.1)	Schéma synoptique de la commande par retour d'état avec action intégrale	38
Figure (2.3.2)	Commande par retour d'état avec action intégrale pour $r_1 = r_2 = 10$	42
Figure (2.3.3)	Commande par retour d'état avec action intégrale pour $r_1 = r_2 = 10$	44
Figure (2.3.4)	Commande par retour d'état avec action intégrale avec perturbation externe pour une Variance = 0.01	46

Figure (2.3.5)	Commande par retour d'état avec action intégrale avec perturbation externe pour une Variance = 10	47
----------------	---	----

Chapitre 3

Commande prédictive généralisée

Figure (3.1)	La méthodologie du MPC	53
Figure (3.2)	Le schéma fonctionnel de la structure de base des algorithmes MPC	53
Figure (3.3)	Principe de fonctionnement de la commande prédictive généralisée	54
Figure (3.4)	Régulateur polynomiale équivalent	60

Chapitre 4

Simulations et interprétations

Figure (4.1.a)	Les sorties du système (béta et phi) et signaux de références avec $N_2 = 20$ et $\lambda_1 = 30$ et $\lambda_2 = 60$	63
Figure (4.1.b)	Les signaux de commandes (δ_a et δ_r)	64
Figure (4.1.c)	Erreur de poursuite	64
Figure (4.2.a)	Les sorties du système (béta et phi) et signaux de références avec $N_2 = 20$ et $\lambda_1 = 100$ et $\lambda_2 = 150$	65
Figure (4.2.b)	Les signaux de commandes (δ_a et δ_r)	65
Figure (4.2.c)	Erreur de poursuite	66
Figure (4.3.a)	Les sorties du système (béta et phi) et signaux de références avec $N_2 = 20$ et $\lambda_1 = 50$ et $\lambda_2 = 100$	66
Figure (4.3.b)	Les signaux de commandes (δ_a et δ_r)	67
Figure (4.3.c)	Erreur de poursuite	67
Figure (4.4.a)	La sorties du système (béta) et signaux de références avec $N_2 = 22$ et $\lambda = 50$	68
Figure (4.4.b)	La sorties du système (béta) et signaux de références avec $N_2 = 18$ et $\lambda = 50$	68
Figure (4.5.a)	La sorties du système (phi) et signaux de références avec $N_2 = 22$ et $\lambda = 100$	69
Figure (4.5.b)	La sorties du système (phi) et signaux de références avec $N_2 = 18$ et $\lambda = 100$	69
Figure (4.6)	signal aléatoire	70
Figure (4.7)	Commande GPC avec perturbation externe de variance = 0.01 avec $N_2 = 20$ et $\lambda_1 = 50$ et $\lambda_2 = 100$	72
Figure (4.8)	Commande GPC avec perturbation externe de variance = 0.5 avec $N_2 = 20$ et $\lambda_1 = 50$ et $\lambda_2 = 100$	73
Figure (4.9)	Commande GPC avec perturbation externe de variance = 1 avec $N_2 = 20$ et $\lambda_1 = 50$ et $\lambda_2 = 100$	74

Sommaire

Résumé

Notations & symboles

Liste des figures

Introduction générale

Chapitre 1

La modélisation

Page

1.	Introduction	05
2.	Le modèle mathématique de vol d'un avion rigide	05
2.1	Définitions des trièdres de référence	05
2.2	Matrices de passage entre les différents trièdres de référence	07
3.	Equations du mouvement relatif à un système d'axe lie à l'avion	08
3.1	Equation cinématique	09
3.2	Equation dynamique	11
4.	Développement des équations du mouvement suivant un système d'axe fixe	15
5.	Le système longitudinal et latéral	16
6.	Application sur un avion de transport du type AIR-BUS A300	17
6.1	Caractéristique d'un AIR-BUS A300	17
6.2	Simulation en boucle ouverte	20
7.	Conclusions	25

Chapitre 2

Commandes linéaires des systèmes multi variables

1.	Introduction	27
2.	Commande linéaire par retour d'état	28
2.1	Introduction	28
2.2	Dynamique en boucle fermée en présence de perturbation externe	31
2.3	Simulation et interprétations	31
3.	Commande linéaire par retour d'état avec action intégrale	38
3.1	Dynamique en boucle fermée en présence de perturbation externe	39
3.2	Simulation et interprétations	40
4.	Conclusions	48

Chapitre 3

Commande prédictive généralisée

1.	Introduction	50
2.	Résumé historique de la commande prédictive	50
3.	Stratégie générale de la commande prédictive	52
4.	Commande prédictive généralisée (GPC)	54
4.1	Formulation du modèle	54
4.2	Fonction de coût	55
5.	Choix de l'horizon de la sortie et du contrôle	56
5.1	Choix de l'Horizon minimal N1	56
5.2	Choix de l'Horizon maximal N2	56
5.3	Choix de l'Horizon de commande Nu	56
5.4	Choix du coefficient de pondération λ	57
6.	Obtention de la loi de commande	57
7.	Structure RST équivalente de la GPC	60
8.	Application aux systèmes multi variables	61

Chapitre 4

Simulations et interprétations des résultats

1.	Simulation et interprétations	63
2.	Commande GPC sans perturbation	63
3.	Commande GPC avec perturbation externe	70
4.	Conclusions	75

Conclusions générale	76
-----------------------------	-----------

Annexes

Référence bibliographique

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION

L'histoire de l'automatique théorique peut être partagée en trois périodes. La première période, se situe avant la première guerre mondiale, et était marquée par la résolution de problèmes de régulation en particulier ou de contrôle au moyen du calcul différentiel. Puis, au cours de la seconde guerre mondiale, se réalise une première unification de la théorie harmonique des systèmes asservis linéaires, avec le développement des systèmes de commandes. La troisième période s'est caractérisée par le développement de la théorie des variables d'état. Cette théorie fournit une description très générale des systèmes multidimensionnels, et c'est pour la première fois, que la description des propriétés dynamiques des systèmes de commande dans l'espace d'état, a permis d'établir une théorie générale de la commande qui englobe dans une même représentation, toutes les formes de systèmes multidimensionnels d'ordre quelconque.

Un peu plus tard, les commandes adaptatives sont venues palier aux carences des commandes linéaires faces aux systèmes physiques non-linéaires et variantes dans le temps, pour lesquels la commande linéaire pourrait aboutir à des résultats imprévisibles. En effet, il est montré pratiquement, que la commande adaptative est très robuste et fiable lorsqu'il s'agit de commander un système sujet à des contraintes sévères et à des perturbations de types externes et internes qui tendent à le déstabiliser.

Les commandes adaptatives auto-ajustables, forment une classe importante de commandes basées sur l'étude d'un système linéaire qui n'est autre que le model de représentation du procédé, apportent à plusieurs points de vus des solutions très robustes au problème de la commande. [1]

A. POSITION DU PROBLEME:

L'avion constitue l'un des moyens de transport les plus performants en matière de rapidité et confort, et qu'il est typiquement un système semi-automatique, de telle sorte que l'homme et des automatismes se partagent la tâche du pilotage.

L'exploitant souhaite tenir ses horaires avec une dépense globale minimale, les aléas du trafic et de météorologie ont conduit les avionneurs à automatiser certaines phases de vol. Il est montré qu'actuellement un vol est en fait, une succession de phases automatiques enclenchées par le pilote. Déjà sur certains avions modernes l'enclenchement des phases peut être fait automatiquement par un calculateur de bord. Des systèmes de transmissions automatiques de données entre les contrôleurs sol et l'avion vont être prochainement mis en service (radar mode-s, satellite de communication). [2]

B. RESUME DE NOTRE TRAVAIL

Notre travail consiste à faire la synthèse et étudier la robustesse de deux classes de commandes de vol d'un avion de transport, vis à vis des différentes perturbations. On commencera par présenter le model de l'avion de façon détaillée, en décrivant par la suite son mouvement sous forme de système d'équations d'états.

La seconde partie, sera consacrée à l'étude de la synthèse et la robustesse de quelques commandes linéaires multi variables, lorsqu'elles sont appliquées à notre système. Telles que:

- la commande par retour d'état
- La commande par retour d'état avec action intégrale.

La synthèse et l'analyse des commandes adaptatives multi variables auto-ajustable, feront l'objet de la troisième partie de notre travail, telles que :

- la GPC (la commande prédictive généralisée)

Le quatrième chapitre est consacré à l'interprétation des résultats obtenus.

Ces commandes seront étudiées et testées, en vue d'obtenir des résultats qui prouveront leur fiabilité et robustesse, lorsqu'elles sont appliquées à notre système physique (avion). Un intérêt particulier, sera accordé à l'effet des perturbations sur les performances de vol.

A la fin, nous conclurons par une comparaison sur l'avantage et l'inconvénient de chaque commande ; Ceci du point de vue stabilité, erreur en régime permanent.

CHAPITRE 1

LA MODÉLISATION

1.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre sont présentés les principales équations relevant de la mécanique du vol atmosphérique de l'avion et qui servent de base pour les modèles de dynamique du vol utilisés dans ce mémoire de thèse. Comme on s'intéresse au pilotage de l'avion, l'échelle de temps considérée conduit à considérer d'une part que l'avion est un corps rigide et que d'autre part, celui-ci évolue dans une atmosphère parfaitement connue au-dessus d'une Terre plate. Ceci conduit à exprimer les équations du mouvement de l'avion sous forme d'équations différentielles non linéaires qui seront mises à profit dans les chapitres suivants pour faire la synthèse de lois de pilotage automatique.

1.2 LE MODELE MATHEMATIQUE DE VOL D'UN AVION RIGIDE

1.2.1 Définitions des trièdres de référence

Suivant les besoins de l'étude, les mouvements de rotation (position angulaire et vitesse de rotation) d'un avion sont représentés suivant différents trièdres de référence, appliqués en général au centre de gravité de l'avion:

- **Le trièdre terrestre local GE, (X_E , Y_E , Z_E)**

L'origine de ce trièdre coïncide avec le centre de gravité de l'avion. L'axe X_E est dirigé suivant une référence d'azimut (nord vrai ou nord magnétique en général). L'axe Z_E est orienté dans la direction du centre de la Terre. L'axe Y_E est perpendiculaire au plan X_E - Z_E et est orienté vers l'Est.

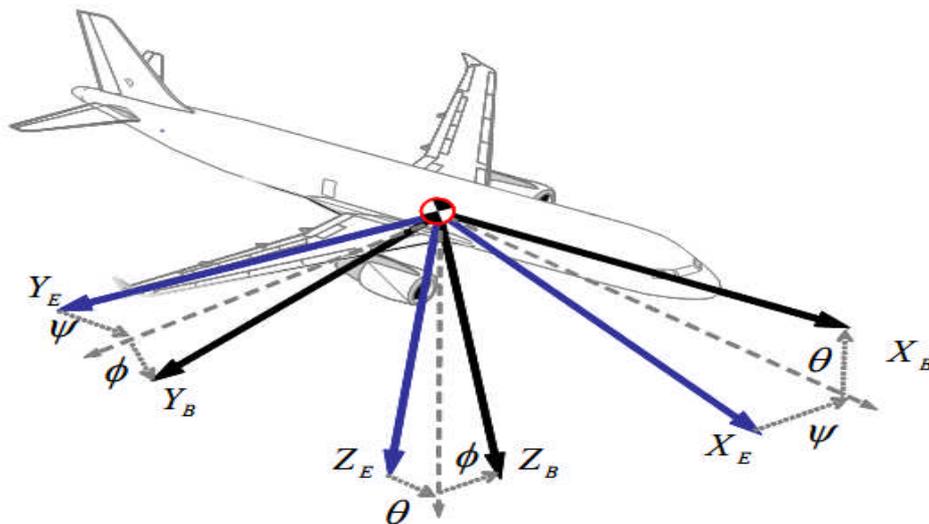


Fig. (1.1) Le trièdre terrestre local et le trièdre avion

- **Le trièdre avion GB, (XB, YB, ZB)**

Ce trièdre est une base d'étude pour le mouvement de l'avion par rapport aux autres trièdres de référence. L'axe XB est issu de l'origine OB vers le nez de l'avion. C'est l'axe longitudinal de l'avion, en général voisin de son axe principal d'inertie. L'axe YB est perpendiculaire au plan de symétrie de l'avion et est orienté vers la droite. Le plan X_B-Z_B coïncide avec le plan symétrique de l'avion. L'axe ZB est perpendiculaire au plan horizontal avion X_B-Y_B et est orienté vers le bas.

- **Le trièdre aérodynamique GW, (XW, YW, ZW)**

L'axe XW est orienté suivant la direction du vecteur de vitesse air. L'axe ZW est perpendiculaire à l'axe XW et orienté vers le bas. L'axe YW est perpendiculaire au plan X_W-Z_W et est orienté vers la droite.

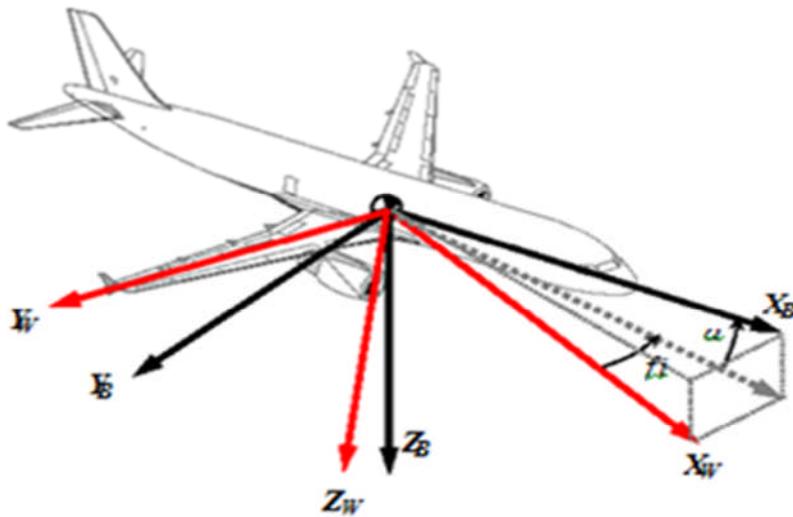


Fig. (1.2) Le trièdre aérodynamique et le trièdre avion

1.2.2 Matrices de passage entre les différents trièdres de référence

Suivant les objectifs de l'étude, les variables de la dynamique du vol d'un avion peuvent être exprimées de façon plus claire suivant un repère particulier. Il pourra donc être nécessaire de passer d'une représentation à une autre par une opération de rotation autour du centre de gravité de l'avion. Les matrices de passage associées à ces rotations sont les suivantes :

- **Passage du trièdre terrestre local au trièdre avion** : La matrice de passage du trièdre aérodynamique au trièdre avion (une rotation en α puis une rotation en β) est donnée par :

$$\mathbf{L}_{W \rightarrow B} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & -\cos \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ \sin \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

- **Passage du trièdre terrestre local au trièdre avion** : La matrice de passage correspond à trois rotations du trièdre terrestre local au trièdre avion $\psi \rightarrow \theta \rightarrow \phi$ et s'écrit :

$$\mathbf{L}_{E \rightarrow B} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}$$

Où les trois angles ϕ , θ et ψ sont les angles Euler (l'assiette latérale, l'assiette de tangage et le cap ou azimut).

- **Passage du trièdre terrestre local au trièdre aérodynamique** : La matrice de passage du trièdre aérodynamique au trièdre terrestre local suivant les rotations successives, $\chi \rightarrow \gamma \rightarrow \mu$ exprimée par :

$$\mathbf{L}_{W \rightarrow E} = \begin{bmatrix} \cos \chi \cos \gamma & \cos \chi \sin \gamma \sin \mu - \sin \chi \cos \mu & \cos \chi \sin \gamma \cos \mu + \sin \chi \sin \mu \\ \sin \chi \cos \gamma & \sin \chi \sin \gamma \sin \mu + \cos \chi \cos \mu & \sin \chi \sin \gamma \cos \mu - \cos \chi \sin \mu \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \sin \mu & \cos \gamma \cos \mu \end{bmatrix}$$

Où les angles χ et γ sont respectivement les azimuts aérodynamique et la pente aérodynamique (ou “la pente”). L’angle μ représente l’angle de roulis aérodynamique [12].

1.3 EQUATIONS DU MOUVEMENT RELATIVE A UN SYSTEME D’AXE LIE A L’AVION

Nous représentons dans ce tableau les différentes grandeurs utilisées dans les équations du mouvement :

Axes	X	Y	Z
Vitesse linéaire le long de l’axe	U	V	Z
Vitesse angulaire autour de l’axe	P < roulis >	q < tangage >	r < lacet >
Somme des moments autour de l’axe	$\sum L$	$\sum M$	$\sum N$
Rotation autour de l’axe	Φ	θ	Ψ
Somme des forces suivant l’axe	$\sum F_X$	$\sum F_Y$	$\sum F_Z$
Moment cinématique suivant l’axe	Hx	h_y	h_z
Moment d’inertie	I_{XX}	I_{YY}	I_{ZZ}

Tableau (1.1) Direction des axes liés à l’avion et la nomenclature utilisée pour l’application de la loi de Newton

1.3.1 EQUATION CINEMATIQUE :

La vitesse d'un point situé dans un repère mobile par rapport à un repère fixe est donnée par la relation suivante.

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \Omega \wedge \overrightarrow{PM} \quad (1.1)$$

Sachant que la position relative du trièdre avion par rapport au repère fixe terrestre est définie par les trois angles de rotation ϕ , θ et ψ autour de OX OY et OZ respectivement.

Par conséquent :

$$\overrightarrow{\Omega} = p\vec{i} + q\vec{j} + r\vec{k} \quad (1.2)$$

$$\overrightarrow{\Omega} = \dot{\phi} + \dot{\theta} + \dot{\psi} \quad (1.3)$$

avec

$$\dot{\psi} = \dot{\psi} \overrightarrow{k_1} = \dot{\psi} \overrightarrow{k_2} \quad (1.4)$$

$$\dot{\theta} = \dot{\theta} \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta} \overrightarrow{j_3} \quad (1.5)$$

$$\dot{\phi} = \dot{\phi} \overrightarrow{i_3} = \dot{\phi} \overrightarrow{i} \quad (1.6)$$

on obtient donc

$$\overrightarrow{\Omega} = \dot{\phi} \overrightarrow{i} + \dot{\theta} \overrightarrow{j_3} + \dot{\psi} \overrightarrow{k_2} \quad (1.7)$$

avec

$$\overrightarrow{k_2} = -\overrightarrow{i_3} \sin \theta + \overrightarrow{k_3} \cos \theta \quad (1.8)$$

d'où

$$\overrightarrow{k_2} = -\overrightarrow{i} \sin \theta + \cos \theta (\overrightarrow{j} \sin \phi + \overrightarrow{k} \cos \phi) \quad (1.9)$$

de même on trouve

$$\overrightarrow{j_3} = \overrightarrow{j} \cos \phi - \overrightarrow{k} \sin \phi \quad (1.10)$$

en substituant ces équations dans l'équation de $\overrightarrow{\Omega}$, on aura:

$$\overrightarrow{\Omega} = \left[-\overrightarrow{i} \sin \theta + \cos \theta (\overrightarrow{j} \sin \theta + \overrightarrow{k} \cos \phi) \right] \dot{\psi} + (\overrightarrow{j} \cos \phi - \overrightarrow{k} \sin \phi) \dot{\theta} + \overrightarrow{i} \dot{\phi} \quad (1.11)$$

$$= \left(-\dot{\psi} \sin \theta + \dot{\phi} \right) \vec{i} + \left(\dot{\psi} \cos \theta \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi \right) \vec{j} + \left(\dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi \right) \vec{k} \quad (1.12)$$

sachant que:

$$\vec{\Omega} = p\vec{i} + q\vec{j} + r\vec{k}$$

par identification on aura:

$$\begin{aligned} p &= -\dot{\Psi} \sin \Theta + \dot{\Phi} \\ q &= \dot{\Psi} \cos \Theta \sin \Phi + \dot{\Theta} \cos \Phi \\ r &= \dot{\Psi} \cos \Theta \cos \Phi - \dot{\Theta} \sin \Phi \end{aligned} \quad (1.13)$$

Où l'on peut écrire sous la forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \Theta \\ 0 & \cos \Phi & \cos \Theta \sin \Phi \\ 0 & -\sin \Phi & \cos \Theta \cos \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix}$$

D'où inversement:

$$\dot{\Phi} = p + \operatorname{tg} \Theta (q \sin \Phi + r \cos \Phi) \quad (1.14)$$

$$\dot{\Theta} = q \cos \Phi - r \sin \Phi \quad (1.15)$$

$$\dot{\Psi} = \frac{q \sin \Phi + r \cos \Phi}{\cos \Theta} \quad (1.16)$$

1.3.2 EQUATION DYNAMIQUE

Nous allons imposer les trois premières hypothèses spécifiant la nature du corps à étudier et le milieu où il est placé

- **Hypothèse 1 :**

L'avion est assimilé à un corps rigide; ainsi, la distance entre deux points quelconques de ce corps est invariante

- **Hypothèse 2 :**

La terre est supposée fixe dans l'espace, et l'atmosphère terrestre est supposée fixée à la terre.

- **Hypothèse 3 :**

La masse de l'avion est supposée constante durant notre étude

La seconde loi de Newton montre que la variation de quantité de mouvement d'un corps est proportionnelle à la résultante des forces auxquelles il est soumis, et la variation du moment cinétique de ce corps est proportionnelle au moment résultant appliqué.

Les équations générales du mouvement s'écrivent:

$$\begin{cases} m \frac{d\vec{v}}{dt} = \Sigma F_e \\ \frac{d\vec{h}}{dt} = \Sigma M_e \end{cases}$$

Ou $\frac{d\vec{v}}{dt}$ représente l'accélération du centre de gravité de l'avion par rapport

un système de référence galiléen. \vec{h} représente le moment cinétique de l'avion autour du centre de gravité, ΣF_e la résultante des forces extérieures agissant sur l'avion (force de pesanteur, forces aérodynamiques, force de propulsion), ΣM_e le moment résultant des différentes forces agissant sur l'avion (moment des forces aérodynamiques et moments des- forces de propulsion).

Calcul de l'accélération et de la dérivée du moment cinétique :

La matrice de transformation T permet d'écrire immédiatement u, v, w de la vitesse V dans le trièdre avion sachant que les composantes de la vitesse sont (V, 0, 0) dans le trièdre aérodynamique par définition

$$\begin{aligned} u &= V \cos \beta \cos \alpha \\ v &= V \sin \beta \\ w &= V \cos \beta \sin \alpha \end{aligned} \tag{1.17}$$

Soit encore

$$\begin{aligned} \sum F_x &= \frac{d}{dt}(mu) & \text{et} & \sum L = d h_x / dt \\ \sum F_y &= \frac{d}{dt}(mv) & & \sum M = d h_y / dt \\ \sum F_z &= \frac{d}{dt}(mw) & & \sum N = d h_z / dt \end{aligned} \tag{1.18}$$

les moments cinétiques représentés dans l'équation (1.18) peuvent être développer en utilisant un élément de masse dm qui tourne avec une vitesse angulaire $\vec{\Omega}$

tel que $\vec{\Omega} = p\vec{i} + q\vec{j} + r\vec{k}$

le moment de quantité de mouvement élémentaire de l'élément dm est donné par

$$d\vec{h} = \vec{R} \wedge dm \vec{v} \tag{1.19}$$

la vitesse de cet élément est donnée par

$$\vec{v} = \vec{v}_c + \vec{\Omega} \wedge \vec{R} \tag{1.20}$$

Où \vec{R} est le rayon vecteur issu du centre de gravité de l'avion pour situer la position de cet élément de masse dm et v_c est la vitesse du centre de gravité de l'avion.

Par suite on a:

$$d\vec{h} = \vec{R} \wedge d\vec{m}\vec{v}_c + \vec{R} \wedge dm(\vec{\Omega} \wedge \vec{R}) \quad (1.21)$$

Donc le moment cinétique résultant de tout l'avion est obtenu en intégrant l'équation (1.21) sur toute la masse de l'avion.

$$d\vec{h} = \int_m \vec{R} \wedge d\vec{m}\vec{v}_c + \vec{R} \wedge dm(\vec{\Omega} \wedge \vec{R}) \quad (1.22)$$

Du fait que la vitesse du centre de gravité est indépendante du signe somme, le premier terme de l'équation (1.22) s'écrit

$$d\vec{h} = \int_m \vec{R} \wedge d\vec{m}\vec{v}_c = \left(\int_m dm \vec{R} \right) \wedge \vec{v}_c \quad (1.23)$$

Puisque c'est le centre de gravité de l'avion on

obtient:

$$\int_m dm \vec{R} = \vec{0}$$

Ainsi l'équation (1.22) devient :

$$\vec{h} = \int_m \left[\vec{R} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \vec{R}) \right] dm = \int_m \left[\Omega R^2 - \vec{R} (\vec{R} \wedge \vec{\Omega}) \right] dm \quad (1.24)$$

La composante suivant l'axe x est donnée par:

$$\begin{aligned} h_x &= \vec{h} \cdot \vec{i} = \int_m \left[p(x^2 + y^2 + z^2) - x(px + qy + rz) \right] dm \\ &= \int_m \left[p(y^2 + z^2) \right] dm - \int_m [qxy] dm - \int_m [rxz] dm \end{aligned} \quad (1.25)$$

P, q et r étant indépendant de la masse d'où l'on peut écrire:

$$h_x = p \int_m [y^2 + z^2] dm - q \int_m [xy] dm - r \int_m [xz] dm \quad (1.26)$$

De la même manière on obtient h_y et h_z :

$$h_y = -p \int [xy] dm + q \int (x^2 + z^2) dm - r \int yz dm \quad (1.27)$$

$$h_z = -p \int xz dm - q \int yz dm + r \int (x^2 + y^2) dm$$

par ailleurs si A, B, C sont les moments d'inertie (I_{xx} , I_{yy} , I_{zz}) et D, E, F les produits

d'inertie de l'avion I_{yz} , I_{xz} , I_{xy} respectivement par rapport aux axes avion OXYZ, le

moment cinétique h est donné (à partir des équations (1.26), (1.27) et (1.28)) par :

sur :	OX	$A p - F q - E r$	
	OY	$B q - D r - F p$	(1.28)
	OZ	$C r - D q - E p$	

En tenant compte du fait que le système d'axes qu'on a choisi est lié à l'avion et compte tenu des hypothèses précédentes les équations du mouvement s'écrivent:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= m (\dot{u} + qw - vr) & \frac{dh_x}{dt} &= A \dot{p} - F \dot{q} - E \dot{r} \\ \sum F_y &= m (\dot{v} + ur - wp) & \text{et} & \frac{dh_y}{dt} = -F \dot{p} + B \dot{q} - D \dot{r} \\ \sum F_z &= m (\dot{w} + vp - uq) & & \frac{dh_z}{dt} = -E \dot{p} - D \dot{q} + C \dot{r} \end{aligned} \quad (1.29)$$

Du fait que le système d'axes, adopté pour déterminer les équations du mouvement est fixé à l'avion et est en mouvement avec lui-même, la position et l'orientation de l'avion ne peuvent être décrites par ce système d'axes. Ainsi on est amené à introduire un système d'axes fixe

1.4 DEVELOPPEMENT DES EQUATIONS DU MOUVEMENT SUIVANT UN SYSTEME D'AXE FIXE

L'accélération mesurée dans un système d'axe fixe est donnée par :

$$\frac{d\vec{v}}{dt}\Big|_{x_0y_0z_0} = \frac{d\vec{v}_c}{dt}\Big|_{xyz} + \vec{\Omega} \wedge \vec{v} \tag{1.30}$$

Ou :

$$\vec{\Omega} \wedge \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ p & q & r \\ u & v & w \end{vmatrix}$$

Si u, v, w sont les composantes de \vec{V}_c et p, q, r celles de $\vec{\Omega}$, on aura :

$$\begin{aligned} a_{x'} &= \dot{u} + qw - vr \\ a_{y'} &= \dot{v} + ur - wp \\ a_{z'} &= \dot{w} + vp - uq \end{aligned} \tag{1.31}$$

D'une manière similaire la variation du moment cinétique en fonction du temps s'écrit :

$$\frac{d\vec{h}}{dt}\Big|_{x_0y_0z_0} = \frac{d\vec{h}}{dt}\Big|_{xyz} + \vec{\Omega} \wedge \vec{h} \tag{1.32}$$

Ou

$$\vec{\Omega} \wedge \vec{h} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ p & q & r \\ h_x & h_y & h_z \end{vmatrix}$$

\vec{h} est $\frac{d\vec{h}}{dt}$ Étant déjà calculée dans le repère lié à l'avion

Ainsi:

$$\begin{aligned} \Sigma L &= \frac{dh_{x0}}{dt} = A\dot{p} - F\dot{q} - E\dot{r} + qr(C - B) - p(Fr - qE) + D(r^2 - q^2) \\ \Sigma M &= \frac{dh_{y0}}{dt} = B\dot{q} - D\dot{r} - F\dot{p} + pr(A - C) + E(p^2 - r^2) + q(Dp - Fr) \\ \Sigma N &= \frac{dh_{z0}}{dt} = C\dot{r} - E\dot{p} - D\dot{q} + pq(B - A) + r(Eq - Dp) + F(q^2 - p^2) \end{aligned} \tag{1.33}$$

En écrivant que les dérivées des coordonnées x, y, H (où H = -zg du centre de gravité sont égales à u_g, v_g, et -w_g où u_g, v_g et w_g sont les coordonnées du vecteur vitesse sur le trièdre terrestre (en utilisant la matrice de passage L_{E→B}) il vient :

$$\dot{x} = u_g = u \cos \Psi \cos \Theta + v(-\sin \Psi \cos \Phi + \cos \Psi \sin \Theta \sin \Phi) + w(\sin \Psi \sin \Phi + \cos \Psi \sin \Theta \cos \Phi) \quad (1.34)$$

$$\dot{y} = v_g = u \sin \Psi \cos \Theta + v(\cos \Psi \cos \Phi + \sin \Psi \sin \Theta \sin \Phi) + w(-\cos \Psi \sin \Phi + \sin \Psi \sin \Theta \cos \Phi) \quad (1.35)$$

$$\dot{H} = -w_g = u \sin \Theta - v \cos \Theta \sin \Phi - w \cos \Theta \cos \Phi \quad (1.36)$$

1.5 LE SYSTEME LONGITUDINAL ET LATERAL

Le système longitudinal qui s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -g \cos \theta_0 & A_{33} & A_{35} & A_{37} & A_{39} \\ -g \sin \theta_0 & A_{53} & A_{55} & A_{57} & A_{59} \\ 0 & X_u & X_w & X_q & X_H \\ A_{33} & \sin \theta_0 & -\cos \theta_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\theta} \\ \bar{u} \\ \bar{w} \\ \bar{q} \\ \bar{H} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_{32} & B_{34} \\ B_{52} & B_{54} \\ \mu_{\delta m} & \mu_{\delta x} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_m \end{bmatrix} \quad (1.37)$$

(Voir annexe B)

Le système latéral :

$$\begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \operatorname{tg} \Theta_0 & 0 & 1 & \operatorname{tg} \Theta_0 \\ g \cos \Theta_0 & A_{44} & A_{46} & A_{47} \\ 0 & \lambda_v & \lambda_p & \lambda_r \\ 0 & v_v & v_p & v_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\Phi} \\ \bar{v} \\ \bar{p} \\ \bar{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_{41} & B_{43} \\ \lambda_{\delta l} & \lambda_{\delta n} \\ v_{\delta l} & v_{\delta n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (1.38)$$

(Voir annexe B)

En ce qui concerne le mouvement forcé (action des gouvernes), les deux mouvements se séparent dans la mesure où la poussée des moteurs et la gouverne de tangage n'induisent pas de moments latéraux autour de O_x , ou O_z , ainsi que les forces latérales et où les gouvernes de lacet et de roulis n'induisent pas de moment longitudinal autour de O_y .

Dans le cas général du vol de stabilité en virage, le système des neuf équations ne peut se séparer en sous-systèmes et le mouvement libre est géré par une équation caractéristique du 9^{ème} ordre, dont les racines pour les faibles taux de virage sont voisines des racines des deux équations caractéristiques, du 5^{ème} ordre pour le longitudinal, du 4^{ème} ordre pour le latéral. Dans certains cas, l'augmentation du taux de virage peut conduire à une profonde modification des racines, certaines racines imaginaires conjuguées pouvant se transformer en deux racines réelles, ce qui modifie complètement le comportement de l'avion. Une telle étude ne peut être menée que dans des cas particuliers et sort du cadre de ce travail. [13, 14, 15,16]

1.6 APPLICATION SUR UN AVION DE TRANSPORT DU TYPE AIR-BUS A300

1.6.1 Caractéristique d'un AIR-BUS A300

-Géométrie - Masse - Inerties :

$$S = 260\text{m}^2, L = 6.61\text{m}$$

$$m = 120000\text{kg}$$

$$A = 5.55 \cdot 10^6 \text{ kg.m}^2, B = 9.72 \cdot 10^6 \text{ kg.m}^2, C = 14.51 \cdot 10^6 \text{ kg.m}^2$$

$$D = 0, E = -3.3 \cdot 10^4 \text{ kg.m}^2, F = 0$$

- Moteurs :

Bimoteur dont la poussée un moteur au pont fixe au sol F_0

=120000 N Coefficient $\lambda = 0$, Coefficient $\mu = 1$, Calage = 1°.

Distance de l'axe moteur au plan de symétrie $XZ = 8\text{m}$.

-Aérodynamique :

a.Longitudinal

Le Polaire 100 $C_x = 175+6C_z$

$C_z = \alpha / 11.5$ (α en degré), $C_{z\alpha} = 4.982 \text{ rad}^{-1}$, $C_{z\delta m} = 0.435 \text{ rad}^{-1}$, $C_{m\alpha} = - 5$

$C_{zq} = - 0.7$, $C_{z\dot{\alpha}} = - 0.3$, $C_{m0} = -0.1$, $C_{m\alpha} = - 1.46$, $C_{mq} = - 15$, $C_{m\delta m} = -1.46$

b. Latéral

	β	P	R	δ_l	δ_n
Cy	-1.5			0.05	0.3
Cl	-1.3	-1.3	2.9	-0.33	0.25
Cn	1.75	-1.5	-7.5	-0.125	-1.0

Tableau (1.2) les différents coefficients utilisés dans le mouvement Latéral

- Conditions de vol :

L'altitude $H = 30000 \text{ ft}$, Densité d'air $\rho = 0.458312 \text{ kg /m}^3$

L'angle d'attaque initial $\alpha_0 = 3^\circ, 825$

Nombre de Mach $\chi = 0.8$, La vitesse du vol $V_0 = 242.54 \text{ m/s}$

En faisant cette application nous obtiendrons les matrices d'état suivant :

Pour le mouvement latéral :

(Compte tenu de ce que $\bar{V} = V_0 \bar{\beta}$ on retrouve le système latéral suivant).

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \\ \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.18063 & -0.9978 & 0.668 & 0.0404 \\ 2.8056 & -0.3269 & -0.06187 & 0 \\ -5.4416 & 0.33165 & -1.4776 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \\ p \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0060211 & 0.036127 \\ -0.19639 & -1.5985 \\ -1.3759 & 1.0528 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix}$$

Dont les racines de l'équation caractéristique sont :

$$\lambda_1 = -8.43e-001 \quad (\text{Caractérise le mode spiral.}) \quad (\text{Voir annexe A})$$

$$\lambda_2 = -6.46e-003 \quad (\text{Caractérise le mode de roulis})$$

$$\lambda_{3,4} = -5.68e-001 \pm 2.44e+000i \quad ; \text{ Se sont deux pôles conjugués}$$

qui caractérisent le mode de roulis hollandais (oscillation de dérapage). [12, 13, 14,15]

Pour le mouvement longitudinal :

Comme on vient de voir ; le mouvement longitudinal est gouverné par les deux commandes δm et δx , cependant, nous allons procéder notre contrôle avec manette à gaz fixée, donc la poussée sera en fonction de la vitesse, de l'altitude et des conditions de vol, et contenu de ce que $\omega = V_0 \alpha$ on trouve le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{u} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -9.7881 & -0.0058 & 19.3961 & -17.5435 & 0 \\ -0.0027 & -0.0002 & -0.0453 & 1.0819 & 0 \\ 0 & -0.0027 & -9.3654 & -2.6043 & 0 \\ 242.54 & 0.0667 & -241.997 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ u \\ \alpha \\ q \\ H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.8476 \\ -0.0523 \\ -9.3011 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \end{bmatrix}$$

Dont les racines de l'équation caractéristiques sont :

$\lambda_1=0$ (Caractérise le mode aperiodique.)

(Voir annexe A)

$\lambda_{2,3} = -1.32 \pm 2.91 i$; Se sont deux pôles conjugués qui caractérisent le mode short period.

$\lambda_{4,5} = -4.95e-003 \pm 4.04e-002 i$; Se sont deux pôles conjugués qui caractérisent

le mode phagoïde.

1.6.2 Simulation en boucle ouverte

Dans ce qui suit, des simulations du mouvement de l'avion en boucle ouverte seront présentées, en lui appliquant un échelon et une impulsion comme signaux d'entrées.

a. Système Latéral

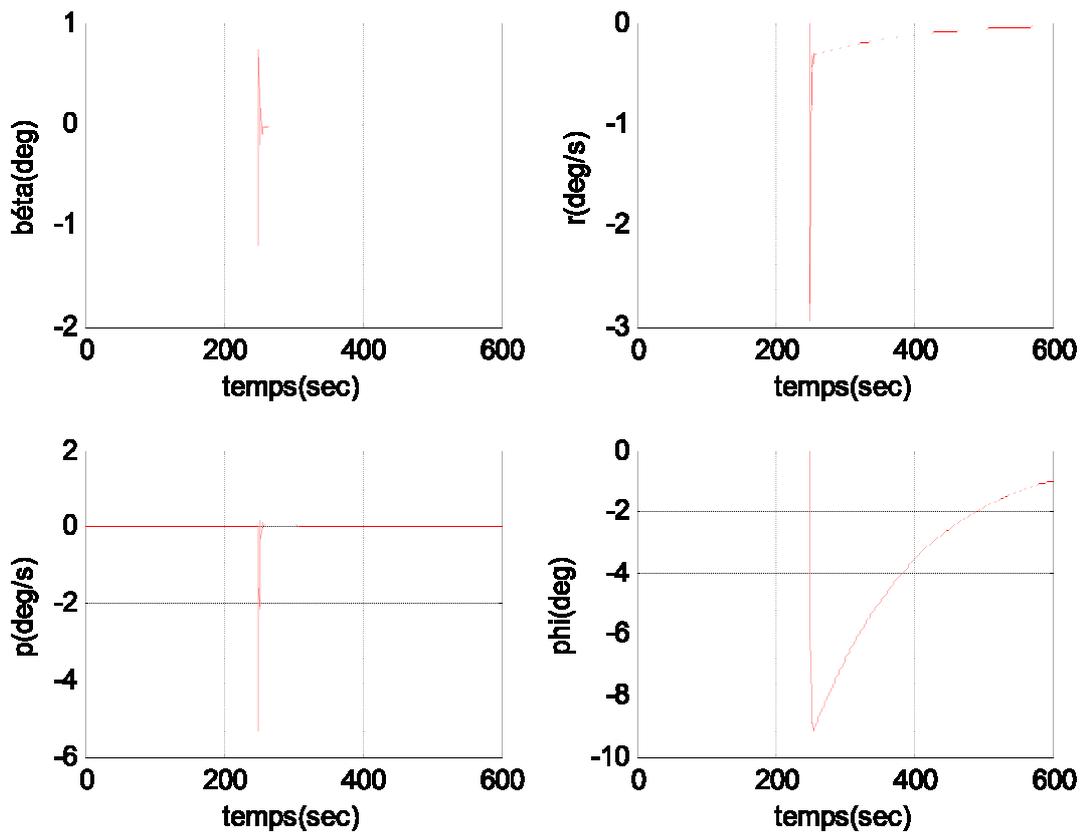


Fig. (1.3) la réponse du système latéral avec $\delta_a = \text{impulsion} = 10^\circ$ et $\delta_r = 0$ a $t = 250s$

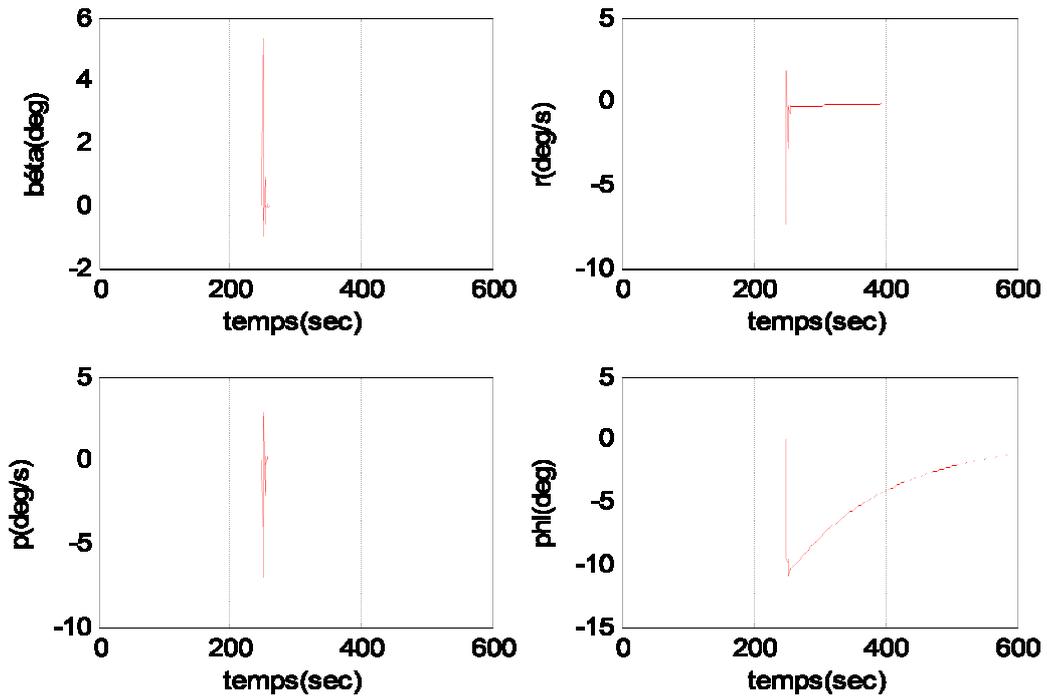


Fig. (1.4) la réponse du système latéral avec $\delta_a = 0$ et $\delta_r = \text{impulsion} = 10^\circ$ a $t=250s$

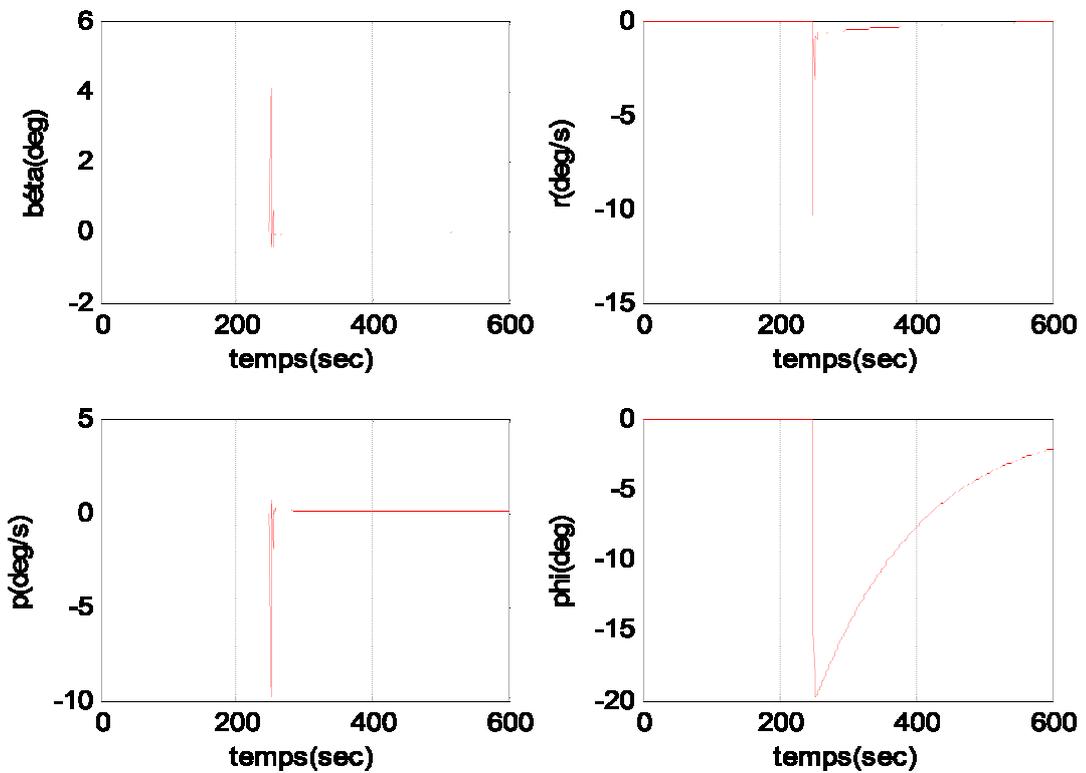


Fig. (1.5) la réponse du système latéral avec $\delta_a = \text{impulsion} = 10^\circ$ et $\delta_r = \text{impulsion} = 10^\circ$ a $t=250s$

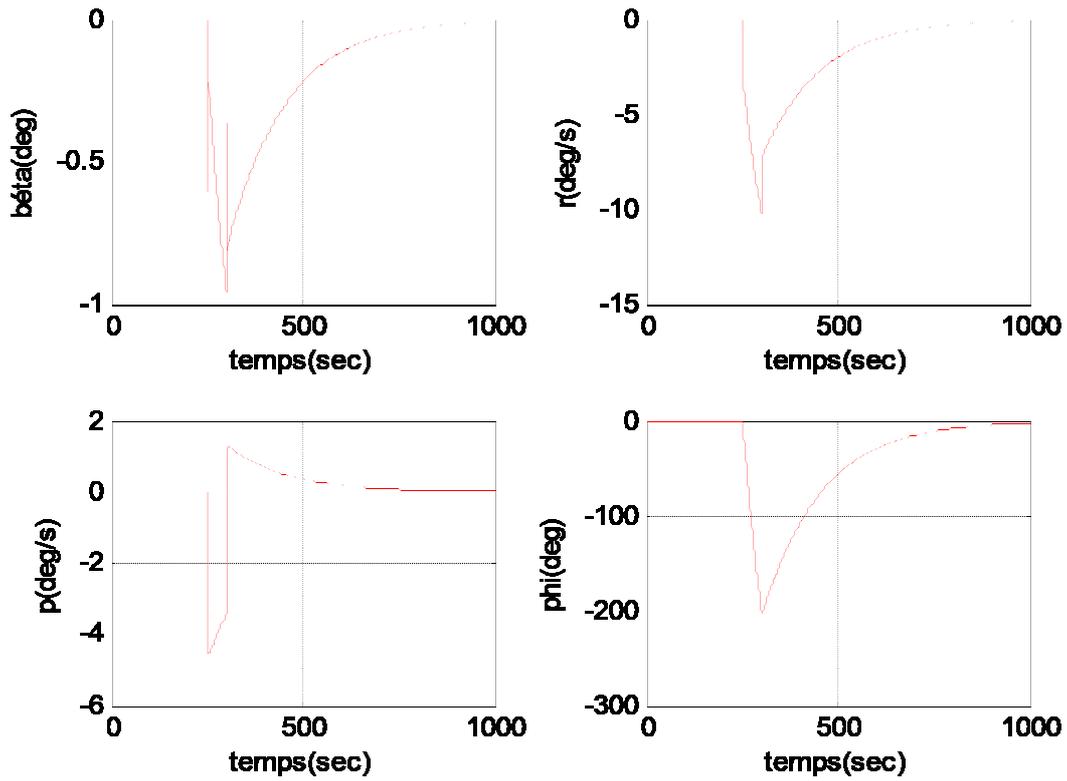


Fig. (1.6) la réponse du système latéral avec $\delta_a = \text{échelon} = 5^\circ$ et $\delta_r = 0$ à $t=250s$

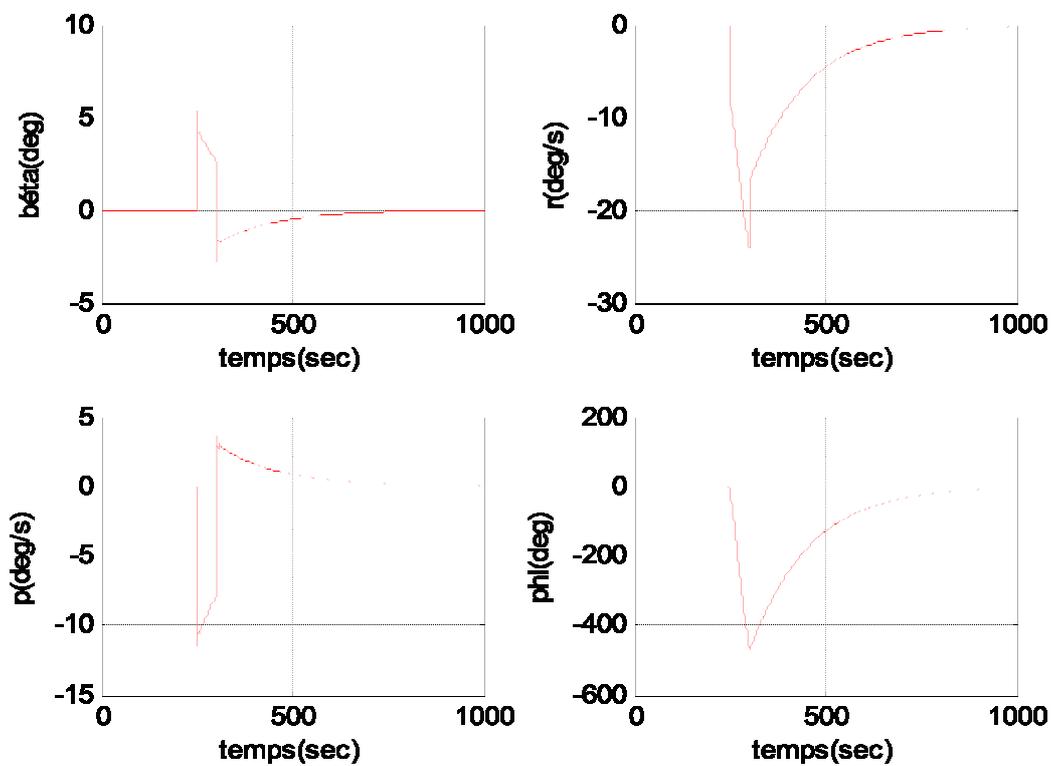


Fig. (1.7) la réponse du système latéral avec $\delta_a = 0$ et $\delta_r = \text{échelon} = 5^\circ$ à $t=250s$

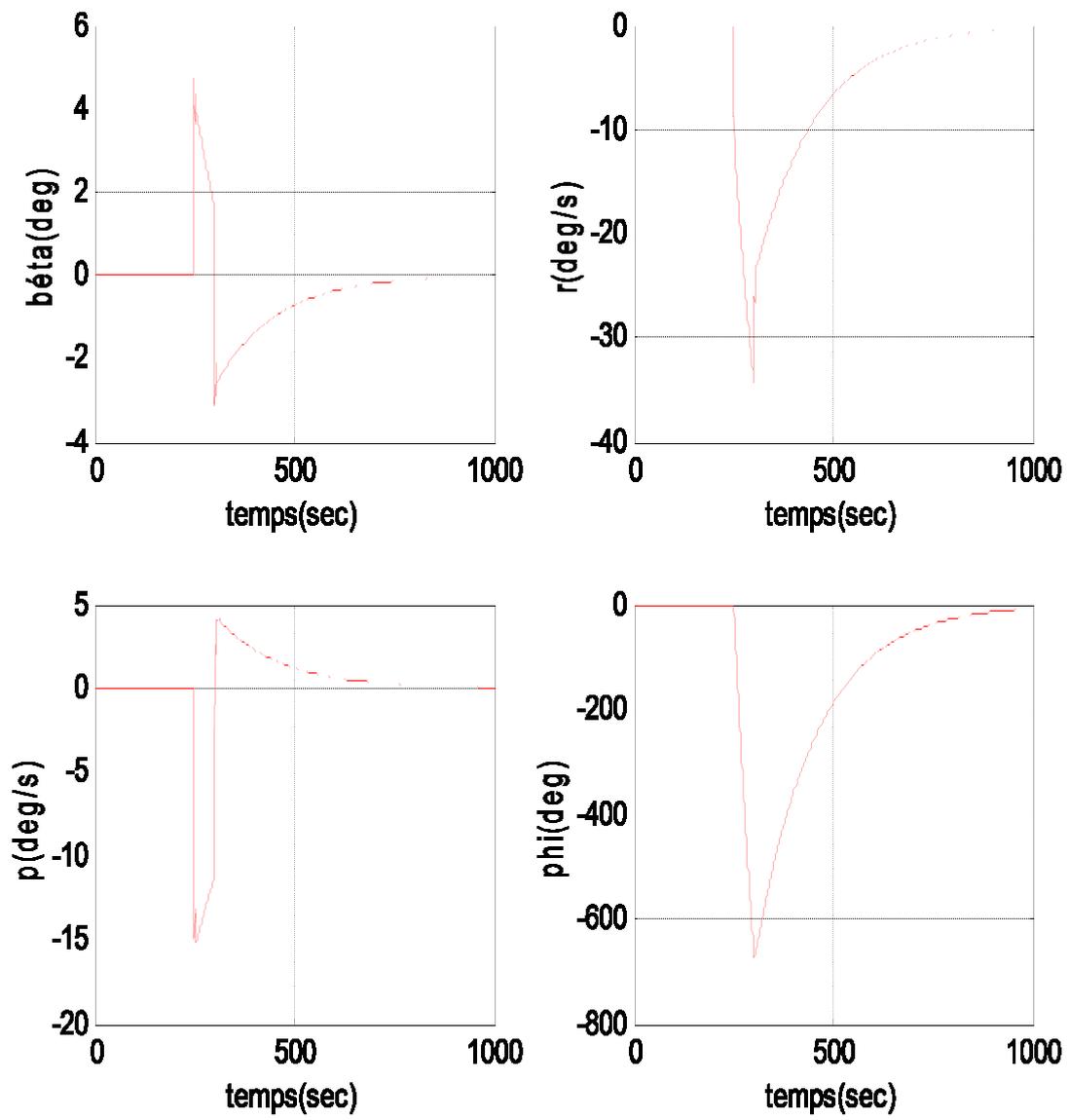


Fig. (1.8) la réponse du système latéral avec $\delta_a = \text{échelon} = 5^\circ$ et $\delta_r = \text{échelon} = 5^\circ$ a $t=250s$

b. Système Longitudinal

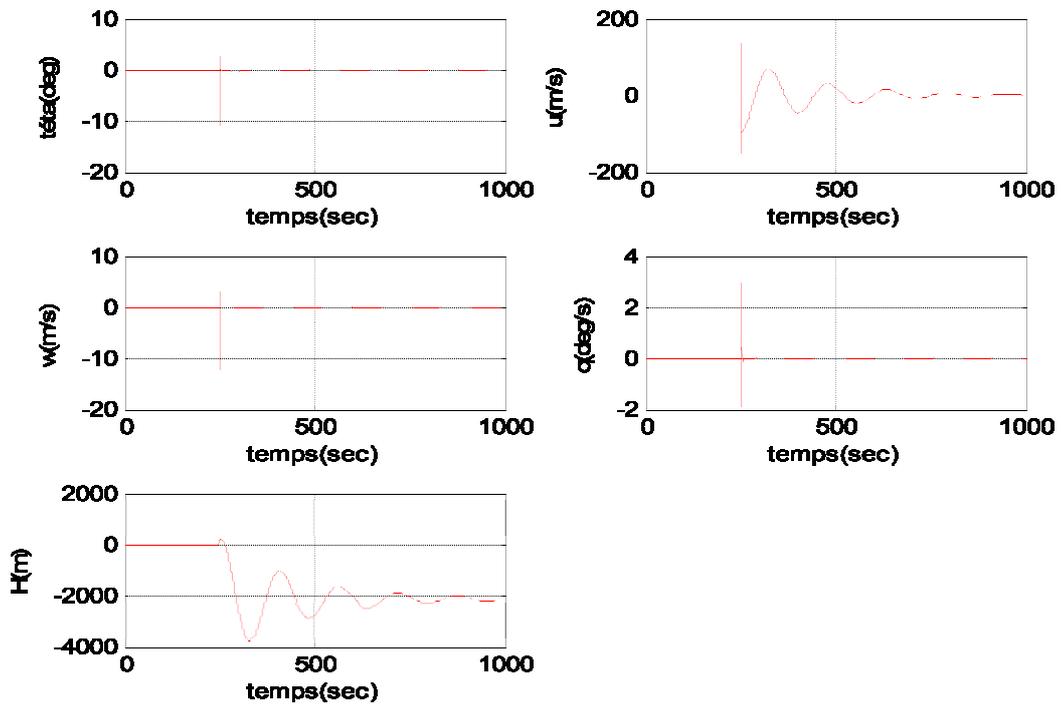


Fig. (1.9) la réponse du système longitudinal avec $\delta_m = \text{impulsion} = 10^\circ$ a $t=250s$

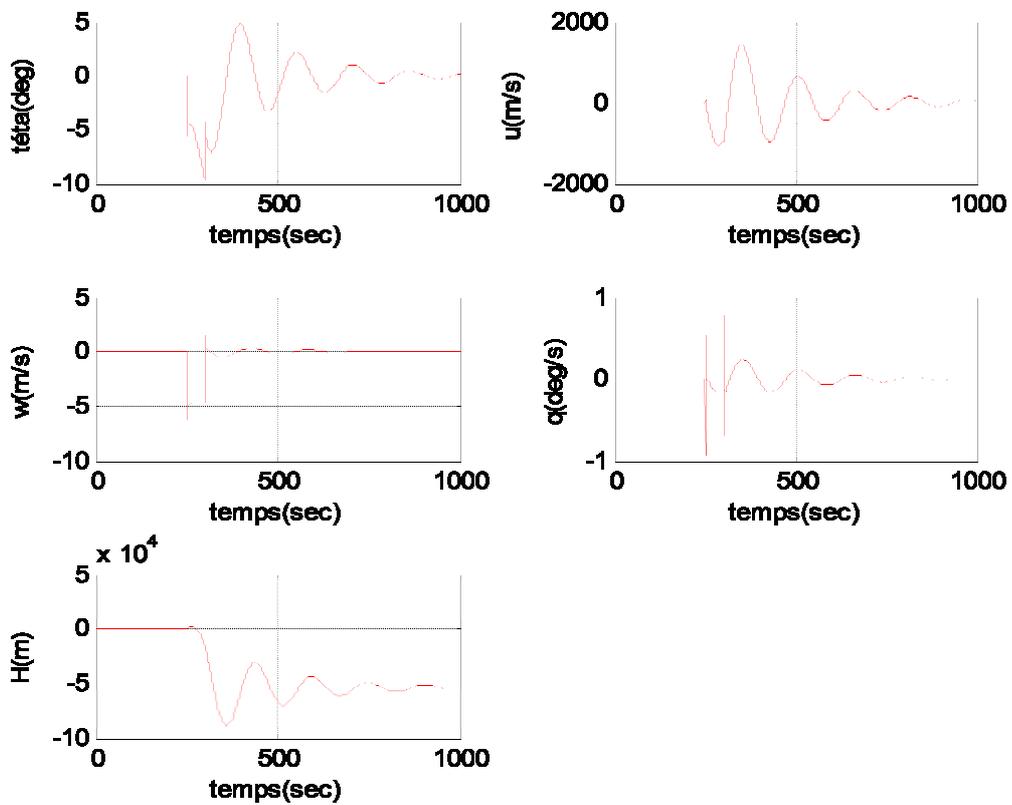


Fig. (1.10) la réponse du système longitudinal avec $\delta_m = \text{échelon} = 5^\circ$ a $t=250s$

Interprétation des résultats :

En mode latéral, en imposant des entrées une fois de type échelon (limité dans le temps, $t=50s$), et une autre fois de type impulsion ($t=1s$), sur les gouvernes de direction « δr » et de gauchissement « δa ». On remarque que les modes qui sont loin de l'axe imaginaire (Roulis, Spiral) ont un effet rapide sur les sorties. Par contre, le mode complexe (Roulis Hollandais) qui est proche de l'axe imaginaire a un effet long sur les sorties.

En mode longitudinal, en imposant le même type des signaux d'entrées sur la gouverne de profondeur « δm ». On remarque dans le cas de l'échelon, l'effet du mode (Short Period) qui est un mode apériodique bien amorti sur l'angle d'incidence, tandis que l'effet du mode (phagoïde) qui est un mode oscillatoire mal amorti sur l'angle de tangage.

1.7 CONCLUSION

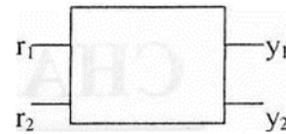
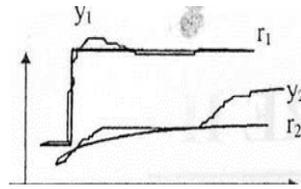
Nous avons ainsi testé la stabilité des deux systèmes obtenus, en boucle ouverte. En leur appliquant un échelon puis une impulsion comme signaux d'entrées. Concernant le premier type de signal, on remarque que la stabilité théorique est acquise, car les deux systèmes possèdent des pôles ayant des parties réelles négatives; seulement que les résultats obtenus sont inacceptables en pratiques, ceci est dû à la présence de pôles très proches de l'axe imaginaire, et qui conduisent rapidement l'avion vers le problème de décrochage. Pour cette raison, nous allons faire appel au contrôle de vol, afin de stabiliser notre système en boucle fermée, et par conséquent éviter ce problème. Dans le cas de l'impulsion, le système ne présente aucune instabilité.

CHAPITRE 2

COMMANDES LINEAIRES DES

SYSTEMES MULTIVARIABLES

2.1 INTRODUCTION



On a en général plusieurs points à résoudre lors de la détermination de commande.

D'abord, il faut assurer que les sorties y suivent les références r en générant les commandes u plus on doit avoir autant que possible un faible couplage entre y_1 , et y_2 , c.à.d. que le système en boucle fermée doit être découplé. Le problème de contrôle peut être classifié en deux parties

- Régulation $r = 0$
- Poursuite ou contrôle où $r \neq 0$

Dans le cas de problème de poursuite, le problème de la commande comprend deux parties :

- La stabilité en boucle fermée
- L'erreur finale qui doit être nulle $\bar{y} = \bar{r}$ finale

On étudiera la synthèse des commandes linéaires, lorsqu'elles sont appliquées à un système d'avion (Airbus) puis on testera leur robustesse, lorsqu'on fait subir à l'avion les différentes sortes de perturbations.

L'étude se portera sur deux commandes linéaires les plus utilisées et qui sont :

- La commande linéaire par retour d'état
- La commande linéaire par retour d'état avec action intégrale

On commencera par déterminer analytiquement chaque commande, puis on simulera la réponse du système. [17]

2.2 COMMANDE LINEAIRE PAR RETOUR D'ETAT

2.2.1 Introduction

La commande par retour d'état consiste à utiliser le vecteur d'état en contre réaction pour améliorer le comportement propre du processus.

- Le système est contrôlable si :

$$\text{Rank} [B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B] = n$$

Où A est une matrice de dimension (n x n).

Soit le système physique donné par les équations d'état suivantes :

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{2.1}$$

$$Y = Cx \tag{2.2}$$

Avec $x = [\beta \ r \ p \ \phi]^T$ et $U = [\delta \ a \ \delta \ r]^T$ pour le mouvement latéral

La commande par retour d'état est donnée par :

$$u = -Kx + K_r r \tag{2.3}$$

K : matrice des gains de retour

K_r : matrice des gains d'allée

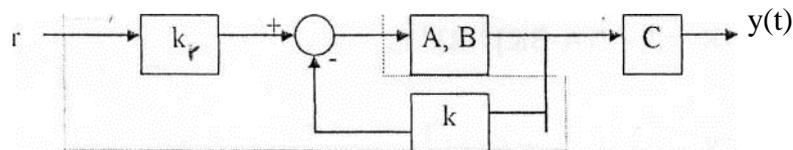


Fig. (2.2.1) - Schéma synoptique de la commande par retour d'état -

Dynamique en boucle fermée :

On utilisera (2.2) et (2.3) on obtient :

$$\dot{x} = Ax - BKx + Bk_r r = (A - BK)x + Bk_r r$$

$$Y = C x$$

Le système en boucle fermée est stable si les valeurs propres A-BK sont à parties réelles négatives, ceci est assuré en choisissant la matrice K.

Choix de K

Pour un système SISO $K = [K_1, \dots, K_n]$, puisqu'on a n valeurs propres de la matrice

A-Bk qui doivent être placées et comme on a n valeurs de k, le choix de k est alors unique pour cet ensemble de valeurs propres

Pour le cas d'un système MIMO,

$$K(m,n) = \begin{bmatrix} k_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ k_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{mn} \end{bmatrix}$$

La matrice K admet m*n éléments, cependant seul n valeurs propres de A-BK doivent être placées alors le choix de K n'est pas unique. [17]

Comment choisir K si m>1 ? En plaçant les vecteurs propres de A-BK pour maximiser la robustesse on arrive à une matrice k unique. C'est la méthode utilisée par le logiciel MATLAB pour déterminer K avec la commande PLACE.

Choix de K_r :

Sachant qu'il faut assurer que les sorties Y suivent les références donc :

$$\text{L'erreur finale } \bar{y} - \bar{r} = 0 \quad \text{po } t \rightarrow \infty$$

$$\text{D'où } C\bar{x} = \bar{r} \quad \text{pou } t \rightarrow \infty \tag{2.5}$$

si r = constante

$$(A - BK)\bar{x} + BK_r \bar{r} = 0 \quad \Rightarrow \quad BK_r \bar{r} = -(A - BK)^{-1} BK_r \bar{r} \tag{2.6}$$

Alors : $C\bar{x} = \bar{r} \Rightarrow -C [A - B K]^{-1} B K_r \bar{r} = \bar{r}$
 Et $\Rightarrow -C [A - B K]^{-1} B K_r = I_m$ (2.7)

Par suite $K_r = \left[-C [A - B K]^{-1} B \right]^{-1} I_m$ (2.8)

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} -0.18063 & -0.9978 & 0.668 & 0.0404 \\ 2.8056 & -0.3269 & -0.06187 & 0 \\ -5.4416 & 0.33165 & -1.4776 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.0060211 & 0.036127 \\ -0.19639 & -1.5985 \\ -1.3759 & 1.0528 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le système est contrôlable si $\text{Rank} [B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B] = n$

Ou A est une matrice de dimension (n x n)

Donc $\text{Rank} \begin{bmatrix} 0.0060 & 0.0361 & -0.7242 & 2.2917 & 1.2020 & -2.4536 & 2.8215 & -11.9770 \\ -0.1964 & -1.5985 & 0.1662 & 0.5588 & -2.2060 & 6.3882 & 4.0233 & -8.4206 \\ -1.3759 & 1.0528 & 1.9351 & -2.2823 & 1.1367 & -8.9130 & -8.9523 & 28.6398 \\ 0 & 0 & -1.3759 & 1.0528 & 1.9351 & -2.2823 & 1.1367 & -8.9130 \end{bmatrix} = 4$

Et on a n=4 donc notre système est contrôlable.

2.2.2 Dynamique en boucle fermée en présence de perturbations externe :

Perturbations extérieures :

Ces perturbations influent directement sur les surfaces de contrôle .c.-à-d. la gouverne de gauchissement, de profondeur et de direction (voir annexe A).

Nous soumettons notre système d'avion à une perturbation causée par une turbulence atmosphérique, telle qu'une rafale de vent, représentée par un bruit blanc gaussien additive très riche en fréquence, en faisant varier son amplitude.

Dans le cas de présence d'une perturbation externe représentée par le terme $d(t)$, les équations d'états (2.1) et (2.2) prendront la forme suivante:

$$\dot{x} = Ax + Bu + d(t) \quad (2.9)$$

$$Y = Cx$$

$$\text{Avec toujours : } u = -Kx + K_r r \quad (2.10)$$

$$\text{D'où : } \dot{x} = (A - BK)x + BK_r r + d(t) \quad (2.11)$$

$$Y = Cx$$

NB : La stabilité en boucle fermée de notre système, en présence de perturbation externe $d(t)$ est acquise, dans la mesure où l'erreur de sortie est bornée tant que le terme $d(t)$ reste borné.

2.2.3 SIMULATION ET INTERPRETATIONS

Après l'obtention des lois de la commande, et par le biais du logiciel MATLAB; on va simuler la réponse du système, en faisant varier à chaque fois son coefficient d'amortissement ξ en imposant un temps de réponse spécifié au modèle d'avion étudié, sans modifier sa pulsation propre ω , pour ne pas changer la qualité de vol.

Graphes de simulation du mouvement latéral pour le contrôle de β et ϕ

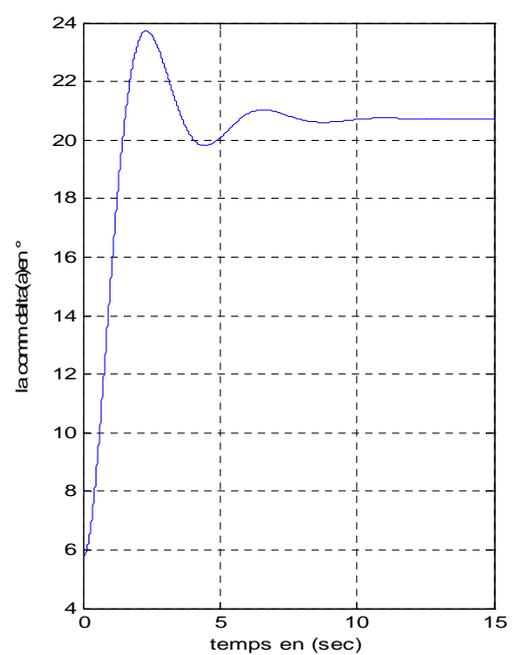
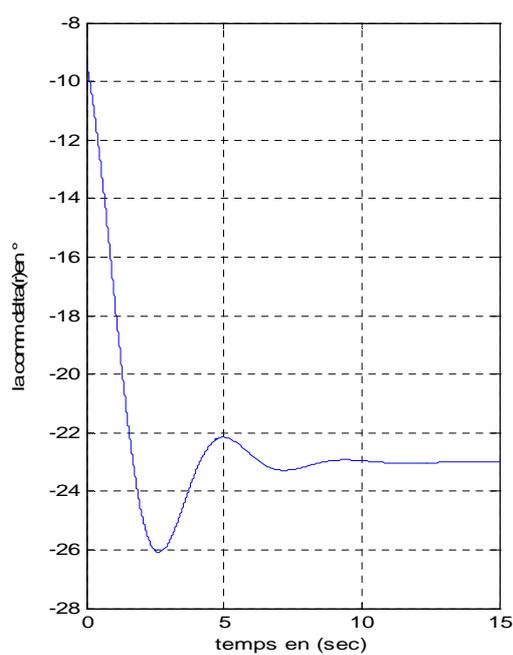
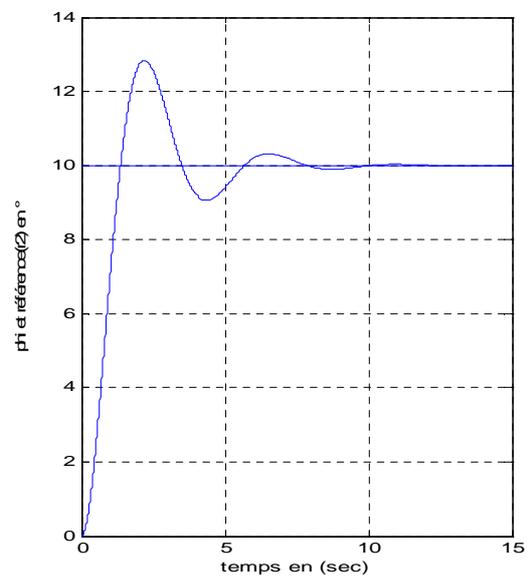
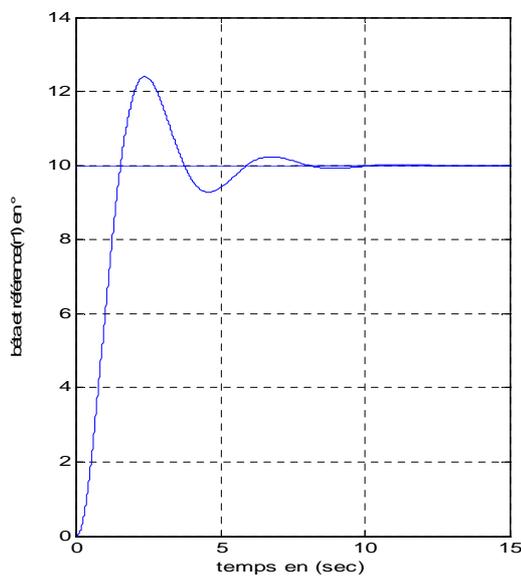
Nous voulons un temps de réponse en boucle fermée de 8s

Figures (2.2.2) :

Représente, la simulation de la commande par retour d'état sans perturbation. Nous avons un vecteur de pôles, qui nous permettra de calculer les matrices de gains K et K_r de la commande, en utilisant la commande PLACE.

$$K = \begin{bmatrix} 4.9156 & -0.6070 & -0.0335 & -3.6406 \\ 0.0321 & -0.6359 & -0.1879 & -1.6337 \end{bmatrix} \text{ et } K_r = \begin{bmatrix} 2.7926 & -3.7290 \\ 2.2787 & -1.6998 \end{bmatrix}$$

On remarque que les signaux de sorties y_1 et y_2 poursuivent les références r_1 et r_2 respectivement après une phase transitoire. La première oscillation atteint les 12° et ne s'atténue qu'après 10 secondes, puis se stabilise à $10,02^\circ$. On constate la présence d'une erreur statique, Ceci est interprété par le fait que l'amortissement n'est pas parfait. Mais comme les signaux de sorties (y_1 et y_2) et de commandes (u_1 et u_2) restent bornés en régime permanent, alors le système est stable.



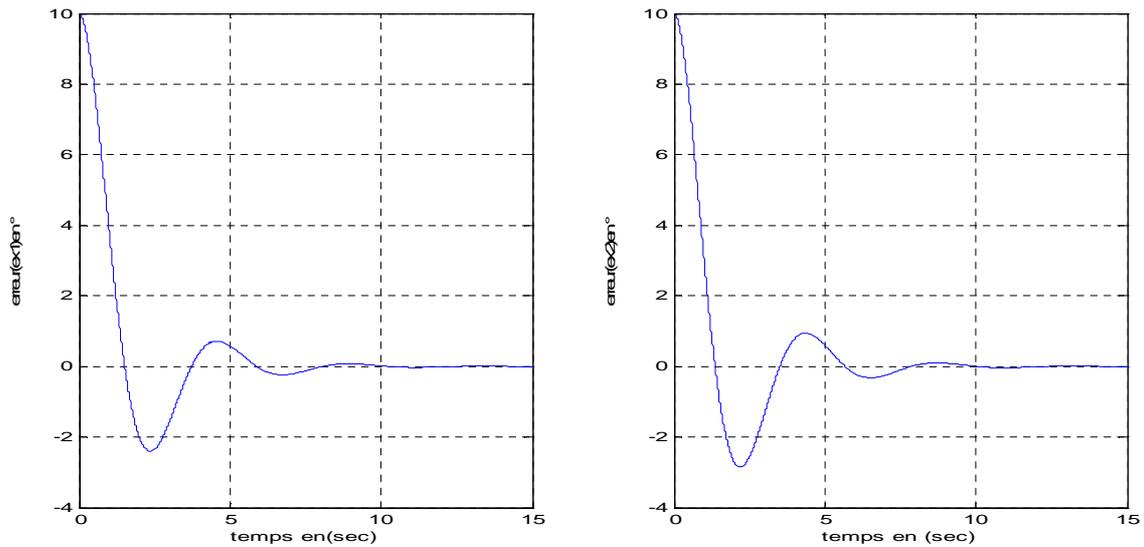


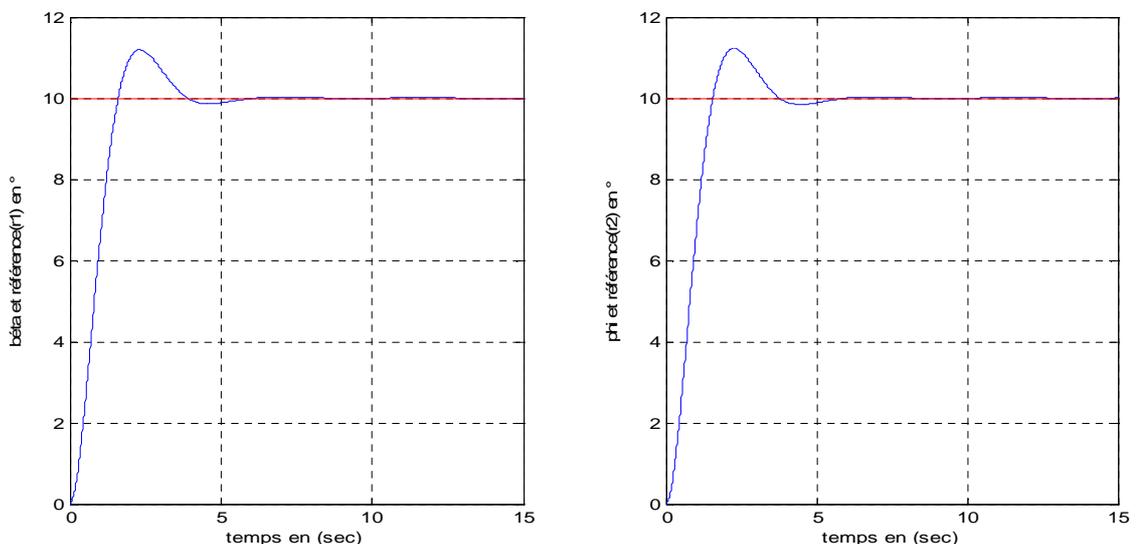
Fig. (2.2.2) Commande par retour d'état pour $r1 = r2 = 10$

Figures (2.2.3) :

Cette figure représente la même simulation que la précédente, seulement nous avons changé le vecteur de pôles, on aura par la suite les gains suivants :

$$K = \begin{bmatrix} 5.4216 & -0.6329 & -0.4033 & -3.9194 \\ -0.0662 & -0.7514 & -0.0908 & -1.2076 \end{bmatrix} \text{ et } K_r = \begin{bmatrix} 3.3575 & -4.0274 \\ 2.1913 & -1.2774 \end{bmatrix}$$

On remarque là aussi, que les deux signaux de sorties $y1$ et $y2$ possèdent une phase oscillatoire mais plus amortie, dont la première atteint 11.2° pour $y1$ et 11.25° pour $y2$. L'erreur statique est annulée. On constate un meilleur amortissement que le premier cas.



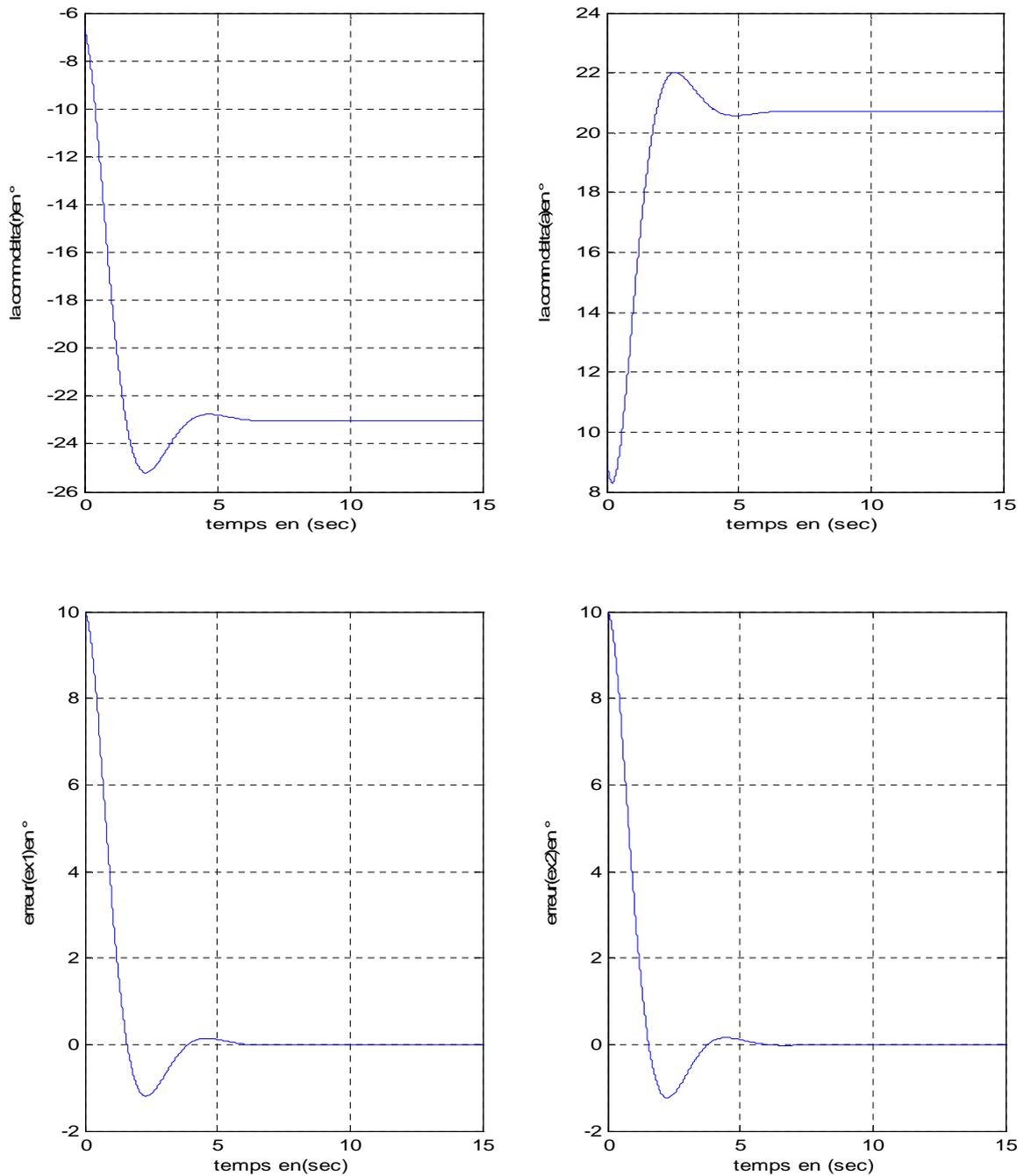


Fig. (2.2.3) Commande par retour d'état pour $r_1 = r_2 = 10$

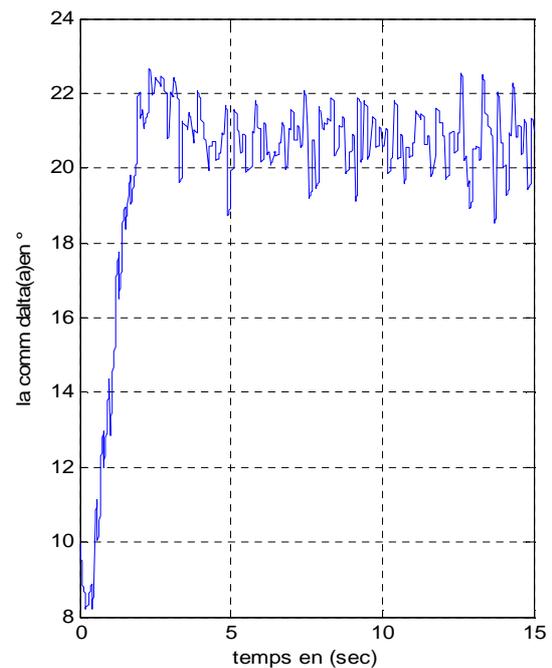
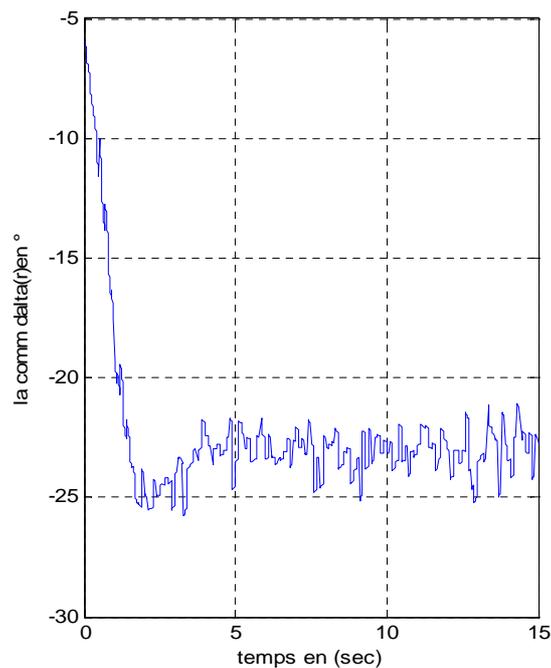
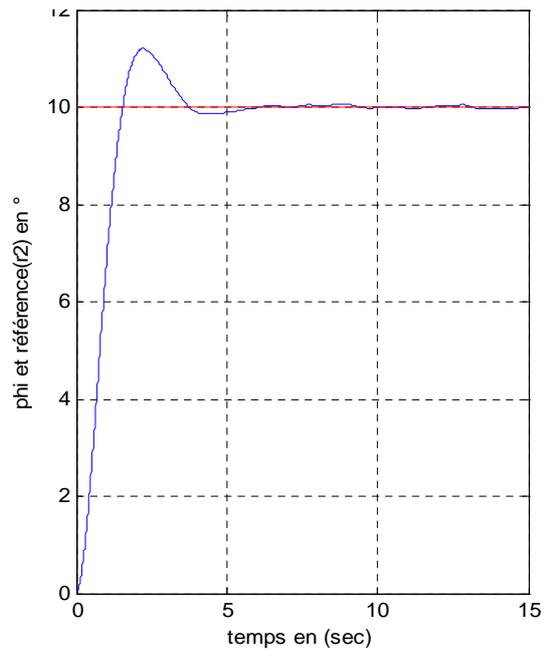
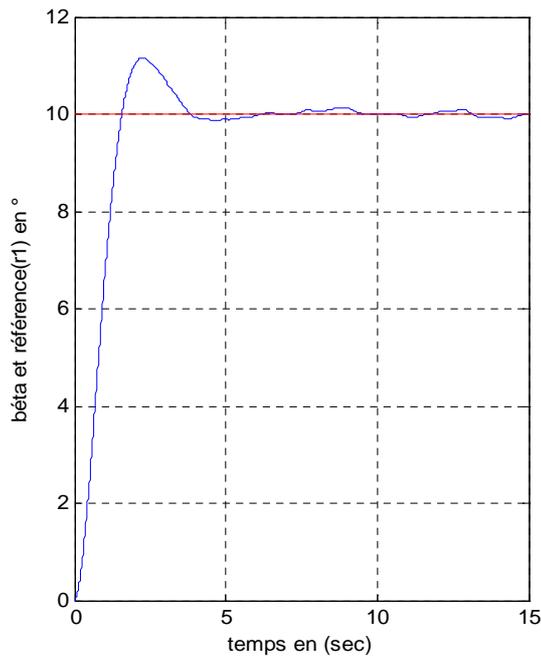
Figures (2.2.4 – 2.2.5) :

Dans ce cas, nous appliquons à notre système une perturbation externe sévère (rafale de vent) pour deux valeurs de niveau (0.01, 10). On remarque que les signaux de commandes deviennent de plus en plus excités, à chaque fois qu'on fait augmenter le niveau du bruit. On remarque que β est plus atteint par la perturbation que ϕ . Ceci montre la sensibilité de l'angle de dérapage face à ces

perturbations.

Dans tous les cas, nous avons une bonne poursuite des signaux de sorties vers les références et delà, nous pouvons dire que la commande est robuste.

$$K = \begin{bmatrix} 5.4216 & -0.6329 & -0.4033 & -3.9194 \\ -0.0662 & -0.7514 & -0.0908 & -1.2076 \end{bmatrix} \text{ et } K_r = \begin{bmatrix} 3.3575 & -4.0274 \\ 2.1913 & -1.2774 \end{bmatrix}$$



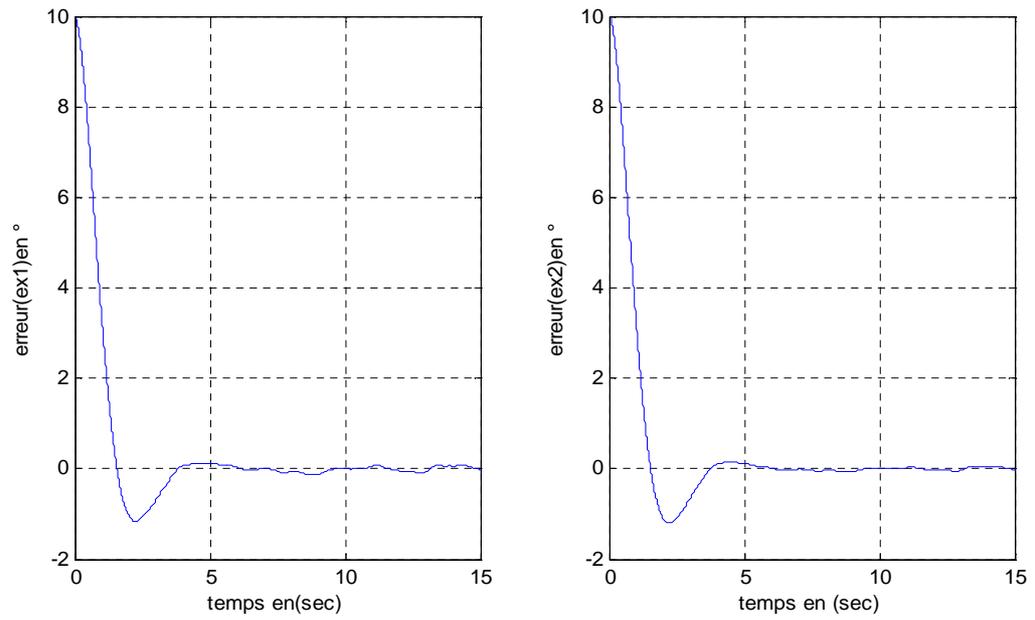
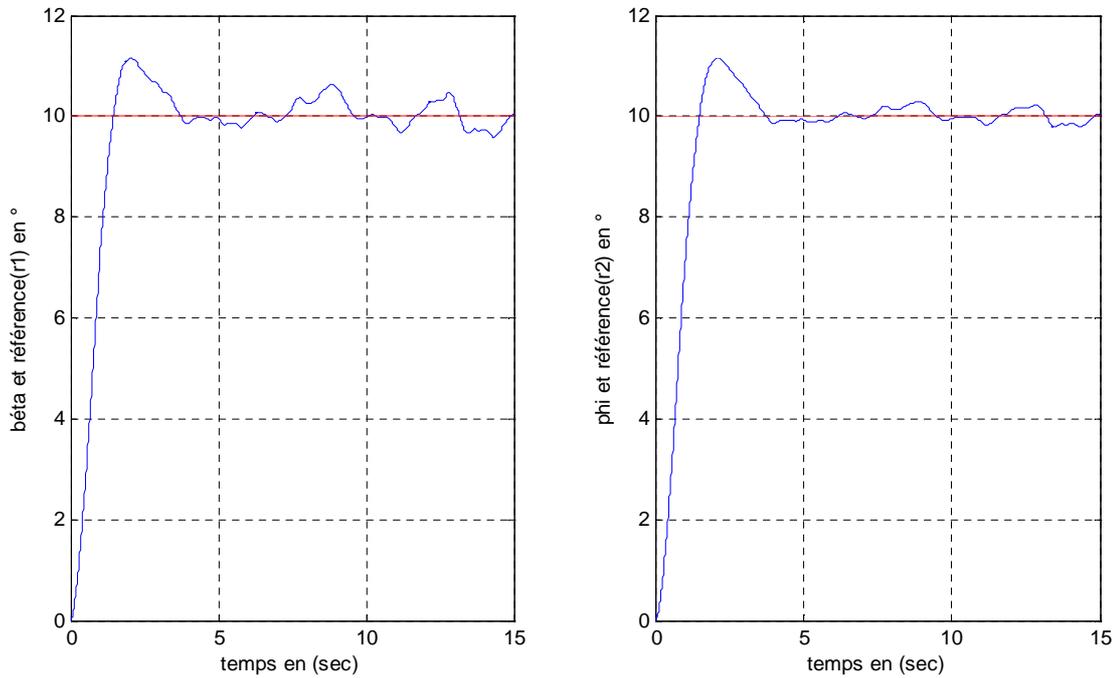


Fig. (2.2.4) Commande par retour d'état avec perturbation externe pour une Variance = 0.01



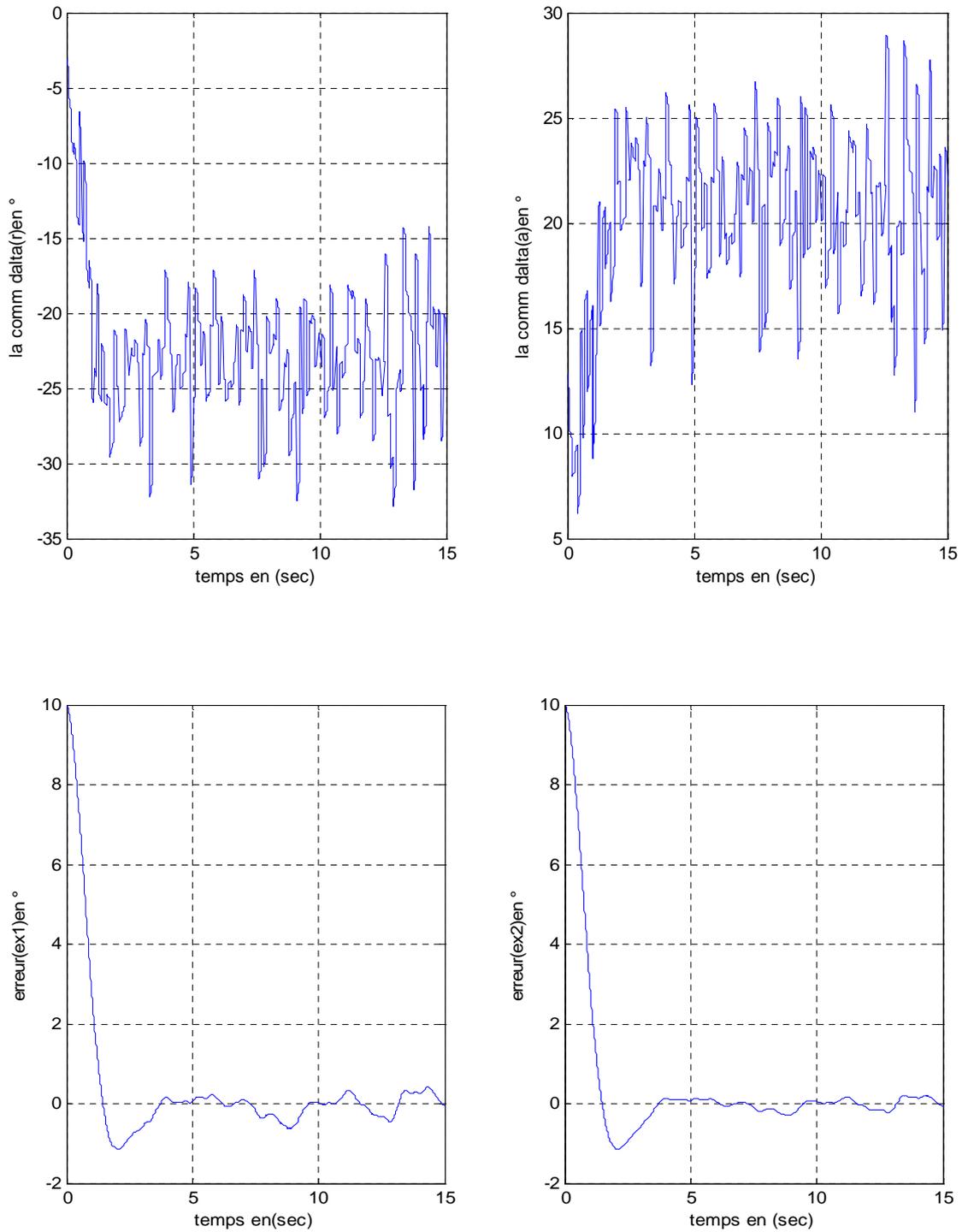


Fig. (2.2.5) Commande par retour d'état avec perturbation externe pour une Variance = 10

2.3 COMMANDE LINEAIRE PAR RETOUR D'ETAT AVEC ACTION INTEGRALE

Le problème avec la commande avec retour d'état est que les erreurs (au repos) peuvent avoir lieu, ceci est dû aux variations des paramètres de A et B (c.à.d. du système). Pour cela, on combine une action intégrale pour résoudre ce problème. Le terme de l'action intégrale n'est autre que l'intégrale de l'erreur définie par [17] :

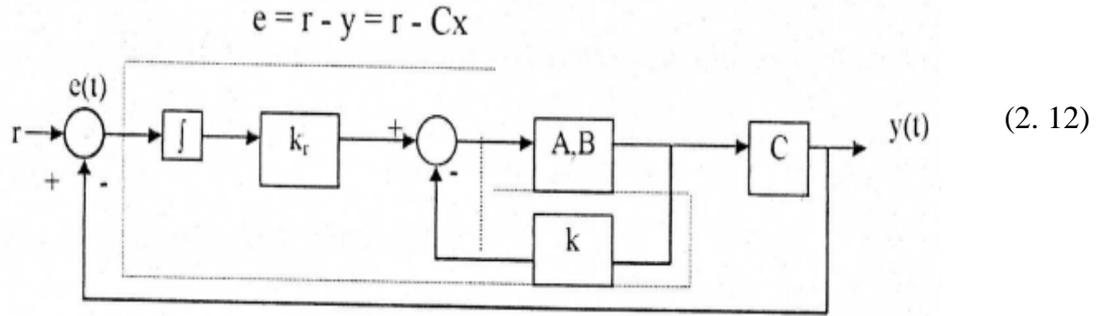


Fig. (2.3.1) - Schéma synoptique de la commande par retour d'état avec action intégrale -

$$x_i = \int_0^i e(\tau) d\tau \quad (2.13)$$

$$\dot{x}_i = r - Cx \quad (2.14)$$

La commande est :

$$u = -Kx + K_i x_i \quad (2.15)$$

Où K_i : matrice des gains intégraux

$$\dot{x} = (A - BK)x + BK_i x_i \quad (2.16)$$

$$\dot{x}_i = r - Cx$$

On définit un nouveau vecteur d'état augmenté

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A - BK & BK_i \\ -C & O_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} O_{n,m} \\ I_M \end{pmatrix} r \quad (2.17)$$

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} -0.18063 & -0.9978 & 0.668 & 0.0404 \\ 2.8056 & -0.3269 & -0.06187 & 0 \\ -5.4416 & 0.33165 & -1.4776 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.0060211 & 0.036127 \\ -0.19639 & -1.5985 \\ -1.3759 & 1.0528 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Donc il est de là forme

$$\dot{Z} = A^* z + B^* u + D \tag{2.18}$$

avec $u(t) = -K^* z$ où $K^* = [k \quad -k_i]$

Stabilité en boucle fermée

Le choix de K et de K_i est dicté par le choix des valeurs propres de A* (qui doivent être à partie réelle négative) les mêmes commentaires sur la commande avec retour d'état sont valables dans ce cas aussi ($\bar{y} = \bar{r}$) .Pour éliminer l'erreur finale :

$$\bar{y} = \bar{r} \Rightarrow \bar{x}_i = \text{constante} \Rightarrow x_i = 0$$

On procède toujours par la fonction PLACE de MATLAB après avoir bien sûr vérifié la contrôlabilité de notre système augmenté (*) avec un vecteur de valeur propre p* pour calculer k* puis on déduit K et K_i [17].

2.3.1 Dynamique en boucle fermée en présence de perturbation externe

Ces perturbations influent directement sur les surfaces de contrôle .c.-à-d. la gouverne de gauchissement, de profondeur et de direction (voir annexe A).

Nous soumettons notre système d'avion à une perturbation causée par une turbulence atmosphérique, telle qu'une rafale de vent, représentée par un bruit blanc gaussien additive très riche en fréquence, en faisant varier son amplitude.

La dynamique est toujours présentée par les équations (2.1) et (2.2) avec la présence du terme $d(t)$ qui représentent les perturbations externes sachant que la commande est :

$$U = -K X + K_i X_i \quad (2.19)$$

$$\dot{X} = (A - BK)X + BKX_i + d(t) \quad (2.20)$$

$$\dot{X}_i = r - CX$$

Donc le système augmente devient :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A - Bk & BK_i \\ -C & O_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} O_{n,m} \\ I_m \end{pmatrix} r + d(t) \quad (2.21)$$

NB : La stabilité en boucle fermée de notre système, en présence de perturbation externe $d(t)$ est acquise, dans la mesure où l'erreur de sortie est bornée tant que le terme $d(t)$ reste borné.

2.3.2 SIMULATION ET INTERPRETATIONS :

Comme pour le cas de la commande par retour d'état, on choisit un échelon comme signal de référence, pour les simulations sans la présence de perturbations.

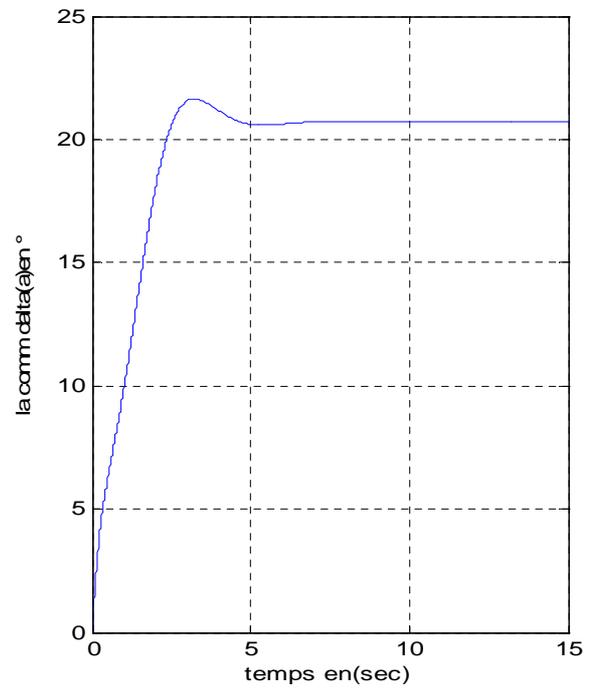
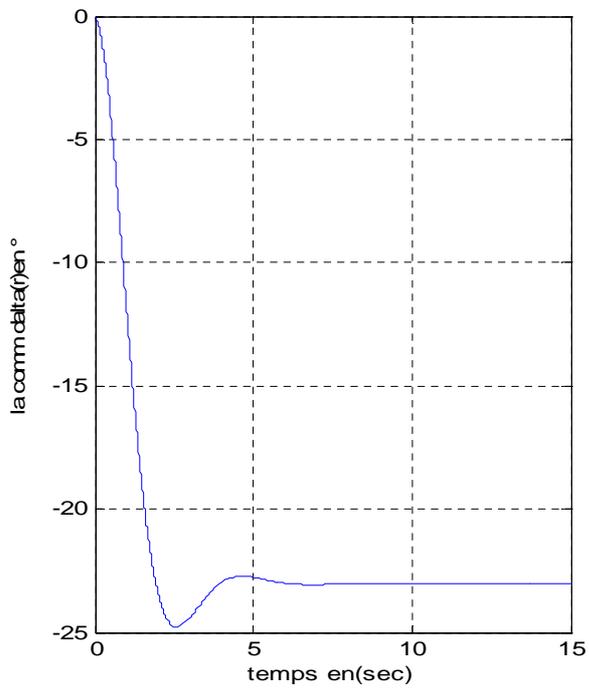
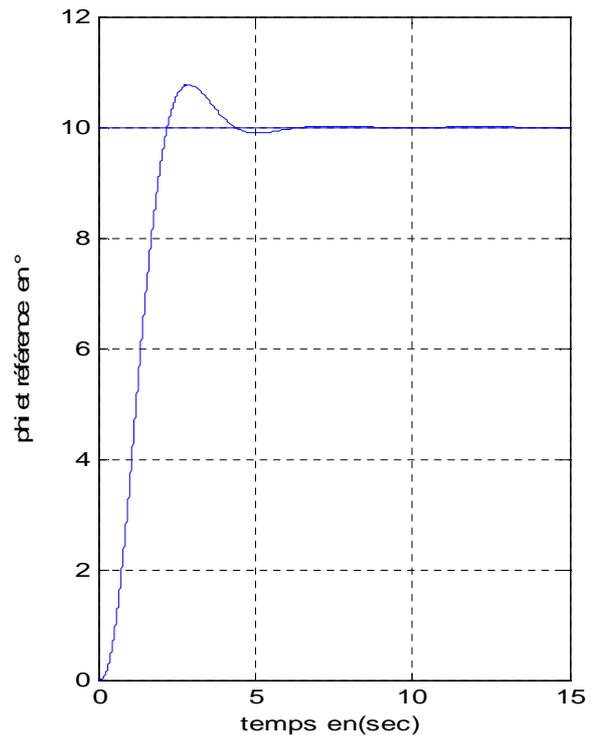
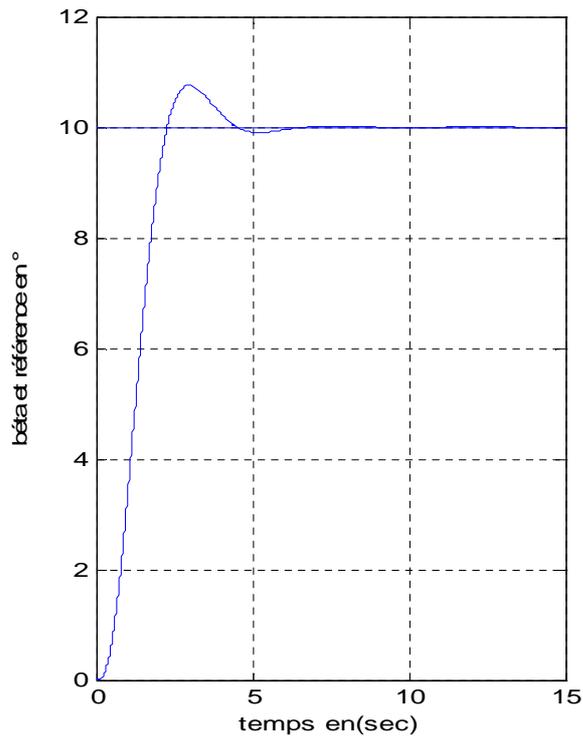
Graphes de simulation du mouvement latéral pour le contrôle de β et ϕ

Figures (2.3.2) :

Représente, le résultat de simulation d'une commande par retour d'état avec action intégral sans perturbation. Nous avons un vecteur de pôles désirés qui nous génère les matrices gains de la commande K et K_i tels que

$$K = \begin{bmatrix} 11.4031 & -1.5654 & -1.6036 & -10.0014 \\ 3.0102 & -1.8117 & 0.2162 & -2.6883 \end{bmatrix} \text{ et } K_i = \begin{bmatrix} 7.2560 & -7.4490 \\ 4.3300 & -1.9444 \end{bmatrix}$$

Dans ce cas, le signal de sortie β et ϕ possède une phase oscillatoire, mais elle est plus amortie. Le système reste toujours stable.



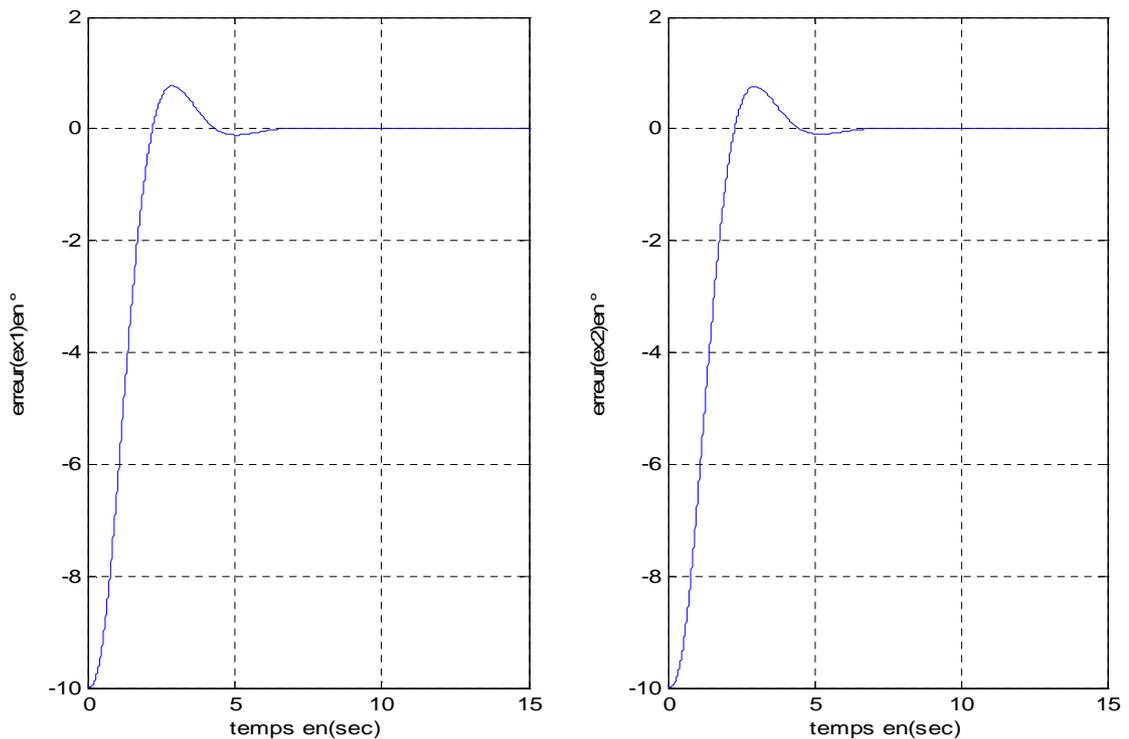


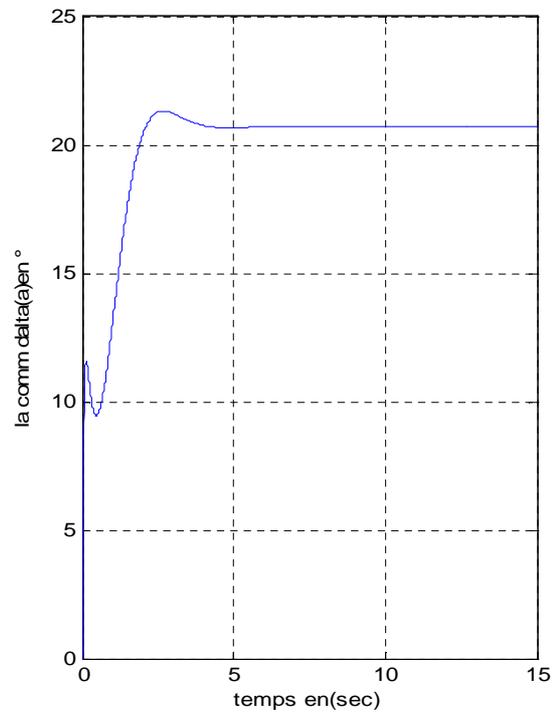
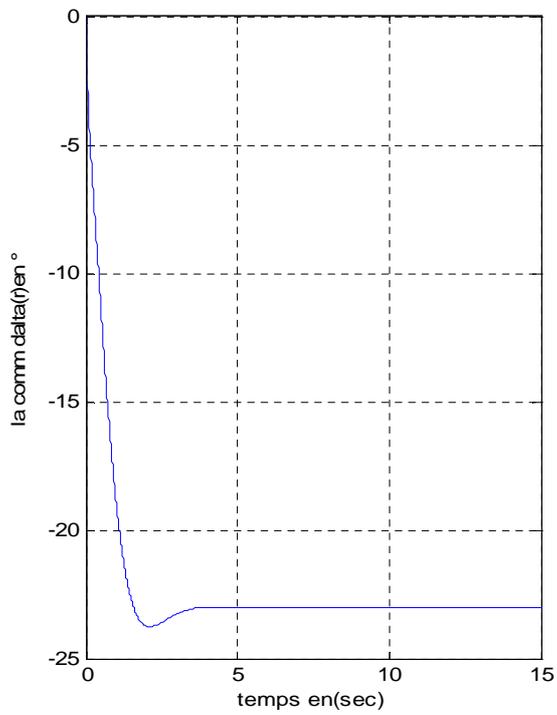
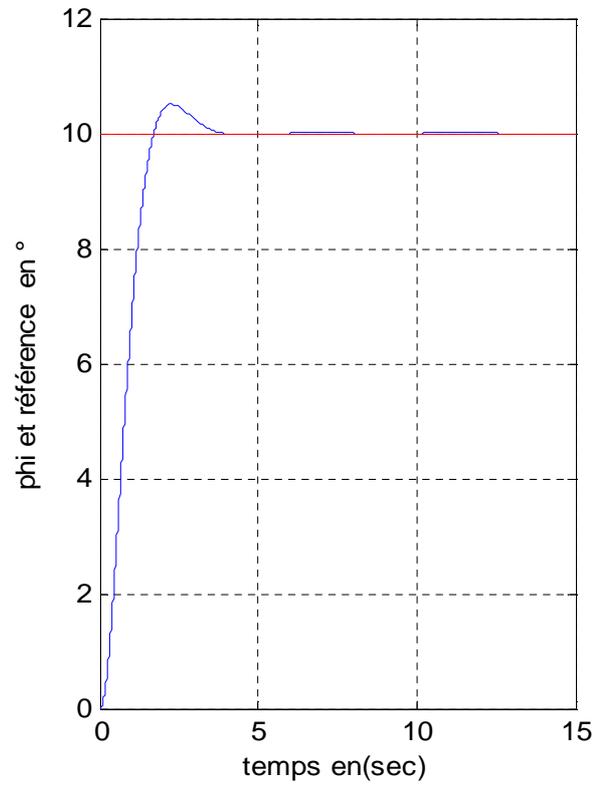
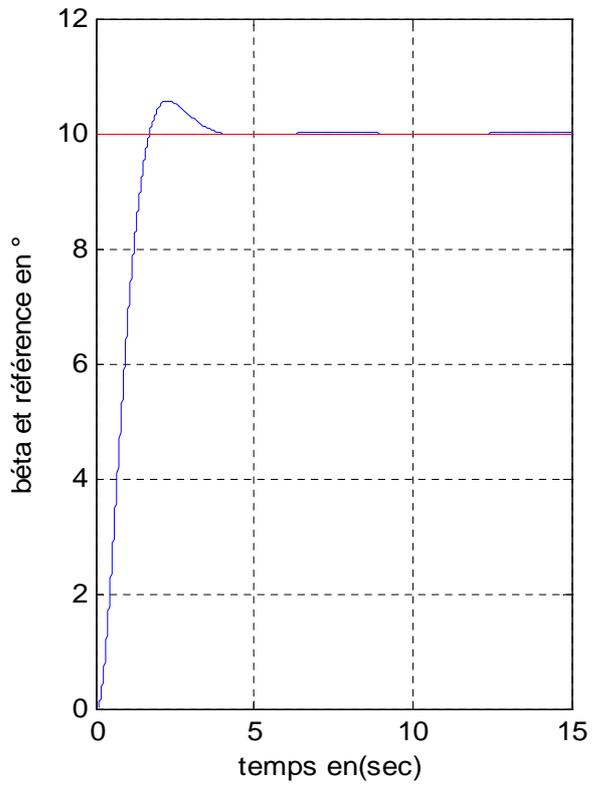
Fig. (2.3.2) Commande par retour d'état avec action intégrale pour $r_1 = r_2 = 10$

Figures (2.3.3) :

Cette figure représente la même simulation que précédemment avec :

$$K = \begin{bmatrix} 62.3241 & -8.1854 & -13.5849 & -68.8394 \\ 35.6146 & -11.6360 & 1.9509 & -17.1118 \end{bmatrix} \text{ et } K_i = \begin{bmatrix} 68.8134 & -76.5179 \\ 47.4058 & -17.9669 \end{bmatrix}$$

On remarque que le signal de sortie β et ϕ suivent les références r_1 et r_2 respectivement, sans erreur statique, après une phase oscillatoire. Effectivement, la présence de l'action intégrale a permis d'éliminer l'erreur statique entre signal de sortie et référence ; reste à jouer sur l'amortissement pour éliminer la phase oscillatoire. Remarquons que les signaux de sorties (y_1 et y_2) et de commandes (u_1 et u_2) restent bornés en régime permanent, et la stabilité du système est maintenue.



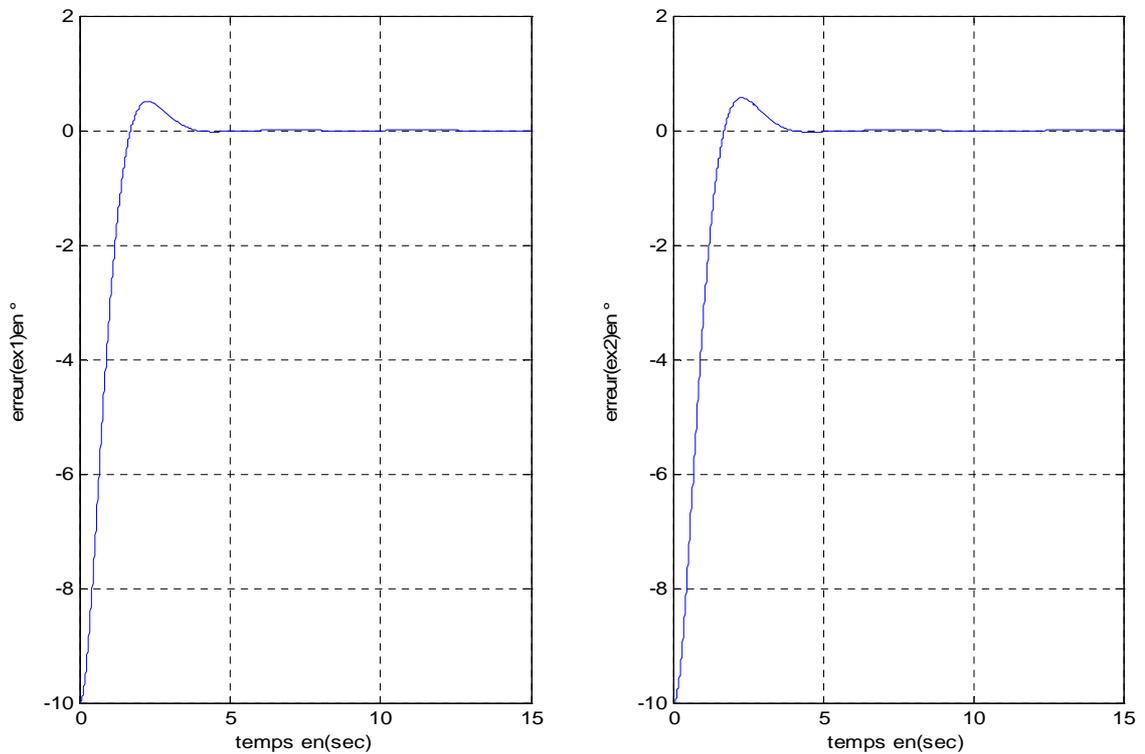
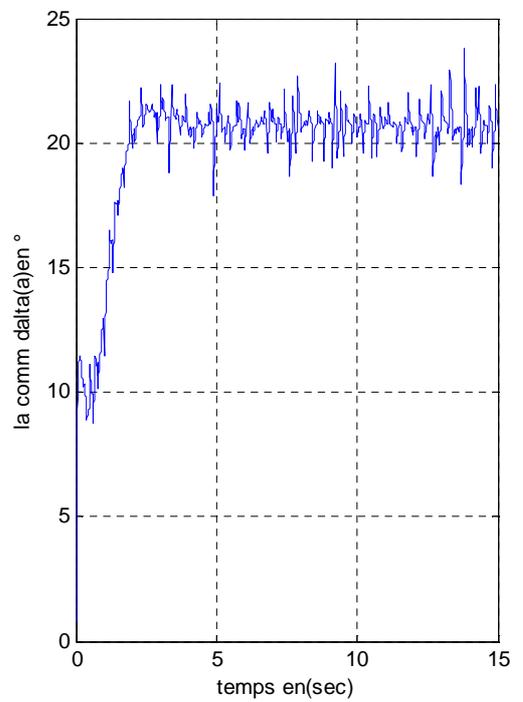
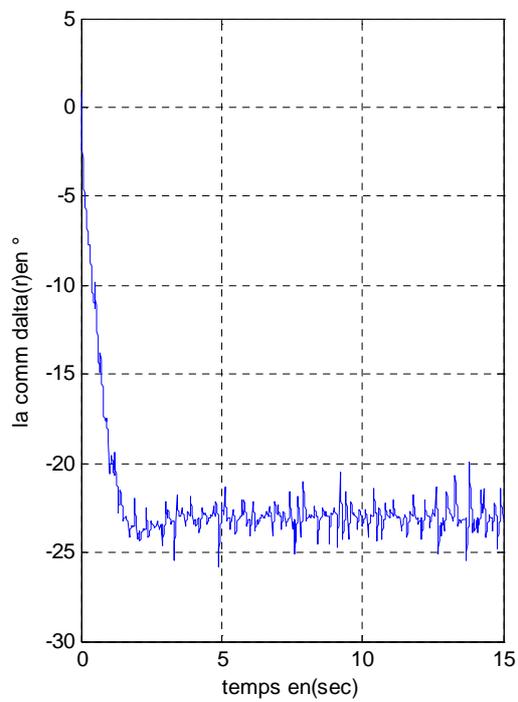
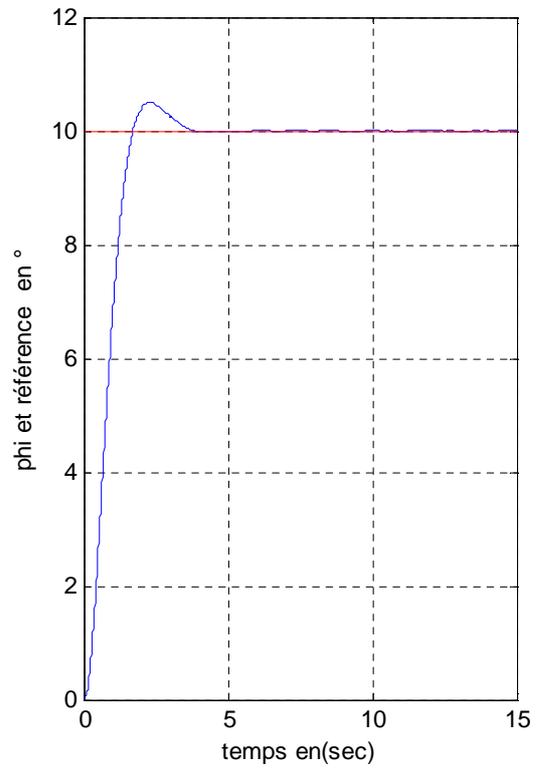
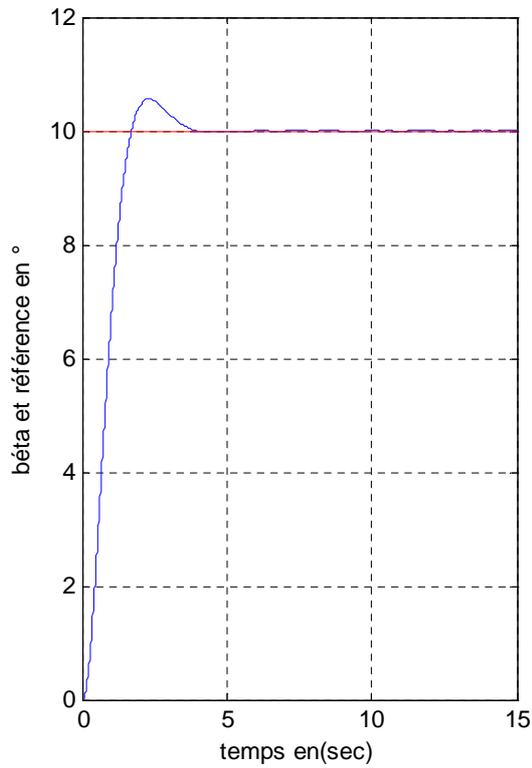


Fig. (2.3.3) Commande par retour d'état avec action intégrale pour $r_1 = r_2 = 10$

Figures (2.3.4 – 2.3.5) :

On applique à notre système une perturbation sévère (rafale de vent) pour deux valeurs (0.01,10). On remarque, que les signaux de commandes deviennent de plus en plus importants à chaque fois qu'on augmente le niveau du bruit, On note aussi, qu'il y a une parfaite poursuite des signaux de sortie aux signaux de références. On déduit alors, que la commande est robuste face à ces perturbations et maintient le système stable, avec des commandes bornées.



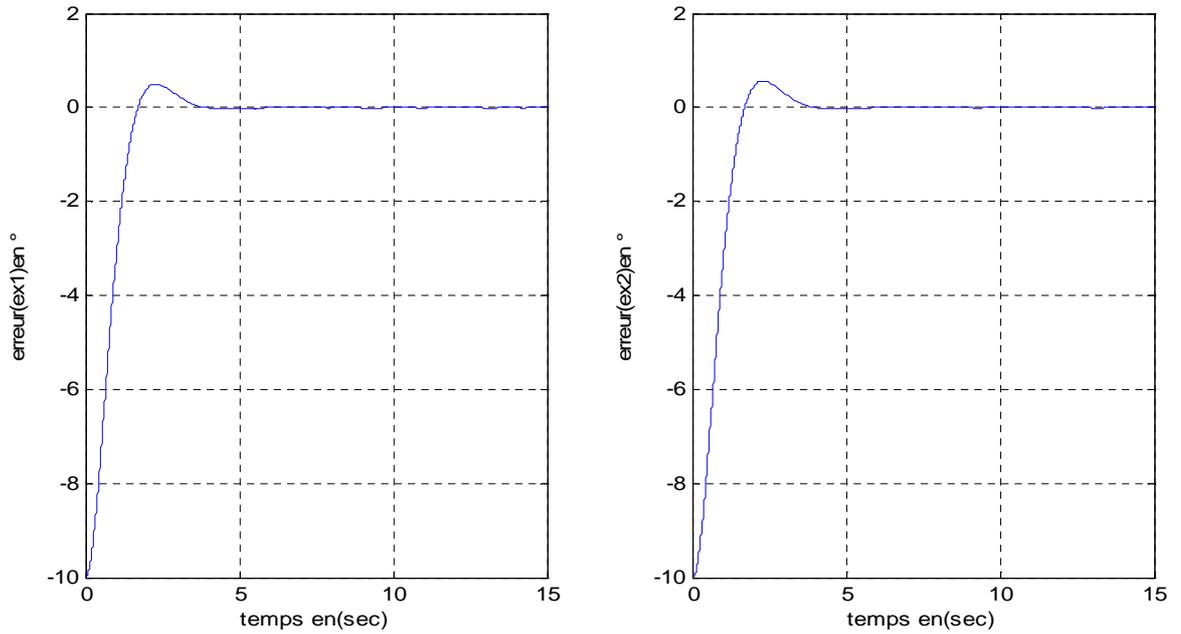
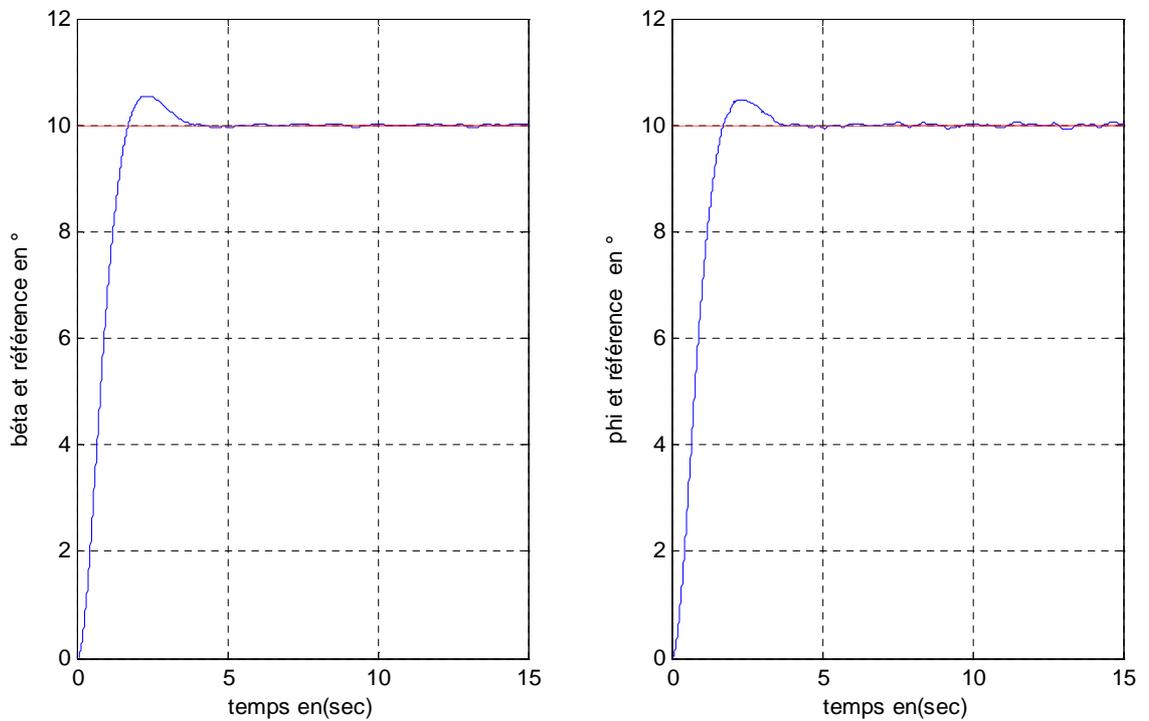


Fig. (2.3.4) Commande par retour d'état avec action intégrale avec perturbation externe pour une Variance = 0.01



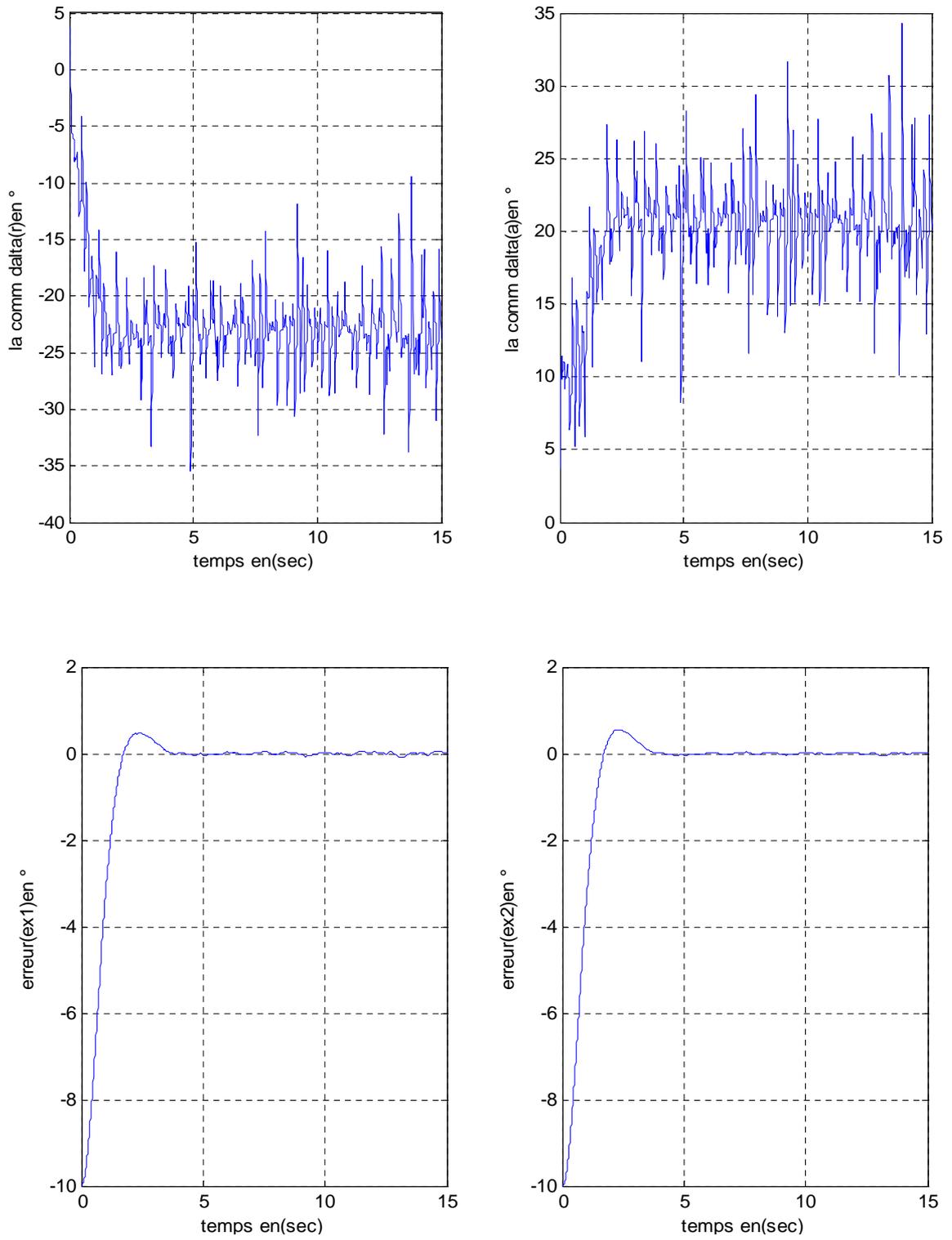


Fig. (2.3.5) Commande par retour d'état avec action intégrale avec perturbation externe pour une Variance = 10

2.4 CONCLUSION

Dans cette partie, nous avons étudié la synthèse et la robustesse des deux commandes classiques lorsqu'elles sont appliquées à un système linéaire.

A partir des résultats obtenus par simulation, on constate que la commande par retour d'état avec action intégral est plus robuste que celle par retour d'état, et ceci par l'annulation de l'erreur statique causée par les différentes perturbations.

CHAPITRE 3

COMMANDE PREDICTIVE GENERALISEE

CHAPITRE 3

COMMANDE PREDICTIVE GENERALISEE

3.1 INTRODUCTION

La commande prédictive est née d'un besoin réel dans le monde industriel. Un besoin de systèmes de régulation de performances plus élevées que les contrôleurs classiques, tout en respectant des contraintes de fonctionnement et de production toujours plus élevées.

La commande prédictive est une technique de commande avancée. Elle a pour objectif de commander des systèmes industriels complexes. Le principe de cette technique est d'utiliser un modèle dynamique du processus à l'intérieur du contrôleur en temps réel afin d'anticiper le comportement futur du procédé. Cette méthode est également appelée commande à horizon glissant ou fuyant, en référence à la manière dont la fenêtre de temps considérée pour les calculs est décalée à chaque itération. Le principal atout de la commande prédictive est sa capacité à prendre en compte dans son expression même les contraintes fonctionnelles et les contraintes d'exploitation du système considéré. [20].

Dans ce chapitre nous présentons un résumé historique de la commande prédictive et sa stratégie générale, puis nous exposons la description et l'analyse théorique de l'algorithme GPC (generalized predictive control). Une démonstration des résultats de simulation indiquant l'influence des paramètres de réglage et les performances du régulateur GPC appliqué sur un avion rigide du type AIR-BUS A300.

3.2 RESUME HISTORIQUE DE LA COMMANDE PREDICTIVE

La fin de la décennie 70 été marquée par un intérêt pour le MPC (Model Predictive Control) et surtout dans ses développements industriels. En Europe, on peut citer les travaux de Richalet (1976, 1978), où il est formulé le problème de la commande heuristique prédictive basée sur le modèle (MPHC : *Model Predictive Heuristic Control*) qui fût connue plus tard sous le nom de commande algorithmique (MAC : *Model Algorithmic Control*).

Aux Etats-Unis, Cutler et Ramaker (1980), ont développé ce qui sera connu, plus tard, comme commande Matricielle Dynamique (DMC : *Dynamic Matrix Control*). Un modèle dynamique du processus est utilisé dans les deux contributions (la réponse impulsionnelle dans la première et la réponse indicielle dans la seconde) en vue de quantifier l'effet des actions de commande sur la sortie. Ces algorithmes ont permis de

définir l'essence même des stratégies prédictives et les applications nombreuses dans le milieu industriel ont assuré leur pérennité [21].

En même temps et indépendamment, certains groupes européens de recherche académique ont commencé à développer des travaux basés sur les idées du prédictif pour des modèles formulés à partir d'une représentation entrée-sortie du système (fonction transfert). La commande auto adaptative à prédiction étendue a été développée par De Keyser et Van Cauwenberghe (1979) (EPSAC : *Extended Prediction Self Adaptive Control*). Elle utilise, dans le calcul de la commande qui optimise le critère choisie, un signal de commande constant pendant tout l'horizon de prédiction. Dans la commande adaptative à horizon étendu de Ydstie (1984), (EHAC : *Extended Horizon Adaptive Control*), l'idée fondamentale consiste à calculer à chaque instant la séquence des signaux de commande pour maintenir la sortie future la plus proche possible de la consigne pendant un horizon de temps plus grand que le retard présent sur le processus. La commande prédictive généralisée introduite par Clarke, Mohtadi et Tuffs (1987), (GPC : *Generalized Predictive Control*), est en ce moment, la méthode la plus populaire. Cette méthode permet la prise en compte des contraintes sur les entrées et les sorties en posant un problème d'optimisation quadratique.

Après ces travaux pilotes, l'intérêt pour le MPC a augmenté graduellement depuis les années 80, et d'autres méthodologies partageant les mêmes idées, sont apparues dans la littérature spécialisée de la commande.

Malgré le développement étendu qu'a connu le MPC pendant la fin de la décennie 70 et celle de 80, ce n'est qu'au début des années 90 qu'on a commencé à se préoccuper de l'étude de la stabilité et de la robustesse des méthodes MPC.

Le MPC peut aussi être formulé dans le contexte de la représentation en variables d'état, ceci permet non seulement de faire usage de théorèmes et résultats existant dans la théorie d'espace d'état, mais aussi facilite l'extension de la théorie MPC à des cas plus complexes comme ceux des systèmes avec perturbations stochastiques, bruits sur les variables de mesure ou commande multi variable.

Étant donné la charge élevée de calcul qu'exigent les algorithmes de programmation quadratique dans la stratégie MPC, beaucoup d'auteurs commencent à étudier la possibilité d'obtenir une solution rapide fournissant un résultat le plus souvent sous-optimal au problème d'optimisation [22].

3.3 STRATEGIE GENERALE DE LA COMMANDE PREDICTIVE

De manière générale, la loi de commande prédictive est obtenue selon de la méthodologie suivante :

- 1- Prédire les sorties futures du système en utilisant le modèle de prédiction. On dénote $\hat{y}(t+k/t)$, $k = N_1 \dots N_2$, les sorties prédites et par N_1 et N_2 les horizons de prédiction minimal et maximal, respectivement. Ces sorties sont dépendantes des valeurs de sorties et d'entrées du processus à commander connues jusqu'au temps t .
- 2- Calculer la séquence de signaux de commande, dénotée par $u(t+k/t)$, $K = 0 \dots N_u - 1$, en minimisant un critère de performance afin de mener la sortie du processus vers une sortie de référence dénotée par $w(t+k/t)$, $K = N_1 \dots N_2$, N_u est l'horizon de contrôle. D'habitude le critère de performance à minimiser est un compromis entre une fonction quadratique des erreurs entre $\hat{y}(t+k/t)$ et $w(t+k/t)$ et un coût de l'effort de commande. Par ailleurs, la minimisation d'une telle fonction peut être soumise à des contraintes sur l'état et plus généralement à des contraintes sur la commande.
- 3- La commande $u(t)$ est envoyée au système tandis que les autres commandes sont oubliées. Au temps $t+1$ on acquiert la sortie réelle $y(t+1)$ et on recommence au premier [23].

La figure (3.1) illustre cette méthodologie et sa mise en œuvre en utilisant la structure de base est montrée dans la figure (3.2). Les deux boucles fondamentales à remarquer sur cette figure sont le modèle et l'optimiseur. Le modèle doit être capable de prédire les sorties futures de manière précise et sa mise en œuvre doit être facile. L'optimisation doit fournir les actions de commande. En présence de contraintes, la solution est obtenue via des algorithmes itératifs, avec plus de temps de calcul, évidemment [24].

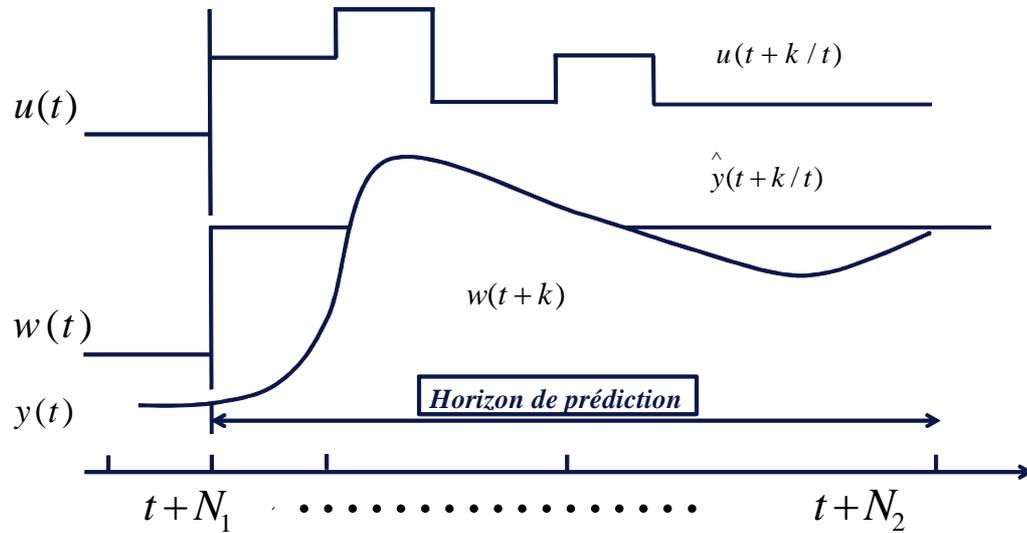


Fig. (3.1) : La méthodologie du MPC

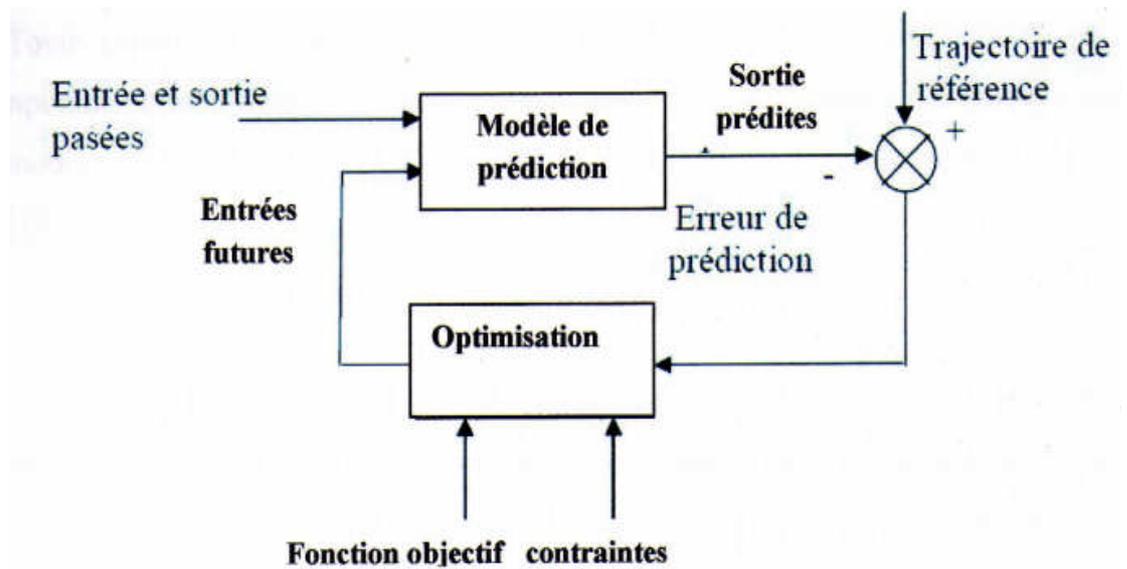


Fig. (3 .2) : Le schéma fonctionnel de la structure de base des algorithmes MP

3.4 COMMANDE PREDICTIVE GENERALISEE (GPC)

La commande prédictive généralisée est considérée comme étant la plus populaire des méthodes de commande prédictive, particulièrement pour les processus industriels. Elle combine la prédiction du comportement futur du procédé avec la commande de rétroaction fig. (3.3). La loi de commande est obtenue selon la stratégie donnée dans le paragraphe précédent [25].

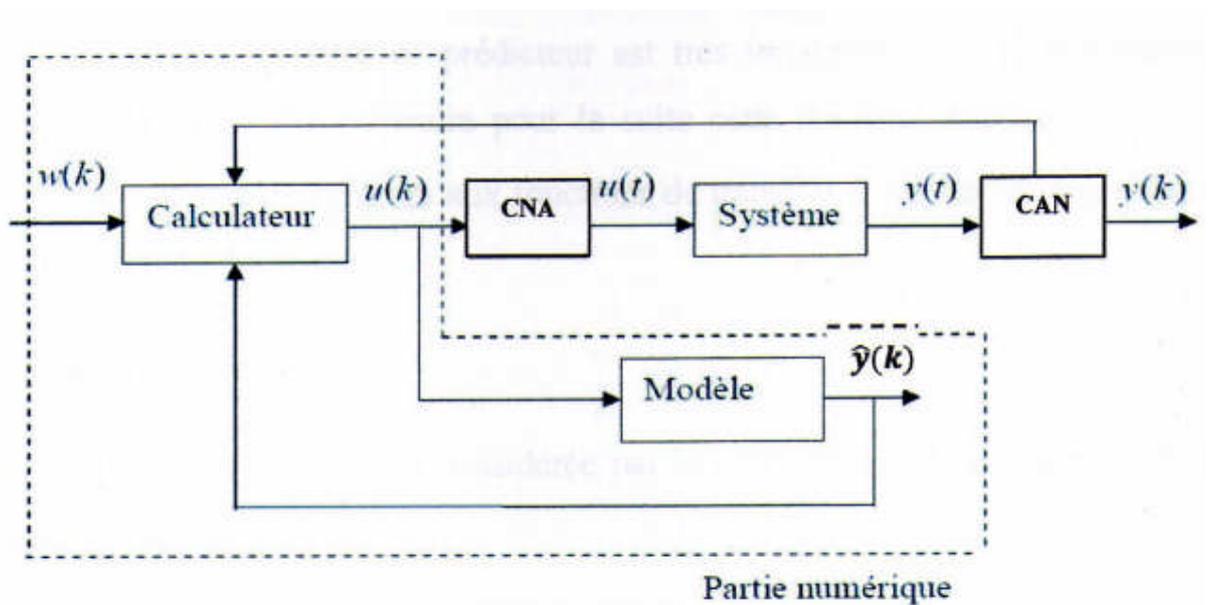


Fig. (3 .3) : Principe de fonctionnement de la commande prédictive généralisée.

3.4.1 FORMULATION DU MODELE

Toute commande prédictive nécessite la connaissance d'un modèle afin de prédire le comportement futur du système. Dans la commande GPC, le modèle classiquement utilisé est le modèle CARIMRA (Controlled Auto Regressive Integrated Moving Average), de la forme :

$$A (q^{-1}) y (t) = B (q^{-1}) u (t - 1) + C (q^{-1}) \frac{\xi (t)}{\Delta (q^{-1})} \quad (3.1)$$

$u(t)$, $y(t)$ et $\zeta(t)$ sont respectivement l'entrée, la sortie et le signal de perturbation du système. $\zeta(t)$ est considéré aléatoire et de moyenne nulle. Le polynôme C modélise l'influence du bruit sur le système. L'introduction de $\Delta(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$ dans le modèle de bruit assure une action intégrale dans le correcteur et permet, donc, d'annuler toute erreur statique vis-à-vis d'une entrée ou d'une perturbation en échelon. L'utilisation de ce modèle de perturbation est en fait une conséquence de la présence de perturbations de charge en échelon dans de nombreux processus industriels, celui-ci garantissant donc un comportement avec une erreur statique nulle face aux perturbations considérées.

$A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ et $C(q^{-1})$ sont des polynômes dans l'opérateur retard q^{-1} , ils sont définis par :

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{na} q^{-na} \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb} \\ C(q^{-1}) &= 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{nc} q^{-nc} \end{aligned} \tag{3.2}$$

Ce modèle va servir à la détermination du prédicteur optimal de la sortie du système dans le futur. D'une façon générale ce prédicteur est très important dans la méthodologie des commandes prédictives. On retiendra pour la suite cette dernière structure *CARIMA*, avec $C(q^{-1}) = 1$; en ne s'intéressant qu'aux fonctions de transfert entrée/sortie pour lesquelles ce polynôme n'a aucune influence [26].

3.4.2 FONCTION DE COUT

La loi de commande prédictive considérée par la GPC est associée à la minimisation du critère quadratique suivant :

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \left(\hat{y}(t+j) - w(t+j) \right)^2 + \lambda \sum_{j=1}^{N_u} \Delta u(t+j-1)^2 \tag{3.3}$$

Sous l'hypothèse $\Delta u(t+j) = 0 \quad \forall j \geq N_u$

Avec $w(t+k/t)$ c'est la référence Et $\Delta u(t+j-1)$ c'est l'horizon du contrôle.

Où : N_1 , N_2 , N_u et λ sont les paramètres de la GPC. $\lambda \geq 0$ est le facteur de pondération de la commande.

Le critère (3.3) comprend un terme quadratique sur l'erreur et sur l'incrément de commande et définit les contraintes qui sont placées sur l'entrée de commande sur l'horizon N_u . Sa minimisation fournit la séquence des commandes futures dont seule la première sera effectivement appliquée [27].

3.5 CHOIX DE L'HORIZON DE LA SORTIE ET DU CONTROLE

Des travaux de simulations concernant une variété de systèmes stables, instables et à non minimum-phase avec un temps de retard variable, ont montré que la robustesse de cette méthode de contrôle est sur le bon choix de l'horizon de sortie et de contrôle (N_1 , N_2 et N_U)

3.5.1 Choix de l'Horizon minimal N_1

Si le temps de retard k est connu exactement, il n'y a pas de point à prendre N_1 inférieur à k , il peut avoir lieu à un calcul super flous, dans lequel les sorties correspondantes peuvent ne pas être affectées par la première action de contrôle $u(t)$. Si k n'est pas connu ou variable, alors N_1 peut être prit égale à 1, sans pour cela perdre la stabilité.

3.5.2 Choix de l'Horizon maximal N_2

L'une des méthodes est, qu'en temps discret N_2 doit dépasser le degré de $B (Z^{-1})$, si le système est à phase non minimum.

3.5.3 Choix de l'Horizon de commande N_u

C'est un paramètre très important. Pour un système simple (stable en boucle ouverte pouvant avoir un temps de retard et une phase non minimum) la valeur de N_U peut être égale à 1 est donne généralement un contrôle acceptable. En augmentant N_U , la commande et la réponse de la sortie correspondante, deviennent plus actives D'une manière générale, N_U doit être égale au nombre de pôles à proximité de la borne de la stabilité.

3.5.4 Choix du coefficient de pondération λ

L'atténuation des variations brusque de commande que l'on peut constater avec l'algorithme (GPC) est possible par l'introduction du paramètre λ , il permet de donner plus ou moins de poids à la commande de façon à assurer de bonnes réponses lorsque le système de départ présente un risque d'instabilité.

Plus le gain du système est grand plus la commande doit être pondéré ; c'est-à-dire plus est important et inversement, donc λ . doit être choisie d'une façon à amplifier ou à réduire l'effort de commande. Dans littérature on trouve que λ est égale à la trace de $(G^T G)$.

[28,29]

3.6 OBTENTION DE LA LOI DE COMMANDE

La mise en œuvre de la loi de commande nécessite la définition d'un prédicteur à j-pas et la minimisation de la fonction de coût donnée par l'équation (3.3).

A. Prédicteur optimal :

Le prédicteur optimal à j-pas permet d'anticiper le comportement du processus dans le futur sur un horizon fini. Pour le définir, à partir de la forme du modèle (équation (3.1)), on élabore la sortie prédite à l'instant $t + j$, connaissant la sortie à l'instant t . La sortie prédite $\hat{y}(t + \frac{j}{t})$ est décomposée de façon classique en réponse libre et réponse forcée, incluant une forme polynomiale sous la forme :

$$\hat{y}(t + j) = F_j(q^{-1})y(t) + H_j(q^{-1})\Delta u(t-1) + G_j(q^{-1})\Delta u(t + j - 1) + J_j(q^{-1})\xi(t + j) \tag{3.4}$$

G_j, F_j et H_j sont des polynômes des équations diophantines.

Avec G_j représentant le futur, F_j, H_j correspondant au présent et au passé, J_j lié aux perturbations. Dès lors, le premier terme représentant la réponse libre est dû aux incréments de commandes passées, le deuxième terme représentant la réponse forcée correspond aux incréments de commandes futures et présentes, et à l'influence des perturbations [28].

L'équation (3.3) du modèle *CARIMA*, combinée avec celle du prédicteur équation (3.4), fournit le système d'équations ci-dessous :

$$\begin{cases} A(q^{-1})\Delta(q^{-1})y(t+j) = B(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + \xi(t+j) \\ \left[1 - q^{-j}F_j(q^{-1})\right]y(t+j) = \left[G_j(q^{-1}) + q^{-j}H_j(q^{-1})\right]\Delta u(t+j-1) + J_j(q^{-1})\xi(t+j) \end{cases} \quad (3.5)$$

Considérant l'égalité des fonctions de transfert, les quatre polynômes inconnus sont obtenus de façon explicite et unique par résolution des deux équations diophantienne suivantes :

$$\begin{cases} \Delta(q^{-1})A(q^{-1})J_j(q^{-1})q^{-j}F_j(q^{-1}) = 1 \\ G_j(q^{-1}) + q^{-j}H_j(q^{-1}) = B(q^{-1})J_j(q^{-1}) \end{cases} \quad (3.6)$$

En faisant l'hypothèse que la meilleure prédiction du terme lié aux perturbations est sa moyenne (ici nulle dans le cas du bruit blanc centré), le prédicteur optimal est défini de façon unique, dès que les polynômes sont connus, par la relation :

$$\hat{y}(t+j) = F_j(q^{-1})y(t) + G_j(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + H_j(q^{-1})\Delta u(t-1) \quad (3.7)$$

Avec :

$$\begin{cases} \deg \text{ré} [J_j(q^{-1})] = \deg \text{ré} [G_j(q^{-1})] = j-1 \\ \deg \text{ré} [F_j(q^{-1})] = \deg \text{ré} [A(q^{-1})] \\ \deg \text{ré} [H_j(q^{-1})] = \deg \text{ré} [B(q^{-1})] - 1 \end{cases} \quad (3.8)$$

La relation précédente donnant le prédicteur optimal est utilisée dans le critère (3.3) entre les horizons N_1 et N_2 . Pour simplifier les notations, il est possible d'utiliser une représentation matricielle de ce prédicteur [29].

Posons pour cela :

$$\begin{cases} f(q^{-1}) = [F_{N_1}(q^{-1}) \dots F_{N_2}(q^{-1})]^T \\ h(q^{-1}) = [H_{N_1}(q^{-1}) \dots H_{N_2}(q^{-1})]^T \\ \tilde{u} = [\Delta u(t) \dots \Delta u(t + N_u - 1)]^T \\ \tilde{y} = [\Delta y(t + N_1) \dots \Delta y(t + N_2)]^T \\ w = [\Delta w(t + N_1) \dots \Delta w(t + N_2)]^T \end{cases} \quad (3.9)$$

$$G = \begin{bmatrix} g_{N_1}^{N_1} & g_{N_1-1}^{N_1} & \dots & \dots \\ g_{N_1+1}^{N_1+1} & g_{N_1}^{N_1+1} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{N_2}^{N_2} & g_{N_2-1}^{N_2} & \dots & g_{N_2-N_u-1}^{N_2} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

La matrice \mathbf{G} , formée à partir des coefficients des polynômes G_j , s'identifie en fait aux coefficients de la réponse indicielle du modèle $g_i = g(i, T_e)$, T_e étant la période d'échantillonnage.

Avec ces notations, le prédicteur optimal à j -pas peut s'écrire sous forme matricielle :

$$\hat{y} = G\tilde{u} + f(q^{-1})y(t) + h(q^{-1})\Delta u(t-1) \quad (3.11)$$

Le critère quadratique donné par l'équation (4.3) peut se combiner avec l'équation précédente pour obtenir l'expression matricielle de la fonction de coût. On obtient alors :

$$J = [G\tilde{u} + f(q^{-1})y(t) + h(q^{-1})\Delta u(t-1) - w]^T [G\tilde{u} + f(q^{-1})y(t) + h(q^{-1})\Delta u(t-1) - w] + \lambda \tilde{u}^T \tilde{u} \quad (3.12)$$

B. Minimisation de la fonction de coût :

La commande optimale s'obtient enfin, par minimisation analytique du critère sous forme matricielle. la dérivée $\frac{\delta J}{\delta u} = 0$ donne :

$$\tilde{u} = M \left[w - f(q^{-1})y(t) + h(q^{-1})\Delta u(t-1) \right] \quad (3.13)$$

avec les matrices:

$$M = Q G^T \text{ de dimension } N_u \times (N_2 - N_1 + 1)$$

$$Q = [GT \ G + \lambda I_{N_u}] , \text{ de dimension } N_u \times N_u$$

Où I_{N_u} est une matrice identité de dimension $N_u \times N_u$

De façon classique en commande prédictive, seule la première valeur de la séquence \hat{u} , est finalement appliquée au système en accord avec la stratégie de l'horizon fuyant. L'ensemble de la procédure étant effectué de nouveau à la période d'échantillonnage suivante [29].

$$\Delta u_{opt}(t) = -m_1^T \left[f(q^{-1})y(t) + h(q^{-1})\Delta u(t-1) - w \right] \quad (3.14)$$

avec m_1^T première ligne de la matrice M .

La commande à appliquer sur le système est donnée par :

$$u(t) = u(t-1) + \Delta u_{opt}(t) \quad (3.15)$$

3.7 STRUCTURE RST EQUIVALENTE DE LA GPC

La structure RST équivalente de la GPC est donnée par la figure (4.4) :

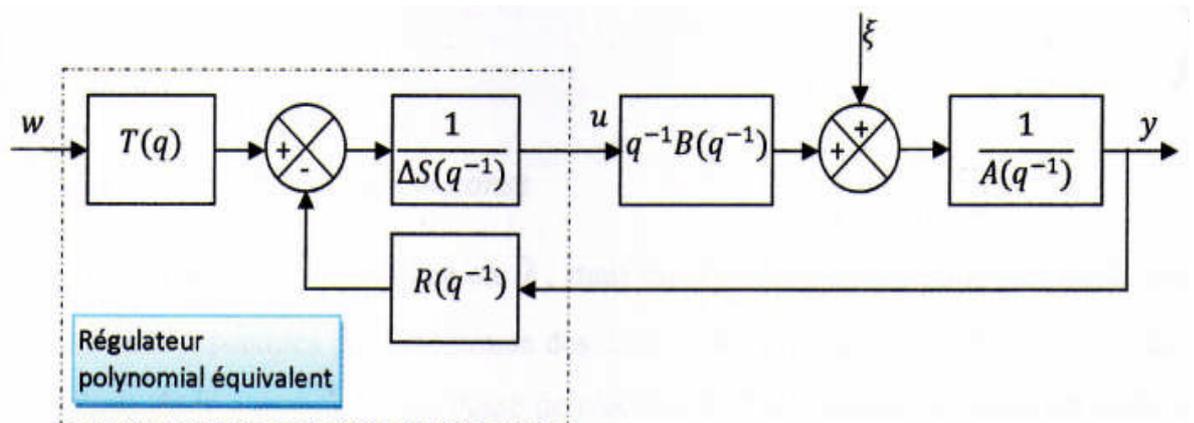


Fig. (3 .4) : Régulateur polynomial équivalent

Il est possible, à partir de la relation ci-dessus, de déduire la représentation polynomiale du régulateur équivalent, comme il est indiqué sur la figure (3.4). Cette structure RST classique permet l'implantation de la loi de commande par une simple équation aux différences [30] :

$$\Delta u(t) = m_1^T [w - f y(t) + h \Delta u(t - 1)] \quad (3.16)$$

Cette relation doit correspondre d'après la figure (4.4) à l'équation :

$$S(q^{-1}) \Delta u(t) = -R(q^{-1}) y(t) + T(q^{-1}) w(t + N_2) \quad (3.17)$$

Les trois polynômes prennent la forme suivante :

$$\begin{aligned} S(q^{-1}) &= 1 + m_1^T h q^{-1} & \deg \text{ré}S(q^{-1}) &= \deg \text{ré}B(q^{-1}) \\ R(q^{-1}) &= m_1^T f & \deg \text{ré}R(q^{-1}) &= \deg \text{ré}A(q^{-1}) \\ T(q^{-1}) &= m_1^T [q^{-N_2+N_1} q^{-N_2+N_1+1} \dots 1] & \deg \text{ré}T(q^{-1}) &= N_2 - N_1 \end{aligned} \quad (3.18)$$

3.8 APPLICATION AUX SYSTEMES MULTIVARIABLES :

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} -0.18063 & -0.9978 & 0.668 & 0.0404 \\ 2.8056 & -0.3269 & -0.06187 & 0 \\ -5.4416 & 0.33165 & -1.4776 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.0060211 & 0.036127 \\ -0.19639 & -1.5985 \\ -1.3759 & 1.0528 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Nous allons supposer un modèle multi variable à découplage total exprimant le comportement entrées / sorties du système. Ceci, peut être fait, en appliquant l'une des méthodes de découplage, connu en contrôle. Par la suite, Nous obtenant un ensemble de sous-système (siso), d'où à chacun desquels, nous pouvant lui appliquer la commande GPC pour la génération du vecteur de commande du système.

Soit le sous-système siso: $[y_i(t), u_i(t)]$ Avec ses éléments de transfert $[A_i(q^{-1}), B_i(q^{-1})]$

Nous allons calculer la commande $\Delta u_i(t)$ en appliquant les étapes de calcul de la commande GPC déjà citées.

Chapitre 4

Simulations Et Interprétations Des Résultats

- **COMPARAISONS**
- **CONCLUSIONS
GENERALES**
- **PERSPECTIVES**

INTERPRETATIONS GENERALES DES RÉSULTAS OBTENUS:

Notre étude a été entreprise, dans le but d'introduire la notion de robustesse, dans la synthèse commandes de vol, d'un avion rigide, représenté par un système linéarisé par la théorie des petites perturbations. Les résultats obtenus par simulation sont regroupés dans les tableaux recapitulatifs, donnés dans les pages suivantes; et qui ont permis de mettre en évidence les points suivants :

- L'implémentation des algorithmes des commandes linéaires pour notre système, dans le cas où il serait soumis à des perturbations qui le rende non-linéaire, n'est pas souhaitable. La détermination des coefficients de la commande limite la marge de tolérance du système, vis à vis ces différentes perturbations. Au-delà de cette limite, notre système devient soit instable, soit il présente des erreurs de sorties, et des commandes très grandes, soit il ne suit pas la référence choisie.
- Le type de perturbation joue un rôle sur l'erreur de sortie. L'influence d'une perturbation variante rapidement est plus importante que celle d'une perturbation constante, qui apparaît clairement au niveau des erreurs de sortie et la forme des commandes.
- La commande GPC est nettement plus robuste, en permettant une convergence plus rapide. Seulement que dans ce cas, on voit nettement que le découplage permet l'obtention des commandes moins grandes. L'effet du paramètre λ apparaît sur la diminution des oscillations du signal de sortie, par contre l'augmentation du paramètre N_2 rend la commande plus active, c'est à dire, il accélère la convergence.

COMPARAISONS :

Commandes	Sans perturbations
Par retour d'état	<u>Appliquée dans le cas latéral.</u> La poursuite du signal de référence est parfaite, avec une présence d'un dépassement d'amplitude non considérable. L'absence d'une erreur statique, en régime permanent.
Par retour d'état avec action intégrale	<u>Appliquée dans le cas latéral.</u> La poursuite du signal de référence est parfaite, une convergence rapide, sans dépassement et sans erreur statique à mentionner en régime permanent.
GPC	<u>Pour le contrôle du mouvement latéral :</u> La poursuite du signal de référence est parfaite, la convergence est très rapide, avec la présence d'un léger dépassement au niveau de β , et l'erreur d'identification est négligeable.

Commandes	Avec perturbations externes (rafale de vent)
Par retour d'état	<u>Appliquée dans le cas latéral.</u> La poursuite du signal de référence est assurée, avec la présence d'une erreur statique, de plus en plus importante, à chaque fois que la perturbation est plus importante; nécessitant des commandes supérieures à celles obtenues dans le cas sans perturbations
Retour d'état avec action intégrale	<u>Appliquée dans le cas latéral.</u> La poursuite du signal de référence est parfaite, sans la présence d'une erreur statique, même en augmentant à chaque fois l'amplitude de la perturbation. Les commandes deviennent plus importantes, quand la perturbation augmente
GPC	<u>Pour le contrôle du mouvement latéral :</u> Cette commande est très robuste, vis à vis ces perturbations. La convergence est très rapide, avec la présence d'un dépassement, dû aux perturbations, et l'erreur d'identification est négligeable.

CONCLUSION :

Deux classes de commandes ont été désignées et appliquées en simulation, la classe des commandes linéaires et celles des auto-ajustables, pour le contrôle de vol d'un avion rigide du type AIR-BUS A300. Plusieurs simulations ont été testées, pour voir l'efficacité de ces commandes.

L'application de ces commandes a montré une grande stabilité, une très bonne poursuite des séquences de références et une robustesse élevée. Nous avons simulé les deux modèles, latérale et longitudinal sans perturbation, par la suite nous avons introduit les différentes perturbations externes, telle qu'une rafale de vent ou un mauvais positionnement des gouvernes, tout en respectant les contraintes imposées sur l'entrée et sur la sortie. Enfin, nous pouvons conclure que malgré la robustesse des commandes linéaires, appliquées à un système linéaire, notamment la commande linéaire multi variable par retour d'état avec action intégrale, du fait, qu'elle résiste aux perturbations externes, les commandes actives restent plus robustes, notamment le GPC. En effet, elle permet à la fois de faire face, à un système à phase non minimale, au problème de surparamétrisation, à la variation du temps de retard, aux perturbations externes, aux non-linéarités. On remarque aussi que le facteur de pondération de la commande GPC est plus faible. Sans oublier de dire, qu'elle est capable de minimiser l'énergie en sortie et en entrée, mais la commande GPC reste en particulier très robuste vue qu'elle est capable de surmonter tout genre de problème rencontré par les autres commandes, avec un facteur de pondération fixe et très faible.

PERSPECTIVES:

Cette étude nous a permis d'enrichir nos connaissances sur le domaine vaste du contrôle, et en particulier sur le contrôle de vol, sachant que le transport aérien fut l'un des moyens les plus utilisés à nos jours. Pour généraliser le problème, ce travail peut être étendu en contrôlant la dynamique complète de l'avion avec les deux mouvements latéral et longitudinal couplés représentés par un système non-linéaire. On aura, alors affaire à un système MIMO non-linéaire sous forme d'équations différentielles $\{\dot{x} = f(x, t)\}$ avec neuf états à contrôler (les vitesses angulaires, les vitesses linéaires et les positions angulaires). On peut aussi introduire la flexibilité de la structure dans la

modélisation, ainsi que la variation de la masse et de la structure, pour pouvoir contrôler un avion souple de grande performance. Pour améliorer le contrôle des commandes actives, on pourra ajouter le contrôle par rapport à un modèle de référence, afin de diminuer le plus possible de l'erreur de sortie ou appliquer directement la commande GPC étendue, en prenant en considération les contraintes imposées sur le système, et inclure un dispositif de supervision qui peut entrer en action lorsque les limites de ces contraintes ne sont plus respectées, ceci concernant les limites imposées sur l'entrée, la sortie et les dépassements. Concernant le test de robustesse des commandes, nous pouvons appliquer à notre système, d'autres types de perturbations externes ou exciter d'autres paramètres internes, tel que la présence d'ondes acoustiques dans le domaine de vol, qui peuvent affecter tout le processus aérodynamique et par conséquent, perturber tous les paramètres de coefficients de stabilité.

Annexes

A. DESCRIPTION DES COMMANDES ET GOUVERNES :

Les commandes qui sont à la disposition du pilote sont :

a) La commande de profondeur qui déplace la gouverne de profondeur:

Volet situé généralement à l'arrière de l'avion, le braquage de cette commande crée un couple de tangage, tendant à faire cabrer ou piquer l'avion.

b) La commande de gauchissement qui déplace les ailerons:

Volets situés au bord de fuite, extrémité de la voilure et qui ont pour rôle de détruire partiellement la portance sur l'une ou l'autre des demi-voilures ; le braquage de ces gouvernes crée un couple de roulis, tendant à faire incliner l'avion à droite ou à gauche

Ces deux commandes sont regroupées sur le manche :

- En poussant ou en tirant le manche on crée un couple de tangage piqueur ou cabreur.
- En déplaçant le manche à gauche ou à droite on crée un couple de roulis faisant baisser l'aile gauche ou droite (l'avion tend à rester perpendiculaire au manche).

c) la commande de direction qui déplace la gouverne de direction:

Volet placé au bord de fuite de la dérive. En appuyant avec le pied droit on crée un couple de lacet déplaçant le nez de l'avion vers la droite.

Cependant, ces trois commandes permettent au pilote d'être maître de l'attitude instantanée de l'avion. A l'aide de la profondeur il modifiera l'incidence, avec la direction il modifiera le dérapage et à l'aide du gauchissement, il fera tourner l'avion autour du vecteur vitesse.

B. DEFINITIONS DES MODES ASSOCIES AU MOUVEMENT LATERAL ET LONGITUDINALE

L'étude de la dynamique de l'avion, correspondant aux mouvements de l'avion lorsqu'il est perturbé et avant qu'il ne rejoigne un état d'équilibre introduit la notion de modes associés à cette dynamique. Ces modes seront cités comme suit:

B.1 LE MOUVEMENT LONGITUDINAL :

Nous avons trouvé que l'équation caractéristique du mouvement longitudinal est du cinquième degré

$$\text{Ordre: } d = (s-s_1) (s^2+2\xi_1\omega_{n1}+\omega_{n1}^2) (s^2+2\xi_2\omega_{n2}+\omega_{n2}^2).$$

Où autrement, $d = (s - s_1) [(s - a)^2 + b^2] [(s - p)^2 + q^2]$, avec s_1 , la valeur propre réelle, $a \pm ib$ et $p \pm iq$ les valeurs propres imaginaires conjuguées deux à deux de cette équation caractéristique. Nous voyons donc clairement que le mouvement longitudinal possède trois modes et qui sont:

B.1.1. Le mode d'oscillation d'incidence (fortement amortie): Ce mode est déterminant pour les qualités de vol longitudinal. En effet il se situe dans une plage de fréquences très élevée par rapport aux fréquences de pilotage, dont la limite supérieure voisine l'Hertz. Il est donc difficile à maîtriser, de plus avec un mauvais réglage de l'avion, il peut devenir instable. La fréquence et la pulsation de ce mode sont obtenus à partir des racines correspondantes aux états a et q , qui sont conjugués.

B.1.2. Le mode d'oscillation phagoïde (faiblement amortie): Ce mode présente un intérêt important puisqu'il peut s'analyser directement «à la main ». Il ne crée pas de difficultés majeures pour le réglage des qualités de vol puisqu'il est lent et quasiment toujours stable bien que mal amorti. C'est donc un mode facilement pilotable autant par le pilote que par le pilote automatique. C'est aussi le premier mode découvert expérimentalement et ensuite analysé par LANCHESTER à la fin du siècle dernier. Les caractéristiques de ce mode sont obtenues à partir des pôles des deux états u et v qui sont aussi conjugués

B.1.3. Le mode de rappel de propulsion (apériodique): ce mode apériodique et très lent est lié à l'étude du vol équilibré en montée ou autrement dit à l'altitude (H).

B.2 LE MOUVEMENT LATERAL:

Nous avons trouvé que l'équation caractéristique du mouvement latéral est du quatrième ordre : $d = (s - s_1) (s - s_2) (s^2+2\xi\omega_n+\omega_n^2)$, où autrement, $d = (s - s_1) (s - s_2) [(s - a)^2 + b^2]$, avec s_1 et s_2 , deux valeurs propres réelles et $a \pm ib$ la valeur propre imaginaire conjuguée de cette équation caractéristique. Nous voyons donc clairement que le mouvement latéral possède trois modes et qui sont:

B.2.1. Le mode d'oscillation de dérapage: Ce mode est souvent désigné par l'appellation roulis hollandais. En effet, il s'agit fondamentalement d'une oscillation entre le dérapage p et la vitesse de roulis r , de telle sorte que cette oscillation provoque un mouvement de roulis très sensible pendant le vol.

B.2.2. Le mode spiral: ce mode apériodique est associé à l'équation cinématique ϕ et par la suite il engage l'angle d'azimut ψ avec $\beta = 0$; c'est un mouvement très lent caractérisé par une racine prédite que, le mode spiral serait stable, il n'est pas pourtant le cas en pratique, car cette racine, même qu'elle soit négative mais très proche de l'axe imaginaire, d'où on peut avoir un spiral divergent, comme on peut avoir un spiral convergent. .

B.2.3. Le mode de roulis: ce mouvement engage fondamentalement l'angle de roulis ϕ avec

$$\Psi = \beta = 0.$$

C. ORIENTATION DE L'AVION :

Pour décrire l'orientation de l'avion par rapport à la terre, il suffit de décrire le système d'axes $Oxyz$ liés à l'avion par rapport au système d'axes liés à la terre.

Pour cela on considère que le système d'axes $Oxyz$ est translaté parallèlement à lui-même jusqu'à ce que son origine coïncide avec le centre de gravité de l'avion C .

L'orientation de l'avion est donnée par une série de trois rotations consécutives, dont l'ordre est important parce que, ces angles ne sont pas orthogonaux, ils sont appelés les angles d'EULER, et le système d'axes est appelé système d'axes d'EULER.

L'avion est initialement supposé orienté de manière telle que ces axes $Oxyz$ seraient parallèles au système d'axes terrestre, puis il sera soumis aux trois rotations suivantes :

1- une rotation d'angle positif ψ autour de Oz , amenant les axes à Ox_1y_1z , ce mouvement est le mouvement de lacet:

D'où :

$$x_1 = \cos\psi x + \sin\psi y$$

$$y_1 = -\sin\psi x + \cos\psi y$$

$$z_1 = z$$

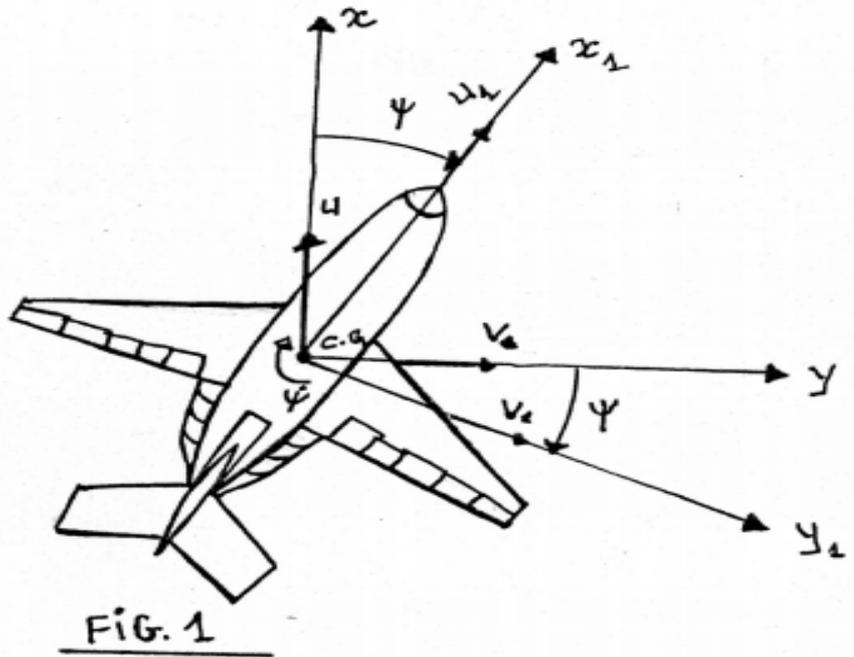


FIG. 1

2- Une rotation d'angle positif θ autour de Oy_1 , amenant les axes à $Ox_2y_1z_2$, ce mouvement est le mouvement de tangage.

D'où:

$$x_2 = \cos \theta x_1 - \sin \theta z_1$$

$$y_2 = y_1$$

$$z_2 = \sin \theta x_1 + \cos \theta z_1$$

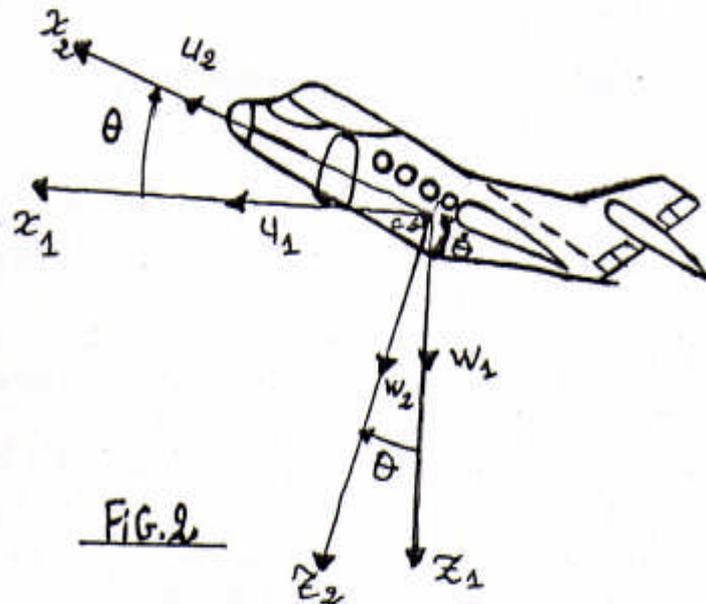


FIG. 2

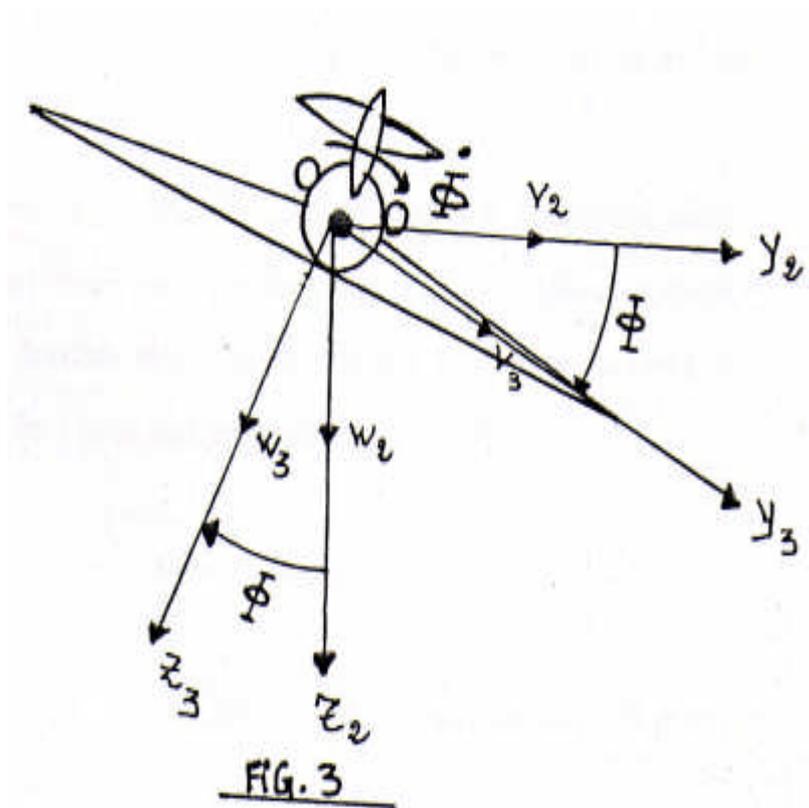
3- Une rotation d'angle positif ϕ autour de Ox_2 , amenant les axes à $Ox_2y_3z_3$. Ce mouvement est le mouvement de roulis

D'où

$$x_3 = x_2$$

$$y_3 = \cos \phi y_2 + \sin \phi z_2$$

$$z_3 = -\sin \phi y_2 + \cos \phi z_2$$



D. PREUVE DE STABILITE EN PRESENCE DE PERTURBATION:

Considérons notre système d'avion dans le cas de présence de perturbations extérieures décrit par l'équation d'état suivante:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) + d(t)$$

avec:

- pour le mouvement latéral

dim (x) = 4*1 ; dim (u) = 2*1 ; dim (A) = 4*4 ; dim (B) = 4*2 ; dim (d) = 4*1

-pour le mouvement longitudinal

dim (x) = 5*1; dim (u) = 1*1 ; dim (A) = 5*5 ; dim (B) = 5*1 ; dim (d) = 5*1

Le terme d(t) représente un vecteur qui englobe les perturbations extérieures appliquées au système.

Une étude de stabilité a été développée par LYAPUNOV, assure que pour un système stable en boucle ouverte de telle sorte que les valeurs propres de A sont à parties réelles négatives, soumis à des perturbations externes bornées et si l'erreur statique est limitée (bornée), le système est donc stable en boucle fermée (pour plus de détail, voire [30]).

Théorème de LYAPUNOV :

Pour un système stable, toutes entrées bornées donnent des sorties bornées

1.4.1 Etude des forces et des moments extérieurs

Nous venons de voir l'expression des premiers membres de l'équation NEWTON Etudions maintenant les seconds membres. (Forces et moments extérieurs)

A / la force de pesanteur mg :

Elle est portée par l'axe OZ. D'après R les composantes du poids mg dans le repère avion OXYZ sont

$$\begin{aligned} O_x & -mg \sin \Theta \\ O_y & mg \cos \Theta \sin \Phi \\ O_z & mg \cos \Theta \cos \Phi \end{aligned} \quad (1.41)$$

B/ la force aérodynamique:

A pour composantes par définitions des coefficients C_x, C_y, C_z

$$\begin{aligned} O_x & \frac{1}{2} \rho S V^2 C_x \\ O_y & \frac{1}{2} \rho S V^2 C_y \\ O_z & \frac{1}{2} \rho S V^2 C_z \end{aligned} \quad (1.42)$$

C/ les forces de propulsions:

Ont pour composantes $F_x, 0, F_z$ (nous supposons que les forces de propulsion n'ont pas de composante perpendiculaire au plan de symétrie).

d/ le moment des forces aérodynamique:

a pour composantes par définitions des coefficients C_l, C_m, C_n

$$\begin{aligned} O_X & \frac{1}{2} \rho S V^2 C_l \\ O_Y & \frac{1}{2} \rho S V^2 C_m \\ O_Z & \frac{1}{2} \rho S V^2 C_n \end{aligned} \quad (1.43)$$

Remarque:

Les forces aérodynamiques et les forces de propulsion dépendent entre autres de la masse volumique de l'air ρ . La loi de Laplace d'équilibre de l'atmosphère et la loi de Mariotte-Gay Lussac (l'air est supposé gaz parfait) donne.

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dH} = -\frac{1}{T} \left(\frac{g}{R} + \frac{dT}{dH} \right)$$

$$\frac{g}{R} = 0.0341632, \frac{dT}{dH} = -0.0065 \quad (\text{pour l'atmosphère standard au-dessous de 11000m})$$

$$= 0 \quad (\text{pour l'atmosphère standard au-dessus de 11000 m}).$$

seules les variables, $\theta, H, u, v, w, p, q, r$

Figurent aux seconds membres des équations du mouvement. Une fois connues, ces neuf fonctions du temps, les trois variables $x, y,$ et ψ s'en déduisent par simple intégration de :

$$\dot{x}, \dot{y} \text{ et } \dot{\psi}$$

Le mouvement est donc entièrement déterminé par la connaissance des neuf variables.

$$\phi, \theta, H, u, v, w, p, q, r$$

Liées par les neuf relations:

équations cinématique (1.14), (1.15) et (1.36)

$$\dot{\Theta} = q \cos \Phi - r \sin \Phi$$

$$\dot{\Phi} = p + \text{tg } \Theta (q \sin \Phi + r \cos \Phi)$$

$$\dot{H} = u \sin \Theta - v \cos \Theta \sin \Phi - w \cos \Theta \cos \Phi$$

Équations de force (1.32)

Équations de moment (1.34)

Variables auxiliaires

Les caractéristiques aérodynamiques du planeur sont en général mesurées en soufflerie en fonction de l'incidence α , du dérapage β et du module V du vecteur vitesse. Ces trois variables auxiliaires sont liées à u , v , w par

$$\begin{aligned}
 u &= V \cos \beta \cos \alpha \\
 v &= V \sin \beta \\
 w &= V \cos \beta \sin \alpha \\
 V &= u \cos \alpha \cos \beta + V \sin \beta + w \sin \alpha \cos \beta = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \\
 \operatorname{tg} \alpha &= \frac{w}{u} \\
 \operatorname{tg} \beta &= \frac{v}{\sqrt{u^2 + w^2}}
 \end{aligned} \tag{1.44}$$

1.4.2 Détermination des conditions de vol permanentes

Nous appellerons conditions de vol permanentes tout mouvement pour lequel les paramètres suivants

ϕ , θ , H , u , w , p , q , r sont constants, Les quatre fonctions x , y , H et Ψ du temps déterminent alors la trajectoire dite trajectoire permanente.

Les paramètres ϕ , θ , p , q , r sont alors liés par les deux relations cinématique :

$$\dot{\Theta} = q \cos \Phi - r \sin \Phi = 0 \tag{1.45}$$

$$\dot{\Phi} = p + \operatorname{tg} \Theta (q \sin \Phi + r \cos \Phi) = 0 \tag{1.46}$$

et le système de force conduisant à ce mouvement permanent est donné par :

$$X_0 = m (q_0 w_0 - r_0 v_0) + mg \sin \Theta_0 \quad (1.47)$$

$$Y_0 = m (r_0 u_0 - p_0 w_0) - mg \cos \Theta_0 \sin \Phi_0 \quad (1.48)$$

$$Z_0 = m (p_0 v_0 - q_0 u_0) - mg \cos \Theta_0 \cos \Phi_0 \quad (1.49)$$

$$L_0 = (C - B)q_0 r_0 + p_0(Fr_0 - Eq_0) + D(r^2_0 - q_0^2) \quad (1.50)$$

$$M_0 = (A - C) r_0 p_0 + q_0 (Dp_0 - Fr_0) + E (p^2_0 - r^2_0) \quad (1.51)$$

$$N_0 = (B - A) p_0 q_0 + r_0 (Eq_0 - Dp_0) + F(q^2_0 - p^2_0) \quad (1.52)$$

Par conséquent une trajectoire permanente est définie par six paramètres indépendants. La trajectoire est alors déterminée par :

Soit :

$$\dot{\psi} = \frac{q_0 \sin \phi_0 + r_0 \cos \phi_0}{\cos \theta_0} = \dot{\psi}_0 \quad (1.53)$$

$$\psi = \dot{\psi}_0 (t - t_0)$$

et

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (u_0 \cos \theta_0 + v_0 \sin \theta_0 \sin \phi_0 + w_0 \sin \theta_0 \cos \phi_0) \cos \psi + (w_0 \sin \theta_0 - v_0 \cos \phi_0) \sin \psi \\ \dot{y} &= (v_0 \cos \theta_0 - w_0 \sin \phi_0) \cos \psi + (u_0 \cos \theta_0 + v_0 \sin \theta_0 \sin \phi_0 + w_0 \sin \theta_0 \cos \phi_0) \sin \psi \end{aligned} \quad (1.54)$$

$$\dot{H} = u_0 \sin \theta_0 - v_0 \cos \theta_0 \sin \phi_0 - w_0 \cos \theta_0 \cos \phi_0 = \dot{H}_0$$

En posant

$$\begin{aligned} A \cos \omega &= u_0 \cos \theta_0 + v_0 \sin \theta_0 \sin \phi_0 + w_0 \sin \theta_0 \cos \phi_0 \\ A \sin \omega &= w_0 \sin \phi_0 - v_0 \cos \phi_0 \end{aligned} \quad (1.55)$$

$$\text{Il vient : } \dot{x} = A \cos(\psi - \omega) \quad \text{et} \quad \dot{y} = A \sin(\psi - \omega) \quad (1.56)$$

Et en intégrant avec $\psi = \dot{\psi}_0(t - t_0)$

$$\begin{cases} x - x_0 = \frac{A}{\dot{\psi}_0} \sin(\dot{\psi}_0(t - t_0) - \omega) \\ y - y_0 = \frac{A}{\dot{\psi}_0} \cos(\dot{\psi}_0(t - t_0) - \omega) \\ H = \dot{H}_0 t + H_0 \end{cases} \quad (1.57)$$

1.4.2.1 Définition de stabilité

Nous venons de définir le mouvement permanent le plus général d'un corps quelconque et de déterminer le système de forces correspondant. Etudier la stabilité de ce mouvement consiste à voir si un écart de l'un ou de plusieurs des huit paramètres $\phi, \theta, u, v, w, p, q, r$, par rapport aux valeurs $\phi_0, \theta_0, u_0, v_0, w_0, p_0, q_0, r_0$ conduit le système de force X, Y, Z, L, M, N évolue avec les écarts $\overline{\phi}, \overline{\theta}, \overline{u}, \overline{v}, \overline{w}, \overline{p}, \overline{q}, \overline{r}$ des huit paramètres $\phi, \theta, u, v, w, p, q, r$ par rapport aux valeurs $\phi_0, \theta_0, u_0, v_0, w_0, p_0, q_0, r_0$ correspondant, à l'état permanent.

1.4.2.2 Mouvements permanents et stabilité de l'avion

Le système des forces aérodynamiques dépend :

- du module de la vitesse aérodynamique (V)
- Des angles d'incidence et de dérapage (α et β).
- Du nombre de Mach (χ).
- De l'altitude (H) (par l'intermédiaire de ρ)
- Des vitesses de rotation (p, q, r)
- De la position des différentes gouvernes ($\delta_l, \delta_m, \delta_n$) .e

système des Forces de propulsion dépend :

- Du nombre de Mach χ
- De l'altitude par l'intermédiaire de la pression p et de la température T
- De la position de la masse des gaz (δ_x)

Dans un mouvement permanent les angles d'incidence et de dérapage sont constants ainsi que le module de la vitesse (relations (1.46), (1.47) et (1.48)) puisque u , v , w sont constants. A positions de gouvernes données, le système de force aérodynamique ne dépend donc que de l'altitude par l'intermédiaire de ρ et de χ (à V donné, χ varie avec la vitesse du son

$a = \sqrt{\gamma R T}$ donc avec l'altitude). De même le système de force de propulsion à piston de manette à gaz donnée dépend de l'altitude (par p , T et χ).

On peut donc pour un avion, parler de mouvement permanent à positions fixes des gouvernes lorsque ce mouvement s'effectue à altitude non constante.

Le seul mouvement permanent réalisable à position de gouvernes fixes est donc le virage uniforme en palier, avec comme cas particulier le vol rectiligne uniforme en palier.

Aux équations (1.58) et (1.59) soit

$$q_0 \cos \Phi_0 - r_0 \sin \Phi_0 = 0 \quad (1.58)$$

$$p_0 + \operatorname{tg} \Theta_0 (q_0 \sin \Phi_0 + r_0 \cos \Phi_0) = 0 \quad (1.59)$$

nous ajouterons donc la condition

$$\dot{H} = u_0 \sin \theta_0 - v_0 \cos \theta_0 \sin \phi_0 - w_0 \cos \theta_0 \cos \phi_0 = 0 \quad (1.60)$$

Nous allons étudier la stabilité autour de ces mouvements permanents en restreignant encore la notion de mouvement permanent aux cas particuliers du vol à dérapage nul.

Nous ne considérons donc que le cas du vol permanent en virage horizontal à dérapage nul (Avec le vol rectiligne comme cas particulier).

Si, $\beta=0$, alors $v=0$ d'après la relation (1.44)

Par ailleurs l'avion étant géométriquement symétrique la force latérale Y est nulle.

$$Y=0$$

Nous allons déterminer les conditions de vol permanent en virage horizontal à dérapage nul. Un certain nombre de calculs préliminaire sont à effectuer avant d'atteindre ce résultat.

a). relation assiette de tangage, angle de gîte, incidence dans le cas du virage horizontal. Dans le trièdre avion, le vecteur vitesse (ou sa projection sur le plan de symétrie lorsqu'il y a dérapage) est dans le plan de symétrie; ce vecteur a pour coordonnées dans x, y, z

$$\begin{array}{l} \cos \alpha \\ 0 \\ \sin \alpha \end{array}$$

La composante suivant O'z' d'un vecteur x, y, z est

$$-x \sin \theta + y \cos \theta \sin \phi + z \cos \theta \cos \phi$$

Pour le vecteur $(\cos \alpha, 0, \sin \alpha)$ cette composante est nulle, lorsque la vitesse est horizontale.

$$\begin{aligned} -\sin \theta \cos \alpha + \sin \alpha \cos \theta \cos \phi &= 0 \\ \operatorname{tg} \theta &= \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \phi \end{aligned} \quad (1.61)$$

b) définition de l'assiette latérale ϕ_1

C'est l'angle de l'axe avion Oy avec le plan horizontal. (à ne pas confondre avec l'angle de gîte ϕ)

Le vecteur unitaire de Oy a pour composante (0, 1,0) dans le trièdre avion. Sa composante suivant Ozg soit ϕ_1 est donc, $\cos \theta \sin \phi$. Par suite

$$\sin \phi_1 = \cos \theta \sin \phi \quad (1.62)$$

L'élimination de ϕ entre ((1.48) et (1.49)) donne (1.50)

c) les deux conditions : $\sin \theta = \sin \alpha \cos \phi_1$

$$\dot{\phi} = 0 \quad , \quad \dot{\theta} = 0$$

Soit :

$$q_0 \cos \Phi_0 - r_0 \sin \Phi_0 = 0 \quad (1.63)$$

$$p_0 + \operatorname{tg} \theta_0 (q_0 \sin \Phi_0 + r_0 \cos \phi_0) = 0 \quad (1.64)$$

Imposons un vecteur vitesse instantané de rotation verticale, comme on peut le vérifier en calculant p_g et q_g .

$$\begin{aligned} p_g &= p \cos \psi \cos \theta + q(-\sin \psi \cos \theta + \cos \psi \sin \theta \sin \phi) + r(\sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi) \\ q_g &= p \sin \psi \cos \theta + q(\cos \psi \cos \theta + \sin \psi \sin \theta \sin \phi) + r(-\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \cos \phi) \\ r_g &= -p \sin \theta + q \cos \theta \sin \phi + r \cos \theta \cos \phi \end{aligned}$$

Autrement dit

$$\begin{aligned} p_g &= \cos \psi (p \cos \theta + q \sin \theta \sin \phi + r \sin \theta \cos \phi) + \sin \psi (-q \cos \phi + r \sin \phi) = 0 \\ q_g &= \cos \psi (q \cos \theta - r \sin \phi) + \sin \psi (p \cos \theta + q \sin \theta \sin \phi + r \sin \theta \cos \phi) = 0 \\ r_g &= \cos \theta (q \sin \phi + r \cos \phi) + \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} (q \sin \phi + r \cos \phi) = \frac{q \sin \phi + r \cos \phi}{\cos \theta} = \dot{\psi} \end{aligned}$$

Posons $\dot{\psi} = \Omega_0$ compte tenu des relations ((1.39) Et (1.40)), Il vient :

$$\begin{cases} q_0 = \Omega_0 \sin \phi_0 \cos \theta_0 = \Omega_0 \sin \phi_1^0 \\ r_0 = \frac{\Omega_0 \sin \phi_1^0}{\operatorname{tg} \phi_0} \\ p_0 = \Omega_0 \cos \theta_0 \end{cases} \quad (1.65)$$

d) Soit V_0 le module du vecteur vitesse.

La trajectoire étant horizontale et le dérapage nul ($v_0 = 0$ relation (1.35)), la relation (1.41) donne

$$u_0 \sin \theta_0 - w_0 \cos \theta_0 \cos \phi_0 = 0$$

Par ailleurs

$$\begin{aligned} u_0^2 + w_0^2 &= V_0^2 \\ u_0 &= V_0 \frac{\cos \theta_0 \cos \phi_0}{\cos \phi_1} \\ w_0 &= V_0 \frac{\sin \theta_0}{\cos \phi_1} \end{aligned} \quad (1.66)$$

e) le dérapage étant nul et l'avion symétrique, $Y_0=0$

La relation (1.48) donne alors

$$r_0 u_0 - p_0 w_0 = g \cos \theta_0 \sin \phi_0$$

En tenant compte de

$$\begin{aligned} r_0 &= q_0 \frac{\cos \phi_0}{\sin \phi_0} & p_0 &= -q_0 \frac{\sin \theta_0}{\cos \theta_0 \sin \phi_0} \\ u_0 &= V_0 \frac{\cos \theta_0 \cos \phi_0}{\cos \phi_1^0} & w_0 &= r_0 \frac{\sin \theta_0}{\cos \phi_1^0} C \end{aligned}$$

Il vient

$$q_0 = \frac{g \sin^2 \theta_1}{V_0 \cos \phi_1^0} \quad \text{Et} \quad \Omega_0 = \frac{g}{V_0} \operatorname{tg} \phi_1^0 \quad (1.67)$$

f) détermination de X_0 , Z_0 . Les deux équations de force (1.47) et (1.49) s'écrivent:

$$\begin{aligned} m q_0 w_0 + m g \sin \theta_0 &= X_0 \\ -m q_0 u_0 - m g \cos \theta_0 \cos \phi_0 &= Z_0 \end{aligned}$$

Ce qui s'écrit encore

$$\begin{aligned} X_0 &= m g \sin \theta_0 \left[1 + \frac{q_0 V}{g} \frac{1}{\cos \phi_1^0} \right] = m g \sin \theta_0 \frac{1}{\cos^2 \phi_1^0} \\ Z_0 &= -m g \cos \theta_0 \cos \phi_0 \left[1 + \frac{q_0 V}{g} \frac{1}{\cos \phi_1^0} \right] = -m g \cos \theta_0 \frac{\cos \phi_0}{\cos^2 \phi_1^0} \end{aligned} \quad (1.68)$$

Posons

$$n = \frac{1}{\cos \phi_1^0}$$

$$X_0 = n^2 mg \sin \theta_0$$

$$Z_0 = -n^2 mg \cos \theta_0 \cos \phi_0$$
(1.69)

X_0, Z_0 , sont les composantes des forces de propulsion et des forces aérodynamiques sur les axes avion OX et OZ,

$$X_0 = F_0 \cos \omega + \frac{1}{2} \rho_0 S V_0^2 C_x^0$$

$$Z_0 = -F_0 \sin \omega + \frac{1}{2} \rho_0 S V_0^2 C_z^0$$
(1.70)

Exprimons C_x, C_y, C_z , coefficients aérodynamiques dans le trièdre avion, en fonction de C_{xa}, C_{ya}, C_{za} , coefficients aérodynamiques dans le trièdre aérodynamique (matrice T)

Or (rappelons que $C_x = -C_{xa}, C_y = C_{ya}, C_z = -C_{za}$)

$$C_x = -\cos \alpha \cos \beta C_x - \cos \alpha \sin \beta C_y + \sin \alpha C_z$$

$$C_y = -\sin \beta C_x + \cos \beta C_y$$

$$C_z = -\sin \alpha \cos \beta C_x - \sin \alpha \sin \beta C_y - \cos \alpha C_z$$

Dans notre cas particulier ($\beta = 0, C_{ya} = 0$)

$$\begin{cases} C_x^0 = -\cos \alpha_0 C_x^0 + \sin \alpha_0 C_z^0 \\ C_y^0 = 0 \\ C_z^0 = -\sin \alpha_0 C_x^0 - \cos \alpha_0 C_z^0 \end{cases}$$
(1.71)

Les deux équations de force s'écrivent alors :

$$\begin{cases} n^2 mg \sin \theta_0 = F \cos \omega + \frac{1}{2} \rho_0 S V_0^2 (-\cos \alpha_0 C_x^0 + \sin \alpha_0 C_z^0) \\ -n^2 mg \cos \theta_0 \cos \phi_0 = -F \sin \omega + \frac{1}{2} \rho_0 S V_0^2 (-\sin \alpha_0 C_x^0 - \cos \alpha_0 C_z^0) \end{cases}$$
(1.72)

en éliminant C_z :

$$n^2 mg [\sin \theta_0 \cos \alpha_0 - \sin \alpha_0 \cos \theta_0 \cos \phi_0] = F \cos(\alpha + \omega) - \frac{1}{2} \rho_0 S V_0^2 C_x^0$$

La relation (1.48) entre θ , α et ϕ donne:

$$\sin \theta_0 \cos \alpha_0 - \sin \alpha_0 \cos \theta_0 \cos \phi_0 = 0$$

D'où

$$F \cos(\alpha + \omega) = \frac{1}{2} \rho_0 S V_0^2 C_x^0$$

en éliminant C_x

$$n^2 mg [\sin \theta_0 \sin \alpha_0 + \cos \alpha_0 \cos \theta_0 \cos \phi_0] = F \cos(\alpha + \omega) + \frac{1}{2} \rho_0 S V_0^2 C_z^0$$

or :

$$\sin \theta_0 \sin \alpha_0 + \cos \alpha_0 \cos \theta_0 \cos \phi_0 = \sin \theta_0 \sin \alpha_0 + \cos \theta_0 \frac{\sin \theta_0 \cos \alpha_0}{\cos \theta_0 \sin \alpha_0} \cos \alpha_0$$

$$= \sin \theta_0 \sin \alpha_0 + \sin \theta_0 \frac{\cos^2 \alpha_0}{\sin \alpha_0} = \frac{\sin \theta_0}{\sin \alpha_0} = \cos \phi_1$$

donc:

$$n^2 mg [\sin \theta_0 \sin \alpha_0 + \cos \alpha_0 \cos \theta_0 \cos \phi_0] = n \cdot mg \tag{1.73}$$

$$F \sin(\alpha + \omega) - \frac{1}{2} \rho_0 S V_0^2 C_z^0 = n \cdot mg$$

On retrouve évidemment les équations de force projetées sur les axes aérodynamiques (n est le facteur de charge). Nous pouvons dès lors, déterminer les caractéristiques du vol en virage permanent horizontal à dérapage nul.

Données :

Module de la vitesse V_0

vitesse instantanée de rotation Ω_0 .

Altitude de vol H_0 (masse volumique ρ_0)

masse avion m, surface S, polaire $C_z = C_z(\alpha)$, $C_x = C_x(\alpha)$

$$\begin{aligned}
tg \phi_1 &= \frac{V_0 \Omega}{g} \rightarrow \phi_1^0 \\
n &= \frac{1}{\cos \phi_1^0} \\
\begin{cases} F \sin(\alpha + \omega) + \frac{1}{2} \rho_0 S V_0^2 C_z^0 = n.m.g \\ F \cos(\alpha + \omega) + \frac{1}{2} \rho_0 S V_0^2 C_x^0 = 0 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} \alpha_0 \\ F_0 \end{cases} \\
\sin \theta_0 &= \sin \alpha_0 \cos \phi_1^0 \rightarrow \theta_0 \\
\sin \phi_0 &= \frac{\sin \phi_1^0}{\cos \theta_0} \rightarrow \phi_0 \\
u_0 &= V_0 \frac{\cos \theta_0 \cos \phi_0}{\cos \phi_1^0} \rightarrow u_0 \\
w_0 &= V_0 \frac{\sin \theta_0}{\cos \phi_1^0} \rightarrow w_0 \\
p_0 &= -\Omega_0 \cos \theta_0 \rightarrow p_0 \\
q_0 &= \Omega_0 \sin \phi_0 \rightarrow q_0 \\
r_0 &= \Omega_0 \frac{\sin \phi_1^0}{tg \phi_0} \rightarrow r_0
\end{aligned} \tag{1.74}$$

Les équations de moment (1.50 à 1.52) donnent L, M, N, qui joints à la connaissance de F déterminent les positions de gouverne et la position de la manette des gaz. (L, M, N et F dépendent de p, q, r, α , σ , V et de δx , δl , δm , δn).

1.4.3 EQUATIONS GENERALES DES PETITES PERTURBATIONS

Le mouvement de l'avion peut être considéré comme le résultat d'une perturbation à partir des conditions de vol permanent. De ceci, chaque paramètre instantané des équations du mouvement de l'avion peut être écrit comme la somme du paramètre durant le vol stationnaire et le changement causé par la perturbation.

Soustrayant des équations générales du mouvement régissant ϕ , Θ , u, v, w, p, q, r, H soient:

$$\begin{aligned}
\dot{\Theta} &= q \cos \phi - r \sin \phi \\
\dot{\Phi} &= p + \operatorname{tg} \Theta (q \sin \phi + r \cos \phi) \\
\dot{H} &= u \sin \Theta - v \cos \Theta \sin \Phi - w \cos \Theta \cos \Phi \\
m (\dot{u} + qw - vr) &= X - mg \sin \Theta \\
m (\dot{v} + ur - wp) &= Y + mg \cos \Theta \sin \Phi \\
m (\dot{w} + vp - uq) &= Z + mg \cos \Theta \cos \Phi \\
L &= A \dot{p} - F \dot{q} - E \dot{r} + qr(C - B) - p (Fr - qE) + D (r^2 - q^2) \\
M &= B \dot{q} - D \dot{r} - F \dot{p} + pr (A - C) + E (p^2 - r^2) + q (Dp - Fr) \\
N &= C \dot{r} - E \dot{p} - D \dot{q} + pq (B - A) + r (Eq - Dp) + F (q^2 - p^2)
\end{aligned} \tag{1.75}$$

Les équations d'équilibre soient :

$$\begin{aligned}
p_0 + \operatorname{tg} \Theta_0 (q_0 \sin \Phi_0 + r_0 \cos \phi_0) &= 0 \\
v_0 \sin \gamma_0 &= u_0 \sin \Theta_0 - v_0 \cos \Theta_0 \sin \Phi_0 - w_0 \cos \Theta_0 \cos \Phi_0 \\
m (q_0 w_0 - r_0 v_0) &= X_0 - mg \sin \Theta_0 \\
m (r_0 u_0 - p_0 w_0) &= Y_0 + mg \cos \Theta_0 \sin_{\sin \Phi_0} \\
m (p_0 v_0 - q_0 u_0) &= Z_0 + mg \cos \Theta_0 \cos_{\sin \Phi_0} \\
L_0 &= (C - B) q_0 r_0 + p_0 (Fr_0 - Eq_0) + D (r_0^2 - q_0^2) \\
M_0 &= (A - C) r_0 p_0 + q_0 (Dp_0 - Fr_0) + E (p_0^2 - r_0^2) \\
N_0 &= (B - A) p_0 q_0 + r_0 (Eq_0 - Dp_0) + F (q_0^2 - p_0^2)
\end{aligned} \tag{1.76}$$

et en considérant les variables:

$$\begin{aligned}
 \bar{\Phi} &= \Phi - \Phi_0 \\
 \bar{\Theta} &= \Theta - \Theta_0 \\
 \bar{u} &= u - u_0 \\
 \bar{v} &= v - v_0 \\
 \bar{w} &= w - w_0 \\
 \bar{H} &= H - H_0 \\
 \bar{p} &= p - p_0 \\
 \bar{q} &= q - q_0 \\
 \bar{r} &= r - r_0
 \end{aligned} \tag{1.77}$$

Comme du premier ordre par rapport aux valeurs de $\phi_0, \theta_0, u_0, v_0, w_0, p_0, q_0, r_0$

Les équations régissant les variables $\bar{\phi}, \bar{\theta}, \bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{p}, \bar{q}, \bar{r}, \bar{H}$ s'écrivent (en tenant compte de ce que v_0 est nul)

$$\begin{aligned}
 \dot{\bar{\Theta}} &= -\bar{\Phi}(q_0 \sin \Phi_0 + r_0 \cos \Phi_0) + \bar{q} \cos \Phi_0 - \bar{r} \sin \Phi_0 \\
 \dot{\bar{\Phi}} &= \bar{\Theta} \frac{q_0 \sin \Phi_0 + r_0 \cos \Phi_0}{\cos^2 \Theta_0} + \text{tg} \Theta_0 (q_0 \cos \Phi_0 - r_0 \sin \Phi_0) \bar{\Phi} + \bar{p} + \sin \Phi_0 \text{tg} \Theta_0 \bar{q} + \cos \Phi_0 \text{tg} \Theta_0 \bar{r} \\
 \dot{\bar{u}} &= \frac{X - X_0}{m} - g \cos \Theta_0 \bar{\Theta} + r_0 \bar{v} - q_0 \bar{w} - w_0 \bar{q} \\
 \dot{\bar{v}} &= \frac{Y - Y_0}{m} - g \sin \Phi_0 \sin \Theta_0 \bar{\Theta} + g \cos \Theta_0 \cos \Phi_0 \bar{\Phi} - r_0 \bar{u} + p_0 \bar{w} + w_0 \bar{p} - u_0 \bar{r} \\
 \dot{\bar{w}} &= \frac{Z - Z_0}{m} - g \cos \Phi_0 \sin \Theta_0 \bar{\Theta} - g \cos \Theta_0 \sin \Phi_0 \bar{\Phi} + q_0 \bar{u} - p_0 \bar{v} + u_0 \bar{q}
 \end{aligned} \tag{1.78}$$

$$\begin{aligned}
 A \dot{\bar{p}} - F \dot{\bar{q}} - E \dot{\bar{r}} &= L - L_0 + \bar{p}(Eq_0 - Fr_0) + \bar{q}((B - C)r_0 + Ep_0 + 2Dq_0) + \bar{r}((B - C)q_0 - Fp_0 - 2Dr_0) \\
 B \dot{\bar{q}} - D \dot{\bar{r}} - F \dot{\bar{p}} &= M - M_0 + \bar{q}(Fr_0 - Dp_0) + \bar{r}((C - A)p_0 + Fq_0 + 2Er_0) + \bar{p}((C - A)r_0 - Dq_0 - 2Ep_0) \\
 C \dot{\bar{r}} - E \dot{\bar{p}} - D \dot{\bar{q}} &= N - N_0 + \bar{r}(Dp_0 - Eq_0) + \bar{p}((A - B)q_0 + Dr_0 + 2Fp_0) + \bar{q}((A - B)p_0 - Er_0 - 2Fq_0)
 \end{aligned}$$

$$\dot{\bar{H}} - V_0 \sin \gamma = \bar{\Theta}(w_0 \cos \Phi_0 \sin \Theta_0 + u_0 \cos \Theta_0) + \bar{\Phi} w_0 \cos \Theta_0 \sin \Phi_0 + \bar{u} \sin \Theta_0 - \bar{v} \cos \Theta_0 \sin \Phi_0 - \bar{w} \cos \Theta_0 \cos \Phi_0$$

Par ailleurs les variables auxiliaires \bar{v} , α , et β sont liées à \bar{u} , \bar{v} et \bar{w} par

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \bar{v} \cos \alpha_0 - v_0 \sin \alpha_0 \bar{\alpha} & \bar{v} &= \cos \alpha_0 \bar{u} + \sin \alpha_0 \bar{w} \\ \bar{v} &= V_0 \bar{\beta}_0 & \bar{\alpha} &= \frac{\cos \alpha_0 \bar{w} - \sin \alpha_0 \bar{u}}{V_0} \\ \bar{w} &= \bar{V} \sin \alpha_0 + V_0 \cos \alpha_0 \bar{\alpha} & \bar{\beta} &= \frac{\bar{v}}{V_0} \end{aligned} \quad (1.79)$$

il est enfin utile de faire intervenir les variations du nombre de Mach

$$\begin{aligned} \bar{\chi} &= \chi - \chi_0 & (\chi_0 &= V_0 / a_0) \\ \frac{\bar{\chi}}{\chi_0} &= \frac{\bar{V}}{V_0} - \frac{\bar{a}}{a_0} \end{aligned}$$

Comme $a = \sqrt{\gamma R T}$ et $T = T_0 - kH$ (avec en atmosphère standard $T_0 = 288.15$ et $k = 6,5 \cdot 10^{-3}$ au-dessous de 11000m et $T_0 = 216.65$ et $k = 0$ entre 11000 et 20000m)

il vient :

$$\bar{\chi} = \frac{\chi_0}{V_0} (\cos \alpha_0 \bar{u} + \sin \alpha_0 \bar{w}) + \frac{k \chi_0}{2 T_0} \bar{H}$$

Calculons maintenant les variations des six composantes du système de forces a)

forces:

$$\begin{aligned} X - X_0 &= \frac{1}{2} \rho S V^2 C_x - \frac{1}{2} \rho_0 S V_0^2 C_x^0 + (F - F_0) \cos w \\ Y - Y_0 &= \frac{1}{2} \rho S V^2 C_y - \frac{1}{2} \rho_0 S V_0^2 C_y^0 \\ Z - Z_0 &= \frac{1}{2} \rho S V^2 C_z - \frac{1}{2} \rho_0 S V_0^2 C_z^0 + (F - F_0) \sin w \end{aligned} \quad (1.80)$$

$$\frac{1}{2} \rho S V^2 C_i - \frac{1}{2} \rho_0 S V_0^2 C_i^0 = \frac{1}{2} \rho_0 S V_0^2 C_i^0 \left[2 C_i^0 \frac{\bar{V}}{V_0} + \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho}{dH} C_i^0 \bar{H} + \bar{C}_i \right]$$

$$F - F_0 = \frac{\partial F}{\partial V} \bar{V} + \frac{\partial F}{\partial H} \bar{H} + \frac{\partial F}{\partial \delta_x} \bar{\delta}_x$$

Or (rappelons que $C_x = -C_{x_a}$, $C_y = +C_{y_a}$, $C_z = -C_{z_a}$)

$$\begin{aligned} C_x &= -\cos\alpha \cos\beta C_x - \cos\alpha \sin\beta C_y + \sin\alpha C_z \\ C_y &= -\sin\beta C_x + \cos\beta C_y \\ C_z &= -\sin\alpha \cos\beta C_x - \sin\alpha \sin\beta C_y - \cos\alpha C_z \end{aligned} \quad (1.81)$$

D'où :

$$\begin{cases} C_x^0 = -\cos\alpha_0 C_x^0 + \sin\alpha_0 C_z^0 \\ C_y^0 = 0 \\ C_z^0 = -\sin\alpha_0 C_x^0 - \cos\alpha_0 C_z^0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \overline{C}_X &= C_{Xu} \frac{\overline{u}}{V_0} + C_{Xv} \frac{\overline{v}}{V_0} + C_{Xw} \frac{\overline{w}}{V_0} + C_{Xp} \frac{\overline{p\ell}}{V_0} + C_{Xq} \frac{\overline{q\ell}}{V_0} + C_{Xr} \frac{\overline{r\ell}}{V_0} + C_{XH} \overline{H} + C_{X\delta\ell} \overline{\delta\ell} + C_{X\delta m} \overline{\delta m} + C_{X\delta n} \overline{\delta n} \\ \overline{C}_Y &= C_{Yu} \frac{\overline{u}}{V_0} + C_{Yv} \frac{\overline{v}}{V_0} + C_{Yw} \frac{\overline{w}}{V_0} + C_{Yp} \frac{\overline{p\ell}}{V_0} + C_{Yq} \frac{\overline{q\ell}}{V_0} + C_{Yr} \frac{\overline{r\ell}}{V_0} + C_{YH} \overline{H} + C_{Y\delta\ell} \overline{\delta\ell} + C_{Y\delta m} \overline{\delta m} + C_{Y\delta n} \overline{\delta n} \\ \overline{C}_Z &= C_{Zu} \frac{\overline{u}}{V_0} + C_{Zv} \frac{\overline{v}}{V_0} + C_{Zw} \frac{\overline{w}}{V_0} + C_{Zp} \frac{\overline{p\ell}}{V_0} + C_{Zq} \frac{\overline{q\ell}}{V_0} + C_{Zr} \frac{\overline{r\ell}}{V_0} + C_{ZH} \overline{H} + C_{Z\delta\ell} \overline{\delta\ell} + C_{Z\delta m} \overline{\delta m} + C_{Z\delta n} \overline{\delta n} \end{aligned} \quad (1.82)$$

Nous supposons ici que les coefficients aérodynamiques ne dépendent pas de $\dot{\alpha}$ et de $\dot{\beta}$

Autrement dit nous négligeons les phénomènes d'aérodynamique instationnaire (les forces aérodynamiques ne dépendent que du champ de vitesse instantané et non pas de sa variation instantanée).

$$\begin{aligned}
C_{Xu} &= -\sin \alpha_0 C_{X\alpha}^0 + \mu_0 \cos \alpha_0 C_X^0 \mu \\
C_{Zu} &= -\sin \alpha_0 C_{Z\alpha}^0 + \mu_0 \cos \alpha_0 C_Z^0 \mu \\
C_{Yu} &= -\sin \alpha_0 C_{Y\alpha}^0 + \mu_0 \cos \alpha_0 C_Y^0 \mu \\
C_{Xv} &= C_{X\beta}^0 \\
C_{Yv} &= C_{Y\beta}^0 \\
C_{Zv} &= C_{Z\beta}^0
\end{aligned} \tag{1.83}$$

$$\begin{aligned}
C_{Xw} &= \cos \alpha_0 C_{X\alpha}^0 + \mu_0 \sin \alpha_0 C_X^0 \mu \\
C_{Yw} &= \cos \alpha_0 C_{Y\alpha}^0 + \mu_0 \sin \alpha_0 C_Y^0 \mu \\
C_{Zw} &= \cos \alpha_0 C_{Z\alpha}^0 + \mu_0 \sin \alpha_0 C_Z^0 \mu \\
C_{XH} &= \frac{k}{2} \frac{\mu_0}{T_0} C_X \mu
\end{aligned} \tag{1.84}$$

$$C_{YH} = \frac{k}{2} \frac{\mu_0}{T_0} C_Y \mu$$

$$C_{ZH} = \frac{k}{2} \frac{\mu_0}{T_0} C_Z \mu$$

$$\begin{aligned}
C_{X\alpha}^0 &= \sin \alpha_0 (C_X^0 + C_{Z\alpha}^0) + \cos \alpha_0 (C_Z^0 - C_{X\alpha}^0) \\
C_{X\beta}^0 &= \sin \alpha_0 C_{Z\beta}^0 - \cos \alpha_0 C_{X\beta}^0
\end{aligned}$$

$$C_{Y\alpha}^0 = C_{Y\alpha}^0$$

$$C_{Y\beta}^0 = C_{Y\beta}^0 - C_X^0$$

$$C_{Z\alpha}^0 = \sin \alpha_0 (C_Z^0 - C_{X\alpha}^0) - \cos \alpha_0 (C_{Z\alpha}^0 + C_X^0)$$

$$C_{Z\beta}^0 = -\sin \alpha_0 C_{X\beta}^0 - \cos \alpha_0 C_{Z\beta}^0 \tag{1.85}$$

$$C_{X\mu}^0 = -\cos \alpha_0 C_X^0 \mu + \sin \alpha_0 C_Z^0 \mu$$

$$C_{Y\mu}^0 = C_Y^0 \mu$$

$$C_{Z\mu}^0 = -\cos \alpha_0 C_Z^0 \mu - \sin \alpha_0 C_X^0 \mu$$

$$C_{Xi} = -\cos \alpha_0 C_{Xi}^0 + \sin \alpha_0 C_{Zi}^0$$

$$C_{Yi} = C_{Yi}^0$$

$$C_{Zi} = -\cos \alpha_0 C_{Zi}^0 - \sin \alpha_0 C_{Xi}^0$$

avec : $t = p, q \text{ ou } r$ et : $C_{Xt}^0 = \frac{\partial C_X}{\partial \frac{t\ell}{V_0}}, C_{Zt}^0 = \frac{\partial C_Z}{\partial \frac{t\ell}{V_0}}$

$$\begin{aligned} C_{X\delta i} &= -\cos \alpha_0 C_{X\delta i}^0 + \sin \alpha_0 C_{Z\delta i}^0 \\ C_{Y\delta i} &= C_{Y\delta i}^0 \\ C_{Z\delta i} &= -\cos \alpha_0 C_{Z\delta i}^0 - \sin \alpha_0 C_{X\delta i}^0 \end{aligned} \quad (1.86)$$

avec : $i = 1, m, n$

b) moments

Les trois équations de moment s'écrivent :

(1.87)

$$A \dot{\bar{p}} - F \dot{\bar{q}} - E \dot{\bar{r}} = L_u \bar{u} + L_v \bar{v} + L_w \bar{w} + L_p \bar{p} + L_q \bar{q} + L_r \bar{r} + L_H \bar{H} + L_{\delta x} \bar{\delta}_X + L_{\delta \ell} \bar{\delta}_\ell + L_{\delta m} \bar{\delta}_m + L_{\delta n} \bar{\delta}_n$$

$$B \dot{\bar{q}} - D \dot{\bar{r}} - F \dot{\bar{p}} = M_u \bar{u} + M_v \bar{v} + M_w \bar{w} + M_p \bar{p} + M_q \bar{q} + M_r \bar{r} + M_H \bar{H} + M_{\delta x} \bar{\delta}_X + M_{\delta \ell} \bar{\delta}_\ell + M_{\delta m} \bar{\delta}_m + M_{\delta n} \bar{\delta}_n$$

$$C \dot{\bar{r}} - E \dot{\bar{p}} - D \dot{\bar{q}} = N_u \bar{u} + N_v \bar{v} + N_w \bar{w} + N_p \bar{p} + N_q \bar{q} + N_r \bar{r} + N_H \bar{H} + N_{\delta x} \bar{\delta}_X + N_{\delta \ell} \bar{\delta}_\ell + N_{\delta m} \bar{\delta}_m + N_{\delta n} \bar{\delta}_n$$

avec :

$$R_u = \frac{1}{2} \rho_0 S \ell V_0 \left[-C_{R\alpha} \sin \alpha_0 + C_{R\mu} \mu_0 \cos \alpha_0 + 2C_R^0 \cos \alpha_0 \right] + \frac{\partial R_F}{\partial V} \cos \alpha_0$$

$$R_v = \frac{1}{2} \rho_0 S \ell V_0 C_{R\beta}$$

$$R_u = \frac{1}{2} \rho S \ell V_0 \left[C_{R\alpha} \cos \alpha_0 + C_{R\mu} \mu_0 \sin \alpha_0 + 2C_R^0 \sin \alpha_0 \right] + \frac{\partial R_F}{\partial V} \sin \alpha_0$$

$$R_H = \frac{1}{2} \rho_0 S \ell V_0^2 \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho}{dH} C_R^0 + \frac{k}{2} \frac{\mu_0}{T_0} C_{R\mu} + \frac{\partial R_F}{\partial H}$$

$$\begin{aligned}
L_p &= \frac{1}{2} \rho_0 S \ell^2 V_0 C_{LP}^0 + Eq_0 - Fr_0 \\
L_q &= \frac{1}{2} \rho_0 S \ell^2 V_0 C_{Lq}^0 + (B - C)r_0 + Ep_0 + 2Dq_0
\end{aligned} \tag{1.88}$$

$$L_r = \frac{1}{2} \rho_0 S \ell^2 V_0 C_{Lr}^0 + (B - C)q_0 + Ep_0 + 2Dr_0$$

$$M_p = \frac{1}{2} \rho_0 S \ell^2 V_0 C_{MP}^0 + (C - A)r_0 - Dq_0 - 2Ep_0$$

$$M_q = \frac{1}{2} \rho_0 S \ell^2 V_0 C_{Mq}^0 + Fr_0 - Dp_0$$

$$M_r = \frac{1}{2} \rho_0 S \ell^2 V_0 C_{Mr}^0 + (C - A)p_0 + Fq_0 + 2Er_0$$

$$N_p = \frac{1}{2} \rho_0 S \ell^2 V_0 C_{Np}^0 + (A - B)q_0 - Dr_0 - 2Fp_0 \tag{1.89}$$

$$N_q = \frac{1}{2} \rho_0 S \ell^2 V_0 C_{Nq}^0 + (A - B)p_0 - Er_0 - 2Fq_0$$

$$N_r = \frac{1}{2} \rho_0 S \ell^2 V_0 C_{Nr}^0 + Dp_0 - Eq_0$$

$$R_{\delta x} = \frac{\partial R_f}{\partial \delta_x}$$

$$R_{\delta x} = \frac{1}{2} \rho_0 S \ell V_0^2 C_{R\delta x} \tag{1.90}$$

$$R_{\delta n} = \frac{1}{2} \rho_0 S \ell V_0^2 C_{R\delta n}$$

$$R_{\delta n} = \frac{1}{2} \rho_0 S \ell V_0^2 C_{R\delta n}$$

ces trois équations se mettent sous la forme:

$$\begin{aligned}
 \dot{\bar{p}} &= \lambda_u \bar{u} + \lambda_v \bar{v} + \lambda_w \bar{w} + \lambda_p \bar{p} + \lambda_q \bar{q} + \lambda_r \bar{r} + \lambda_H \bar{H} + \lambda_{\delta_x} \bar{\delta}_x + \lambda_{\delta_\ell} \bar{\delta}_\ell + \lambda_{\delta_m} \bar{\delta}_m + \lambda_{\delta_n} \bar{\delta}_n \\
 \dot{\bar{q}} &= \mu_u \bar{u} + \mu_v \bar{v} + \mu_w \bar{w} + \mu_p \bar{p} + \mu_q \bar{q} + \mu_r \bar{r} + \mu_H \bar{H} + \mu_{\delta_x} \bar{\delta}_x + \mu_{\delta_\ell} \bar{\delta}_\ell + \mu_{\delta_m} \bar{\delta}_m + \mu_{\delta_n} \bar{\delta}_n \\
 \dot{\bar{r}} &= \nu_u \bar{u} + \nu_v \bar{v} + \nu_w \bar{w} + \nu_p \bar{p} + \nu_q \bar{q} + \nu_r \bar{r} + \nu_H \bar{H} + \nu_{\delta_x} \bar{\delta}_x + \nu_{\delta_\ell} \bar{\delta}_\ell + \nu_{\delta_m} \bar{\delta}_m + \nu_{\delta_n} \bar{\delta}_n
 \end{aligned} \tag{1.91}$$

Les λ_i, μ_i, ν_i sont liés aux coefficients L_i, M_i, N_i sont

$$\begin{aligned}
 \lambda_i &= [L_i(BC - D^2) + M_i(CF + DE) + N_i(FD + BE)] / \Delta \\
 \mu_i &= [M_i(CA - E^2) + N_i(AD + EF) + L_i(DE + CF)] / \Delta \\
 \nu_i &= [N_i(AB - F^2) + L_i(BE + FD) + M_i(EF + AD)] / \Delta
 \end{aligned}$$

Ou bien se forme matricielle

$$\begin{bmatrix} \lambda_i \\ \mu_i \\ \nu_i \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} BC - D^2 & CF + DE & BE + FD \\ CF + DE & CA - E^2 & AD + EF \\ BE + FD & AD + EF & AB - F^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_i \\ M_i \\ N_i \end{bmatrix} \tag{1.92}$$

avec :

$$\Delta = ABC - AD^2 - BE^2 - CF^2 - 2DEF$$

$$\begin{aligned}
 B_{31} &= QC_{x\delta_\ell} \ell & B_{41} &= QC_{y\delta_\ell} \ell & B_{51} &= QC_{z\delta_\ell} \ell \\
 B_{32} &= QC_{x\delta_m} & B_{42} &= QC_{y\delta_m} & B_{52} &= QC_{z\delta_m} \\
 B_{33} &= QC_{x\delta_n} & B_{43} &= QC_{y\delta_n} & B_{53} &= QC_{z\delta_n} \\
 B_{34} &= \frac{\cos \varpi}{m} \frac{\partial F}{\partial \delta_x} & & & B_{54} &= \frac{\sin \varpi}{m} \frac{\partial F}{\partial \delta_x}
 \end{aligned}$$

et

$$i = u, v, w, p, q, r, H, \delta_x, \delta_\ell, \delta_m, \delta_n$$

Les neuf variables $\bar{\Phi}, \bar{\Theta}, \bar{H}, \bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{p}, \bar{q}, \bar{r}, \bar{H}$ sont donc régies par un système de neuf équations que l'on peut écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{\overline{\Theta}} \\ \dot{\overline{\Phi}} \\ \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \\ \dot{H}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & A_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{17} & A_{18} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & 1 & A_{27} & A_{28} & 0 \\ A_{31} & 0 & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{36} & A_{37} & A_{38} & A_{39} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & A_{45} & A_{46} & A_{47} & A_{48} & A_{49} \\ A_{51} & A_{52} & A_{53} & A_{54} & A_{55} & A_{56} & A_{57} & A_{58} & A_{59} \\ 0 & 0 & \lambda_U & \lambda_v & \lambda_w & \lambda_p & \lambda_q & \lambda_r & \lambda_H \\ 0 & 0 & \mu_U & \mu_v & \mu_w & \mu_p & \mu_q & \mu_r & \mu_H \\ 0 & 0 & v_u & v_v & v_w & v_p & v_q & v_r & v_H \\ A_{91} & A_{92} & A_{93} & A_{94} & A_{95} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\Theta} \\ \overline{\Phi} \\ u \\ w \\ p \\ q \\ r \\ \overline{H} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & B_{34} \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} & 0 \\ B_{51} & B_{52} & B_{53} & B_{54} \\ \lambda_{\delta\ell} & \lambda_{\delta m} & \lambda_{\delta n} & \lambda_{\delta x} \\ \mu_{\delta\ell} & \mu_{\delta m} & \mu_{\delta n} & \mu_{\delta x} \\ v_{\delta\ell} & v_{\delta m} & v_{\delta n} & v_{\delta x} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_\ell \\ \delta_m \\ \delta_n \\ \delta_x \end{bmatrix} = 0 \quad (1.93)$$

Avec $\dot{\overline{H}}^* = \dot{\overline{H}} - V_0 \sin \gamma_0$

et
$$\begin{cases} A_{12} = -q_0 \sin \Phi_0 - r_0 \cos \Phi_0 \\ A_{17} = \cos \Phi_0 \\ A_{18} = -\sin \Phi_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_{21} = \frac{q_0 \sin \Phi_0 + r_0 \cos \Phi_0}{\cos^2 \Theta_0} \\ A_{22} = \operatorname{tg} \Theta_0 (q_0 \cos \Phi_0 - r_0 \sin \Phi_0) \\ A_{27} = \sin \Phi_0 \operatorname{tg} \Theta_0 \\ A_{28} = \cos \Phi_0 \operatorname{tg} \Theta_0 \end{cases} \quad (1.94)$$

et avec
$$Q = \frac{1}{2} \rho S V_0^2 / m$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{31} = -g \cos \Theta \\ A_{33} = \frac{Q}{V_0} [2C_x^0 \cos \alpha_0 - C_{x\alpha}^0 \sin \alpha_0 + C_{x\mu}^0 \mu_0 \cos \alpha_0] + \frac{1}{m} \cos \alpha_0 \cos \varpi \frac{\partial F}{\partial V} \\ A_{34} = \frac{Q}{V_0} C_{x\beta}^0 + r_0 \\ A_{35} = \frac{Q}{V_0} [2C_x^0 \sin \alpha_0 - C_{x\alpha}^0 \cos \alpha_0 + C_{x\mu}^0 \mu_0 \sin \alpha_0] + \frac{1}{m} \cos \alpha_0 \cos \varpi \frac{\partial F}{\partial V} \\ A_{36} = \frac{Q\ell}{V_0} C_{xp}^0 \\ A_{37} = \frac{Q\ell}{V_0} C_{xq}^0 - w_0 \\ A_{38} = \frac{Q\ell}{V_0} C_{xr}^0 \\ A_{39} = Q \left[\frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho}{dH} C_x^0 + C_{x\mu}^0 \frac{k}{2} \frac{\mu_0}{T_0} \right] + \frac{1}{m} \cos \varpi \frac{\partial F}{\partial H} \end{array} \right. \quad (1.95)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{41} = -g \sin \Phi_0 \sin \Theta_0 \\ A_{42} = g \cos \Theta_0 \cos \Phi_0 \\ A_{43} = \frac{Q}{V_0} [-C_{y\alpha}^0 \sin \alpha_0 + C_{y\mu}^0 \mu_0 \cos \alpha_0] - r_0 \\ A_{44} = \frac{Q}{V_0} C_{y\beta}^0 \\ A_{45} = \frac{Q}{V_0} [-C_{y\alpha}^0 \cos \alpha_0 + C_{y\mu}^0 \mu_0 \sin \alpha_0] + p_0 \\ A_{46} = \frac{Q\ell}{V_0} C_{yp}^0 + w_0 \\ A_{47} = \frac{Q\ell}{V_0} C_{yq}^0 \\ A_{48} = \frac{Q\ell}{V_0} C_{yr}^0 - u_0 \\ A_{49} = QC_{y\mu}^0 \frac{k}{2} \frac{\mu_0}{T_0} \end{array} \right. \quad (1.96)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
 A_{51} = -g \cos \Phi_0 \sin \Theta_0 \\
 A_{52} = -g \sin \Phi_0 \cos \Theta_0 \\
 A_{53} = \frac{Q}{V_0} \left[2C_z^0 \cos \alpha_0 - C_{z\alpha}^0 \sin \alpha_0 + C_{z\mu}^0 \mu_0 \cos \alpha_0 \right] + \frac{1}{m} \cos \alpha_0 \sin \varpi \frac{\partial F}{\partial V} + q_0 \\
 A_{54} = \frac{Q}{V_0} C_{z\beta}^0 - p_0 \\
 A_{55} = \frac{Q}{V_0} \left[2C_z^0 \sin \alpha_0 + C_{z\alpha}^0 \cos \alpha_0 + C_{z\mu}^0 \mu_0 \sin \alpha_0 \right] + \frac{1}{m} \sin \alpha_0 \sin \varpi \frac{\partial F}{\partial V} \\
 A_{56} = \frac{Q^\ell}{V_0} C_{z\beta}^0 \\
 A_{57} = \frac{Q}{V_0} C_{z\beta}^0 - u_0 \\
 A_{58} = \frac{Q^\ell}{V_0} C_{z\beta}^0 \\
 A_{59} = Q \left[\frac{1}{\rho_a} \frac{d\rho}{dH} C_{z\mu}^0 \frac{K}{2} \frac{\mu_0}{T_0} \right] + \frac{1}{m} \sin \varpi \frac{\partial F}{\partial H}
 \end{array} \right. \quad (1.97)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
 A_{91} = w_0 \cos \Phi_0 \sin \Theta_0 + u_0 \cos \Theta_0 \\
 A_{92} = w_0 \sin \Phi_0 \cos \Theta_0 \\
 A_{93} = \sin \Theta_0 \\
 A_{94} = -\sin \Phi_0 \cos \Theta_0 \\
 A_{95} = -\cos \Theta_0 \cos \Phi_0
 \end{array} \right. \quad (1.98)$$

a) conditions d'équilibre

Vol symétrique en ressource dans le plan vertical

$$p_0=r_0=0 \quad \Phi_0 = 0 \quad (1.99)$$

b) Les coefficients aérodynamique longitudinaux ne dépendent pas du dérapage β et de la vitesse de roulis p et de lacet r

$$C_{x\beta} = C_{z\beta} = C_{xp} = C_{xr} = C_{z\beta} = C_{zr} = 0$$

$$C_{m\beta} = C_{mp} = C_{mr} = 0$$

c) les coefficients aérodynamiques latéraux ne dépendent pas de l'incidence α , ni de la vitesse de tangage q ni du nombre de mach μ

$$C_{y\alpha} = C_{y\mu} = 0$$

$$C_{l\alpha} = C_{l\mu} = 0$$

$$C_{n\alpha} = C_{n\mu} = C_{nq} = 0$$

d) l'avion est non seulement géométriquement mais aussi massivement symétrique. ainsi

$$D = E = 0$$

Et les moments d'équilibrage latéraux L_0 et N_0 sont nuls.

Dans ces conditions, il est facile de voir que le système des neuf équations du mouvement libre se sépare en deux sous-systèmes indépendants :

Ces remarques justifient donc, la séparation des deux mouvements dans le cas du vol équilibré rectiligne ou en évolution dans le plan vertical (au voisinage de la pente nulle) et précisent les hypothèses complémentaires nécessaires.

TRAVAUX EFFECTUES DANS LE CONTROLE DE VOL :

Depuis des dizaines d'années, et jusqu'à nos jours, plusieurs travaux ont été publiés quotidiennement, dans le domaine du contrôle de vol. Pour cela, nous allons évoquer quelques travaux entrepris dans ce vaste et immense domaine. Ceci dit, il ne faut en aucun cas, diminuer de l'intérêt des autres travaux non cités.

K.Sobel, H.Kaufman & L.Mabius (1982) [3] ont développé deux algorithmes de contrôle adaptatif à base de modèle de référence des systèmes multi variables. Ces deux algorithmes ne demandent pas des conditions parfaites du modèle de poursuite ou de l'identification explicite des paramètres. Le premier algorithme assure la stabilité asymptotique de l'erreur de la sortie à condition que la matrice de transfert soit strictement positive. Le deuxième algorithme garanti une erreur bornée sous conditions moins restreintes.

A.L.Gonzalez Blazquez (1990) [8]: Un modèle est présenté pour l'analyse du mouvement non linéaire de l'avion pour de grands angles d'attaque et de dérapage. La partie la plus difficile de la formulation mathématique et du principe de l'obtention du mouvement hautement non

linéaire, est le comportement aérodynamique de l'avion. Pour comprendre ceci, le phénomène de base de l'avion delta est examiné, en dérivant les aspects principaux qui affectent la dynamique du mouvement. Les données aérodynamiques sont obtenues à partir d'un test en soufflerie. Ils ont été analysés pour obtenir la modélisation de la force et du moment. Une formulation générale des équations dynamiques valide pour les grands angles d'attaque et de dérapage est présentée. Le modèle mathématique peut être utilisé pour une analyse dynamique globale ou une identification des paramètres du système.

W.L.Garrard, D.F.Enns & S.A.Snell (1992) [9] : Cette publication décrit l'application du régulateur quadratique non-linéaire (NLQR), pour la conception des lois de contrôle pour un avion typique de grandes performances. Ceci est réalisé, en utilisant la théorie du contrôle optimal de l'équation de Hamilton-Jacobi-Bellman. La performance du contrôleur NLQR est comparée avec celle d'un contrôleur du gain scheduled P+I, conçue par une application de la technique standard de la réponse fréquentielle aux équations du mouvement de l'avion linéarisées à différents angles d'attaque. Les résultats des deux techniques dans la loi de contrôle ont des structures très similaires les uns aux autres, et conduisent à des performances semblables.

L.A.Pineiro & D.J.Biezad (1993) [7]: Utilisent les lois de contrôle de poursuite d'un modèle, qui donnent des résultats de simulation de vol satisfaisants. Ces lois se basent sur la connaissance exacte des dérivées de la stabilité d'un avion très rapide. Les résultats de simulations se dégradent, lorsque l'on s'éloigne des valeurs imposées par la stabilité. La méthode du "gain scheduling" a été employée pour compenser les variations des paramètres du système physique, mais cette forme de compensation en boucle ouverte requiert généralement un grand test de vol pour un réglage précis. Une loi de contrôle adaptative d'échantillonnage rapide est décrite, pour compenser la variation des paramètres de l'avion.

La réponse à l'échelon requise pour l'implémentation, est identifiée récursivement en utilisant une technique qui n'a pas besoin, d'un signal de 'test' spécial et qui remet automatiquement les anciennes données dépendantes de l'excitation de l'entrée détectée.

La fidélité de la poursuite est maintenue en dépit de la variation brusque ou lente des paramètres, ainsi la position des actionneurs et de la limitation du taux de commande sont discutées. La performance des résultats du système est excellente et montre l'avantage des

commandes adaptatives pour la simulation de vol.

A.M.Wahdan & A.Y.Tawfik (1994) [4], ont appliqué un algorithme de contrôle adaptatif à base de modèle de référence variable sur un système réel, le schéma proposé introduit le concept de la remise à l'état initial périodique du mécanisme adaptatif (PRAM). L'algorithme développé est appliqué pour résoudre le contrôle d'un avion de combat à grande vitesse. Les résultats de simulation prouvent que la technique proposée est capable d'alléger le problème de la stabilité des algorithmes (MRAC) standards en présence de dynamiques non-modélées et de perturbations sinusoïdales.

L.R.Pujura & M.Shabbarhussien (1994) [6]: Un système de contrôle longitudinal préliminaire pour l'avion YF-16 CCV a été conçu pour satisfaire les qualités de vol. Cet objectif est achevé en appliquant la technique des égalités fréquentielles multi variables des systèmes de contrôle développée récemment par l'auteur. Cette technique est l'esprit de la stratégie de 'poursuite du model' portée en dehors du domaine fréquentiel.

J.E.Groszkiemicz & M. Bodson (1995) [5], ont résolu le problème du contrôle de vol par les algorithmes de commandes adaptatives à modèle de référence en utilisant la méthode des moindres carrés comme méthode d'identification. Les résultats montrent la capacité de ces algorithmes de maintenir le niveau de vol après un échec, qui restaure du trac des commandes de vol, en dépit de la perte d'efficacité des actionneurs, et coordonne l'usage des surfaces de contrôle pour garantir le découplage entre les axes de rotation. L'application de l'algorithme de l'identification par (RLS) récemment proposé, ainsi que ces avantages sont aussi démontrés.

Référence

Bibliographiques

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] I.D. LANDAU. Commande adaptative : aspect théorique et pratique (édition Masson 1986)
- [2]. MARC PELEGRIN. Vers un pilotage complètement automatique. (Europ journal mech. Eng. M, vol.42, No.1, 1997.
- [3] K.SOBEL, H. KAUFMAN & L. MABIUS. Implicite adaptive control for a class of mimo syst. (IEEE trans on aerospace and electronic systems vol.aes.18,No.5 1982)
- [4] A.NLWAHDAN & A.Y.TAWF!K. Periodic resetting-mrac in control of a high (speed aircraft. Department of computers systems engineering. Ain Shams University. (Cairo, Egypt, IEEE 1994)
- [5] M. BODSON & JE GROSZKIEWTCZ. Multivariable adaptive algorithms for reconfigurable flight control (IEEE trans. Contr. Syst .Tech vol.5, no.2, pp.217-229, 1997)
- [6] L.R.PUJARA & MUKHTAR SHABBARHUSSEIN. A preliminary longitudinal aircraft control design by applying the multivariable frequency matching technique. Dep of Elec Eng. (Dayton, USA, IEEE 1994)
- [7] LUIS A. PINEIRO & DANIEL J. BIEZAD. Real-time parameter identification applied w flight simulation. (IEEE Trans. Aerospace and Elect Syst. vol.29,N°.2,2/4/1993).
- [8] A.L. GONZALEZ. BLAZQUEZ. Mathematical modelling for analysis of nonlinear aircraft dynamics.
- [9] W.L. GARRARD. D.F. ENNS & S.A.SNELLS. Nonlinear feedback control of highly manoeuvrable aircraft. Int. J. Control, 1992, vol. 56, N)4, 799-812.
- [10] S. G. Breslin and M. J. Grimble. Multivariable control of an ASTOVL aircraft. Part 1 : Analysis and design. Technical Report ICC/90/94, Industrial Control Centre, University of Strathclyde, UK. 1994.
- [11] B.A. WHITE & A. R. DANIELS. Application of variable structure control to an unmanned aircraft. School Elect. Eng. & science. Bath univ. UK.
- [12] Taquin Gilles – Flight Mechanics - September 2006, Master of science SupAero, Toulouse
- [13] J. ROSKAM. Airplane flight and automatique flight contrôle tome I (Dar corporation 2001).
- [14] J. ROSKAM. Airplane flight and automatique flight contrôle tome II (Dar corporation 1998).
- [15] Jean -Luc BOIFFIER. Dynamique du Vol de l'avion. Version 7.1. Notes de cours.SupAéro, Septembre 2001.
- [16] Jean-Claude Wanner. Dynamique du vol et pilotage des avions (département véhicules aérospatiales). Onéra - SupAéro, 1984.

- [17] H. BENCHOUBANE. Cours PGRS. Partie sur les commandes linéaires. 1995
- [18] V.V.CHA LAM. Adaptive Control Systems. Techniques and applications. Electrical Engineering and Electronics / 39 . Marcel Dekker , INC . New York and Basel . 1987
- [19] LENNART LYUNG, AND TORSTEN SODESTROM. Theory and practice of Recursive Identification . The MIT Press. Cambridge, Massachusetts. London, England. 1987.
- [20] GRAHAM .O . GOODWIN AND KWAI SANG SIN. Adaptive Filtering Prediction and Control. Part I & II. Prentice-Hall , INC., Englewood Cliffs, New Jersey 07632. 1984.
- [21] E. G. MIGLIORE, " Commande Prédictive à Base de Programmation Semi Définie", thèse de doctorat, l'Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, 2004.
- [22] O. A.V. Alban, "Contribution à l'identification et à la commande des robots parallèles", thèse de doctorat, Université MONTPELLIER II, 2004.
- [23] Benbrahim Amel, " Commande Prédictive Généralisée d'une Machine Synchrone à Aimants Permanents", thèse de doctorat, Université de BATNA Faculté des Science de l'Ingénieur Département de l'électrotechnique 2009.
- [24] M. C. LOZADA, " Sur les Modèles Flous Adaptatifs Dynamiques ", Thèse de doctorat, l'Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, 2001.
- [25] Patrick Boucher, Didier Dumur, "la commande prédictive", collection méthodes et pratiques de l'ingénieur, école centrale de Lille, 1996.
- [26] E.F. Camacho, C.Bordons, "Model Predictive Control", Springer-Verlag London, 2^{eme} edition, 2003.
- [27] Gérard Ramond, " contribution à la commande prédictive généralisée adaptative directe et application », thèse de doctorat, université paris XI U.F.R scientifique d'orsay, 2001
- [28] D.W.CLARKE. C. MOHTADI and P.S. TUFFS. " Generalized Predictive Control - Part 1. The Basic Algorithm ". Automatica, Vol.23, No. 2, pp. 137-148, 1987.
- [29] D.W.CLARKE. C. MOHTADI and P.S . TUFFS. «Generalized Predictive Control - Part II. Extensions and Interpretations ". Automatica, Vol. 23, No. 2, pp. 149-160, 1987.
- [30] thèse de magister « étude de commandes de position d'un bras manipulateur classe 1 » par Amina CHENTIR, institut d'électronique, université de Blida (1993. 06)