

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA  
FACULTÉ DES SCIENCES DE L'INGÉNIEUR  
DÉPARTEMENT D'AERONAUTIQUE



MÉMOIRE DE FIN D'ETUDES

Pour L'obtention Du Diplôme D'ingénieur  
D'état en Aéronautique

058/010  
EX A

*Spécialité : Navigation Aérienne*

*Option : Installation*



## Thème

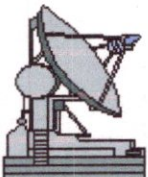
Algorithmes adaptatifs de la poursuite de sous espace  
d'approximation de projection basés sur les méthodes  
HR « Min NORM, MUSIC, ESPRIT et TLS-ESPRIT » avec  
des réseaux ULA, UCA et en L

**Réalisé par :**

FERHATNI Asma

**Proposé et dirigé par :**

Mlle. DOUDOU.F



**Promotion : Juin 2010**

## Remerciements

*Je remercie Dieu tout puissant de m'avoir donné la volonté et le courage de mener à bien ce travail.*

*Je tiens à remercier particulièrement mon professeur, modèle et promotrice de thèse, Melle DOUDOU.F, pour tout le temps qu'elle m'a consacré, pour son aide précieuse, pour sa gentillesse, sa sympathie et pour son soutien et ses précieux conseils. Vous me faite un grand honneur d'avoir accepté de diriger ce travail. Je vous remercie de m'avoir guidé avec rigueur et bienveillance.*

*Je remercie également tous ceux qui, tout au long de ces années d'étude, m'ont encadré, observé, aidé, conseillé et même supporté.*

*Mes plus sincères remerciements vont également à M<sup>eme</sup> la présidente, et membres de jury d'avoir accepté la charge d'évaluer le présent travail.*

## Dédicaces

*Je dédie ce modeste travail :*

*À ma mère,*

*à mon adorable mère, à celle qui est toujours présente pour mes études et se soucie de mon avenir. Merci pour t'être sacrifiée pour que tes enfants grandissent et prospèrent. Merci de trimer sans relâche, pour faire notre bonheur. Enfin ! Merci tout simplement d'être... ma mère.*

*Au plus gentil, le plus présent et le plus adorable des oncles, ADEM. Tous les mots que je pourrai utiliser n'exprimeront pas ma gratitude pour toi. Je te remercie du fond du cœur pour tout ce que tu as fait pour moi.*

*A ma sœur WISSEM et mon frère FAZYL et mon petit frère ANIS qui animent mes jours et donnent de la joie à ma vie.*

*A mon grand père et ma grand-mère que j'adore.*

*A mes tantes SHAHRAZED, WAFIA, ZOULIKHA et particulièrement KHADIDJA.*

*A ANIS qui était la bouffée d'oxygène qui me ressourçait dans les moments pénibles, de solitude et de souffrance, où l'on a terriblement besoin d'un petit mot, d'un petit geste, aussi humble soit-il, de soutien moral. Merci pour ton soutien et pour ta présence.*

*A mes adorables amis MEHDI, SALIM, IMENE, FERJAL, LYDIA et SIHEM, je vous remercie pour tous les rires et les délires et pour tous les bons moments qu'on a passés ensemble.*

*A HAMZA, MERJEM et à ma cousine RYM et à tout mes cousins.*

*A ma promotrice Melle. DOUDOU qui m'a beaucoup aidé à réaliser ce travail, je l'a remercie pour sa gentillesse, sa présence et pour tout ce qu'elle m'a prodigué.*

*A tous mes camarades et à toute la promotion 2009/2010.*

*A mon cher enseignant de Math , père, frère et amis KHÉLILI Djamal qui m'a beaucoup soutenu durant plusieurs années ,depuis le secondaire .*

*Enfin, j'espère du fond du cœur que tout ce petit monde trouve ici un mot de reconnaissance, et que chacun se reconnaisse en ce qui le concerne. J'espère aussi que l'effort déployé dans le présent travail réponde aux attentes des uns et des autres.*

## Résumé

Le problème d'estimation et de poursuite de sous-espaces joue un rôle très important dans une variété d'applications modernes de traitement du signal tel que les radars, les sonars, l'astronomie, la communication mobile... Et cela pour permettre la localisation des sources à bande étroite mobiles.

Dans cette thèse, nous nous intéressons à la poursuite des directions d'arrivée (DOAs) de plusieurs cibles à mouvement lent, rapide et brusque qui se déplacent au cours du temps. Dans cette optique, nous proposons des algorithmes adaptatifs de poursuite « PAST, NPAST, PASTD, NPASTD » basés sur les méthodes Haute Résolution « Min NORM, MUSIC, ESPRIT et TLS-ESPRIT » pour trois géométries de réseau d'antennes : ULA pour l'estimation des DOAs en une dimension, UCA et en L pour l'estimation des DOAs en élévation et en azimut (2D).

Les analyses et les simulations vérifient que les algorithmes se comportent de façon robuste numériquement.

## Abstract

Subspace estimation and tracking play an important role in a variety of modern signal processing applications like radar, sonar, astronomy, wireless communication... end that is for localization of narrow band mobiles sources.

In that thesis we deal with the problem of tracking the direction-of arrival (DOA) of multiple moving targets. To this end, we propose an adaptive DOA tracking algorithm « PAST, NPAST, PASTD, NPASTD » based on high resolution methods « Min NORM, MUSIC, ESPRIT et TLS-ESPRIT » for three kind of array antennas: ULA for estimation of 1D DOAs, UCA and two-L-shape uniform linear array for estimation of an elevation and azimuth DOAs (2D).

Analyses and simulations verify that the algorithms behave in a numerically robust fashion.

## ملخص

تلعب إشكالية تقييم المتابعات الفضائية دورا هاما في معالجة الإشارة في عدة مجالات حديثة كالإدارات أجهزة البحث البحرية علم الفلك و الاتصالات اللاسلكية... للوصول إلى مصادر ذات شريط ضيق متحرك.

نوجه نظرا في هذه المذكرة إلى متابعة اتجاهات الوصول لعدة أهداف ذوي تحرك بطيء، سريع و عنيف و التي تتحرك في مدة زمنية معينة و في هذا المجال نقترح تقنيات الخوارزمية للمتابعة " PAST Min NORM, MUSIC " التي تعتمد على تقنيات ذات التصميم العالي " NPAST, PASTD, NPASTD ESPRIT et TLS-ESPRIT " لعدة أنواع من شبكات الهوائيات\*\* لتقييم اتجاهات الوصول في بعد واحد UCA, ULA و لتقييم اتجاهات الوصول في بعدين.

التحليل و النتائج التجريبية تحقق تعامل التقنيات الخوارزمية بطريقة صحيحة رقميا.

1.3.3.2.1. Intérêt du réseau circulaire .....	16
1.3.3.3. Réseau cylindrique.....	16
1.3.3.4. Réseau plan .....	16
1.3.3.4.1. Réseau plan régulier .....	17
1.3.3.4.1.1. Réseau plan rectangulaire .....	17
1.3.3.4.1.2. Réseau en L uniforme .....	17

1.3.3.4.2. Réseau plan raréfié.....	18
1.3.4. Applications des réseaux d'antennes .....	18
Conclusion .....	20

## Chapitre 2 : Traitement d'antennes et détection des sources multiples

2.1. Introduction.....	21
2.2. Signaux et bruit.....	21
2.3. L'avantage d'utilisation du réseau d'antenne.....	25
Conclusion .....	29

## Chapitre 3 : Estimation des paramètres par les méthodes des sous espaces

3.1. Introduction.....	30
3.2. Model du signal .....	30
3.2.1. Model du signal à une dimension.....	31
3.2.2. Model du signal à deux dimensions .....	33
3.2.2.1. Model du signal de réseau d'antennes circulaire uniforme UCA .....	33
3.2.2.2. Model du signal d'un réseau d'antennes linéaire uniforme en forme de L.....	35
3.3. Les méthodes des sous espaces.....	37
3.3.1. L'algorithme MUSIC (Multiple Signal Classification) .....	38
3.3.2. Méthode Haute résolution Minimum NORM .....	40
3.3.3. Méthode Haute résolution ESPRIT .....	42
3.3.3.1. Principe d'estimation pour une antenne double (ESPRIT) dans un ULA.....	42
3.3.3.2. Principe d'estimation pour une antenne double(ESPRIT) dans un réseau en L.....	44
3.3.4. Méthode Haute résolution TLS-ESPRIT.....	47
3.3.4.1 Principe d'estimation pour une antenne double (TLS-ESPRIT) dans un ULA .....	47
3.3.4.2. Principe d'estimation pour une antenne double (TLS-ESPRIT) dans un réseau en L.....	49
Conclusion .....	53

## Chapitre 4 : Méthodes de poursuite des sous espaces d'approximation et de projection

4.1. Introduction .....	54
4.2. L'algorithme de projection d'approximation de la poursuite de sous espace et sans extension.....	55
4.2.1. L'algorithme PAST .....	55
4.2.2. L'algorithme PASTD .....	57
4.2.3. Extension de PAST et PASTD à une fonction coût non linéaire.....	60
Conclusion .....	62

## Chapitre 5 : Simulations des méthodes et interprétations des résultats

5.1. Introduction .....	63
5.2. L'objet de la simulation.....	63
5.3. Structure du programme principale.....	64

5.4. Réseau linéaire pour la poursuite .....	68
5.4.1. L'algorithme PAST avec réseau linéaire .....	68
5.4.2. L'algorithme NPAST réseau linéaire .....	72
5.4.3. L'algorithme PASTD réseau linéaire .....	76
5.4.4. L'algorithme NPASTD réseau linéaire .....	80
5.5. Réseau circulaire .....	83
5.5.1. L'algorithme PAST réseau circulaire.....	83
5.5.2. L'algorithme NPAST réseau circulaire .....	87
5.5.3. L'algorithme PASTD réseau circulaire .....	91
5.5.4. L'algorithme NPASTD réseau circulaire.....	95
5.6. Réseau en L .....	99
5.6.1. L'algorithme PAST réseau en L.....	99
5.6.2. L'algorithme NPAST réseau en L .....	103
5.6.3. L'algorithme PASTD avec réseau en L .....	107
5.6.4. L'algorithme NPASTD avec réseau en L.....	111
Conclusion .....	115
<b>Conclusion Générale .....</b>	<b>116</b>
<b>Annexe</b>	
A1.Dérivation de (4.17) .....	1
A2.Dérivation de (4.19) .....	2

## Listes des figures et tableau

Tableau 1. Les équations de MAXWELL.....	3
Figure 1.1. Antenne en émission et en réception.....	5
Figure 1.2. Diagramme de rayonnement d'une antenne en 3D .....	6
Figure 1.3. Diagramme de rayonnement d'une antenne en 2D .....	6
Figure 1.4. Ouverture à mi-puissance.....	9
Figure 1.5. Antenne Patch .....	10
Figure 1.6. Cornet pyramidal.....	11
Figure 1.7. Cornet conique .....	11
Figure 1.8. Réflecteur parabolique(Réception) .....	12
Figure 1.9. Réflecteur parabolique à lentille (Transmission) .....	12
Figure 1.10. Réseau linéaire dispersif.....	15
Figure 1.11. Réseau circulaire :description.....	16
Figure 1.12. Réseau cylindrique : représentation.....	16
Figure 1.13. Réseau plan rectangulaire régulier .....	17
Figure 1.14. Réseau d'antenne uniforme en L sur 2 axes .....	17
Figure 1.15. Réseau d'antenne uniforme en L sur 3 axes .....	18
Figure 1.16. Réseau plan raréfié.....	18
Figure 1.17. Technologie du radar.....	19
Figure 2.1. Paires d'éléments de senseurs identiques $u(t)$ , $v(t)$ représentant l'enveloppe des signaux complexe correspondants associés avec $\tilde{u}(t)$ et $\tilde{v}(t)$ .....	24
Figure 2.2. Modèle directionnel de gain pour réseau uniforme de 10 éléments.....	27
Figure 3.1. Réseau d'antenne linéaire uniforme (ULA) .....	31
Figure 3.2. Réseau d'antenne circulaire uniforme.....	33
Figure 3.3. Réseau linéaire uniforme sous forme de L .....	35
Figure 3.4. Réseau de M éléments, et de sous réseaux.....	42
Figure 5.1. Schéma de principe de la modélisation .....	64



## Acronymes usuels

<b>TEM</b>	Transverse Électrique Magnétique
<b>HPBW</b>	Half Power Beam Wide
<b>RF</b>	Radio Fréquence
<b>DOA</b>	Direction Of Arrival (Direction d'arrivée)
<b>SNR</b>	Signal -to-Noise Ratio (Rapport Signal sur Bruit)
<b>Min NORM</b>	Minimum NORM
<b>MUSIC</b>	MULTiple Signal Classification
<b>ESPRIT</b>	Estimation of Signal Parameter Rotation Invariance Techniques
<b>TLS</b>	Total Least Squares
<b>RLS</b>	Recursive Least Squares
<b>PAST</b>	Projection Approximation Subspace Tracking
<b>PASTD</b>	Projection Approximation Subspace Tracking with Deflation
<b>N-PAST</b>	Nonlinear PAST
<b>N-PASTD</b>	Nonlinear PASTD
<b>PCA</b>	Principal component Analysis
<b>ICA</b>	Independant component Anaysis
<b>BSS</b>	Blind Source Séparation
<b>HR</b>	Haute Résolution
<b>ULA</b>	Uniform Linear Array (Réseau linéaire uniforme)
<b>UCA</b>	Uniform Circular Array (Réseau circulaire unifome)
<b>1D</b>	Une Dimension
<b>2D</b>	Deux Dimensions



## Introduction générale

La poursuite de plusieurs cibles, qui se déplacent au cours du temps est un problème qui a été largement étudié ces derniers temps dans le cadre de nombreuses applications civiles et militaires. Dans ce travail on s'intéresse, en particulier, à la poursuite de cibles mobiles en termes des directions d'arrivée DOAs des signaux émis par ces cibles et mesuré par une antenne fixe de type phased array. Un grand nombre d'algorithmes a été proposé dans la littérature scientifique. En traitant le problème de la poursuite des DOAs comme un problème d'optimisation, et la fonction à optimiser est soit mono ou multidimensionnelle. Ces algorithmes requièrent donc l'estimation de la matrice de covariance. Quelques applications dans le domaine de la communication mobile

- ✿ Le problème de cocktail party
- ✿ Séparation aveugle de sources (BSS)
- ✿ Analyse des composantes indépendantes (ICA)
- ✿ La poursuite du sous espace

En ce qui concerne ce travail, on présente des algorithmes adaptatifs d'estimation des sous espaces, notamment les algorithmes PAST et PASTD représentant la version avec déflation de PAST, pour l'estimation adaptative du sous-espace signal. En plus de sa simplicité d'implantation, cet algorithme est asymptotiquement efficace ayant une vitesse de convergence supérieure à la plus part des techniques de poursuite de sous espaces du type gradient. A partir du sous-espace estimé avec PAST et PASTD. Ces deux approches ajoutent une étape d'orthonormalisation, pour achever des vecteurs propres orthonormaux. La nécessité de l'orthonormalisation dépend de la méthode pré traitement qui utilise le sous espace signal estimé à extraire l'information du signal désiré. Si on utilise tel que notre cas MUSIC ou ESPRIT pour le calcul des DOAs ou la fréquence du sous espace signal, l'étape d'orthonormalisation est cruciale.

Dans ce travail, on applique un algorithme récursive de poursuite du sous espace signal représenté par les vecteurs propres, correspondant aux  $r$  valeurs propres les plus dominantes. Une fois ces dernières estimées, elles seront utilisé par les algorithmes d'estimation de la DOA tel que Minimum NORM, MUSIC, ESPRIT et TLS ESPRIT pour une dimension et deux dimensions. Ceci signifie que ces méthodes d'estimation seront appliquées à la suite des algorithmes PAST et PASTD, de même que NPAST et NPASTD pour l'estimation de l'élévation 1D, dans un premier lieu, puis de l'élévation et de l'azimut dans un second lieu. En ce sens, un réseau linéaire uniforme sera utilisé pour l'estimation de la DOA 1D, alors que dans les cas de l'estimation de la DOA 2D, un réseau circulaire sera appliqué pour Minimum NORM et MUSIC et un réseau en L pour ESPRIT et TLS ESPRIT. Le premier chapitre abordera des généralités sur les antennes, le second sur le traitement d'antenne, suivi par les méthodes HR, puis les méthodes de poursuite de sous espace, et enfin des simulations et conclusion.





# Chapitre 1



Généralités sur les antennes et les  
réseaux d'antennes





## Chapitre 1

# Généralités sur les antennes et les réseaux d'antennes

### 1.1. Introduction

La détection ou la poursuite des objets dans l'espace s'effectue à partir des signaux émis par ces objets. Ces signaux sont sous une forme d'onde électromagnétique, et la propagation de ces ondes d'une zone de l'espace à une autre et d'un instant à l'autre est décrite par les équations de Maxwell. De plus la liaison entre deux points de l'espace nécessite un dispositif qui jouera le rôle d'émetteur et de récepteur de ces signaux. Ce dispositif est l'antenne.

Dans ce premier chapitre, on rappellera quelques notions de base sur la propagation des ondes électromagnétiques, puis on décrira en détail les caractéristiques des antennes et on fera une présentation des différents types d'antennes. Finalement, on abordera les réseaux d'antennes, éléments indispensables pour le traitement d'antennes, leurs importances dans le domaine aéronautique, les différents types rencontrés en pratique et leurs caractéristiques.

### 1.2. Base théorique des antennes

#### 1.2.1. Onde Électromagnétique

Une onde électromagnétique est une onde transversale formée par un champ électrique et un champ magnétique perpendiculaires entre eux, et perpendiculaires à la direction de propagation.

Les ondes électromagnétiques se propagent dans le vide, avec une vitesse  $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ , qui est une constante universelle. Elles peuvent également se propager dans certains milieux matériels, mais avec une vitesse inférieure à  $c$ . C'est ainsi que les ondes hertziennes, qui sont de nature électromagnétique, peuvent traverser des milieux isolants, mais sont absorbées par des métaux.

Lorsqu'un champ électrique  $E$  varie au cours du temps en un point de l'espace, il apparaît en ce point un champ magnétique  $H$  dont l'intensité est d'autant plus grande que le champ électrique.[2]





1.2.1.1. Équations de Maxwell

Le physicien écossais James Clerk Maxwell étudia les rapports entre les deux champs électrique et magnétique, établissant des équations connues sous le nom d'équations de Maxwell illustrées dans le tableau suivant :

$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (1)$	Équation de Maxwell-Gauss : $\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \rho d\tau$
$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (2)$	
$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3)$	Équation de conservation du flux de $\vec{B}$ : $\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$
$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (4)$	Équation de Maxwell-Faraday (phénomène d'induction) Équation de Maxwell-Ampère

Tableau 01 : les équations de Maxwell

Où  $\vec{E}$  est le champ électrique,  $\vec{D}$  le déplacement (ou induction) électrique,  $\vec{B}$  le champ (ou induction) magnétique,  $\vec{H}$  l'excitation (ou champ) magnétique,  $\rho$  la densité volumique de charges *réelles*,  $\vec{j}$  la densité volumique de courants de charges *réels*.

Les équations de Maxwell tiennent une grande importance dans les antennes, étant donné que d'elles dérivent leurs propriétés. Dans le vide  $\epsilon_0 = 1 / 36.10^9$  F/m est la permittivité électrique et  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  H/m est la perméabilité magnétique. On a

$1 / \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = c \approx 3.10^8$  m/s, la vitesse de la lumière dans le vide. Dans le vide, en l'absence de courant et de charge on a

$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j \omega \epsilon \vec{E}$ $\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0$ $\vec{\nabla} \times \vec{E} = - j \omega \mu \vec{H}$ $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$
--

1.2.1.2. Propriétés des ondes Électromagnétique

a. vitesse de déplacement

L'onde électromagnétique se propage en ligne droite dans un milieu homogène; sa vitesse est  $C = 3 \cdot 10^8$  m/s dans l'espace où  $v = C/n$  dans un milieu autre que l'espace et dont l'indice de réfraction est n.





*b. fréquence et longueur d'onde*

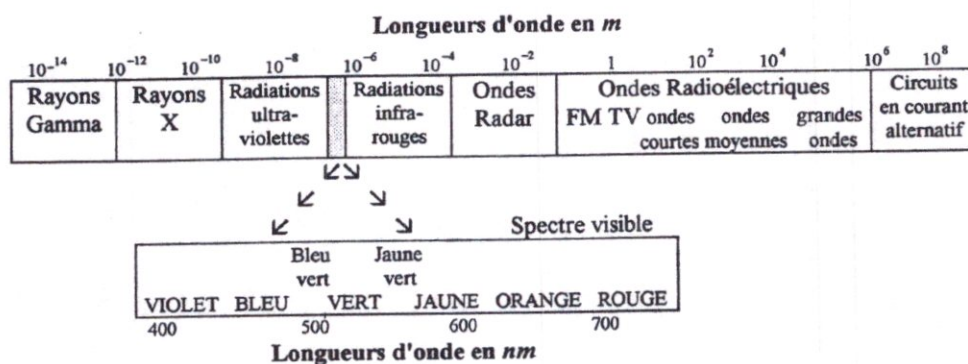
La fréquence d'une onde électromagnétique est la fréquence des champs électriques et magnétiques qui la composent. La longueur d'onde  $\lambda$  est définie comme le trajet parcouru par une onde après une période d'oscillation T, avec  $\lambda = c T = c/f$

*c. polarisation du champ rayonné*

La polarisation d'une onde électromagnétique est déterminée par la direction de son champ électrique E. Si E garde une direction constante en un certain point quel que soit le temps, on dit que la polarisation est rectiligne, le plus souvent elle est contenue soit dans un plan horizontal (polarisation horizontale) soit dans un plan vertical (polarisation verticale).

Dans tous les cas, à grande distance d'une antenne, la polarisation du champ rayonné E est toujours perpendiculaire à la direction de propagation. Il existe aussi des possibilités de polarisation circulaire et elliptique. [2]

1.2.1.3. Les différents types d'ondes électromagnétiques



1.2.2. Antenne

Une antenne d'émission est un dispositif qui assure la transmission de l'énergie entre une source (émetteur) et l'espace libre dans lequel cette énergie va se propager. Cette transmission est assurée par la transformation de l'énergie électrique circulant dans le conducteur (l'antenne) en une énergie de rayonnement électromagnétique. Réciproquement une antenne de réception est un dispositif qui assure la transmission de l'énergie d'une onde se propageant dans cet espace vers un appareil récepteur et dans ce cas l'antenne de réception traduit le rayonnement électromagnétique en courant électrique induit. [1]





La source d'émission (ou le récepteur) est reliée à l'antenne par une ligne qui peut être une ligne de transmission en mode TEM, par exemple une ligne coaxiale, ou un guide d'ondes.

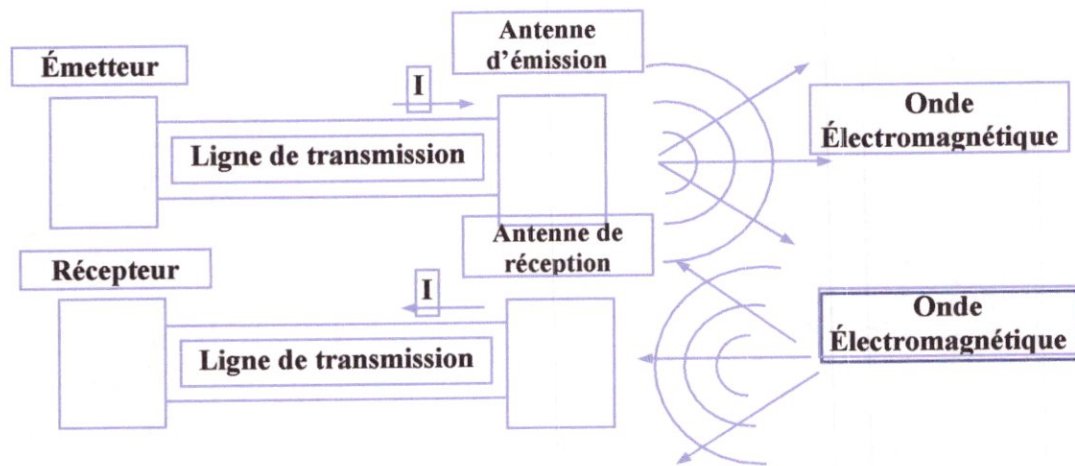


Fig. 1.1 : Antennes en émission et en réception

#### 1.2.2.1. Le rayonnement de l'antenne

Selon le principe d'émission d'un photon lumineux. Il suffit de donner de l'énergie à un électron qui va changer d'orbite et s'éloigner du noyau. Quand l'apport d'énergie cesse. Celui-ci revient à sa position initiale en émettant un photon de lumière. Il en est de même pour les antennes.

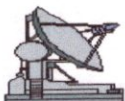
On produit dans notre émetteur un champ électrique qui fait se mouvoir des électrons (le courant) à une fréquence  $f$ . Les électrons libres du matériau constitutif de l'antenne oscillent à cette fréquence et subissent des accélérations - ralentissements. Tout changement d'état énergétique provoque l'émission de photons.

#### 1.2.2.2. Caractéristiques des antennes [2] [3]

On sait que la théorie des antennes est basée sur le rayonnement produit par des sources (charges, courants) à la surface d'un conducteur.

Pour rendre compte des performances de l'antenne d'un point de vue des champs rayonnés on utilise,

- le diagramme de rayonnement
- la directivité
- le gain
- la surface équivalente
- l'ouverture
- polarisation





1.2.2.2.1. Diagramme de rayonnement d'une antenne

Le diagramme de rayonnement en puissance (ou intensité) est la représentation du gain normalisé  $r(\theta, \varphi) = \frac{G(\theta, \varphi)}{G_{\max}}$  ou simplement du gain  $G(\theta, \varphi)$  en fonction de la direction

$(\theta, \varphi)$  sur un repère polaire ou cartésien. On utilise aussi le diagramme champ :

$$F(\theta, \varphi) = \frac{|E(\theta, \varphi)|}{E_{\max}} = \sqrt{r(\theta, \varphi)}$$

Généralement dans un plan donné, le diagramme de rayonnement d'une antenne directive comprend un lobe principal et des lobes secondaires qui sont indésirables.

La plus grande partie de la puissance rayonnée est contenue dans un cône d'ouverture  $\theta$  défini à mi puissance, ce qui correspond à une chute de 3 dB par rapport à la puissance maximale.

ouverture  $\theta$  tel que  $\frac{G(\theta/2)}{G_{\max}} = \frac{1}{2}$  soit  $G_{\max}(\text{dB}) - G(\theta/2)_{\text{dB}} = 3\text{dB}$

Il existe une multitude de façons de représenter le rayonnement d'une antenne : diagramme en champ, en puissance, gain, directivité, en polaire ou cartésien, en linéaire ou en décibels, en 2D ou 3D.

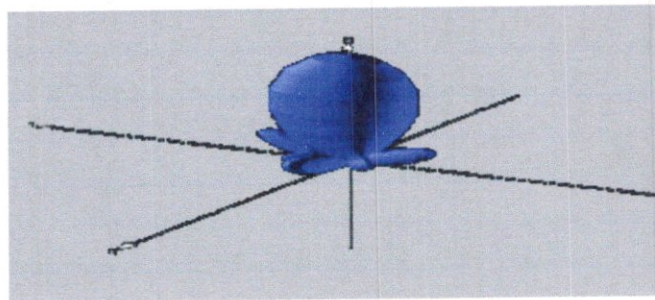


Figure 1.2. Diagramme de rayonnement d'une antenne en 3D

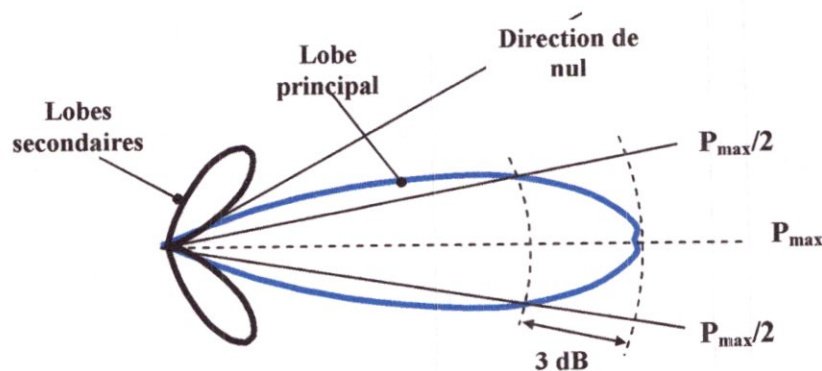
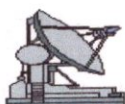


Figure 1.3. Diagramme de rayonnement d'une antenne en 2D







### 1.2.2.2.2. Directivité d'une antenne

La puissance rayonnée par une antenne n'est pas uniforme dans l'espace. Pour mesurer cette capacité de concentrer la puissance, on compare la puissance rayonnée par l'antenne dans une direction donnée par rapport à la puissance rayonnée par une antenne isotrope fictive rayonnant la même puissance dans toutes les directions et alimentée avec le même courant : on parle alors de directivité  $D$ .

- Densité de puissance de l'antenne isotrope indépendante de la direction :

- $p_{iso} = \frac{P_E}{4\pi r^2}$  (W/m<sup>2</sup>) où  $P_E$  est la puissance totale rayonnée par l'antenne

- Densité de puissance rayonnée par l'antenne dans la direction  $(\theta, \varphi)$  :

$$p(r, \theta, \varphi) = p$$

On définit la directivité par le rapport :

$$D(\theta, \varphi) = \frac{p}{p_{iso}} = \frac{4\pi r^2 p}{P_E}$$

### 1.2.2.2.3. Gain en puissance d'une antenne

Le gain est défini de la même manière que la directivité en tenant compte des pertes, c'est-à-dire en remplaçant la puissance rayonnée  $P_E$  par la puissance  $P_F$  fournie à l'antenne ( $P_E \leq P_F$ )

$$G(\theta, \varphi) = \frac{p}{\frac{P_F}{4\pi r^2}} = \frac{4\pi r^2 p}{P_F} = \frac{P_E}{P_F} \frac{4\pi r^2 p}{P_E} = \eta D(\theta, \varphi)$$

Le paramètre  $\eta = \frac{P_E}{P_F} \leq 1$  est appelé rendement de l'antenne.

### 1.2.2.2.4. Surface équivalente d'une antenne de réception

La surface équivalente  $A_e$  d'une antenne est définie comme le rapport de la puissance totale  $P_r$  captée par l'antenne à la densité de puissance incidente  $p$  :

$$A_e = \frac{P_r}{p} \text{ (m}^2\text{)}$$

d'où  $P_r = p.A_e$



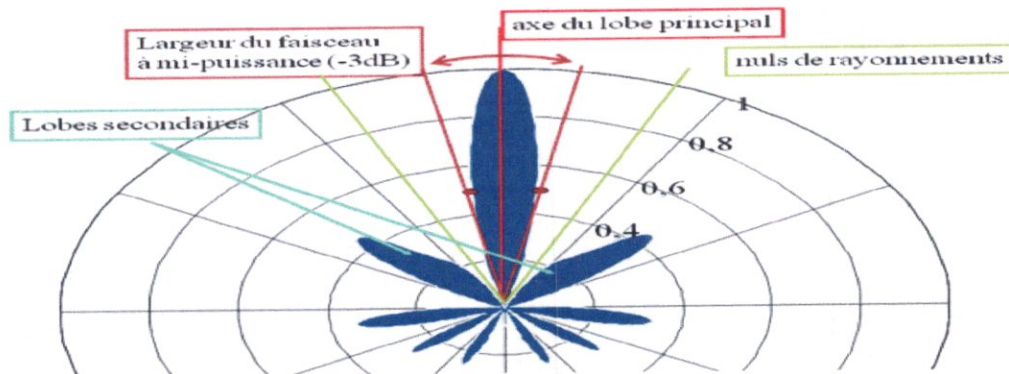


Figure 1.4 Ouverture à mi-puissance

La plus grande partie de la puissance rayonnée est contenue dans un cône d'ouverture HPBW (Half Power Beam Wide) défini à mi-puissance, ce qui correspond à une chute de 3 dB par rapport à la puissance maximale ou à un champ max est divisé par  $\sqrt{2}$ .

### 1.2.2.3. Les différentes catégories d'Antenne

Il existe des dizaines de types d'antennes, différents par leur fonctionnement, leur géométrie, leur technologie... On citera, dans ce qui suit, quelques types d'antenne utilisée pour les hautes fréquences (hyperfréquence) :

- les antennes filaires (dipôle, monopôle, Yagi)
- les antennes à onde de fuite ou de surface
- les antennes planaires (patches)
- les antennes à ouverture (cornet, projecteurs d'onde)

#### 1.2.2.3.1. Les antennes filaires

On désigne sous le nom d'antennes filaires, les antennes minces constituées par des conducteurs métalliques cylindriques dont la longueur est de l'ordre de la longueur d'onde  $\lambda$  et dont le diamètre est très petit devant  $\lambda$ . Les antennes de base sont : *les dipôles, les monopôles, les boucles*. Des structures plus évoluées sont : *les hélices, les Yaguis...*[1]

#### 1.2.2.3.2. Les antennes à ondes de fuite ou de surface

Les antennes à ondes de fuite ou de surface sont des structures rayonnantes plaquée (donc sans trainée aérodynamique, d'où leur intérêt) basées sur les propriétés des structures périodiques. Certains guides à fentes sont des antennes en diélectrique « naturel » ou « artificiel ».[1]





#### 1.2.2.3.3. Antenne planaire ou antenne patch

Les antennes planaires, (figure 1.5) sont également connues sous le nom d'antennes patch sont des Pastille métallique à la surface d'un substrat diélectrique dont la face inférieure est métallisée. De formes typiques : rectangulaire, carrée, circulaire. Simple et bon marché, pour les fabriquer on utilise la technologie des circuits imprimé. En outre, elles sont très souples en termes de fréquence de résonance, impédance de puissance d'entrée, diagramme de rayonnement et polarisation.

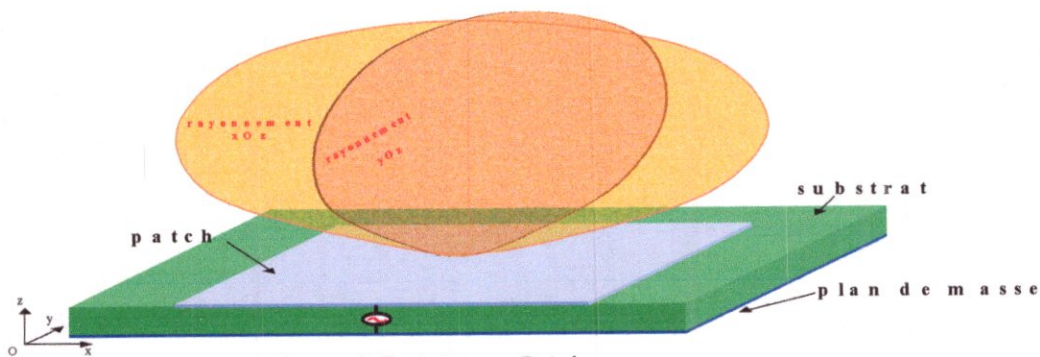


Figure 1.5 Antenne Patch

Ces antennes sont très utiles dans le domaine aéronautique car ces dernières sont bien pour équiper des avions ou des missiles car elles occupent une très faible épaisseur et ne présentent pas de traînée aérodynamique. La surface sur laquelle l'antenne est plaquée, n'est pas nécessairement plane, elle peut être aussi cylindrique ou sphérique, soit que l'antenne n'occupe qu'une partie de la surface, soit qu'elle soit annulaire. Par ailleurs il est possible d'intégrer à l'antenne les circuits d'alimentation, ainsi que les déphaseurs ou les commutateurs.

La réalisation de tels aériens de quelques dizaines de MHz jusque vers 30GHz, mais on va rencontrer évidemment les défauts présenter par les antennes sur microbandes. Notamment les problèmes de rendement et pertes. Il faudra donc accepter un compromis entre les avantages mécaniques et les inconvénients radioélectriques. [2]

#### 1.2.2.3.4. Les antennes à ouverture rayonnante

Lorsque les antennes mesurent plusieurs longueurs d'onde, et s'il existe des surfaces métalliques de formes courbes, il est difficile de calculer le vecteur de rayonnement. Ceci se produit dans le domaine des micro-ondes (longueur d'onde du cm). On utilise alors les concepts généraux de l'optique géométrique.[1]





On peut citer deux types d'antenne à ouverture rayonnante :

- Cornet
- Projecteurs d'onde

#### 1.2.2.3.4.1. Cornet

Le cornet est une antenne à ouverture rayonnante qui s'utilise dans le domaine des micro-ondes pour sa large bande, ce dernier est un dispositif de guide à section progressivement croissante qui aboutit à une ouverture rayonnante. Un cornet s'alimente à partir d'un guide d'onde. Les cornets sont utilisés comme sources primaires pour éclairer des réflecteurs et sont, surtout, employée par les radioamateurs et dans les applications professionnelles. La limite d'utilisation inférieure se situe vers 2.3 GHz englobant l'ISM et le Wifi, mais est particulièrement efficace et intéressante dès 10 GHz.

Il existe de nombreux types : pyramidal, conique, rainuré,...

Les deux figures ci-dessous illustrent un cornet pyramidal et un cornet conique

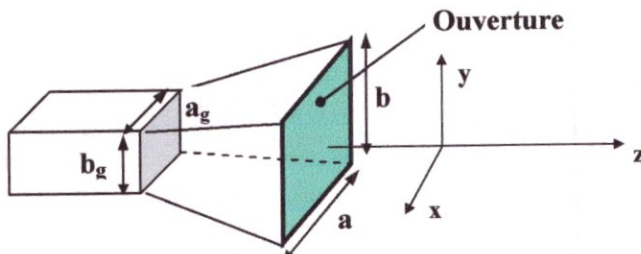


Figure 1.6. Cornet pyramidal

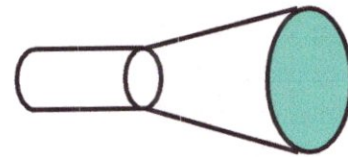
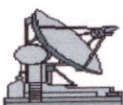


figure 1.7. Cornet conique

#### 1.2.2.3.4.2. Les projecteurs d'ondes

Les projecteurs d'ondes sont des antennes à ouverture rayonnante. la réalisation la plus courante de ce type d'antenne est le réflecteur parabolique (Figure 1.8) éclairé par un dipôle (ou un groupement de dipôles) ou même par un cornet électromagnétique. Cette source d'éclairage, dite source primaire rayonne une onde sphérique qui se réfléchit sur le paraboloïde suivant un faisceau de rayons parallèles dans l'approximation de l'optique géométrique.

A ce type d'antennes il convient d'ajouter les lentilles (figure 1.9) qui peuvent être en diélectrique, ou présenter une structure métallique plus ou moins complexe ou composite, telle qu'un diélectrique artificiel. Dans la figure (1.9) , on a supposé que la lentille était en diélectrique. La source primaire rayonne, ici aussi une onde sphérique est transformée en une onde plane (rayons parallèles) par la lentille. [1]



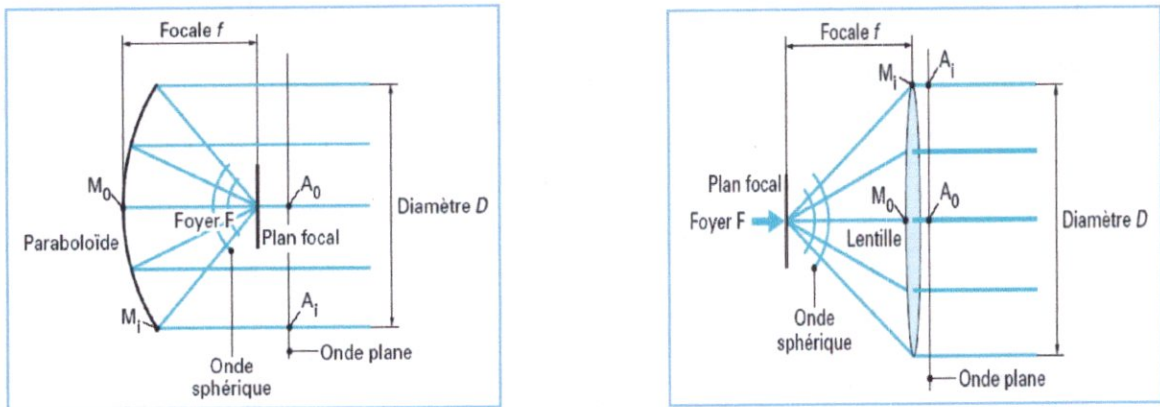


Figure 1.8-1.9. Réflecteur parabolique (Réception) - parabolique à lentille (Transmission)

### 1.2.2.3.5. Antennes quasi indépendantes de la fréquence

Jusqu'à présent, on a considéré l'antenne comme un circuit plus ou moins accordé, et dans la technique des aériens à large bande, une gamme de fonctionnement variant dans le rapport de 1 à 3 était considérée comme très honorable. On peut arriver à ces performances en utilisant les antennes citées précédemment. Cependant il est possible d'imaginer des antennes indépendantes de la fréquence ou dont les caractéristiques varient très peu avec celle-ci. [1]

### 1.3. Réseau d'antenne

Aux fréquences très élevées, il devient possible de grouper plusieurs antennes afin que les interférences entre les champs rayonnés par chacune d'elles concentrent l'énergie dans une direction choisie, donc ce groupement peut avoir différentes configurations géométriques, pour obtenir des diagrammes très directifs. Ces configurations d'antennes s'appellent des réseaux. Dans un réseau d'antennes, les champs des différents éléments s'ajoutent de manière constructive dans certaines directions et de manière destructive (annulation) dans d'autres.

L'avantage principal des réseaux d'antennes par rapport à une antenne simple est leurs capacités de balayage électronique, c'est-à-dire, que le lobe principal peut être orienté vers n'importe quelle direction en changeant la phase du courant d'excitation de chaque élément du réseau (antennes à réseaux déphasés). En outre, en agissant également sur les amplitudes des courants d'excitation, une grande variété de diagrammes de rayonnement et des caractéristiques de niveau des lobes secondaires peuvent être produites.





Il y a cinq paramètres principaux qui affectent les performances globales d'un réseau d'antennes :

- ✿ la géométrie du réseau (par exemple, linéaire, circulaire, ou planaire des éléments rayonnants),
- ✿ distances de séparation entre les éléments adjacents,
- ✿ amplitudes des courants d'excitation de chaque élément,
- ✿ phase de chaque élément rayonnant,
- ✿ diagramme de rayonnement de chaque élément.

### 1.3.1. Motivation d'utilisation des réseaux d'antennes

Les performances des systèmes de réception en terme rapport signal sur bruit plus interférence peuvent subir des dégradations énormes dues à l'existence simultanée des signaux indésirables à côté du signal qu'on désire capter. Les signaux indésirables peuvent accéder au système à travers les lobes secondaires de l'antenne de réception ou à travers le lobe principal. Ces signaux peuvent être générés par plusieurs sources. En pratique, les sources plus rencontrées sont : les systèmes de brouillage en contre mesure électronique dans le cas des radars, les interférences RF ; les clusters, les sources de bruit naturelles et les réflexions sur divers obstacles. La dégradation des performances due à la présence de signaux non désirés peut être aggravée par d'autres facteurs tels que : le mouvement de l'antenne de réception, les mauvaises conditions d'emplacement de l'antenne de réception, l'effet de l'atténuation, l'effet des trajets multiples, interférences, brouilleurs, le changement des caractéristiques de l'environnement, ... [5]

### 1.3.2. Les éléments principaux d'un réseau d'antenne

Le réseau de capteur est constitué du groupage de  $N$  éléments capteur conçus pour recevoir (transmettre) les signaux dans le milieu de propagation. Les capteurs sont arrangés selon une structure géographique bien précise (linéaire, circulaire, rectangulaire...) afin de couvrir les directions des signaux utiles. La sortie de chacun des éléments est acheminée vers le système de formation du diagramme de rayonnement, où la sortie de chaque capteur est d'abord multipliée par un coefficient de pondération complexe (amplitude et phase) avant d'être sommée avec toutes les sorties des capteurs, en combinaison avec les positions physiques des capteurs, permet de déterminer la forme du diagramme de rayonnement à partir duquel il est possible de connaître la réaction du réseau adaptatif vis-à-vis aux différents signaux.

Dans le cas où les paramètres de l'environnement sont connus avec précision, le processeur se limite à un simple calcul pour déterminer le vecteur de pondération. Cependant, la connaissance de tous les paramètres de l'environnement reste très





rarement réaliste, ce qui amène à dire que le processeur de traitement adaptatif est indispensable pour un réseau adaptatif sauf indication particulière.[5]

### 1.3.3. Géométries des réseaux d'antennes

Il existe plusieurs géométries de réseau d'antennes. Les réseaux linéaires ont leurs éléments disposés selon une ligne. Les réseaux plans sont des groupements bidimensionnels dont les éléments sont disposés sur un plan. Les réseaux conformes ont leurs éléments sur une surface de forme imposée telle qu'un fuselage ou l'avant d'un avion ou d'un missile, ou encore une surface cylindrique, conique ou hémisphérique dans le cas d'un radar installé au sol. Les réseaux sphériques peuvent être intéressants quand on désire balayer une demi-sphère avec un faisceau uniforme, présentant le même gain dans toutes les directions (radar au sol). On cite dans ce qui suit, quelques géométries intéressantes pour notre étude.

#### 1.3.3.1. Réseaux linéaires

Les réseaux linéaires sont utilisés principalement en radar. Soit directement pour certaines applications telles que radars secondaires, radars de trafic maritime. Soit, plus généralement, comme composant d'une structure plus complexe. On peut, par exemple, les empiler pour former un réseau plan. On peut classer les réseaux linéaires en deux types:

- les réseaux dispersifs, qui ont une direction de rayonnement maximal qui varie avec la longueur d'onde.
- les réseaux non dispersifs, c'est-à-dire ceux dont la direction de rayonnement maximal ne dépend pas de la longueur d'onde.

##### a. Principe de réseaux dispersifs

Ces réseaux sont aussi appelés réseaux à alimentation série, parce que les différentes sources rayonnantes sont alimentées successivement à partir d'une seule ligne d'alimentation.

On demande généralement à ces réseaux d'avoir les trois propriétés suivantes :

- absence de lobe de réseau.
- TOS (taux d'ondes stationnaire) faible.
- direction du rayonnement maximal voisin de la normale au réseau.

La structure générale représentée par la figure (1.10) permet de satisfaire ces trois exigences.[4]



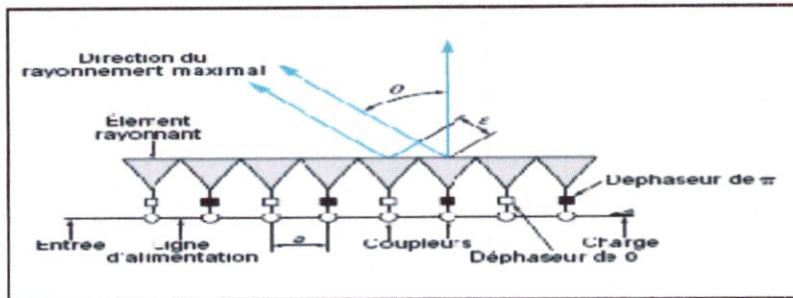


Figure 1.10. Réseau linéaire dispersif

#### b. Principe de réseaux linéaires non dispersifs

Le gros inconvénient des réseaux dispersifs est la variation de leur direction de rayonnement maximal avec la fréquence. Si parfois cette propriété est un avantage (balayage électronique par la fréquence), généralement c'est un handicap qui oblige à réaliser des réseaux non dispersifs ou encore aperiodiques, ceux-ci ont la propriété d'avoir un faisceau fixe quelle que soit la fréquence et la plupart du temps dans la direction normale au réseau.

Dans un tel réseau, l'alimentation des éléments rayonnants est faite en parallèle, c'est-à-dire que tous les chemins électriques entre chacun et l'entrée de l'antenne sont égaux.

Les réseaux linéaires non dispersifs peuvent être caractérisés par :

- la nature du distributeur.
- le type de ligne.
- l'antenne élémentaire.
- le type de coupleur. [4]

#### 1.3.3.2. Réseaux circulaires

Les réseaux circulaires sont des réseaux dont les antennes élémentaires sont situées sur un cercle. C'est l'antenne fixe la plus simple qui permette de rayonner (ou de recevoir) sur un angle de  $360^\circ$ .

Si chaque source est munie d'un déphaseur, on peut pointer dans n'importe quelle direction du plan horizontal un faisceau qui garde les mêmes caractéristiques (contrairement à un réseau linéaire dont le diagramme s'élargit d'autant plus que l'on pointe le faisceau loin de la normale). On va considérer uniquement le cas d'un réseau régulier c'est-à-dire un réseau dont le pas est constant. La figure (1.11) illustre ce type de réseau.[4]





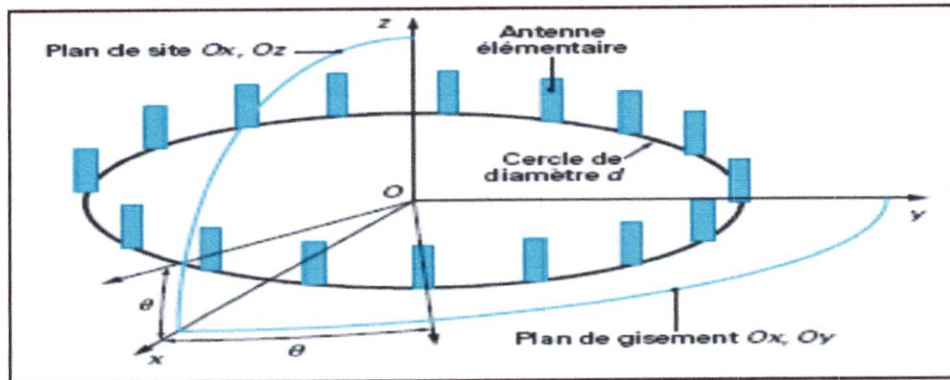


Figure 1.11. Réseau circulaire : description

1.3.3.2.1. Intérêt du réseau circulaire

C'est l'antenne fixe la plus simple qui permette de rayonner (ou de recevoir) sur un angle de  $360^\circ$ . Si chaque source est munie d'un déphaseur, on peut pointer, dans n'importe quelle direction du plan horizontal, un faisceau qui garde les mêmes caractéristiques (contrairement, par exemple, à un réseau linéaire dont le diagramme s'élargit d'autant plus que l'on pointe le faisceau loin de la normale).[4]

1.3.3.3. Réseau cylindrique

Le réseau cylindrique est bien adapté pour balayer un faisceau sur  $360^\circ$  en gisement, sans déformation, en raison de son axe de symétrie circulaire. Un quadruple réseau plan remplit la même fonction, mais le faisceau ne demeure pas constant ; il s'élargit entre la position normale et la position à  $45^\circ$  suivant la loi  $1/\cos\theta$ . Le réseau cylindrique est généralement constitué de sources régulièrement réparties sur un cylindre, comme sur la figure (1.12).[4]

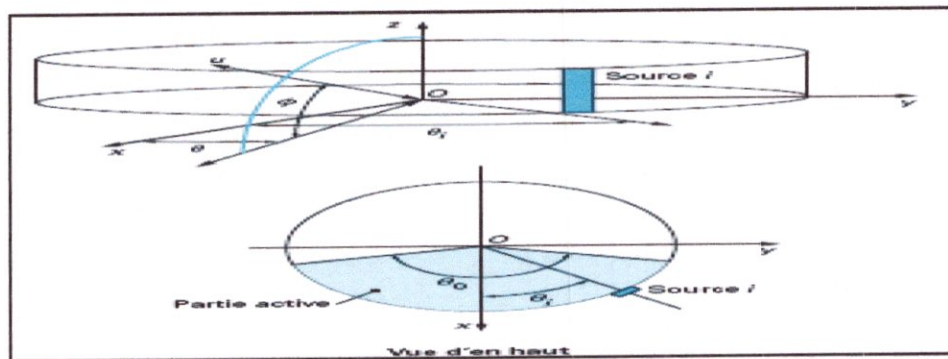


Figure 1.12. Réseau cylindrique : représentation

1.3.3.4. Réseau plan

Un réseau d'antenne plan est un groupement de sources rayonnantes suivant des alignements qui sont souvent orthogonaux bien que ceci ne soit indispensable. Les





réseaux plans sont très utilisés, notamment dans les antennes à balayage électronique qui ont tendance à devenir la norme dans les radars. Dans la suite, on supposera que le réseau est à balayage.

### 1.3.3.4.1. Réseau plan régulier

Les réseaux plans réguliers sont généralement constitués par un grand nombre d'antennes élémentaires. Toutes les antennes simples peuvent être utilisées. Il existe plusieurs géométries de réseau d'antenne plan, on cite quelques unes.

#### 1.3.3.4.1.1. Réseau plan rectangulaire

On trouve principalement deux types de mailles, la maille rectangulaire et la maille triangulaire.

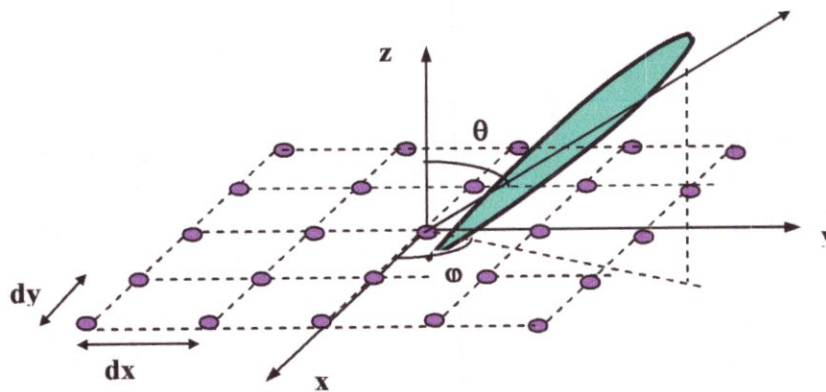


Figure (1.13) : réseau plan rectangulaire régulier

La maille rectangulaire est constituée de  $(\pm n)$  sources isotropes suivant Ox et  $(\pm m)$  antennes suivant Oy.[3]

#### 1.3.3.4.1.2. Réseau plan en L uniforme

C'est un réseau d'antenne en L constitué de deux ou trois brins de M antennes isotropes disposés sur les trois axes x-y-z (figure 1.15) ou sur deux axes (figure 1.14)

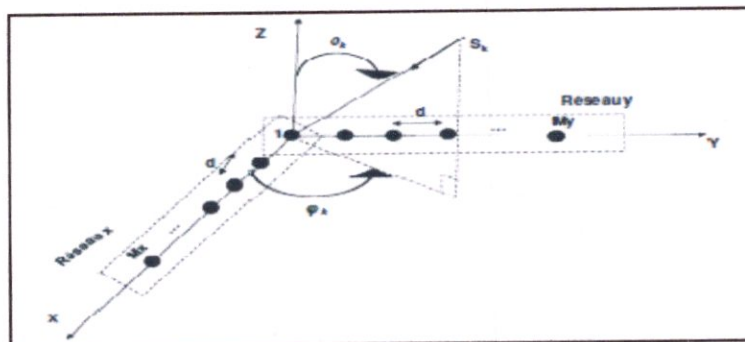
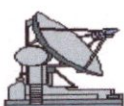


Figure 1.14. Réseau d'antennes uniforme en L sur 2 axes



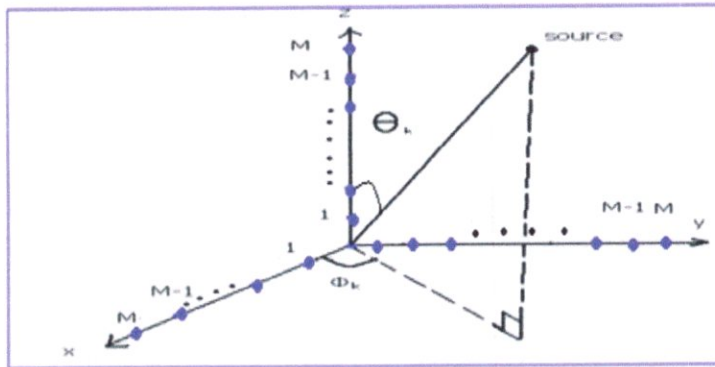


Figure 1.15. Réseau d'antennes uniforme en L sur 3 axes

1.3.3.4.2. Réseau plan raréfié

On peut raréfier un réseau plan en enlevant par exemple au hasard, des sources d'un réseau régulier. L'intérêt d'un réseau raréfié est d'obtenir un faisceau fin avec peu de sources. La forme du lobe principal (sa largeur) qui dépend de la dimension est la même que celle du réseau plein. Par contre le gain qui est proportionnel au nombre de sources diminue et le niveau moyen des lobes secondaires devient élevé.[3]

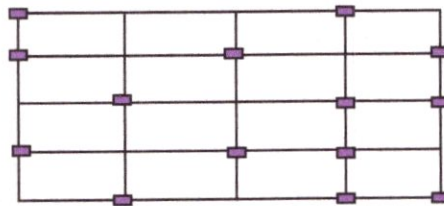


Figure 1.16 Réseau plan raréfié

1.3.4. Applications des réseaux d'antennes

Il existe plusieurs domaines d'application des réseaux d'antennes, parmi ces applications ce trouve le radar.

Dans le cas du radar, les capteurs consistent en plusieurs éléments d'antennes (dipôle, guide d'onde, etc) qui répondent aux ondes électromagnétiques incidentes. Alors que dans le cas du sonar, les capteurs consistent en des hydrophones, conçus pour répondre aux ondes acoustiques.

La vaste majorité des solutions de réseau adaptative, est conçue pour des applications dans le domaine de la communication, les systèmes radar, sonar, mais dans le concept de base aussi commun à la radio astronomie et à la sismologie etc. Dans le cas du radar et du sonar l'impulsion de durée courte, est transmise et la cible est alors déterminée par l'écho qui est réfléchi.



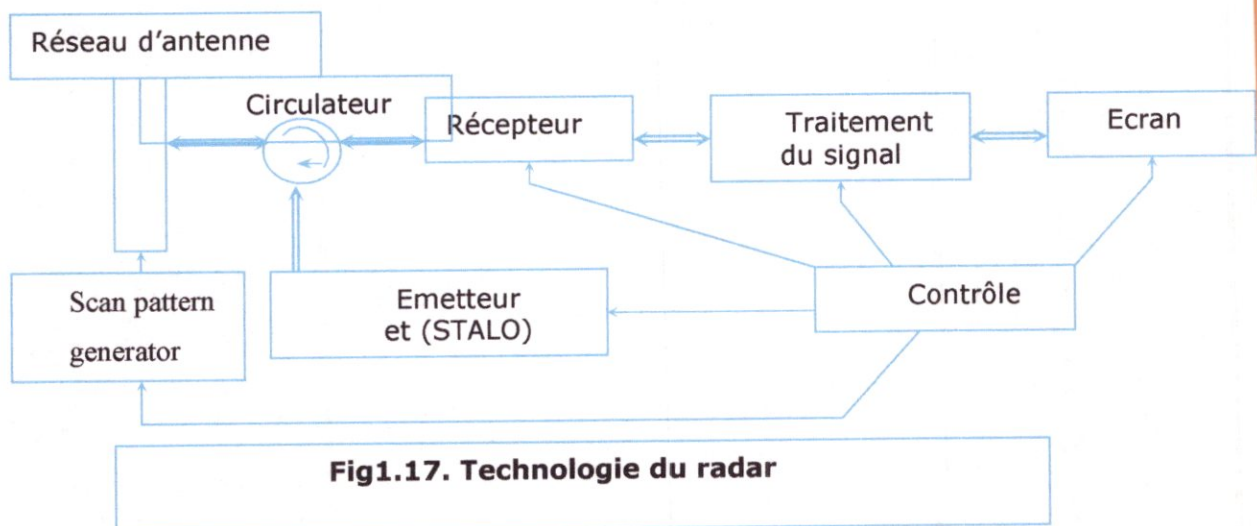


- Une période minimum entre des impulsions successives, est déterminée par  $T_{\min} = \frac{2P_{\max}}{c}$   
où  $P_{\max}$  désigne la gamme de détection maximale
- La largeur maximale de l'impulsion est limitée maximale ment par  $t_{\max} = \frac{2r_d}{c}$   
 $r_d$  est la rangée de capacité de discriminer entre deux cibles.

Les fréquences de coupures

- Sonar : 100 Hz – 100 KHz
- Radar : 1 GHz-100GHz

Soit la conception technologique d'un radar



- ▶ L'émetteur : génère des formes d'onde à haute puissance
- ▶ L'antenne : détermine la direction et la forme du faisceau transmis et reçu.
- ▶ Le récepteur : fournit la conversion des fréquences et atténue le bruit.
- ▶ Le traitement du signal : fournit la détection de cibles, poursuite de cible et de clutter, et estime la trajectoire de la cible.
- ▶ L'écran : fait la conversion du signal traité sous forme d'information codée par des points brillants représentant les différentes cibles détectées.

Un nombre de capteurs indépendants, est placé aux différents points dans l'espace, pour écouter le signal reçu. Les sorties des capteurs sont pesées en se basant sur un critère qui permet de distinguer entre les propriétés spatiales du signal désiré et du bruit, pour produire le signal désiré estimer. Ce filtrage spatial est connu sous le nom de beamforming.





### Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre des notions de bases sur la propagation des ondes électromagnétiques et on a fait une représentation intéressante sur les caractéristiques et les différents types d'antenne et finalement en a conclu notre chapitre par une introduction sur les réseaux d'antennes, leurs intérêts et leurs différents types. Dans ce qui suit, nous reviendrons encore une fois au concept de réseau d'antenne et examinerons le modèle du signal et du bruit et surtout sur l'avantage d'utiliser un réseau d'antennes.





# Chapitre 2

Traitement d'antennes et  
détection des sources multiples





## Chapitre 2

# Traitement d'antennes et détection des sources multiples

### 2.1 Introduction

Les réseaux de capteurs ont été utilisés depuis plusieurs décennies et dans plusieurs applications pratiques du traitement du signal. Un tel réseau consiste en un ensemble de capteurs qui sont spatialement distribués dans des positions connues par référence à un point de référence commun. Ces capteurs collectent les signaux de sources dans leurs champs de vision. Dépendant des caractéristiques du capteur et du chemin de propagation, la forme d'onde de la source subit des modifications déterministe ou aléatoires. Les sorties du capteur sont composées par des signaux sources et des bruits additifs comme le bruit de mesure et le bruit thermique.

### 2.2 Signaux et bruit

Dans cette partie nous allons discuter le problème de détection et de modélisation des signaux multiples en utilisant l'information issue de multiples capteurs. Pour comprendre les avantages de l'utilisation de rangée de capteurs, il est nécessaire de comprendre la nature des signaux et du bruit que le réseau doit recevoir.

Dans les situations de capture active tel que le radar et le sonar, une forme d'onde connue de durée finie est générée, et qui propage à travers un milieu connue, est réfléchié par quelques cibles au point d'origine.

Le signal transmis est habituellement modulé en amplitude et en phase par les caractéristiques de la cible, qui eux même devront changer leur position avec le temps dans l'espace. Ces perturbations provoquent un signal de retour de nature aléatoire.

Dans un contexte passif, le signal reçu au niveau du réseau est auto-généré par la cible, tel que les propulseurs ou le bruit d'engin de sous-marins dans le cas de sonar. Encore une fois, les signaux sont aléatoires dans la nature. De plus de ces signaux directs que les cibles génèrent, il existe d'autres sources de perturbations telles que les nuages dans le cas du radar et les réverbérations de la surface océanique dans le cas du sonar. De





plus, les signaux des cibles peuvent subir des réflexions créant des retours de multi sources qui sont retardés, modifiés en amplitude, des répliques à partir du signal direct qui arrive aux capteurs. Dans tous ces cas, les signaux arrivant au réseau peuvent être vus comme affectés par l'aléa, et le phénomène physique responsable de cet aléa dans le signal peut être supposé comme un processus aléatoire Gaussien (loi normal).

De même que le bruit thermique du capteur et le bruit ambiant, sont aussi aléatoires dans la nature. Ces composantes additives aux sorties du capteur, représentent habituellement la totalité de plusieurs petites sources indépendantes et identiques, et l'application du théorème de la limite centrale, permet de modeler le bruit résultant comme un processus Gaussien et habituellement stationnaire. Nous avons besoin de dire, que dans telles situations, la totalité du signal et du processus de bruit peuvent être complètement spécifiés par leurs moments de premier et second ordre.

À n'importe quel moment, chaque signal a une composante d'amplitude et de phase (respectivement à une référence). En plus de cette composante, il est nécessaire de générer sa partie en quadrature pour un traitement optimum. Au lieu de porter tout le calcul séparément en terme de leur partie en phase et en quadrature, il est plus avantageux de les représenter sous forme de partie réelle et imaginaire d'un signal complexe. Les signaux actuels qui apparaissent dans n'importe quel système physique, sont réels et dans cette représentation il apparaît comme une partie réelle de signal complexe équivalent. Ainsi, le signal porteur de l'information est modulé en phase avec un facteur de phase  $\theta$ .

$$u_r(t) = \sqrt{P} \cos(\omega_0 t + \phi(t) + \theta) \quad (2.1)$$

Sa représentation complexe est,

$$\tilde{u}(t) = \sqrt{P} e^{j(\omega_0 t + \phi(t) + \theta)} \quad (2.2)$$

Il est claire que :

$$u_r(t) = \text{Re}[\tilde{u}(t)]$$

Et

$$u(t) = \sqrt{P} e^{j(\phi(t) + \theta)} \quad (2.3)$$

est connue comme étant la bande de base de l'enveloppe complexe réduite du signal réel  $u_r(t)$ .

Ainsi, seule la composante porteuse de l'information, apparaît dans cette description. En







terme physique, si les signaux sont originaires de très loin du réseau alors ils peuvent être modélisés comme des ondes planes uniformes porteuses d'information. Si ces ondes planes avancent à travers un milieu non dispersif et qui introduit seulement des retards de propagation, la sortie de n'importe quel autre élément du réseau peut être présenté par une avance de temps ou un retard de temps de la version de l'enveloppe complexe à l'élément de référence, et ceci évite la description de la fréquence porteuse.

Des signaux tels que ci-dessus qui peut être caractérisé par une seule fréquence porteuse sont connus en tant que sources à bande étroite. Par contre à ceci, les signaux occupant une bande spectrale significative constitue des sources à larges bandes. De plus, tous ces signaux peuvent être incorrélés, corrélés ou cohérents avec n'importe quel autre.

En particulier, pour deux signaux stationnaires  $u_i(t)$ ,  $u_j(t)$ , soit  $\rho_{ij}$  représentant leur coefficient de corrélation. Par définition :

$$\rho_{ij} = \frac{E [u_i(t)u_j^*(t)]}{\sqrt{E [ |u_i(t)|^2 ] E [ |u_j(t)|^2 ]}} \quad \text{Avec } |\rho_{ij}| \leq 1 \quad (2.4)$$

Ainsi,

- $\rho_{ij}=0$  →  $u_i(t)$ ,  $u_j(t)$  sont incorrélés
- $0 < |\rho_{ij}| < 1$  →  $u_i(t)$ ,  $u_j(t)$  sont corrélés
- (2.4)
- $|\rho_{ij}|=1$  →  $u_i(t)$ ,  $u_j(t)$  sont cohérents

Alors, sous des conditions de cohérence,  $u_j(t)=\alpha u_i(t)$  où  $\alpha$  est une constante complexe non aléatoire. En pratique les composantes de bruit additif sont incorrélés avec la partie du signal. Cependant, parmi eux les bruits d'inter-élément peuvent être corrélés ou incorrélés avec d'autres. Une supposition standard est de les considérer incorrélés (indépendant dans le cas Gaussien) et des processus identiques, i.e, si  $n_i(t)$  et  $n_j(t)$  représentent le  $i^{\text{ème}}$  et  $j^{\text{ème}}$  bruit du capteur alors,

$$E[n_i(t)n_j^*(t)] = \sigma^2 \delta_{ij} \quad (2.5)$$

où  $\sigma^2$  représentent la puissance de bruit commune à tous les capteurs.

On a déjà remarquer que pour une onde plane progressif, passant à travers un milieu non dispersif, le signal de sortie à n'importe quel élément du capteur immergé dans ce





milieu peut être représenté comme une version retardée ou avancée de son enveloppe complexe par rapport à l'élément de référence. Pour voir ceci, soit  $\tilde{u}(t)$  dans (2.2) dénote le signal complexe représentant l'onde plane modulée à l'élément de référence dans la figure (2.1).

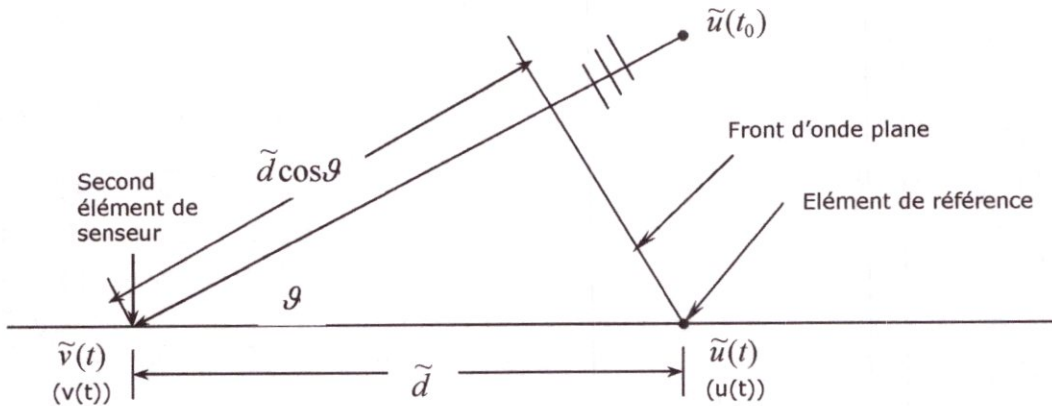


Fig 2.1 Paire d'éléments de capteurs identiques.  $u(t)$ ,  $v(t)$  représentant l'enveloppe des signaux complexes correspondants associées avec  $\tilde{u}(t)$  et  $\tilde{v}(t)$ .

La normale au front d'onde plane fait un angle  $\theta$  avec la ligne joignant les capteurs dans le réseau linéaire. Soit d'autre part  $\tilde{d}$  dénotant la distance du second capteur par rapport au point de référence en unité absolue. La sortie  $\tilde{v}(t)$  au second capteur est retardée par le temps requis pour la propagation de l'onde plane à travers  $\tilde{d} \cos \theta$  et, alors ce temps de retard  $\tau$  est donné par :

$$\tau = \frac{\tilde{d} \cos \theta}{c} \quad (2.6)$$

$c$  : La vitesse de propagation de la lumière

Ainsi,

$$\tilde{v}(t) = \tilde{u}(t - \tau) \quad (2.7)$$

Si la fréquence porteuse est assez large comparée à la largeur de bande du signal modulé, alors le signal modulé peut être traité comme quasi-statique durant les intervalles de temps de l'ordre de  $\tau$  et dans ce cas (2.7) est réduite à :

$$\tilde{v}(t) = \tilde{u}(t) e^{-j\omega_0 \frac{\tilde{d} \cos \theta}{c}} = \tilde{u}(t) e^{-j2\pi \frac{\tilde{d} \cos \theta}{\lambda}} \quad (2.8)$$

Où  $\lambda$  est la longueur d'onde de l'onde porteuse. En termes de représentation d'enveloppe complexe réduite de la bande de base, le signal de référence  $u(t)$  est donné par (2.2) et à partir de (2.8) la sortie du second capteur est :





$$v(t) = u(t)e^{-j2\pi\tilde{d}\cos\theta/\lambda} \quad (2.9)$$

Souvent il est plus avantageux d'exprimer l'espacement des interéléments en termes d'unités de dimensionnement normalisé. Il est plus intéressant de normaliser toutes les distances respectivement à la moitié de la longueur d'onde. Soit  $d$  représentant la distance normalisée entre l'élément de référence et le second capteur. Alors  $d = \tilde{d}/(\lambda/2)$

et (2.9) devienne,

$$v(t) = u(t)e^{-j\pi d\cos\theta} \quad (2.10)$$

Pour les signaux à bande étroite, le temps de retard apparaît comme un retard de phase pur du signal de référence. De plus, ce retard de phase dépend uniquement de l'espacement entre les capteurs et de l'angle d'arrivée de l'onde plane, et est indépendant de la variable temporelle. Cependant ceci n'est pas le cas dans une situation en large bande et si l'enveloppe complexe  $u(t)$  à l'élément de référence représente un signal à large bande, alors la sortie correspondante  $v(t)$  au second capteur dans la (fig 2.1) peut être écrite comme,

$$v(t) = u(t - \tau) \quad (2.11)$$

Avec  $\tau$  comme dans (2.6), et  $U(f)$  et  $V(f)$  représentent la transformée de Fourier de  $u(t)$  et  $v(t)$  respectivement, (2.11) se réduit à,

$$V(f) = U(f)e^{-j2\pi f\tau} = U(f)e^{-j\pi f d\cos\theta/f_0} \quad (2.12)$$

Noter que (2.12) est structurellement identique à une situation de bande étroite représentée dans (2.10) et par conséquent, au moins, les techniques conçues pour les cas de bande étroite peuvent être appliquées pour les signaux à large bande dans le domaine fréquentiel. [6]

### 2.3 L'avantage de l'utilisation du réseau d'antennes

L'objectif principal d'un réseau d'antenne est d'améliorer la réception de certains signaux appelés signaux désirés (utiles) tout en empêchant au maximum tous les autres signaux indésirables, souvent appelés interférences. Par exemple si la direction d'arrivée du signal utile est connue, il est possible d'assurer une meilleure réception en annulant tous les signaux arrivant d'autres directions considérées comme interférences.





désiré a été combiné de façon cohérente (en puissance). Ceci résulte en un facteur de gain pour la combinaison signal de sortie comparé au bruit.

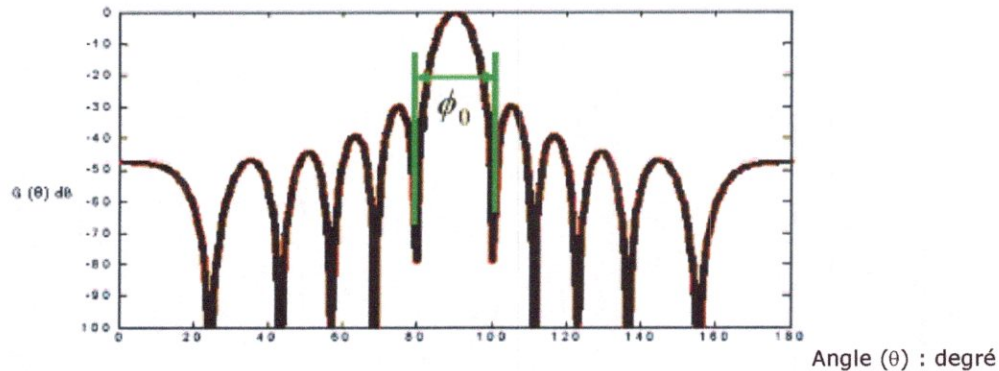


Fig.2.2 Modèle directionnel de gain pour réseau uniforme de 10 éléments

$$\text{Avec } \phi_0 = 2 \cos^{-1}\left(\frac{2}{M}\right) \xrightarrow{M \rightarrow \infty} 0 \quad (2.15)$$

Alternativement, le réseau a été « dirigé » pour voir selon le long de la direction  $\theta$ . Le modèle directionnel dans le plan contenant la rangée peut pour cela être trouvée à partir du facteur de la rangée

$$F(\theta) = \sum_{i=1}^M e^{j\pi d_i \cos \theta} \quad (2.16)$$

et le modèle du gain directionnel normalisé

$$G(\theta) = \left| \frac{1}{M} F(\theta) \right|^2 \quad (2.17)$$

Pour un emplacement d'élément de rangée uniforme ( $d_i = (i-1)$  ;  $i=1,2,\dots, M$ ), le modèle directionnel ci-dessus a une forme explicite

$$G(\theta) = \left( \frac{\sin(\pi M \cos \theta / 2)}{M \sin(\pi \cos \theta / 2)} \right)^2 \quad (2.18)$$

et ceci est dessiné dans la figure (fig. 2.2) pour une rangée de 10 éléments dirigés le long de  $\theta$ . La largeur du lobe principal est  $2\cos^{-1}(2/M)$  et décroît avec l'augmentation du nombre des éléments de sonde. Les lobes secondaires représentent le modèle du gain pour les signaux présents le long de directions autres que la direction de regard tant que la rangée est dirigé le long de  $\theta$ , et une question importante dans la conception de réseaux ou de rangée est où placer les éléments de rangée pour avoir des lobes secondaires uniformément bas. De plus, dans cette installation, il existe toujours  $M-1$  points nuls ( $G(\theta)=0$ ) dans le champ de vision (voir fig.2.2), et dans une situation statique, les poids de la rangée de sortie ou la distance des inter-éléments peuvent être sélectionnés pour créer des nuls le long des directions d'arrivée des sources indésirées.





Si pour cette rangée linéaire un facteur de phase constant de  $(i-1) \Delta_0$  est insérée dans le  $i^{\text{ème}}$  élément de la rangée pour  $i=1,2,\dots,M$ . L'insertion de cette séquence de déplacement de phase a pour effet de déplacer le lobe centrale par

$$\theta_0 = \cos^{-1}(\Delta_0 / \pi) \quad (2.19)$$

et le modèle directionnel total a été dirigé vers cette nouvelle direction. Cet effet peut facilement être incorporé dans (2.18) en remplaçant  $\cos\theta$  par  $(\cos\theta - \cos\theta_0)$ .

Pas loin nous avons considéré seulement le cas d'une seule source et la situation est considérablement plus compliquée dans une scène de multiples sources. Dans ce cas les paramètres d'intérêts incluent le nombre total de signaux, respectivement leur directions d'arrivée, les niveaux de puissance associée, ainsi de variables techniques ont été développées pour évaluer ces paramètres sont discutées dans de nombreuses littératures.[6]

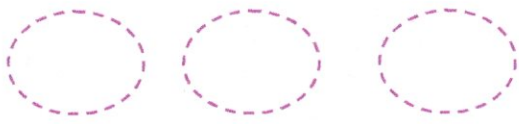




## Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une introduction au traitement d'antenne pour la détection de signaux multiples, et on a vu, aussi, l'intérêt d'utilisation des réseaux d'antennes. Nous allons présenter dans le chapitre suivant les méthodes hautes résolution ou autrement dit « méthodes des sous-espaces » qui sont basés sur la matrice de covariance estimée afin d'estimer la direction d'arrivée, en utilisant trois géométries de réseaux d'antennes : réseau linéaire uniforme ULA, réseau circulaire UCA et réseau uniforme en L, tel que pour chaque réseau on applique quelques méthodes des sous-espaces.

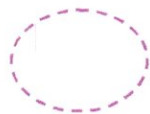




# Chapitre 3



Estimation des paramètres par  
les méthodes des sous espaces





## Chapitre 3

# Estimation des paramètres par les méthodes des sous espaces

### 3.1. Introduction

De nombreuses études ont été consacrées à l'estimation de la direction d'arrivée (DOA) qui demeure intéressante pour de nombreux domaines tels que les radars, les sonars, la communication mobile, la radio astronomie et même l'exploration sismique.

L'estimation de la DOA peut être utilisée pour localiser la source du signal, c'est pour cela qu'elle est considérée comme la clé dans le traitement du signal des réseaux d'antennes. Un nombre important d'algorithmes d'estimation de DOA a été développé.

Dans ce chapitre, on se focalisera sur le modèle du signal à une dimension (1D) puis à deux dimensions (2D), pour une estimation de la DOA par les méthodes des sous espaces ou les méthodes encore appelées haute résolution HR.

### 3.2. Model du signal

L'objectif du traitement d'antenne est de déterminer à partir des signaux reçus pendant un intervalle de temps de durée finie, sur un ensemble de capteur constituant une antenne, des paramètres caractérisant les sources rayonnantes situées dans un milieu de propagation donné.

Le développement du modèle du signal est basé sur plusieurs suppositions. Premièrement, les sources multiples incidentes, sont supposées être des sources à bande étroite et détectées dans le champ lointain du réseau d'antenne. Deuxièmement, le plan de propagation est homogène, et l'onde arrivant sur le réseau est considérée comme plane.

Dans cette partie, on décrira le modèle de traitement du signal à,

- Une Dimension (1D) en utilisant un réseau d'antenne linéaire uniforme
- Deux Dimensions (2D) en utilisant un réseau d'antenne circulaire uniforme et un réseau d'antenne uniforme sous forme de L.







### 3.2.1 Model du signal à une dimension [7]

Ces dernières années, le problème d'estimation de la direction d'arrivée des signaux multiples à bande étroite a suscité une attention considérable. Cependant, jusqu'ici, la plupart des algorithmes rapportés sont basés sur les rangées linéaires uniformes (ULA) utilisés pour l'estimation de DOAs à une dimension.

Considérons un réseau d'antenne linéaire uniforme (ULA) composé de M capteurs identiques, comme le montre la figure (2.1), recevant K signaux de K sources:  $u_1(t)$ ,  $u_2(t), \dots, u_k(t)$ .

La direction d'arrivée de l'onde issue de chaque source est notée respectivement par :  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$  par rapport à un repère fixe de l'antenne

- $P_i$  :  $i=1,2,\dots,K$ , représente la puissance du  $i^{\text{eme}}$  signal.
- $\rho_{ij}$  :  $i, j= 1,2,\dots,K$ , leurs coefficients de corrélations.

$$P_k = E[|u_k(t)|^2], \quad k = 1, 2, \dots, K \tag{3.1}$$

$$\rho_{ij} = \frac{E[u_i(t)u_j^*(t)]}{\sqrt{P_i P_j}}, \quad i, j = 1, 2, \dots, K; \quad |\rho_{ij}| \leq 1 \tag{3.2}$$

- $\rho_{ij}=0$   $\rightarrow$   $u_i(t), u_j(t)$  sont incorrélés.
- $0 < |\rho_{ij}| < 1$   $\rightarrow$   $u_i(t), u_j(t)$  sont corrélés.
- $|\rho_{ij}|=1$   $\rightarrow$   $u_i(t), u_j(t)$  sont cohérents.

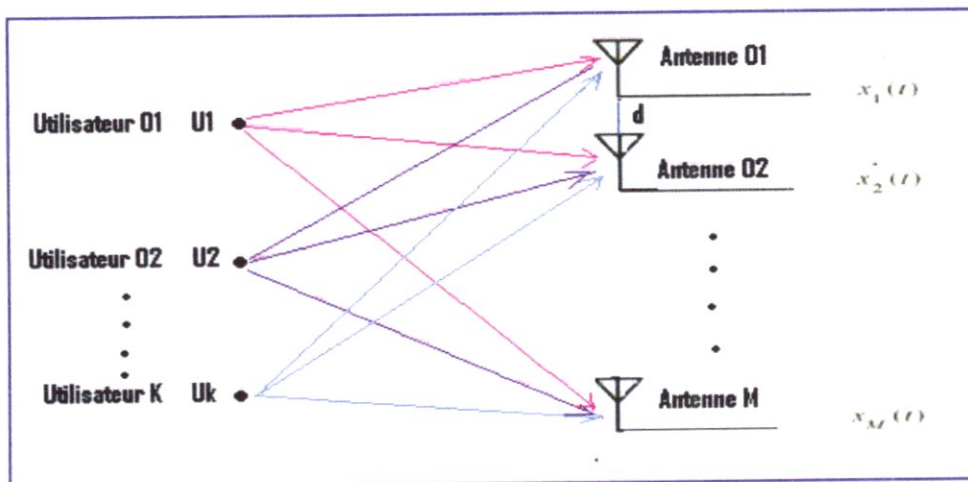
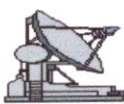
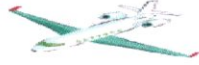


Fig 3.1. Réseau d'antenne linéaire uniforme (ULA)





### 3.2.2. Model du signal à deux dimensions

Le problème d'estimation de la DOA à deux dimensions (azimut, élévation) de sources multiples, fait l'objet de plusieurs recherches. Dans ce qui suit, on présentera un model du signal pour un réseau d'antenne circulaire uniforme, puis un model du signal pour une géométrie de réseau d'antenne linéaire uniforme sous forme de L.

#### 3.2.2.1. Model du signal de réseau d'antenne circulaire uniforme UCA [7]

Les rangées circulaires uniformes sont favorisées dans plusieurs applications d'estimation de DOA, du fait de l'avantage de leur précision pour la localisation ou la poursuite par rapport à une dimension. Ainsi, leurs structures symétriques fournissant un faisceau presque invariable pour les 360° sur le plan azimutal.

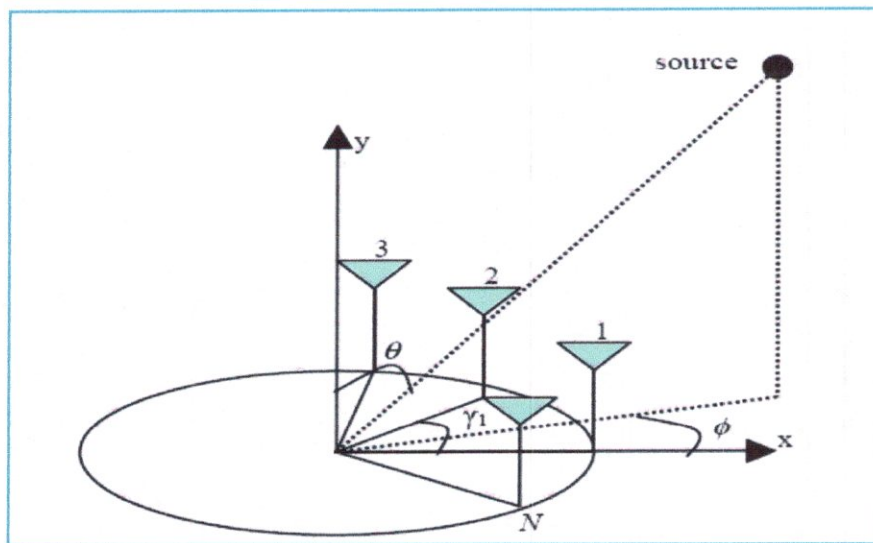
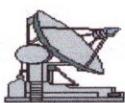


Fig.3.2. Réseau d'antenne circulaire uniforme

La figure (3.2) montre la géométrie d'une rangée circulaire uniforme, de  $M$  éléments omnidirectionnels, où  $\gamma_m = \frac{2\pi m}{M}$ ,  $\theta$  et  $\phi$  sont les angles de site et d'azimut mesurés à partir de l'axe de  $y$  et de  $x$ , respectivement.

Considérant une collection circulaire qui consiste en :

- $M$  capteurs identiques,
- $K$  source de signal :  $s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)$ ,
- La direction d'arrivée de l'onde issue de chaque source  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K$
- Soient,  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{360}$  Les angles d'observation en azimut
- Soient  $\gamma_m$  l'angle d'azimut correspondant au  $n^{\text{ème}}$  élément, où  $m = 1, 2, \dots, M$





La puissance des signaux d'arrivée est donnée par,

$$P_k = E[|s_k(t)|^2], \quad k=1,2, \dots, K \quad (3.11)$$

Pour les signaux à bande étroite, le temps de retard apparaît comme un retard de phase pur du signal de référence. De plus, ce retard dépend uniquement de l'espacement entre les capteurs en question et de l'angle d'arrivée de l'onde plane, et est indépendant de la variable temporel. Cependant ceci n'est pas le cas dans une situation en large bande.

On suppose dans cette étude, que les signaux sont incohérents. Comme c'est déjà vu dans la section des ULA, Les signaux reçus au  $i^{\text{ème}}$  capteur peuvent être écrits comme

$$x_i(t) = \sum_{n=1}^K s_n(t) e^{j\tilde{k} \tilde{x}_n} + n_i(t) \quad (3.12)$$

où  $n_i(t)$  représente un bruit additif au  $i^{\text{ème}}$  capteur.

On suppose aussi, que les signaux et les bruits sont stationnaires, des processus aléatoires incorrélés, de plus, les bruits sont supposés incorrélés et identiques entre eux-mêmes avec une variance commune  $\sigma^2$ . On peut récrire (3.12) sous la forme,

$$x(t) = \sum_{n=1}^K a(\theta_n, \phi_n) s_n(t) + n(t) \quad (3.13)$$

De (3.13) le signal de sortie du réseau est donné par

$$\Rightarrow x(t) = As(t) + n(t) \quad (3.14)$$

$s(t)$  est le vecteur ( $K \times 1$ ) source de signal, où

$$s(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T \quad (3.15)$$

$n(t)$  est le vecteur ( $M \times 1$ ) représentant le bruit blanc aditif, où

$$n(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T \quad (3.16)$$

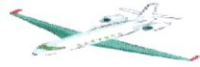
$A$  est la matrice de direction de dimension ( $M \times K$ ), constituée de  $K$  vecteurs de direction  $a(\theta, \phi)$  où

$$A = [a(\theta_1, \phi_1), a(\theta_2, \phi_2), \dots, a(\theta_k, \phi_k)] \quad (3.17)$$

En utilisant le système de coordonnées défini dans la FigII.2,  $a(\theta_k, \phi_k)$  s'écrit,

$$a(\theta_k, \phi_k) = [\exp(j2\pi R_0 \cos(\phi_k - \gamma_1) \sin \theta_k), \dots, \exp(j2\pi R_0 \cos(\phi_k - \gamma_n) \sin \theta_k)] \quad (3.18)$$





Avec

- $\theta_k$  est l'angle d'élévation de  $K^{ième}$  source.
- $\phi_k$  est l'angle d'azimut de  $K^{ième}$  source.
- $\gamma_n = \frac{2\pi m}{M}$  pour  $m = 1, 2, \dots, M$
- $R_0$  est le rayon du cercle.

Finalement, la matrice de direction  $A(\theta_k, \phi_k)$  s'écrit,

$$A(\theta_k, \phi_k) = \begin{bmatrix} \exp(j2\pi R_0 \cos(\phi_1 - \gamma_1) \sin\theta_1) & \dots & \exp(j2\pi R_0 \cos(\phi_k - \gamma_1) \sin\theta_k) \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \exp(j2\pi R_0 \cos(\phi_1 - \gamma_n) \sin\theta_1) & \dots & \exp(j2\pi R_0 \cos(\phi_k - \gamma_n) \sin\theta_k) \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

### 3.2.2.2. Model du signal d'un réseau d'antenne linéaire uniforme en forme de L

Considérons un réseau d'antenne en forme de L sur le plan x-z comme le montre la figure (2.3), de M antennes isotropes espacés entre elles d'une distance d. Les deux brins du réseau sont identiques, linéaires, uniformes avec une antenne commune à l'origine.

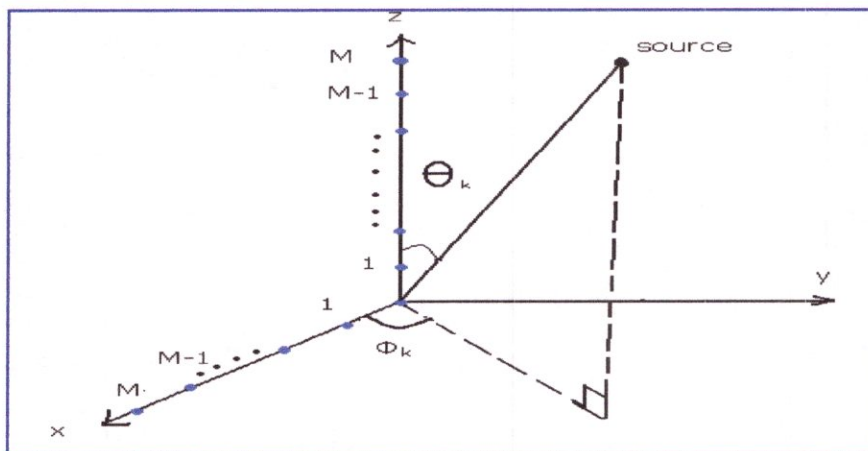
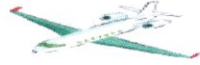


Fig3.3. Réseau linéaire uniforme sous forme de L

On considère K signaux à bande étroite incohérents, arrivant sur le réseau d'antenne une longueur d'onde  $\lambda$ , dans les directions d'arrivée  $(\theta_k, \phi_k)$  avec  $k=1, \dots, K$ .





Les paramètres  $(\theta_k, \phi_k)$  sont respectivement, l'angle d'observation en élévation et l'angle d'observation en azimut de la  $K^{\text{eme}}$  source.

Le vecteur d'observation à la sortie du réseau au  $t^{\text{eme}}$  échantillons est donné par,

$$x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T \quad (3.20)$$

$$x(t) = \sum_{k=1}^K s(t) a(\theta_k, \phi_k) + n(t) \quad (3.21)$$

Où  $n(t)$  est le vecteur de bruit blanc Gaussien additif de dimension  $(M \times 1)$ .

$$n(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T \quad (3.22)$$

Et  $s(t)$  est le vecteur  $(K \times 1)$  source de signal

$$s(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T \quad (3.23)$$

Enfin le vecteur de direction définie par,

$$a(\theta_k, \phi_k) = \left[ 1, e^{-j\varphi_{k,2}}, \dots, e^{-j\varphi_{k,M}} \right]^T \quad (3.24)$$

Avec  $\varphi_{km}$  dépend de la position et de la géométrie du réseau du sous réseau. Selon l'axe Z, seul l'élévation est considérée et dans ce cas  $\varphi_{km}$  se réduit à  $\theta_k$ , alors que selon l'axe X  $\varphi_{km}$  est composé des deux angles  $(\theta_k, \phi_k)$ . [11]

#### A. Le vecteur de direction du sous réseau selon l'axe Z

Soit  $x_z(t)$  le vecteur du signal observé au  $t^{\text{eme}}$  échantillons, sur le sous réseau disposé sur l'axe Z.

$$x_z(t) = [x_{1z}(t), x_{2z}(t), \dots, x_{Mz}(t)]^T \quad (3.25)$$

$$x_z(t) = \sum_{k=1}^K s(t) a_z(\theta_k) + n_z(t) \quad (3.26)$$

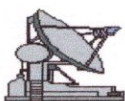
Où  $n_z(t)$  est le vecteur de bruit blanc Gaussien additif de dimension  $(M \times 1)$  selon l'axe Z .

Et

$$a(\theta_k) = \left[ 1, e^{-j\varphi_{z,k,2}}, \dots, e^{-j\varphi_{z,k,M}} \right]^T \quad (3.27)$$

$$\text{avec} \quad \varphi_{z,k,m} = 2\pi(m-1)d \sin \theta_k / \lambda \quad (3.28)$$

$\theta_k$  angle d'observation en élévation du  $K^{\text{eme}}$  signal de la  $K^{\text{eme}}$  source. [9]





### B. Le vecteur de direction du sous réseau selon l'axe X

Soit  $x_x(t)$  le vecteur du signal observé au  $t^{\text{eme}}$  échantillons, sur le sous réseau disposé sur l'axe X.

$$x_x(t) = [x_{1x}(t), x_{2x}(t), \dots, x_{Mx}(t)]^T \quad (3.29)$$

$$x_x(t) = \sum_{k=1}^K s(t) a_x(\theta_k, \phi_k) + n_x(t) \quad (3.30)$$

Où  $n_x(t)$  est le vecteur de bruit blanc Gaussien additif de dimension  $M \times 1$  selon l'axe X . Et le vecteur de directivité est,

$$a_x(\theta_k, \phi_{xk}) = \left[ 1, e^{-j\varphi_{x \cdot k, 2}}, \dots, e^{-j\varphi_{x \cdot k, M}} \right]^T \quad (3.31)$$

avec

$$\varphi_{x,k,m} = 2\pi(m-1)d \cos(\theta_k) \cos(\phi_{z,k}) / \lambda \quad (3.32)$$

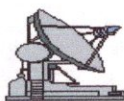
où  $\phi_{z,k}$  angle d'observation en azimut du  $k^{\text{eme}}$  signal de la  $K^{\text{eme}}$  source. [9]

### 3.3. Les méthodes des sous-espaces

L'origine des méthodes des sous-espaces, ou encore plus connues par les méthodes haute résolution (HR), remonte aux travaux de Prony, qui visent à estimer des directions ou même des positions (en traitement d'antenne) ou des fréquences (en analyse spectrale) avec une erreur qui n'est limitée, idéalement, que par la durée d'observation.

Les méthodes HR modernes reposent sur les propriétés particulières de la matrice de covariance du signal. Ainsi, l'étude de son rang permet de séparer l'espace des données en deux sous-espaces, l'espace signal et l'espace bruit qui est son complémentaire orthogonal.

Les méthodes HR issues de cette décomposition en sous-espaces sont connues pour être plus robustes que les techniques conventionnelles telles que Beamformer, Capon et prédiction linéaire. C'est le cas des méthodes MUSIC [Schmidt, 1986] et Minimum Norm (qui reposent sur l'espace bruit), de l'algorithme Toeplitz Approximation Method (TAM) [Kung et al., 1983], ainsi que de l'algorithme ESPRIT [Roy et al., 1986] et de ses variantes LS-ESPRIT, TLS-ESPRIT [Roy et Kailath, 1987] et PRO-ESPRIT [Zoltawski et Stavrinides, 1989] qui reposent sur l'espace signal.





### 3.3.1. L'algorithme MUSIC (Multiple Signal Classification)

L'algorithme classique des sous espaces proposé par Schmidt [Schmidt, 1986] est appelé algorithme MUSIC. L'algorithme MUSIC a été introduit pour estimer la DOA ou les DOAs, pour des sources multiples à bande étroite incorrélatées. MUSIC utilise le model du signal reçu par le réseau pour estimer la matrice de covariance, après la décomposition propre, les valeurs et les vecteurs propres sont alors déterminés.

Considérons un model du signal d'un réseau linéaire uniforme (ULA) ou un model du signal d'un réseau circulaire uniforme (UCA) déjà décrit dans la section (3.2), et supposons que la matrice de covariance de l'espace bruit a une puissance de bruit uniforme sur la diagonal  $\sigma^2 I$ , où  $I$  est une matrice identité.

Il suit que la matrice de covariance  $M \times M$  de la sortie du réseau

$$R = [X(t)X^H(t)] \quad (3.33)$$

Possède la forme,

$$R = AE[u(t)u^H(t)]A^H + E[n(t)n^H(t)] = AR_u A^H + \sigma^2 I \quad (3.34)$$

Noter que  $R$  est Hermitienne, et est définie positive.

$$R_u = E[u(t)u^H(t)] \quad (3.35)$$

$R_u$  représente la matrice de covariance source de  $K \times K$  qui est non singulière, tant que les sources présentes dans les données sont non cohérentes ( $|\rho_{ij}| \neq 1$ ), dans ce cas  $R_u$  est de rang  $K$ , et à partir de l'indépendance linéaire des vecteurs des direction  $a(\omega_1), a(\omega_2), \dots, a(\omega_K)$  avec  $\omega_k = \pi d \sin \theta_k$  pour un réseau d'antenne linéaire ULA et  $\omega_k = 2\pi R_0 \cos(\phi_k - \gamma_n) \sin \theta_k$  pour un réseau UCA.

$A$  est aussi de rang  $K$ , qui prisent toutes les deux ceci implique que la matrice non négative définie  $A R_u A^H$  et aussi de rang  $K$ .

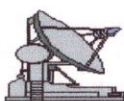
Soient  $\mu_1 \geq \mu_2 \geq \dots \geq \mu_K$  dénotant leurs  $K$  valeurs propre non nul, alors les  $M$  valeurs propre de  $R$  sont donnés par :

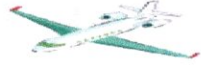
$$\lambda_k = \begin{cases} \mu_k + \sigma^2 & k = 1, 2, \dots, K \\ \sigma^2 & k = K + 1, K + 2, \dots, M \end{cases} \quad (3.36)$$

De plus soient  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_K, \dots, \beta_M$  représentent leur vecteurs propres associés. Alors,

$$R = \sum_{k=1}^M \lambda_k \beta_k \beta_k^H = B \Lambda B^H \quad (3.37)$$

$$\text{Où } B = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k, \beta_{k+1}, \dots, \beta_M] \quad (3.38)$$





Tel que,

$$B B^H = I_M \quad (3.39)$$

$$\Lambda = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k, \sigma^2, \sigma^2, \dots, \sigma^2] \quad (3.40)$$

D'une autre part, pour n'importe quel  $i > k$ , de (3.36)

$$R\beta_i = \lambda_i \beta_i = \sigma^2 \beta_i \quad (3.41)$$

Mais

$$R\beta_i = (AR_u A^H + \sigma^2 I)\beta_i \quad (3.42)$$

Et l'ensemble implique

$$AR_u A^H \beta_i = 0 \quad (3.43)$$

Où

$$A^H \beta_i = 0 \Leftrightarrow \beta_i^H a(\omega_k) = 0, \quad K+1 \leq i \leq M, \quad 1 \leq k \leq K. \quad (3.44)$$

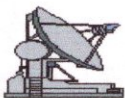
La dernière étape suit la propriété de rang complet de A et R. Signifiant que, les vecteurs propres associés aux valeurs propres les plus faibles de R, sont orthogonaux avec le vecteur de direction correspond aux angles d'arrivée actuelles.

Cette observation remarquable est le point de base, de la majorité des algorithmes basés sur les vecteurs propres. Pour voir cela, de manière géométrique, noter que les vecteurs propres (ortho-normaux)  $\beta_{K+1}, \beta_{K+2}, \dots, \beta_M$  associés aux valeurs propres les plus faibles (variance du bruit  $\sigma^2$ ), l'ensemble forme un sous espace N dimension (M-K) de H, et à partir de (3.44) tout vecteur de direction associé à l'angle d'arrivée actuelle est orthogonale à ce sous espace.

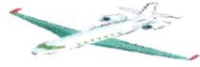
Les K vecteurs de direction  $a(\omega_1), a(\omega_2), \dots, a(\omega_k)$  sont linéairement indépendants entre eux, le sous espace S de dimension K donné par les vecteurs de la direction actuelle est orthogonale au sous espace N. Ainsi N est le complément, de S et qui n'est autre que le sous espace bruit.

D'autre part H peut aussi être réécrit comme étant une somme directe de plusieurs sous espace de dimension finit et leurs compléments orthogonaux.

$$H = S \oplus N \quad (3.45)$$







où

$$S = \text{span}\{a(\omega_1), a(\omega_2), \dots, a(\omega_K)\} \quad (3.45a)$$

et

$$N = \text{span}\{\beta_{K+1}, \beta_{K+2}, \dots, \beta_M\} \quad (3.45b)$$

Ainsi les pics de la fonction

$$P(\omega) = \frac{1}{\sum_{i=K+1}^M |\beta_i^H a(\omega)|^2} \quad (3.46)$$

Ou par équivalence les K zéros de la fonction

$$Q(\omega) = \sum_{i=K+1}^M |\beta_i^H a(\omega)|^2 \quad (3.47)$$

Correspondent aux vraies directions d'arrivée.

Les  $M > K+1$  et ceux-ci restreint le nombre minimum d'éléments de capteurs requis, au moins un plus, que le nombre total des sources présentent dans la scène.

D'autre part, quant la moyenne d'ensemble  $R$  de la matrice de covariance de sortie de réseau est connue exactement sous les conditions de bruit identique incorrélés, les pics de  $P_\omega$ , sont garantis et correspondent aux vraies angles d'arrivées actuelles. Ces estimateurs peuvent résoudre des situations arbitrairement de cibles rapprochées.

Cependant quand quelque signaux dans (3.3) ou (3.13) sont parfaitement corrélés (propagation des plusieurs signaux de même source),  $R_u$  dans (3.34) devient singulière ce qui implique une autre représentation de la matrice de covariance, en imposant de nouvelles conditions sur la géométrie du réseau. [11]

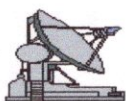
### 3.3.2. Méthode haute résolution MINIMUM-NORM [11]

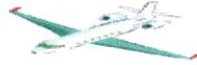
Cette méthode et la méthode MUSIC sont, en quelque sorte, semblable. L'idée de base est de trouver un vecteur  $D$  qui est la combinaison linéaire des vecteurs propres dans le sous espace bruit. Ce vecteur peut s'écrire sous la forme suivante,

$$D = [\sigma_0 \sigma_1 \dots \sigma_K]^T = [1 \sigma_1 \dots \sigma_K]^T \quad (3.48)$$

Où  $M$  le nombre d'éléments d'antennes, dans cette équation  $\sigma_0$  signifie l'unité. Le carré de la valeur absolue de l'équation (3.48) est,

$$|\sigma|^2 = \sum_{i=0}^{K-1} \sigma_i^2 \quad (3.49)$$





Où K est le nombre de source. La méthode Min-NORM minimise cette quantité. La procédure est la suivante,

- Trouver les vecteurs propres U de la matrice de covariance R.
- Les grandes valeurs propres correspondent aux signaux et les petites valeurs propres correspondent aux bruits.
- Le vecteur D peut être trouvé a partir du sous espace signal  $U_s$ .
- Le vecteur D peut être aussi trouve a partir du sous espace bruit. Le sous espace signal  $U_s$  peut être écrit sous la forme,

$$U_s = \begin{bmatrix} u_{00} & u_{01} & \dots & u_{0K-1} \\ u_{10} & u_{11} & \dots & u_{1K-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{M0} & u_{M1} & \dots & u_{MK-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta^H \\ U_s' \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

Où  $\eta^H$  est le premier rang et  $U_s$  consiste le rang reste de  $U_s$ . Ces deux matrices peut être écrites comme suit,

$$\eta^H = [u_{00} \ u_{01} \ \dots \ u_{0K-1}] \quad (3.51)$$

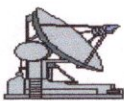
$$U_s' = \begin{bmatrix} u_{10} & u_{11} & \dots & u_{1K-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{M0} & u_{M1} & \dots & u_{MK-1} \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

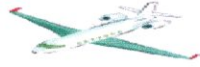
Le vecteur D est obtenu par,

$$D = \begin{bmatrix} 1 \\ -U_s' \eta / (1 - \eta \eta^H) \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

- Une fois le vecteur D est obtenu, la fonction d'angle estime peut écrite sous la forme,

$$P_{MN}(\omega) = \frac{1}{a(\omega) D D^H a(\omega)^H} \quad (3.54)$$





### 3.3.3. Méthode haute résolution ESPRIT

La méthode ESPRIT, pour '*Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques*', est une méthode de localisation de sources, pouvant s'appliquer pour des signaux à bande étroite, d'un réseau de capteurs constitué de deux sous réseaux identiques, déduites l'une de l'autre par une translation dont le vecteur d'observation est supposé connu. Cet algorithme a été étendu par une version efficace, TLS-ESPRIT '*Total Least Square*', mise en œuvre par [ROY 89], et [OTT 91]. TLS-ESPRIT constitue la version de référence de l'algorithme, que nous présenterons plus tard, pour l'instant on évoquera un certain nombre de variantes et d'extensions.

La méthode ESPRIT réalise une estimation directe des directions d'arrivée, à partir des propriétés de l'espace signal. Cette méthode, lorsqu'elle est applicable, permet d'éviter la recherche numériquement lourde des maxima d'une puissance de sortie tel que la méthode MUSIC. Initialement, c'est vis-à-vis de ce gain de calcul, et de la simplicité d'implémentation qui en résulte, que l'intérêt d'ESPRIT a été formulé. Le succès ultérieur de la méthode et son développement, sont toutefois également liés à sa capacité à réaliser la localisation dans des contextes de géométries quelconques, avec de bonnes caractéristiques de robustesse et de performances.

#### 3.3.3.1. Principe d'estimation pour une antenne double (ESPRIT) dans un ULA

Soit un réseau d'antennes linéaire uniforme (ULA) constituée de deux sous réseaux de  $M-1$  capteurs, décalés l'un de l'autre d'un vecteur de déplacement  $d$  comme le montre la figure (3.3) :

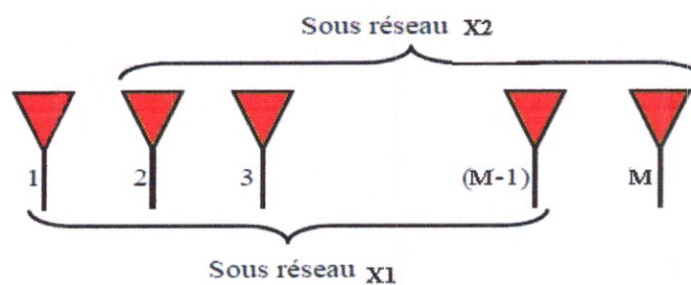
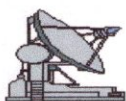


Figure 3.3: Réseau de  $M$  éléments, et deux sous réseaux.

On vérifie facilement que, par rapport à l'écriture générale, le vecteur observation s'écrit, sous forme partitionnée.

$$X(t) = \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ A\Phi \end{bmatrix} u(t) + n(t) \quad (3.55)$$





La relation (3.62) peut se récrire en fonction des covariances entre les deux sous-antennes,

$$R_{11} = \frac{1}{N} X_1 X_1^H, \text{ et } R_{21} = \frac{1}{N} X_2 X_1^H$$

Alors,

$$\hat{T} = R_{21} R_{11}^{-1} \quad (3.63)$$

$[\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_k] = \Gamma$  plus grandes valeurs propres de  $[R_{21} R_{11}^{-1}]$ .

Le calcul des valeurs propres généralisées du faisceau  $[R_{11}, R_{21}]$  étant numériquement plus efficace, du point de vue précision. On ne garde que  $K$  valeurs propres, les autres se réduisant au bruit. [8]

D'après, l'équation (3.56) l'estimation de l'angle d'arrivée  $\theta_k$  pour chaque source est donnée par,

$$\theta_k = \arcsin \left( \frac{\arg(\Gamma)}{2\pi d / \lambda} \right) \quad (3.64)$$

### 3.3.3.2. Principe d'estimation pour une antenne double (ESPRIT) dans un réseau en L

Soit un réseau d'antennes en L constituée de deux sous réseaux de  $M$  capteurs. Considérons le sous réseau d'antenne linéaire uniforme placé sur l'axe Z, constituée de deux sous réseaux de  $M-1$  capteurs, décalés l'un de l'autre d'un vecteur de déplacement  $d$ .

Le vecteur d'observation décrit dans la section model du signal dans un réseau en L sur l'axe Z est donné par les équations (3.25 à 3.28).

On vérifie que, par rapport à l'écriture générale, le vecteur d'observation est augmenté,

$$X_z(t) = \begin{bmatrix} X_{z1}(t) \\ X_{z2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_z \\ A_z \Psi_z \end{bmatrix} s(t) + n(t) \quad (3.65)$$

avec

$$\Psi_z = \text{diag} \{ e^{j\pi \sin(\theta_1)}, e^{j\pi \sin(\theta_2)}, \dots, e^{j\pi \sin(\theta_k)} \} \quad (3.66)$$





$$R_{11z} = \frac{1}{N} X_{z1} X_{z1}^H, \text{ et } R_{21z} = \frac{1}{N} X_{z2} X_{z1}^H \quad (3.73)$$

Alors,

$$\hat{T}_z = R_{21z} \cdot R_{11z}^{-1} \quad (3.74)$$

$[\hat{\lambda}_{z1}, \hat{\lambda}_{z2}, \dots, \hat{\lambda}_{zk}] = \Gamma_z$  plus grandes valeurs propres de  $[R_{21z} \cdot R_{11z}^{-1}]$ .

D'après, l'équation (3.66) l'estimation de l'angle d'arrivée en élévation  $\theta_k$  pour chacune des sources est donnée par (3.64).

Reste à estimer l'angle d'arrivée en azimut selon l'axe X qui est  $\Psi_x$ , le vecteur d'observation du signal de sortie est collecté de l'axe X, comme il a été décrit dans la section du model du signal d'un réseau en L. voir les équations de (3.29-3.32). [10] [8]

Avec la même procédure et en suivant les mêmes étapes pour l'estimation de l'angle d'arrivée en élévation sur l'axe Z, on estime l'angle d'arrivée en azimut  $\Phi_k$  de la  $K^{\text{eme}}$  source sur l'axe X, sachant que,

$$\Psi_x = \text{diag} \left\{ e^{j\pi \cos(\theta_1) \cos(\phi_1)}, e^{j\pi \cos(\theta_2) \cos(\phi_2)}, \dots, e^{j\pi \cos(\theta_k) \cos(\phi_k)} \right\} \quad (3.75)$$

On estime alors  $R_{11x}$  et  $R_{21x}$ ,

$$R_{11x} = \frac{1}{N} X_{x1} X_{x1}^H, \text{ et } R_{21x} = \frac{1}{N} X_{x2} X_{x1}^H$$

Ainsi,

$$\hat{T}_x = R_{21x} R_{11x}^{-1} \quad (3.76)$$

$[\hat{\lambda}_{x1}, \hat{\lambda}_{x2}, \dots, \hat{\lambda}_{xk}] = \Gamma_x$  plus grandes valeurs propres de  $[R_{21x} \cdot R_{11x}^{-1}]$ .

Et finalement, l'estimation de l'angle d'arrivée en azimut  $\Phi_k$  pour chaque source est donnée par,

$$\phi_k = \arccos \left( \frac{\arg(\Gamma_x)}{2\pi d \cos(\theta_k) / \lambda} \right) \quad (3.77)$$

#### Remarque

On peut remarquer qu'à faible rapport signal sur bruit, l'inversion de  $R_{11}$  risque d'entraîner des problèmes de dégradation de l'estimation.

D'autre part, cette matrice se trouve biaisée en présence du bruit. L'idée est donc de garder un pseudo-inverse, ne portant que sur la partie signal, estimée par décomposition en éléments propres, c'est cette évaluation qui fait l'objet de l'algorithme TLS-ESPRIT qui





cherche une solution des moindres carrés consistant à rendre l'erreur qui est dans notre cas le bruit, orthogonal avec le sous espace signal.

### 3.3.4. Méthode haute résolution TLS-ESPRIT

#### 3.3.4.1. Principe d'estimation pour une antenne double (TLS-ESPRIT) dans un ULA [8]

On considère un réseau d'antenne linéaire uniforme de  $2M$  capteurs constitué de deux sous antennes déduites l'une de l'autre par une translation de vecteur  $d$ . On suppose qu'au  $i^{\text{ème}}$  capteur de la première sous antenne correspond par cette translation le  $i^{\text{ème}}$  capteur de la seconde sous antenne.

Soit  $X_1(t)$  et  $X_2(t)$  les vecteurs d'observation en sortie des deux sous réseaux d'antennes, comme dans (3.65).

$$X(t) = \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ A\Phi \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \end{bmatrix} = \tilde{A}u(t) + \tilde{n}(t). \quad (3.78)$$

Alors la matrice de covariance du réseau complet sera,

$$R_{XX} = E[X(t)X^H(t)] = \tilde{A}R_u\tilde{A}^H + \sigma^2 \Sigma_{\tilde{n}} \quad (3.79)$$

Où

$$\Sigma_{\tilde{n}} = \begin{bmatrix} I_M & \tilde{J}_1 \\ \tilde{J}_1^H & I_M \end{bmatrix}$$

Puisque  $\tilde{A}R_u\tilde{A}^H$  est de rang  $K$ , les valeurs propres de  $R_{XX}$  peuvent être représentées comme  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_K > \lambda_{K+1} = \dots = \lambda_{2M} = \sigma^2$ .

Les vecteurs propres associés aux valeurs propres de  $R_{XX}$  obéissent à la relation suivante,

$$R_{XX} e_i = \lambda_i \Sigma_{\tilde{n}} e_i$$

où

$$\tilde{a}^H(\omega_k) e_i = 0, k = 1, 2, \dots, K, i = K + 1, K + 2, \dots, 2M$$

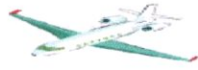
Où  $\tilde{a}(\omega_k), k = 1, 2, \dots, K$ , sont les  $K$  vecteurs de colonne de  $\tilde{A}$ .

D'une manière équivalente,  $e_1, e_2, \dots, e_K$  sont orthogonaux au même sous espace orthogonal au vecteurs de colonne de  $\tilde{A}$  signifiant,

$$[e_1, e_2, \dots, e_K] = \tilde{A}C \quad (3.80)$$

Où  $C$  est une certaine matrice non singulière de  $K \times K$ .





Définissons deux matrices de  $(M \times K)$  et par la décomposition de (3.80),

Ainsi,

$$[e_1, e_2, \dots, e_K] = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}$$

Puis

$$E_x = AC, \quad E_y = ABC \quad (3.81)$$

et

$$\begin{bmatrix} E_x & E_y \end{bmatrix} = A[C \quad BC] \quad (3.82)$$

Ce qui donne,

$$E_{xy} \equiv \begin{bmatrix} E_x^H \\ E_y^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x & E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^H \\ C^H B^H \end{bmatrix} A^H A [C \quad BC] \quad (3.83)$$

$E_{xy}$  est hermitienne et non négatif et est de rang  $K$ . Ainsi  $E_{xy}$  à la représentation suivante,

$$E_{xy} = V \begin{bmatrix} l_1 & & & & 0 \\ & l_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & l_k & \\ 0 & & & & 0 \end{bmatrix} V^H \quad (3.84)$$

où  $l_i > 0$  et  $VV^H = I_M$ .

Dans la formulation de TLS- ESPRIT, la prochaine étape consiste à trouver une matrice  $W(2K \times K)$  tel que,

$$\begin{bmatrix} E_x & E_y \end{bmatrix} W = 0. \quad (3.85)$$

Dans ce cas nous avons,

$$A[C \quad BC]W = 0. \quad (3.86)$$

Puisque la dimension de  $A$  est  $(M \times K)$  et de rang  $K$ , (3.86) est équivalent à,

$$[C \quad BC]W = 0. \quad (3.87)$$

De nouveau, partitionnons  $W$  comme,

$$W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} \quad (3.88)$$

Où  $W_1$  et  $W_2$  sont deux matrices de  $(K \times K)$ , et donc (3.87) s'écrit,

$$[C \quad BC] \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} = CW_1 + BCW_2 = 0$$

Où





$$-W_1 W_2^{-1} = C^{-1} B C \quad (3.89)$$

Ainsi, n'importe quelle matrice  $W$  satisfaisant (3.85) à la propriété intéressante, est que les valeurs propres de la matrice  $-W_1 W_2^{-1}$  générées par la partition de (3.88), sont données par  $e^{-j\omega_k}$ ,  $k=1, 2, \dots, K$ , alors les angles d'arrivées sont obtenues directement.

Pour compléter cette analyse, il faut trouver la matrice  $W$  tel que,

$$E_{xy} v_i = l_i v_i = 0, \quad K+1 < i \leq 2K \quad (3.90)$$

où  $v_i$  représente le  $i^{\text{eme}}$  vecteur colonne de  $V$ . Puisque  $\begin{bmatrix} E_x & E_y \end{bmatrix}$  est également de rang  $K$  (3.84), (3.90) se réduit à,

$$\begin{bmatrix} E_x & E_y \end{bmatrix} v_i = 0, \quad K+1 < i \leq 2K \quad (3.91)$$

Ainsi la matrice  $W$  désiré est donné par,

$$W = [v_{K+1}, v_{K+2}, \dots, v_{2K}] \equiv \begin{bmatrix} V_{12} \\ V_{22} \end{bmatrix} \quad (3.92)$$

Et les valeurs propres  $\Gamma = [\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_k]$  de  $-V_{12} V_{22}^{-1}$  donne l'estimation de l'angle d'arrivé  $\theta_k$  pour chaque source et elle est donnée par,

$$\theta_k = \arcsin \left( \frac{\arg(\Gamma)}{2\pi d / \lambda} \right) \quad (3.93)$$

### 3.3.4.2. Principe d'estimation pour une antenne double (TLS-ESPRIT) dans un réseau en L

On considère un réseau d'antenne linéaire uniforme de  $2M$  capteurs constitué de deux sous antennes déduites l'une de l'autre par une translation de vecteur  $d$ . On suppose qu'au  $i^{\text{eme}}$  capteur de la première sous antenne correspond par cette translation le  $i^{\text{eme}}$  capteur de la seconde sous antenne.

Soit  $X_{z_1}(t)$  et le  $X_{z_2}(t)$  les vecteurs d'observation en sortie de es deux sous réseaux d'antennes comme dans (3.65) :

$$X_z(t) = \begin{bmatrix} X_{z_1}(t) \\ X_{z_2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_z \\ A_z \Psi_z \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} n_{z_1}(t) \\ n_{z_2}(t) \end{bmatrix} = \tilde{A}_z u_z(t) + \tilde{n}_z(t).$$

Alors la matrice de covariance du réseau complet sera,







$$R_{zz} = E[X_z(t)X_z^H(t)] = \tilde{A}R_u\tilde{A}^H + \sigma^2 \Sigma_{\tilde{n}_z} \quad (3.94)$$

Où

$$\Sigma_{\tilde{n}_z} = \begin{bmatrix} I_M & \tilde{J}_1 \\ \tilde{J}_1^H & I_M \end{bmatrix}$$

Puisque  $\tilde{A}R_u\tilde{A}^H$  est de rang  $K$ , les valeurs propres généralisées de  $R_{zz}$  peuvent être représentées comme  $\lambda_{z1} \geq \lambda_{z2} \geq \dots \geq \lambda_{zK} > \lambda_{zK+1} = \dots = \lambda_{z2M} = \sigma^2$ .

Les vecteurs propres associés aux valeurs propres de  $R_{zz}$  obéissent à la relation suivante,

$$R_{zz}e_i = \lambda_{zi} \Sigma_{\tilde{n}_z} e_i$$

où

$$\tilde{a}_z^H(\theta_k, \phi_k)e_i = 0, k = 1, 2, \dots, K, i = K + 1, K + 2, \dots, 2M$$

Où  $\tilde{a}_z(\theta_k, \phi_k), k = 1, 2, \dots, K$ , sont les  $K$  vecteurs de colonne de  $\tilde{A}_z$ .

D'une manière équivalente,  $e_1, e_2, \dots, e_K$  sont orthogonaux au même sous espace orthogonal au vecteurs de colonne de  $\tilde{A}_z$  signifiant,

$$[e_1, e_2, \dots, e_K] = \tilde{A}_z C_z \quad (3.95)$$

où  $C_z$  est une certaine matrice non singulière de  $K \times K$ .

Définissons deux matrices de  $(M \times K)$  et par la décomposition de (3.95.)

Ainsi,

$$[e_1, e_2, \dots, e_K] = \begin{bmatrix} E_{z_x} \\ E_{z_y} \end{bmatrix}$$

Aussi,

$$E_{z_x} = A_z C_z, \quad E_{z_y} = A_z B_z C_z \quad (3.96)$$

Et

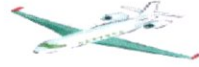
$$[E_{z_x} \ E_{z_y}] = A_z [C_z \ B_z C_z] \quad (3.97)$$

Ce qui donne,

$$E_{z_{xy}} \equiv \begin{bmatrix} E_{z_x}^H \\ E_{z_y}^H \end{bmatrix} [E_{z_x} \ E_{z_y}] = \begin{bmatrix} C_z^H & \\ C_z^H & B_z^H \end{bmatrix} A_z^H A_z [C_z \ B_z C_z] \quad (3.98)$$

$E_{z_{xy}}$  est hermitienne et non négatif et est de rang  $K$ . Ainsi  $E_{z_{xy}}$  à la représentation suivante,





$$Ez_{xy} = V_z \begin{bmatrix} I_1 & & & & 0 \\ & I_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & I_K & \\ & & & & 0 \\ 0 & & & & & 0 \end{bmatrix} V_z^H \quad (3.99)$$

Où  $I_i > 0$  et  $V_z V_z^H = I_M$ .

Dans la formulation de TLS- ESPRIT, l'étape suivante consiste de trouver une matrice  $W_z (2K \times K)$  telle que,

$$[Ez_x \quad Ez_y] W_z = 0. \quad (3.100)$$

Dans ce cas nous avons,

$$A_z [Cz \quad Bz Cz] W_z = 0. \quad (3.101)$$

Puisque la dimension de  $A_z$  est  $(M \times K)$  et de rang  $K$ , (3.101) est équivalent à,

$$[Cz \quad Bz Cz] W_z = 0. \quad (3.102)$$

de nouveau, partitionnons  $W_z$  comme,

$$W_z = \begin{bmatrix} W_{z1} \\ W_{z2} \end{bmatrix} \quad (3.103)$$

Où  $W_{z1}$  et  $W_{z2}$  sont deux matrices de  $(K \times K)$ . Alors (3.102) s'écrit,

$$[Cz \quad Bz Cz] \begin{bmatrix} W_{z1} \\ W_{z2} \end{bmatrix} = Cz W_{z1} + Bz Cz W_{z2} = 0$$

Où

$$-W_{z1} W_{z2}^{-1} = Cz^{-1} Bz Cz \quad (3.104)$$

Ainsi, n'importe quelle matrice  $W_z$  satisfaisant (3.100) à la propriété intéressante, est que les valeurs propres de la matrice  $-W_{z1} W_{z2}^{-1}$  générées par la partition en (3.103), sont données par  $e^{-j\omega_k}$ ,  $k=1,2,\dots,K$ . alors les angles d'arrivée en élévation des différentes sources sont obtenues directement.

Pour compléter cette analyse, il faut trouver la matrice  $W_z$  telle que,

$$Ez_{xy} v_{z_i} = I_i v_{z_i} = 0, \quad K+1 < i \leq 2K \quad (3.105)$$

Où  $v_{z_i}$  représente le  $i^{eme}$  vecteur de colonne de  $V_z$ . Puisque  $[Ez_x \quad Ez_y]$  est également de rang  $K$  (3.98), (3.105) se réduit à,

$$[Ez_x \quad Ez_y] v_{z_i} = 0, \quad K+1 < i \leq 2K \quad (3.106)$$





Ainsi la matrice  $W_z$  désiré est donné par,

$$W_z = [vz_{K+1}, vz_{K+2}, \dots, vz_{2K}] \equiv \begin{bmatrix} V_{z12} \\ V_{z22} \end{bmatrix} \quad (3.107)$$

Et les valeurs propres  $\Gamma_z = [\hat{\lambda}_{z1}, \hat{\lambda}_{z2}, \dots, \hat{\lambda}_{zk}]$  de  $-V_{z12} V_{z22}^{-1}$  donne l'estimation de l'angle d'arrivé en élévation  $\theta_k$  pour chaque source est donnée par,

$$\theta_k = \arcsin \left( \frac{\arg(\Gamma_z)}{2\pi d / \lambda} \right) \quad (3.108)$$

Avec la même procédure et en suivant les mêmes étapes pour l'estimation de l'angle d'arrivée en élévation sur l'axe Z, on estime l'angle d'arrivée en azimut  $\Phi_k$  de la  $K^{\text{eme}}$  source sur l'axe X, à partir de la matrice  $W_x$  telle que,

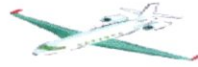
$$W_x = [vx_{K+1}, vx_{K+2}, \dots, vx_{2K}] \equiv \begin{bmatrix} V_{x12} \\ V_{x22} \end{bmatrix} \quad (3.109)$$

Et les valeurs propres  $\Gamma_x = [\hat{\lambda}_{x1}, \hat{\lambda}_{x2}, \dots, \hat{\lambda}_{xk}]$  de  $-V_{x12} V_{x22}^{-1}$  donne l'estimation de l'angle d'arrivée en azimut  $\Phi_k$  pour chaque source est donné par,

$$\Phi_k = \arccos \left( \frac{\arg(\Gamma_x)}{2\pi d \cos(\theta_k) / \lambda} \right) \quad (3.110)$$

*Bien que TLS-esprit soit supérieur dans son exécution comparée à ESPRIT, mais beaucoup plus complexe que ce dernier. [8] [10]*





## Conclusion

On a présenté dans ce chapitre, le modèle du signal reçu par le réseau d'antenne et ceci pour trois géométries de réseaux : linéaire uniforme ULA, circulaire uniforme UCA et uniforme sous forme de L, ainsi que les méthodes hautes résolution basées sur la décomposition en sous espaces pour l'estimation de la DOA en 1D et en 2D: MINIMUM NORM, MUSIC, ESPRIT et TLS-ESPRIT.

Ces dernières sont basées sur l'estimation de la matrice de covariance pour estimer la DOA. Cependant, le but de notre travail est la poursuite des cibles mobiles en termes de direction d'arrivée DOAs des signaux émis par ces cibles, pour cela, on présentera dans le chapitre suivant des algorithmes récursifs de poursuite du sous espace signal PAST, PASTD, NPAST et NPASTD basés sur l'estimation séquentielle des vecteurs propres et des valeurs propres qui vont être par la suite utilisés par les méthodes des sous espaces décrites dans ce chapitre .





# Chapitre 4



Méthodes de poursuite des sous  
espaces d'approximation et de  
projection





## Chapitre 4

# Méthodes de poursuite des sous espaces d'approximation de projection

### 4.1. Introduction

L'intérêt des méthodes du sous espace vient du fait qu'elles consistent à diviser les observations dans un ensemble de composantes désirées et composantes perturbantes, pouvant être vu en terme de sous espaces signal et sous espace bruit respectivement.

La poursuite du sous espace est un processus d'estimation continu des composantes principales, pour cela cette dernière, peut être considéré comme une analyse de composante principale PCA. Les principales composantes correspondent au sous espace signal et les composantes correspondent au sous espace bruit ou bien les deux types de composantes peuvent être poursuivis dépendant de l'application.

Les techniques du sous-espace jouent un rôle fondamental en estimation statistique et en traitement d'antennes. En effet, ces techniques sont largement utilisées dans des applications telles que la compression de données, l'identification de système, le filtrage, l'estimation de paramètres, et la reconnaissance des formes. Dans les quelques années passées, de nombreux algorithmes ont été proposés pour l'estimation et la poursuite du sous-espace principal, (voir [12]-[13]). En particulier, la méthode Oja [14] a reçue une considération spéciale et a été utilisée dans certaines applications réelles [15].

Il a été établi dans [16] que la méthode Oja peut être vue comme une technique de gradient approximée pour la minimisation d'une certaine fonction d'erreur quadratique moyenne (EQM). Suite à cette méthode de gradient approximé, d'autres méthodes plus rapides d'estimation et de poursuite du sous-espace principal ont été développées. Parmi, les méthodes les plus robustes et les plus efficaces, nous trouvons la méthode PAST (Projection Approximation Subspace Tracking) proposée dans [16].

La méthode PAST utilise la même fonction d'erreur quadratique moyenne que la méthode Oja plus une approximation simplificatrice dite 'approximation de projection'. La vitesse





de convergence de la méthode PAST est en générale largement supérieure a celle de la méthode Oja.

Aussi, dans presque toutes les situations la méthode PAST converge vers une matrice orthogonale dont les vecteurs colonnes génèrent le sous-espace principal. Cependant dans certains cas particuliers, elle peut avoir un comportement oscillatoire et ne pas converger (voir [13] pour plus de details).

## 4.2. L'algorithme de projection approximation de la poursuite de sous espace et son extension.

### 4.2.1. L'algorithme PAST

L'objectif de cet algorithme est de minimiser le critère linéaire PCA, qui est une fonction scalaire nécessitant une matrice  $W$  cette matrice contiendra les composantes principales correspondantes aux plus larges valeurs propres quand la fonction est minimisée. Ce qui est la raison pour laquelle la fonction peut être appliquée aux problèmes de recherche des principales composantes. Malheureusement elle a un important inconvénient. Cette fonction a plusieurs minimums locaux où  $W$  doit contenir des composantes principales non ordonnées, i.e. les principales composantes ne correspondent pas nécessairement aux plus larges valeurs propres. Ceci est un problème, puisque la fonction est inapproprié pour les algorithmes adaptatifs nécessitant une minimisation, il ya toujours un risque que l'algorithme puisse converger vers n'importe quel minima locaux.

Dans le but de résoudre ce problème, YANG représente le critère linéaire PCA par quelques approximations. Le résultat est une nouvelles fonction quadratique en  $W$  et ainsi ayant un seul minimum. La fonction cout a un autre avantage similaire à celle utilisé dans l'algorithme RLS avec pesée exponentielle, rendant l'algorithme plus attractive pour des critères de minimisation adaptative.

Dans [17], Yang propose l'algorithme PAST pour la poursuite des principales composantes, i.e. les vecteurs propres de la matrice de corrélation de la donnée reçu.

La déviation de PAST commence avec la définition de la fonction coût scalaire  $J(W(n))$ , aussi dénoté par le critère linéaire d'analyse de la composante principale.

$$J(W(n)) = E \left\{ \|x(n) - W(n)W(n)^H x(n)\|^2 \right\} \quad (4.1)$$





Avec l'argument  $W(n) \in C^{m \times r}$  ( $r < m$ ) et le vecteur de donnée  $x(n) \in C^{m \times 1}$ . La surface d'erreur de cette fonction possède plusieurs minimas locaux et un minimum global. Au minimum local on a  $W(n) = U_r Q_1$  avec n'importe quel sous ensemble de vecteurs propres<sup>1</sup> de  $R_{xx} = E\{x(n)x^H(n)\}$  dans  $U_r \in C^{m \times r}$ . La matrice  $Q_1 \in C^{r \times r}$  est une matrice unitaire arbitraire. Quand  $J(W(n))$  atteint son minimum global,  $U_r$  ne contiendrait pas juste les vecteurs propres, mais contiendrait les  $r$  dominants vecteurs propres. La preuve est reportée dans [17]. la fonction coût peut être minimisée par l'application de la technique du gradient descente ou n'importe quel variante de moindres carrés récursive. Ici on applique l'algorithme RLS. Ceci est possible quand la fonction coût est réécrite sous la forme suivante

$$J'(W(n)) = \sum_{i=1}^n \beta^{n-i} \|x(i) - W(n)W(n)^H x(i)\|^2 \quad (4.2)$$

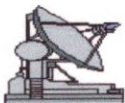
Où l'opérateur d'espérance a été remplacé par un facteur de pesée exponentiel somme avec un facteur d'oubli  $\beta$ . Si le facteur d'oubli est égal à la valeur 1, tous les échantillons donnent le même poids et aucun oubli des données passées ne prendra place. Si d'un autre coté, le facteur d'oubli est choisi comme  $0 < \beta < 1$ , l'algorithme résultant peut être utilisé pour la poursuite changement non stationnaire dans les sources. On a, à réécrire la fonction coût (4.2) puisque c'est une fonction de quatrième ordre d'éléments. En approximant  $W^H(n)x(i)$  avec  $W^H(i-1)x(i)$  on a alors, une autre fonction coût,

$$J''(W(n)) = \sum_{i=1}^n \beta^{n-i} \|x(i) - W(n)W^H(i-1)x(i)\|^2 \quad (4.3)$$

Ou avec  $x'(i) = W^H(i-1)x(i)$

$$J''(W(n)) = \sum_{i=1}^n \beta^{n-i} \|x(i) - W(n)x'(i)\|^2 \quad (4.4)$$

Cette fonction coût est quadratique et possède une forme similaire à la fonction coût de l'algorithme RLS, trouvée dans [18]. La seule différence est qu'ici le vecteur d'erreur  $e(n)$  est remplacé à la place de l'erreur scalaire  $e(n)$ . Nous concluons, que nous pouvons approximativement minimiser la fonction coût originale  $J(W(n))$  par utilisation du RLS avec signal d'entrée  $x'(n) = W^H(n-1)x(n)$  et comme signal désiré  $x(n)$ . Par conséquence, l'algorithme PAST peut être résumé par les équations suivantes,







$$\begin{aligned}
 & \text{for } n = 1, 2, \dots \\
 & \quad x'(n) = W^H(n-1)x(n) \\
 & \quad h(n) = P(n-1)x'(n) \\
 & \quad g(n) = h(n) / (\beta + x'(n)^H h(n)) \\
 & \quad P(n) = \beta^{-1} \text{tri} \{ P(n-1) - g(n)h(n)^H \} \\
 & \quad e(n) = x(n) - W(n-1)x'(n) \\
 & \quad W(n) = W(n-1) + e(n)g(n)^H \\
 & \text{end}
 \end{aligned}
 \tag{4.5-4.10}$$

Dans les équations,  $h(n)$  et  $g(n)$  sont variables, utilisées dans un calcul intermédiaire du RLS. La notation  $\text{tri}\{\cdot\}$  signifie que, seule la partie triangulaire supérieure de l'argument est calculée et son transposé est recopié à la partie triangulaire inférieure, ainsi rendant  $P(n) \approx R_{xx}^{-1}(n)$  symétrique. L'algorithme ne requiert aucune inversion matricielle, par conséquent l'opération la plus compliquée est la division par un scalaire.

Il est important de noter, que lorsque PAST converge,  $W$  ne contient pas les vecteurs propres de la matrice de corrélation. Ceci car la fonction coût est non uniquement déterminée quand la fonction coût est minimisée. Le produit  $WW^H$ , d'une autre manière, est unique et est égal à la matrice de projection du sous espace signal.

#### 4.2.2. L'algorithme PASTD

L'algorithme PASTD est une extension de PAST où la technique de déflation est utilisée pour l'estimation séquentielle des vecteurs propres et des valeurs propres. Par référence à l'expansion de Karhunen-Loève [18], pour n'importe quelle donnée  $x(n)$  générée à partir d'un processus stationnaire au sens large de matrice de corrélation  $R_{xx}$  peut être étendue ou écrite comme une combinaison linéaire des vecteurs propres  $w_i$ , de la matrice de corrélation,

$$x(n) = \sum_i w_i^H x(n) w_i \tag{4.11}$$

La première étape dans PASTD est d'adapter les vecteurs propres les plus dominants en appliquant PAST avec  $r=1$ , alors la contribution des vecteurs propres dans (4.11) les plus dominants est enlevée par substraction. Maintenant les seconds vecteurs propres dominants, deviennent les plus dominants, et peuvent être extraits de la même manière.





$$\begin{aligned}
 x_{i+1}(n) &= x_i(n) - x'_i(n)w_i(n) \\
 &= x_i(n) - w_i^H(n-1)x_i(n)w_i(n) \\
 &\approx x_i(n) - w_i^H(n)x_i(n)w_i(n)
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Cette étape de déflation est approximée puisque  $w_i(n)$  est un estimé, et du fait qu'on a utilisé  $w_i^H(n-1)x_i(n)w_i(n)$  à la place, pour mieux réadapter  $w_i^H(n)x_i(n)w_i(n)$ .

La motivation d'utiliser (4.17) à la place de (4.16) est directe. Premièrement, en utilisant (4.17) on a pas besoin d'utiliser (4.13), (4.14) et (4.15) puisque elles ne font pas partie de (4.17). Secondement, il est claire que (4.17) est un estimé de la  $i^{\text{eme}}$  plus dominante valeur propre de  $R_{xx}$  car,

$$\begin{aligned}
 E\{x'_i(n)^2\} &= E\{x'_i(n)x_i^*(n)\} \\
 &= E\{w_i^H(n-1)x_i(n)x_i^H(n)w_i(n-1)\} \\
 &= w_i^H(n-1)R_{x_i x_i}w_i(n-1)
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

Qui est égal à la valeur propre correspondant au vecteur propre  $w_i^H(n-1)$   
L'algorithme PASTD est résumé par les équations suivantes,

---

for  $n = 1, 2, \dots$

$$x_1(n) = x(n)$$

for  $i = 1, 2, \dots, r$

$$x'_i(n) = w_i^H(n-1)x_i(n)$$

$$d_i(n) = \beta d_i(n-1) + |x'_i(n)|^2$$

$$e_i(n) = x_i(n) - w_i(n-1)x'_i(n)$$

$$w_i(n) = w_i(n-1) + e_i(n)x_i^*(n)/d_i(n)$$

$$x_{i+1}(n) = x_i(n) - w_i(n)x'_i(n)$$

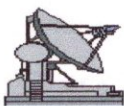
end

end

---

(4.22-4.27)

Quand PASTD converge, le vecteur  $w_i$  contiendra les estimées des vecteurs propres de la matrice de corrélation de données dans  $x(n)$ . Les valeurs propres correspondantes, peuvent être calculées par division de  $d_i(n)$  par la fenêtre effective  $1/(1-\beta)$  quand  $\beta \neq 1$  ou  $n$  quand  $\beta=1$ .





### 4.2.3. Extension de PAST et PASTD à une fonction coût non linéaire

Dans [19] Pajunen et Karhunen étendent les algorithmes PAST et PASTD de telle manière à minimiser des fonctions coût non linéaires. La motivation est l'utilisation des algorithmes pour la séparation aveugle. Spécialement, ils minimisent la fonction coût  $J(W(n))$  qui dénote the Nonlinear PCA (N-PCA)

$$J(W(n)) = E \left\{ \|x(n) - W(n)q(W(n)^H x(n))\|^2 \right\} \quad (4.28)$$

Où la fonction  $q(t)$  habituellement est une fonction impaire telle que  $q(t) = \tanh(t)$ . La fonction calcule la tanh de chaque élément du vecteur argument,  $t$ . La dérivation est formée avec les mêmes étapes que l'algorithme PAST. En premier, l'opérateur de la moyenne est remplacé avec un poids somme exponentiel avec un facteur d'oubli  $\beta$ , donnant

$$J'(W(n)) = \sum_{i=1}^n \beta^{n-1} \|x(n) - W(n)q(W(n)^H x(n))\|^2 \quad (4.29)$$

Alors, on approxime  $W^H(n)x(n)$  par  $W^H(i-1)x(i)$  et on définit  $x'(i) = q(W^H(i-1)x(i))$ . Le résultat est

$$J''(W(n)) = \sum_{i=1}^n \beta^{n-1} \|x(i) - W(n)x'(i)\|^2 \quad (4.30)$$

L'algorithme résultant a exactement la même forme que l'algorithme PAST avec la seule exception que le calcul de  $x'$  nécessite la non linéarité  $q(\cdot)$ . L'algorithme est appelé, PAST non linéaire (NPAST), et est résumé par les équations,

---

for  $n = 1, 2, \dots$

$$x'(n) = q(W^H(n-1)x(n))$$

$$h(n) = P(n-1)x'(n)$$

$$g(n) = h(n) / (\beta + x'(n)^H h(n))$$

$$P(n) = \beta^{-1} \text{tri} \{ P(n-1) - g(n)h(n)^H \}$$

$$e(n) = x(n) - W(n-1)x'(n)$$

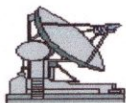
$$W(n) = W(n-1) + e(n)g(n)^H$$

end

---

(4.31-4.36)

La version étendue de PASTD, l'algorithme NPASTD est obtenue à partir de PASTD de la même manière que NPAST à partir de PAST.






---

for  $n = 1, 2, \dots$

$$x_1(n) = x(n)$$

for  $i = 1, 2, \dots, r$

$$x'_i(n) = q(w_i^H(n-1)x_i(n))$$

$$d_i(n) = \beta d_i(n-1) + |x'_i(n)|^2$$

$$e_i(n) = x_i(n) - w_i(n-1)x'_i(n)$$

$$w_i(n) = w_i(n-1) + e_i(n)x_i^*(n) / d_i(n)$$

$$x_{i+1}(n) = x_i(n) - w_i(n)x'_i(n)$$

end

$$W(n) = [w_1(n), \dots, w_r(n)]$$

$$y(n) = W^H(n)x(n)$$

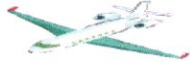
end

---

(4.37-4.44)

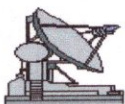
Dans [20] cet algorithme fait référence à l'algorithme « non linéaire des moindres carrés récursif ». Il faut noter que nous ajoutons le calcul du signal de sortie  $y(n)$  (4.44). Quand l'algorithme aura convergé, la sortie contiendra les composantes indépendantes c'est-à-dire, les sources séparées.





## Conclusion

Dans ce chapitre, l'algorithme de poursuite de sous espace d'approximation de projection PAST, et la version de l'algorithme avec déflation (PASTD), proposés par YANG dans [17], ont été décrits. Les extensions pour des fonctions couts non linéaires proposées par P.Pajunen and J.Karhunen dans [19], Non linéaire PAST (N-PAST) et Non linéaire PASTD (N-PASTD), ont été aussi présentés et décrits. Dans le chapitre qui suit, ces algorithmes d'estimation récursive de la matrice de covariance, seront utilisés pour l'estimation des valeurs propres les plus dominants, servant comme entrée aux méthodes hautes résolution pour l'estimation des DOAs, en une dimension et deux dimensions, et avec différentes géométries de réseaux d'antennes.





# Chapitre 5



*Simulations des méthodes et  
interprétations des résultats*





## Chapitre 5

# Simulations des Méthodes et Interprétations des Résultats

### 5.1. Introduction

Dans ce chapitre, plusieurs cas de simulations ont été testées, basées sur la théorie décrite dans les chapitres précédents pour la poursuite de cibles par les algorithmes PAST et PASTD et leurs versions non linéaires. L'analyse est basée aussi sur la nature de la trajectoire des différentes cibles. Ainsi, on a supposé un mouvement lent, rapide et très rapide, ceci afin de tester la robustesse des algorithmes de poursuite. Différentes méthodes haute résolution sont appliquées pour l'estimation de la DOA, ces méthodes sont basées sur la décomposition en sous espaces telles que MUSIC, MIN NORM, ESPRIT, TLS\_ESPRIT.

Ces algorithmes d'estimation récursive de la matrice de covariance suivies des méthodes HR pour l'estimation de la DOA, seront appliquées pour différents type de réseaux, notamment en 1D comme le cas d'un 'ULA' réseau linéaire uniforme, et en 2D comme le cas d'un 'UCA' réseau circulaire uniforme et un réseau en forme de L.

### 5.2 L'objet de la simulation

La simulation telle qu'elle est définie généralement est un outil de prédiction permettant d'étudier et d'analyser le comportement des systèmes complexes afin de prendre des décisions de façon plus objective et scientifique. En simulation, le système est modélisé par un ensemble de structures de données interconnectées et un ensemble de procédures qui opèrent sur ces structures définissant ainsi la dynamique du système.

L'évolution des performances du système est prise d'après son quantitatif c'est-à-dire, lié à démontrer les propriétés du comportement du système, ainsi que sa compréhension à partir de son aspect fonctionnel.



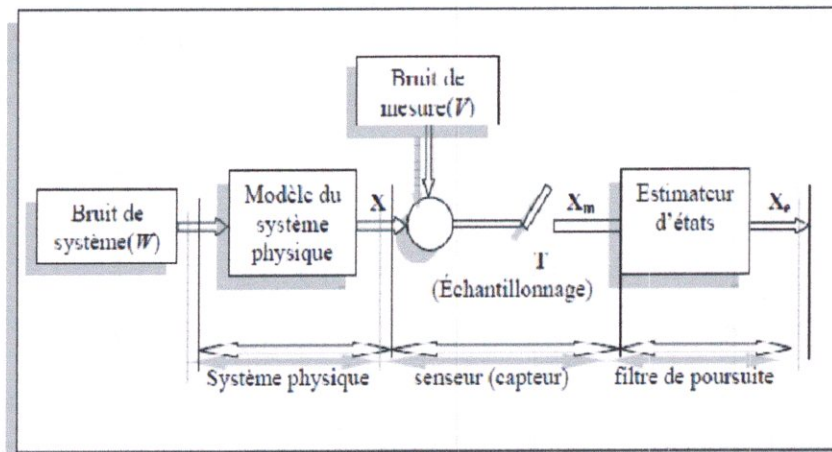


Figure 5.1. Schéma du principe de la modélisation

### 5.3 Structure du programme principal

Cette partie présente de différentes combinaisons entre algorithmes de poursuite consacrés à l'estimation de la matrice de covariance, les algorithmes d'estimation de la DOA et la configuration du réseau. Il faut noter que la distance inter éléments est  $d=\lambda/2$ , et que le nombre d'antennes est  $N=5$  et  $N=8$ .

On commencera par présenter la structure du programme principal puis, on développera ses éléments constitutants.

Les différentes phases pour la poursuite selon la combinaison choisie,

- Écriture de la trajectoire de la DOA selon un mouvement lent, rapide ou très rapide avec valeurs initiales.
- Déclaration du sous espace signal et sous espace bruit ainsi que le vecteur de directivité.
  - Selon l'algorithme d'estimation de la DOA, le système peut être augmenté comme dans le cas de TLS esprit.
  - Selon la configuration du réseau l'écriture du vecteur de directivité change d'une dimension à une autre ou d'une configuration à une autre.
- Procédure PAST, NPAST, PASTD ou NPASTD
- Prendre les  $r$  valeurs propres, ou comme on les appelle, les  $r$  composantes principales estimées de la matrice de covariance, les méthodes HR pourront







alors entreprendre l'estimation de la DOA, en 1D ou 2D selon le type de réseau utilisé.

- Enfin le calcul du biais et de la variance, interviennent pour mieux analyser la poursuite selon le nombre d'échantillon et cela pour un certain nombre de simulation T donné. Le biais est donné par,

$$E[\hat{\theta} - \theta] = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (\hat{\theta}_i - \theta_i)$$

Où  $\hat{\theta}$  est l'angle estimé d'arrivée,  $\theta$  est la vraie valeur de cet angle,  $E(\hat{\theta})$  est la valeur moyenne des estimations et T est le nombre de simulation.





## Exemples

### Algorithme PAST

Déclaration de la DOA

Déclaration du signal = sous espace signal + sous espace bruit

Vecteur de directivité

for  $n = 1, 2, \dots$

$$x'(n) = W^H(n-1)x_{1D,2D}(n)$$

$$h(n) = P(n-1)x'(n)$$

$$g(n) = h(n) / (\beta + x'(n)^H h(n))$$

$$P(n) = \beta^{-1} \text{tri} \left\{ P(n-1) - g(n)h(n)^H \right\}$$

$$e(n) = x(n) - W(n-1)x'(n)$$

$$W(n) = W(n-1) + e(n)g(n)^H$$

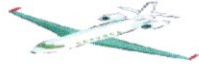
### Estimation des DOAs par MUSIC

1. Utiliser les K vecteurs propres à partir du sous espace signal estimé  
 $V = [W_1, W_2, \dots, W_K]$
2. Les grandes valeurs propres correspondent aux signaux et les petites valeurs propres correspondent aux bruits.
3. Calcul de la puissance des pics

$$P_{Music}(\omega) = \frac{1}{a(\omega)V V^H a(\omega)^H}$$

4. Extraire les DOAs de chaque cible à partir des puissances maximales des pics
5. Calcul du biais





## Algorithme NPASTD

```

for n = 1, 2, ...
    x1(n) = x(n)
    for i = 1, 2, ..., K
        x'i(n) = q(wHi(n-1)xi(n))
        di(n) = β di(n-1) + |x'i(n)|2
        ei(n) = xi(n) - wi(n-1)x'i(n)
        wi(n) = wi(n-1) + ei(n)x*i(n) / di(n)
        xi+1(n) = xi(n) - wi(n)x'i(n)
    end
    W(n) = [w1(n), ..., wK(n)]
    y(n) = WH(n)x(n)
end

```

## Estimation des DOAs par TLS-ESPRIT

1. Utiliser les K vecteurs propres à partir du sous espace signal estimé i.e.  $E_s = W(n)$
2. Décomposer  $E_s$  en  $\hat{E}_{s1}$  et  $\hat{E}_{s2}$  en utilisant

$$\hat{E}_{s1} = \begin{bmatrix} \tilde{J} & 0_{m \times K} \end{bmatrix} E_s$$

$$\hat{E}_{s2} = \begin{bmatrix} 0_{m \times K} & \tilde{J} \end{bmatrix} E_s$$

3. Calculer la décomposition en valeurs propres

$$\Omega = \begin{bmatrix} \hat{E}_{s1}^H \\ \hat{E}_{s2}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{E}_{s1} & \hat{E}_{s2} \end{bmatrix}$$

Ou

$$\Omega = X \Lambda X^H$$

4. Partitionner X en K x K sous matrices

$$X \equiv \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{bmatrix}$$

5. Estimer les directions d'arrivées à partir des valeurs propres de

$$\Psi = (-E_{11}E_{22}^{-1})$$

6. Calcul du biais





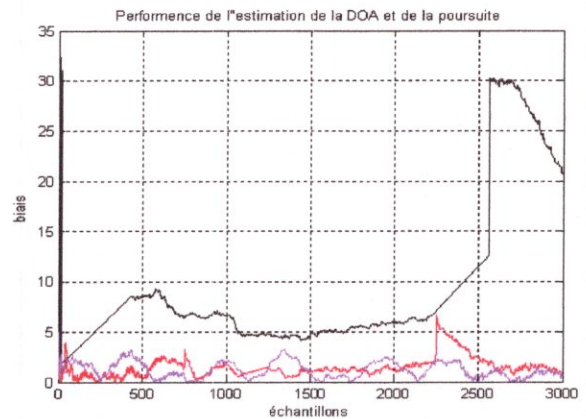
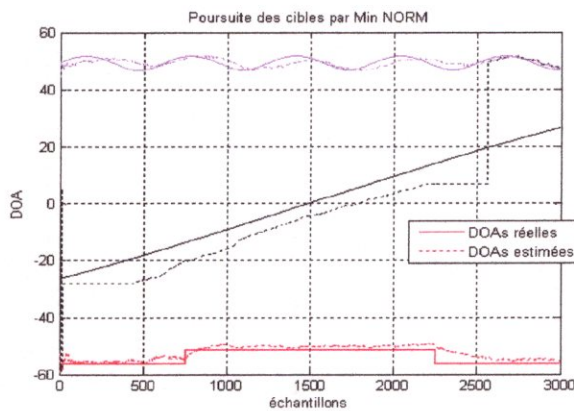
## 5.4. Réseau linéaire pour la poursuite

### 5.4.1 L'algorithme PAST avec réseau linéaire

Les figures ci-dessous représentent les DOAs de trois cibles variables en fonction du temps en fonction (30s échantillonné en 3000 échantillons) pour un nombre d'antennes  $N=5$  et  $N=8$  en utilisant l'algorithme de poursuite PAST avec les quatre algorithmes d'estimation du sous espace signal : Min NORM, MUSIC, ESPRIT et TLS-ESPRIT.

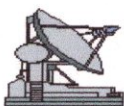
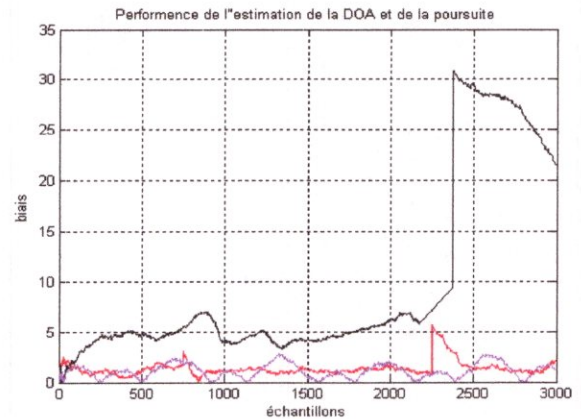
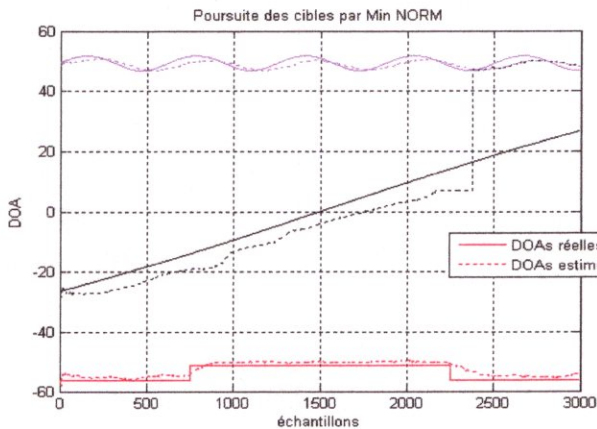
#### a. Min NORM

Nombres d'antennes  $N=5$



Mouvement rapide - Mouvement assez lent - Mouvement très rapide

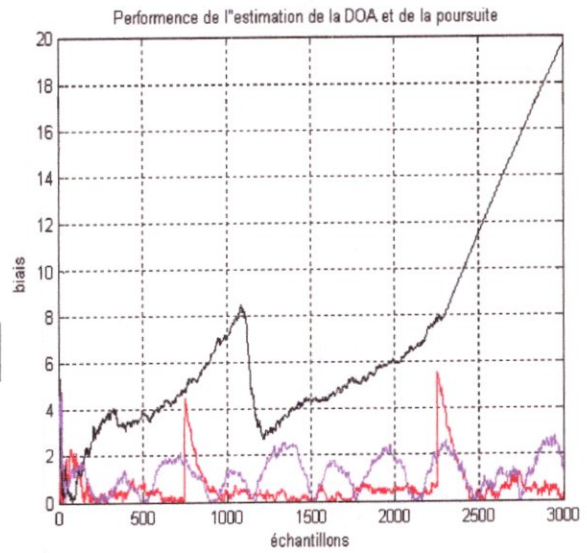
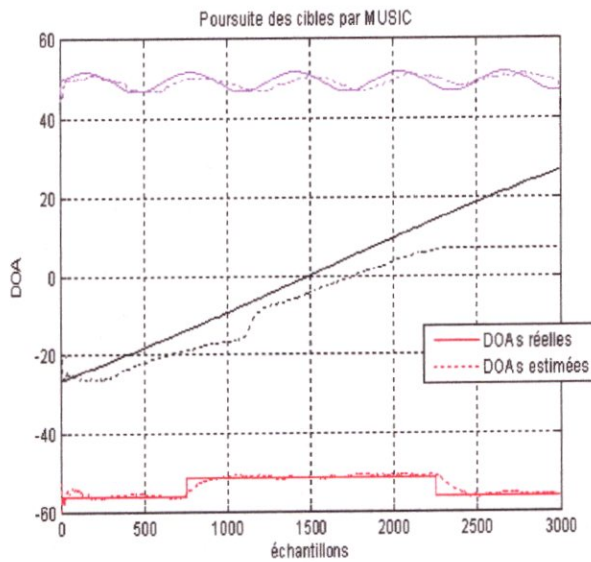
Nombres d'antennes  $N=8$





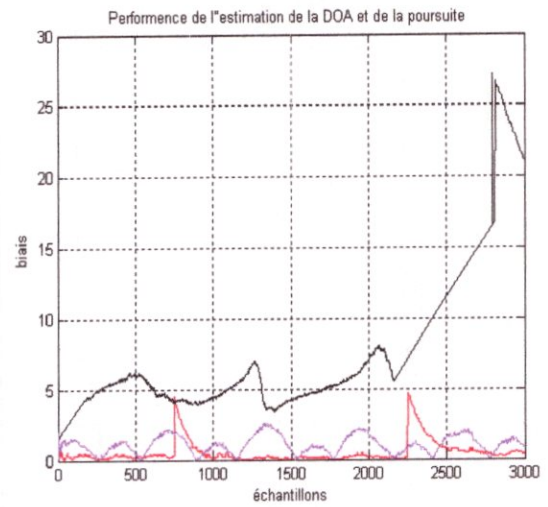
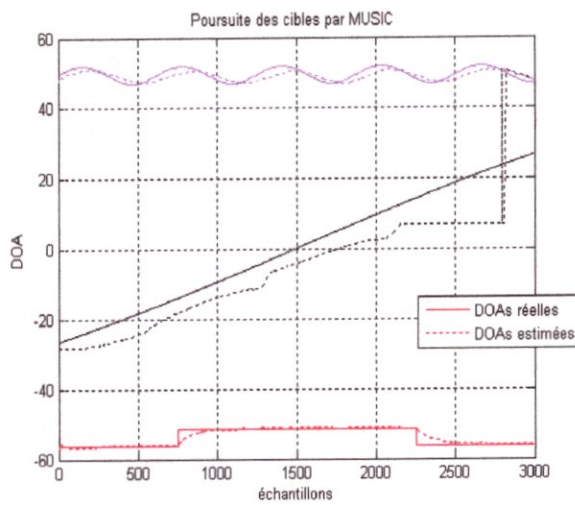
**b. MUSIC**

Nombres d'antennes  $N=5$



Mouvement rapide - Mouvement assez lent - Mouvement très rapide

Nombres d'antennes  $N=8$



**Interprétation des algorithmes Min Norm et MUSIC**

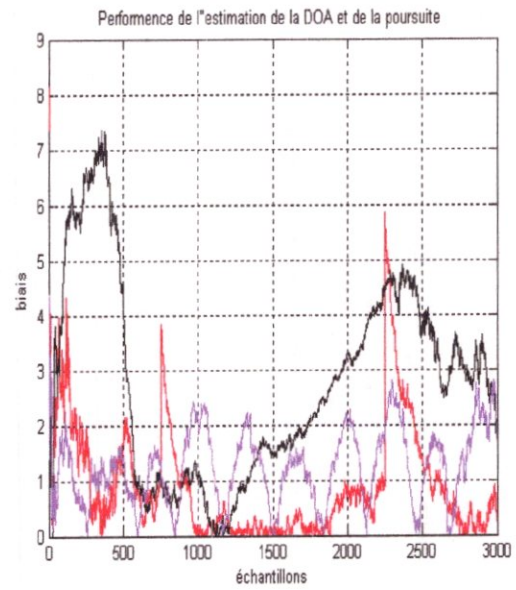
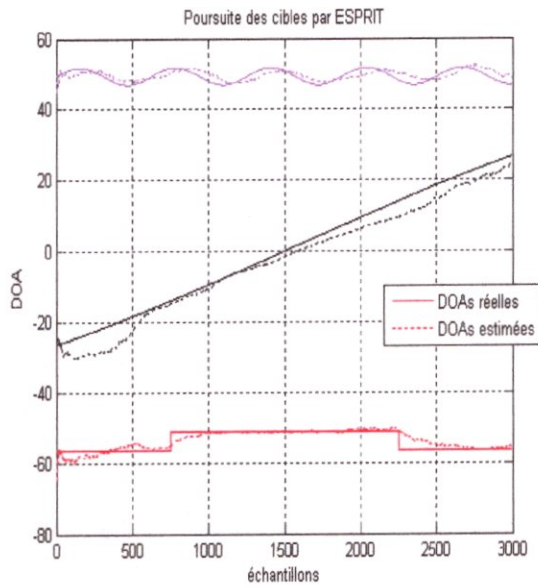
Les figures ci-dessus, montrent qu'on a une bonne poursuite des méthodes Min NORM et MUSIC, notamment lors de l'augmentation du nombre d'antenne de 5 à 8 dans le réseau, pour des mouvements rapides en terme de biais. Le cas du mouvement lent pose un problème dû au rapprochement des cibles.





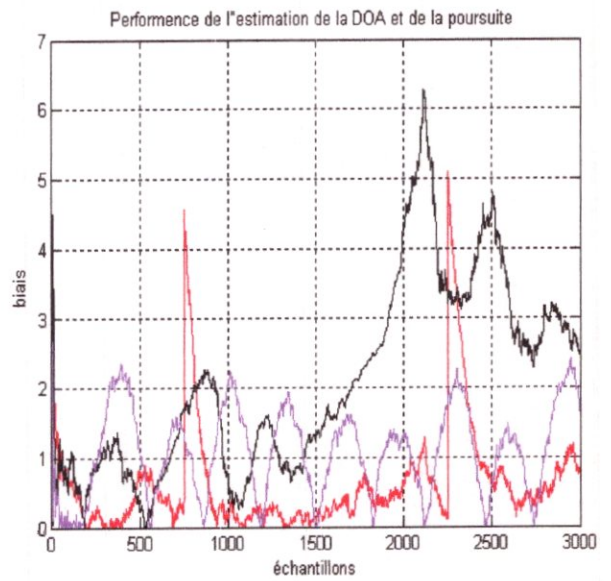
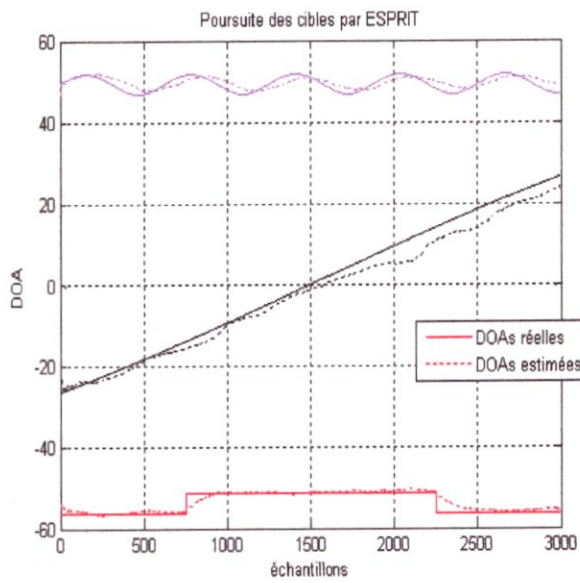
c. ESPRIT

Nombres d'antennes N=5



Mouvement rapide - Mouvement assez lent - Mouvement très rapide

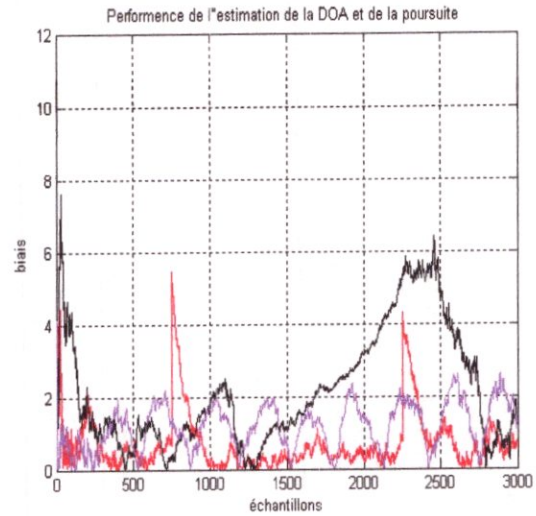
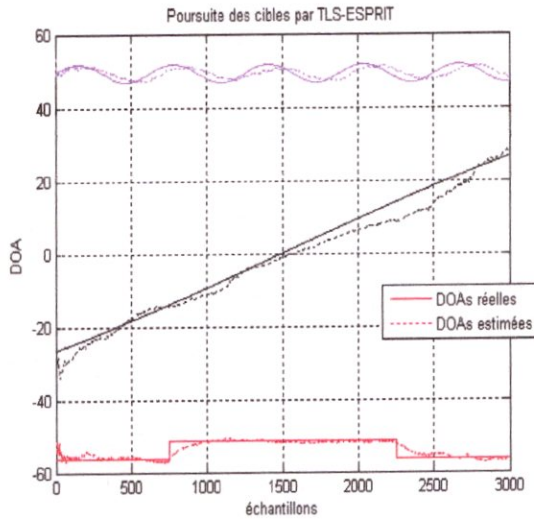
Nombres d'antennes N=8





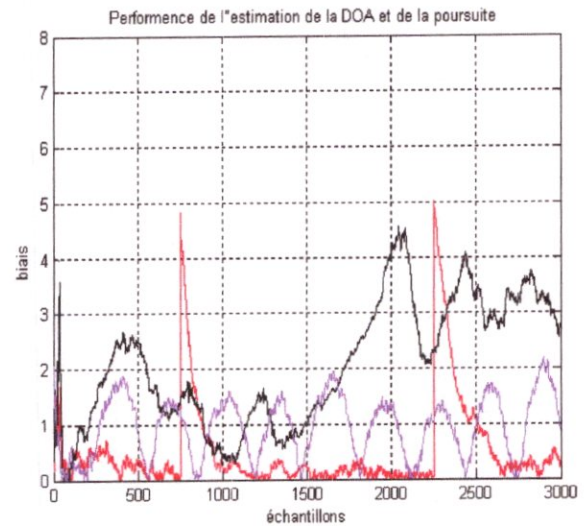
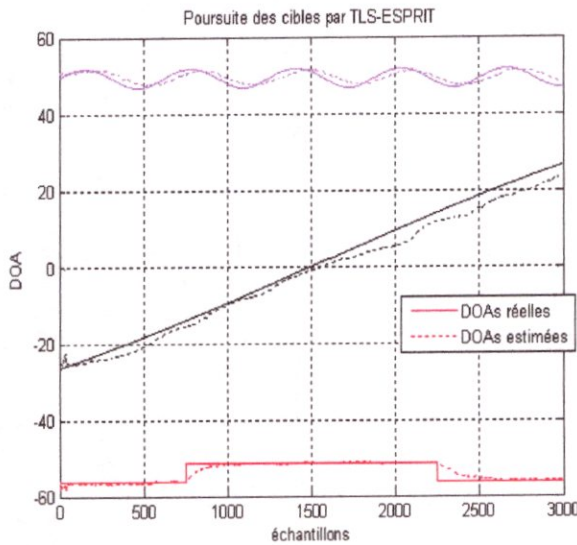
d. TLS-ESPRIT

Nombres d'antennes N=5



Mouvement rapide - Mouvement assez lent - Mouvement très rapide

Nombres d'antennes N=8



Interprétation ESPRIT et TLS-ESPRIT

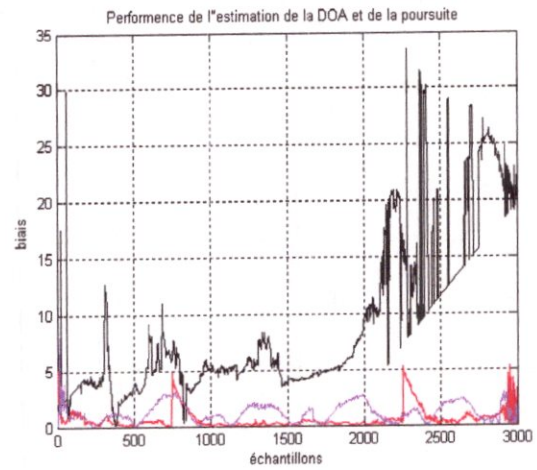
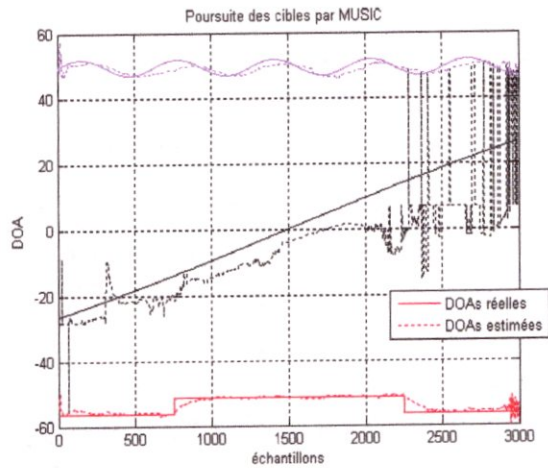
Dans ce cas la poursuite est nettement améliorée, comparée à Min NORM et MUSIC. L'augmentation du réseau diminue le biais, ceci est bien vu dans le cas de la méthode TLS-ESPRIT, et ceci pour les trois types de cibles en même temps. Cela conduit à dire que pour un réseau linéaire, les algorithmes ESPRIT et TLS-ESPRIT sont plus robuste que Min NORM et MUSIC quand ils sont associés avec PAST, et ceci quelque soit la nature du mouvement.





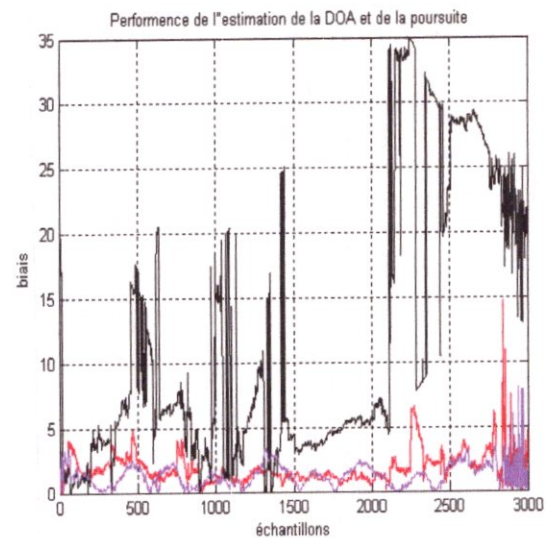
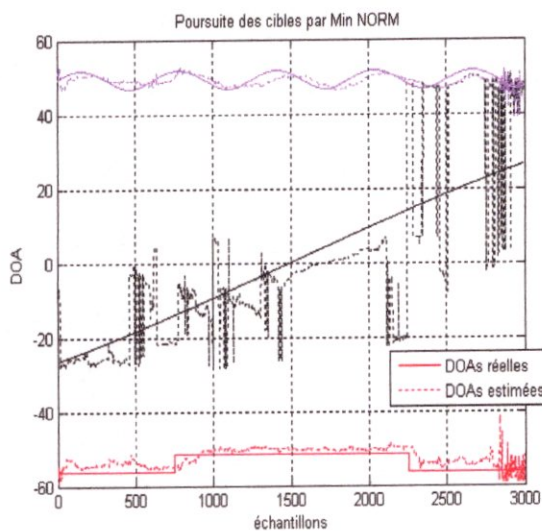
### 5.4.2 L'algorithme NPAST réseau linéaire

#### a. MUSIC



Mouvement rapide - Mouvement assez lent - Mouvement très rapide

#### b. Min Norm



#### Interprétation Min Norm et MUSIC

Ces simulations montrent que l'algorithme NPAST présente une bonne poursuite pour des cibles rapide, le problème se pose toujours pour une cible au milieu, le terme de non linéarité introduit quelques oscillations. L'algorithme MUSIC est relativement plus stable en termes de biais que Min Norm.

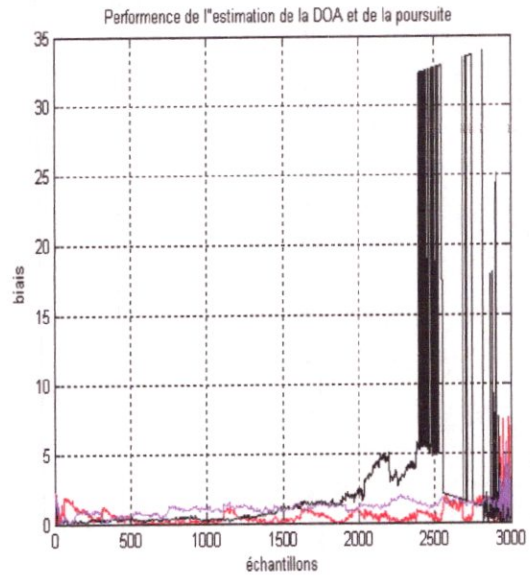
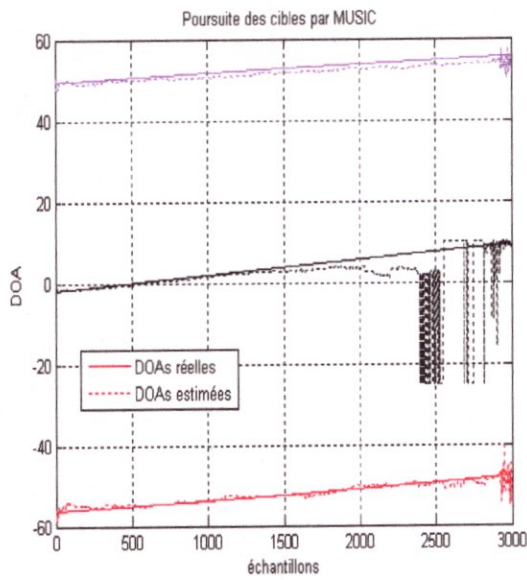
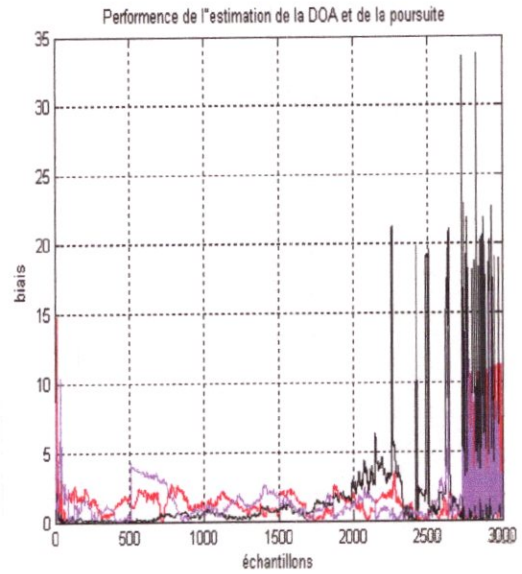
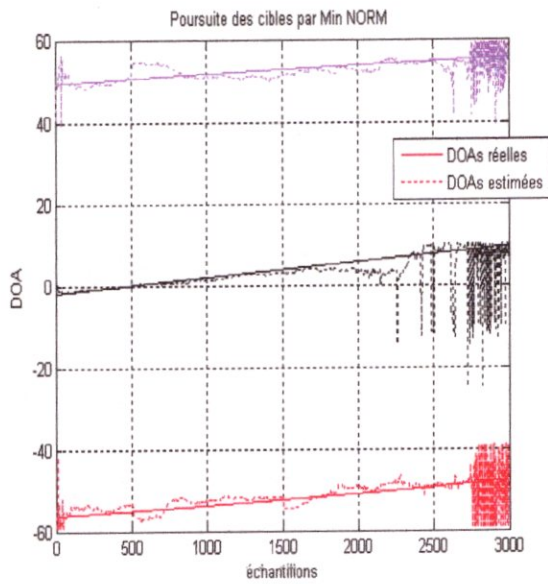






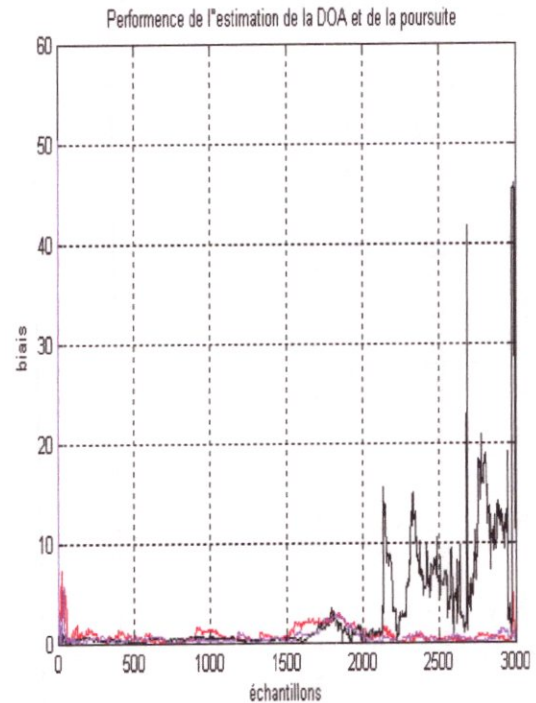
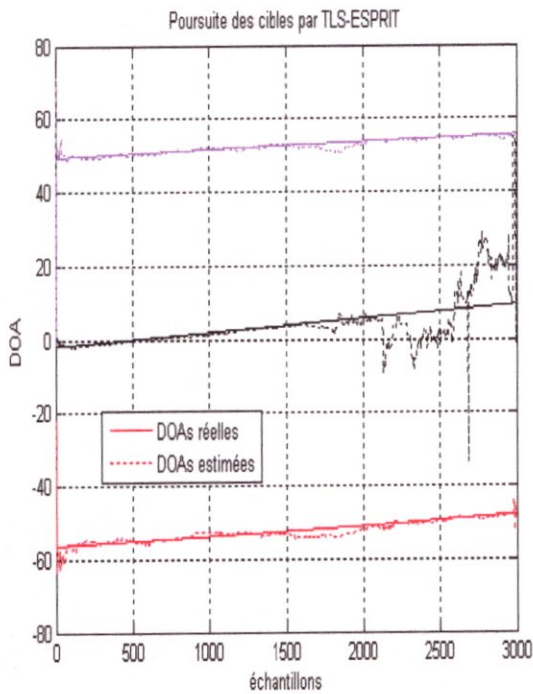
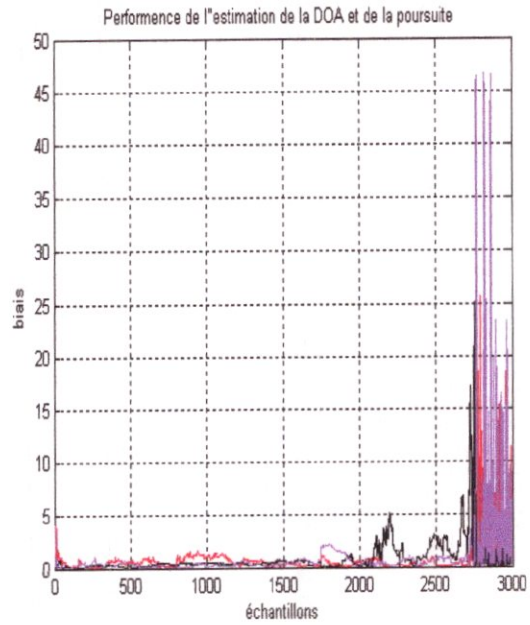
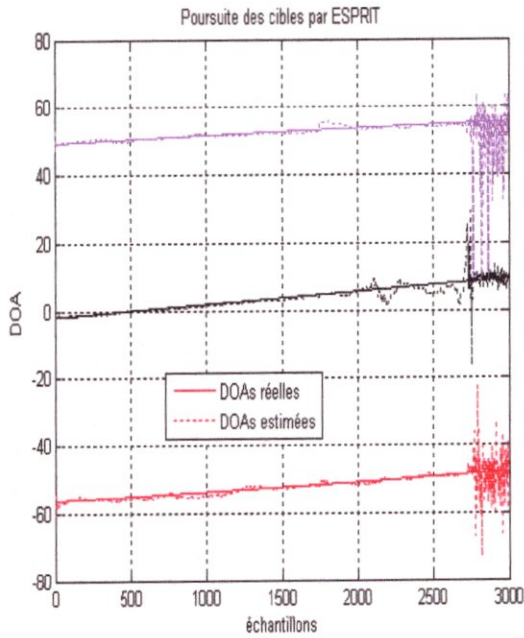
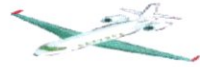
Autres simulations pour NPAST

C'est le cas où la nature du signal émis par chaque une des trois cibles est rectiligne, de même nature



Les trois mouvements sont assez lents





Les trois mouvements sont assez lents

### Interprétation Min Norm, MUSIC, ESPRIT et TLS-ESPRIT

Pour les quatre simulations, TLS ESPRIT présente une meilleure stabilité, la poursuite dans ce cas est nettement améliorée par rapport aux trois autres algorithmes et le biais est très réduit. La cible au milieu due aux interférences que posent les autres cibles présente quelques pics. TLS ESPRIT assure une meilleure convergence.

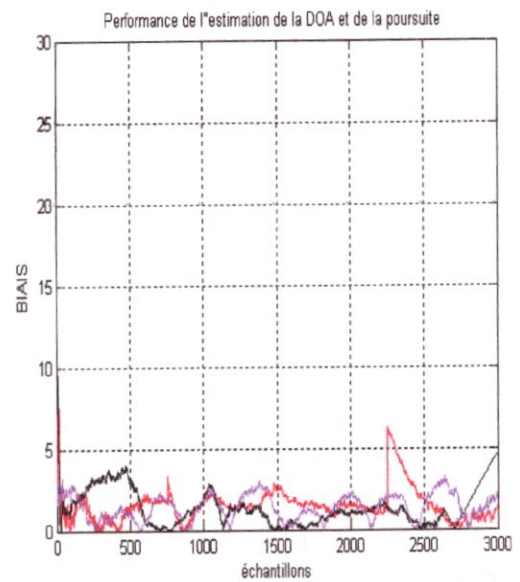
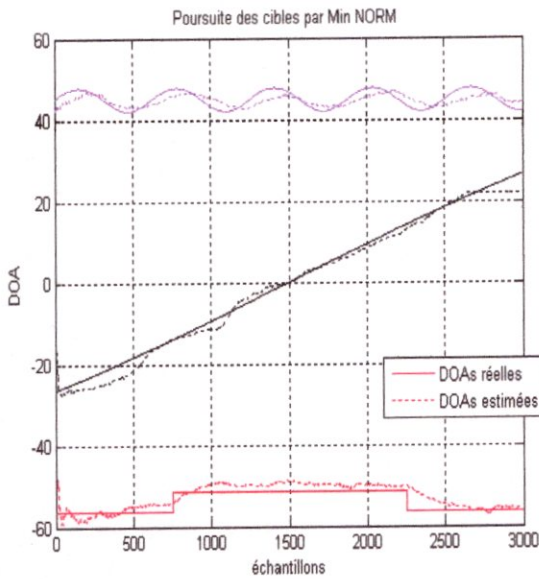




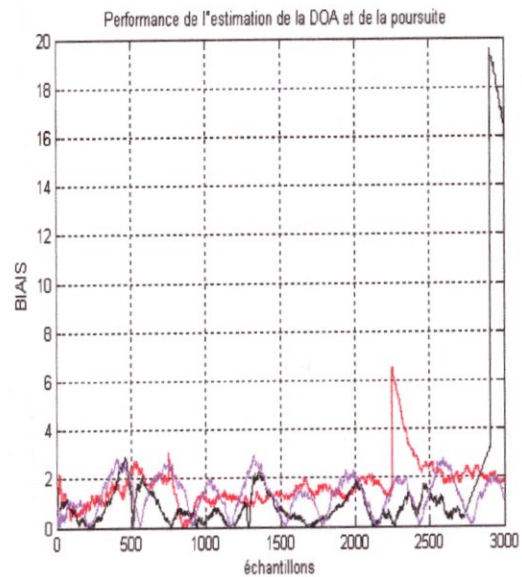
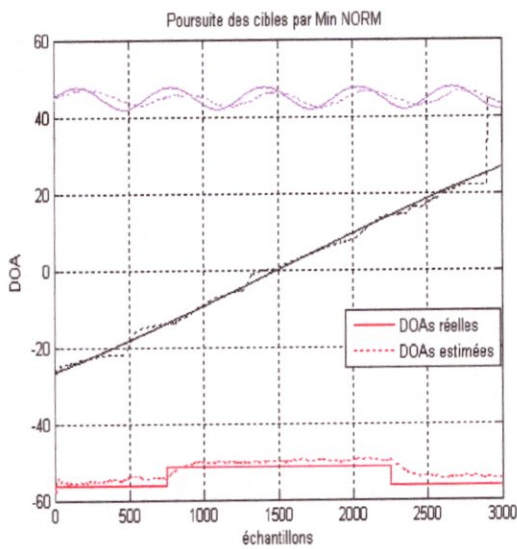
### 5.4.3 L'algorithme PASTD réseau linéaire

#### a. Min Norm

Nombres d'antennes  $N=5$



Nombres d'antennes  $N=8$



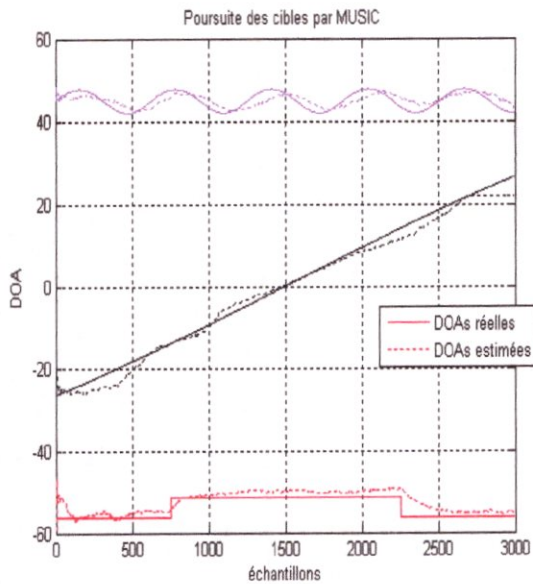
Mouvement rapide - Mouvement assez lent - Mouvement très rapide



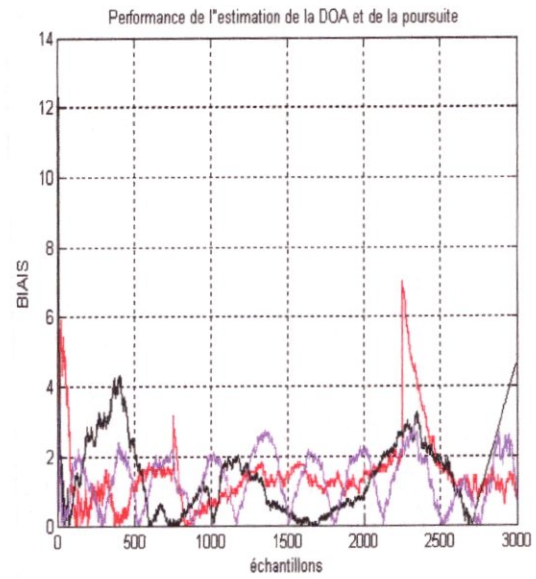


b. MUSIC

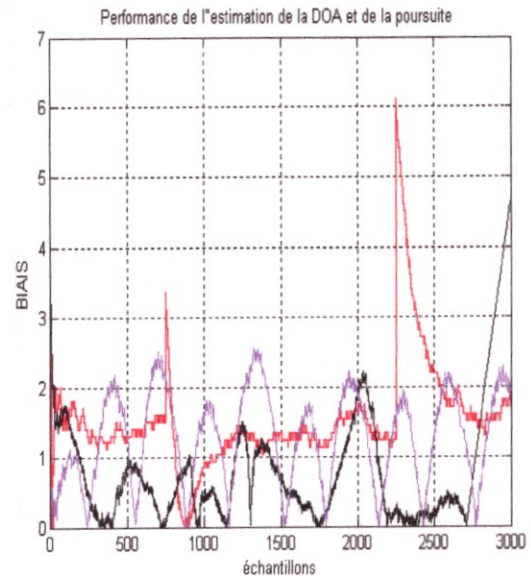
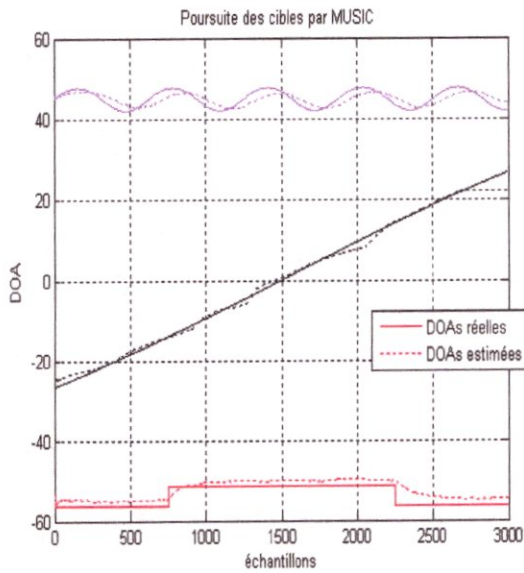
Nombres d'antennes N=5



Mouvement rapide - Mouvement assez lent - Mouvement très rapide



Nombres d'antennes N=8



Interprétation Min Norm et MUSIC

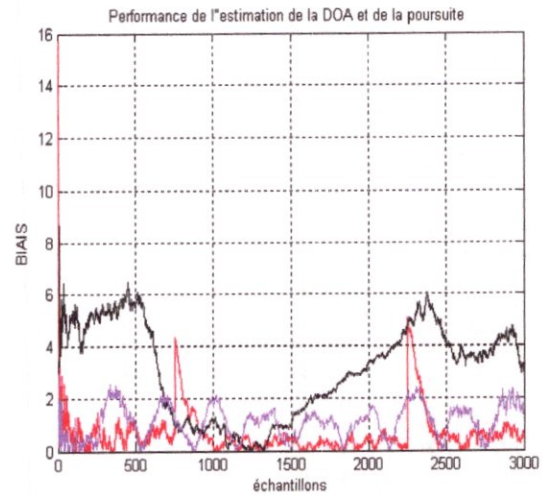
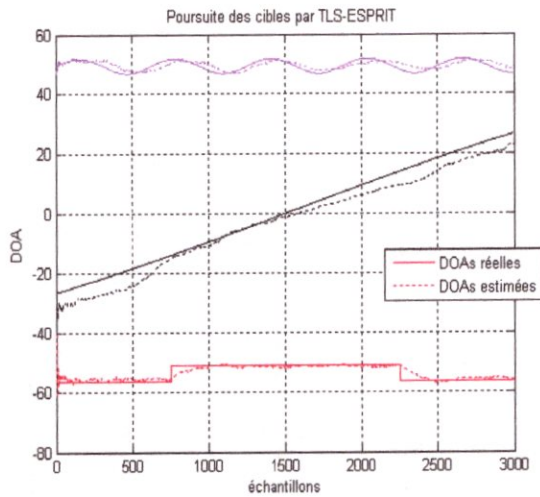
Avec PASTD, Min NORM et MUSIC donnent des résultats plus satisfaisants comparés à PAST surtout lors de l'augmentation du nombre d'antenne du réseau. La convergence est rapide, il y a présence de pics lors du changement brusque du mouvement notamment dans le signal carré. Le biais devient plus faible pour un nombre d'antenne plus important.





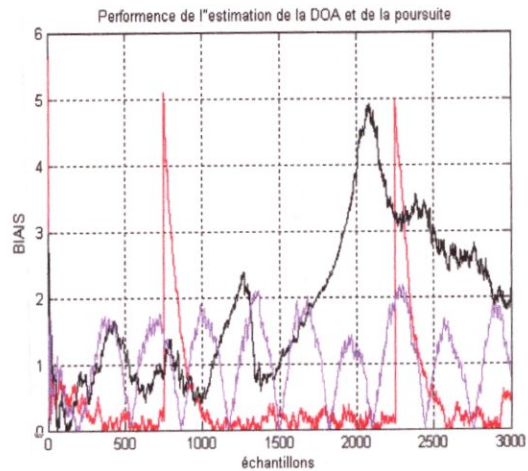
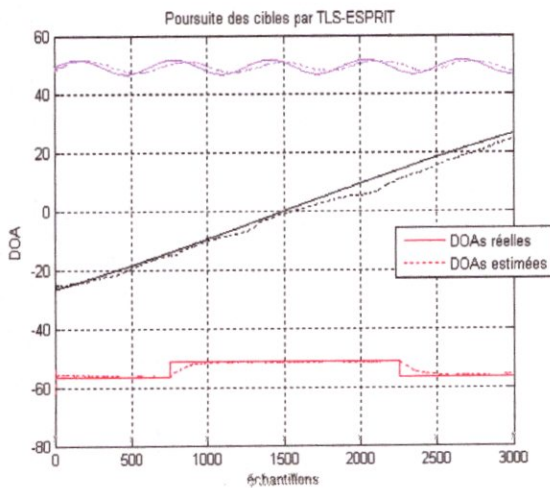
d. TLS-ESPRIT PASTD

Nombres d'antennes  $N=5$



Mouvement rapide - Mouvement assez lent - Mouvement très rapide

Nombres d'antennes  $N=8$



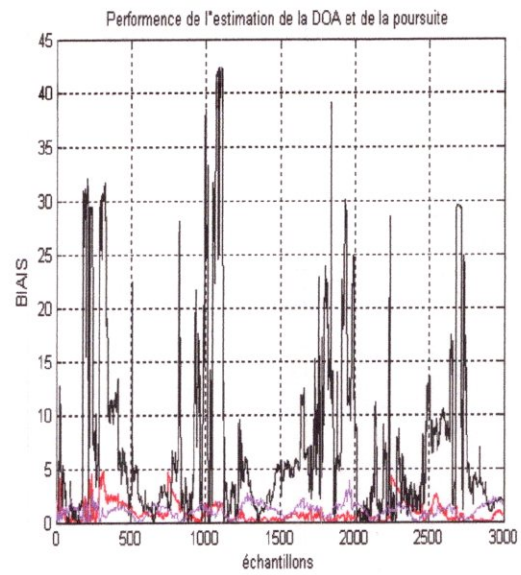
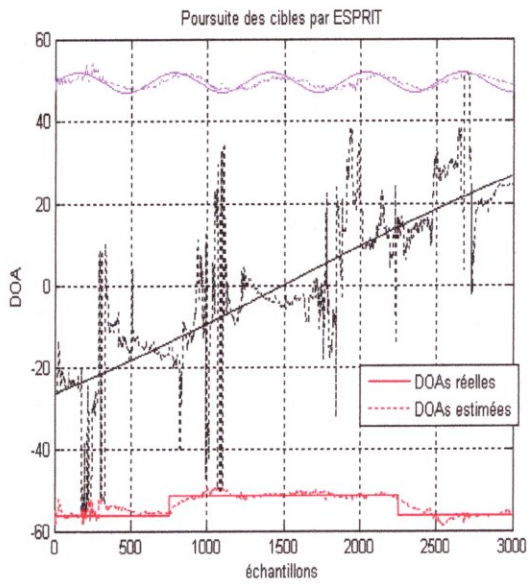
Interprétation ESPRIT et TLS-ESPRIT

L'algorithme PASTD présente de meilleures performances de poursuite, la convergence est plus rapide avec TLS-ESPRIT, présentant une meilleure stabilité et un plus faible biais. TLS-ESPRIT donne une très bonne qualité de poursuite quand le réseau d'antenne devient plus large surtout pour les cas où les mouvements des cibles deviennent rapides et brusque .



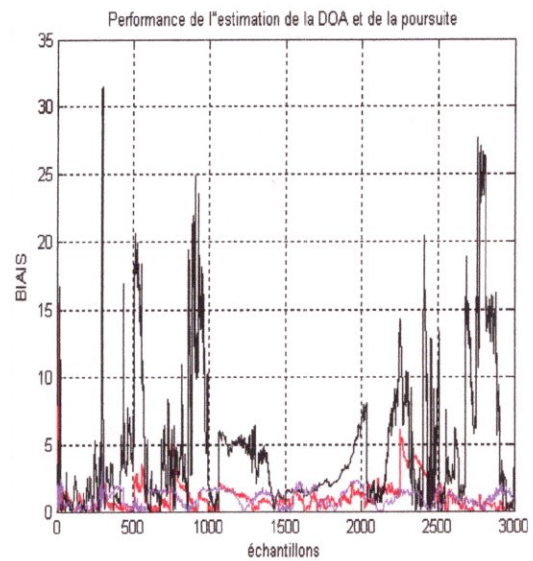
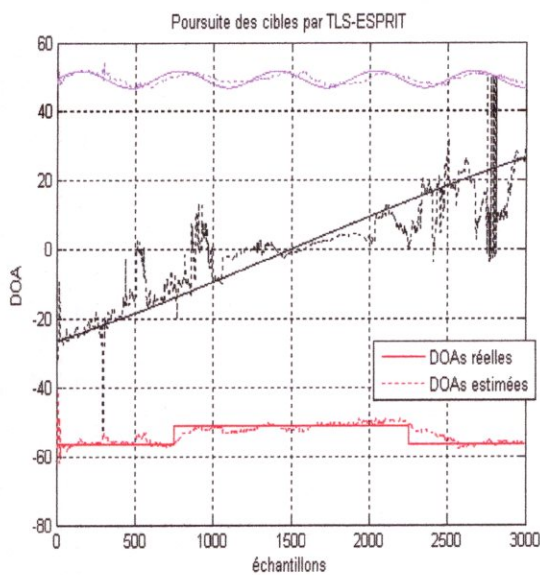


c. ESPRIT



Mouvement rapide - Mouvement assez lent - Mouvement très rapide

d. TLS-ESPRIT



Interprétation ESPRIT et TLS-ESPRIT

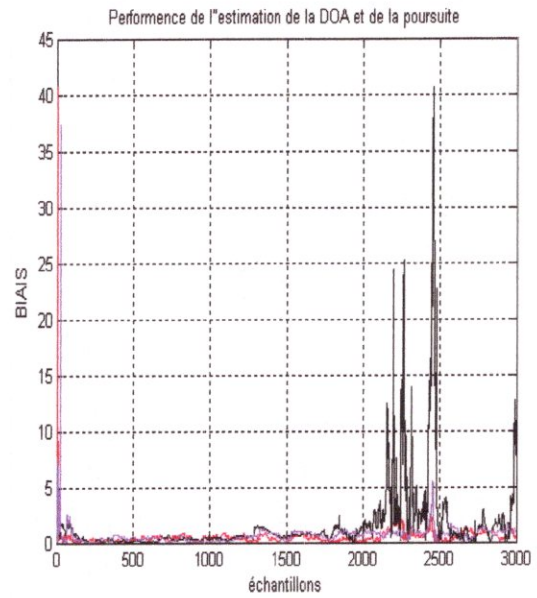
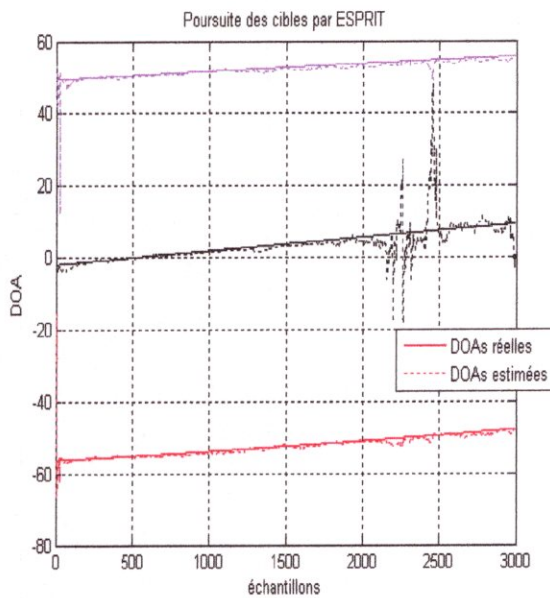
Avec NPASTD l'algorithme TLS -ESPRIT présente une convergence plus rapide et un biais plus faible, notamment pour les cibles extrêmes, alors que celle du milieu, elle présente toujours des oscillations plus ou moins importante.



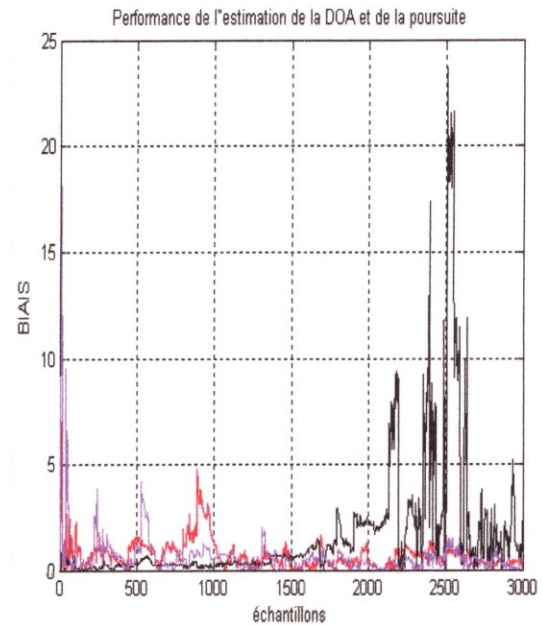
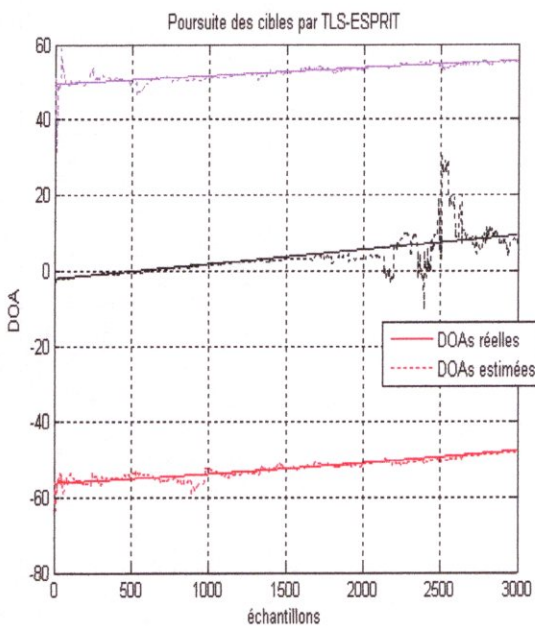


e. NPASTD ESPRIT et TLS-ESPRIT

Cas où la nature du signal émis par chacune des trois cibles est réctiligne



Les trois mouvements sont assez lents



Interprétation ESPRIT et TLS-ESPRIT

Ces simulations montrent que NPASTD réussit à donner de bon résultat quand il est associé à ESPRIT et TLS-ESPRIT quand la nature du signal émis par les cibles est la même. Le biais est diminué dans le dernier cas. TLS ESPRIT présente une convergence très rapide.





### 5.5. Réseau circulaire

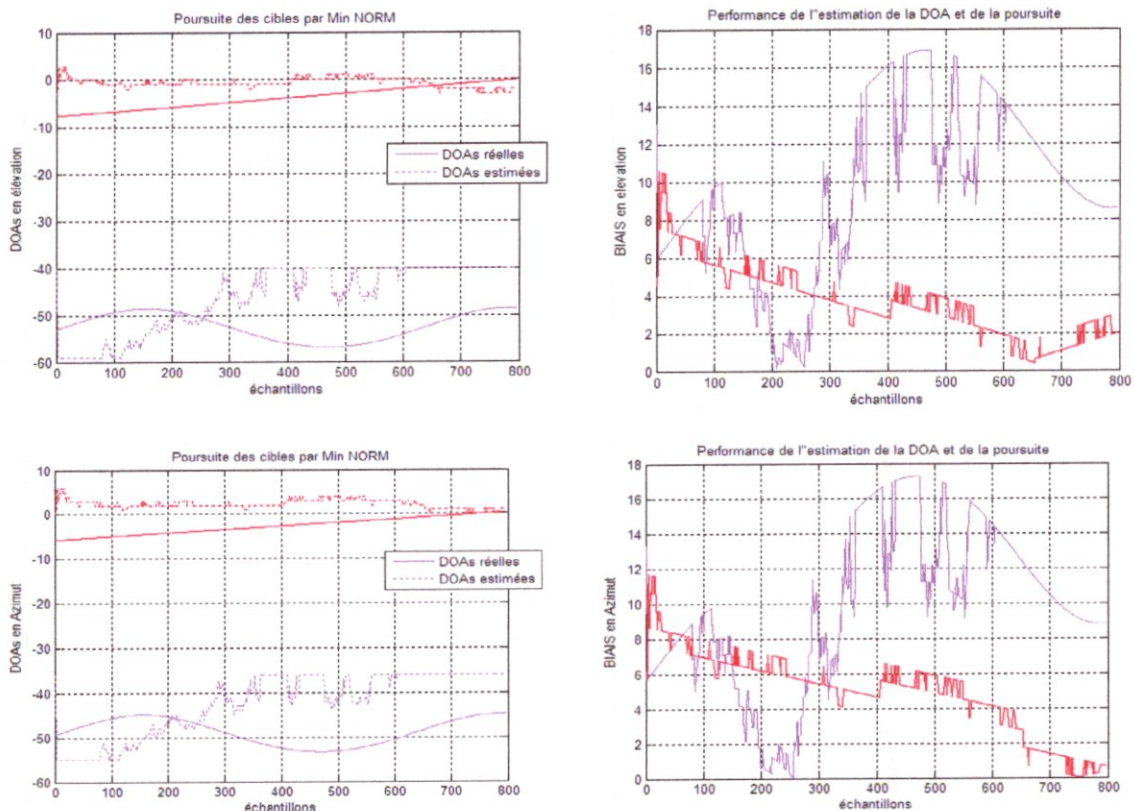
Dans cette dernière partie, des simulations sont proposées pour analyser la robustesse des algorithmes de poursuite PAST et PASTD, et d'estimation Min Norm et MUSIC de différentes situations, notamment pour des mouvement non stationnaires, assez lent rapide puis rapide à changement brusque, et ceci en deux dimensions. Le réseau considéré est circulaire, uniforme de 8 antennes et de rayon R, avec un espace d de  $\lambda/2$  entre les éléments.

Considérons, pour chaque simulation, deux sources telles que le premier cas de figure représente une source à mouvement rectiligne uniforme, alors que le second cas est un mouvement rapide.

#### 5.5.1. L'algorithme PAST réseau circulaire

Les figures ci-dessous représentent les DOAs de chaque cible en fonction des échantillons (8s échantillonné en 800 échantillons) pour un nombre d'antennes N=8 en utilisant l'algorithme de poursuite PAST avec deux algorithmes d'estimation du sous espace signal : Min NORM et MUSIC.

##### a. Min NORM



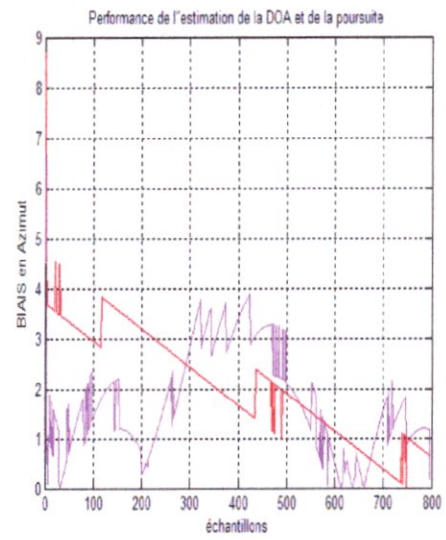
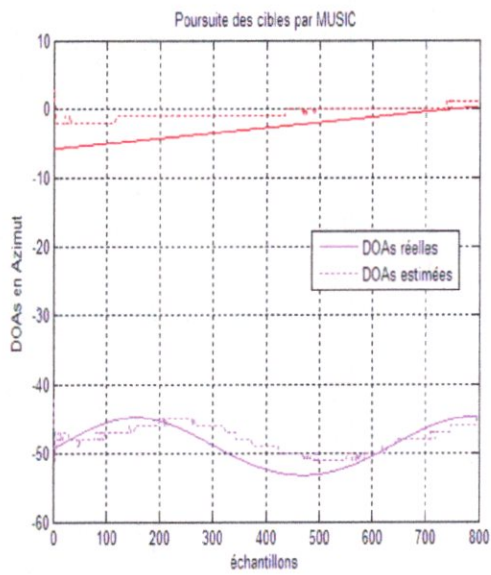
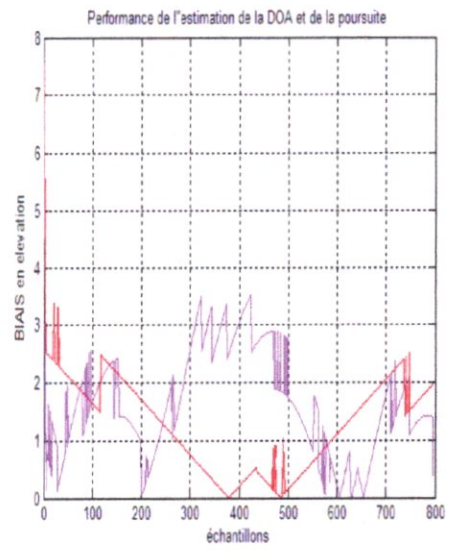
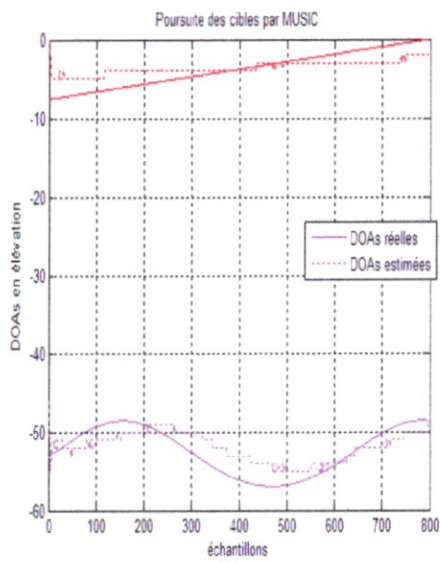
Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires





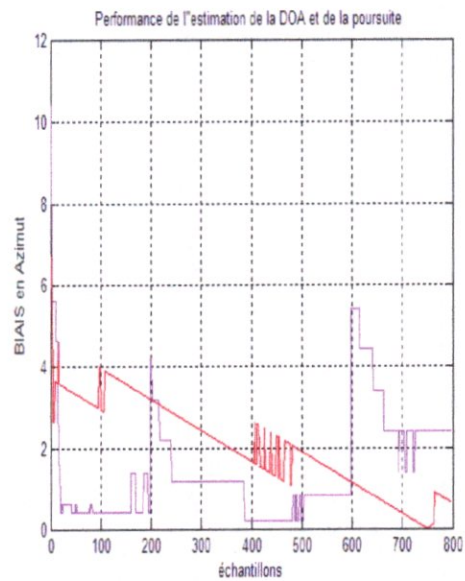
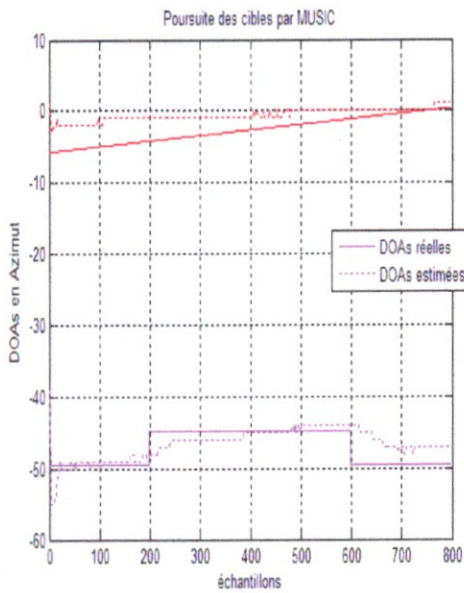
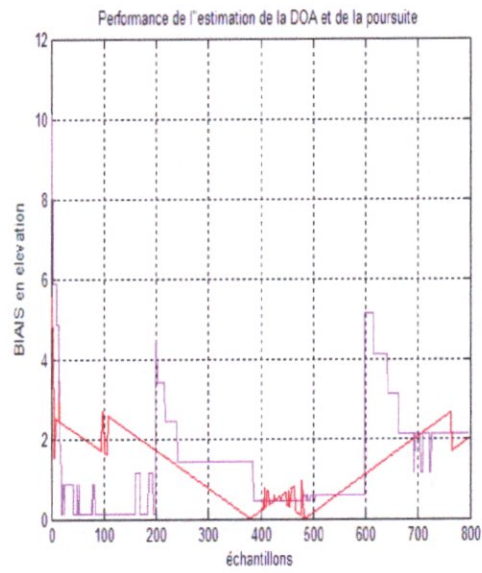
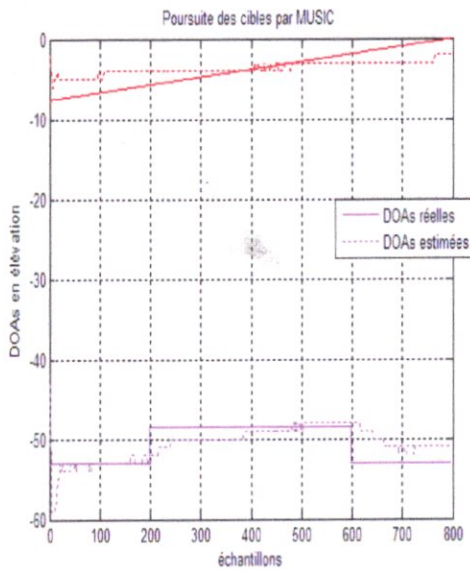


b. MUSIC



Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires





Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires

### Interprétation de l'algorithme PAST avec Music

Contrairement à Min NORM, MUSIC donne un résultat satisfaisant pour les trois types de mouvement des cibles en élévation et en azimut. La poursuite est plus rapide par rapport à Min Norm avec un biais plus faible.

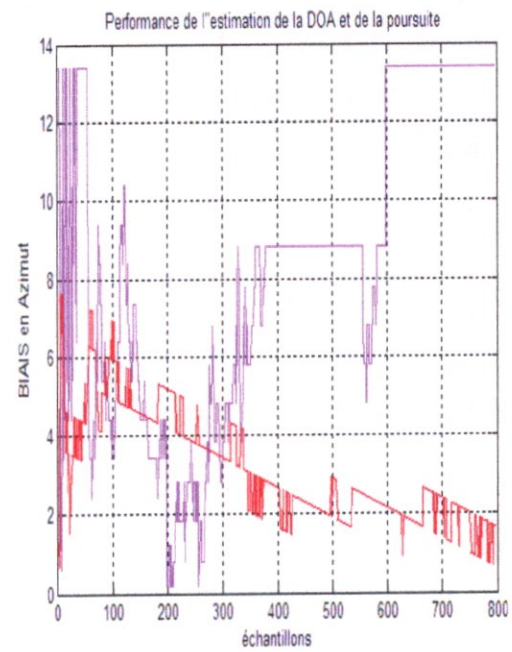
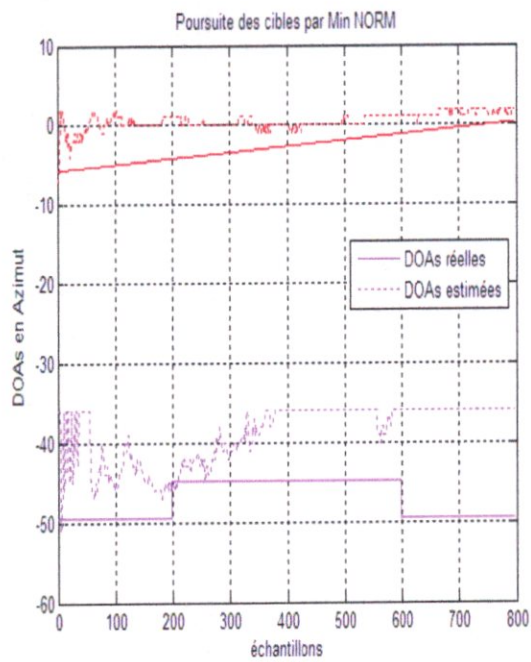
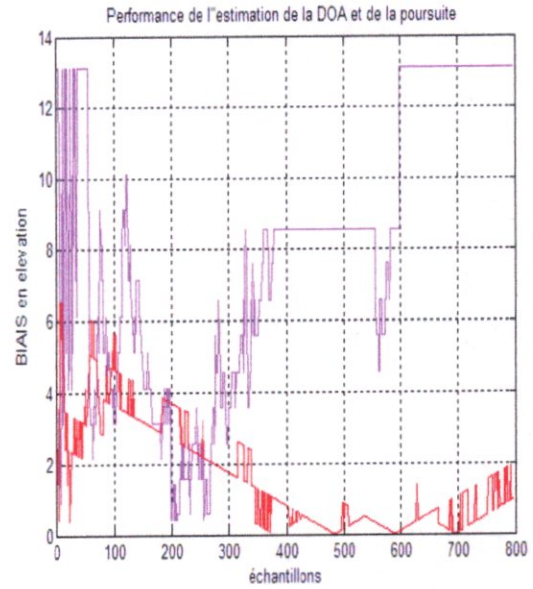
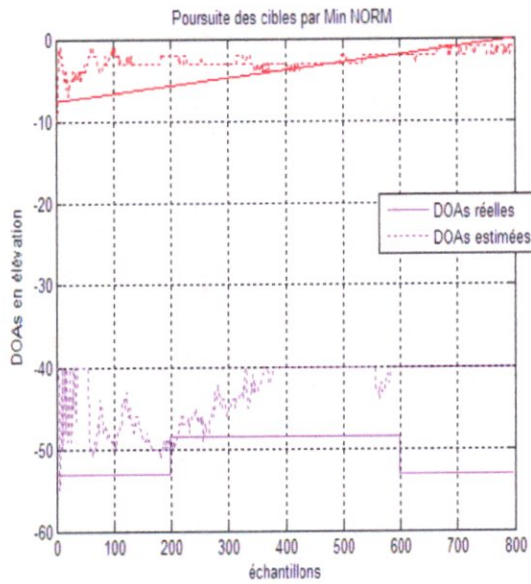




### 5.5.2. L'algorithme NPAST réseau circulaire

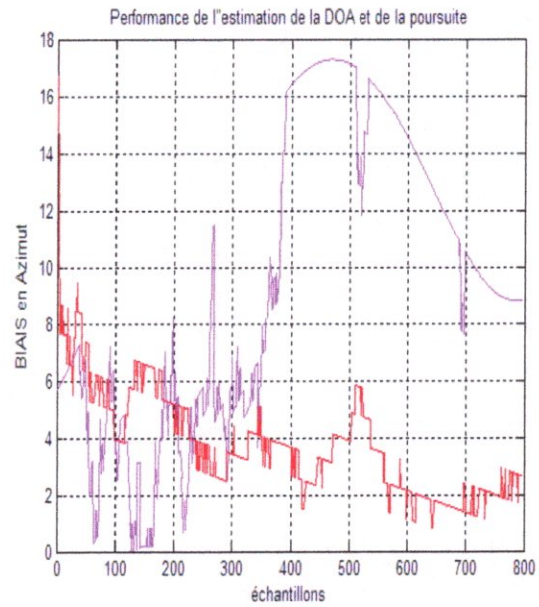
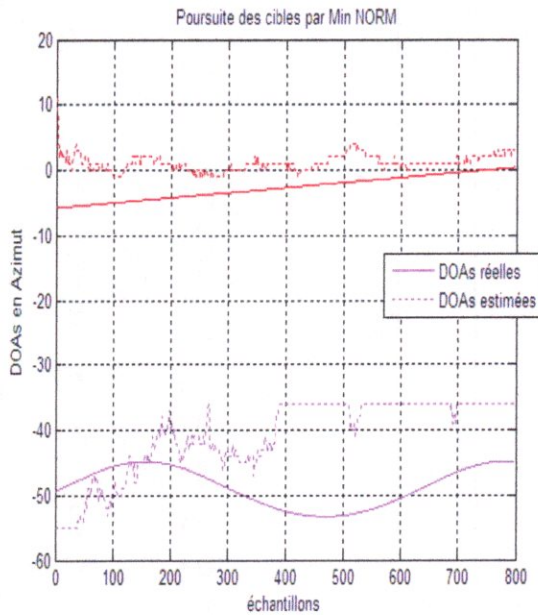
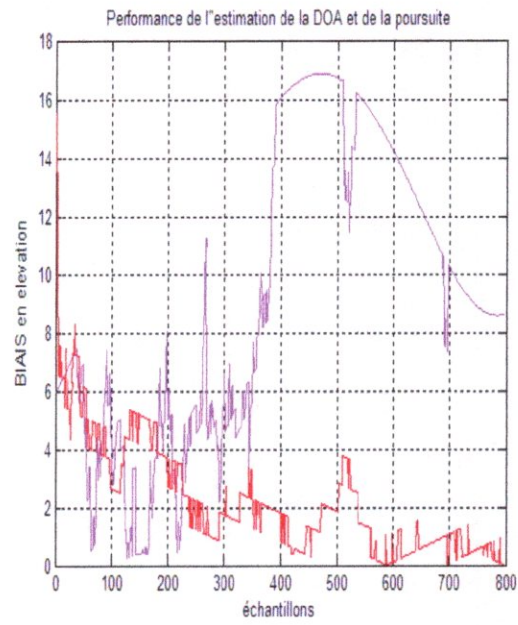
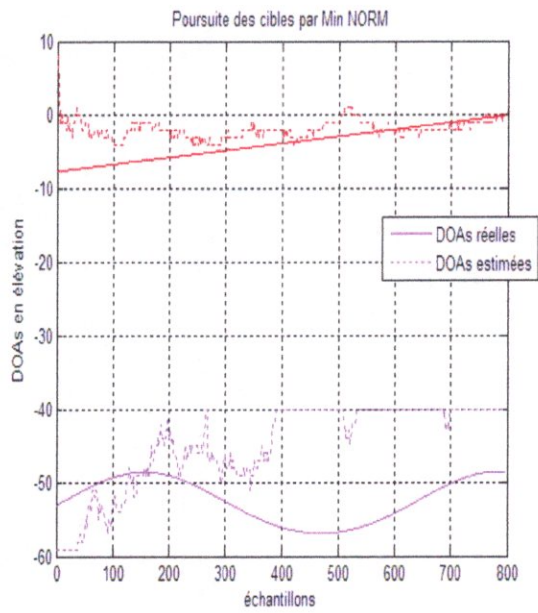
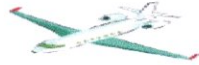
Après avoir testé la performance de l'algorithme PAST, on testera dans ce qui suit, la performance de l'algorithme de poursuite NPAST pour un nombre d'antennes  $N=8$  avec deux algorithmes d'estimation du sous espace signal. Min NORM et MUSIC.

#### a. Min NORM



Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires



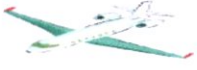
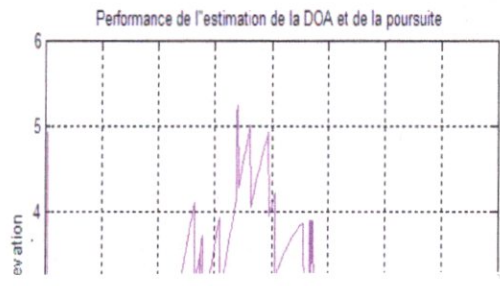
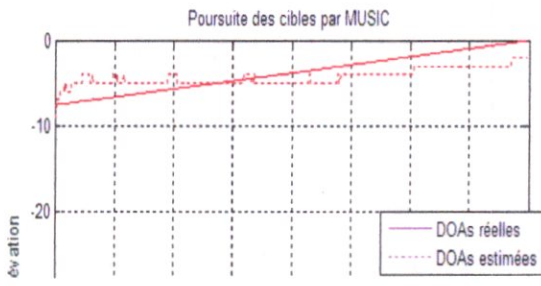
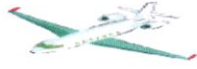


Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élevation selon différentes trajectoires

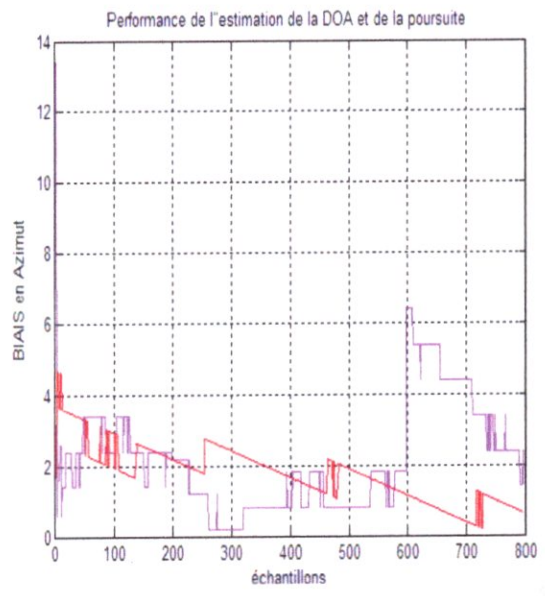
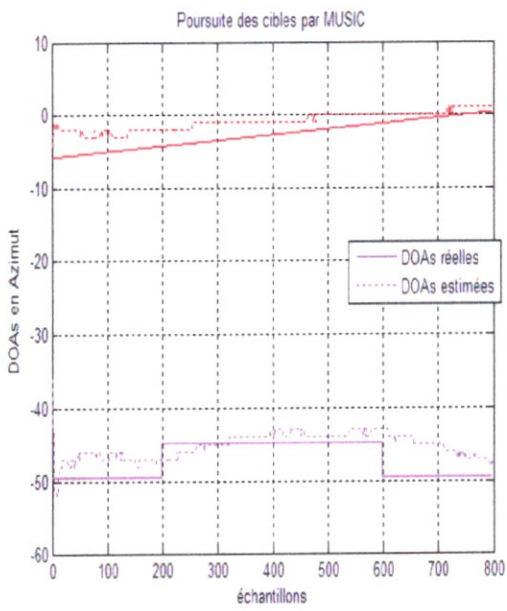
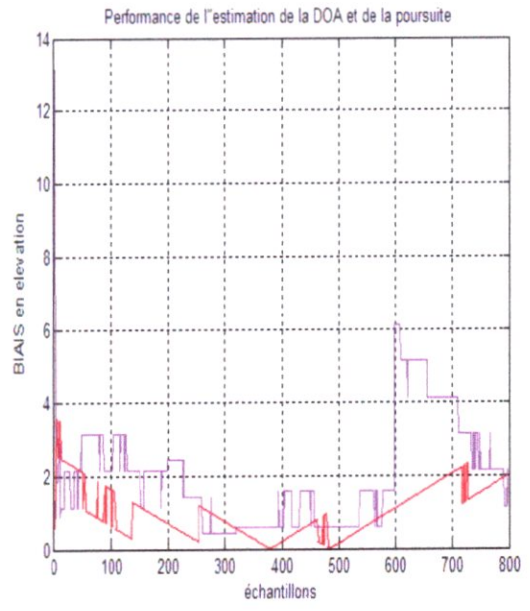
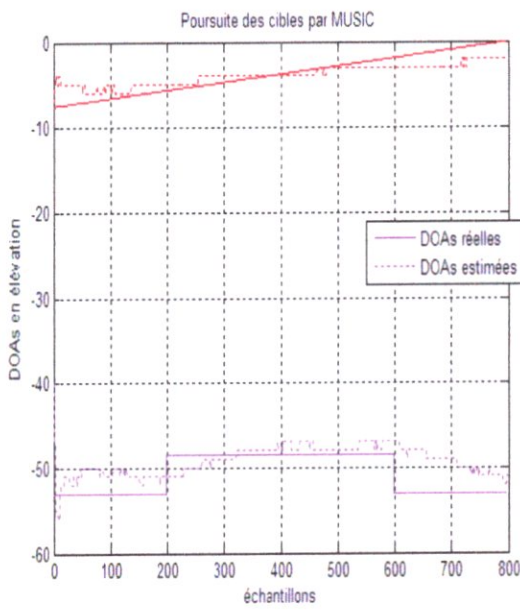
### Interprétation de NPAST avec Min Norm

Comme pour le cas de l'algorithme PAST basé sur Min NORM, dans NPAST aussi Min Norm ne réussit pas à donner un bon résultat d'estimation de DOAs non stationnaires. La poursuite n'est pas maintenue.



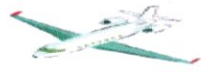


b. MUSIC



Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires

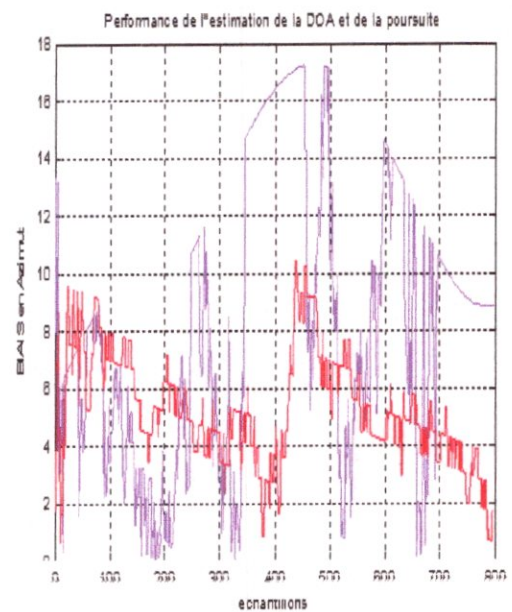
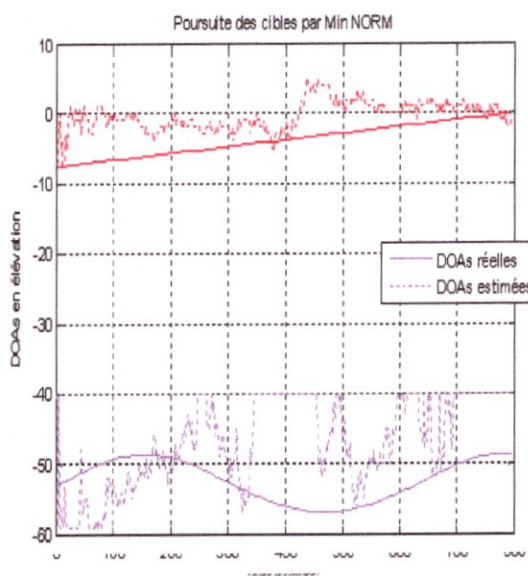
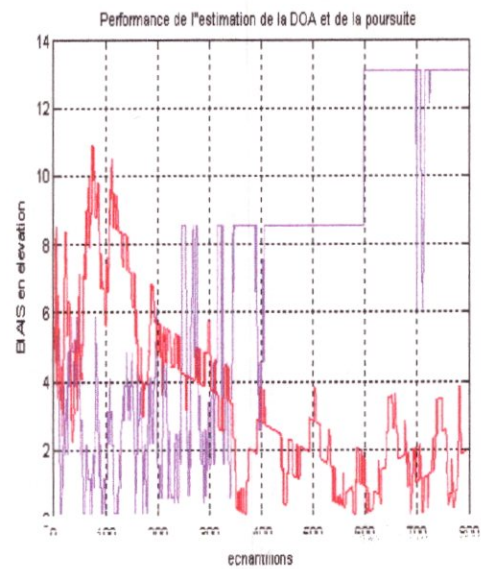
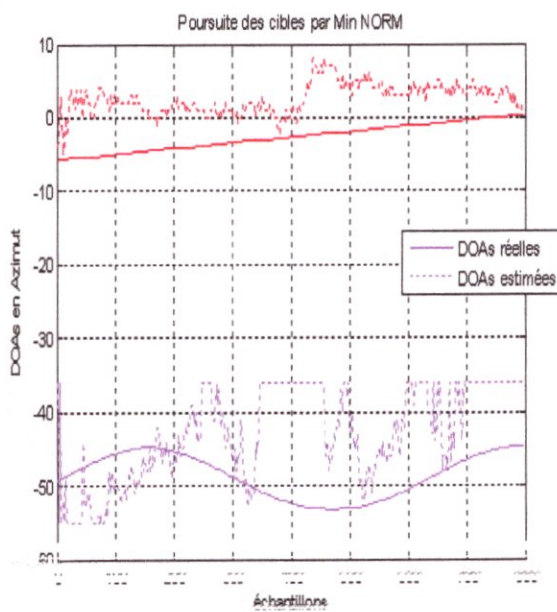




### 5.5.3. L'algorithme PASTD réseau circulaire

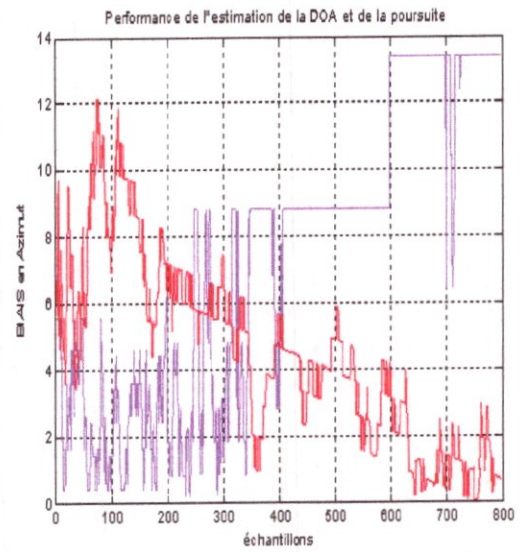
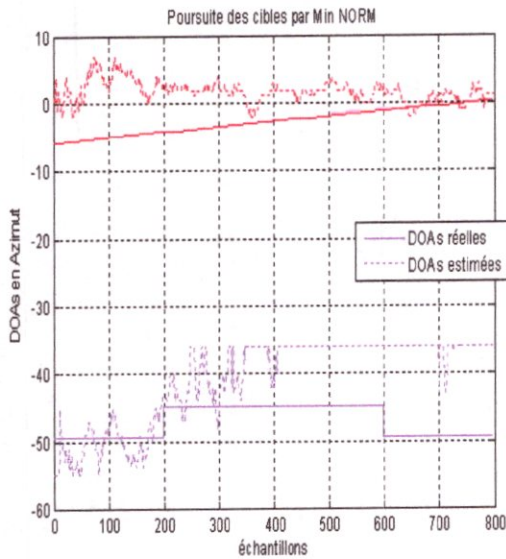
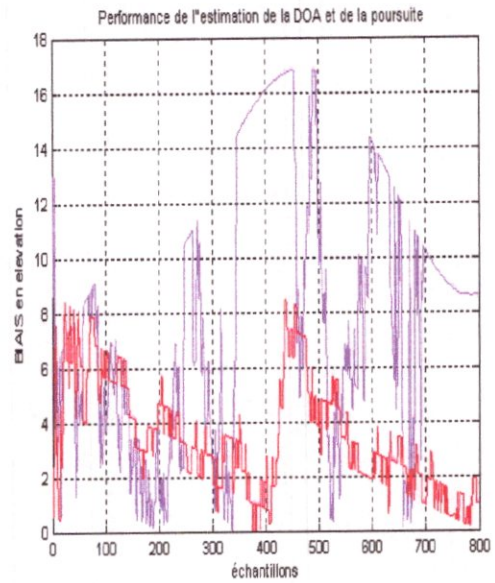
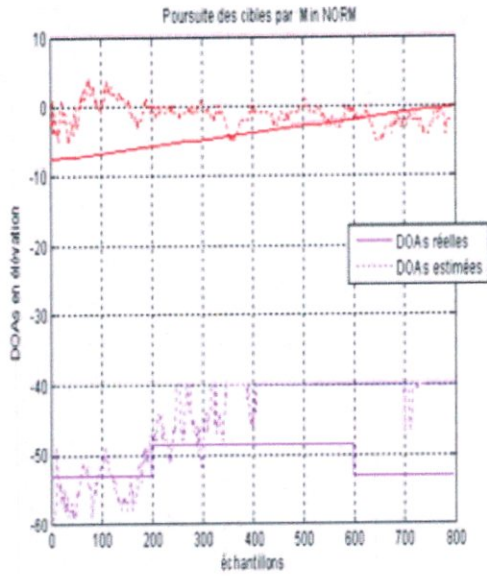
Les figures ci-dessous représentant les DOAs de chaque cible en fonction des échantillons (8s échantillonné en 800 échantillons) pour un nombre d'antennes  $N=8$  en utilisant l'algorithme de poursuite PASTD avec deux algorithmes d'estimation du sous-espace signal : Min NORM et MUSIC.

#### a. Min NORM



Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires

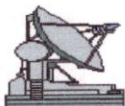




Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires

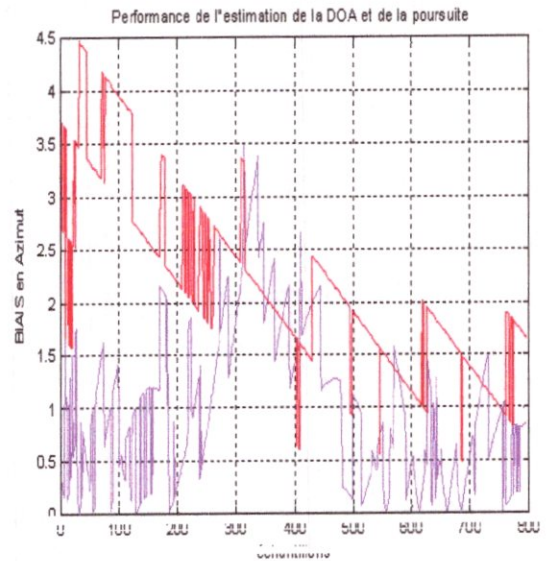
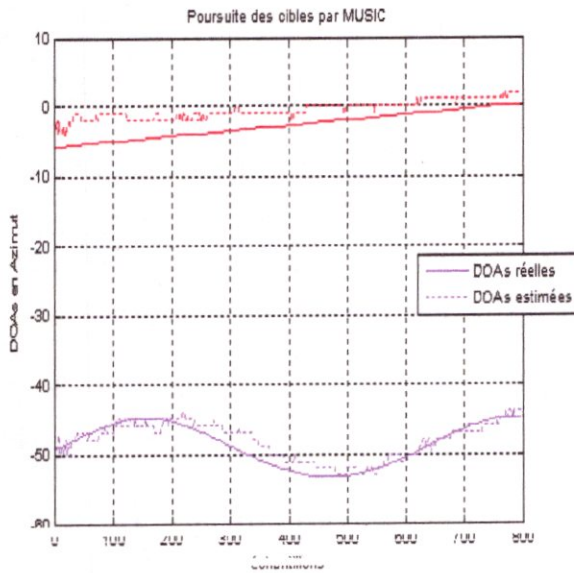
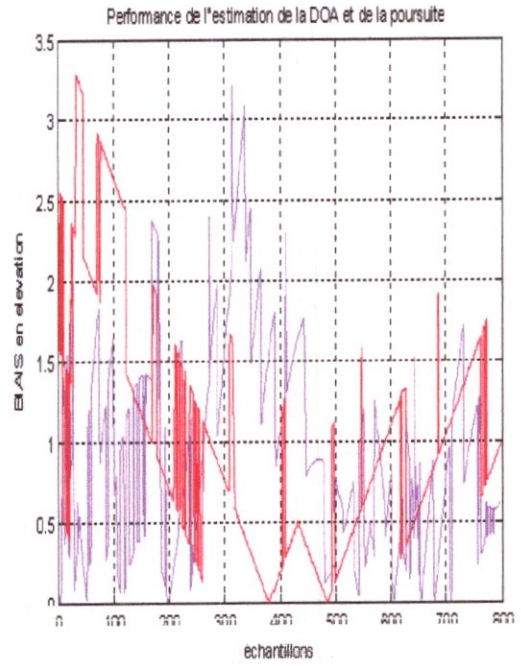
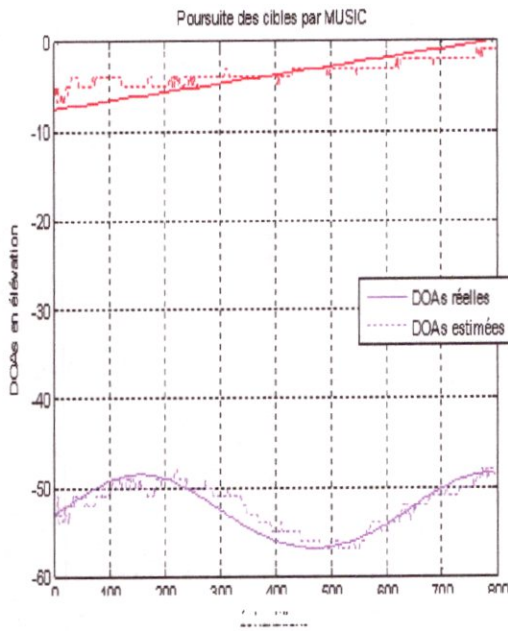
### Interprétation de PASTD avec Min Norm

A part le mouvement rectiligne, Min NORM ne donne pas un bon résultat d'estimation avec PASTD, on remarque aussi que le niveau du biais est trop élevé, notamment dans le cas de mouvements non stationnaires.





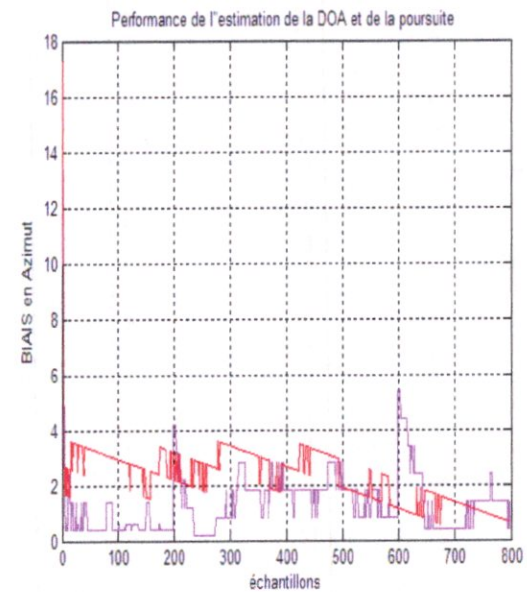
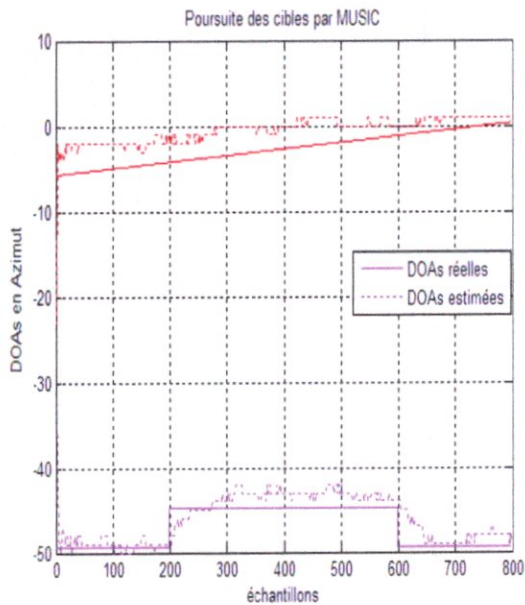
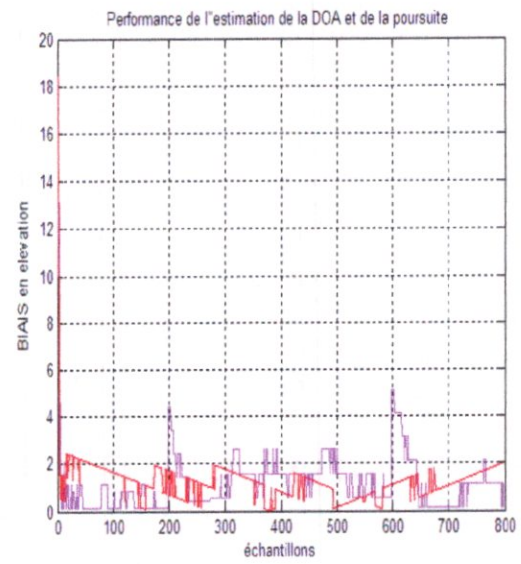
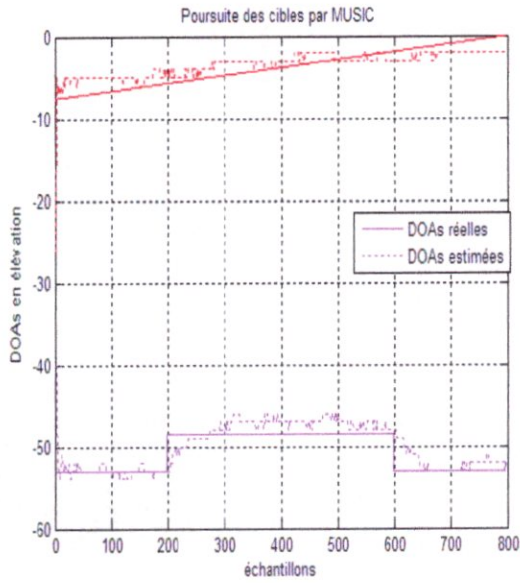
b. MUSIC



Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires







Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires

### Interprétation de PASTD avec Music

Les figures montrent bien la bonne poursuite de l'algorithme PASTD basé sur MUSIC, le biais est faible, la stabilité est maintenue, pour les trois types de mouvement des sources et ceci en élévation et en azimut.

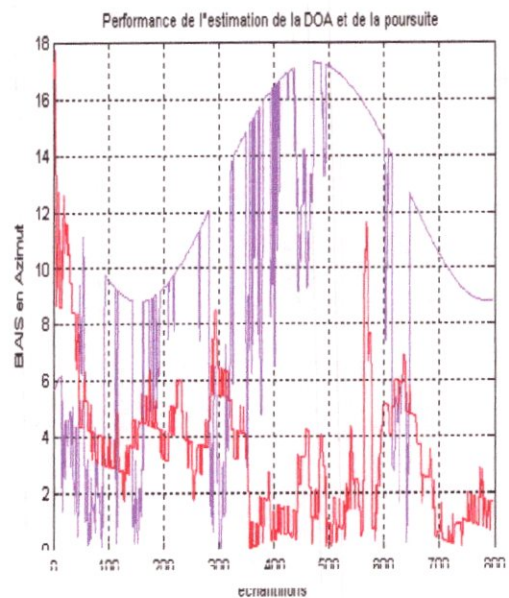
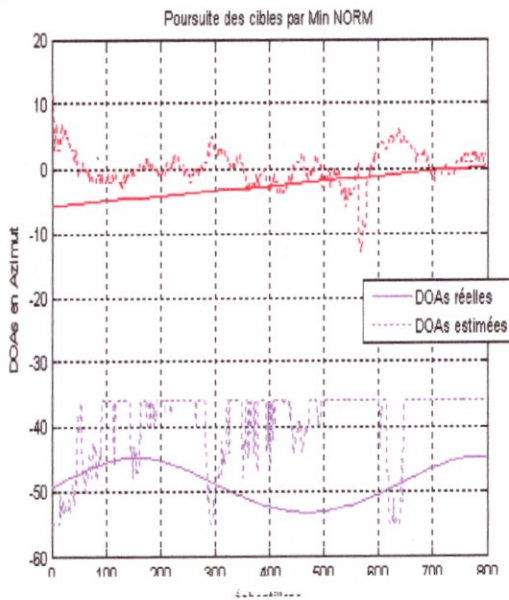
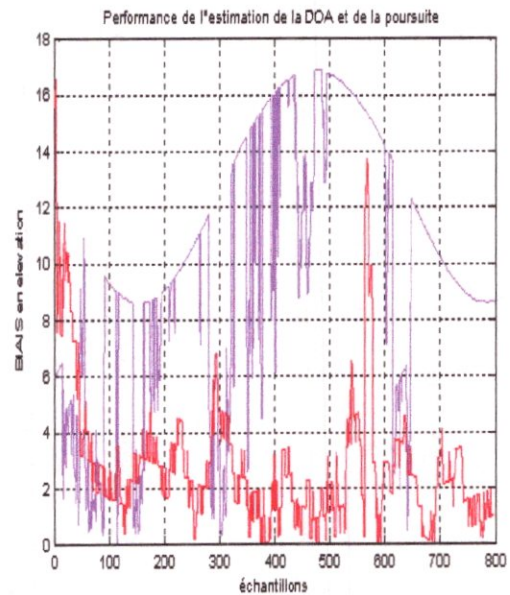
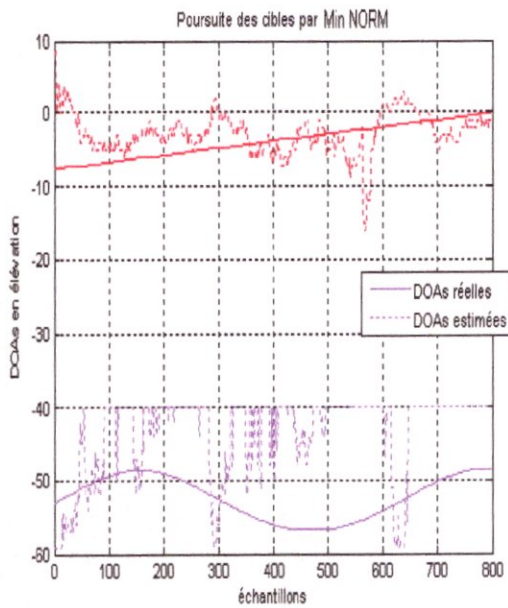




### 5.5.4. L'algorithme NPASTD réseau circulaire

Après avoir testé la performance des algorithmes PAST, NPAST et PASTD, on testera dans ce qui suit, les performances de l'algorithme de poursuite NPASTD pour un nombre d'antennes  $N=8$  avec deux algorithmes d'estimation du sous espace signal : Min NORM et MUSIC.

#### a. Min NORM

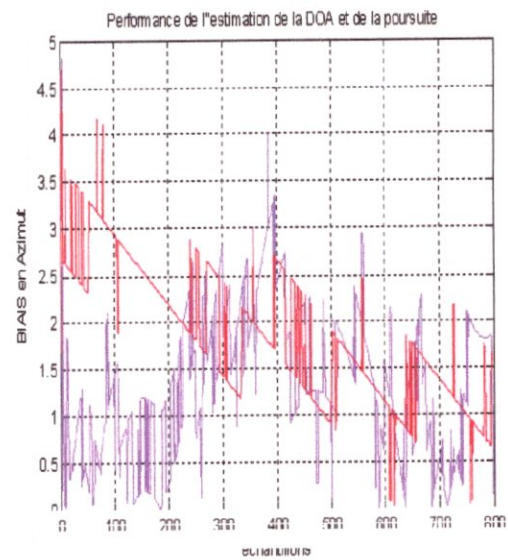
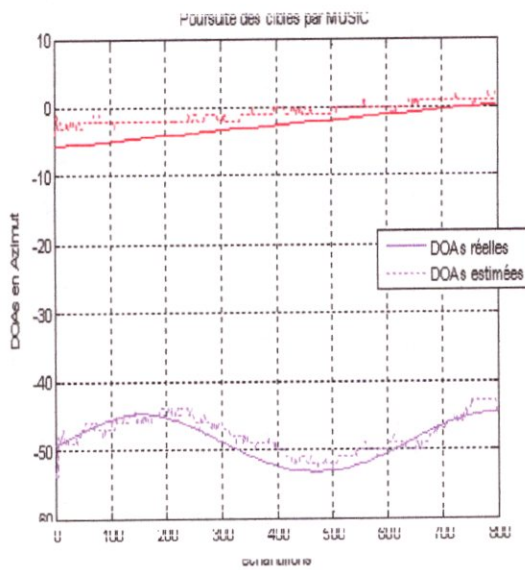
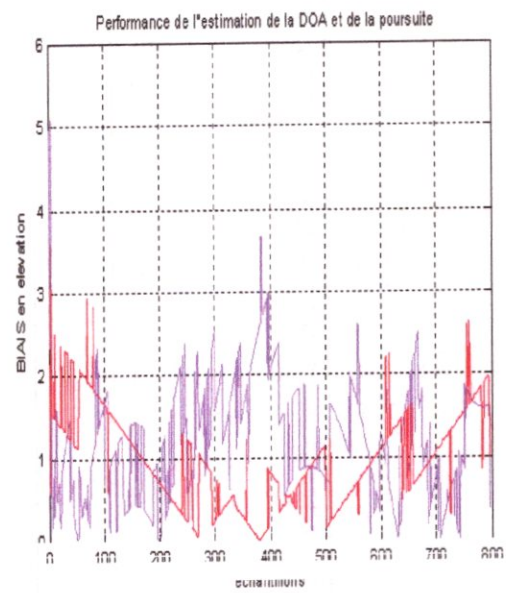
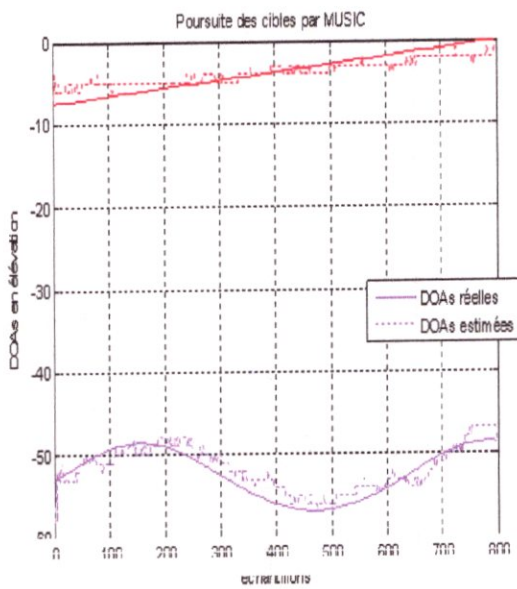


et l'élevation selon différentes trajectoires



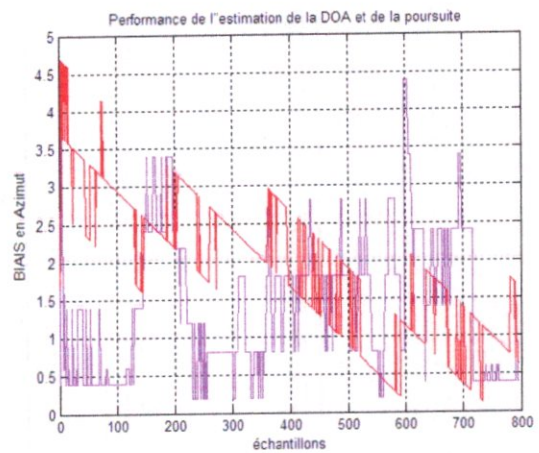
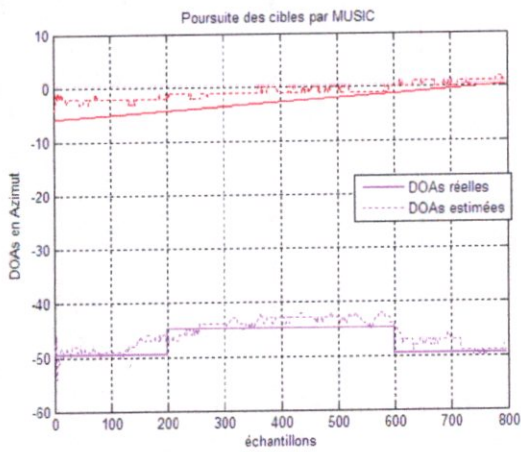
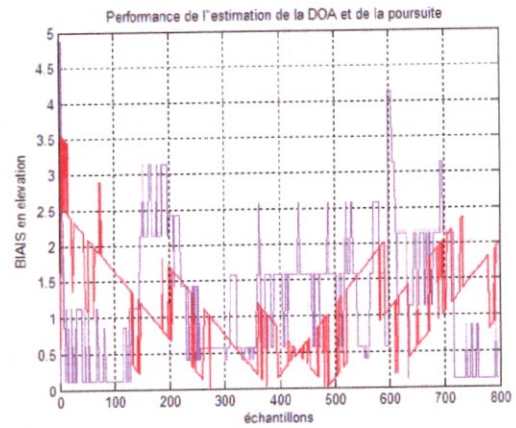
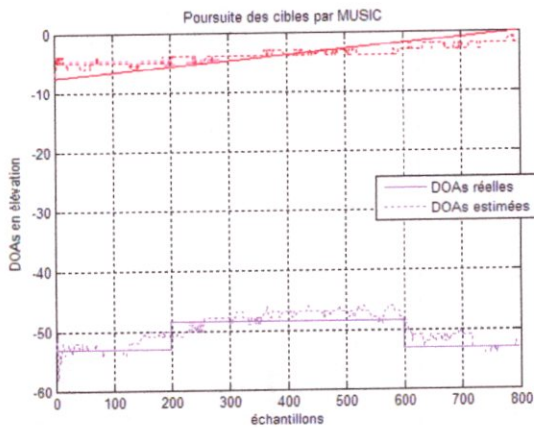


b. MUSIC



Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires





Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires

### Interprétation de NPASTD avec Music

L'algorithme NPASTD basé sur MUSIC réussit à donner un résultat avec un biais minimal dans un réseau circulaire comme le cas de PASTD. La poursuite en azimut ou en élévation est maintenue avec une erreur bornée, pour les trois types de mouvements.

NOTE : un temps important d'exécution dans le cas du réseau circulaire est requis.



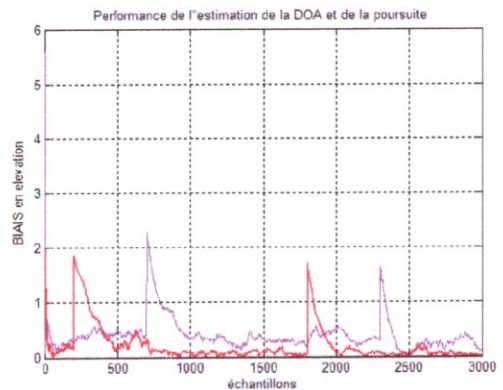
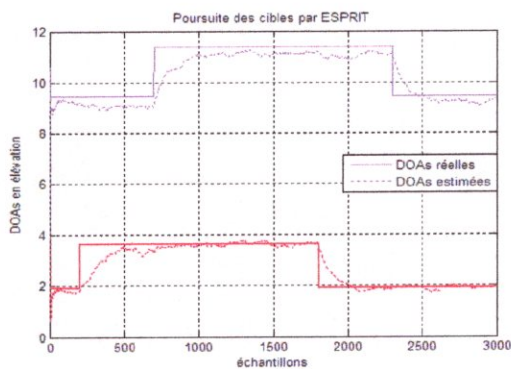
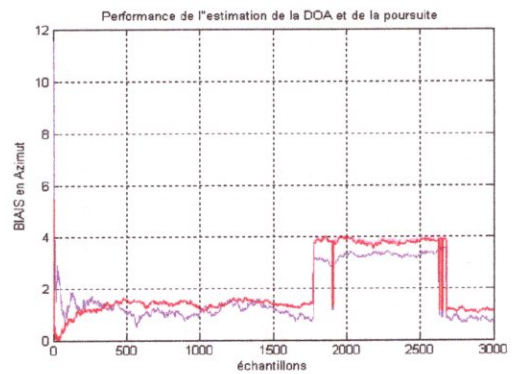
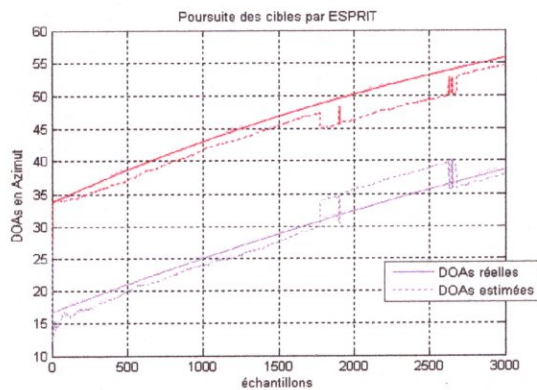
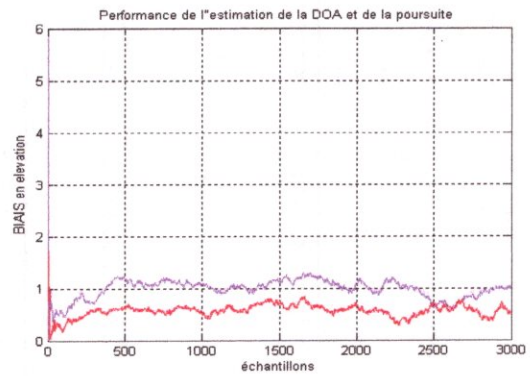
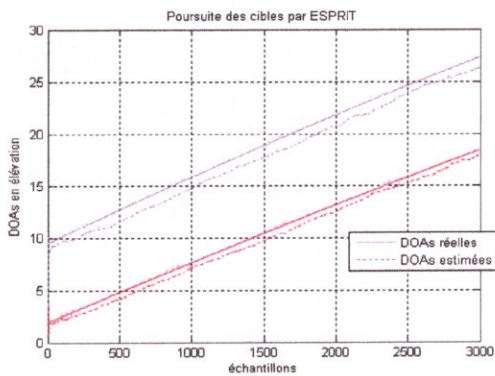


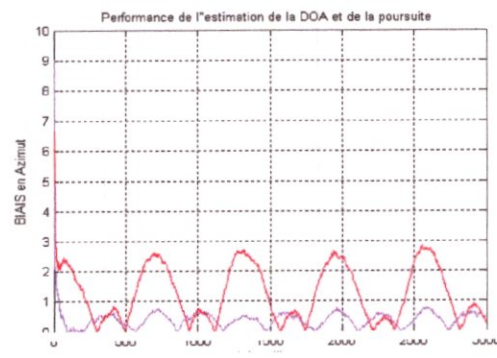
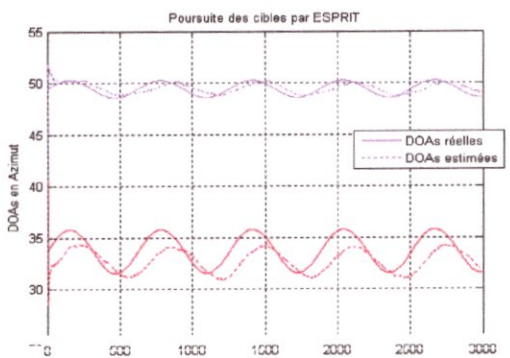
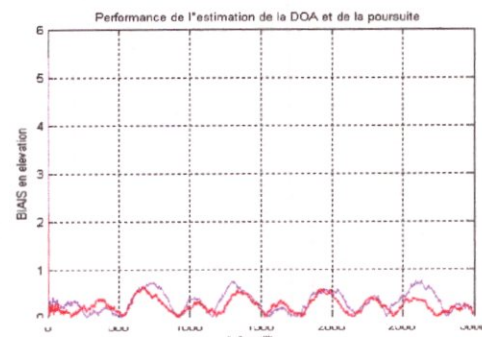
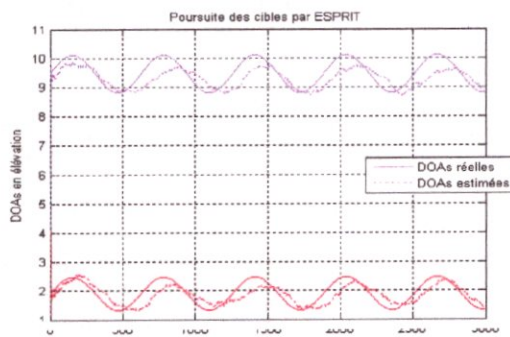
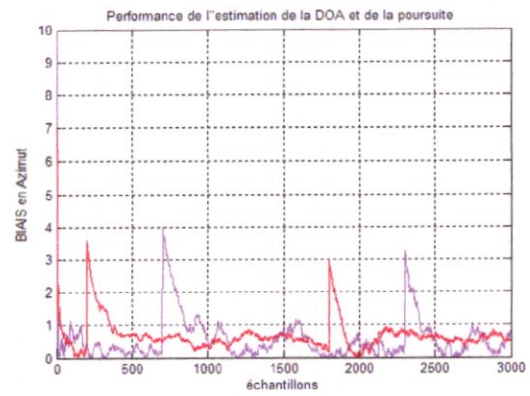
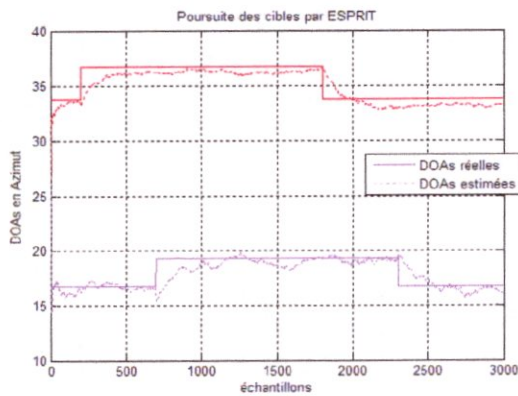
### 5. 6 Réseau en L

Dans cette partie, des simulations seront analysées par les algorithmes ESPRIT et TLS ESPRIT avec un réseau en L selon le chapitre 3. Afin de tester les performances de ces estimateurs dans le cas de la poursuite en deux dimensions. En considérant un réseau en forme de L, tel que chacun de ses axes X et Z contient  $N= 8$  antennes avec un espace  $d$  égale à  $\lambda/2$  représentant la distance inter-éléments des deux axes.

#### 5.6.1 L'algorithme PAST réseau en L

##### a. ESPRIT





Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires

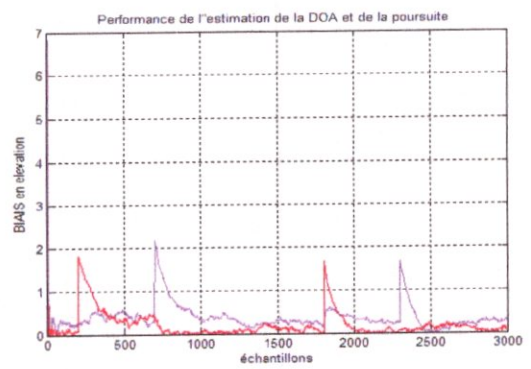
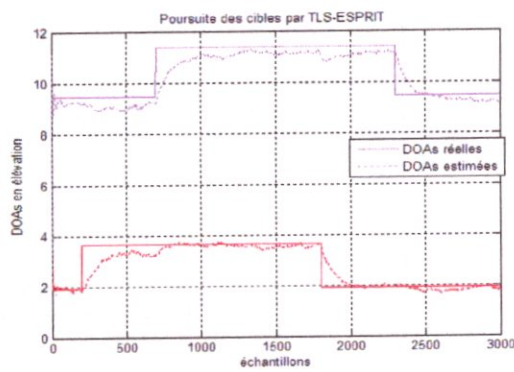
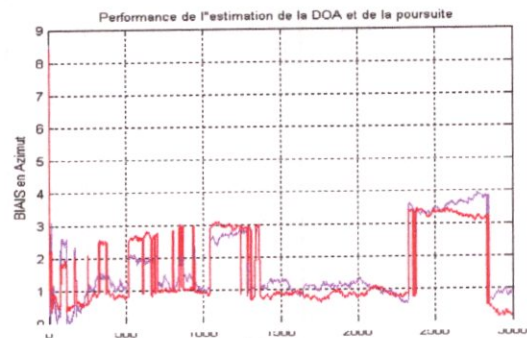
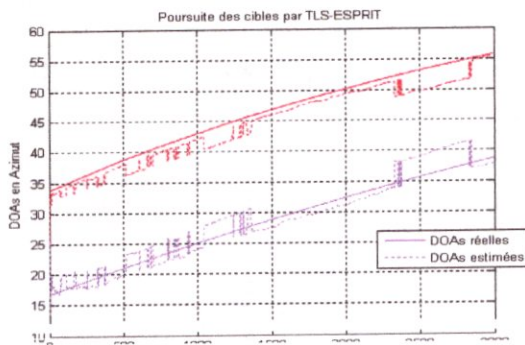
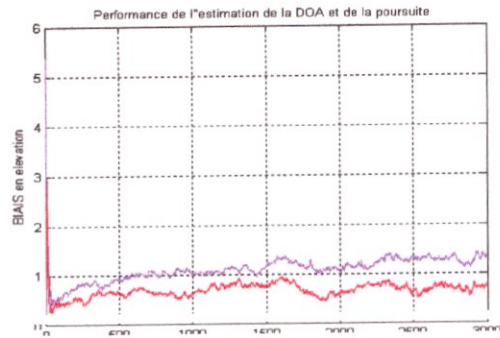
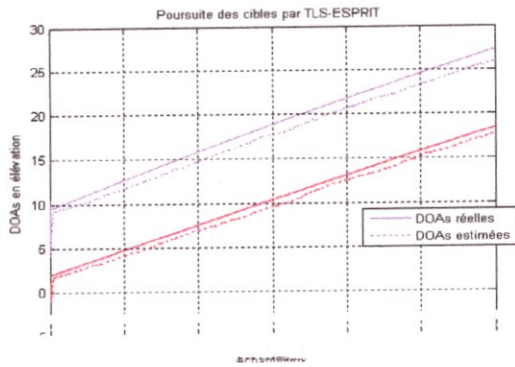
**Interprétation de PAST avec ESPRIT avec réseau en I**

Pour les trois cas de mouvement, on remarque que l'estimation des DOAs en élévation et en azimut, présente une bonne convergence, et un biais très faible, malgré une poursuite rapide ou une variation brusque. La convergence est rapide. La poursuite reste stable.



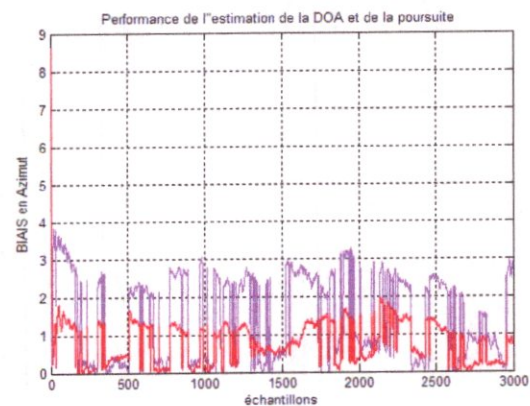
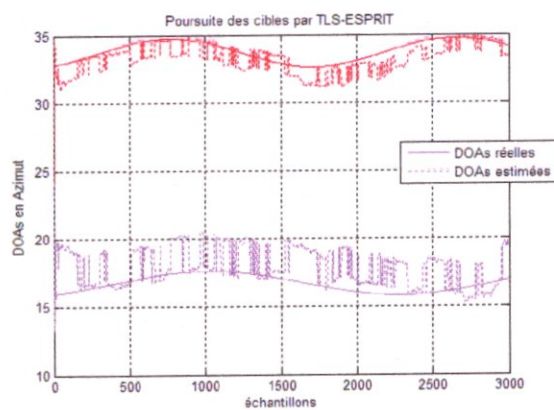
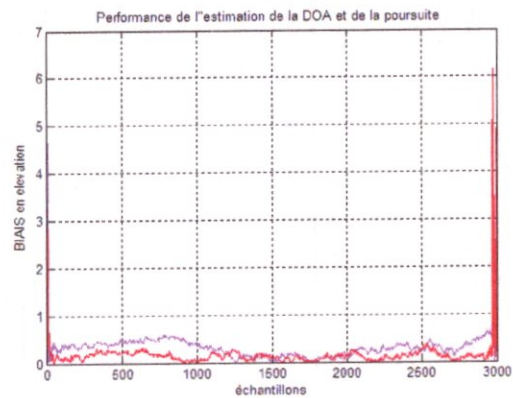
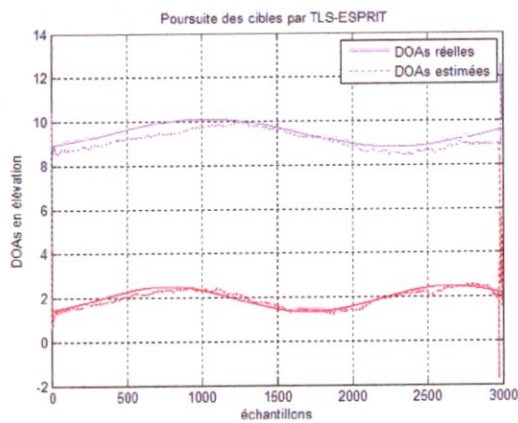
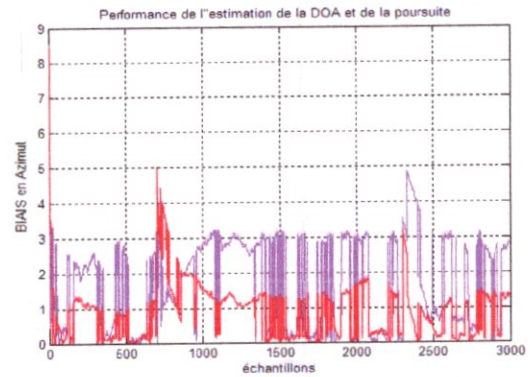
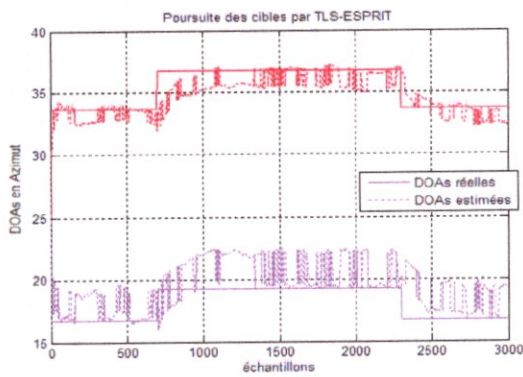


b. TLS-ESPRIT



Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires





Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires

### Interprétation PAST- TLS ESPRIT réseau en L

La convergence est nettement plus rapide avec TLS ESPRIT qu'avec ESPRIT dans le cas de la poursuite de l'élévation. Le biais est plus faible, alors que dans le cas de l'azimut, il est dû au terme de couplage entre les deux angles présent dans le vecteur de directivité. L'erreur est bornée, mais la poursuite est maintenue et par conséquent la stabilité.

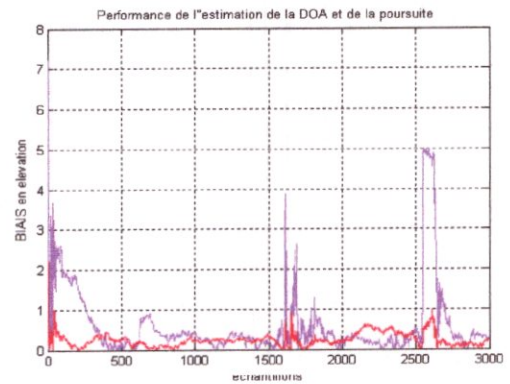
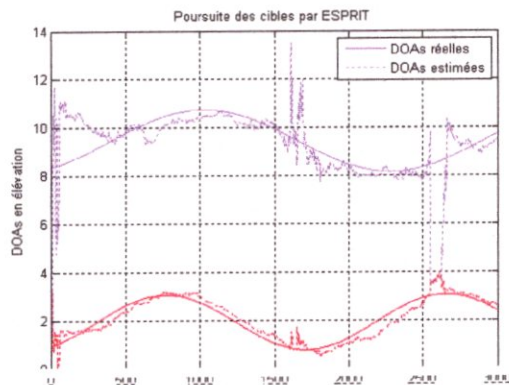
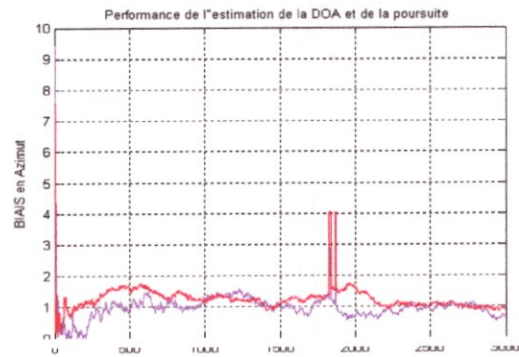
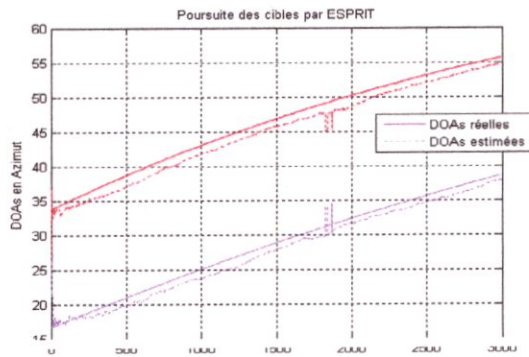
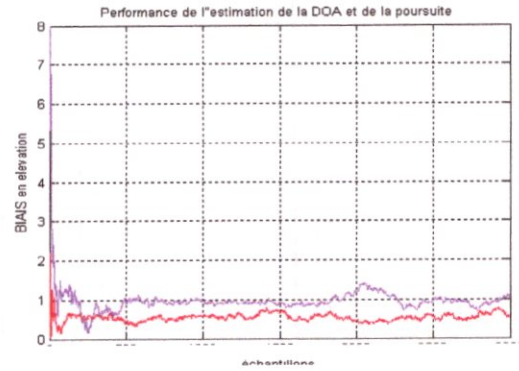
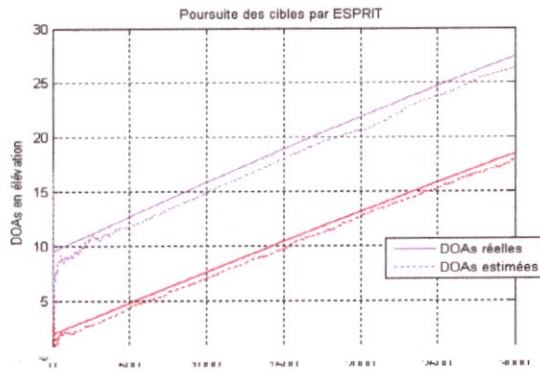






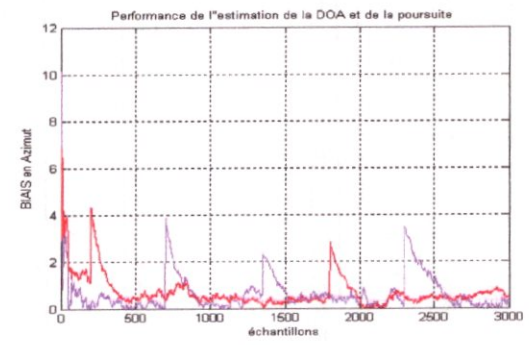
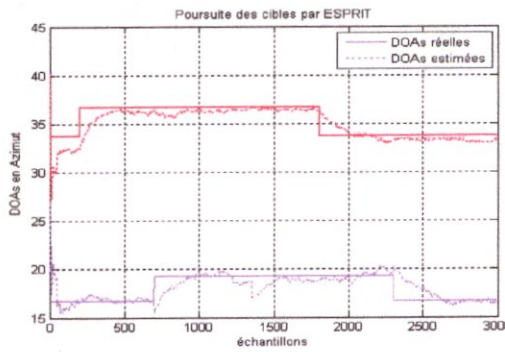
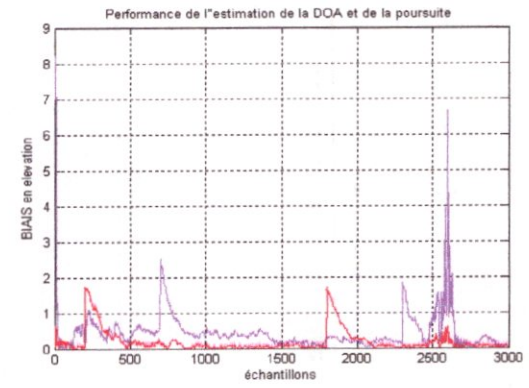
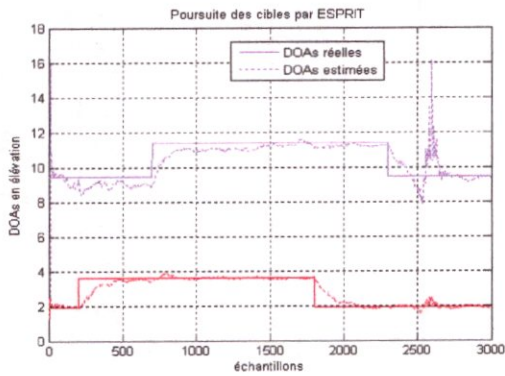
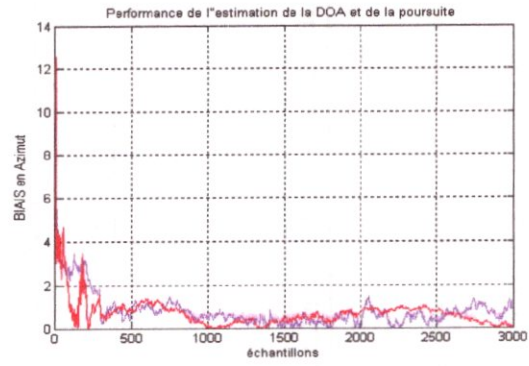
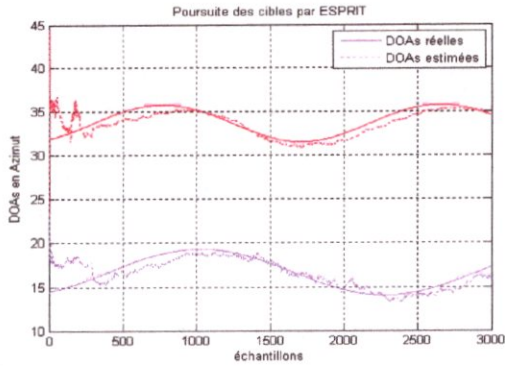
5.6.2 L'algorithme NPAST réseau en L

a. ESPRIT



Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut





Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires

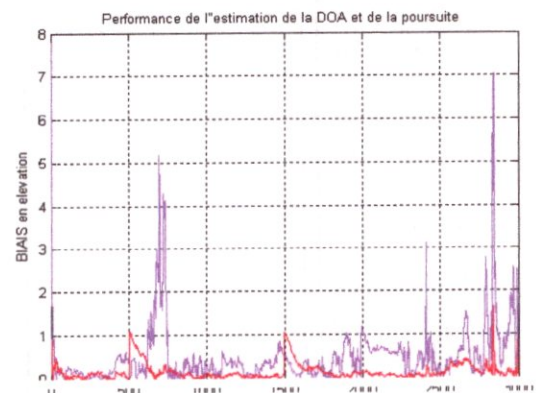
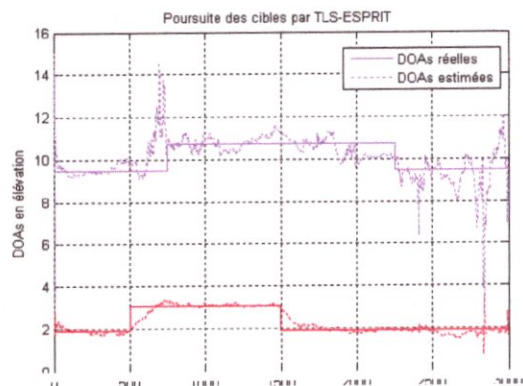
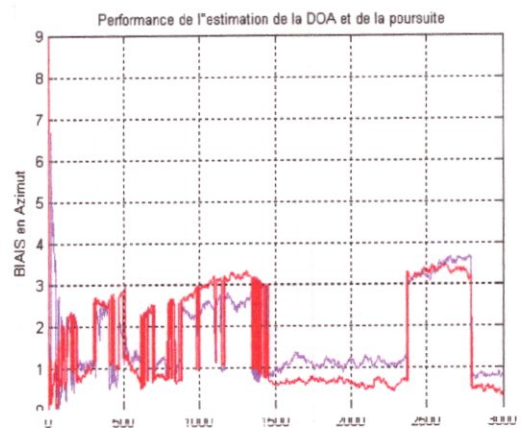
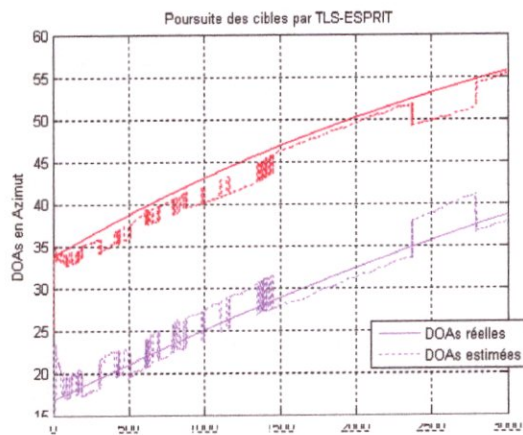
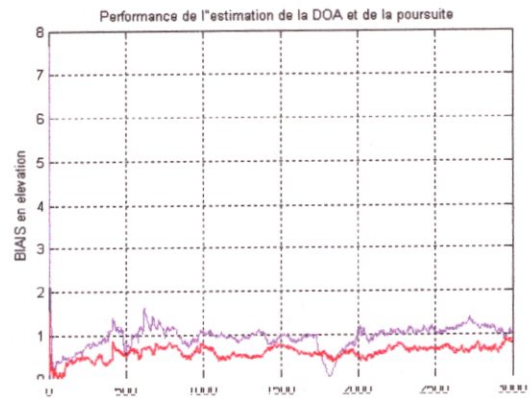
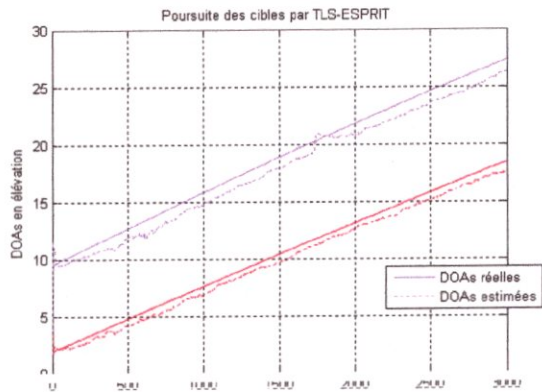
Interprétation de NPAST avec ESPRIT et un réseau en L

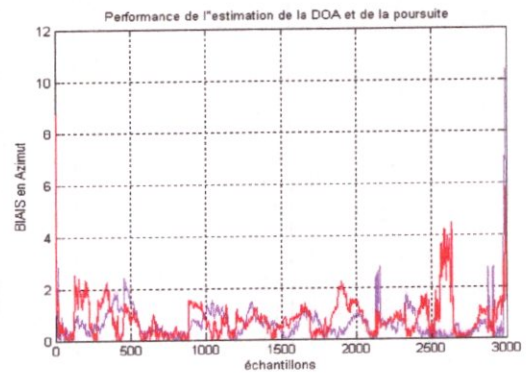
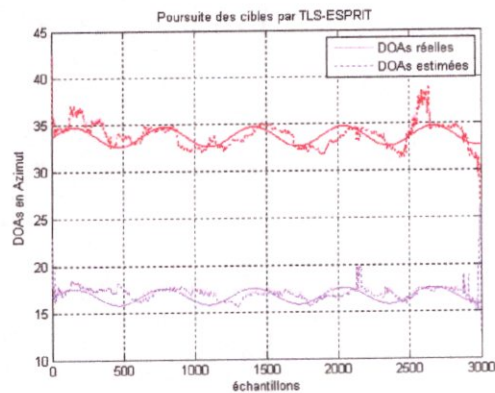
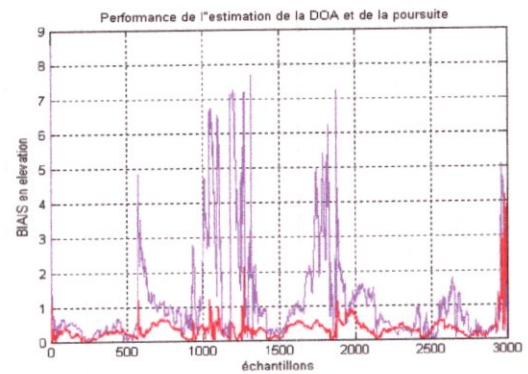
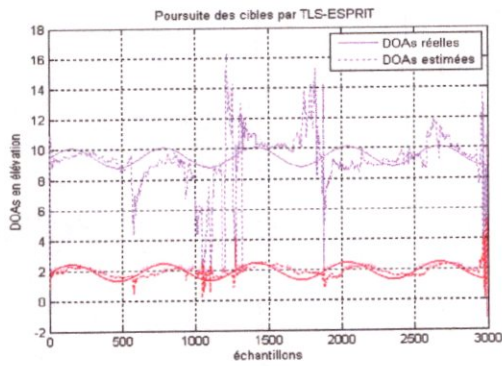
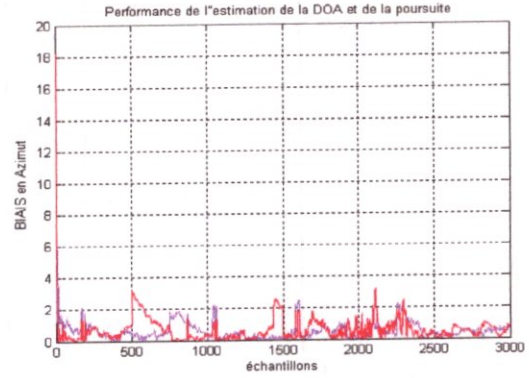
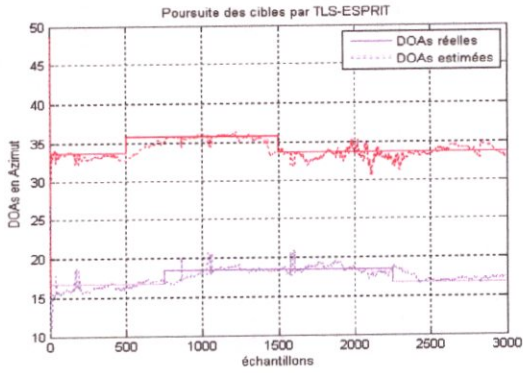
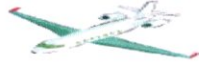
Les graphes montrent que l'algorithme de poursuite NPAST avec ESPRIT donne un résultat meilleur d'estimation des DOAs en azimut et en élévation dans le cas rectiligne, ou même pour des mouvements non stationnaires, avec quelques pics d'oscillations dans le cas d'estimation des DOAs en élévation et ceci est dû à la faible séparation entre les sources (9°). Ce fait, traduit le point faible de l'estimateur Esprit, pour l'estimation de DOAS variables de cibles proches.





b. TLS-ESPRIT





Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires

### Interprétation de NPAST avec TLS ESPRIT réseau en L

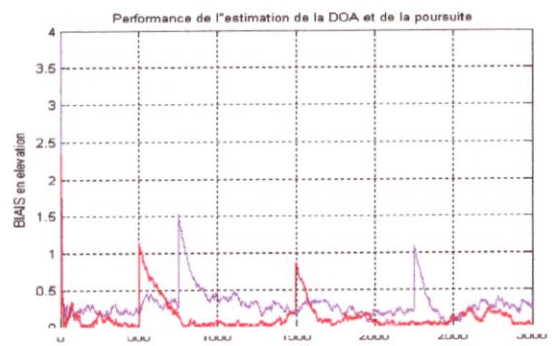
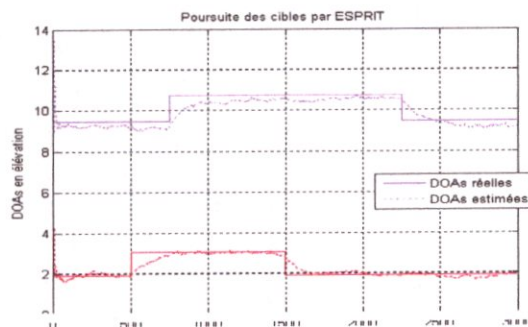
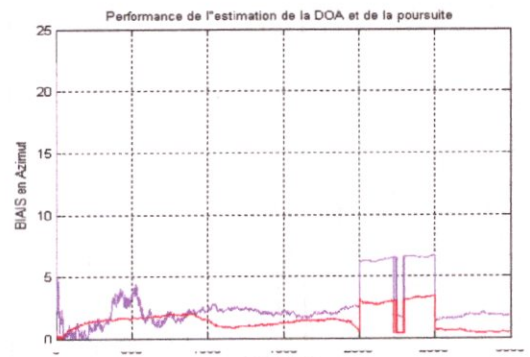
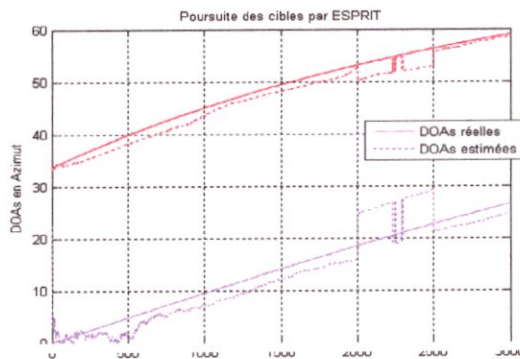
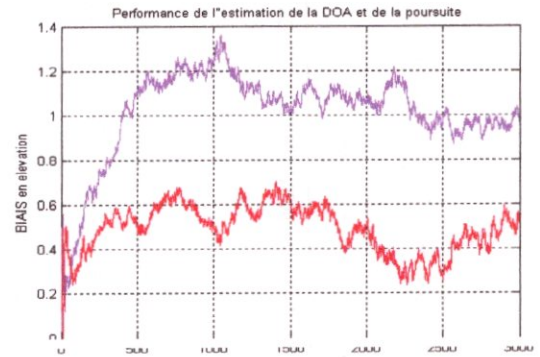
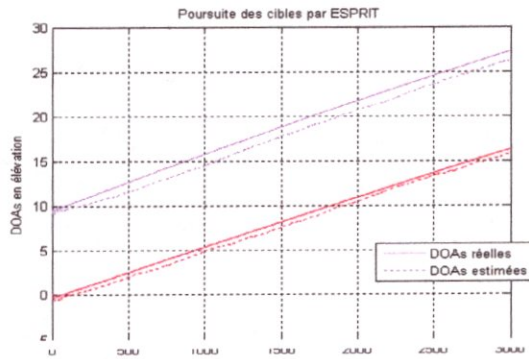
La même interprétation peut être faite encore ici que précédemment, notamment pour des DOAs proches, représentant l'influence du rapprochement des cibles sur l'estimateur. Autrement, dans le cas de l'azimut l'erreur est faible et la poursuite est rapide pour des mouvements toujours non stationnaires.





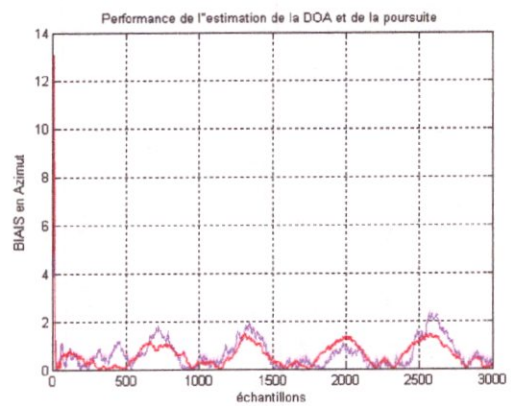
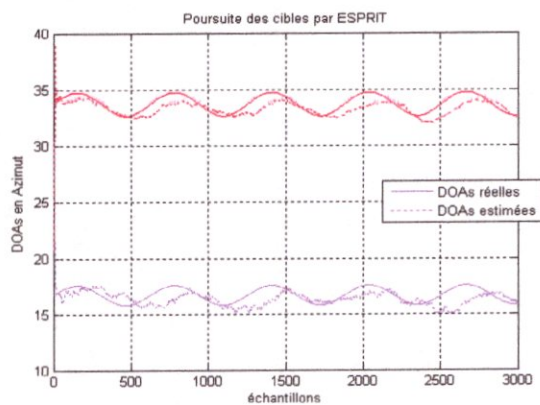
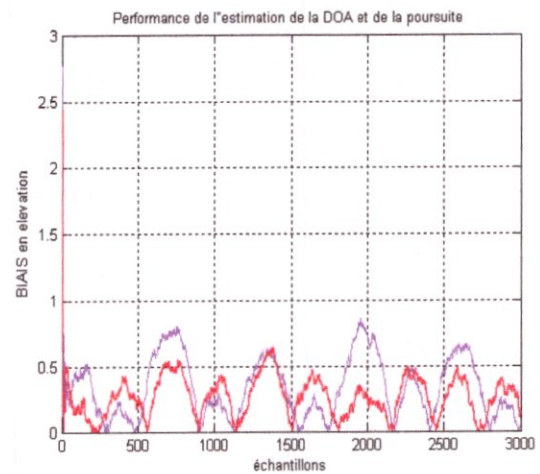
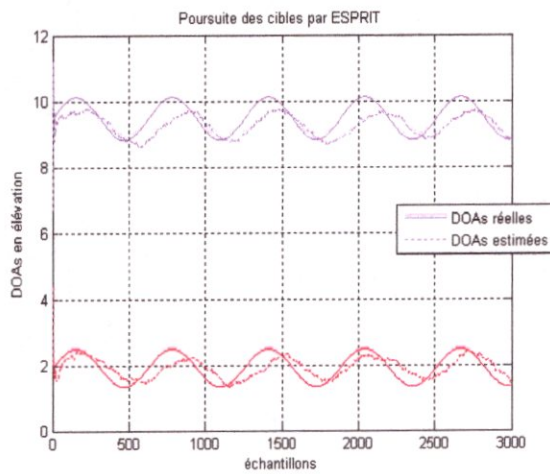
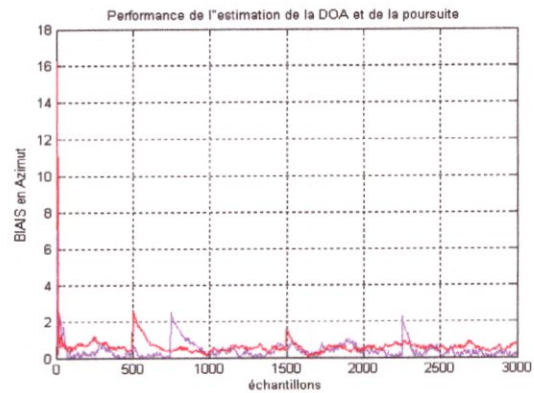
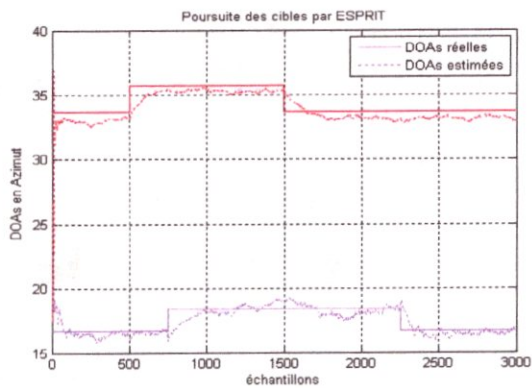
### 5.6.3 L'algorithme PASTD avec un réseau en L

#### ESPRIT



Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut  
et l'elevation selon différentes trajectoires





Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires

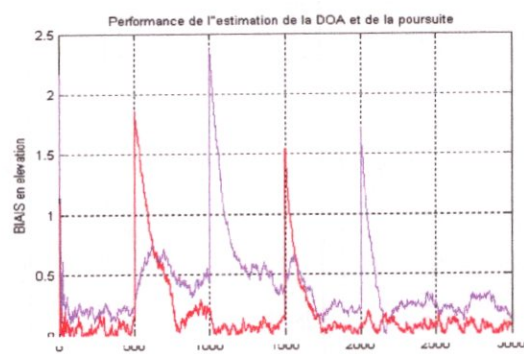
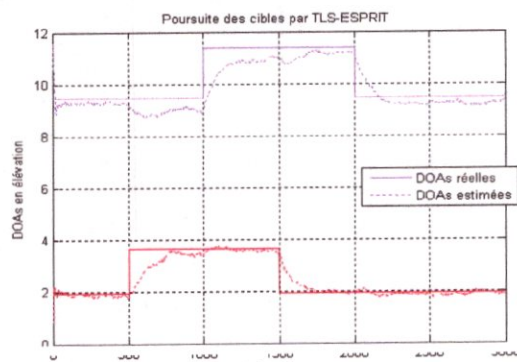
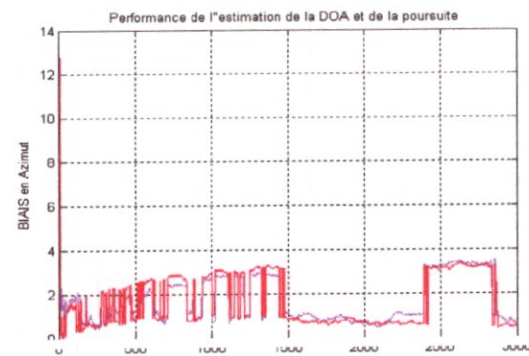
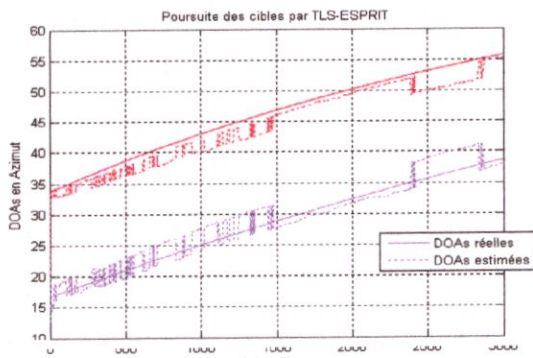
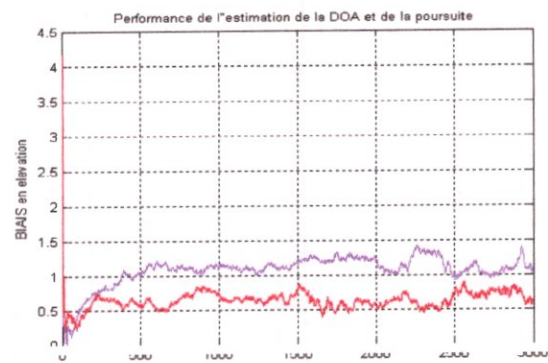
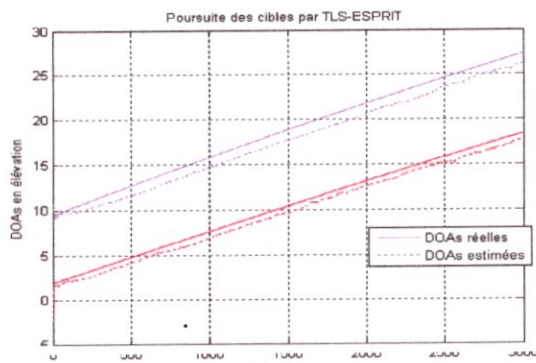
### Interprétation de l'algorithme PASTD avec Esprit

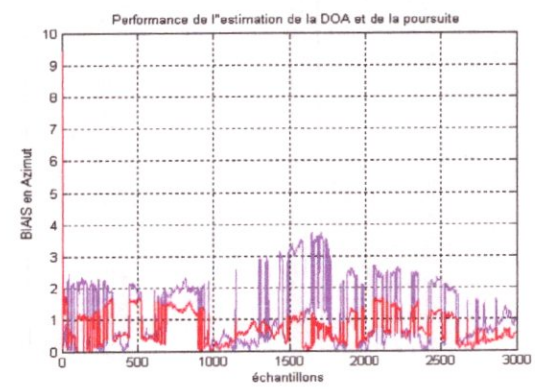
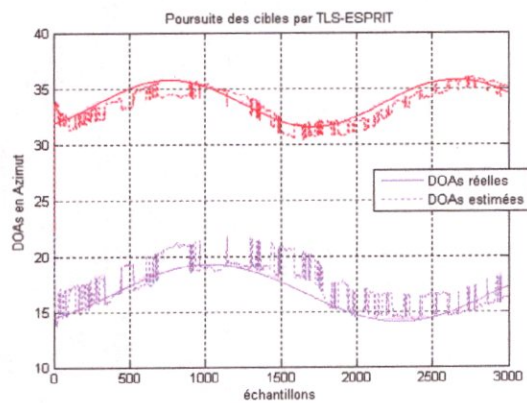
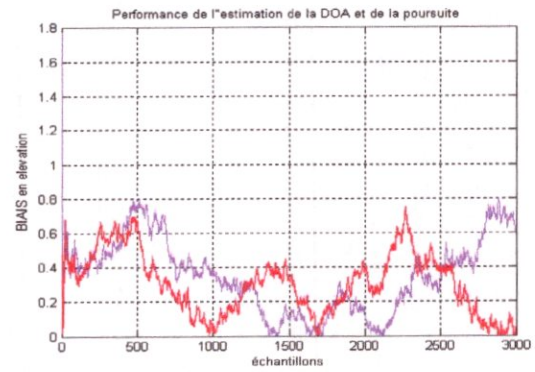
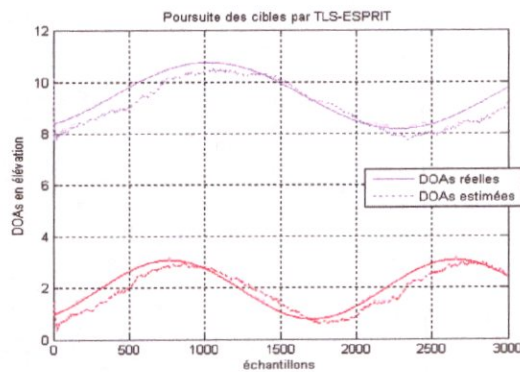
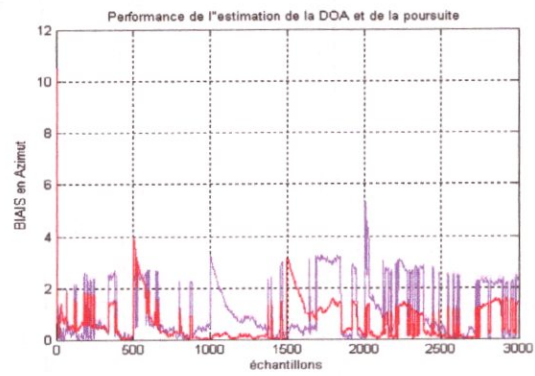
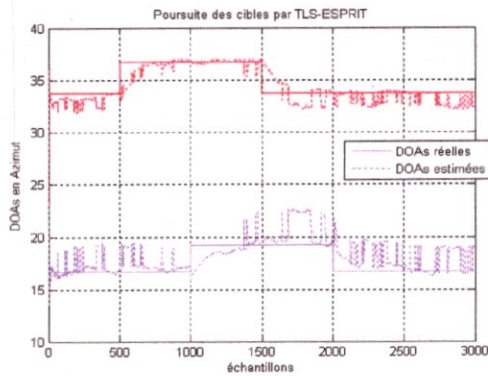
La poursuite des différents mouvements lent ou rapide par PASTD avec ESPRIT, se fait avec un très faible biais, que ce soit en élévation ou en azimut. La convergence avec l'estimateur ESPRIT est rapide et la poursuite reste stable.





b. PASTD avec TLS-ESPRIT





Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires

### Interprétation de PASTD avec TLS-Esprit

Dans ce cas d'application de TLS-ESPRIT la convergence est plus rapide, présentant une erreur faible et bornée notamment dans le cas de la poursuite de l'azimut où la stabilité est maintenue. Ceci est principalement dû aux effets de couplage des angles présents dans le vecteur de directivité, dont TLS est plus sensible.

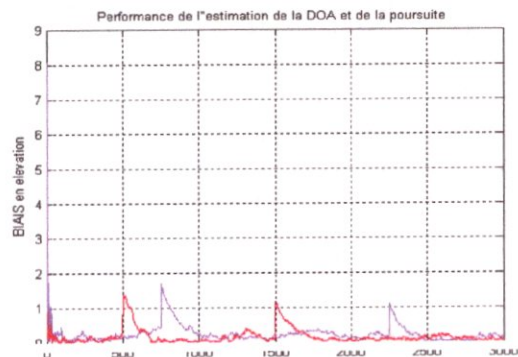
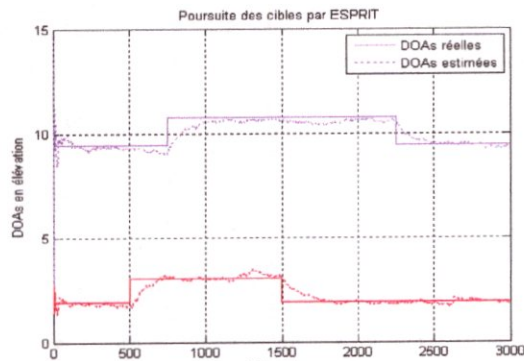
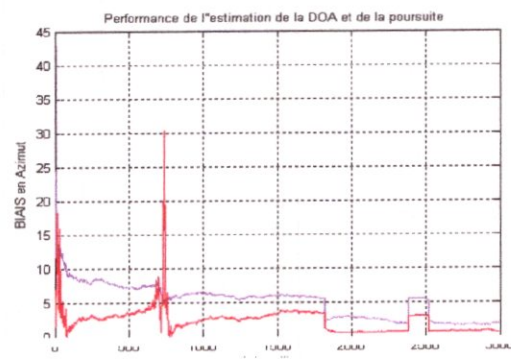
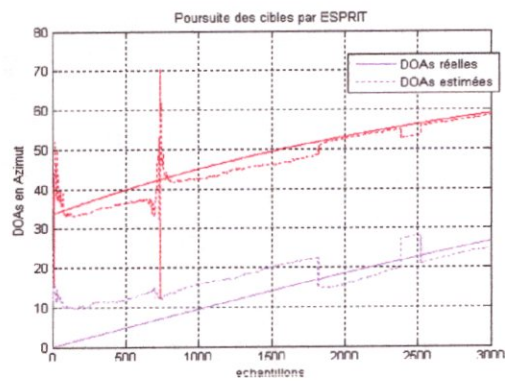
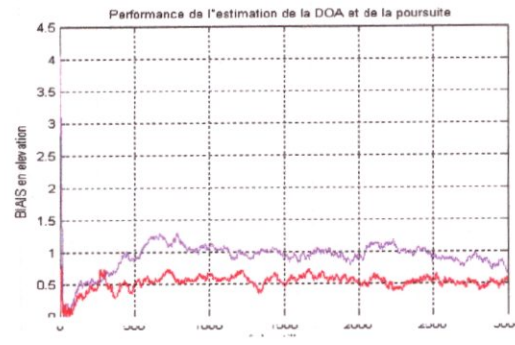
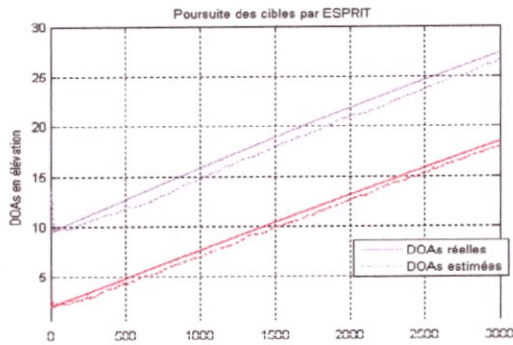






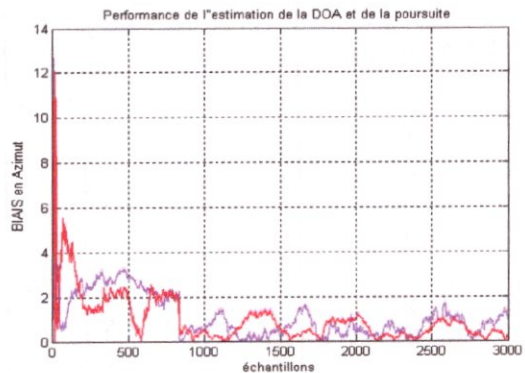
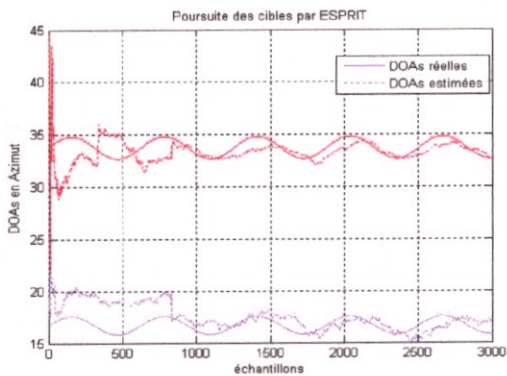
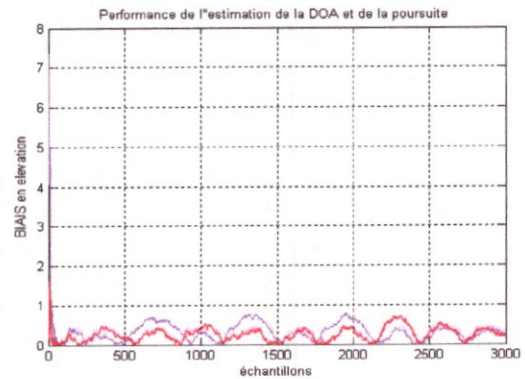
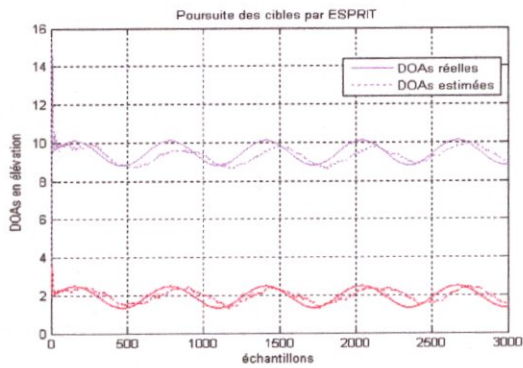
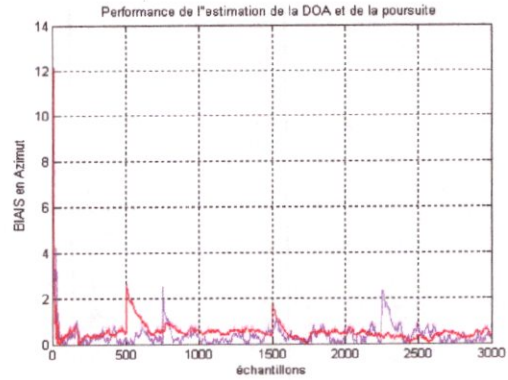
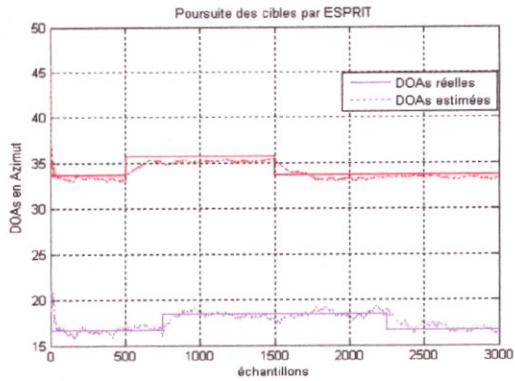
### 5.6.4 L'algorithme NPASTD avec un réseau en L

#### 3. ESPRIT



Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires





Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires

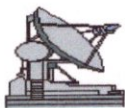
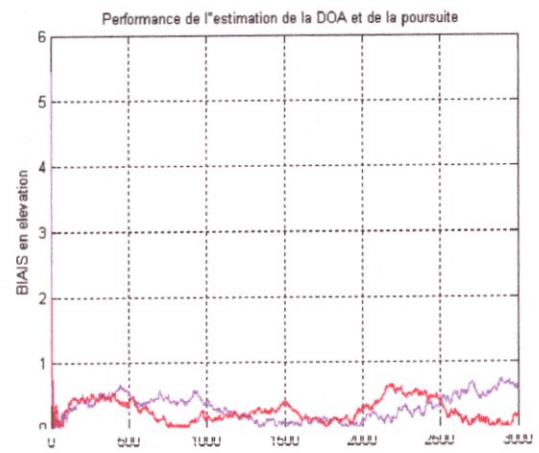
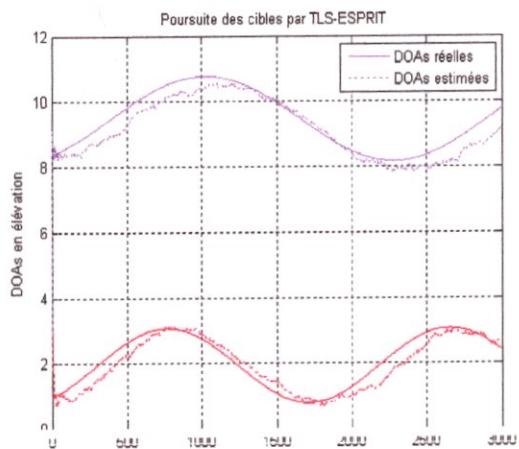
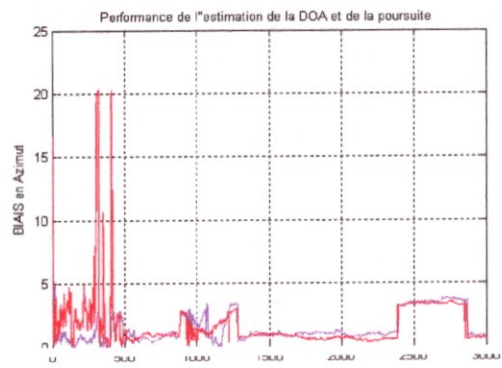
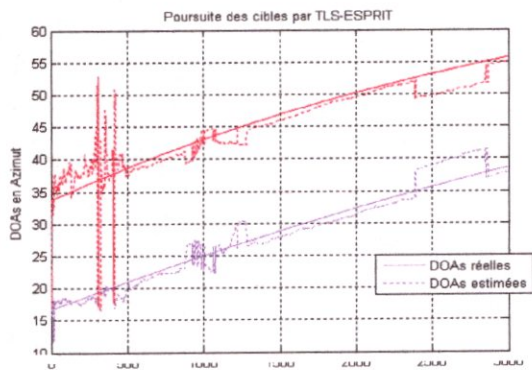
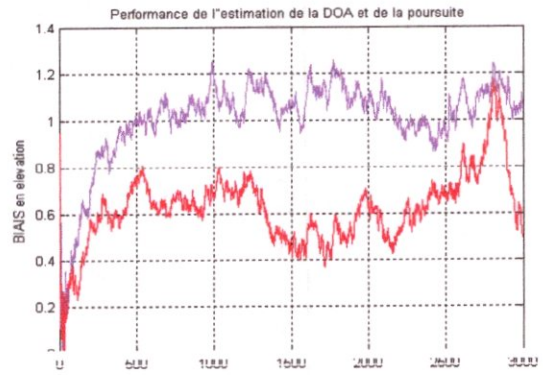
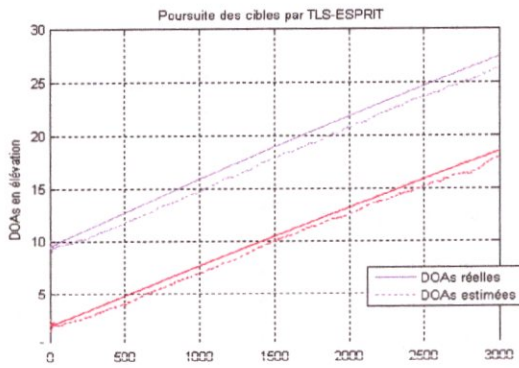
### Interprétation NPASTD avec ESPRIT réseau en L

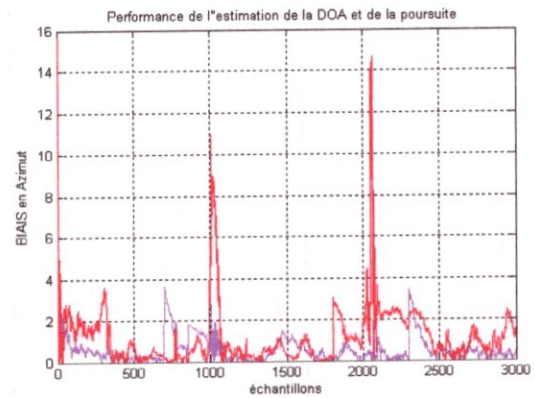
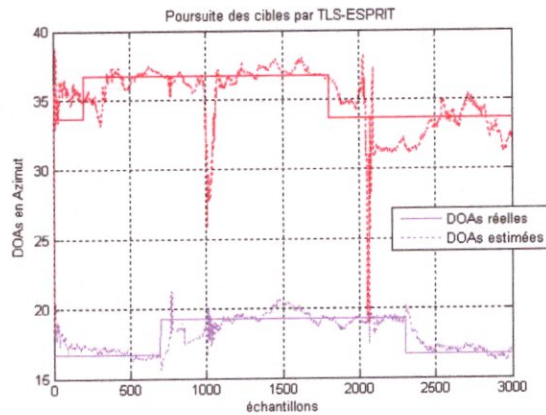
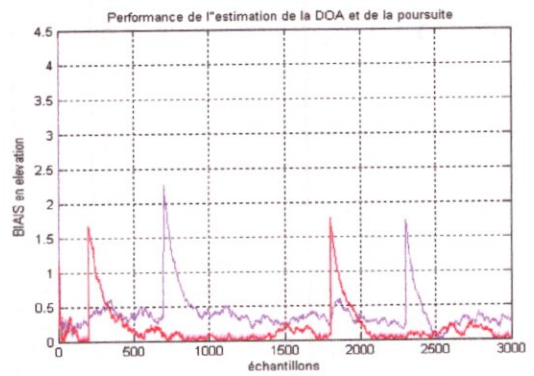
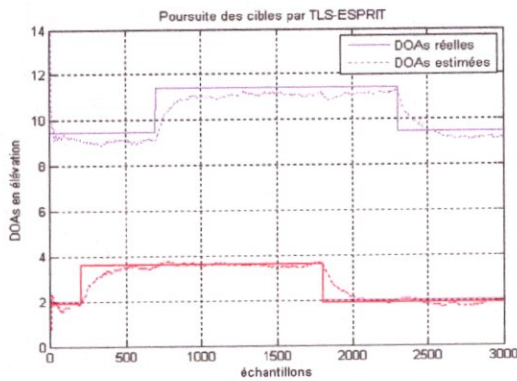
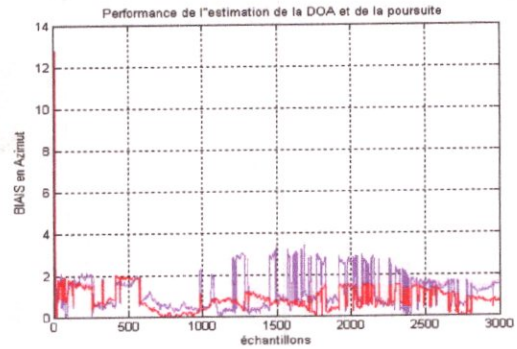
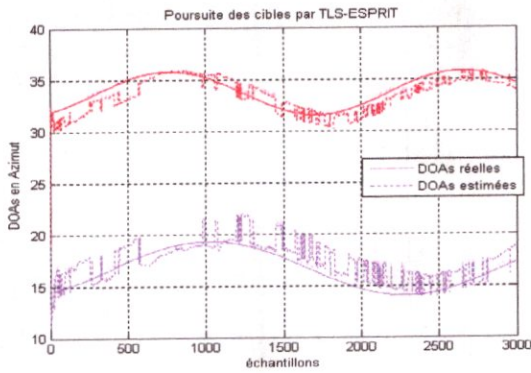
La poursuite est toujours maintenue stable pour un réseau en L, le biais est toujours plus faible dans le cas de l'élévation que celui de l'azimut. Ceci est encore dû au terme de couplage des angles d'élévation et de l'azimut, présent dans le vecteur de directivité permettant l'estimation de l'azimut.





b. TLS-ESPRIT





Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires

### Interprétation de NPASTD avec TLS-ESPRIT et un réseau en L

Dans ce dernier cas on constate l'effet de la non linéarité sur la poursuite de l'azimut, des pics apparaissant notamment sur un mouvement non stationnaire à variation brusque, mais l'erreur reste bornée et la poursuite est maintenue.





## Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté des simulations des algorithmes de poursuite PAST, NPAST, PASTD, NPASTD basés sur les méthodes HR Min NORM MUSIC, ESPRIT et TLS-ESPRIT, pour trois géométries de réseaux : ULA, UCA et en L, et on a interprété chaque simulation dans le but de vérifier la performance de ces algorithmes.

Et effectivement, on a pu vérifier à l'aide de ce grand nombre de simulations, que ces algorithmes permettent de faire la poursuite des cibles mobiles lors des changements brusques des mouvements rapides et lents, certains ne donnent pas de résultats satisfaisants mais l'ensemble est acceptable.





## Conclusion Générale

Le problème de la poursuite du sous-espace par les algorithmes PAST, NPAST, PASTD et NPASTD a été étudié, pour la poursuite de DOAs variables au cours du temps, plusieurs méthodes de type haute résolution ont été appliquées, notamment MUSIC, Min Norm, ESPRIT et TLS-ESPRIT, sous différentes géométries de réseaux d'antenne. Cette poursuite de DOAs non stationnaires, a été analysée pour des mouvements lents, rapide et à changement brusque, en azimut et en élévation selon la géométrie considérée. L'effet du nombre de capteurs n'a été considéré dans le cas de réseaux ULA due au nombre de simulations présenté. La stabilité de la poursuite et la bornitude du biais sont avec PAST et PASTD supérieures que celle avec NPAST et NPASTD.

Pour les estimateurs de DOAs, TLS-ESPRIT présente une vitesse de convergence plus rapide qu'ESPRIT, mais présente quand il s'agit de DOAs à 2D une erreur restant bornée notamment de l'azimut dû au terme de couplage entre azimut et élévation présent dans le vecteur de direction. De même les performances de l'estimateur MUSIC, qui se trouvent de qualité meilleure que celles de Min Norm, dont la convergence est très lente avec un biais important.

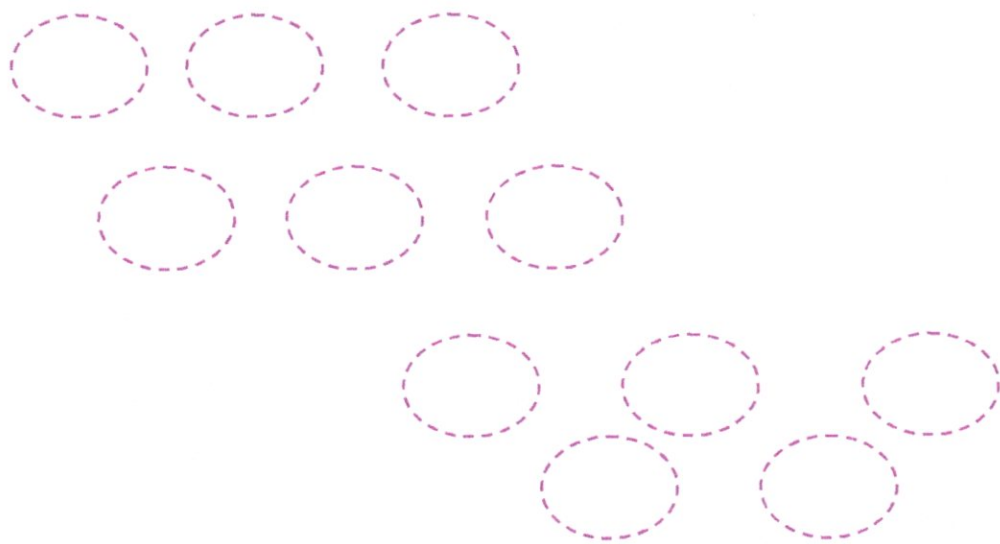
Due à la nature non stationnaires des DOAs et due dans quelques simulations au rapprochement des DOAs, les tracés des trajectoires estimées de DOAs présente des pics importants, selon la robustesse des algorithmes de poursuite et celle de l'estimateur de DOAs.



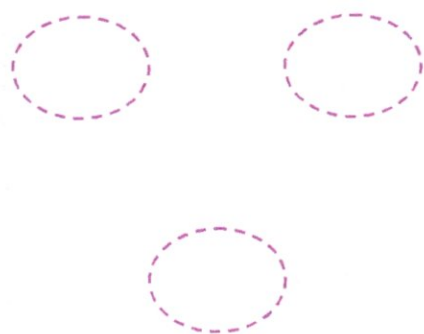
## Perspectives

L'application est très vaste, de la poursuite ainsi que de l'estimation. Ce même travail peut être étendu en considérant une dimension plus importante, ceci en incorporant l'estimation du retard JADE 3D, ou la fréquence JAFE 3D, avec d'autres types de configuration de réseaux. Le problème de rejection d'interférences peut être aussi considéré, en combinant d'algorithmes de poursuite et d'annulation d'interférences en faisant appel par exemple à l'algorithme SLS ou GSC pour l'annulation des lobes secondaires ou sa version généralisée, ce qui a été déjà proposé avec [Abid et al (2005)] mais sans poursuite, ce qui le cas du problème de la nouvelle génération des radio Télescopes, basés sur les technologies connues sous le nom de 'Phased array'.

Ce qui peut être suggéré pour le problème d'estimation, notamment en une ou en deux dimensions, d'autres estimateurs pouvant être appliqué pour le cas de cibles proches, de même que le problème de comportement oscillatoire de l'algorithme de poursuite dans certains cas, qui peut être amélioré par exemple par l'application d'autres types d'algorithme tel que OPAST, pour assurer la convergence globale de la méthode et, plus important, pour garantir l'orthogonalité de la matrice de poids à chaque itération.



# Annexes





# Annexe

## A.1 Dérivation de (4.17)

Le point de départ de la dérivation est l'équation (4.8) dans l'algorithme PAST

$$\mathbf{P}(n) = \beta^{-1} \text{tri} \{ \mathbf{P}(n-1) - \mathbf{g}(n) \mathbf{h}^H(n) \} . \quad (\text{A.1})$$

Puisque toutes les matrices et vecteurs de cette expression deviennent des scalaires quand  $r=1$ , cette équation peut être réécrite comme

$$P(n) = \beta^{-1} (P(n-1) - g(n)h^*(n)) . \quad (\text{A.2})$$

Ici, on doit introduire l'index  $i$  pour toutes les variables. Cependant, on ne le fera pas pour simplifier les notations. Aussi, on définit

$$d(n) = 1/P(n) . \quad (\text{A.3})$$

Supposant  $d(n)$  et  $\beta$  des réelles et utilisant la définition de  $g(n)$  et  $h(n)$ , répétant ici par commodité (sans indice)

$$h(n) = r'(n)/d(n-1) \quad (\text{A.4})$$

$$g(n) = \frac{h(n)}{\beta + (r'(n))^* h(n)} \quad (\text{A.5})$$

La dérivation peut être faite par l'utilisation d'une algèbre de base

$$\begin{aligned}
P(n) &= \beta^{-1} (P(n-1) - g(n)h^*(n)) = \\
&= \beta^{-1} \left( P(n-1) - \frac{h(n)h^*(n)}{\beta + (x'(n))^* h(n)} \right) = \\
&= \beta^{-1} \left( \frac{1}{d(n-1)} - \frac{\frac{x'(n)}{d(n-1)} \cdot \frac{(x'(n))^*}{d(n-1)}}{\beta + (x'(n))^* \frac{x'(n)}{d(n-1)}} \right) = \\
&= \beta^{-1} \left( \frac{1}{d(n-1)} - \frac{\frac{|x'(n)|^2}{d(n-1)} \cdot \frac{1}{d(n-1)}}{\beta + \frac{|x'(n)|^2}{d(n-1)}} \right) = \\
&= \beta^{-1} \left( \frac{1}{d(n-1)} - \frac{\frac{1}{d(n-1)}}{\beta \frac{d(n-1)}{|x'(n)|^2} + 1} \right) = \\
&= \beta^{-1} \left( \frac{\left( \beta \frac{d(n-1)}{|x'(n)|^2} + 1 \right)}{d(n-1) \left( \beta \frac{d(n-1)}{|x'(n)|^2} + 1 \right)} - \frac{d(n-1) \frac{1}{d(n-1)}}{d(n-1) \left( \beta \frac{d(n-1)}{|x'(n)|^2} + 1 \right)} \right) = \\
&= \beta^{-1} \left( \frac{\beta \frac{d(n-1)}{|x'(n)|^2}}{d(n-1) \left( \beta \frac{d(n-1)}{|x'(n)|^2} + 1 \right)} \right) = \beta^{-1} \left( \frac{\beta \frac{d(n-1)}{|x'(n)|^2}}{\beta \frac{d(n-1)d(n-1)}{|x'(n)|^2} + d(n-1)} \right) = \\
&= \beta^{-1} \left( \frac{1}{d(n-1) + \beta^{-1} |x'(n)|^2} \right) = \frac{\beta^{-1}}{d(n-1) + \beta^{-1} |x'(n)|^2} = \\
&= \frac{1}{\beta d(n-1) + |x'(n)|^2}
\end{aligned} \tag{A.6}$$

Maintenant on a

$$P(n) = \frac{1}{d(n)} = \frac{1}{\beta d(n-1) + |x'(n)|^2} \tag{A.7}$$

Ou

$$d(n) = \beta d(n-1) + |x'(n)|^2 \tag{A.8}$$

Qui est le résultat désiré.

## A.2 Dérivation de (4.19)

Le point de départ de la dérivation de l'équation (4.10) dans l'algorithme PAST,

$$\mathbf{W}(n) = \mathbf{W}(n-1) + \mathbf{e}(n)g^H(n). \tag{A.9}$$

Car  $r=1$  l'équation peut être réécrite comme

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \mathbf{e}(n)g^H(n). \tag{A.10}$$

On sait maintenant que

$$d(n) = 1/P(n) \tag{A.11}$$

$$h(n) = x'(n)/d(n-1) \quad (\text{A.12})$$

$$g(n) = \frac{h(n)}{\beta + (x'(n)) \cdot h(n)} \quad (\text{A.13})$$

On réécrit l'équation (A.13) utilisant (A.11)- (A.12)

$$\begin{aligned} g(n) &= \frac{\frac{x'(n)}{d(n-1)}}{\beta + \left( (x'(n)) \cdot \frac{x'(n)}{d(n-1)} \right)} = \frac{x'(n)}{\beta d(n-1) + (x'(n)) \cdot x'(n)} = \\ &= \frac{x'(n)}{\beta d(n-1) + |x'(n)|^2} = \frac{x'(n)}{d(n)}. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Et injectant le résultat dans (A.10)

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(n) &= \mathbf{w}(n-1) + \mathbf{e}(n) \left( \frac{x'(n)}{d(n)} \right) \cdot \\ &= \mathbf{w}(n-1) + \mathbf{e}(n) x'^{\circ}(n) / d(n) \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Qui est le résultat désiré.

## Bibliographie

- [1] Léo THOUREL : Calcul et conception des dispositifs en ondes centimétriques et millimétriques « les Antennes » , Tome 02. Cepadus – Edition.
- [2] Guillaume VILLEMAUD :« Cours d’antennes » 5ème année ingénieur du Département Génie Électrique.
- [3] S.MEGUELATI: « Cours d’antenne » 4ème année ingénieur du Département d’aéronautique, Université de S.Dahlab.
- [4] M MANSOURI, D. SAILILIA et F.Z DOUDOU « Estimation de la direction d’arrivée DOA des signaux par les méthodes ESPRIT et TLS », Dept Aero. Univ S.Dahlab. Juin2005
- [5] B. ATROUZ , « Systèmes radar : Théories, techniques et Application » Ministère de la Défense National . Décembre 2007.
- [6] PILLAI , Array signal processing Booklyn 1998
- [7] HAARDT, M., Efficient One-, Two-, and Multidimensional High-Resolution Array Signal Processing, New York: Shaker Verlag, 1997.
- [8] ROY, R., and T. KAILILATH, "ESPRIT-Estimation of Signal Parameters Via Rotational Invariance Techniques," IEEE Trans. on Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. 37, No.7, July 1989, pp. 984-995.
- [9] Ferid HARRABI, Hatem CHANGUEL and Ali GHARSALLAH. "Estimation of 2D Direction of Arrival with Extended Correlation Matrix". Groupe d’électronique, laboratoire de physique de la matière molle, Faculty of sciences, Tunis,2092,Tunisia. Publication :24 May 2007.

- [10] HAARDT, M. "2D Unitary ESPRIT For Efficient 2D Parameter Estimation," Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. 3, May 9-12, 1995, pp. 2096-2099.
- [11] Nizar Abedel-Hafeeth Mohammed Tayem, "Direction of arrival angle estimation for wireless communication system"
- [12] J.Karhunen, A.Hyvarinen, R.Vigaro, and E.Oja. "Applications of Neural Blind Separation to Signal and Image Processing". In Proc. 1997 IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP'97), 1997.
- [13] L. XU. "Least Mean Square Error Reconstruction Principle for Self-Organizing Neural-Nets". Neural Networks, 6:627-648,1993.
- [14] E.Oja, J.Karhunen, A.Hyvarinen, R.Vigaro, and J.Hurri. "Neural Independent Component Analysis - Approaches and Applications". In Brain-like Computing and Intelligent Information Systems (S.-I Amari and N. Kasabov (Eds.)), pages 167-188, Springer-Verlag, Singapore, 1998.
- [15] J.Hérault and B.Ans. « Circuits Neuronaux à Synapses Modifiables: Décodage de Messages Composites par Apprentissage non Supervisé ». C.-R. de l'Académie des Sciences, 299(III-13):525-528, 1984.
- [16] J.Hérault, C.Jutten, and B.Ans. « Détection de Grandeurs Primitives dans un Message Composite Par une Architecture de Calcul Neuromimétique en Apprentissage non Supervisé ». In Actes du Xème colloque GRETSI, pages 1017-1022, Nice, France, 1985.

[17] B. Yang. "Projection Approximation Subspace Tracking". IEEE Transactions on Signal Processing, 43:95–107, Jan 1995.

[18] S. Haykin. "Adaptive Filter Theory". Prentice Hall, 4th edition, 2002.

[19] P. Pajunen and J. Karhunen. "Least-Squares Methods for Blind Source Separation Based on Nonlinear PCA". International Journal of Neural Systems, 8:601–612, 1997.

[20] A. Hyvarinen, J. Karhunen, and E. Oja. "Independent Component Analysis". Adaptive and Learning Systems for Signal Processing, Communications, and Control. Wiley, 2001.