

UNIVERSITE SAAD DAHLEB DE BLIDA 1

Faculté de technologie

Département de Génie Civil

THESE DE DOCTORAT EN SCIENCES

Spécialité : Génie Civil

**LE COMPORTEMENT DIFFERÉ DES STRUCTURES
EN BÉTON (EFFET DE DESSICATION)**

Par

Mr. KEBIR Abderraouf

Devant le jury composé de :

Professeur ABED Mohamed	USBD1	Président
Professeur OUDJIT Med Nadjib	USTHB	Examineur
Professeur CHAID Rabah	UMBB	Examineur
Docteur SI-AHMED Mohamed	USBD1	Examineur
Docteur BOUKRI Mehdi	CGS	Examineur
Professeur BRAHMA Abdelmalek	USBD1	Directeur de thèse

Blida, 2023

REMERCIEMENTS

Au terme de travail je tiens à remercier en premier lieu dieu miséricordieux qui m'a donné la force à achever cette réalisation et nous lui rendons grâce.

Je tiens à remercier le professeur A. BRAHMA, pour m'avoir dirigé et suivi, et pour ses précieux conseils, qu'il n'a cessé de me prodiguer.

Je remercie également tous les membres de jury pour avoir accepté d'examiner ce mémoire.

Mes remerciements vont à tous les enseignants du département de génie civil.

Enfin, je remercie toute personne, qui de près ou de loin ont m'aidé à la réalisation de ce mémoire.

DEDICACES

A ma chère femme, qu'aucune dédicace ne pourrait exprimer mon amour envers elle.

ملخص

لطالما كانت الخرسانة المادة الأكثر استخدامًا في البناء. ستظل بلا شك المادة الأكثر استخدامًا، خلال العقود القليلة القادمة، في بناء الهياكل المختلفة.

تتعرض المواد الهيدروليكية بعد صبها لأكثر الهجمات تنوعًا، بما في ذلك الانكماش. لا مفر من الانكماش أثناء التصلب، فهو يؤدي إلى اختلافات كبيرة في الأبعاد تتجلى من خلال التشققات التي تضر بالأداء الجيد والمتانة للهياكل. في هذا العمل نتطرق أولاً إلى ظاهرة الانكماش وكذلك ظاهرة الجفاف وأصولها وتأثيرها على العناصر الهيكلية. ثم، في المرة الثانية، نحاول إظهار تأثير معاملات التحضير والحفظ على سرعة وسعة التغيرات التلقائية في الأبعاد (الانكماش والجفاف) للخرسانة الهيدروليكية من خلال ملاحظة تحليل حساسية الانكماش. بعد ذلك، سنحاول وصف ونمذجة انكماش الجفاف باستخدام نموذج رياضي. سيتم تبرير هذا النموذج من خلال المواجهة مع النتائج التجريبية وكذلك مع النماذج الأخرى الموجودة في الكتب.

أخيراً، نقدم تطبيقاً للخرسانة سابقة الإجهاد من خلال مقارنة كمية لخسائر الإجهاد المحسوبة وفقاً للاكواد الدولية المعتمدة كمرجع BPEL1991 و IS 1343 و Eurocode 2 والكود الأمريكي ACI-318 وبالتالي، دراسة مقارنة لأكواد حساب خسائر الإجهاد.

سيكون النموذج الذي تم تطويره ذا أهمية كبيرة لفهم آلية تشوه الخرسانة الهيدروليكية وسيسمح بالتنبؤ بتطور انكماش الجفاف.

RESUME

Le béton a été depuis longtemps le matériau le plus utilisé dans la construction. Il demeurera sans aucun doute le matériau le plus employé, au cours des prochaines décennies, dans la construction de divers ouvrages.

Les matériaux hydrauliques sont soumis après leur mise en place aux agressions les plus diverses entre autres le retrait. Le retrait est inévitable au cours du durcissement, il conduit à d'importantes variations dimensionnelles qui se manifestent par des fissures lesquelles sont préjudiciables à la bonne tenue et à la durabilité des ouvrages.

Dans ce travail, nous commentons, dans un premiers temps, le phénomène de retrait ainsi que celui du séchage, ses origines et ses effets sur les éléments de structure.

Puis, dans un second temps, nous essayons de montrer l'influence des paramètres de confection et de conservation sur la vitesse et l'amplitude des variations dimensionnelles spontanées (retrait de dessiccation) des bétons hydrauliques par le billet d'une analyse de sensibilité des modèles de prédiction de retrait. Par la suite, nous tenterons de décrire et de modéliser le retrait de dessiccation au moyen d'un modèle mathématique. Ce modèle sera justifié par une confrontation à des résultats expérimentaux et aussi à d'autres modèles existants dans la littérature.

Finalement, nous présentons une application au béton précontraint par une comparaison quantitative des pertes de précontrainte calculées selon les codes internationaux pris comme référence : BPEL, IS 1343, l'Eurocode 2 et le code américain ACI-318 et par conséquent, une étude comparative des codes de calcul des pertes de précontrainte est faite.

Le modèle développé sera d'une grande importance pour la compréhension du mécanisme de déformation des bétons hydrauliques et permettra la prévision de l'évolution du retrait de dessiccation.

ABSTRACT

Concrete has been for long time the most widely used material in construction. It will undoubtedly remain the most one, over the next few decades, in the construction of various structures.

Hydraulic materials are exposed after their placement to the most diverse attacks, including shrinkage. Shrinkage is inevitable during hardening, it leads to significant dimensional variations which are manifested by cracks that are detrimental to the good performance and structures durability.

In this work, we first comment on the phenomenon of shrinkage as well as that of drying, its origins and its effects on the structural elements.

Then, in a second time, we try to show the influence of the manufacture and conservation parameters on the speed and the amplitude of the spontaneous dimensional variations (drying shrinkage) of the hydraulic concretes by the ticket of a sensitivity analysis of the shrinkage prediction models. Subsequently, we will attempt to describe and modeling desiccation shrinkage using a mathematical model. This model will be justified by a confrontation with experimental results and also with other existing models in the literature.

Finally, we present an application to prestressed concrete by a quantitative comparison of the prestressing losses calculated according to the international codes taken as reference: BPEL, IS 1343, Eurocode 2 and the American code ACI-318 and consequently, a comparative study of the codes for calculating prestressing losses is achieved.

The developed model will be of great importance for understanding the deformation mechanism of hydraulic concretes and will allow the prediction of the evolution of desiccation shrinkage.

TABLE DES MATIERES

REMERCIEMENTS	I
DEDICACES	II
ملخص	III
RESUME	IV
ABSTRACT	V
TABLE DES MATIERES	VI
LISTE DES FIGURES	XII
LISTE DES TABLEAUX	XV
INTRODUCTION GENERALE	1
1 CHAPITRE I : REVUE BIBLIOGRAPHIQUE	5
1.1 Généralités et historique	5
1.2 Les différentes déformations du béton	6
1.2.1 Variations dimensionnelles spontanées	6
1.2.2 Déformations sous chargement	7
1.3 Les retraits des bétons	7
1.3.1 Définition.....	7
1.3.2 Retrait thermique.....	8
1.3.3 Retrait endogène ou retrait d'hydratation du béton (retrait d'auto dessiccation)	8
1.3.4 Retrait plastique (retrait d'évaporation avant prise)	11
1.3.5 Retrait de dessiccation (retrait de séchage)	12
1.3.6 Retrait de carbonatation.....	13
1.3.7 Facteurs influant le retrait.....	14
1.3.7.1 Agrégats.....	14
1.3.7.2 L'humidité relative de l'environnement	15
1.3.7.3 La période de cure	16
1.3.7.4 Le rapport E/C et dosage en ciment	17
1.3.7.5 Les adjuvants.....	18
1.3.7.6 Forme et dimension de la pièce en béton	18
1.3.8 Effets mécaniques dus au retrait du béton	19

1.4	Le séchage et le retrait de dessiccation.....	22
1.4.1	Le séchage du béton	22
1.4.1.1	Introduction	22
1.4.1.2	Le séchage : causes et conséquences.....	23
1.4.1.3	L'eau dans la pâte de ciment durci et dans le béton	24
1.4.1.3.1	L'eau liée chimiquement (eau combinée)	24
1.4.1.3.2	L'eau de sorption (eau adsorbée)	26
1.4.1.3.3	L'eau libre (capillaires)	26
1.4.1.4	Distinction entre eau évaporable et non évaporable.....	28
1.4.1.5	La porosité du béton durci.....	28
1.4.1.6	Isotherme de sorption/désorption du béton	30
1.4.1.7	Modèles de séchage.....	31
1.4.1.7.1	Fixation de l'humidité dans les milieux poreux	31
1.4.1.7.2	Transfert de l'humidité dans le béton (migration de l'humidité dans le béton) ..	33
1.4.2	Le Retrait de dessiccation.....	36
1.4.2.1	Mécanisme.....	36
1.4.2.2	Effets mécaniques dus au retrait du béton.....	38
1.4.2.3	Quelques tentatives de modélisation du retrait de dessiccation.....	39
1.5	Conclusion.....	44
2	CHAPITRE II : LES DIFFERENTS MODELES DE PREDICTION.....	46
2.1	Introduction	46
2.2	Modèle de prédiction de retrait Euro Code 2	47
2.3	Modèle de retrait ACI 209R-92.....	48
2.4	Modèle de retrait B3.....	49
2.5	Modèle de retrait GL2000	51
2.6	Modèle de retrait Fib 2010	51
2.7	Analyse de sensibilité des modeles de prediction de retrait	52
2.8	Ampleur du changement de la déformation de retrait	56
2.8.1	Facteurs d'influence majeurs (a 6 mois)	58
2.8.1.1	L'humidité relative HR.....	58
2.8.1.2	Résistance à la compression	59
2.8.1.3	Taille de l'élément en béton	60
2.8.1.4	Forme de l'élément en béton	61
2.8.2	Facteurs d'influence négligeables (à 6 mois).....	62
2.8.2.1	Type de ciment	63
2.8.2.2	Régime de cure.....	64

2.8.2.3	Durée de cure.....	66
2.8.2.4	Module de Young.....	67
2.9	Ampleur des variations des déformations de retrait au fil du temps	68
2.9.1	Principaux facteurs d'influence au fil du temps.....	70
2.9.1.1	Humidité relative.....	70
2.9.1.2	Résistance à la compression.....	71
2.9.1.3	Taille de l'élément en béton.....	71
2.9.1.4	Forme de l'élément en béton.....	72
2.9.2	Facteurs d'influence négligeables dans le temps	73
2.9.2.1	Type de ciment.....	74
2.9.2.2	Régime de cure.....	75
2.9.2.3	Durée de cure.....	76
2.10	Conclusion.....	77
3	CHAPITRE III : MODELISATION.....	79
3.1	Introduction.....	79
3.2	Modélisation.....	79
3.3	Améliorations du modèle	84
3.3.1	Ajustement du paramètre « a ».....	84
3.3.2	Ajustement du paramètre « c ».....	86
4	CHAPITRE IV : VALIDATION DU MODÈLE.....	88
4.1	Introduction.....	88
4.2	Comparaison des prédictions du modèle avec les valeurs expérimentales du béton ordinaire [61] données par Bazant.....	88
4.3	Comparaison des prédictions du modèle avec les résultats expérimentaux de retrait de séchage du béton à hautes performances (BHP) de vahid [62].....	89
4.4	Confrontation des prédictions du modèle de retrait de séchage avec les résultats expérimentaux du béton léger (LWC).....	91
4.4.1	Comparaison à court terme.....	91
4.4.2	Comparaison à long terme.....	92
4.5	Confrontation des prédictions du modèle avec des résultats des bétons autoplaçant.....	93
4.5.1	Comparaison du retrait de séchage à court terme.....	94
4.5.2	Comparaison du retrait de séchage à long terme.....	95
4.6	Confrontation des prédictions des modèles développés avec les modèles les plus courants et diverses bases de données	96
4.6.1	Confrontation avec Al-Saleh [68]	96
4.6.2	Confrontation avec Vinkler [72]	97
4.7	Conclusion.....	99

5	CHAPITRE V : APPLICATION AU BÉTON PRÉCONTRAIT	102
5.1	Introduction	102
5.2	Modes de réalisation de la précontrainte	103
5.2.1	Mode de précontrainte par pré-tension	103
5.2.2	Mode de précontrainte par post-tension	103
5.2.3	Comparaison entre les deux modes de précontrainte	104
5.2.3.1	Pré-tension.....	104
5.2.3.2	Post-tension	105
5.3	Pertes de précontrainte	105
5.3.1	Variation dans le temps de la tension	105
5.3.2	Importance de l'estimation des pertes	106
5.3.3	Types des pertes de précontrainte dans les deux modes classiques.....	107
5.3.4	Pertes de tension en précontrainte par post tension.....	107
5.3.4.1	Pertes de tension instantanées	108
5.3.4.1.1	Pertes de tension par frottement	108
5.3.4.1.2	Perte de tension par recul de l'ancrage	109
5.3.4.1.3	Perte de tension par déformations instantanées du béton.....	111
5.3.4.2	Pertes de tension différées	112
5.3.4.2.1	Pertes par retrait	112
5.3.4.2.2	Pertes de tension par fluage.....	113
5.3.4.2.3	Pertes par relaxation	114
5.4	Les codes de calcul des pertes de précontrainte	115
5.5	Étude comparative des codes de calcul des pertes de précontrainte.....	115
5.5.1	Introduction	115
5.5.2	Séquences de calcul et procédures d'analyse.....	116
5.5.3	Mode par post-tension	116
5.5.3.1	Pertes par raccourcissement élastique	119
5.5.3.2	Pertes par recul d'ancrage	120
5.5.3.3	Pertes par frottement	121
5.5.3.4	Pertes par fluage	121
5.5.3.5	Pertes par retrait.....	122
5.5.3.6	Pertes par relaxation	123
5.5.3.7	Résultats et discussion.....	124
5.5.4	Mode par pré-tension.....	127
5.5.5	Comparaison des pertes pour les deux modes	129
5.6	Conclusion.....	130

6	CONCLUSION GENERALE	133
7	REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUE	135
	ANNEXE	140
A.	ANNEXE A	141
A.1	Modélisation des paramètres du modèle	141
A.1.1	Présentation du modèle de régression	141
A.1.2	Estimation des paramètres.....	142
A.1.3	Evaluation des modèles	142
A.1.3.1	Ecart type.....	142
A.1.3.2	Coefficient de détermination R^2	143
A.1.3.3	Coefficient de détermination ajusté \bar{R}^2	143
A.1.3.4	Tests sur la qualité des estimateurs	143
A.1.3.4.1	Test de Student.....	143
A.1.3.4.2	Test de Fisher :.....	144
A.1.4	Test du modèle	144
A.1.5	Méthode de Marquardt-Levenberg.....	145
B.	ANNEXE B	147
B.1	Le règlement BPEL91	147
B.1.1	Généralité	147
B.1.2	Les pertes selon le règlement BPEL 91.....	147
B.1.2.1	Par frottement	147
B.1.2.2	Par recul d'ancrage.....	149
B.1.2.3	Par déformation instantanée	151
B.1.2.4	Par retrait du béton	151
B.1.2.5	Par fluage du béton.....	152
B.1.2.6	Par relaxation des aciers	152
B.2	Eurocodes 2 : Partie 1.1.....	152
B.2.1	Généralité	152
B.2.2	Les pertes selon Eurocodes 2 : Partie 1.1	153
B.2.2.1	Par frottement	153
B.2.2.2	Par recul d'ancrage.....	155
B.2.2.3	Par déformation instantanées.....	156
B.2.2.4	Par retrait	157
B.2.2.5	Par fluage.....	157
B.2.2.5.1	Par relaxation des aciers.....	157

B.3	Code ACI 318-08	158
B.3.1	Généralité	158
B.3.2	Les pertes selon le code ACI 318-08.....	158
B.3.2.1	Par frottement	158
B.3.2.2	Par recul d'ancrage.....	160
B.3.2.3	Par déformation instantanées.....	160
B.3.2.4	Par retrait du béton	161
B.3.2.5	Par fluage du béton.....	162
B.3.2.6	Par relaxation des aciers	163
B.4	Le code IS 1343.....	164
B.4.1	Généralité	164
B.4.2	Les pertes selon le code IS : 1343	164
B.4.2.1	Par frottement	164
B.4.2.2	Par recul d'ancrage.....	166
B.4.2.3	Perte de tension par déformation instantanées	167
B.4.2.4	Par retrait	168
B.4.2.5	Par fluage.....	168
B.4.2.6	Par relaxation des aciers	169

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE I

Figure 1.1: Le triangle de l'hydratation : résistance, chaleur, réduction de volume du béton [11].	9
Figure 1.2: Expérience de contraction de LE CHATELIER [12].	10
Figure 1.3: Relation entre la perte d'eau, l'humidité relative et le retrait de séchage de la pâte de ciment hydraté [14].	12
Figure 1.4: Influence de dosage des granulats sur le rapport retrait de béton / retrait de la pâte de ciment [16].	14
Figure 1.5: Effets des granulats sur le retrait [17].	15
Figure 1.6: Relation entre le retrait et le temps d'exposition à différentes humidités relatives [16].	16
Figure 1.7: L'effet de la période de cure sur le développement du retrait dans le temps [18].	16
Figure 1.8: Influence du rapport E/C et le pourcentage des agrégats sur le retrait [16].	17
Figure 1.9: Effet de dosage en ciment sur le retrait plastique [16].	17
Figure 1.10: Résultats de retrait des bétons contiennent 2 % des adjuvants réducteurs de retrait [19].	18
Figure 1.11: Les quatre principales sortes de fissures précoces susceptibles d'affecter un ouvrage en béton [22].	19
Figure 1.12: Fissuration d'une dalle (retrait avant prise) [2].	20
Figure 1.13: Réseau de fissures de surface, imputables à l'absence ou l'insuffisance du traitement de cure [23, 24].	21
Figure 1.14: Fissuration de peau observée sur une dalle en béton armé conservée dans l'air (HR=44% ; T=32°C ; Vitesse de vent=8m/s).	21
Figure 1.15: Modélisation des effets dus au retrait de dessiccation [24–27].	22
Figure 1.16: Structure de l'ettringite [28].	25
Figure 1.17: Schéma illustrant la répartition de l'eau dans l'unité structurale de C-S-H [29].	25
Figure 1.18: Modèle de FELDMAN et SEREDA, revu par SIERRA [31].	26
Figure 1.19: Composition de la pâte de ciment à différentes étapes de l'hydratation, (de 0 %, 33 %, 67 % et 100 % d'hydratation, rapport Eau/Ciment de 0.2 à 0.8 [32].	27
Figure 1.20: Distribution de la porosité de la pâte de ciment à différentes rapport Eau/Ciment [34].	29
Figure 1.21: Isotherme de désorption sur un béton ayant un E/C = 0.5 et un rapport granulats/ciment = 3 [8].	31
Figure 1.22: Schématisation d'un ménisque dans un capillaire [14].	33
Figure 1.23: Distribution de la teneur en eau dans un échantillon de béton [4].	37
Figure 1.24: Accroissement du retrait en fonction de la perte en poids (pâte âgée de 1, 7, 28, 90 et 365 jours, E/C= 0.5) [6].	38

CHAPITRE II

Figure 2.1: Variation de la déformation de retrait prévue après 6 mois lorsque des paramètres spécifiques sont modifiés.	57
Figure 2.2: Sensitivité des modèles de prédiction de retrait au changement de HR relative.	58

Figure 2.3: Sensitivité des modèles de prédiction de retrait au changement de Fc28.....	59
Figure 2.4: Sensitivité des modèles de prédiction de retrait au changement de la taille.	60
Figure 2.5: Sensitivité des modèles de prédiction de retrait au changement de la forme.....	62
Figure 2.6: Sensitivité des modèles de prédiction de retrait au changement de type de ciment.	64
Figure 2.7: Sensitivité des modèles de prédiction de retrait au changement de régime de cure.	66
Figure 2.8: Sensitivité des modèles de prédiction de retrait au changement de la durée de cure.....	67
Figure 2.9: Sensitivité des modèles de prédiction de retrait au changement de la rigidité.....	68
Figure 2.10: Changement de la déformation de retrait prévue après 2 ans lorsque l'humidité relative est modifiée.....	70
Figure 2.11: Changement de la déformation de retrait prévue après 2 ans lorsque Fc28 est modifié..	71
Figure 2.12: Changement de la déformation de retrait prévue après 2 ans lorsque la taille est modifiée.	72
Figure 2.13: Changement de la déformation de retrait prévue après 2 ans lorsque la forme est modifiée.	73
Figure 2.14: Changement de la déformation de retrait prévue après 2 ans lorsque le type de ciment est modifié.	74
Figure 2.15: Changement de la déformation de retrait prévue après 2 ans lorsque le régime de cure est modifié.	75
Figure 2.16: Changement de la déformation de retrait prévue après 2 ans lorsque la durée de cure est modifiée.....	76

CHAPITRE III

Figure 3.1: Evolution du retrait de dessiccation en fonction du temps (-a- : V/S= 76 mm, -b- : V/S =102mm) pour de différentes humidités relatives (HR = 20%, 50%, 75%) [39].....	79
Figure 3.2: Evolution du retrait de dessiccation en fonction du temps (-a- : HR = 20%, -b- : HR = 50%) pour de différents diamètres (V/S = 76 mm, 102mm, 152 mm) [39].....	80
Figure 3.3: Evolution du retrait de dessiccation en fonction du temps (-a- : HR=20 %, -b- : HR =50%) pour de différentes durées de cure (t ₀ =3j, t ₀ =8j, t ₀ =24j) [39].	80
Figure 3.4: Evolution du retrait de séchage normalisé [52].	81
Figure 3.5: La fonction de densité de probabilité F (t, t ₀). [53].....	81
Figure 3.6: Effet de l'humidité relative HR sur le retrait du béton à différents âges [51].	85
Figure 3.7: Effet du rapport V/S sur le retrait du béton à différents âges [51].....	85
Figure 3.8: Proportions des valeurs par intervalles du paramètre (a).....	86

CHAPITRE IV

Figure 4.1: Prédications des déformations de retrait de séchage en fonction de la variation du rapport V/S et de l'humidité relative par rapport au modèle B4 donné par Bazant [56].	88
Figure 4.2: Confrontation des prédictions de modèle et les résultats expérimentaux de retrait de séchage [57] pour différents mélanges : (a) 0.6DHE, (b) 1.2DHE, (c) SF10GGBS30.....	90
Figure 4.3: L'influence du volume de mousse des fibres PP sur la déformation de retrait de séchage et les prédictions des modèles [59].	91
Figure 4.4: Comparaisons des mesures et des prédictions des modèles de retrait de séchage de (a) LWC pour (HR=50%, V/S=20mm) et (b) LWC pour (HR=50%, V/S=6.08mm) [60].	92
Figure 4.5: L'effet des adjuvants minéraux (SF et FA) sur les résultats de retrait de séchage [61] et les prédictions des modèles pour des bétons autoplaçants.....	94
Figure 4.6: Prédications des modèles par rapport au retrait de séchage des mélanges des BAP contenant 20 %, 60 % de laitier de cuivre [62].	96

Figure 4.7: Confrontation des prédictions du modèle et les mesures expérimentales de retrait de séchage d'Al-Saleh [63] ; (a) : HR=50%, (b) : HR=5%	97
Figure 4.8: Données de retrait mesurées par Vinkler [67] comparées aux prédictions du modèle en fonction de : (a) V/S, (b) RH.	98
Figure 4.9: Prédications de retrait de séchage des différents modèles par rapport aux résultats expérimentaux de Vinkler [67].	99

CHAPITRE V

Figure 5.1: Banc de précontrainte par pré-tension. [72].....	103
Figure 5.2: Principe de mode par post-tension. [73]	104
Figure 5.3: Sources des pertes de précontrainte.	106
Figure 5.4: Frottements le long du câble lors de sa mise en tension. [75]	108
Figure 5.5: Perte de tension du au recul d'ancrage. [75].....	110
Figure 5.6: Effet de retrait sur la tension des câbles. [77].....	113
Figure 5.7: Variation de la contrainte du béton au niveau du câble. [75]	114
Figure 5.8: Evolution de la relaxation sur banc. [77]	115
Figure 5.9: Tracé du câble en post tension d'une poutre en I.....	118
Figure 5.10: Pertes de précontrainte par raccourcissement élastique (MPa).....	120
Figure 5.11: Pertes de précontrainte par recul d'ancrage (MPa).	120
Figure 5.12: Pertes de précontrainte par frottement (MPa).	121
Figure 5.13: Pertes de précontrainte par fluage (MPa).....	121
Figure 5.14: Pertes de précontrainte par retrait (MPa).	122
Figure 5.15: Pertes de précontrainte par retrait (MPa).	123
Figure 5.16: Pertes totales de précontrainte par post tension (MPa).	124
Figure 5.17: Tracé du câble en pré-tension dans une poutre en I.	128
Figure 5.18: Pertes totales de précontrainte par pré-tension (MPa).	128
Figure 5.19: Comparaison des pertes totales de précontrainte en post tension et en pré-tension.....	129
Figure 5.20: Pertes de précontrainte due au fluage et au retrait en pré-tension pour différents codes.	130
Figure 5.21: Pertes de précontrainte due au fluage et au retrait en post-tension pour différents codes.	130

ANNEXE

Figure B.1: Frottement et réaction en courbe. [75]	148
Figure B.2: Avant et après la mise en tension. [77]	150
Figure B.3: Équilibre d'un tronçon de câble. [75]	153
Figure B.4: Frottement et réaction en courbure. [84].....	158
Figure B.5: Perte de tension par raccourcissement élastique	160
Figure B.6: Forces agissantes dans un câble de longueur infinitésimale [76].	165
Figure B.7: Diagramme de variation de force avant et après la mise en tension [76].	167

LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE I

Tableau 1-1: Teneur en eau et résistance en fonction de l'humidité relative sur un béton ayant un E/C de 0.5 et un rapport granulats/ciment de 3 [8].	30
--	----

CHAPITRE II

Tableau 2-1: Les facteurs adoptés dans différents modèles de prédiction.	47
Tableau 2-2: Paramètres des modèles étudiés.	56
Tableau 2-3: Les déformations de retrait prévues à 6 mois calculées par les paramètres initiaux.	56
Tableau 2-4: Variation de la déformation de retrait entre 6 mois et 2 ans lorsque les paramètres des modèles sont modifiés.	69

CHAPITRE III

Tableau 3-1: Tests des paramètres « a, b et c »	84
Tableau 3-2: Valeurs des coefficients « c » estimées par la méthode « SCR ».	86

CHAPITRE V

Tableau 5-1: Caractères spécifiques de pré-tension.	104
Tableau 5-2: Caractères spécifiques de post-tension.	105
Tableau 5-3: Types des pertes de précontrainte dans les deux modes classiques.	107
Tableau 5-4: Valeurs moyennes des coefficients de frottement ϕ et f .	109
Tableau 5-5: Caractéristiques géométriques et propriétés des matériaux en post-tension.	117
Tableau 5-6: Abscisses et ordonnées des câbles dans la section de la poutre.	118
Tableau 5-7: Valeurs des pertes en post tension pour les différents codes.	119
Tableau 5-8: Valeurs de E_c pour différents codes internationaux.	125
Tableau 5-9: Caractéristique géométrique et propriétés des matériaux en pré-tension.	127
Tableau 5-10: Valeurs des pertes en post tension pour les différents codes.	128

ANNEXE

Table B.1: Valeurs moyennes du coefficient de frottement μ . [75]	155
Table B.2: Valeurs moyennes des coefficients μ et K [84]	159
Table B.3: Valeurs de K_{SH} pour les éléments en post-tension [84]	162
Table B.4: Valeurs de f_{py} selon le type d'armature [84]	164
Table B.5: Valeurs de coefficient μ [76]	166
Table B.6: Valeurs du coefficient de fluage θ .	169
Table B.7: Pertes par relaxation pour l'acier de précontrainte à 1000H à 27°C.	169

INTRODUCTION

Le béton est l'un des matériaux les plus anciens et le plus utilisé dans la construction. Ses caractéristiques intrinsèques lui permettent d'être utilisé pour la réalisation de différents types d'ouvrages aussi bien en béton armé qu'en béton précontraint.

Cependant, dès sa mise en place le béton est soumis à de différentes formes d'agressions mécaniques et /ou environnementales.

Le séchage accompagne la prise et le durcissement du béton et donne lieu à des variations dimensionnelles qui peuvent porter préjudices à la longévité des éléments structuraux.

Les effets du séchage sur les matériaux hydrauliques sont bien connus mais les études portant sur leur quantification sont peu nombreuses ; une modélisation de leur prédiction s'impose d'elle-même compte tenu de l'importance sur les aspects techniques, esthétiques, économiques ...

Le but de la présente étude est d'élucider le phénomène de séchage et son impact sur les variations dimensionnelles spontanées et aussi sous charges sur le comportement différé des structures en béton.

Au cours de ce travail nous avons développé un modèle mathématique donnant l'évolution des variations dimensionnelles spontanées (retrait de dessiccation) des bétons hydrauliques. Ce modèle prend en compte le rapport V/S (volume du béton / sa surface exposé à l'air), l'humidité relative (HR) et la durée de cure (t_0).

Nous avons scindé notre travail comme suit :

La première partie se compose de deux chapitres, le premier chapitre présente les définitions des déformations, leurs causes, leurs conséquences et les facteurs qui influent sur les variations dimensionnelles spontanées ainsi que leurs effets mécaniques, puis nous

présentons les différents types de retrait et quelques tentatives de modélisation recueillies dans la littérature.

Dans le deuxième chapitre, les modèles les plus couramment utilisés pour prédire la déformation de retrait sont rapidement présentés, tels que le modèle B3, établi par Bažant et Baweja, le modèle ACI 209R-92, établi par Christianson et Branson, le modèle GL 2000, établi par Lockman et Gardner, le modèle CEB MC 90 en plus du modèle modifié CEB MC90-99, chacun d'eux établi par Müller et Hilsdorf, et enfin, le modèle Fib mettant en évidence l'approche pour comprendre comment la forme et la taille de l'élément en béton et les conditions de durcissement, ainsi que l'humidité relative, influencent les déformations de retrait prévues. Par la suite, nous exposons en détail une analyse de sensibilité des modèles de prédiction de retrait tenant compte de la corrélation. La question à laquelle cette partie d'étude vise à répondre est de savoir comment sont sensibles les paramètres qui constituent les données d'entrée pour les différents modèles, et peut-on dire qu'un modèle prédit des déformations raisonnablement précises dans toutes les situations.

La deuxième partie comporte le troisième et le quatrième chapitre.

Dans le troisième chapitre, nous modéliserons l'évolution du retrait de dessiccation des bétons hydrauliques en se référant à une représentation graphique non linéaire qui paraisse, à priori, la mieux adaptée pour décrire le phénomène de retrait de dessiccation. Ceci s'opère en procédant à l'estimation statistique des paramètres du modèle lesquels seront par la suite évalués à partir de l'erreur et du coefficient de corrélation correspondants. Ces derniers seront justifiés par des méthodes d'optimisation.

Le chapitre quatre s'intéresse par la validation de cette modélisation par confrontations aux données expérimentales. Nous comparons les valeurs prévisionnelles de notre modèle avec un grand nombre de données expérimentales recueillies dans la littérature y compris différents types de béton tel que les bétons ordinaires, les bétons à haute performance (BHP), les bétons légers (LWC), les bétons auto plaçant (BAP), ainsi aux codes des prédictions les plus répondus.

Enfin, pour mieux apprécier et évaluer l'impact des comportements différés des bétons sur les structures, nous avons tenté d'apparaître la participation du retrait et du fluage dans les pertes de précontrainte dans une poutre. Pour cela, le chapitre cinq expose les différents modes de précontrainte bien que les principaux codes de calcul des pertes qui s'appliquent.

Ce dernier chapitre quantifie ces pertes de précontraintes ainsi que leurs causes par des confrontations entre modèles et des interprétations au moyen d'une étude comparative des codes de calcul.

CHAPITRE I
REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

1 CHAPITRE I : REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1 Généralités et historique

Le béton a été depuis longtemps le matériau le plus utilisé dans la construction. Il demeurera sans aucun doute le matériau le plus employé, au cours des prochaines décennies, dans la construction de divers ouvrages. . Il est confectionné par mélange de constituants très différents, à savoir : un liant hydraulique, un liquide (eau) et solides inertes (granulats). Le diamètre des particules solides s'échelonne de quelques microns pour le ciment, à plusieurs dizaines de millimètres pour les granulats.

Les liants hydrauliques sont des poudres fines constituées de silicates et d'aluminates de calcium. Mélangés à l'eau ils forment une pâte plastique qui, sous l'influence des processus physicochimique, elle passe à l'état pierreux. Cette propriété est mise à profit pour la confection des mortiers et des bétons. Les liants hydrauliques sont capables de durcir sous l'eau du fait la faible solubilité des hydrates formés.

Les anciens savaient fabriquer un liant non hydraulique par cuisson de roches calcaires, puis par extinction de la chaux vive produite avec de l'eau. Ils obtenaient ainsi de la chaux grasse $\text{Ca}(\text{OH})_2$ encore appelée « chaux aérienne » (car elle ne durcissait que par carbonatation lente à l'air). Les Romains étaient arrivés à fabriquer un véritable liant hydraulique à durcissement lent en mélangeant de la chaux grasse à des cendres volcaniques d'origine récente, riches en silice et en alumine, qu'ils trouvaient au pied du Vésuve à Pouzzoles (d'où est venu le terme de « pouzzolanique ») [1].

On avait observé aux XVII^e et XVIII^e siècles, sans pouvoir l'expliquer, que certaines chaux dites maigres étaient obtenues à partir de calcaires purs (et qu'elles pouvaient même légèrement durcir sous l'eau).

Louis Vicat découvrit que pour obtenir des chaux hydrauliques il requérait que la matière première utilisée renferme une certaine proportion d'argile d'où la notion « indice d'hydraulicité » pour désigner le rapport argile/chaux. De ce point de vue, Louis Vicat fut donc l'inventeur des chaux hydrauliques artificielles et, par la suite le père des ciments portlands artificiels. A noter que des observations analogues ont été faites à peu près à la même époque en U.R.S.S. et en Grande-Bretagne.

L'anglais Joseph Aspdin prit d'ailleurs un brevet en 1824 sur la fabrication d'un liant à partir d'un mélange de chaux et d'argile et qu'il appela « ciment portland », à cause de l'aspect présenté par ce liant durci qui rappelait celui de la pierre calcaire de l'Ile de Portland [2].

Ce n'est qu'après 1844 que des installations industrielles de fabrication du ciment sont apparues presque simultanément en Angleterre, en France, en Allemagne...

1.2 Les différentes déformations du béton

Le béton est un matériau très complexe dans la mesure où il est à la fois hétérogène (mortier et granulats) et triphasique (solide, liquide, gaz). C'est cette complexité microstructurale qui est à l'origine des comportements macroscopiques spécifiques du béton : fluage, retrait, fissuration... [3].

1.2.1 Variations dimensionnelles spontanées

Le durcissement de la pâte de ciment s'accompagne de variations dimensionnelles qui apparaissent dès les premières réactions chimiques, et qui peuvent être au cours des premières heures un gonflement, mais qui se traduisent presque toujours par un volume apparent final décroissant. Nous appellerons ce type de déformation le retrait endogène (ou d'auto-dessiccation, ou d'hydratation).

La réaction chimique de l'eau avec les composants du ciment est exothermique. Lorsque la température ambiante est inférieure à la température maximale atteinte dans le béton, le retour à l'équilibre occasionne un retrait thermique, fonction de l'écart de température et du coefficient de dilatation thermique du matériau.

Outre les phénomènes endogènes, les variations hygrométriques du milieu extérieur provoquent des déformations spontanées du béton, qu'on nomme le retrait de dessiccation, ou retrait de séchage. Lorsque le degré hygrométrique extérieur est inférieur à celui régnant dans

la porosité du matériau, ce qui est le cas dans la plupart du temps, il s'agit effectivement d'un retrait, mais dans la situation contraire, c'est un gonflement [4].

1.2.2 Déformations sous chargement

L'application d'une charge extérieure à un élément de béton lui fait subir une déformation instantanée. Le maintien d'un chargement constant lui procure une déformation différée.

Ce dernier phénomène se compose de deux parties :

- La première partie, appelée « fluage propre », est la déformation sous chargement du matériau en l'absence d'échange d'humidité avec le milieu extérieur.
- La deuxième partie, appelée « fluage de dessiccation », est le supplément de déformation par rapport au fluage propre, lorsque le matériau est exposé aux échanges hydriques avec le milieu extérieur.

Il est alors possible d'apprécier séparément ces dernières déformations par des essais spécifiques [4].

1.3 Les retraits des bétons

1.3.1 Définition

Le retrait est un phénomène bien connu ; il a été observé dès les premières utilisations du ciment, du béton puis du béton armé. Il a fait l'objet depuis 1935, et surtout après la guerre, de nombreuses recherches et des études se poursuivent dans de nombreux laboratoires jusqu'à présent vu la complexité de ce phénomène [2].

Le retrait du béton est la déformation spontanée d'un élément en absence de toute sollicitation mécanique extérieure ; c'est un phénomène de raccourcissement qui accompagne la prise et le durcissement du béton. Cette variation de volume est engendrée par des mouvements de l'eau de gâchage au sein du matériau ce qui se traduit par une contraction d'ensemble.

Dans le vocabulaire technique courant, le terme retrait est utilisé à la place de l'expression « retrait de séchage du béton durci exposé à l'air dont le degré hygrométrique est inférieur à 100 % » [5].

Il existe cependant d'autres types de retrait qui peuvent avoir lieu simultanément ou successivement.

1.3.2 Retrait thermique

L'hydratation du ciment anhydre est responsable d'un effet physico-chimique : le moteur de déformation du retrait thermique est la température. Ce phénomène physico-chimique résulte du fait que la prise s'accompagne d'un fort dégagement de chaleur. En effet, les réactions d'hydratation du ciment sont fortement exothermiques (de l'ordre de 150 à 400 J/g de ciment) [6]. L'essai QAB (Quasi-Adiabatique) mis au point au LCPC (Laboratoire Central des Ponts et Chaussées), permet de mesurer cette élévation de température en fonction du temps. La vitesse de dégagement de chaleur passe par un maximum une dizaine d'heures après le gâchage, ce qui correspond classiquement au début de la prise [7]. La prise et le durcissement du béton ont donc lieu à haute température (de quelques degrés à plus d'une trentaine de degrés au-dessus de la température ambiante, pour les structures les plus massives). Lors de refroidissement de la structure, on observe alors un retrait qui est le retrait thermique [8]. En d'autre terme le retrait thermique peut être défini comme la déformation qui en résulte pour le retour du béton à la température ambiante.

Ce retrait est donné par la formule :

$$R_{th} = \alpha \cdot \Delta\theta$$

Avec θ : différence de température.

α : coefficient de dilatation thermique (varie de 7 à 14 $\mu/m^{\circ}c$, en cas d'incertitude, on peut prendre une moyenne égale à 10 $\mu/m^{\circ}c$) [7].

1.3.3 Retrait endogène ou retrait d'hydratation du béton (retrait d'auto dessiccation)

L'expression « réaction d'hydratation du ciment » est une expression globale qui regroupe, en fait, plusieurs réactions chimiques qui se produisent lorsque le ciment (constituants essentiels du béton) entre en contact avec l'eau [9]. La quantité d'eau nécessaire à l'hydratation du ciment représente environ 25 % de son poids [10]. Le résultat pratique des réactions d'hydratation est la formation d'une pâte de ciment hydraté cohésive qui confère au béton sa résistance, par conséquent les gains de résistance de n'importe quelle pâte de ciment qui s'hydrate se produisent toujours avec le dégagement d'une certaine quantité de chaleur et d'une certaine contraction du volume solide et vice versa. De façon à illustrer cet état de fait, nous pouvons dire d'après [11] que la pâte de ciment et plus généralement le béton, se développe à l'intérieur du triangle d'hydratation : résistance-chaleur-contraction volumétrique (figure I.1) [11].

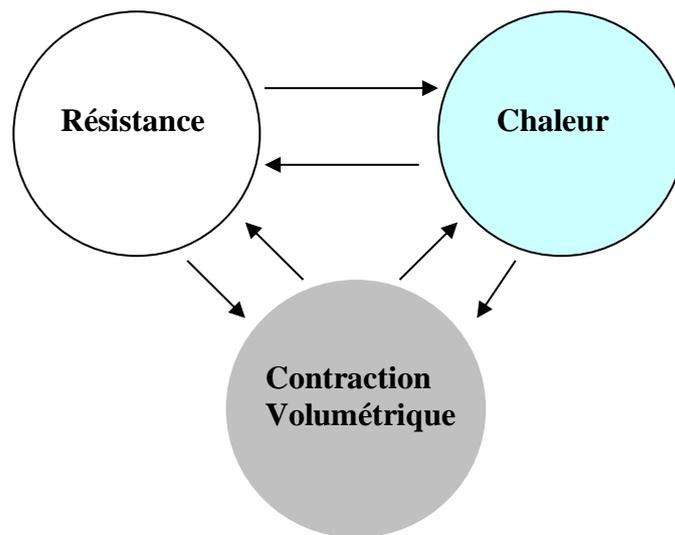


Figure I.1 : Le triangle de l'hydratation : résistance, chaleur, réduction de volume du béton [11].

De façon à expliquer schématiquement les propriétés du béton, on peut supposer que le ciment est composé des principales phases minérales qui sont le silicate tricalcique (C_3S), le silicate bicalcique (C_2S), l'aluminate tricalcique (C_3A) et l'aluminoferrite tétracalcique (C_4AF) ainsi que du sulfate de calcium ($CaSO_4$), que l'on mélange au clinker pour éviter une hydratation trop rapide du C_3A .

Le ciment contient aussi des composés mineurs et des impuretés tels que des sulfates alcalins, de la chaux libre, de la silice qui n'a pas réagi et de la magnésie ; leur influence n'est pas toujours négligeable.

L'hydratation des deux silicates de calcium conduit à la formation d'un même composé : le silicate de calcium hydraté, noté de manière abrégée C-S-H. C'est surtout l'hydratation du ciment C_3S et du C_2S qui participe le plus au développement de la résistance. L'hydratation des deux silicates de calcium conduit aussi à la formation de chaux hydratée $Ca(OH)_2$, appelée « portlandite ». En présence d'eau et de sulfate de calcium, le C_3A se transforme en ettringite ($C_3A \cdot 3CaSO_4 \cdot 32H_2O$) ; quand il n'y a plus de sulfate de calcium, l'ettringite se transforme en monosulfoaluminate ($C_3A \cdot CaSO_4 \cdot 12H_2O$). Quand le sulfate de calcium est totalement épuisé, le C_3A s'hydrate finalement en aluminat de calcium hydraté stable C_3AH_6 . Quant au C_4AF , il réagit également avec le sulfate de calcium, mais plus lentement que le C_3A , en formant du sulfoaluminate de calcium et du sulfoferrite de calcium, les produits finaux de l'hydratation étant le C_3AH_6 et le C_3FH_6 .

L'hydratation du ciment est aussi accompagnée d'une réduction du volume solide parce que l'hydratation du silicate bicalcique et tricalcique et la formation d'ettringite qui constituent la partie essentielle du ciment hydraté sont toutes accompagnées d'une réduction du volume solide [11].

Cependant, la prise conventionnellement détectée expérimentalement par l'aiguille de Vicat ou par des mesures de diffusivité ou de flux de chaleur, n'a lieu qu'une dizaine d'heures après la fabrication et correspond à l'établissement de ponts d'hydrates connexes entre les grains de ciment dans la totalité du matériau [8].

Les réactions d'hydratation qui ont lieu au sein du béton génèrent une certaine quantité de chaleur et sont accompagnées d'une réduction de volume de la pâte de ciment hydraté (s'accompagne aussi d'une consommation de l'eau de gâchage), le volume absolu des hydrates formés est inférieur au volume absolu initial (somme des volumes absolus initiaux de l'eau et du ciment anhydre). Ce phénomène, découvert par LE CHATELIER, est appelé contraction de LE CHATELIER. Il peut être observé très simplement à l'aide d'un récipient étanche surmonté d'un capillaire et contenant une pâte de ciment désaérée, de l'eau remplissant le volume restant (figure I.2). On constate que le niveau d'eau dans le capillaire diminue au fur et à mesure que l'hydratation se poursuit. La contraction Le Chatelier est, après hydratation complète, de l'ordre de 10% du volume de la pâte initiale [12].

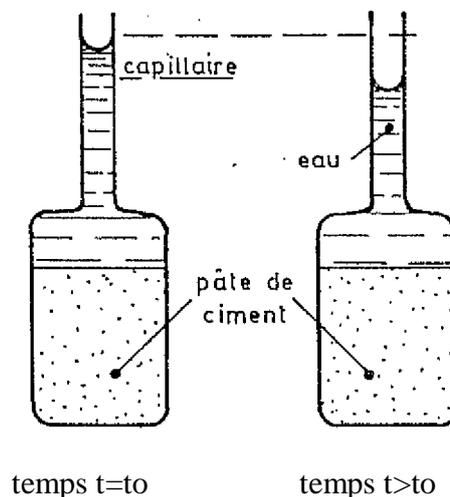


Figure I.2 : Expérience de contraction de LE CHATELIER [12].

Si un volume C de ciment réagit avec un volume E d'eau, cette eau étant non évaporable (c'est-à-dire plus ou moins chimiquement liée), le volume résultant P des produits d'hydratation est toujours inférieur à la somme des volumes du ciment et de l'eau :

$$P < C + E$$

Il est assez difficile d'évaluer avec précision cette réduction de volume de la pâte de ciment hydraté, c'est-à-dire de la somme des volumes des produits solides de l'hydratation et de l'espace rempli de gel, à l'exclusion du volume des capillaires.

Il y a près de cent ans déjà, LE CHATELIER avait estimé que cette réduction de volume était de l'ordre de 8 à 12 % de l'espace original occupé par le ciment anhydre et l'eau qui était destinée à se combiner dans la pâte de ciment hydraté [5].

Le retrait d'auto-dessiccation désigne la contraction isotherme observée sur une éprouvette de béton en cours d'hydratation et protégée de tout échange d'eau avec le milieu extérieur. Ce retrait augmente lorsque le rapport E/C diminue, leur valeur est très petite (50 à 100 microns). Ce retrait provient d'un phénomène d'auto-dessiccation de la pâte de ciment au cours de son hydratation, le volume des hydrates formés est plus petit que le volume de l'eau et du ciment initial. Elle engendre la création des vides gazeux à l'intérieur de la porosité de la pâte de ciment, donc la création des ménisques et des tractions capillaires interne, comme s'il s'agissait d'une dessiccation avec départ d'eau à l'extérieur. Ce phénomène prend de l'importance avec les bétons à hautes et à très hautes performances quand les rapports E/C sont de l'ordre de 0,3 [13].

1.3.4 Retrait plastique (retrait d'évaporation avant prise)

Le retrait plastique se développe dans des bétons qui perdent de l'eau alors qu'ils sont encore à l'état plastique (évaporation rapide de l'eau en surface)[5]. Au début, l'eau de gâchage n'est pas encore liée aux constituants des ciments ; elle n'est retenue que physiquement et mécaniquement. Donc une partie de l'eau de gâchage départ plus au moins facilement, soit par évaporation dans l'air sec ambiant (une surface de béton frais peut évaporer plus d'un litre d'eau par mètre carré et par heure), soit par absorption du support (coffrage en bois trop sec) ou par des granulats poreux également non humidifiés (cas des bétons de granulats légers) [2]. Le point qui caractérise ce retrait est qu'il se produit pendant un temps limité. La déformation apparaît dès que la surface exposée est exempte d'eau de ressuage. En atmosphère calme (vent faible) le début de la période de retrait plastique coïncide avec le début de prise qui est aussi la fin de ressuage [7].

Le retrait plastique est d'autant plus important que pour les éléments de structure présentant un rapport volume/surface important, les éléments où la prise est lente (une

température ambiante basse, un excès d'eau de gâchage ou l'utilisation d'adjuvant retardateur), et aussi dans le cas où la dessiccation est forte (une hygrométrie sèche, l'action du vent, et une température du béton élevée).

1.3.5 Retrait de dessiccation (retrait de séchage)

Le retrait de dessiccation, appelé aussi « retrait hydraulique après prise » est beaucoup plus lent à se manifester que le retrait avant prise. Il résulte de la perte d'une partie de l'eau de gâchage dans le cas où le béton est conservé dans une atmosphère à faible humidité relative. Ainsi un béton placé dans une atmosphère sèche se rétracte et perd de l'eau ; le retrait de séchage survient lorsque le taux d'humidité interne du béton est abaissé. La cause principale du retrait de séchage est donc l'assèchement progressif de la pâte de ciment. Lorsqu'on abaisse graduellement le taux d'humidité on observe que certains pores sèchent en premier ; dès que l'humidité est inférieure à 100 % c'est l'eau libre dans les grands pores capillaires ($> 0.05 \mu\text{m}$) qui commence à s'échapper (figure I.3). Cette perte d'eau provoque relativement un faible retrait.

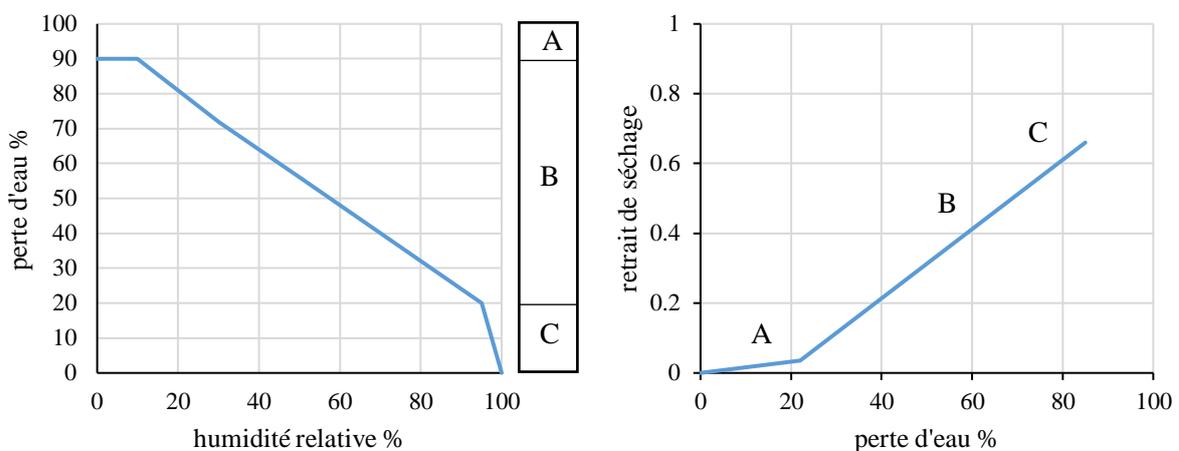


Figure I.3 : Relation entre la perte d'eau, l'humidité relative et le retrait de séchage de la pâte de ciment hydraté [14].

- Pour des taux d'humidité compris entre 50 % et 90 %, c'est l'eau non-libre qui s'évapore. Cette évaporation provoque un retrait important (ZONE B).
- Lorsque le taux d'humidité devient inférieur à 50 %, c'est l'eau adsorbée dans les petits capillaires qui s'évapore. Ce processus produit des tensions capillaires qui compriment les parois des pores et provoquent une diminution du volume de la pâte.

- Pour un taux d'humidité inférieur à 30 %, l'eau zéolithique devient instable et commence à s'évaporer. Cette eau n'est pas chimiquement combinée dans la structure des C-S-H mais elle est retenue entre les feuillets de C-S-H par des liens hydrogène, pour l'évaporer il faut que le taux d'humidité s'abaisse au-dessous de 30 %, ce qui provoque un très fort retrait de la pâte. L'eau zéolithique est responsable des pressions de disjonction qui écartent les feuillets de C-S-H. Si cette eau disparaît le système se contracte et le volume diminue (retrait). Il est très difficile de retirer l'eau combinée chimiquement. C'est pour cette raison qu'on la désigne souvent par eau non-évaporable (on peut y arriver en chauffant) [14].

Freyssinet a donné en 1934, une théorie explicative basée sur les tensions produites par les forces capillaires. Les particules les plus fines du béton sont reliées par des ponts d'eau dont les ménisques exercent des contraintes d'autant plus importantes que les rayons de courbures soient plus petits. Les rayons diminuent lorsque l'eau s'évapore progressivement jusqu'à l'équilibre final. Les contraintes augmentent alors et resserrent les grains entre eux en provoquant une diminution du volume apparent [15].

1.3.6 Retrait de carbonatation

Le retrait de carbonatation résulte de la réaction de CO_2 avec le ciment hydraté. En présence d'humidité, le gaz carbonique de l'atmosphère (CO_2) réagit avec l'hydroxyde de chaux $\text{Ca}(\text{OH})_2$ produit lors de l'hydratation du ciment pour former CaCO_3 , cette réaction est appelée « carbonatation ». Le retrait dû à cette réaction atteint une valeur maximale lorsque le béton est en état d'équilibre dans un environnement où l'humidité relative (HR) est de 50 %. Dans le dernier cas, l'eau contenue dans les pores de la pâte de ciment est insuffisante pour former CaCO_3 . D'un autre côté, quand les pores sont remplis d'eau, la diffusion de CO_2 dans la pâte est très lente [2].

1.3.7 Facteurs influant le retrait

1.3.7.1 Agrégats

Le retrait de la pâte de ciment est environ 3 à 5 fois plus grand que celui du béton. Cette différence est due essentiellement à la présence des agrégats qui gênent l'évolution libre du retrait.

Le retrait dépend aussi de la forme des granulats (les granulats concassés donneraient un retrait un peu plus élevé que celui des granulats roulés), un granulat plus gros permet l'emploi d'un mélange contenant moins de ciment et par suite sujet à un moindre retrait.

Selon NEVILLE et J.BROOKS [16] le retrait du béton sh_c dépend de retrait de la pâte de ciment sh_p et de pourcentage des granulats g (figure I.4).

$$Sh_c = sh_p (1-g)^n$$

Avec n dépend des modules d'élasticité et des coefficients de Poisson des granulats et du béton.

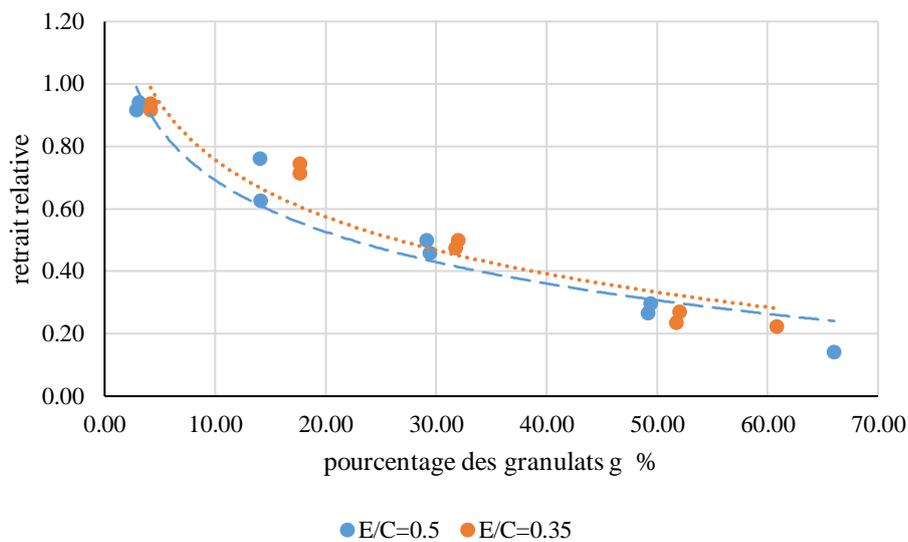


Figure I.4 : Influence de dosage des granulats sur le rapport retrait de béton / retrait de la pâte de ciment [16].

Nous remarquons un retrait décroissant en fonction du pourcentage des granulats. Le module d'élasticité des agrégats influe aussi sur le retrait. Pour cela, le retrait du béton léger est plus grand que celui du béton ordinaire.

Le retrait du béton dépend aussi du rapport Gravier-Sable (G/S), et du type des granulats (granulats granitiques concassés, granulats silico-calcaires roulés) (figure I.5).

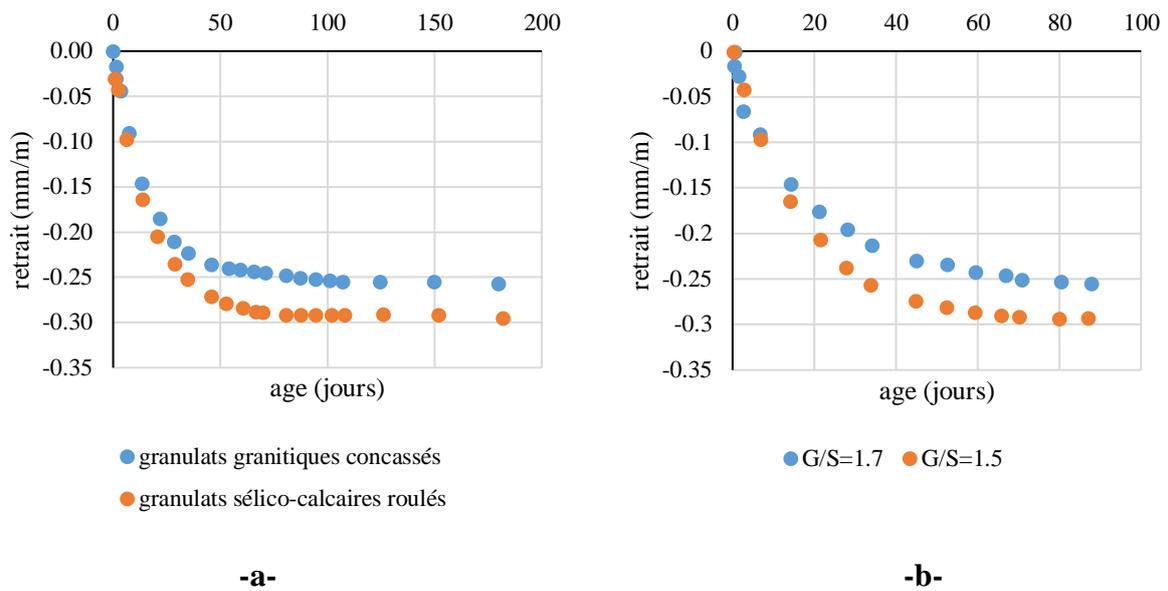


Figure I.5 : Effets des granulats sur le retrait [17].

(a)- effet de type des granulats (granulats granitiques concassés, granulats silico-calcaires roulés).

(b)- effet du rapport Gravier/Sable.

1.3.7.2 L'humidité relative de l'environnement

L'humidité du milieu de conservation joue un grand rôle dans la dessiccation, en variant le taux d'humidité de 100 % à 50 %, la figure I.6 montre un retrait croissant.

D'après JOISEL [16], à 100 % d'humidité relative, il n'y a pas de retrait (ni de gonflement, à condition d'utiliser un liant parfaitement stable). Le retrait serait proportionnel à :

$$(1-n)^{0,7}$$

Avec n : degré hygrométrique moyen (n serait donc égal respectivement à 0,5 ; 0,6 ; et 1 dans une atmosphère à 50 %, 60 % et 100 % d'humidité relative respectivement).

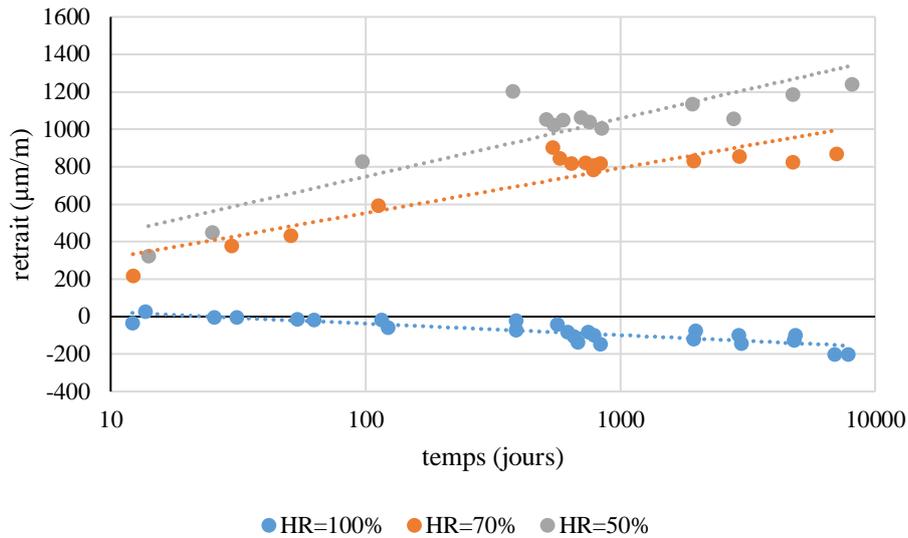


Figure I.6 : Relation entre le retrait et le temps d'exposition à différentes humidités relatives [16].

1.3.7.3 La période de cure

La cure permet de conserver l'humidité et la température du béton, comme elle protège le béton frais contre l'évaporation rapide d'eau, et donc favorise l'hydratation du ciment et le développement de la résistance du béton dans le temps.

DE LARRARD [18] a trouvé, qu'une cure non surveillée conduit à la fissuration superficielle du béton, notamment dans les dalles. La figure ci-dessous (figure I.7) montre l'influence de la période de cure sur l'évolution de retrait dans le temps.

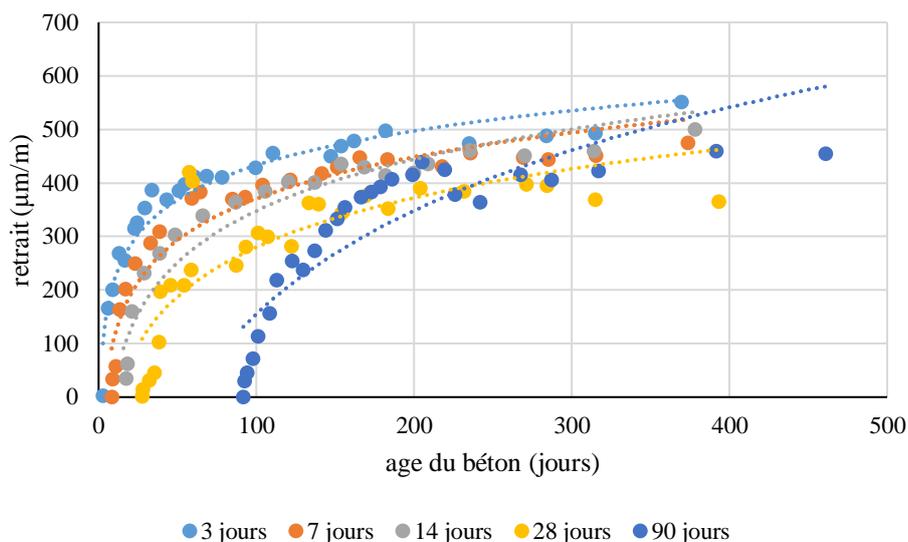


Figure I.7 : L'effet de la période de cure sur le développement du retrait dans le temps [18].

1.3.7.4 Le rapport E/C et dosage en ciment

La teneur en eau est probablement le facteur le plus important parmi les paramètres de composition du béton exerçant une influence sur le retrait du béton.

La figure I.8 montre l'influence du rapport E/C et de la quantité des agrégats. Pour une quantité d'agrégats fixée, en augmentant le rapport E/C, le retrait augmente.

La figure I.9 montre l'influence du dosage en ciment, en augmentant le dosage en ciment, le retrait augmente.

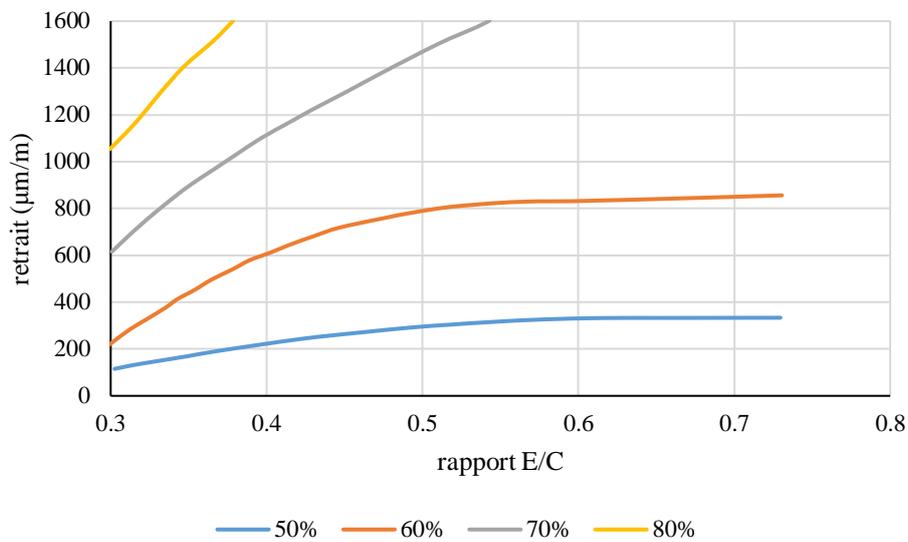


Figure I.8 : Influence du rapport E/C et le pourcentage des agrégats sur le retrait [16].

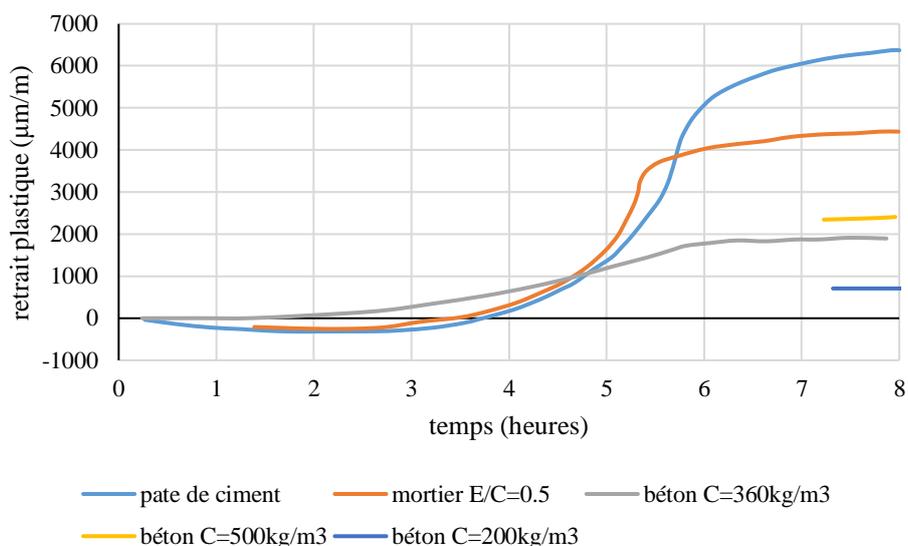


Figure I.9 : Effet de dosage en ciment sur le retrait plastique [16].

1.3.7.5 Les adjuvants

Les adjuvants sont des produits de plus en plus utilisés dans les constructions, qui ajoutés en faible quantité (moins de 5 % du poids de ciment), permettent d'améliorer certaines propriétés.

Généralement, les adjuvants comme les accélérateurs, les retardateurs et les autres adjuvants influant sur la vitesse de développement de la résistance, influent sur la vitesse de déformation du retrait (la valeur de la déformation finale est inchangée).

Certains chercheurs ont trouvé que les réducteurs d'eau augmentent le retrait, alors que d'autres ont montré qu'il n'y a pas un effet de réducteur d'eau sur le retrait, à condition que le pourcentage de liquide reste constant. SHAYA et SUGITA [19, 20] ont constaté que la meilleure solution pour diminuer le retrait est d'utiliser des adjuvants réducteurs de retrait (SRA), et que l'addition de 2 % de ces adjuvants (SRA) réduit le retrait plastique de 20 % comme il est représenté dans la figure I.10 [19].

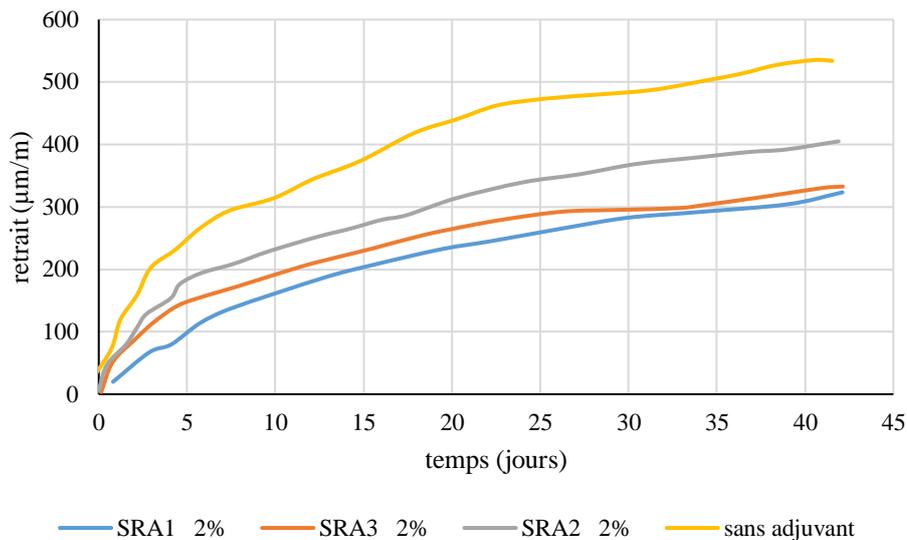


Figure I.10 : Résultats de retrait des bétons contiennent 2 % des adjuvants réducteurs de retrait [19].

1.3.7.6 Forme et dimension de la pièce en béton

Dans une large masse de béton, un béton de profondeur de 600 mm de la surface peut prendre 10 ans pour atteindre l'équilibre d'humidité. Par contre, un béton de profondeur de 75 mm atteint l'équilibre après environ un mois.

Un séchage qui commence par la surface conduit à une mise en traction de la peau du béton et une mise en compression de son cœur, ce gradient de contrainte conduit à l'apparition des fissures à la surface du béton.

1.3.8 Effets mécaniques dus au retrait du béton

Les effets mécaniques provoqués par les différents types de retrait ont été analysés, ils se situent essentiellement à deux échelles [21]:

- Autour des granulats, les contraintes de traction peuvent atteindre quelques mégapascals, et entraînent des microfissurations.
- Au niveau des structures, des tractions dépassent largement la résistance à la traction du matériau dans la zone superficielle, et l'apparition de la fissuration de peau est alors inévitable.

Les fissurations constituent, des surfaces de discontinuité dans la masse du béton et peuvent éventuellement présenter des ouvertures importantes à partir desquelles la pénétration est facile surtout à l'action des agents agressifs divers (ce qui influe directement sur la durabilité du béton et par suite la tenue de toute la structure).

Le schéma de la figure I.11 montre quatre sortes de fissures précoces qui peuvent affecter un ouvrage : les fissures par ressuage, par retrait plastique, par contraction thermique après prise et, enfin, par auto-dessiccation [22].

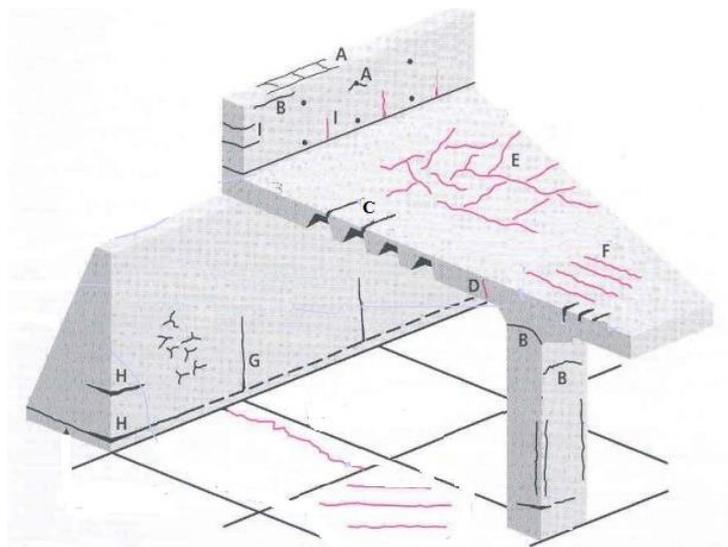


Figure I.11 : Les quatre principales sortes de fissures précoces susceptibles d'affecter un ouvrage en béton [22].

A, B, C : fissures par ressuage ou par tassement du béton frais.

D, E, F : fissures par retrait plastique.

G, H : fissures par retrait thermique après prise ou par auto-dessiccation.

- Les fissures dues au retrait plastique (qui est la conséquence de l'évaporation de l'eau) se manifestent d'abord au voisinage des surfaces exposées (figure I.12) [2].

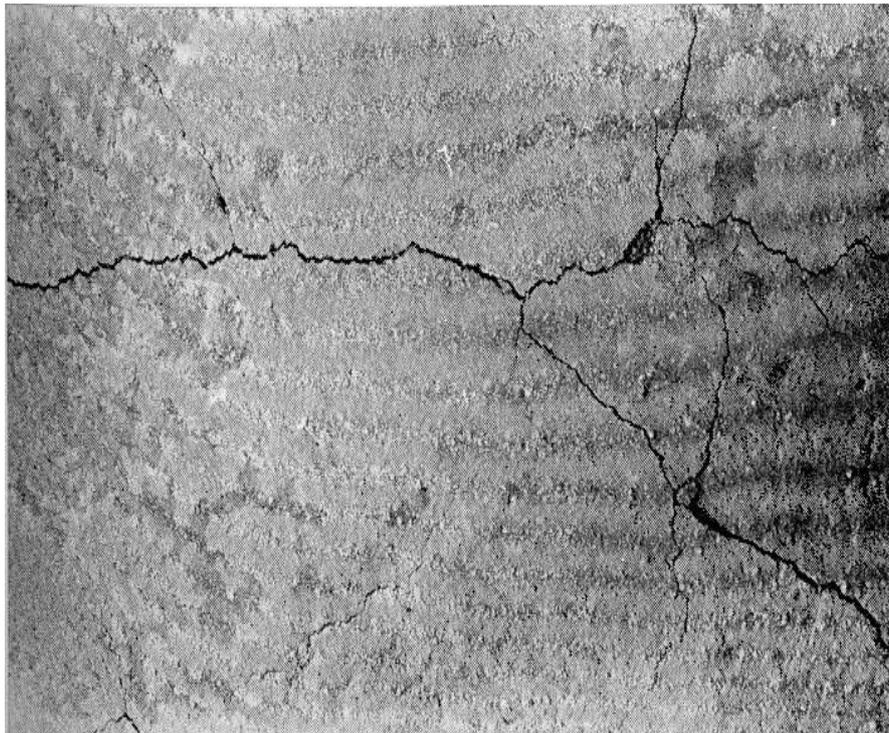


Figure I.12 : Fissuration d'une dalle (retrait avant prise) [2].

- Les fissures observées sur des ouvrages massifs ou même à partir d'une épaisseur de 10 à 20 cm sont le plus souvent des fissures de retrait thermique. Le retrait hydraulique et le retrait de carbonatation élargissent encore ces fissures dans le temps [2].
- L'auto-dessiccation ne produit un effet significatif que pour les bétons à hautes performances [22].
- Les fissures dues au retrait de dessiccation :

Dans le cas d'un déséquilibre hygrométrique entre le béton et le milieu environnant, la traction de peau induite par les gradients de l'humidité est largement supérieure à la résistance du matériau. La fissuration de peau apparaît inévitablement (figure I.13) [23].



Figure I.13 : Réseau de fissures de surface, imputable à l'absence ou l'insuffisance du traitement de cure [23, 24].

Depuis longtemps les ingénieurs de chantier constatent que cette fissuration apparaît inévitablement, même dans les pièces de faible épaisseur. L'exemple que l'on cite ici est celui de ROPER (figure I.14) [21].



Figure I.14 : Fissuration de peau observée sur une dalle en béton armé conservée dans l'air (HR=44% ; T=32°C ; Vitesse de vent=8m/s). Les fissures observées ont une moyenne de 0.22mm [21].

La cause essentielle de cette fissuration réside dans les gradients hygrométriques provoqués au cours du séchage. Les tractions induites dans la zone superficielle sont toujours très supérieures à la résistance du béton.

La figure I.15 montre la manière dont BAZANT a schématisé cet effet (figure I.15) [24].

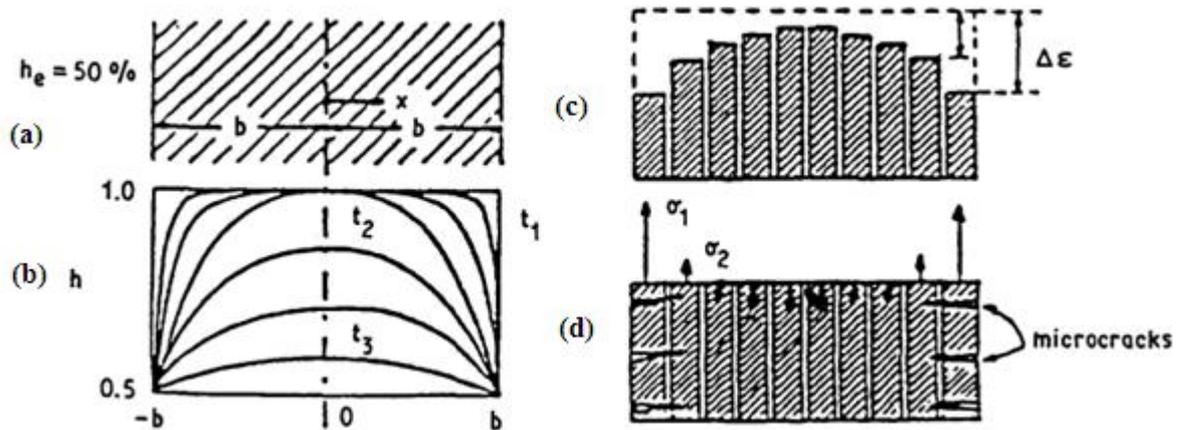


Figure I.15 : Modélisation des effets dus au retrait de dessiccation [24–27].

- a :** une dalle infinie d'épaisseur $2b$ exposée dans l'air ($HR = 50\%$).
- b :** l'évolution dans le temps de la teneur en eau dans la dalle.
- c :** le cas de retrait libre correspondant à (a).
- d :** les contraintes et la fissuration de peau dans le cas réel.

1.4 Le séchage et le retrait de dessiccation du béton

1.4.1 Le séchage du béton

1.4.1.1 Introduction

Nous avons vu précédemment que les déformations différées du béton au jeune âge étaient principalement liées à l'hydratation du ciment. Dans le cas du retrait thermique, c'est l'élévation de température résultant de la chaleur dégagée pendant la réaction d'hydratation (concurrentement au fait que les caractéristiques mécaniques du matériau évoluent fortement au fur et à mesure que le béton durcit) qui provoque un retrait ou des contraintes pouvant induire une fissuration. Dans le cas du retrait endogène, le phénomène est plus complexe puisque l'hydratation est certes le moteur des déformations mais le processus physique réellement responsable des déformations résulte des forces capillaires qui apparaissent suite à la baisse de l'hygrométrie interne du matériau.

Dans cette partie, nous allons voir sur une échelle de temps beaucoup plus importante que pour le retrait endogène, comment ces forces capillaires peuvent être mises à contribution par un deuxième moteur : le séchage du béton, qui résulte d'un déséquilibre hygrométrique

entre le matériau et le milieu extérieur. Nous abordons en premier lieu le séchage puis le retrait de dessiccation et les différentes modélisations du retrait de dessiccation.

1.4.1.2 Le séchage : causes et conséquences

Pour permettre un bétonnage aisé lors du coulage sur chantier (vibration, enrobage des armatures, pompage sur une longue distance...) le béton doit avoir une bonne ouvrabilité (mesurée habituellement au cône d'Abrams ou au maniabilimètre). Pour augmenter cette maniabilité, tout en respectant le nécessaire compromis avec la résistance, on est conduit, en plus de l'utilisation des super plastifiants, à concevoir des bétons présentant des rapports E/C beaucoup plus élevés que la réaction d'hydratation ne le nécessiterait. Une partie de l'eau non utilisée lors de la réaction d'hydratation se trouve donc non liée chimiquement dans le béton [6].

Au décoffrage, le béton est plongé dans une ambiance extérieure qui présente, dans les climats tempérés, un degré d'hygrométrie moyen de l'ordre de 60 % à 80 % HR. Il subit alors un véritable choc hydrique (par analogie avec un choc thermique). Le béton est donc en déséquilibre thermodynamique avec l'atmosphère ; le séchage va lui permettre de retrouver, très lentement, un équilibre hydrique avec le milieu extérieur.

Physiquement, le séchage met en jeu des phénomènes complexes, il est difficile d'aborder au niveau microscopique vu la complexité géométrique du réseau poral et la difficulté de trouver des lois permettant de passer des phénomènes d'adsorption/désorption moléculaire ou d'évaporation / condensation aux lois classiques des phénomènes de transport qui se produisent à l'échelle macroscopique. A cette échelle (celle du milieu continu), il est possible de classer les phénomènes de transport en deux grandes familles :

- i. Des phénomènes de diffusion en phase liquide (de type DARCY) tant qu'il y a encore continuité de la phase liquide.
- ii. Des phénomènes de diffusion en phase gazeuse (de type FICK) pour la vapeur d'eau.

L'importance du séchage tient au fait que l'humidité à l'intérieur du matériau modifie considérablement ses propriétés physico-chimiques (hydratation, porosité, etc...) et mécaniques (Module d'Young, retrait de dessiccation, etc...), signe d'un couplage entre les

phénomènes de diffusion, la chimie de l'hydratation d'une part et le comportement mécanique d'autre part.

L'enjeu de cette partie est donc la détermination, à l'échelle macroscopique, des grandeurs telles que la concentration en eau C et humidité relative h dans la structure, notées respectivement :

$$C = C(x, t)$$

$$h = h(x, t)$$

1.4.1.3 L'eau dans la pâte de ciment durci et dans le béton

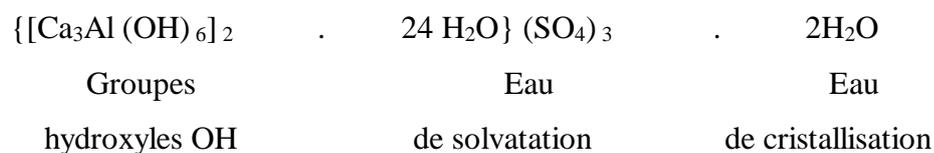
L'eau introduite dans le malaxeur lors de la fabrication est présente sous de multiples états dans le béton durci. L'étude de ces formes a fait l'objet de nombreuses classifications suivant que l'on considère le problème d'une manière structurale ou énergétique. Nous examinons dans ce qui suit la classification suivante :

1.4.1.3.1 L'eau liée chimiquement (eau combinée)

Cette eau participe à la réaction d'hydratation pour donner principalement le gel de C-S-H. Deux types de structures sont donnés en exemple : l'ettringite et le C-S-H [28].

- **L'eau dans l'ettringite**

L'ettringite (ou trisulfoaluminate de calcium) présente la formule développée suivante [28]:



Au cours de la cristallisation, les ions $[Ca_3 Al (OH)_6 12 H_2O]^{3+}$ forment les colonnes parallèles au grand axe des aiguilles à base hexagonale (produit de la cristallisation de l'ettringite). Entre ces colonnes se placent quatre canaux, trois contiennent les ions SO_4^{2-} et le quatrième les molécules d'eau de cristallisation (figure I.16).

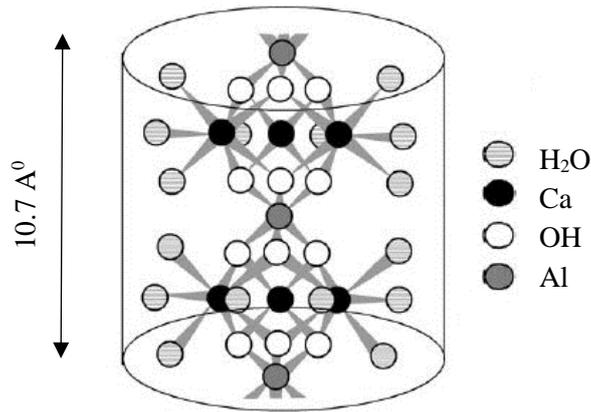


Figure I.16 : Structure de l'ettringite [28]. Les cercles vides représentent les molécules d'eau de solvation.

- **L'eau dans le C-S-H**

La majorité des chercheurs estime que la particule élémentaire de C-S-H se présente sous forme de fibres composées de lamelles enroulées sur elles-mêmes. Chaque lamelle est formée de deux ou trois fibres. L'eau peut apparaître sous trois formes : hydroxylique, interfeuille et interlamellaire [29].

- **L'eau interfeuille :** elle est fixée entre les feuillets par l'intermédiaire de ponts hydrogènes avec les hydroxyles (figure I.16).
- **L'eau interlamellaire (eau externe) :** c'est l'eau située entre les lamelles, elle est structurée car étant données les faibles dimensions des espaces interlamellaires l'eau y est soumise au champ de forces émanant des lamelles (figure I.17) [29].

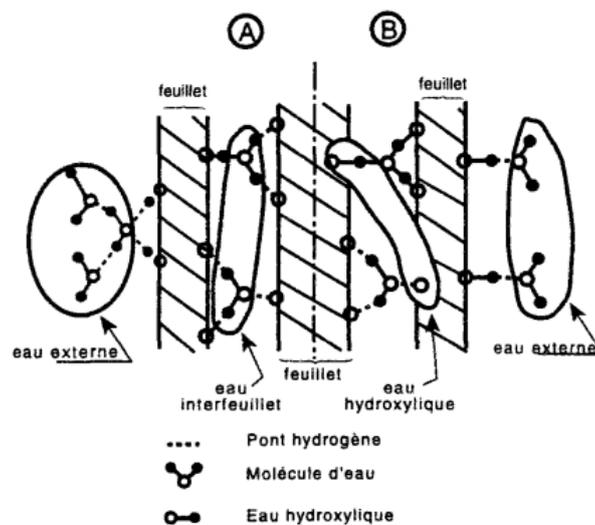


Figure I.17: Schéma illustrant la répartition de l'eau dans l'unité structurale de C-S-H [29] (on n'a représenté que la moitié des figures A et B, symétriques par rapport à l'axe).

- **L'eau hydroxylique** : ce sont des hydroxyles OH faisant partie de la structure, liés soit à des atomes Si, soit à des atomes Ca. Ils sont situés sur les faces internes et externes des feuillets.

L'eau interfeuille et interlamellaire appelé aussi l'eau Zéolitique (inter layer) [14].

D'après le modèle de FELDMAN, SEREDA et SIERRA, la cohésion est assurée dans l'assemblage des particules élémentaires de C-S-H (figure I.18) [30].

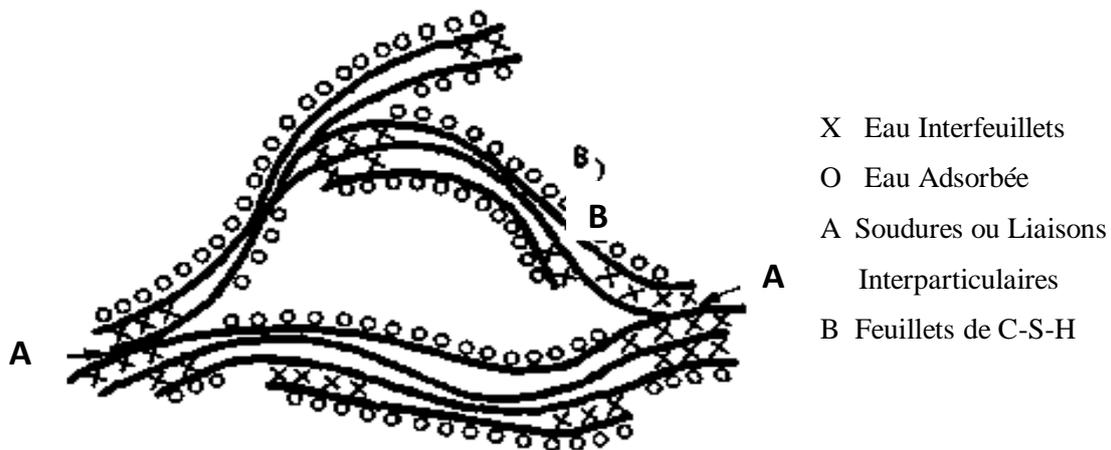


Figure I.18 : Modèle de FELDMAN et SEREDA, revu par SIERRA [31].

1.4.1.3.2 L'eau de sorption (eau adsorbée)

Il s'agit principalement des premières couches de molécules d'eau soumises au champ des forces superficielles d'origine électrique. La distinction entre les termes de **chimi-sorption** et de **physi-sorption** tient principalement à la force de la liaison : mise en commun des électrons de valence dans le premier cas, simple force électrique (du type de VAN DER WAALS) dans le second.

Le diamètre d'une molécule d'eau étant de l'ordre de 0.1 nm, l'eau chimi-sorbée et physi-sorbée correspondra donc à une épaisseur de l'ordre du nanomètre (quelques molécules d'eau) et n'interviendra pratiquement pas lors d'un séchage à 50 % HR. En effet, il faudra fournir une énergie beaucoup plus importante pour vaporiser l'eau physi- sorbée [8].

1.4.1.3.3 L'eau libre (capillaires)

Il s'agit de l'eau qui n'est plus dans le champ d'influence des forces superficielles. Elle se trouve donc principalement dans les pores capillaires et les macros pores [8].

On peut parler aussi de l'eau libre et l'eau non libre (d'après [14]). L'eau libre correspond à l'eau contenue dans les gros capillaires ($> 0.05 \mu\text{m}$). Son départ ne cause pas de changement de volume important (retrait), et l'eau non libre est contenue dans les plus petits capillaires ($0.05 \mu\text{m}$ à $0.005 \mu\text{m}$). Elle y est retenue par des tensions capillaires.

Il faut abaisser le taux d'humidité en dessous de 90 % pour qu'elle commence à s'évaporer. Elle a beaucoup d'influence sur le retrait.

La figure suivante relative à l'évolution de l'hydratation du ciment à long terme et pour de différents rapports E/C montre bien qu'il existe toujours une certaine quantité d'eau capillaire.

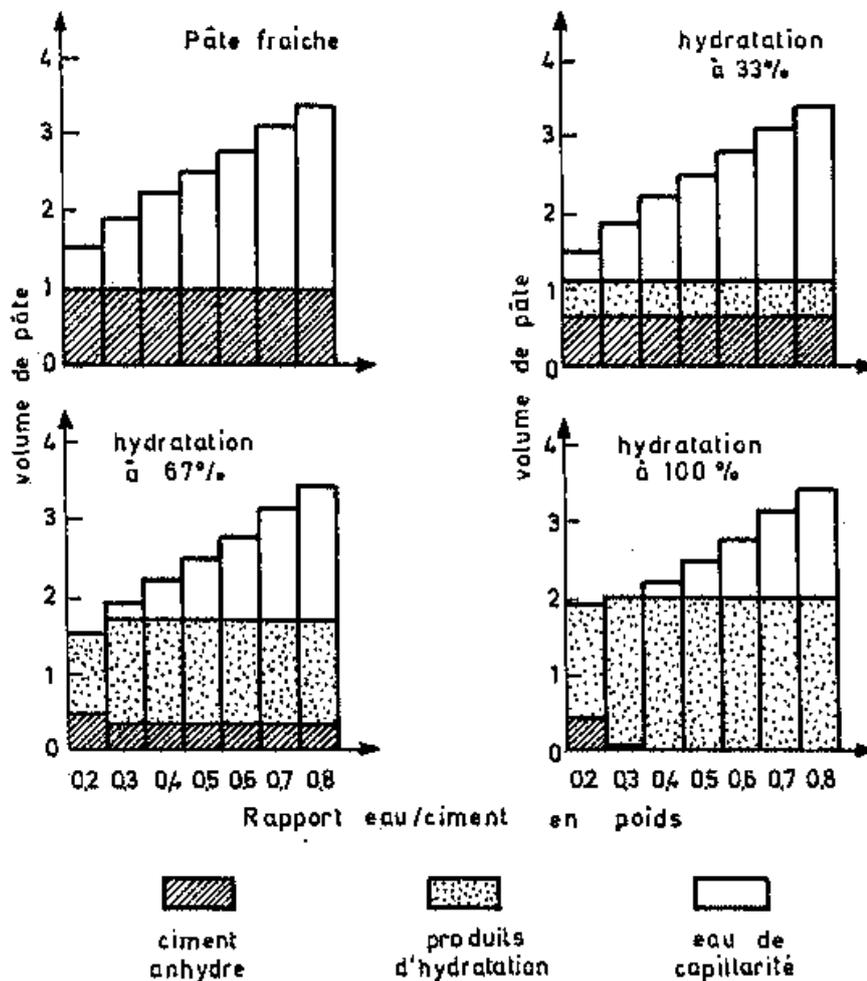


Figure I.19 : Composition de la pâte de ciment à différentes étapes de l'hydratation, (de 0 %, 33 %, 67 % et 100 % d'hydratation, rapport Eau/Ciment de 0.2 à 0.8 [32].

1.4.1.4 Distinction entre eau évaporable et non évaporable

Le séchage du matériau se limite par définition à l'eau évaporable. Pour cela on définit l'eau non évaporable par l'eau résiduelle dans la structure, correspondant à la valeur limite de la courbe désorption en $h = 0 \% \text{ HR}$ (voir figure I.21).

Ainsi, intuitivement l'eau évaporable correspond à :

- L'eau libre (et non libre)
- L'eau de sorption la moins liée (physi-sorption)

Réciproquement, l'eau non évaporable correspond à :

- L'eau chimiquement liée
- L'eau de sorption fortement liée (chimi-sorption)

1.4.1.5 La porosité du béton durci

La matrice solide de la pâte de ciment durcie est constituée par les produits d'hydratation du ciment dont l'agencement détermine le réseau poral de la pâte de ciment. A cette matrice s'ajoute la porosité de l'interface pâte - granulats appelée classiquement « auréole de transition ». Cette zone de transition (quelques microns) qui comporte une porosité plus importante que celle dans la masse. Cette hétérogénéité est en fait une faiblesse locale qui contribue, notamment, à réduire la résistance du matériau et à augmenter la perméabilité.

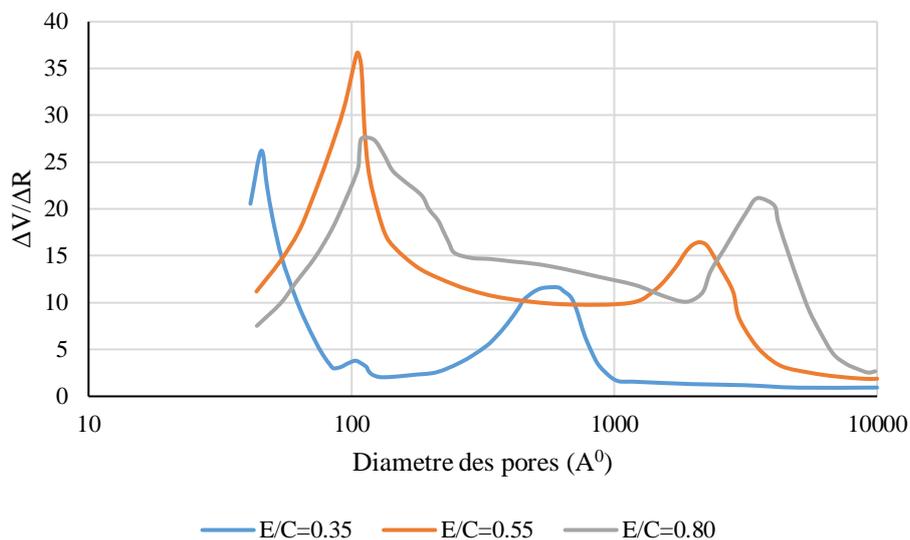
- **Les différents types et dimensions de pores :**

La quantité d'eau nécessaire pour l'hydratation est minimale d'ordre 20 % à 30 % de la quantité de ciment, on aura donc un excès d'eau, d'où une partie s'évapore et l'autre partie sera emprisonnée dans les pores fermés ou dans les capillaires.

Le béton durci est truffé de capillaires : vides très petits, généralement communicants allant de 1/100 mm (10 μm) à 1/100000 mm (0.01 μm), capables d'absorber l'eau par succion, de la retenir et de ne la libérer que par évaporation très haute (micropores). Des vides plus grands, de l'ordre 1/10 mm (100 μm) et plus, forment un autre réseau qui n'aspire pas et même ne retient pas l'eau mais la laisse traverser le matériau. La porosité est exprimée en pourcentage (%) du volume réellement occupé par le matériau [33].

Une courbe de distribution de la porosité de la pâte de ciment obtenue avec le porosimètre à mercure présente deux pics dont la position varie légèrement avec la nature de la pâte (figure I.20). Ces deux pics traduisent l'existence de deux sortes de pores [34] :

- le premier type des pores, appelés « gros capillaires », correspondent au pic de grand diamètre, ces vides laissés par la disparition de l'excédent d'eau (non fixée par l'hydratation) appelée aussi « macropores ».
- le deuxième type, qu'on appelle « fines capillaires » correspondent au pic de petits diamètres, et constituent la porosité interne des hydrates, responsable des pores de gel, appelée aussi « micropores ».



V : Volume de mercure

R : Rayon minimum des pores pénétrés par le mercure.

Figure I.20 : Distribution de la porosité de la pâte de ciment à différent rapport Eau/Ciment [34].

La porosité du béton est constituée de plusieurs familles de vides dont les dimensions sont comprises entre quelques mm et quelques dizaines d'angströms (Å^0). Les plus petits vides du béton sont donc 1 million de fois plus petits que les plus gros [14].

Par ordre décroissant de diamètre on retrouve :

- Les vides d'air entrappés et les défauts de compactations (diamètre > 1mm), ces vides ne sont généralement pas remplis d'eau.

- Les bulles d'air entraînées ($10\mu < \text{diamètre} < 1\text{mm}$)
- Les pores capillaires ($0.01\mu\text{m} < \text{diamètre} < 5\mu\text{m}$) : Si le béton est constamment conservé à l'humidité, on peut considérer que les pores capillaires sont pratiquement remplis d'eau. Si le béton est soumis au séchage, les pores capillaires commencent à se vider graduellement en commençant par les plus gros.
- Les pores de gel (diamètre $< 40 \text{ \AA}$) : Les pores de gel contiennent de l'eau qui est en partie adsorbée à la surface des feuillettes de C-S-H. Cette eau est relativement stable et il est difficile de l'extraire par séchage.

1.4.1.6 Isotherme de sorption/désorption du béton

L'isotherme de sorption/désorption (tableau I.1 et figure I.21) permet d'obtenir par pesée la courbe de la perte en poids (ramenée à la concentration en eau) dans le béton en fonction de l'humidité relative imposée du milieu ambiant. On obtient alors pour chaque température deux courbes donnant $C = C(h_{\text{ext}})$; l'une pour la sorption (on part d'un matériau sec en augmentant h_{ext} de 0 à 1) et l'autre pour la désorption (en baissant progressivement h_{ext} de 1 à 0). Le comportement global du matériau dépend donc du sens du flux d'humidité. Dans cette étude nous intéresserons uniquement à l'aspect de séchage (désorption).

Tableau I.1 : Teneur en eau et résistance en fonction de l'humidité relative sur un béton ayant un E/C de 0.5 et un rapport granulat/ciment de 3 [8].

Humidité relative en %	Teneur en eau en %	Résistance en MPa
0	0	68
10	9	64.5
20	14	61
30	16	58
40	18	55
50	27	54
60	39	54
70	52	55
80	66	56
90	83	57
100	100	57

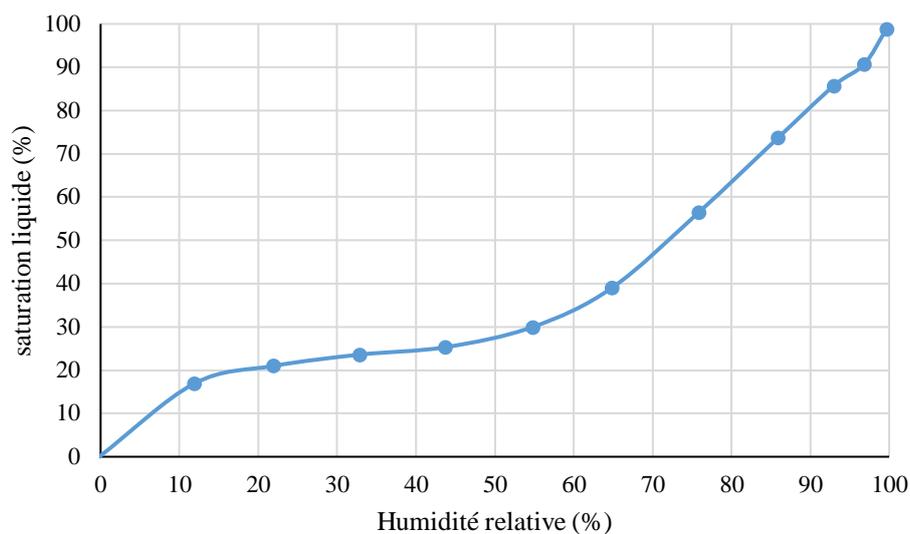


Figure I.21 : Isotherme de désorption sur un béton ayant un $E/C = 0.5$ et un rapport granulats/ciment = 3 [8].

1.4.1.7 Modèles de séchage

1.4.1.7.1 Fixation de l'humidité dans les milieux poreux

D'une manière générale, la fixation d'humidité dans les milieux poreux, résulte de l'action plus au moins conjointe de trois mécanismes physiques fondamentaux :

- L'adsorption.
- La condensation.
- La capillarité.

L'importance relative du rôle de chacun de ces mécanismes sur la masse d'humidité fixée dépend quant à elle, de divers paramètres : propriétés structurelles du matériau (porosité, surface spécifique), nature de la phase aqueuse avec laquelle le matériau est mis en contact (vapeur ou liquide) et conditions thermodynamiques (pressions, température) auxquelles il se trouve soumis.

a - Adsorption physique

Pour illustrer ce phénomène, considérons un échantillon d'un milieu poreux sec de masse m_0 placé dans une enceinte dont nous pouvons contrôler la température et l'humidité relative h . Si on fait varier h en maintenant la température constante, on remarque que le poids de l'échantillon augmente au fur et à mesure que h augmente. Cet accroissement de poids

correspond à la fixation d'une certaine quantité d'eau par le milieu poreux sous l'action des phénomènes dits : d'adsorption. L'origine physique de ce phénomène est attribuée aux forces intermoléculaires (force de VAN DER WAALS) agissant sur les molécules de vapeur au voisinage de l'interface solide-fluide dans les pores.

b - Condensation

Pour illustrer ce phénomène de manière simple, considérons une paroi poreuse dont l'une des faces sera rendue étanche à la vapeur d'eau. Elle est en équilibre hygrométrique : T_0 étant sa température, p_{v0} la pression de vapeur dans l'espace des pores, p_{vs0} étant la pression de vapeur saturante correspondante à T_0 ($p_{vs0} > p_{v0}$). Supposons que par suite d'un refroidissement de la face imperméable un régime stationnaire s'établisse avec $T_L < T_0$.

Si la courbe de pression de vapeur saturante correspondante à T_L se situe, en certains points de la paroi, en de dessous de la vapeur p_{v0} , il est bien évident que l'on aura alors condensation, la masse d'eau liquide ainsi formée proviendra, d'une part, de la condensation de la vapeur initialement en place dans ce domaine et, d'autre part, de la condensation d'une partie du flux d'humidité en phase vapeur s'écoulant vers les zones froides par diffusion moléculaire.

c - Capillarité

En tant que mécanisme de fixation de l'humidité, la capillarité intervient lorsque la structure poreuse est mise en contact avec de l'eau en phase liquide.

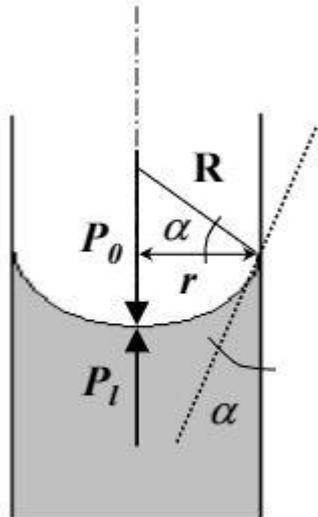
L'expérience montre que d'une manière générale, l'eau en masse présente un comportement mouillant par rapport aux solides constituant les structures poreuses. Cette affinité de l'eau se traduit par une tendance à l'étalement du liquide sur la surface des pores, et conduit à la formation d'interfaces courbes entre le fluide mouillant liquide et non mouillant gazeux constitué en l'occurrence par l'air humide.

Lorsque nous examinons la condition d'équilibre d'une telle interface, nous constatons qu'il existe, de part et d'autre, une différence de pression $p_c = p_0 - p_L > 0$. Cette différence de pression p_c : appelée « *pression capillaire* », s'exprime en fonction de la tension interfaciale liquide gaz σ , de l'interface ou bien de la mouillabilité caractérisée par l'angle α (α : angle de mouillage) formé par les tangentes à la surface solide et à l'interface au point d'accrochage du liquide et du rayon de pore :

$$p_c = \Delta p = 2 \cdot \sigma \cdot \cos \alpha / r \quad (\text{loi de LAPLACE})$$

Sous l'effet de cette différence de pression (p_c), un écoulement conduisant au remplissage des pores par l'eau liquide s'établit.

La figure suivante schématise le ménisque dans un capillaire.



Avec : P_c = pression capillaire [Pa]
 P_0 = pression du gaz (P_{atm} dans l'air) [Pa]
 P_1 = pression du liquide [Pa]
 R = rayon de courbure du ménisque [m]
 r = rayon du capillaire [m]
 α = angle de contact liquide/solide [°]

Figure I.22 : Schématisation d'un ménisque dans un capillaire [14].

1.4.1.7.2 Transfert de l'humidité dans le béton (migration de l'humidité dans le béton)

Pour décrire l'histoire et l'évolution de l'humidité dans le béton en tant qu'un milieu poreux, une théorie de diffusion ou d'écoulement (FICK, DARCY) avec des coefficients linéaires ou non n'est pas suffisante. Les modèles de diffusion linéaires ont été les premiers à être développés à cause de leur simplicité face à leurs faiblesses et avec le développement des moyens de calcul automatiques, la non linéarité a été introduite dans ces modèles par différents auteurs et de différentes manières (ABIAR, BAZANT, MENSI, COUSSY, GRANGER...). Ces modèles montrent une forte non-linéarité de la diffusivité : En passant d'une humidité relative de 90 % à 60 %, le coefficient de la diffusivité décroît de 10 à 20 fois [34].

Ces différents auteurs ont constaté que le mécanisme de transfert de masse dans un milieu poreux est différent selon la teneur en humidité faible ou élevée. Il semble que dans le cas de la saturation par le liquide, la diffusion soit le mécanisme de transfert de l'humidité, alors que dans le cas du milieu non saturé, la diffusion, la capillarité et l'évaporation - condensation interviennent dans le processus de transfert de la masse. Les analyses théoriques et expérimentales de certains auteurs vont dans le sens de la confirmation de cette distinction. BAZANT [34], a constaté que lors d'une transition d'un état non saturé à un état de saturation

(100 % de l'humidité relative), le coefficient de la diffusivité a augmenté de 1000 fois d'une façon discontinue.

Quand un béton en déséquilibre hygrométrique avec son milieu est mis en contact avec celui-ci, le processus d'échange d'humidité est amorcé dans un sens ou dans l'autre. Nous nous intéressons surtout au séchage du béton, c'est à dire le transfert d'humidité du béton vers l'extérieur. Après la fabrication du béton, tant qu'il n'est pas décoffré, les pores laissés par l'hydratation : la vapeur est saturante [34].

D'après ce qui a été cité auparavant, il est possible de classer les phénomènes de transport en deux grandes familles :

- Des phénomènes d'écoulement (perméation) en phase liquide (de type DARCY), lié à des gradients de pression totale :

$$p^{\text{TOT}} = p^{\text{V}} + p^{\text{A}}$$

p^{TOT} : pression totale ; p^{V} : pression vapeur d'eau ; p^{A} : pression d'air.

La loi de DARCY [35], pour étudier les écoulements dans les milieux poreux est de la forme suivante :

$$V = -\frac{K}{\mu} \overrightarrow{\text{grad } p_g} \quad (\text{I. 1})$$

V : vitesse d'écoulement moyenne (m/s) ;

K : perméabilité du milieu ($L^2 : m^2$) ; μ : viscosité dynamique (ou de cisaillement) ;

P_g : surfaces isobares (pression motrice = $p + \rho.g.h$).

D'où la densité de flux massique :

$$J = \rho.V \quad (\text{I. 2})$$

J : densité de flux massique ($kg/m^2. s$) ;

ρ : masse volumique du liquide (kg/m^3).

- Des phénomènes de diffusion en phase gazeuse (de type FICK), lié à des gradients de pression partielle p^{V} (p^{V} : pression vapeur d'eau) ou gradient de concentration.

Loi de FICK [36], est de la forme suivante :

$$\text{1}^{\text{er}} \text{ loi de FICK : } \quad \varphi = -D.\text{grad}C \quad (\text{I. 3})$$

φ : densité de flux ($\text{kg}/\text{m}^2.\text{s}$) ;

D : coefficient de diffusivité (m^2/s) ; C : concentration (kg/m^3).

$$\text{D'où la 2}^{\text{ème}} \text{ loi de FICK : } \quad \frac{\partial C}{\partial t} = \text{div}(\overrightarrow{D.\text{grad} C}) \quad (\text{I. 4})$$

Il existe beaucoup de modèles qui rendent compte de la migration de l'eau dans le béton au cours de séchage.

- diffusion de l'eau liquide :

D'après GRANGER [8] la loi de DARCY conduit à exprimer W^L de la manière suivante :

$$W^L = -d^L.\text{grad}(h) \quad (\text{I. 5})$$

Avec : W^L : représente la masse de l'eau liquide (kg)

d^L : coefficient de diffusion de l'eau liquide en ($\text{kg}.\text{m}^2.\text{s}^{-1}$).

- diffusion de la vapeur d'eau :

D'après GRANGER [8] un phénomène de type diffusion FICK, en supposant l'isotropie de tension de diffusion, il vient :

$$W^V = -d^V.\text{grad}(h) \quad (\text{I. 6})$$

Avec : W^V : représente la masse de la vapeur d'eau (kg)

d^V : coefficient de diffusion de la vapeur en ($\text{kg}.\text{m}^2.\text{s}^{-1}$).

D'autres chercheurs (ABIAR, BAZANT, MENSI, COUSSY, ...), ont essayés de bâtir des modèles physiques ou mathématiques des phénomènes de transfert en milieu poreux, leurs modélisations s'inspirent des méthodes classiques de la mécanique des milieux continus, ou de divers développements des équations de la mécanique des milieux poreux [8].

Des hypothèses (en raison de la complexité de l'espace poreux), les conditions aux limites et initiales et les différentes méthodes numériques et les programmes de calcul très développés pour la résolution de ces équations ont été utilisés. Le calcul pour GRANGER (ainsi

que ABIAR) est réalisé par le module DTNL : Diffusion Transitoire Non Linéaire du code d'éléments finis CESAR – LCPC (Laboratoire Central des Ponts et Chaussées).

Parmi les coefficients de diffusion $D(C)$ proposés dans la littérature :

- MENSİ : $D(C) = A \exp(B.C)$ (I. 7)

Où A et B sont des constantes à déterminer (A varie entre 0.5 et 2, B la valeur de 0.05 semble être valable) ; C est la teneur en eau libre en l/m^3 . Cette expression est la plus simple parmi celles qui sont proposées dans la littérature.

- BAZANT : $D = D_1 \left[\alpha + \frac{1-\alpha}{1 + \left[\frac{1-h}{1-0.75} \right]^n} \right]$ (I. 8)

$$D_1 = 3.10^{-10} \text{ m}^2/\text{s} ;$$

$$\alpha \in [0.025 ; 0.1] ; n \approx 6.$$

1.4.2 Le Retrait de dessiccation

1.4.2.1 Mécanisme

L'HERMITE et MAMILLAN ont effectué, grâce à des sondes capacitatives insérées dans le béton, des mesures de teneur en eau (figure I.22) en fonction de la profondeur, pour un échantillon dont l'une des faces pouvait sécher. Ils ont ainsi mis en évidence les gradients de teneur en eau qui accompagnent le retrait de dessiccation. Celui-ci résulte en effet d'un déséquilibre hygrométrique entre le béton et le milieu extérieur (le retrait de dessiccation pour certains auteurs est appelé retrait hygrométrique). Dans le cas où l'humidité relative extérieure est inférieure à l'humidité interne, un processus de séchage déclenche, et génère une diminution de volume, dans le cas contraire on obtient un gonflement. La diminution de la quantité d'eau vient de son départ vers l'extérieur pour le retrait de dessiccation, ce mécanisme à le même effet à l'échelle microscopique (dépression capillaire). Ce dernier a été bien expliqué dans [37] et nous trouvons intéressant d'en reproduire ici un extrait traduit en français : « Soit un échantillon saturé par l'eau liquide et par un mélange formé de sa vapeur et d'air (sec), ce mélange étant à la pression atmosphérique. L'échantillon est soudain mis en contact avec l'extérieur, contenant le même mélange à la pression atmosphérique, mais d'une humidité relative plus basse que

celle régnant initialement dans l'échantillon. Ceci engendre un déséquilibre thermodynamique, l'échantillon échange alors de la vapeur d'eau avec l'extérieur de telle manière que la pression de vapeur dans l'échantillon décroisse, pour se rapprocher de celle de l'extérieur. Pour que l'eau liquide et sa vapeur restent en équilibre, la pression du liquide doit aussi décroître, ceci entraîne une évaporation de l'eau. Puisque la pression du liquide décroît et que la pression du mélange reste constante (atmosphère), la pression capillaire augmente. Le squelette est soumis à des compressions internes de plus en plus fortes qui ont pour effet de contracter l'échantillon : c'est le retrait de dessiccation » [37].

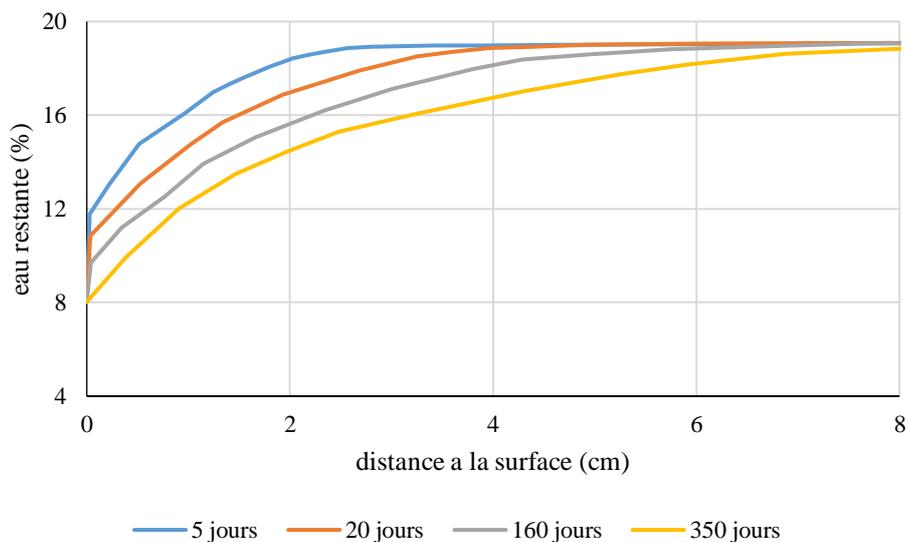


Figure I.23 : Distribution de la teneur en eau dans un échantillon de béton [4].

Dans la pratique, il n'est pas possible de rapporter la valeur du retrait à celle de l'hygrométrie d'équilibre ; la dessiccation est en effet beaucoup trop lente pour qu'il y ait équilibre à chaque instant entre eau interne et la vapeur d'eau de l'atmosphère ambiante. Nous devons donc se contenter de rapporter la valeur du retrait à la quantité d'eau évaporée. Le résultat le plus marquant est celui-ci ; pour toutes les pâtes de ciment, quel que soit leur âge et leur rapport E/C, on distingue deux stades successifs de retrait nettement tranchés (figure I.23), la courbe représentant la variation de retrait se compose de deux tronçons de droite : au premier tronçon, passant par l'origine, correspond le stade A du retrait, en relation avec l'évaporation de l'eau des pores ; au second tronçon correspond le stade B, lié avec le départ de l'eau des capillaires.

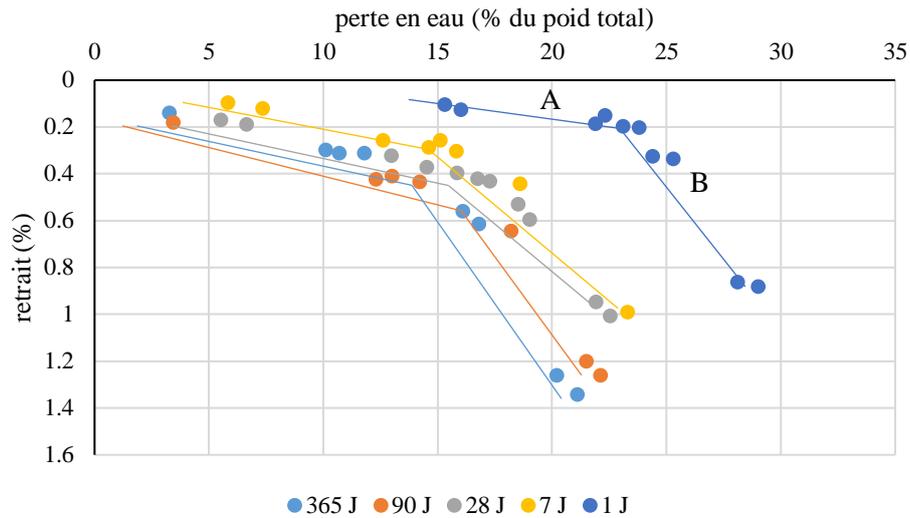


Figure I.24 : Accroissement du retrait en fonction de la perte en poids (pâte âgée de 1, 7, 28, 90 et 365 jours, E/C= 0.5) [6].

Nous distinguons selon la situation de l'eau dans le béton différents mécanismes de retrait proposés à partir de l'analyse de ces situations :

- Le retrait par dépression capillaire, qui correspond au départ de l'eau dans les capillaires.
- Le retrait par variation de la tension superficielle, qui correspond au départ de l'eau adsorbée.
- Le retrait par variation de la pression de disjonction, qui correspond au départ de l'eau des pores dont l'adsorption est limitée par l'étroitesse des espaces disponibles. Il y a dans la pâte de ciment, et notamment à l'intérieur des amas d'hydrates, des faces solides très proches, distantes par exemple, de moins de 50 \AA . Si l'on rapproche deux faces solides, elles tendent à se repousser ou à s'attirer sous l'action d'une force appelée : « pression de disjonction ». Cette pression se compose des forces de VAN DER WAALS entre les molécules, des forces électriques entre les couches ioniques adsorbées, et des forces liées à l'encombrement des molécules et des ions adsorbés et à la structuration de l'eau interstitielle [34].

1.4.2.2 Effets mécaniques dus au retrait du béton

De nombreuses expériences montrent que, dans les ouvrages en béton, les effets mécaniques dus aux retraits sont très importants. Ils sont analogues aux effets thermiques, mais agissent sur une période beaucoup plus longue.

Dans un mortier comprenant des granulats, les contraintes de traction peuvent atteindre quelques méga pascals, et y provoquent ainsi des microfissures. Dans le cas d'un déséquilibre hygrométrique entre le béton et le milieu environnant, la traction de peau induite par les gradients de l'humidité est largement supérieure à la résistance du matériau. La fissuration de peau paraît inévitable (pour plus de détails voir paragraphe I.3.8).

1.4.2.3 Quelques tentatives de modélisation du retrait de dessiccation

Le retrait de séchage des bétons a reçu beaucoup d'attention de la part des chercheurs et des spécialistes (WEIGLER et KARL.1958, TROXELL et AL.1958, RUSCH HUMMEL et AL.1962, KEETON WALLO L'HERMITE et MAMILLAN.1965, KESLER HANSEN et MATTOCK.1966, LEVY et BARON.1968, YORK. 1970, McDONALD DREUX et GORISSE.1975, WISCHERS DAHMS LAMBOTTE et MOMMENS.1977, WESCHE et BUIL 1978-1979, ASCHI STOCKL et NGAB.1981, WITTMANN.1987, EPSION et WASTIELS.1989, BAZANT.1991-2000...).

Il existe plusieurs modèles mathématiques dans la littérature qui prennent en considération quelques paramètres : paramètres de formulation, de composition, de conservation, etc...

Malgré les grands progrès réalisés ces dernières années pour la compréhension détaillée du phénomène de retrait de dessiccation, les modèles représentatifs de ce phénomène restent encore rares.

WITTMANN, ALOU et FERRARIS ont proposés une relation (équation I.9) qui prend en considération l'influence des dimensions des éprouvettes sur le retrait de dessiccation. Cette relation s'écrit [38] :

$$\varepsilon = a.(x/b+x)^n \quad (\text{I. 9})$$

Les coefficients a, b et n en fonction en particulier des dimensions des éprouvettes (ces coefficients ont été déterminés par la méthode des moindres carrés) et $x = t$.

$$n = 1 - c.\exp(-D.\Phi) \text{ Avec } c = 0.6 ; D = 0.02 \text{ et } \Phi \text{ le diamètre (en cm).}$$

Les résultats obtenus par ce modèle décrivent bien le comportement réel du retrait. Ils constituent donc une base pour le développement d'une loi réaliste des matériaux ainsi qu'un moyen de contrôle pour les approches théoriques et/ou numériques. Il faut noter à ce sujet que

l'équation (I. 7) n'est pas basée sur une approche théorique mais qu'elle est utilisée de façon purement phénoménologique.

Un autre modèle de prévision du retrait de dessiccation proposé par BAZANT et KIM (1991), citée par [39], prend bien en compte pour la première formule (équation I.10) les différentes valeurs de l'humidité relative, formes et dimensions des éprouvettes ainsi que l'âge de duré de cure. Ce premier modèle est de la forme suivante :

$$\varepsilon_{sh}(t, t_0) = \varepsilon_{sh\infty} \cdot k_h \cdot S(t) \quad (I.10)$$

Avec :

$$S(t) = \tanh(t / \tau_{sh})^{1/2}$$

$$k_h = \begin{cases} 1 - h^3 & \text{pour } h \leq 0.98 \\ -0.2 & \text{pour } h = 1 \text{ (saturé d'eau)} \\ \text{interpolation linéaire} & \text{pour } 0.98 \leq h \leq 1 \end{cases}$$

$$\tau_{sh} = \frac{0.32 t (k_s D)^2}{C_1(t_0 e)}$$

Avec $D = 2 \cdot v / s$ et

$$k_s = \begin{cases} 1.00 & \text{pour infinie slab} \\ 1.15 & \text{pour infinie cylindre} \\ 1.25 & \text{pour infinie carré prism.} \\ 1.30 & \text{pour sphère} \\ 1.55 & \text{pour cube} \end{cases}$$

$$C_1(t_0) = C_0 \left[0.6 + \left(\frac{4.5}{t_0 e} \right)^{1/2} \right]$$

Avec $C_0 = 10$, si $C_1(t_0 e) \leq 18$

$$t_0 e = \begin{cases} 25 + t_0 & \text{autre} \\ t_0 & \text{début de séchage} \end{cases}$$

ε_{sh} : retrait de dessiccation.

h : humidité relative ; $\varepsilon_{sh\infty}$: retrait ultime (final).

D : section transversale effective = v / s = volume / surface

t₀ : début de séchage ; S (t) : duré de séchage

La deuxième formule (équation I.11) prend en considération la composition et la résistance du béton. Ce deuxième modèle est de la forme suivante :

$$\varepsilon_{sh} = (1.15\alpha_1 + 0.16) \alpha_2 \alpha_3 \quad (I.11)$$

$$\alpha_1 = \left(\frac{w}{c}\right)^{1.5} c^{1.4} f_c^{-0.2} \left(1 - \frac{a}{\rho_c}\right) \alpha_4$$

$$\alpha_4 = \begin{cases} 0.7 + 0.3 \left(\frac{a}{s} - 0.16\right)^{-3} & \text{pour } \frac{a}{s} > 2.6 \\ 1 & \text{autre.} \end{cases}$$

$$\alpha_2 = \begin{cases} 1.0 & \text{ciment type I} \\ 0.85 & \text{ciment type II} \\ 1.1 & \text{ciment type III} \end{cases}$$

$$\alpha_3 = \begin{cases} 1.0 & \text{cure dans l'eau à 100\% H.R} \\ 1.4 & \text{cure normale} \\ 0.74 & \text{autre} \end{cases}$$

w / c : eau / ciment

a / ρ_c : agrégat / densité du béton et a / s : agrégat / sable

f'_c : résistance à la compression a 28 jours.

Ces deux modèles paraissent représentatifs, toutefois ils présentent l'inconvénient de reffermer plus de quatre paramètres, mais on s'accorde à reconnaître qu'ils décrivent d'une façon plus au moins satisfaisante l'évolution du retrait de dessiccation.

Un autre chercheur, GARDNER (1993) [40, 41] a déterminé l'évolution du retrait de dessiccation en fonction du résistance de béton, l'âge et duré de chargement, dimension et humidité relative. Cette équation est de la forme :

$$\varepsilon_{sh} = \varepsilon_{shu} \cdot \beta(h) \cdot \beta(t) \quad (I.12)$$

$$\varepsilon_{shu} = 900 \cdot k \cdot \left(\frac{f_{cm_{28}}}{f_{cm_{tc}}}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{25}{f_{cm_{28}}}\right)^{1/2} \cdot 10^{-6}$$

$$\beta(t) = \left[\frac{7.27 + \ln(t - t_c)}{17.18} \right] \left(\frac{t - t_c}{t - t_c + 0.0125 \cdot (v/s)^2} \right)$$

$$\beta(h) = (1-h^4) \quad \text{pour } h < 0.99$$

$$\beta(h) = -0.20 \quad \text{pour } h=1.00$$

Avec :

ϵ_{sh} : retrait de dessiccation ; ϵ_{shu} : retrait ultime (final)

h : humidité relative

t : l'âge de béton, en jours

t_c : l'âge de début de séchage, en jours

$$k = \begin{cases} 1 & \text{ciment typ e I} \\ 0.70 & \text{ciment typ e II} \\ 1.33 & \text{ciment typ e III} \end{cases}$$

v/s : volume / surface en (mm)

f_{cm28} : résistance à la compression du béton à 28 jours

$f_{cm_{t_c}}$: résistance à la compression du béton au début de séchage

La comparaison de ce modèle avec les résultats expérimentaux et les codes tels que les codes ACI 209-82, CEB MC 1990 à donner des résultats satisfaisants.

Un autre modèle a été mis au point par BAZANT et BAWEJA (2000), citer par [42], qui ressemble fortement à celui développé par BAZANT et KIM, mais représente quelques différences par rapport à ce dernier. Cette équation est de la forme :

$$\epsilon_{sh}(t, t_0) = - \epsilon_{sh\infty} \cdot k_h \cdot S(t) \quad (\text{I. 13})$$

Avec :

$$S(t) = \tanh(t - t_0 / \tau_{sh})^{1/2}$$

$$k_h = \begin{cases} 1 - h^3 & \text{pour } h \leq 0.98 \\ -0.2 & \text{pour } h = 1 \text{ (saturé d'eau)} \\ \text{interpolation linéaire} & \text{pour } 0.98 \leq h \leq 1 \end{cases}$$

$$\tau_{sh} = k_t (k_s \cdot D)^2 \quad D = 2 \cdot v / s$$

$$k_s = \begin{cases} 1.00 & \text{pour infinie slab} \\ 1.15 & \text{pour infinie cylindre} \\ 1.25 & \text{pour infinie carré prism.} \\ 1.30 & \text{pour sphère} \\ 1.55 & \text{pour cube} \end{cases}$$

$$\varepsilon_{sh\infty} = \varepsilon_{s\infty} \frac{E(607)}{E(t_0 + \tau_{sh})}; \quad E(t) = E(28) \left(\frac{t}{4 + 0.85t} \right)^{1/2}$$

$$\varepsilon_{s\infty} = \varepsilon_{sh\infty} \quad \text{pour } t_0 = 7 \text{ jours et } \tau_{sh} = 600 \text{ jours.}$$

$$k_t = 8.5 t_0^{-0.08} f_c^{-1/4} \quad \text{jours/cm}^2$$

$$\varepsilon_{sh} = -\alpha_1 \cdot \alpha_2 \left[1.9 \cdot 10^{-2} w^{2.1} f_c^{-0.28} + 270 \right] \quad (10^{-6})$$

ε_{sh} : retrait de dessiccation ; $\varepsilon_{sh\infty}$: retrait ultime (final)

h : humidité relative ;

D : section transversal effective ; $v / s = \text{volume} / \text{surface}$,(en mm)

t_0 : début de séchage ;

$S(t)$: durée de séchage ;

w / c : eau / ciment ; f_c : résistance à la compression a 28 jours.

$$\alpha_1 = \begin{cases} 1.0 & \text{ciment type I} \\ 0.85 & \text{ciment type II} \\ 1.1 & \text{ciment type III} \end{cases}$$

$$\alpha_2 = \begin{cases} 1.0 & \text{cure dans l'eau à 100\% H.R} \\ 1.2 & \text{cure normale} \\ 0.75 & \text{autre} \end{cases}$$

Ce modèle représente des résultats satisfaisants en comparaison avec des résultats expérimentaux et celle du modèle BAZANT et KIM.

1.5 Conclusion

D'après ce qui a été présenté dans ce chapitre, nous constatons l'importance du retrait de dessiccation et son influence sur la durabilité des ouvrages. On entend par retrait de séchage, les déformations spontanées des matériaux hydrauliques qui interviennent après le démoulage. Ce dernier est affecté par un nombre important de facteurs. Nous avons donc jugé utile pour étudier et analyser l'impact et la sensibilité du phénomène à chacun de ces facteurs, ainsi que le modéliser.

CHAPITRE II

LES DIFFERENTS MODELES DE PREDICTION

2 CHAPITRE II : LES DIFFERENTS MODELES DE PREDICTION

2.1 Introduction

Au cours des dernières décennies, les chercheurs ont proposé environ 10 modèles de prédiction de retrait basés sur une grande base de données de résultats expérimentaux. Le retrait dans les structures en béton est la caractéristique la plus douteuse du béton, compte tenu des variétés de matériaux et l'imprévisibilité de la modélisation. Des recherches antérieures sont basées sur la saisie des valeurs déterminées des facteurs influençant le retrait afin d'obtenir une réponse structurelle. Cependant, les recherches sur les effets de retrait sur les systèmes en béton sont devenues particulièrement importants ces dernières années. Les principaux facteurs d'incertitude sont l'altération des conditions climatiques, la disparité de la composition du mélange du béton, et les variations en raison du processus de rétrécissement intrinsèque.

Comme mentionné auparavant, il existe de nombreux facteurs qui affectent la susceptibilité d'un béton au retrait, donc par souci de simplicité, certains des modèles de prédiction ne prennent en compte que quelques facteurs ; cependant, les autres sont plus détaillés et traitent de nombreux facteurs car il a été constaté que pour chaque modèle certains facteurs sont plus sensibles que d'autres. Le tableau II.1 présente une liste des modèles de prédiction de retrait ainsi que les facteurs qui ont été pris en compte dans chaque modèle.

Il est bien connu que ces modèles sont des formules mathématiques ou semi-théoriques, et les paramètres de ces modèles sont dérivés grâce à l'ajustement des données expérimentales.

Dans cette section, les modèles les plus couramment utilisés pour prédire la déformation de retrait sont rapidement présentés, tels que le modèle B3, établi par Bažant et Baweja [39, 42], le modèle ACI 209R-92, établi par Christianson et Branson [43], le modèle GL 2000, établi par Lockman et Gardner [44], le modèle CEB MC 90 [45] en plus du modèle modifié Modèle CEB MC90-99 [46], chacun d'eux établi par Müller et Hilsdorf, et enfin, le modèle fib [47] mettant en évidence l'approche pour comprendre comment la forme et la taille de l'élément en

béton et les conditions de durcissement, ainsi que l'humidité relative, influencent les déformations de retrait prévues. Alors qu'un facteur dépendant de la forme et de la taille de l'élément en béton est utilisé dans l'EC2, le rapport volume/surface est également utilisé par le modèle de prédiction ACI [43].

Tableau II.1 : Les facteurs adoptés dans différents modèles de prédiction.

Facteurs	EC 2	ACI	B3	GL	Fib	CEB
Teneur en ciment		*				
Type de ciment	*	*	*	*	*	*
Type d'agrégats						
Teneur en eau			*			
Rapport fine/agrégats		*				
e/c						
affaissement		*				
Teneur en air		*				
Type de cure		*	*			
Volume/surface	*	*	*	*	*	*
F _{c28}	*		*	*	*	*
Humidité relative HR	*	*	*	*	*	*
Epaisseur effective D			*			
Age de chargement t ₀						*
Age de début de séchage t _s	*	*	*	*	*	
Durée de chargement						

2.2 Modèle de prédiction de retrait Euro Code 2

Le modèle Euro code 2 définit la déformation ultime de retrait de séchage par l'équation (II.1).

$$\varepsilon_{cd,\infty} = k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} \quad (\text{II.1})$$

Où $\varepsilon_{cd,0}$ est la déformation de retrait de séchage de base et k_h est un facteur fonction de la forme et de la taille de l'élément en béton (en millimètres).

$$h_0 = 2 \cdot A_c / U \quad (\text{II.2})$$

Dans l'équation (II.2), A_c représente la section transversale et U est la circonférence de l'élément en béton soumis au séchage. La déformation de retrait de séchage de base telle qu'elle

est mentionnée dans l'équation (II.3) est une fonction de résistance à la compression f_{cm} , où $f_{cm0}=10$ MPa, les deux facteurs α_{ds1} et α_{ds2} définissent le type de ciment et l'humidité relative ambiante HR.

$$\varepsilon_{cd,0} = 0.85 \cdot \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp\left(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} \quad (II.3)$$

L'humidité relative HR est exprimée par le coefficient β_{RH} (équation II.4)

$$\beta_{RH} = 1.55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] \quad (II.4)$$

Avec $HR_0 = 100$ %.

La progression de la déformation du retrait de séchage est une fonction du temps comme cela est mentionné dans l'équation (II.5).

$$\varepsilon_{cd}(t) = \varepsilon_{cd,0} \cdot k_h \cdot \beta_{ds}(t, t_s) \quad (II.5)$$

$$\text{Avec} \quad \beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{0.04 \sqrt{h_0^3} + (t - t_s)} \quad (II.6)$$

De plus, t et t_s (en jours) sont respectivement l'âge actuel et l'âge de début de séchage du béton. Par conséquent, dans ce modèle de retrait, la valeur h_0 est utilisée plusieurs fois, par exemple dans le facteur k_h , affectant la déformation de retrait de séchage ultime et dans $\beta_{ds}(t, t_s)$ (équation II.6) affectant la progression de la déformation du retrait.

2.3 Modèle de retrait ACI 209R-92

La déformation ultime de retrait pour les conditions conventionnelles est définie par l'ACI 209R-92 (équation II.7)

$$\varepsilon_{shu} = 780 \times 10^{-6} \cdot \gamma_{sh} \quad (II.7)$$

Où γ_{sh} est un coefficient correctif représenté par sept termes correctifs sont : la méthode de cure ($\gamma_{sh,tc}$), l'humidité relative ambiante ($\gamma_{sh,RH}$), le rapport volume/surface ($\gamma_{sh,vs}$) ou, sinon, l'épaisseur de l'élément en béton ($\gamma_{sh,d}$), l'affaissement du béton ($\gamma_{sh,s}$), la proportion d'agrégats fins ($\gamma_{sh,\psi}$), la teneur en ciment ($\gamma_{sh,c}$) et la teneur en air du béton ($\gamma_{sh,\alpha}$).

L'évolution de la déformation de retrait est similaire à celle du modèle Euro code 2 (équation II. 8).

$$\varepsilon_{sh}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)^\alpha}{f + (t - t_s)} \cdot \varepsilon_{shu} \quad (\text{II.8})$$

Où α est défini par une fonction liée au temps ($\alpha = 1$), t et t_s (en jours) sont l'âge actuel et l'âge de début de séchage du béton, respectivement, et f est une fonction (équation II.9).

$$f = 26 \cdot e^{\{10 \times 1.42 - 2 \cdot (V/S)\}} \quad (\text{II.9})$$

Avec, V/S est le rapport volume/surface de l'élément en béton (en millimètres) pour prendre en compte l'influence de la taille et la forme sur le retrait du béton.

Semblable au modèle de retrait Eurocode2, le modèle ACI 209R-92 considère l'impact de la taille et de la forme plusieurs fois, par exemple dans le coefficient de correction $\gamma_{sh,vs}$ ou $\gamma_{sh,d}$, affectant γ_{sh} , et donc la déformation ultime de retrait ε_{shu} (équation II.7), et dans le rapport volume sur surface V/S dans la fonction f (équation 9), affectant la progression de la déformation par retrait.

Comme indiqué dans le modèle ACI 209R-92, l'impact de la taille des éléments en béton sur la déformation ultime de retrait peut même être pris en compte par le coefficient de correction $\gamma_{sh,vs}$, ou par le coefficient de correction $\gamma_{sh,d}$ pour les éléments en béton d'épaisseur moyenne autre que 150 mm comme indiqué dans l'équation II.10.

$$d = 4 \cdot V / S \quad (\text{II.10})$$

En plus des valeurs données pour $\gamma_{sh,d}$ pour $d < 150$ mm, des équations de calcul de $\gamma_{sh,d}$ pour $150 \text{ mm} < d < 380 \text{ mm}$ sont également fournies. Par conséquent, contrairement au modèle de retrait Eurocode 2, le modèle ACI 209R-92 est prévu pour n'être utile qu'aux éléments en béton d'épaisseur moyenne restreinte.

2.4 Modèle de retrait B3

La déformation ultime de retrait prédite par le modèle de Bazant-Baweja B3 est donnée comme dans l'équation II.11.

$$\varepsilon_{sh\infty} = -\varepsilon_{s\infty} \frac{E_{cm607}}{E_{cm}(t_c + \tau_{sh})} \quad (\text{II.11})$$

Le facteur $\varepsilon_{s\infty}$ repose sur plusieurs paramètres ainsi que la teneur en eau w , la résistance moyenne à la compression du béton à 28 jours f_{cm28} , et les constantes α_1 et α_2 , le premier pour prendre en compte le type de ciment et le second pour la condition de cure comme mentionnées dans l'équation II.12.

$$\varepsilon_{s\infty} = -\alpha_1 \alpha_2 \left[0.019 w^{2.1} f_{cm28}^{-0.28} + 270 \right] \times 10^{-6} \quad (\text{II.12})$$

Le rapport $\frac{E_{cm607}}{E_{cm(t_c + \tau_{sh})}}$ est donné comme dans l'équation II.13.

$$\frac{E_{cm607}}{E_{cm(\tau_{sh} + t_c)}} = \left[\frac{1.0805}{[\tau_{sh} + t_c]^{0.5}} \right] + \left[\frac{1.0805}{[(0.85(\tau_{sh} + t_c) + 4)]^{-0.5}} \right] \quad (\text{II.13})$$

Où t_c définit l'âge du béton au début du séchage et τ_{sh} représente la taille en fonction du retrait comme mentionné dans l'équation II.14.

$$\tau_{sh} = 0.085 t_c^{-0.08} f_{cm28}^{-0.25} \left[2k_s (V/S) \right]^2 \quad (\text{II.14})$$

Le coefficient de correction de forme d'une section transversale est défini par k_s ($k_s = 1$ pour des calculs plus faciles) et V/S est le rapport volume/surface.

Le développement de la déformation de retrait ε_{sh} (équation II.15) dans les modèles Eurocode 2 et ACI 209R-92 est déterminé par multiplication de la déformation de retrait ultime $\varepsilon_{sh\infty}$ par une fonction temporelle $S(t-t_c)$ (équation II.16) et par un coefficient k_h tenant compte de l'humidité.

$$\varepsilon_{sh}(t, t_c) = -\varepsilon_{sh\infty} k_h S(t - t_c) \quad (\text{II.15})$$

$$S(t - t_c) = \tanh \sqrt{\frac{(t - t_c)}{\tau_{sh}}} \quad (\text{II.16})$$

Le coefficient de dépendance k_h (par exemple $k_h = 1 - h^3$ pour $h \leq 0,98$, avec h est l'humidité relative définie comme un nombre décimal). L'effet de la taille sur le retrait est exprimé en équation II.15 par le rapport volume/surface à la fois pour la déformation ultime du retrait et la progression du retrait.

2.5 Modèle de retrait GL2000

La déformation ultime de retrait est définie par le modèle de prédiction de retrait GL 2000 en fonction de la résistance moyenne à la compression du béton à 28 jours f_{cm28} et de la constante de retrait k comme mentionné dans l'équation II.17 avec k est le facteur d'effet de type ciment.

$$\varepsilon_{shu} = 900k \left(\frac{30}{f_{cm28}} \right)^{1/2} \times 10^{-6} \quad (\text{II.17})$$

Les modèles de retrait B3 et GL 2000 expriment tous deux la déformation de retrait en fonction du temps comme dans l'équation II.18.

$$\varepsilon_{sh}(t, t_c) = \varepsilon_{shu} \beta(h) \beta(t - t_c) \quad (\text{II.18})$$

Cette dernière équation résulte de la multiplication de la déformation ultime de retrait ε_{shu} et du coefficient de correction fonction de l'humidité relative ambiante h (équation II.19), et de la fonction temporelle (équation II.20), où t est l'âge actuel du béton, t_c est l'âge du béton au début du séchage et V/S est le rapport volume/surface en millimètres.

$$\beta(h) = (1 - 1.18h^4) \quad (\text{II.19})$$

$$\beta(t - t_c) = \left[\frac{(t - t_c)}{0.12(V/S)^2 + (t - t_c)} \right]^{1/2} \quad (\text{II.20})$$

Le modèle GL 2000 ne prend pas en compte les informations sur les adjuvants chimiques ou les additifs minéraux du béton ou les informations sur le processus de cure ambiant. Différemment du modèle ACI 209R-92, du modèle B3 et du modèle de retrait EC2, le modèle GL 2000 considère le rapport volume/surface V/S pour tenir compte de l'effet de forme et de taille de l'élément en béton en fonction du temps $\beta(t - t_c)$ pour décrire l'évolution du retrait.

2.6 Modèle de retrait Fib 2010

Le modèle de retrait fib 2010 est fortement associé au modèle CEB MC90-99. Ce modèle définit le coefficient de retrait de séchage notionnel comme dans l'équation II.21.

$$\varepsilon_{cds0}(f_{cm}) = \left[(220 + 110\alpha_{ds1}) \exp(-\alpha_{ds2} f_{cm}) \right] \times 10^{-6} \quad (\text{II.21})$$

Cette équation est fonction de plusieurs coefficients ainsi que de la résistance moyenne à la compression du béton à 28 jours f_{cm} , les coefficients α_{ds1} et α_{ds2} , tous deux rendant compte du type de ciment. La progression de la déformation de retrait de séchage (équation II.22) est

le résultat de la multiplication du coefficient de retrait de séchage notionnel $\varepsilon_{cds0}(f_{cm})$ par le facteur β_{RH} (équation II.23) afin de considérer l'impact de l'humidité relative ambiante HR (en %) et par la fonction dépendante du temps (équation II.24).

$$\varepsilon_{cds}(t, t_s) = \varepsilon_{cds0}(f_{cm}) \beta_{HR}(HR) \beta_{ds}(t - t_s) \quad (\text{II.22})$$

$$\beta_{RH}(HR) = -1.55 \left[1 - \left(\frac{HR}{100} \right)^3 \right] \quad (\text{II.23})$$

$$\beta_{RH}(RH) = 0.25 \quad \text{pour } HR \geq 99\%$$

$$\beta_{ds}(t - t_s) = \left(\frac{(t - t_s)}{0.035h^2 + (t - t_s)} \right)^{0.5} \quad (\text{II.24})$$

L'équation II.24 est fonction de l'âge actuel du béton t , de l'âge du béton au début du séchage t_s et de la taille notionnelle $h = 2 \cdot A_c/U$ de l'élément en béton. Comme pour le modèle GL 2000, l'impact de la forme et de la taille dans le modèle de retrait fib est pris en compte juste dans la fonction dépendante du temps $\beta_{ds}(t - t_s)$ par la taille notionnelle h . Comme indiqué dans [48], la fonction dépendante du temps (équation II.24) est incertaine pour les éléments en béton de $h \geq 600$ mm et peut surestimer les déformations de retrait après 50 ans de séchage. Ainsi, l'application du modèle de retrait fib est limitée par la taille notionnelle de l'élément en béton.

Conformément à [47], des études d'investigation supplémentaires concernant le coefficient de taille notionnel sont nécessaires. Le modèle fib ne prend en compte ni la période de cure humide ni la température de cure, qui est destinée à estimer les déformations de retrait des éléments en béton durcis humide à des températures normales pendant une période n'excédant pas 14 jours.

2.7 Analyse de sensibilité des modèles de prédiction de retrait

Avec autant de modèles différents disponibles pour la prédiction de retrait, et la manière dont celle qu'ils sont différent d'un modèle à l'autre, il est difficile de savoir quel modèle est le mieux adapté à un usage donné. En effet, certains sont plus complexes que d'autres car ils nécessitent un nombre plus grand de paramètres tels que les propriétés du béton frais et durci, les conditions environnementales, la taille et la forme de l'éprouvette et les conditions de chargement.

Une des principales observations lorsqu'on compare les valeurs de retrait prédites à l'aide des modèles de prédiction énumérés dans la littérature avec des données enregistrées, c'est qu'aucun modèle ne donne une concordance parfaite avec chaque résultat expérimental enregistré. C'est-à-dire alors qu'un modèle peut s'avérer précis pour prédire le comportement de retrait des bétons à résistance ordinaire, le même modèle ne fonctionne pas aussi bien que d'autres modèles pour prédire le même comportement dans des bétons à haute résistance ou dans des structures réelles. Par ailleurs, chacun de ces modèles adopte généralement une approche différente de la prédiction du retrait, l'ampleur éventuelle des déformations prédites est généralement similaire pour la plupart des modèles, malgré le fait que chaque modèle se concentre sur des paramètres différents selon le modèle.

La question à laquelle cette partie d'étude vise à répondre est de savoir comment sont sensibles les paramètres qui constituent les données d'entrée pour les différents modèles, et peut-on dire qu'un modèle prédit des déformations raisonnablement précises dans toutes les situations.

Dans ce qui suit, nous avons utilisé la sensibilité pour indiquer le niveau de changement de déformations prédites dues à un changement prescrit dans l'un des facteurs d'influence considérés. Nous avons pris $100 \mu\text{m/m}$ comme une valeur tranchante entre un changement significatif et marginal de déformation. Pour faire cela, le problème a été abordé en deux parties. Premièrement la sensibilité des changements de la déformation de retrait prédite pour différents paramètres d'entrée a été étudiée à un moment donné, ce qui est 6 mois pour ce cas, et deuxièmement, la variation de cette sensibilité dans le temps, soit entre 6 mois et 2 ans, a été explorée.

Le tableau II.1 présente une liste des modèles étudiés ainsi que les paramètres qui ont été pris en compte dans chaque modèle.

Chacune de ces variables a été examinée, et afin de ce faire, une plage de valeurs a été adoptée et détaillée dans le tableau II.2. Pour la résistance à la compression F_{c28} , le changement dans les déformations prédites a été enregistré lorsque la résistance à la compression à 28 jours a été augmentée de 40 N/mm^2 à 120 N/mm^2 . La résistance à la compression du béton est en fonction des proportions du mélange de béton, en particulier la teneur en eau et dans une moindre mesure la teneur en ciment.

Un nombre assez important des modèles de prédiction considérés ici prennent ces facteurs en compte et ce n'est donc pas toujours si simple de changer la résistance à la

compression, mais aussi de changer l'eau, le ciment, le contenu en granulats fins et grossiers, et même l'affaissement. Pour les modèles qui prennent en compte ces paramètres supplémentaires (indiqués dans le tableau II.1), les proportions du mélange de béton qui ont été utilisées étaient spécifiées par [49]. La décision d'utiliser ces deux résistances du béton est due au fait que le béton de résistance normale de 40 N/mm^2 peut être considéré comme un béton typique pour la construction de structures, alors qu'avec l'avancée de la technologie du béton, l'utilisation de béton à haute résistance (120 N/mm^2) est de plus en plus répandue. De plus, une grande quantité de données était disponible à partir des recherches antérieures et des études parallèles, réalisées dans d'autres laboratoires, à l'aide de ces deux types de béton.

Lors du changement de la résistance à la compression du béton normal au béton à haute résistance, la rigidité du béton devrait également augmenter. Par conséquent, changer le module de Young de 30 à 60 KN/mm^2 représente une large gamme de valeurs de rigidité de béton trouvées dans la littérature, bien que la résistance à la compression n'ait pas été modifiée afin d'évaluer l'effet de l'augmentation de la rigidité seule.

Certains modèles prennent en compte l'effet du type de ciment et du régime de cure et donc le type de ciment est passé du type I aux types II et III, tandis que le régime de durcissement est passé du durcissement à l'eau au durcissement à la vapeur et échantillon scellé pendant le durcissement (le cas échéant). Le temps de durcissement est varié de 2 à 7 jours, et aussi de 7 à 28 jours. Ce changement du temps de durcissement nous permet d'évaluer l'influence de la durée de durcissement sur la déformation de retrait. De plus, le rapport du temps de 2 à 7 jours est presque identique à celui de 7 à 28 jours, et le changement des déformations prédites par les modèles au cours de ces périodes pourrait donc être analysé afin de déterminer comment le retrait est sensible à la durée de durcissement.

Le transfert de l'humidité avec l'environnement a une influence très importante sur les déformations des bétons, en particulier les déformations de retrait de séchage, cela est dû à l'effet de la variation de l'humidité relative (HR). Le paramètre HR a donc été augmenté de 45% à 75 %, reflétant l'intervalle d'humidités que une structure réelle peut subir comme changements dans des conditions environnementales réelles.

Enfin, l'effet de la géométrie de l'éprouvette sur le développement des déformations de retrait a été abordé. Cela implique deux facteurs différents, à savoir la taille et la forme de l'échantillon. La variation de la taille de l'échantillon affecte le développement des déformations de retrait parce que le noyau central des spécimens les plus grands offre une plus grande

contrainte au retrait, et donc la déformation de retrait est réduite. Ce dernier est également réduit dans les plus gros spécimens parce que les effets du retrait de séchage sont réduits pour la même raison. En changeant la taille d'un échantillon, l'épaisseur effective et le rapport volume/surface (V/S) sont également modifiés.

Un prisme de taille 600 mm x 150 mm x 150 mm ayant un rapport V/S de 37,5 mm a été adopté comme échantillon de contrôle, car les travaux de laboratoire sur le retrait ont déjà montré que cette taille d'éprouvette donne des bons résultats de retrait [50]. Un tel spécimen est typiquement idéal pour la construction réelle, mais des tailles beaucoup plus grandes sont également souvent utilisées et par conséquent il a été décidé de voir comment la prévision des déformations changerait lorsque la taille de l'échantillon était augmentée d'un facteur de 5 ; à savoir un prisme ou une colonne de taille 3000 mm x 750 mm x 750 mm, ayant un rapport V/S de 187,5 mm. Varier la géométrie du spécimen affectera les déformations de retrait développées parce que les spécimens avec des chemins de diffusion d'humidité plus longs auront des taux de retrait de séchage plus faibles.

Certains modèles permettent également d'introduire la notion de la forme dans les calculs ; cependant, en changeant la forme d'un échantillon l'épaisseur effective et le rapport V/S changent également, de sorte que la modification de la forme peut effectivement être incorporée dans tous les modèles en changeant ces valeurs. Les deux choix évidents pour les formes étaient des cylindres et des dalles, qui sont tous les deux utilisés largement dans la construction. Bien que la forme soit changée, il était important que ces deux formes d'échantillons gardent le même volume de béton. Par conséquent, dans le cas du cylindre, la section transversale a également été maintenue la même. Cependant, les dimensions de la dalle ont dû être modifiées significativement afin de garder toujours une forme de dalle.

Nous avons fixé l'épaisseur la dalle à 50 mm et donc la section transversale a été calculée à partir du volume puisqu'il devait être le même que celui du prisme. Il est remarqué que cette épaisseur est inhabituellement mince pour une dalle mais il a été jugé suffisant pour la sensibilité proposée à étudier. Un résumé de chacun de ces paramètres et de leurs valeurs est indiqué dans le tableau II.2.

Tableau II.2 : Paramètres des modèles étudiés.

Paramètres des modèles	Valeurs initiales	Valeurs modifié
Humidité relative HR : %	45	75
F_{c28} : N/mm²	40	120
Teneur en ciment : kg/m³	400	510
rapport E/C	0.56	0.24
Teneur en eau : kg/m³	224	112
Teneur en agrégats : kg/m³	1800	1739
Affaissement : mm	200	160
Type de ciment	I	II, III
E 28 : kN/mm²	30	60
Type de cure	durcissement à l'eau	vapeur, scellés
Temps de cure : jour	28	2, 7
Age de chargement : jour	90	28
Taille : mm	600x150x150	3000x750x750
Rapport v/s : mm	37.5	187.5
forme	prisme	Cylindre, dalle

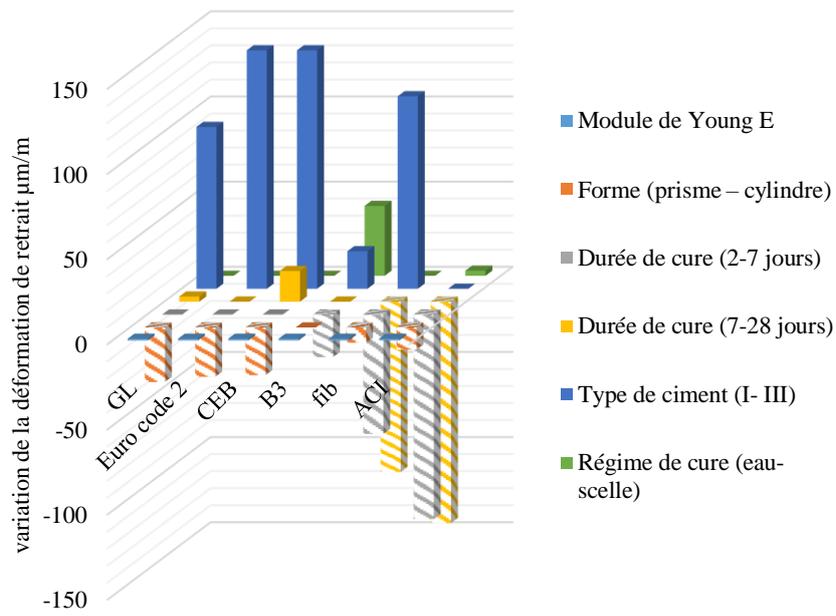
2.8 Ampleur du changement de la déformation de retrait

En utilisant les paramètres initiaux détaillés dans le tableau II.2, les déformations de retrait prévues à 6 mois pour chaque modèle de prédiction sont présentées dans le tableau II.3.

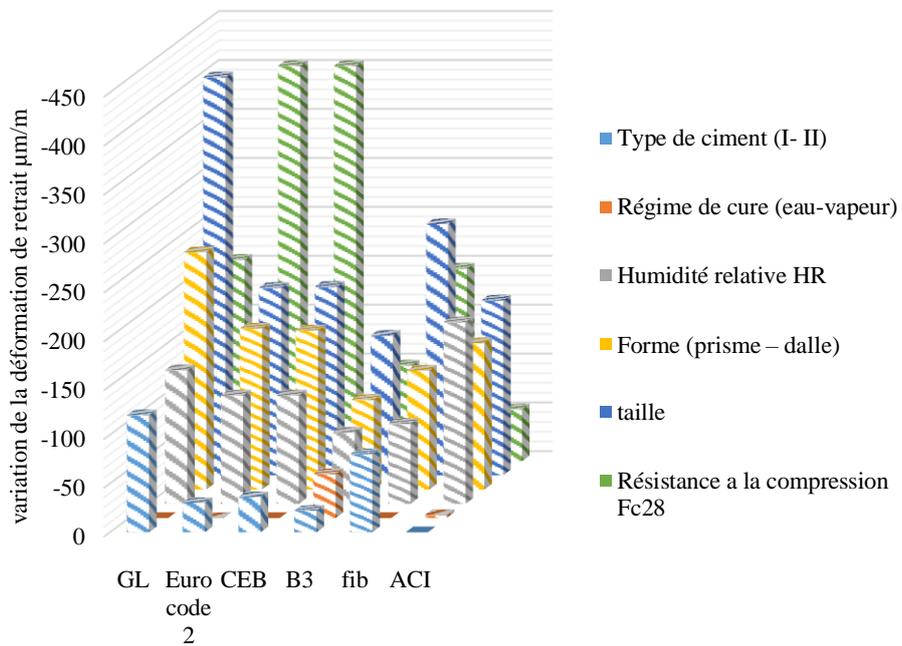
Tableau II.3 : Les déformations de retrait prévues à 6 mois calculées par les paramètres initiaux.

Modèle	EC 2	ACI	B3	GL	Fib	CEB
Déformation de retrait $\mu\text{m/m}$	392	589	341	549	392	250

Cette analyse montre les différences de prédictions des valeurs de retrait qui se produisent en raison de la variation de ces paramètres au fil du temps. Les changements des valeurs de retrait prévues après 6 mois pour chaque changement de paramètre mentionné ci-dessus en tableau II.2 sont affichés dans les figures II.1.a et II.1.b. Les paramètres sont répartis sur deux graphiques pour plus de clarté et pour faire la distinction entre l'augmentation et la diminution des changements des valeurs de retrait prédites par chaque modèle.



-a-



-b-

Fig. II.1 : Variation de la déformation de retrait prévue après 6 mois lorsque des paramètres spécifiques sont modifiés.

Il est bien reconnu que certains paramètres ont un effet plus prononcé sur le retrait du béton que d'autres. En conséquence, tous les paramètres détaillés dans cette étude ont été regroupés selon leur influence ; c'est-à-dire qu'ils ont été classés comme majeurs ou négligeables. Afin de déterminer la sensibilité de chaque modèle quand un paramètre particulier est varié, l'effet que cette variable sur le retrait a été pris en compte.

2.8.1 Facteurs d'influence majeurs (a 6 mois)

Ces facteurs sont les paramètres qui généralement causent un changement de valeurs prédites de retrait de l'ordre de 100 $\mu\text{m/m}$ ou plus et inclut ceux liés aux effets environnementaux tels que l'humidité relative, les propriétés des matériaux tels que la résistance à la compression, les effets de taille telle que la géométrie de l'échantillon.

2.8.1.1 L'humidité relative HR

Lorsque l'humidité relative de l'environnement entourant le béton augmente, il est prévu que le retrait diminue parce que la teneur en humidité de l'air est augmentée et, par conséquent, le différentiel d'humidité entre le béton et l'environnement est diminué. À un moment donné, lorsque l'humidité relative de l'environnement approche les 100 %, l'équilibre hydrique sera atteint et les déformations de retrait qui se produisent en raison de l'effet de l'humidité relative devraient s'arrêter. En augmentant HR de 45 à 75 % dans cette analyse, les changements des déformations prédites de retrait devraient être importants. Cela s'est avéré être le cas de la plupart des modèles prédisant les déformations de retrait dans une plage de 80 $\mu\text{m/m}$ à 190 $\mu\text{m/m}$ (Fig.II.2).

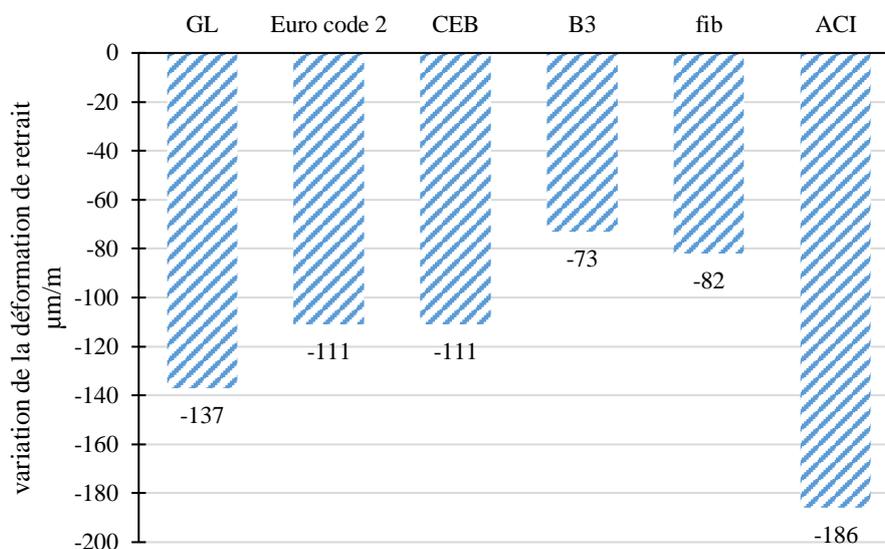


Figure II.2 : Sensitivité des modèles de prédiction de retrait au changement de HR.

2.8.1.2 Résistance à la compression

Lorsque la résistance à la compression F_{c28} est augmentée, le retrait devrait diminuer car pour augmenter la résistance du béton, la teneur en eau utilisée dans le mélange de béton doit être réduite. Par conséquent, la diminution de la quantité d'eau dans le béton devrait entraîner moins de retrait de séchage. Dans cette analyse, afin d'augmenter la résistance du béton de 40 à 120 N/mm², la teneur en eau doit être considérablement réduite de 224 à 122 kg/m³ et donc les changements des déformations de retrait qu'on s'attendait soient assez importantes.

C'était certainement le cas où la plupart des modèles ont donnés des changements dans des déformations de retrait de 100 $\mu\text{m}/\text{m}$ à 400 $\mu\text{m}/\text{m}$ (Fig.II.3). Bien que le modèle ACI a prédit le plus petit changement de seulement 50 $\mu\text{m}/\text{m}$, Les modèles B3 et fib ont présentés des changements de valeurs prédites pour le retrait dans la gamme 100 $\mu\text{m}/\text{m}$ à 200 $\mu\text{m}/\text{m}$. Alors que les modèles CEB, EC2 et le modèle GL affichaient des changements à partir de 200 $\mu\text{m}/\text{m}$ et allons jusqu'à 400 $\mu\text{m}/\text{m}$. En changeant de résistance à la compression, il est inévitable que d'autres facteurs qui influencent le retrait, comme les proportions du mélange de béton, doivent également être modifiés. Dans cette étude, une si grande variation dans les déformations prévues en raison de changements de la résistance à la compression était un peu surprenante et indique à quel point il est difficile d'isoler un paramètre comme la résistance à la compression dans les modèles de prédiction.

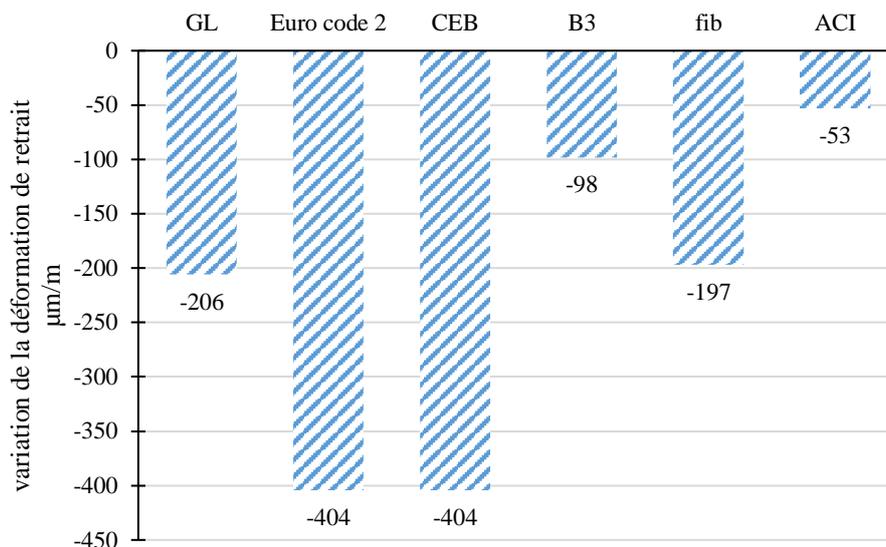


Figure II.3 : Sensitivité des modèles de prédiction de retrait au changement de F_{c28} .

2.8.1.3 Taille de l'élément en béton

Lorsque la taille de l'élément en béton est augmentée, le rapport volume/surface (V/S) augmente et on peut s'attendre à ce que le retrait diminue, l'effet étant plus prononcé dans le court terme. La taille, d'où le rapport V/S d'une éprouvette de béton influencera le taux de perte d'humidité et le degré de retenue globale assurée par le noyau central, qui aura une teneur en humidité plus élevée que la surface. Par conséquent, à mesure que le rapport V/S augmente, le retrait devrait diminuer du fait que seule la partie du béton exposée à l'air sèche et son retrait est retenu par le noyau sans retrait. Evidemment, le noyau se dessèche également avec le temps, bien que cela soit un processus graduel et ne provoquera pas la même rapidité d'effet observé à court terme.

Lorsque la taille de l'échantillon est augmentée à partir d'un rapport v/s de 37,5 mm à 187,5 mm, tous les modèles présentaient les diminutions de déformations de retrait attendues mais différaient dans l'ampleur de la déformation prédite (Fig.II.4). Le modèle B3 a indiqué une diminution de 150 $\mu\text{m}/\text{m}$ tandis que le modèle ACI et fib suggèrent une diminution de 180 $\mu\text{m}/\text{m}$ et 250 $\mu\text{m}/\text{m}$ successivement, alors que le modèle GL prédit une diminution d'environ 400 $\mu\text{m}/\text{m}$.

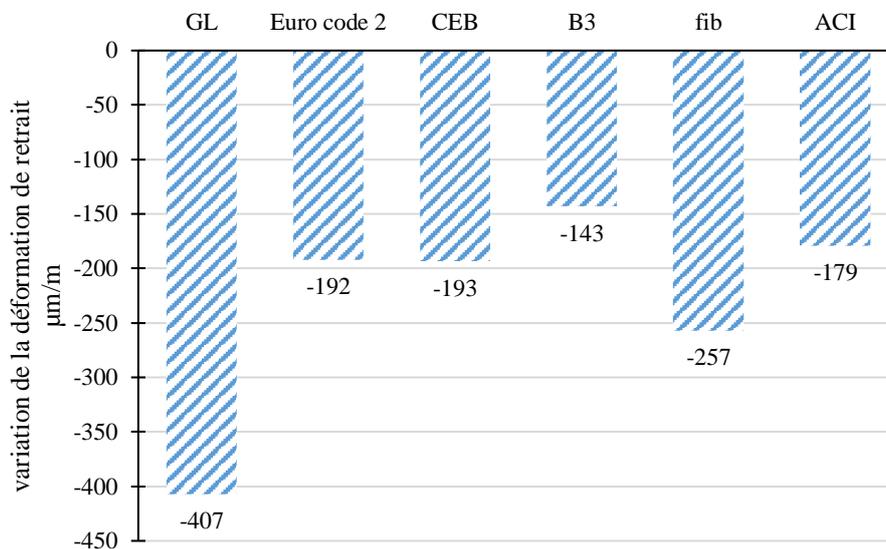
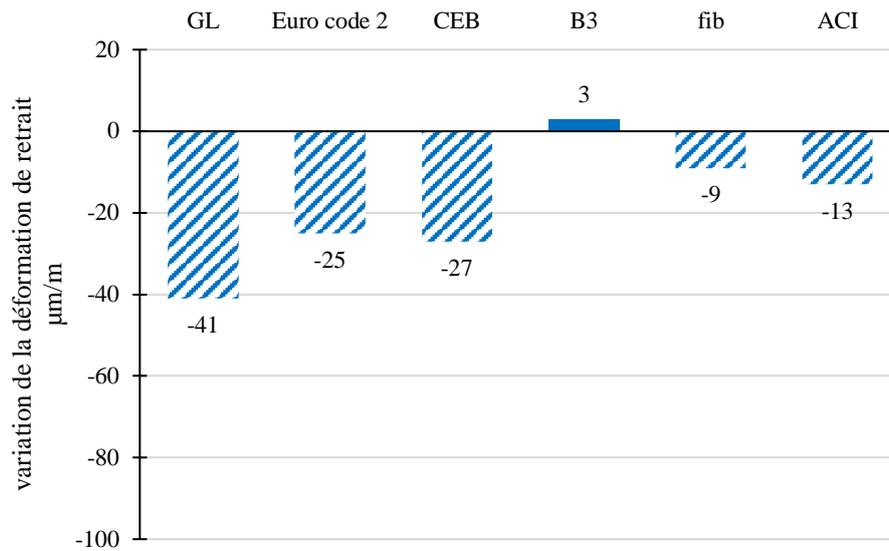


Figure II.4 : Sensitivité des modèles de prédiction de retrait au changement de la taille.

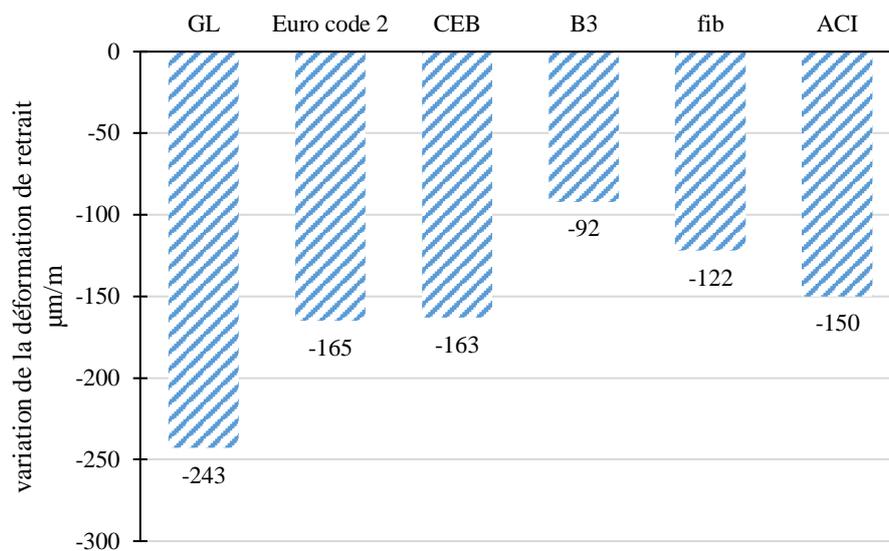
2.8.1.4 **Forme de l'élément en béton**

L'effet du changement de la forme de l'échantillon de béton d'un prisme à un cylindre ou une dalle varie considérablement selon la forme et le rapport V/S de l'échantillon. Les chemins de diffusion d'humidité les plus longs conduisent à des taux de retrait plus faibles ; par exemple, une poutre en T a un rapport V/S faible va donc sécher et rétrécir plus rapidement qu'une poutre de section carrée de même surface. Par conséquent, pour un cylindre de même section qu'un prisme, le rapport V/S est également très similaire et il devrait y avoir très peu de différence dans la déformation de retrait entre ces deux formes, avec le cylindre ayant éventuellement un retrait plus faible dues à la géométrie de sa section. Cependant, l'effet de changer la forme d'un prisme à une dalle du même volume de béton devrait être beaucoup plus grand, bien que l'épaisseur du spécimen ait été réduite de 600 mm à 50 mm, la section transversale a été augmentée de 22500 mm² à 270000 mm², et donc le rapport V/S est passé de 129,9 mm à 37,5 mm. La longueur minimale du chemin de diffusion de l'humidité dans le prisme était de 75 mm alors que dans la dalle la longueur minimale était de 25 mm. Par conséquent, le retrait de séchage devrait se produire beaucoup plus rapidement avec des déformations beaucoup plus faibles et avec une grande différence de valeurs prédites de retrait pour chacune des formes citées ci dessus.

Lorsque la forme est passée d'un prisme à un cylindre (Fig.II.5.a), tous les modèles présentaient soit une diminution négligeable ou une augmentation inattendue mais négligeable de la déformation de retrait allant jusqu'à 40 µm/m. Lorsque la forme est modifiée d'un prisme à une dalle, les changements des déformations de retrait étaient beaucoup plus grands (Fig.II.5.b). Tous les modèles exposent une diminution attendue de la déformation de retrait de 100 µm/m à 240 µm/m.



-a-



-b-

Figure II.5 : Sensitivité des modèles de prédiction de retrait au changement de la forme.

-a- Prisme – cylindre, **-b-** Prisme – dalle.

2.8.2 Facteurs d'influence négligeables (à 6 mois)

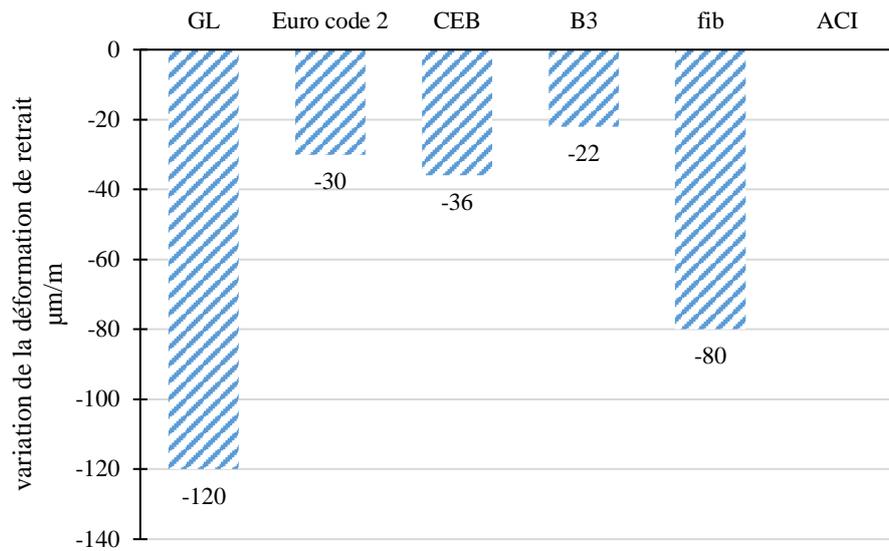
Ces facteurs sont les paramètres qui généralement provoquent un changement de déformation de l'ordre d'environ 100 μm/m ou moins et inclure ceux liés à la composition du matériau comme le type de ciment, ceux liés au processus d'hydratation tel que le régime et la

durée de cure et ceux liés aux propriétés des matériaux tels que la rigidité. Cette plage de variation de déformation (0 à 100 $\mu\text{m}/\text{m}$) est arbitraire et ouverte au débat.

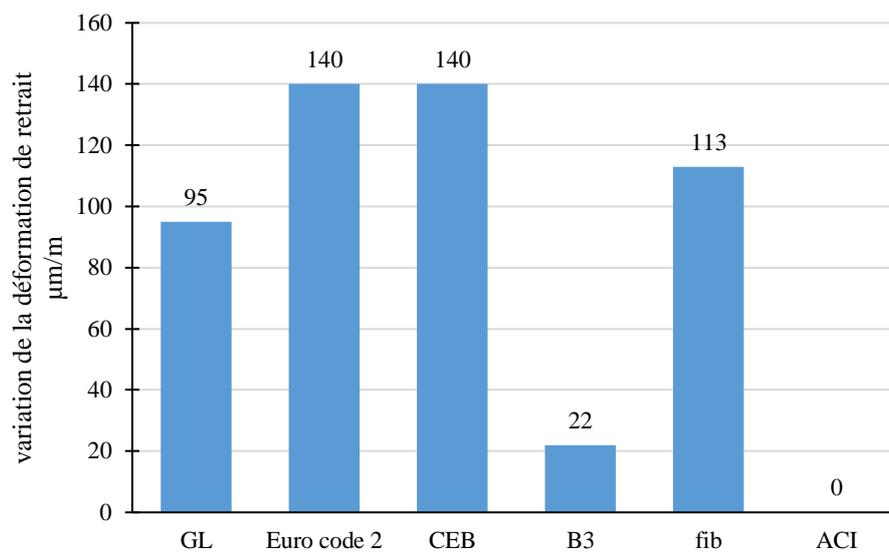
2.8.2.1 Type de ciment

Il était prévu que l'effet de changer le type de ciment de Ciment Portland Ordinaire (OPC) (type I) à un ciment à durcissement lent (type II) ou à un ciment à durcissement rapide (type III) serait plus prononcé dans les 3 premiers mois. Avec le ciment à durcissement lent, le taux de gain en résistance à la compression du béton sera plus lent que dans l'OPC, alors qu'avec le ciment à durcissement rapide, le taux de gain en résistance à la compression du béton sera beaucoup plus rapide. Cependant, après 6 mois la plus grande partie de la résistance à la compression du béton a été développée pour chacun des types de ciment et les différences de retrait doivent être minimales. S'il y avait des différences à ce moment-là, il devrait y avoir une augmentation du retrait lorsque le type de ciment est modifié par rapport à l'OPC à un ciment à durcissement rapide et une diminution lors de son changement de l'OPC au ciment à durcissement lent.

Lorsque le type de ciment est changé de l'OPC à un ciment à durcissement lent (Fig.II.6.a), tous les modèles qui considèrent ce paramètre, présentent la diminution attendue de la déformation de retrait dans une plage de 20 $\mu\text{m}/\text{m}$ à 40 $\mu\text{m}/\text{m}$, avec l'exception des modèles fib et GL qui suggèrent des changements de 80 $\mu\text{m}/\text{m}$ et 120 $\mu\text{m}/\text{m}$ respectivement. Lorsque le type de ciment a été changé d'OPC au durcissement rapide (Fig.II.6.b), tous les modèles pertinents ont indiqué une augmentation attendue de la déformation de retrait allant de 25 $\mu\text{m}/\text{m}$ à 140 $\mu\text{m}/\text{m}$, alors que le modèle ACI n'a montré aucun changement.



-a-



-b-

Figure II.6 : Sensitivité des modèles de prédiction de retrait au changement de type de ciment.

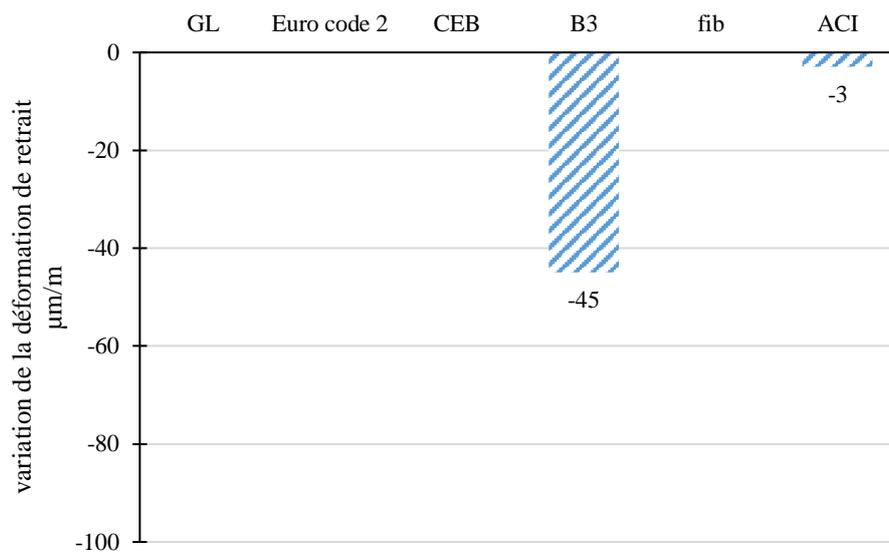
-a- Type de ciment (I- II), **-b-** Type de ciment (I- III).

2.8.2.2 Régime de cure

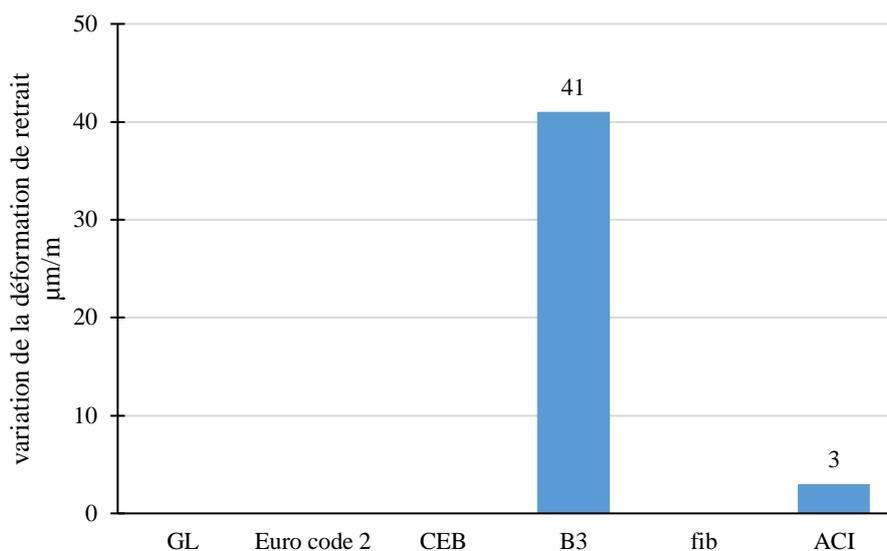
De la même manière que l'effet du changement de type de ciment, l'effet du changement de régime de cure de durcissement à l'eau au durcissement à la vapeur ou le scellement du béton pendant la période de cure est plus prononcé à court terme. Lorsque le béton durcit dans la

vapeur, la température de durcissement est augmentée et le développement du gel de silicate de calcium hydraté (C–S–H) dans la pâte de ciment pendant l'hydratation devient plus rapide, augmentant ainsi le taux de gain en résistance à la compression et la rigidité du béton. Depuis que l'hydratation se produit à un rythme plus rapide, elle se termine plus tôt et donc il y a moins d'eau retenue dans le béton, et donc le retrait de séchage est réduit. Cependant, après 6 mois la plupart de la résistance à la compression du béton sera développée et les différences des déformations de retrait doivent être minimales. Lorsque le béton est scellé pendant le durcissement, le béton est privé d'eau, l'hydratation s'arrête plus tôt et ainsi il devrait y avoir une augmentation notable de retrait au début de la vie du béton. De même, si l'hydratation s'arrête, le développement de la résistance du béton est réduit.

Lorsque le régime de cure est passé du durcissement à l'eau à durcissement à la vapeur ou scellé, tous les modèles dans lesquels ce paramètre pourrait être varié présentent de négligeables changements dans le retrait (Figure II.7.a et Figure II.7.b, respectivement).



-a-



-b-

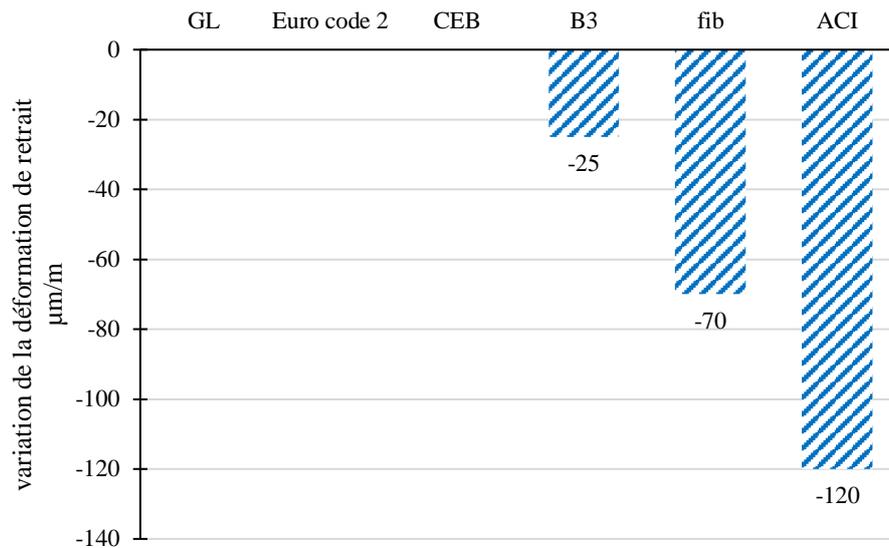
Figure II.7 : Sensitivité des modèles de prédiction de retrait au changement de régime de cure.

-a- eau-vapeur, **-b-** eau- échantillon scellé.

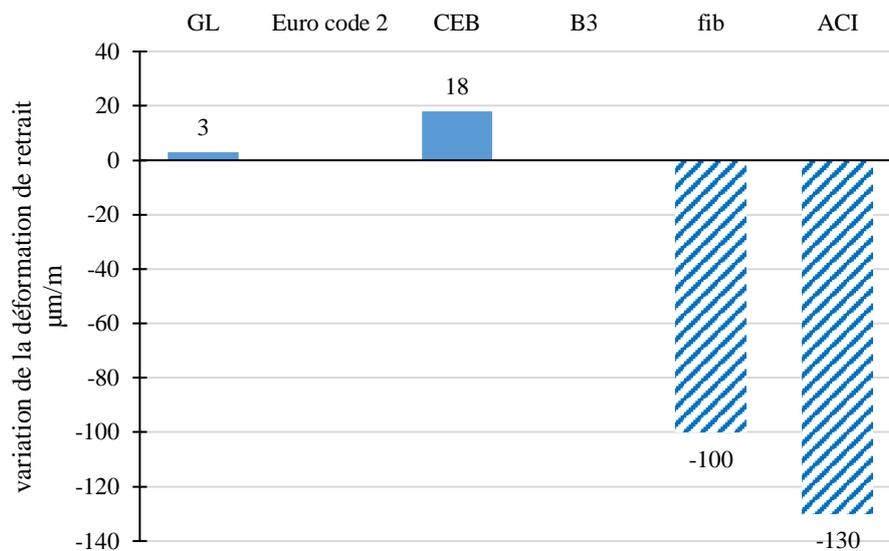
2.8.2.3 Durée de cure

Il est prévu qu'à court terme, l'effet d'augmenter la durée de cure sur la déformation du retrait de béton est d'autant plus perceptible que la période de cure initiale. Lorsque le béton est placé sous un régime de cure contrôlé, à mesure que le temps de cure augmente, plus de ciment s'hydrate et le volume des particules de ciment non hydratées diminue. De toute évidence, le plus le béton durcit, plus les particules des C-S-H sont développées au sein de la pâte et plus la résistance et la rigidité du béton qui en résulte. Cependant, comme l'hydratation est plus rapide entre 2 et 7 jours, alors la variation des déformations de retrait entre 7 et 28 jours ne devrait être que légèrement plus grande que celle correspondante entre 2 et 7 jours.

Lorsque la durée de cure a été modifiée de 2 à 7 jours et de 7 à 28 jours, tous les modèles ont montré une diminution négligeable de déformation de retrait à l'exception des modèles ACI et fib qui exposaient des diminutions de 120 μm/m et 70 μm/m pour le premier changement de la durée de cure et 130 μm/m et 100 μm/m pour la deuxième, respectivement (Fig.II.8.a et Fig.II.8.b). Cela indique que le plus influençant est la longueur de la période de cure dans le temps plutôt que son emplacement.



-a-



-b-

Figure II.8 : Sensitivité des modèles de prédiction de retrait au changement de la durée de cure.

-a- Durée de cure (2-7 jours), **-b-** Durée de cure (7-28 jours).

2.8.2.4 Module de Young

Augmenter le module de Young ne devrait pas avoir d'effet sur le retrait du béton car cela ne change pas la façon dont l'eau est retirée du matériau comme c'était le cas pour tous les modèles.

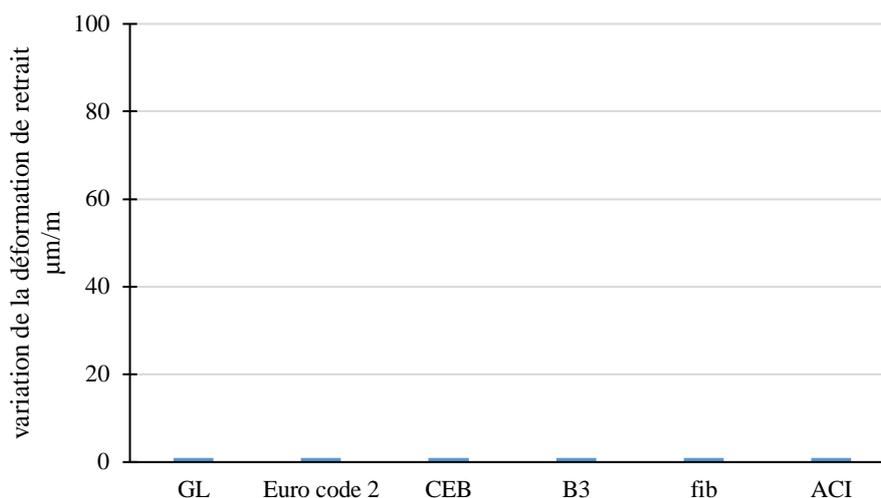


Figure II.9 : Sensitivité des modèles de prédiction de retrait au changement de la rigidité.

2.9 Ampleur des variations des déformations de retrait au fil du temps

Il est également important de voir comment les déformations de retrait prédites évoluent dans le temps lorsque les paramètres cités au tableau II.2 sont modifiés. Des changements notables dans la déformation de retrait entre 6 mois et 2 ans sont montrés dans le tableau II.4.

Comme on peut le constater, la variation de certains paramètres a entraîné une augmentation de la déformation du retrait de 6 mois à 2 ans alors que la variation de certains d'autres a entraîné une diminution. Le tableau II.4 montre l'ampleur des changements et aussi la variation en pourcentage (entre parenthèses) de la déformation de retrait au cours de cette période. Il est important de noter que les valeurs positives de la variation en pourcentage montrent une augmentation de l'ampleur du changement de la déformation du retrait alors que les valeurs négatives ont montré une diminution. Il est aussi important d'examiner l'ampleur de la variation de retrait ainsi que son changement en pourcentage parce qu'il arrive souvent que le changement en pourcentage de la déformation du retrait est très important dans certains cas (beaucoup plus de 100 %), alors que l'ampleur réelle de la variation de la déformation était souvent très faible (moins de 50 μm/m). L'effet de cette modification de paramètres sur les déformations prédites au cours du temps est discuté dans la section suivante.

Tableau II.4 : Variation de la déformation de retrait entre 6 mois et 2 ans lorsque les paramètres des modèles sont modifiés.

modèle	Humidité relative HR	Résistance à la compression F _{c28}	Module de Young E	Type de ciment (I-II)	Type de ciment (I-III)	Régime de cure (eau-vapeur)	Régime de cure (eau-scélé)	Durée de cure (2-7 jours)	Durée de cure (7-28 jours)	taille	Forme (prisme – cylindre)	Forme (prisme – dalle)
CEB	-44 µm/m	-118 µm/m	0	-15 µm/m	44 µm/m	-	-	-	-	-18 µm/m	12 µm/m	11 µm/m
	(+31%)	(+31%)	0	(+31%)	(+31%)	-	-	-	-	(+6%)	(-45%)	(-5%)
Euro code 2	-44 µm/m	-118 µm/m	0	-15 µm/m	44 µm/m	-	-	-	-	-18 µm/m	12 µm/m	11 µm/m
	(+31%)	(+31%)	0	(+31%)	(+31%)	-	-	-	-	(+6%)	(-45%)	(-5%)
ACI	-28 µm/m	-9 µm/m	0	0 µm/m	0 µm/m	0 µm/m	-	-16 µm/m	-15 µm/m	-46 µm/m	-2 µm/m	-32 µm/m
	(+15%)	(+15%)	0	(0%)	(0%)	(0%)	-	(+15%)	(+15%)	(+15%)	(+15%)	(+15%)
fib	0 µm/m	-22 µm/m	0	-15 µm/m	17 µm/m	-	-	-19 µm/m	-10 µm/m	-95 µm/m	6 µm/m	93 µm/m
	(0%)	+15%	0	(+15%)	(+15%)	-	-	(+15%)	(+15%)	(-40%)	(-71%)	(-54%)
B3	-64 µm/m	-97 µm/m	0	-26 µm/m	+18 µm/m	-44 µm/m	35 µm/m	3 µm/m	14 µm/m	-57 µm/m	20 µm/m	-16 µm/m
	(+68%)	+77%	0	(+68%)	(+68%)	(+68%)	(+68%)	(+144%)	(-55%)	(+23%)	(+448)	(-26%)
GL	-60 µm/m	-75 µm/m	0	-53 µm/m	+27 µm/m	-	-	0 µm/m	0 µm/m	-35 µm/m	16 µm/m	7 µm/m
	(+32%)	+32%	0	(+32%)	(+32%)	-	-	(0%)	(0%)	(+9%)	(-43%)	(-2%)

- La variation en pourcentage de la contrainte de retrait est indiquée entre parenthèses.
- Les valeurs positives indiquent une augmentation et les valeurs négatives indiquent une diminution de la déformation de retrait.

2.9.1 Principaux facteurs d'influence au fil du temps

Ce sont les facteurs qui ont encore eu un effet prononcé sur les déformations de retrait du béton après 6 mois et 2 ans, tels que l'humidité relative, la résistance à la compression et la géométrie de l'éprouvette.

2.9.1.1 Humidité relative

Il a déjà été noté que l'humidité relative du milieu environnant peut avoir un effet marquant sur les déformations du retrait de béton. Les l'effet devrait encore être perceptible sur les variations de ces valeurs après 2 ans. Tous les modèles (à l'exception de l'ACI et du fib) se sont révélés modérément sensibles au changement de HR au fil du temps (figure II.10), prédisant des augmentations des changements de déformation de retrait dans la plage de 40 $\mu\text{m}/\text{m}$ à 70 $\mu\text{m}/\text{m}$, alors que le modèle ACI prévoyait un changement plus faible de 28 $\mu\text{m}/\text{m}$ et le modèle fib n'a montré aucun changement, ce qui était un peu surprenant. Les changements en pourcentage de la déformation de retrait étaient également relativement importants pour presque tous les modèles (de 15% jusqu'à 68 %), ce qui marque la sensibilité au changement de l'humidité relative.

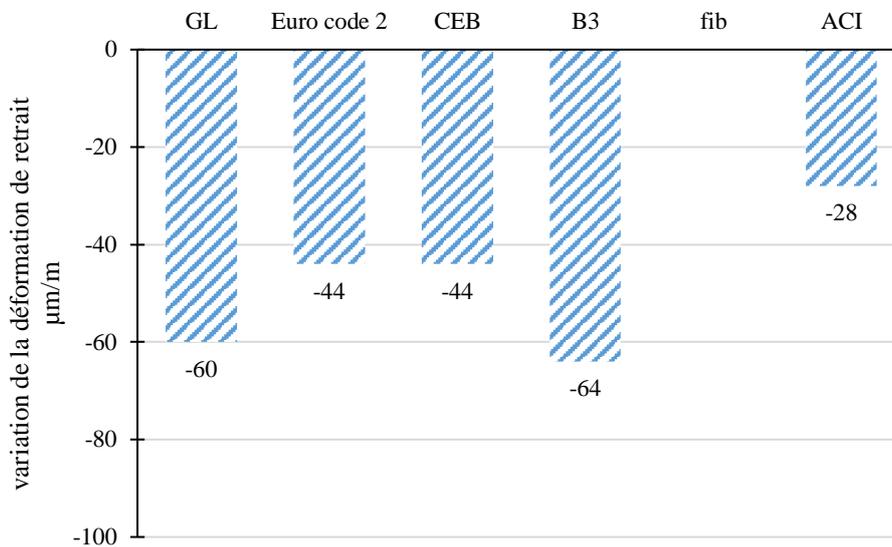


Figure II.10 : Changement de la déformation de retrait prévue après 2 ans lorsque l'humidité relative est modifiée.

2.9.1.2 Résistance à la compression

L'effet de changer la résistance à la compression du béton sur les déformations de retrait devrait également être important en raison du fait que l'augmentation de la résistance à la compression signifie la réduction de la teneur en eau provoquant la majorité du retrait qui se produit loin plus tôt dans la vie du béton. Tous les modèles (à l'exception des modèles ACI et fib) ont démontré que c'était le cas, prédisant des changements de déformation de retrait comprise entre 75 $\mu\text{m/m}$ et 120 $\mu\text{m/m}$ (figure II.11), tandis que les modèles ACI et fib prédisaient des changements beaucoup plus faibles dans la plage de 9 $\mu\text{m/m}$ à 22 $\mu\text{m/m}$, qui étaient un peu plus petits que ceux prévus.

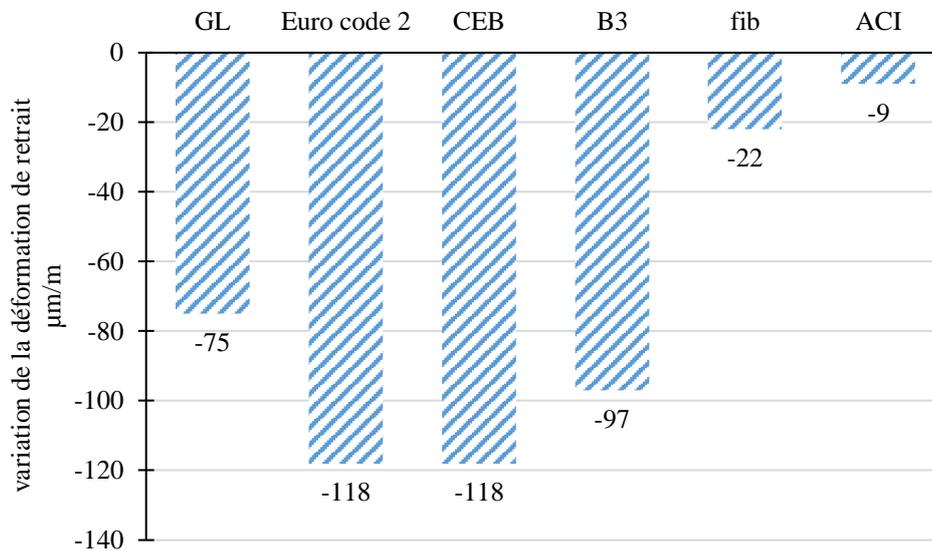


Figure II.11 : Changement de la déformation de retrait prévue après 2 ans lorsque F_{c28} est modifié.

2.9.1.3 Taille de l'élément en béton

L'effet de la modification de la taille de l'échantillon sur les déformations prévues au fil du temps devrait être très similaire au changement de la forme de l'échantillon d'un prisme à une dalle puisque le rapport v/s est similaire. Il devrait y avoir un changement marginal dans la déformation de retrait et c'était le cas avec tous les modèles montrant des changements de moins de 100 $\mu\text{m/m}$ (figure II.12).

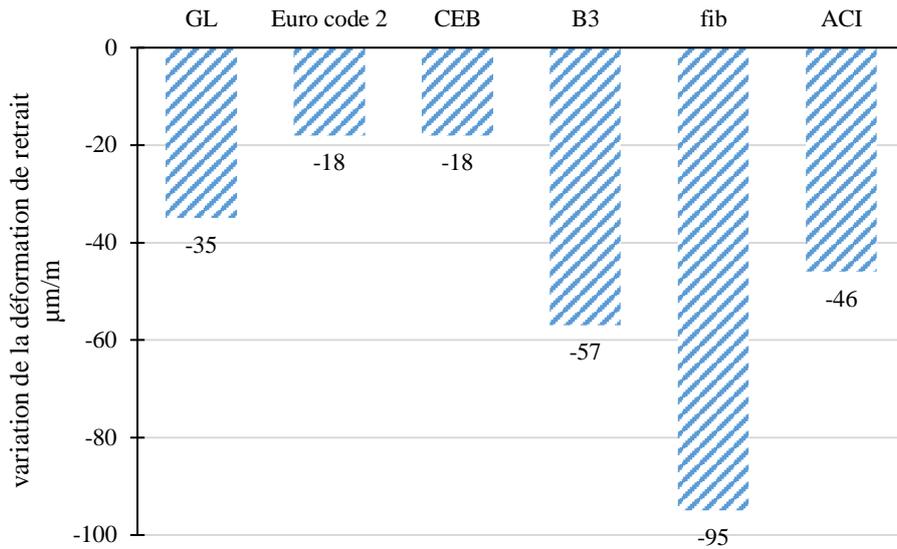
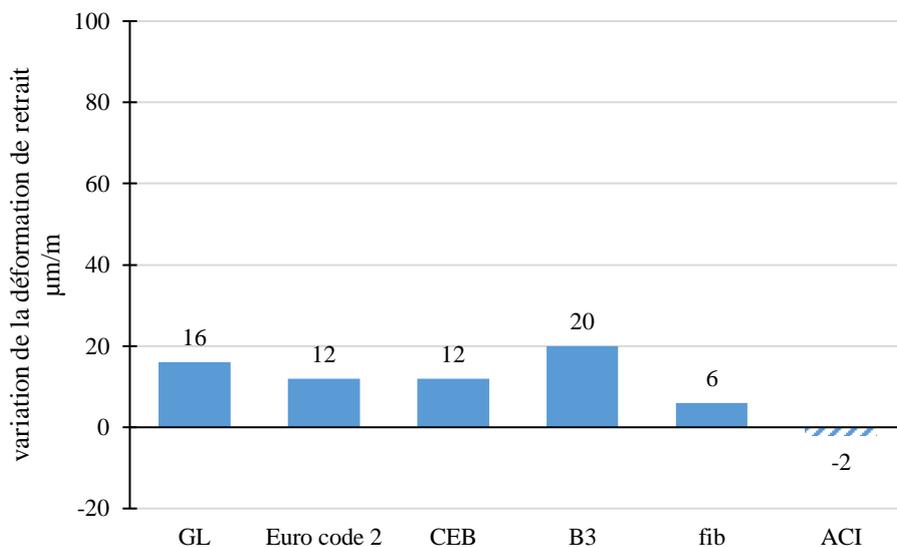
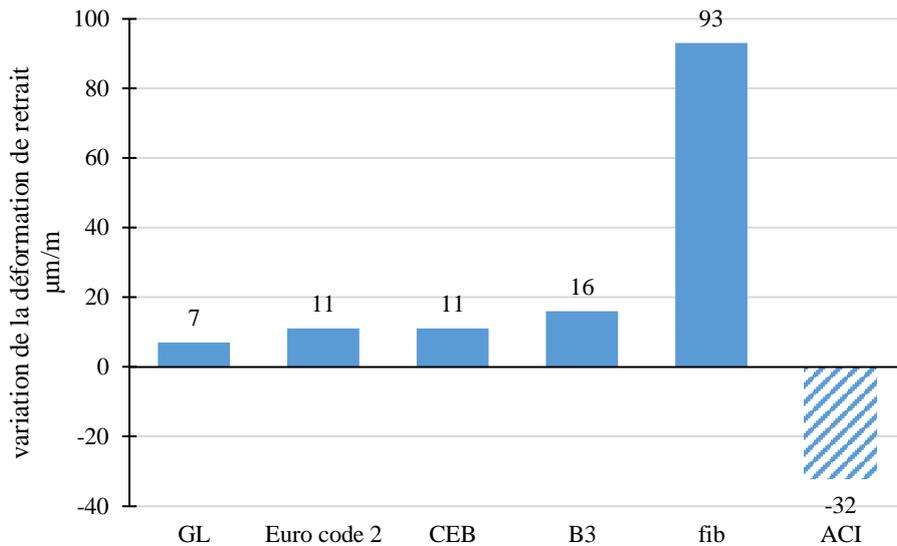


Figure II.12 : Changement de la déformation de retrait prévue après 2 ans lorsque la taille est modifiée.

2.9.1.4 Forme de l'élément en béton

Lorsque la forme de l'échantillon est modifiée d'un prisme à un cylindre, tous les modèles ont démontré un changement négligeable dans les déformations de retrait (Figure II.13), ce qui était prévu puisque la section transversale et le rapport v/s étaient très similaires pour les deux formes différentes. Comme la majorité de retrait aura eu lieu dans les 6 premiers mois, il y a peu de changement dans la déformation de retrait attendu même lorsque la forme de l'échantillon est modifiée d'un prisme à une dalle.





-b-

Figure II.13 : Changement de la déformation de retrait prévue après 2 ans lorsque la forme est modifiée.

-a- Prisme – cylindre, **-b-** Prisme – dalle.

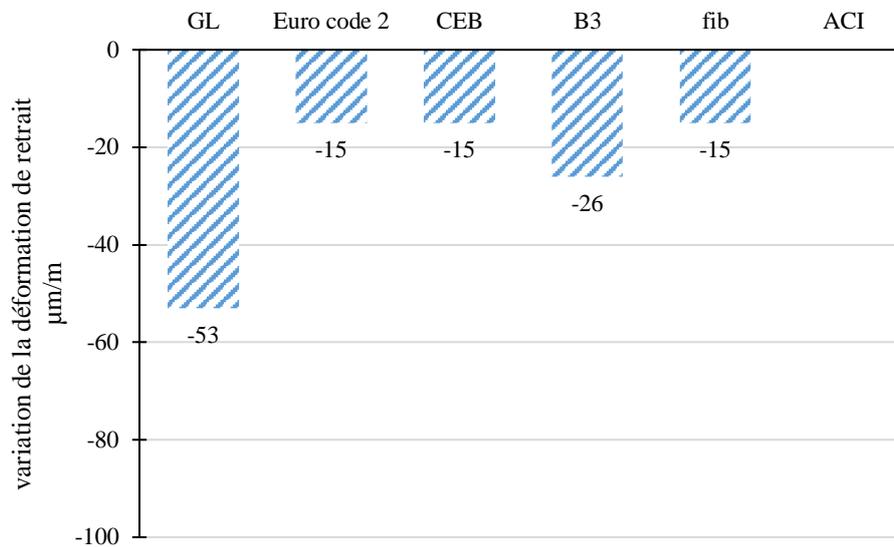
Ce fut certainement le cas pour tous les modèles montrant des changements négligeables de la déformation. Le modèle B3 présente une déformation de 20 $\mu\text{m/m}$ ce qui correspond à une augmentation de 448% ce qui ne reflète pas vraiment l'ampleur de variation réelle.

2.9.2 Facteurs d'influence négligeables dans le temps

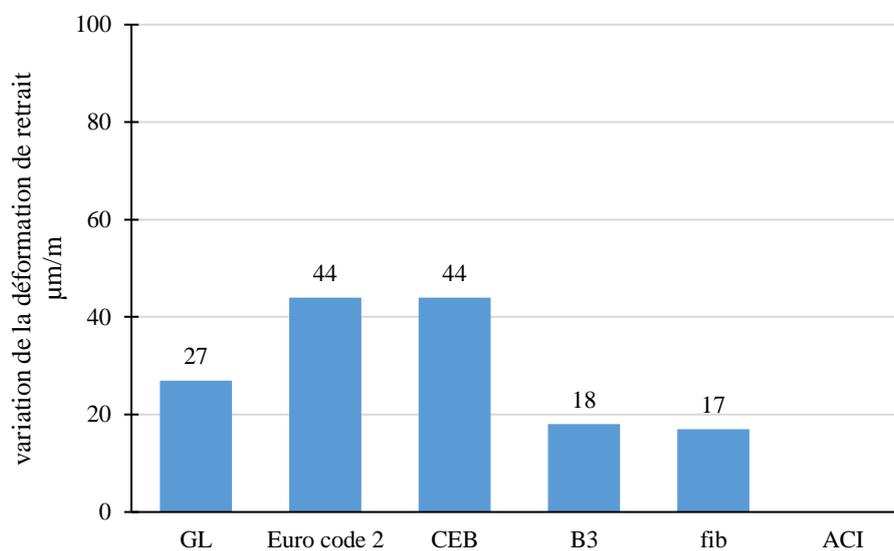
Comme mentionné précédemment, l'effet de la modification de certains paramètres aura un effet plus prononcé dans le début de la vie du béton lorsque l'hydratation est encore en cours et le taux de gain de la résistance à la compression est à son maximum. Cependant, à long terme (6 mois et plus), l'effet de ces paramètres sur le retrait du béton doit être minime. Ces paramètres incluent le type de ciment, le régime et la longueur de la durée de cure, et la forme du spécimen de béton. La variation en pourcentage de la déformation de retrait pour ces paramètres était souvent importante, mais puisque l'ampleur du changement était relativement petit, on peut conclure que tous les modèles ont donné une représentation adéquate de l'évolution le retrait au cours du temps lorsque les paramètres en question ont été modifiés.

2.9.2.1 Type de ciment

Lorsque le type de ciment a été modifié de l'OPC à un ciment de durcissement lent ou de durcissement rapide, tous les modèles ont présenté des changements négligeables de retrait inférieur à 50 $\mu\text{m}/\text{m}$ (Figure II.14).



-a-



-b-

Figure II.14 : Changement de la déformation de retrait prévue après 2 ans lorsque le type de ciment est modifié.

-a- Type de ciment (I- II), **-b-** Type de ciment (I- III).

2.9.2.2 Régime de cure

Les modèles CEB, EC2, fib et GL ne tiennent pas compte de ce paramètre lors de la prédiction des déformations de retrait. Quand le régime de cure a été changé de l'eau à la vapeur, le modèle B3 a montré un changement négligeable de retrait (Figure II.15.a). De même, lorsque le régime de cure a été changé de durcissement à l'eau au béton scellé, à nouveau, le modèle B3 a présenté des changements négligeables pour le retrait, ce qui a été prévu (Figure II.15.b).

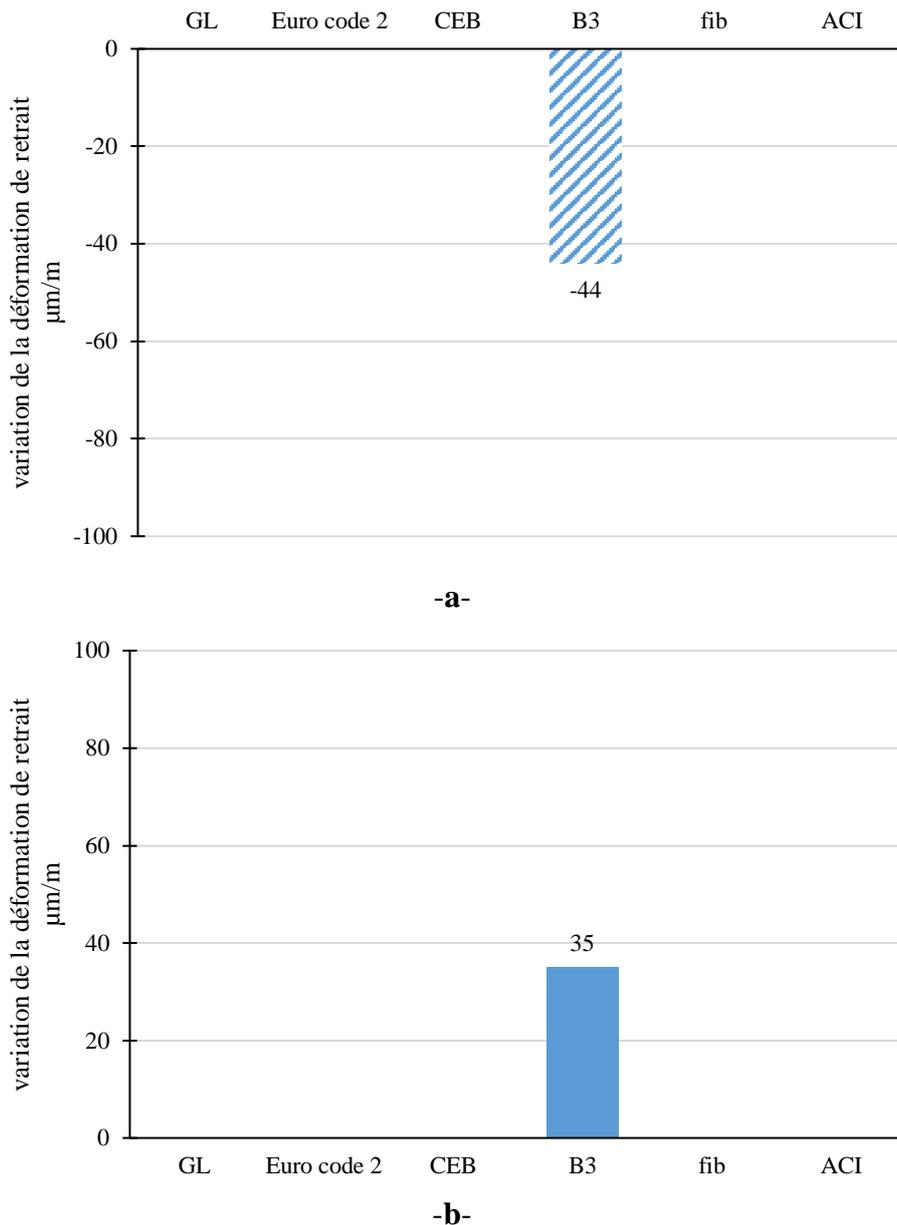
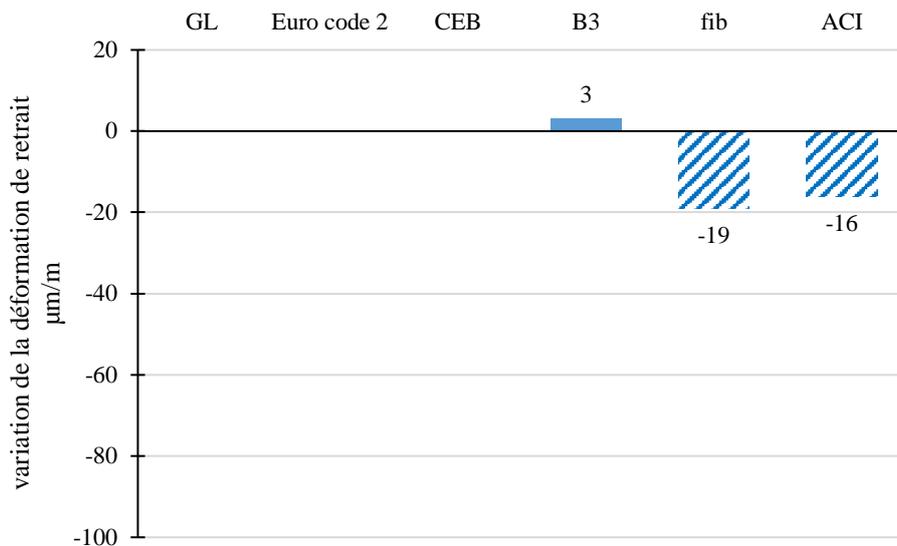


Figure II.15 : Changement de la déformation de retrait prévue après 2 ans lorsque le régime de cure est modifié.

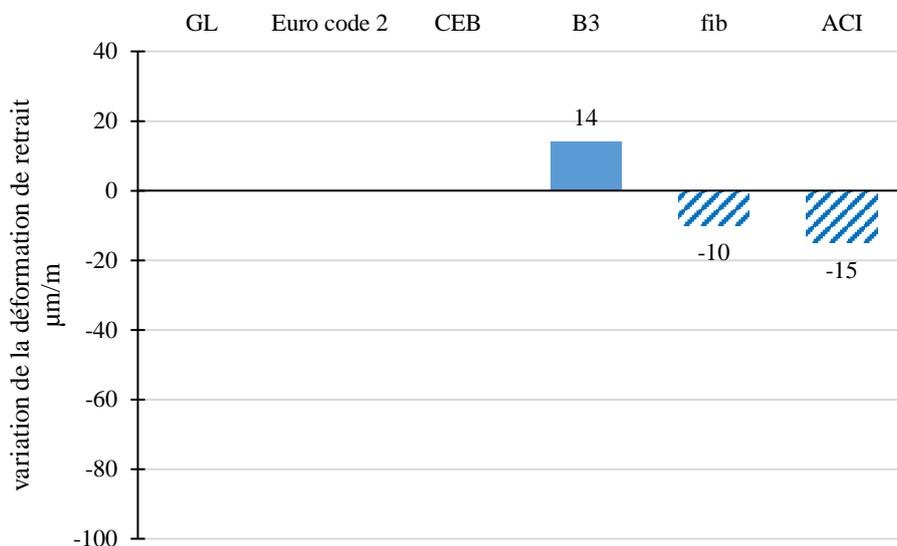
-a- eau-vapeur, **-b-** eau- échantillon scellé.

2.9.2.3 Durée de cure

Étant donné que la majorité du durcissement aura eu lieu avant 6 mois, peu importe combien de temps le béton a été durci initialement, il est prévu qu'il y aura peu de changement dans la déformation de 6 mois à 2 ans. Tous les modèles ont montré l'attendu changement négligeable du retrait.



-a-



-b-

Figure II.16 : Changement de la déformation de retrait prévue après 2 ans lorsque la durée de cure est modifiée.

-a- Durée de cure (2-7 jours), **-b-** Durée de cure (7-28 jours).

2.10 Conclusion

De cette étude des modèles de prédiction CEB, EC2, ACI, fib, B3 et GL, il a été conclu que certains paramètres ont une influence beaucoup plus importante sur les déformations de retrait du béton que d'autres. Pour bien mener cette analyse, d'importantes variations ont été attribuées à un certain nombre de paramètres. Nous sommes conscients que dans certains cas, les paramètres utilisés sont allés au-delà de ceux recommandés par les auteurs des différents modèles. Néanmoins, il a été jugé essentiel de tester les différents modèles à ces extrêmes afin d'apprécier l'impact des variations possibles des différents paramètres. Il a été confirmé que les paramètres les plus influents sur le retrait du béton sont l'humidité relative de l'environnement et la résistance à la compression du béton et plus précisément l'humidité relative et la forme et la taille de l'élément pour le retrait de dessiccation. Une appréciation de ces facteurs et du niveau de sensibilité de ces paramètres par opposition aux facteurs moins importants doivent donc être pris en compte lors de la sélection d'un modèle de prédiction et même lors d'une prochaine modélisation d'un modèle de prédiction de retrait.

Il a été déterminé que chacun de ces modèles est plus sensible à certains paramètres qu'à d'autres. Cependant, si les déformations prédites par un modèle sont les mêmes au fil du temps alors cela suggère que pour un modèle donné, tous les paramètres qui ne reflètent pas correctement le comportement lorsqu'ils sont modifiés peuvent bien contrebalancer d'autres paramètres. Cela suggère qu'aucun modèle ne peut être considéré comme le plus précis. Au moment de décider quel modèle utiliser lors de la prévision des déformations de retrait, il est essentiel d'examiner les paramètres individuels sur lesquels chaque modèle est dépendant, et évaluer le niveau de sensibilité de chacun de ces paramètres afin que le modèle le plus approprié pour les circonstances spécifiques puisse être sélectionné.

Les hypothèses formulées dans cette analyse sont du ressort débat, et donc une étude en laboratoire utilisant ces modèles de retrait doit être réalisée. Le but de cette étude sera de comparer les résultats expérimentaux obtenus avec les résultats rapportés ici et pour évaluer l'exactitude de ces hypothèses et de ces analyses.

Enfin, cette analyse a montré que le modèle CEB et l'Eurocode 2 ont des prédictions des déformations pratiquement identiques pour le retrait pour tous les paramètres variés. Ce n'est guère surprenant puisque les deux modèles partagent exactement les mêmes formules de retrait.

CHAPITRE III

MODÉLISATION

3 CHAPITRE III : MODELISATION

3.1 Introduction

La modélisation est la présentation théorisée d'un phénomène sous forme d'équations, ayant pour objectif de représenter les traits les plus marquants d'une réalité qu'on cherche à clarifier. C'est donc l'outil que le modélisateur utilise lorsqu'il cherche à comprendre et à expliquer des phénomènes.

En d'autres termes la modélisation consiste à mettre au point un ensemble d'équations ou de règles pour décrire un phénomène de façon reproductible et simulable. Le modèle issu de la modélisation sert à prédire le comportement d'un système en fonction de sollicitations connues.

3.2 Modélisation

Dans notre travail nous nous sommes basés sur les résultats expérimentaux rapportés aux figures III.1, III.2 et III.3 obtenus par [39] et sur les données relatives aux valeurs de retrait de dessiccation données par Bazant [51].

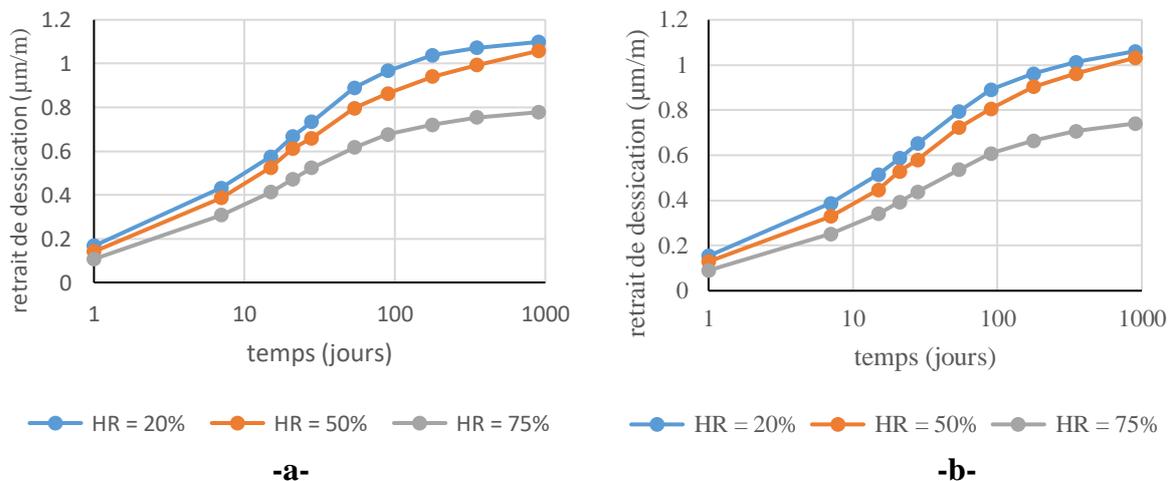


Figure III.1 : Evolution du retrait de dessiccation en fonction du temps (-a- : $V/S = 76 \text{ mm}$, -b- : $V/S = 102 \text{ mm}$) pour de différentes humidités relatives (HR = 20%, 50%, 75%) [39].

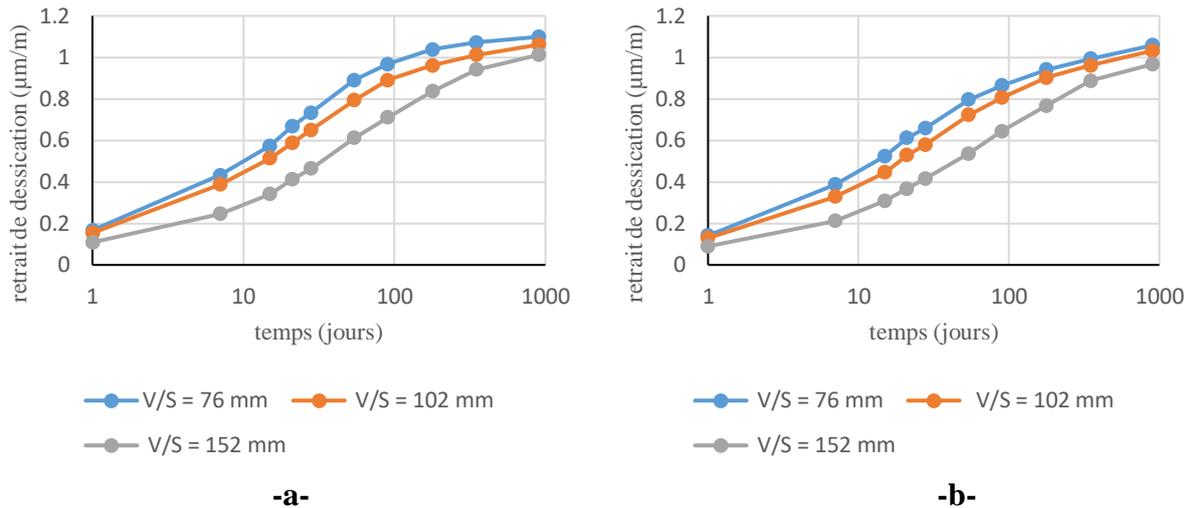


Figure III.2 : Evolution du retrait de dessiccation en fonction du temps (-a- : HR = 20%, -b- : HR = 50%) pour de différents diamètres (V/S = 76 mm, 102mm, 152 mm) [39].

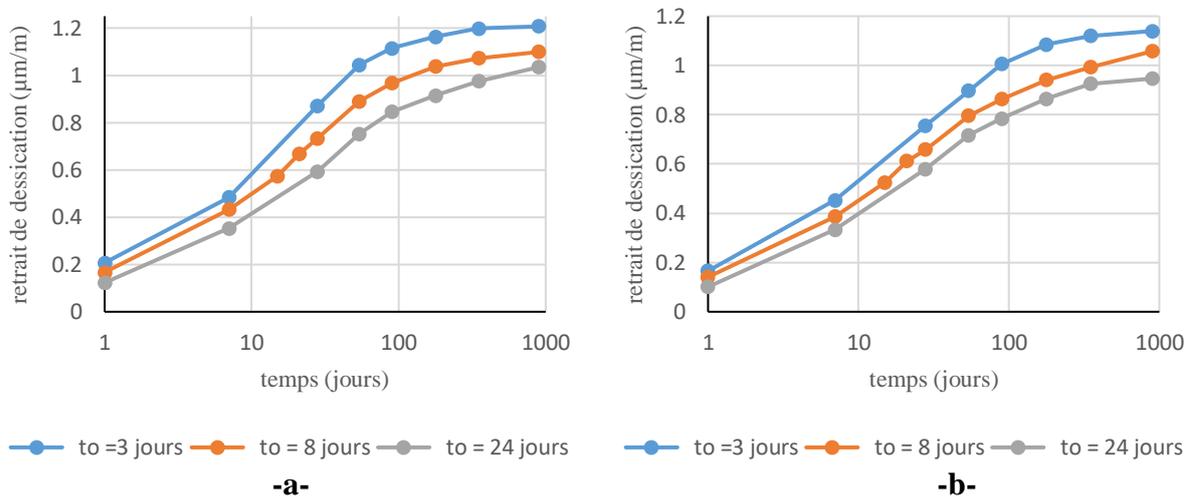


Figure III.3 : Evolution du retrait de dessiccation en fonction du temps (-a- : HR=20 %, -b- : HR=50%) pour de différentes durées de cure ($t_0=3\text{j}$, $t_0=8\text{j}$, $t_0=24\text{j}$) [39].

L'examen approfondi des courbes donnant l'évolution du retrait de séchage en fonction du temps pour de différents degrés d'hygrométrie relative et de différents rapports V/S montrent bien qu'elles débutent par une forme exponentielle puis s'infléchissent pour tendre, à la fin, vers un seuil asymptotique comme le montre la figure III.4.

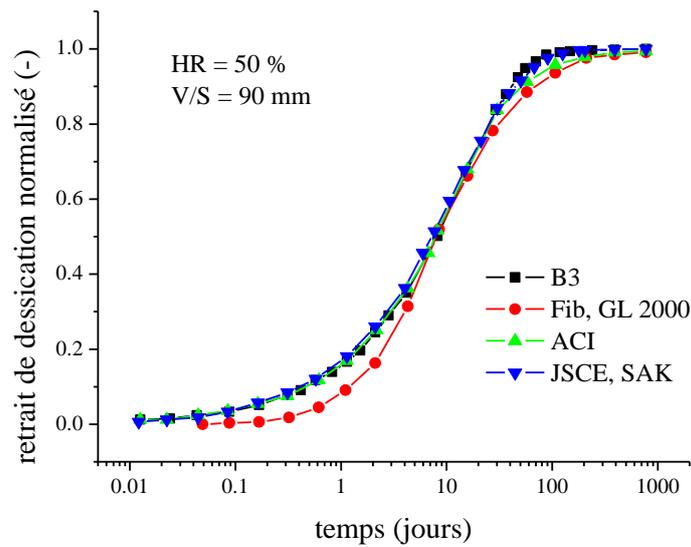


Figure III.4 : Evolution du retrait de séchage normalisé. [52]

En statistique, cette forme de courbe correspond à la courbe de la fonction de densité de probabilité $F(t, t_0)$ obtenue avec l'intégration directe de la fonction $f(t, t_0)$ en fonction du temps (t) , comme le montre la figure III.5.

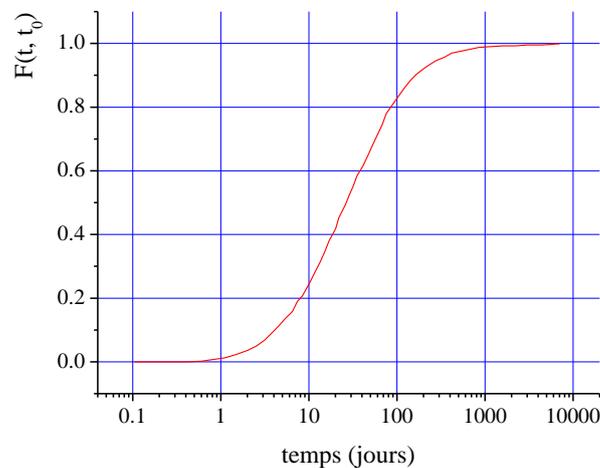


Figure III.5 : La fonction de densité de probabilité $F(t, t_0)$. [53]

Pour définir le modèle qui caractérise le mieux le phénomène considéré nous avons eu recours aux méthodes d'optimisation.

Dans ce cas d'étude, la fonction de densité de probabilité $f(t, t_0)$ donnée dans l'équation III.1 est la fonction de Weibull à deux paramètres [54] :

$$f(t, t_0) = \frac{c}{t-t_0} \times \left(\frac{t-t_0}{t-t_0} \right)^{C-1} \times \exp \left\{ \left(\frac{t-t_0}{t-t_0} \right)^C \right\} \quad (\text{III.1})$$

Tel que $t-t_0 > 0$, où t_0 est le temps de début de séchage (en jours), $f(t, t_0)$ est la fonction de densité de probabilité, et C représente le taux d'accélération de la fonction de densité de probabilité [55].

Pour la résolution de cette équation, soit :

$$b = (t-t_0)^{-C} \Rightarrow b = \frac{1}{(t-t_0)^C}$$

$$\text{et } y = t - t_0$$

Par conséquent, l'équation (III.1) devient ainsi :

$$f(t, t_0) = \frac{c}{(t-t_0)} \times \frac{(t-t_0)^{C-1}}{(t-t_0)^{C-1}} \times \exp \left\{ \frac{(t-t_0)^C}{(t-t_0)^C} \right\} \Rightarrow f(t, t_0) = c \times \frac{(t-t_0)^{C-1}}{(t-t_0)^C} \times \exp \left\{ \frac{(t-t_0)^C}{(t-t_0)^C} \right\} \quad (\text{III.2})$$

Par conséquent

$$f(t, t_0) = c \times b \times y^{C-1} \times \exp(-b \times y^C) \quad (\text{III.3})$$

La fonction de densité de probabilité est donnée par :

$$F(t, t_0) = \int f(t, t_0) dt \quad (\text{III.4})$$

Procédons au développement de l'équation (III.4) :

Tel que

$$F(t, t_0) = \int_{-\infty}^0 f(t, t_0) dt + \int_0^t f(t, t_0) dt \quad (\text{III.5})$$

$$\text{Avec } \int_{-\infty}^0 f(t, t_0) dt = 0 \quad (\text{III.6})$$

Remplaçons la fonction $f(t, t_0)$ par l'équation dans l'intégrale comme suit :

$$F(t, t_0) = \int_0^t \left(c \times b \times (t-t_0)^{(C-1)} \times \exp(-b \times (t-t_0)^C) \right) dt \quad (\text{III.7})$$

Soit ;

$$v = b \times (t-t_0)^C \iff v' = c \times b \times (t-t_0)^{C-1} \quad (\text{III.8})$$

En remplaçant v et v' dans l'équation (III.7), on obtient $\int v' \times e^{-v} = -e^{-v}$

Où :

$$F(t, t_0) = -e^{-b(t-t_0)^C} \Big|_0^t = 1 - e^{-b(t-t_0)^C} \quad (\text{III.9})$$

Pour considérer le développement de la fonction de densité de probabilité $F(t, t_0)$ d'atteindre une limite asymptotique, l'équation (III.9) est multipliée par un nombre positif non nul "a", ce qui donne la forme finale :

$$F(t, t_0) = a \times (1 - e^{-b(t-t_0)^c}) \quad (\text{III.10})$$

Dans ce cas d'étude, la fonction $F(t, t_0)$ représente le degré d'avancement du retrait de séchage $\phi(t, t_0)$ avec :

$$\boxed{\phi(t, t_0) = a \times (1 - e^{-b(t-t_0)^c})} \quad (\text{III.11})$$

Pour avoir des paramètres satisfaisants a, b et c du modèle donné par l'équation (III.11), nous faisons toujours appel aux méthodes d'optimisation. Dans notre cas, c'est la méthode de Marquardt-Levenberg qui a été utilisée. (Pour alléger le texte, la méthode de Marquardt Levenberg et la procédure d'estimation des paramètres du modèle sont données en annexe A).

A partir de l'ensemble des observations sur les variables du modèle retenu au cours de notre étude, nous avons proposé plusieurs expressions par régression multiple donnant les paramètres du modèle (équation III.11) ; les expressions retenues sont données par les relations suivantes :

$$a = \beta_1 + \beta_2 \cdot (RH)^2 + \beta_3 \left(\frac{V/S}{RH} \right) \quad (\text{III.12})$$

$$b = \beta_4 + \beta_5 \cdot (V/S) + \frac{\beta_6}{RH} \quad (\text{III.13})$$

$$c = \beta_7 + \beta_8 \left((V/S)^2 \cdot (RH) \right) \quad (\text{III.14})$$

Avec V/S : rapport volume d'éprouvette / surface exposé à l'air (surface séchante en mm)
 HR : humidité relative (fraction, c.à.d : pour HR=20% en prend HR=0.20).

Les tests et les constantes correspondantes à ces expressions sont résumés dans les tableaux : III. 1-a, III. 1-b, III. 1-c.

Tableau III. 1-a : Tests du paramètre « a »

Coefficient du Modèle		Ecart type	Test de Student		Test de Fisher		Coeff.de corrélation	
			T Student	P (S)*	T Fisher	P (F)**	R ²	\bar{R}^2
β_1	1.250042	0.0155	80.6407	0.0000	682.517	0.0000	0.9572	0.9558
β_2	-0.842352	0.0267	-30.8289	0.0000				
β_3	-0.000320	3.3E-05	-9.6071	0.0000				

Tableau III. 1-b : Tests du paramètre « b »

Coefficient du Modèle		Ecart type	Test de Student		Test de Fisher		Coeff.de corrélation	
			T Student	P (S)*	T Fisher	P (F)**	R ²	\bar{R}^2
β_4	0.236297	0.0027	85.8150	0.0000	1071.38	0.0000	0.9723	0.9714
β_5	-0.001000	2.1E-05	-45.8909	0.0000				
β_6	0.002927	0.0004	6.0662	0.0000				

Tableau III. 1-c : Tests du paramètre « c »

Coefficient du Modèle		Ecart type	Test de Student		Test de Fisher		Coeff.de corrélation	
			T Student	P (S)*	T Fisher	P (F)**	R ²	\bar{R}^2
β_7	0.540896	0.0037	144.6832	0.0000	682.517	0.0000	0.7901	0.7202
β_8	1.96E-06	5.5E-07	3.5082	0.0127				

P (S)* : Probabilité de signification de chaque coefficient estimé

P (F)** : Probabilité de signification associée à la valeur T_{Fisher}

3.3 Améliorations du modèle

3.3.1 Ajustement du paramètre « a »

Le paramètre « a » représente la valeur limite de retrait de dessiccation. Ce paramètre est influencé par l'humidité relative HR et par le rapport V/S de l'élément. L'humidité relative est l'un des facteurs les plus essentiels affectant la valeur finale du retrait du béton. La figure III.6 montre une réduction du retrait où l'humidité relative a tendance à augmenter. Par comparaison, le retrait mesurer avec des humidités élevées est significativement plus petit que celui initialement enregistré. La figure III.7 présente l'influence du rapport V/S sur le retrait mesuré pour différents âges de béton. Plus le rapport V/S augmente, plus le retrait est faible.

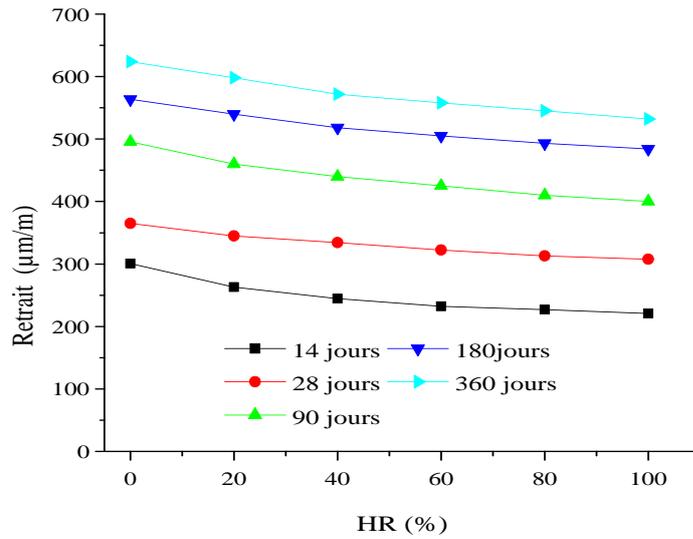


Figure III.6 : Effet de l'humidité relative HR sur le retrait du béton à différents âges [51].

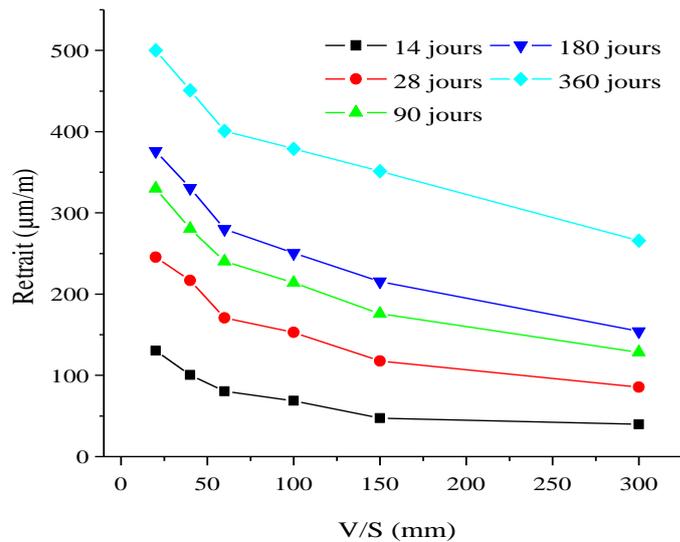


Figure III.7 : Effet du rapport V/S sur le retrait du béton à différents âges [51].

Une analyse statistique fondée sur des résultats expérimentaux donnée par [52] montre que les valeurs du paramètre « a » sont principalement entre 300 $\mu\text{m/m}$ et 600 $\mu\text{m/m}$ comme c'est illustré sur la figure III.8.

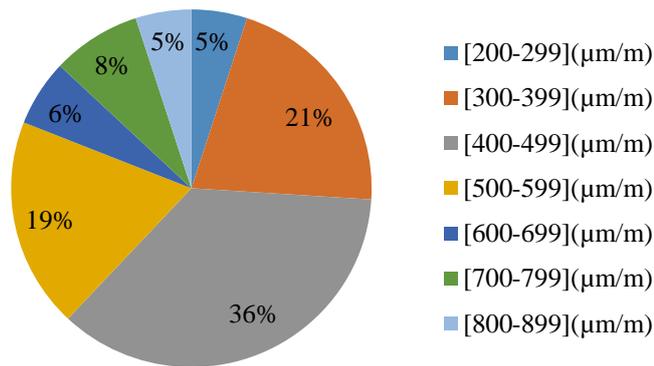


Figure III.8 : Proportions des valeurs par intervalle du paramètre (a)

3.3.2 Ajustement du paramètre « c »

La variation du paramètre « c » est fonction de l'humidité relative HR et du rapport V/S comme indiqué dans le tableau III.2. Notons que les valeurs du paramètre « c » varient peu et sont proches de 0,5.

En adoptant $c = 0,5$, l'équation donnant la progression du retrait de séchage est réduite à une expression avec deux paramètres :

$$\phi(t, t_0) = a \times (1 - e^{-b(t-t_0)^{0.5}}) \quad (\text{III. 26})$$

Tableau III. 2 : Valeurs des coefficients « c » estimées par la méthode « SCR ».

V/S	HR	c	V/S	HR	c	V/S	HR	c
76 mm	20%	0.591	102 mm	20%	0.536	152 mm	20%	0.599
76 mm	50%	0.443	102 mm	50%	0.508	152 mm	50%	0.576
76 mm	75%	0.511	102 mm	75%	0.525	152 mm	75%	0.653

CHAPITRE IV

VALIDATION DU MODÉLE

4 CHAPITRE IV : VALIDATION DU MODÈLE

4.1 Introduction

Pour vérifier la précision du modèle proposé, nous comparons d'abord les prédictions du modèle avec le béton normal (NC), le béton à hautes performances (HPC), le béton léger (LWC) et le béton autoplaçant (SCC) ainsi qu'avec les modèles les plus courants en moyen des bases de données disponibles.

4.2 Comparaison des prédictions du modèle avec les valeurs expérimentales du béton ordinaire [56] données par Bazant

La figure IV.1.(a) montre la contribution du retrait de séchage pour un rapport volume/surface constant $V/S = 152$ mm et une humidité relative HR variable (40 %, 60 % et 80 %), ainsi qu'une humidité relative constante HR =65 % et un rapport V/S variable (76 ; 152 ; 304 et 610 mm) sur la figure IV.1.(b).

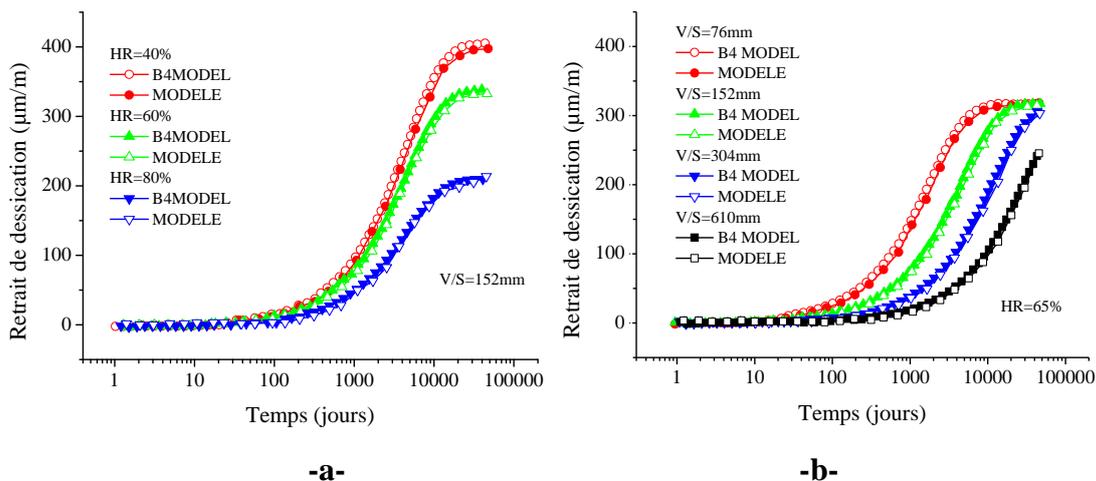


Figure IV.1 : Prédictions des déformations de retrait de séchage en fonction de la variation du rapport V/S et de l'humidité relative par rapport au modèle B4 donné par Bazant [56].

Les courbes de la figure IV.a montrent l'influence de l'humidité relative HR pour un rapport V/S constant sur le retrait de séchage prévu. Cette influence est moins nuancée aux âges plus jeunes jusqu'à environ 120 jours, mais elle apparaît clairement aux âges avancés. On observe même sur les courbes de la figure IV.b que l'amplitude des deux modèles de retrait de séchage augmente inversement avec la diminution de l'humidité relative HR. Les courbes de la figure IV.b illustrent l'influence du rapport V/S. On constate que l'effet de ce dernier est plus marqué. Il semble que le retrait de séchage diminue avec l'augmentation du rapport V/S des échantillons.

4.3 Comparaison des prédictions du modèle avec les résultats expérimentaux de retrait de séchage du béton à hautes performances (BHP) de Vahid [57]

Le retrait de séchage conduit à la fissuration du béton à hautes performances (BHP), réduisant ainsi sa résistance et sa durabilité.

Quels que soient les avantages du BHP par rapport au béton standard, l'existence d'additifs minéraux dans le BHP peut augmenter le risque de fissuration à un âge précoce qui peut réduire la durée de vie des structures en béton. De plus, pour les bâtiments en béton de grande surface, le retrait de séchage est critique et peut diminuer la durabilité et la résistance du béton en raison du développement de fissures [58].

Comme décrit ci-dessus, les déformations de retrait de séchage du béton ont été prédites par plusieurs modèles développés. Néanmoins, il est généralement connu que les caractéristiques mentionnées sont considérées comme le comportement le plus imprévisible du béton. Les comparaisons entre les valeurs prédites du modèle et les résultats expérimentaux de retrait de séchage donnés par [58] sont présentées dans la Figure IV.2

Les résultats des 03 mélanges avec différents bétons fibrés ainsi que SF10GGBS30 (le Silica Fume SF et Ground Granulated Blast-Furnace Slag GGBS ont été ajoutés en remplacement du ciment pour des quantités de 10% et 30% du poids du ciment, respectivement), 0,6HE (fibres d'acier à extrémités crochues avec une fraction volumique de fibres de 0,6%) et 1,2DHE (fibres d'acier à extrémités doubles avec une fraction volumique de fibres de 1,2%) ont été confrontées à différents modèles. La figure IV.2 montre que tous ces modèles présentent une courbe comparable aux résultats expérimentaux mesurés.

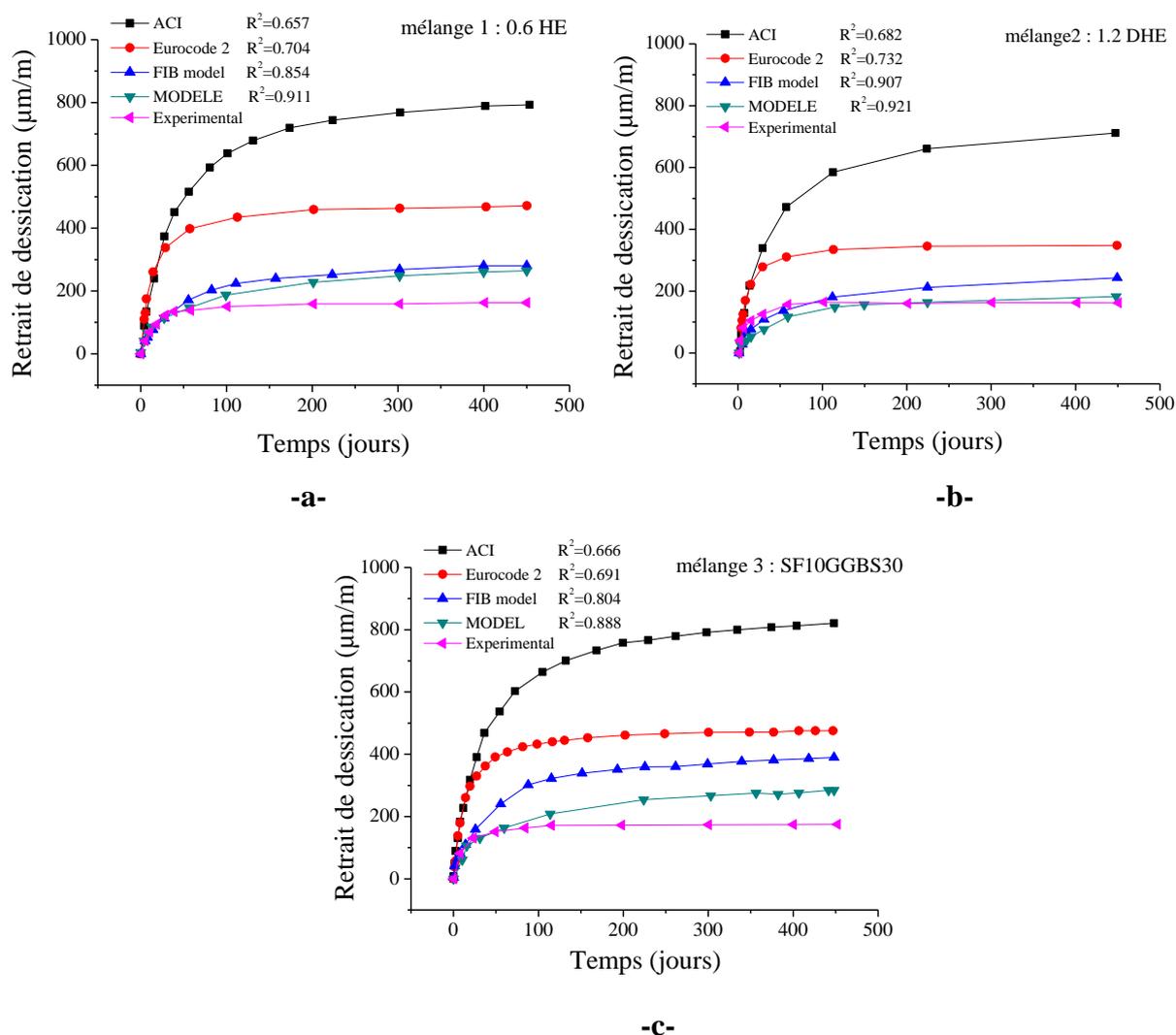


Figure IV.2 : Confrontation des prédictions de modèle et les résultats expérimentaux de retrait de séchage [57] pour différents mélanges : (a) 0.6DHE, (b) 1.2DHE, (c) SF10GGBS30.

Comme l'illustre la figure IV.2, les modèles ACI et Euro code 2 surprédisent considérablement le retrait de séchage des trois mélanges choisis dans cette comparaison. Cependant, le modèle développé sous prédit le retrait précoce des bétons et le surprédit au-delà de 150 jours de séchage ainsi que le modèle fib présente la même tendance au-delà de 100 jours pour le mélange 0.6 HE. Le fib et le modèle développé présentent une bonne concordance avec les résultats expérimentaux pour le mélange 1.2DHE et une certaine divergence a été observée dans le taux de retrait de séchage final pour le mélange SF10GGBS30.

En outre, il a été remarqué que le modèle développé offre la plus grande précision entre les modèles comparés lors de la prédiction du retrait des bétons avec différents mélanges de fibres. La plus grande précision de ce modèle peut être interprétée par le fait que la qualité du

modèle prédictif de retrait dépend de la contribution de chaque paramètre qui conduit les phénomènes ainsi que l'humidité relative RH et le rapport volume sur surface V/S. Cependant, l'impact de la substitution du ciment par des adjuvants minéraux et l'incorporation des fibres n'a pas été pris en compte par ce modèle ainsi que par d'autres modèles. Par conséquent, les prédictions inexactes des modèles ACI et Euro code 2 peuvent être expliquées par l'absence des paramètres susmentionnés dans ses équations.

4.4 Confrontation des prédictions du modèle de retrait de séchage avec les résultats expérimentaux du béton léger (LWC)

4.4.1 Comparaison à court terme

Dans l'industrie mondiale de la construction, le besoin d'innovation moderne dans la production de béton léger s'est accru. Des recherches sur des systèmes alternatifs de béton léger pour des applications structurelles sont donc plus souvent nécessaires. Le béton cellulaire (FC), retient l'attention des chercheurs du monde entier. Ce dernier offre des qualités spéciales à savoir l'isolation acoustique, thermique et la résistance au feu, des coûts de construction réduit et offre des caractéristiques de faible poids.

La figure IV.3 montre la confrontation entre les déformations de retrait de séchage du béton structural fibré-moussé SFFC contenant différents volumes de mousse de polypropylène PP (SFFC0.75PP et SFFC1.5PP) fournies par [59] avec les prédictions d'autres modèles.

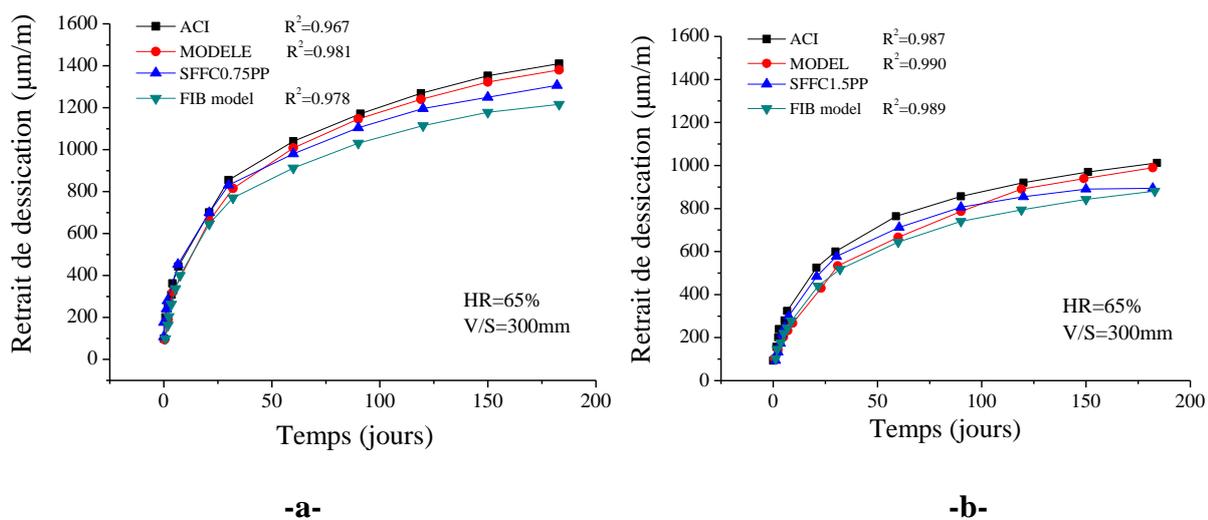


Figure IV.3 : L'influence du volume de mousse des fibres PP sur la déformation de retrait de séchage et les prédictions des modèles [59] .

La figure IV.3 illustre l'influence des fibres PP sur les prédictions de retrait d'échantillons de béton fibré-moussé avec différents volumes de mousse tout au long du temps de séchage. L'incorporation d'un grand volume de fibres de polypropylène PP a considérablement réduit la valeur de retrait de séchage.

Les déformations de retrait de séchage prévues par l'ACI, du modèle développé et du modèle fib pour l'échantillon SFFC0.75PP étaient comprises entre 1200 ($\mu\text{m/m}$) et 1400 ($\mu\text{m/m}$) après 175 jours de séchage avec un coefficient de corrélation R^2 de 0,967, 0,981 et 0,978 respectivement. Après augmentation du volume de mousse de polypropylène PP de 0,75% à 1,5%, les valeurs de prédiction de retrait de séchage de l'échantillon SFFC1.5PP avaient fortement diminué à environ 900 ($\mu\text{m/m}$). Néanmoins, l'ACI, le modèle développé et le modèle fib se situent dans une plage étroite de déformations de retrait de séchage du béton fibré-moussé pour les deux mélanges.

4.4.2 Comparaison à long terme

La figure IV.4 présente la comparaison entre les résultats de retrait de séchage du béton léger fournis par [60] et ceux prédits par ACI, fib et le modèle développé.

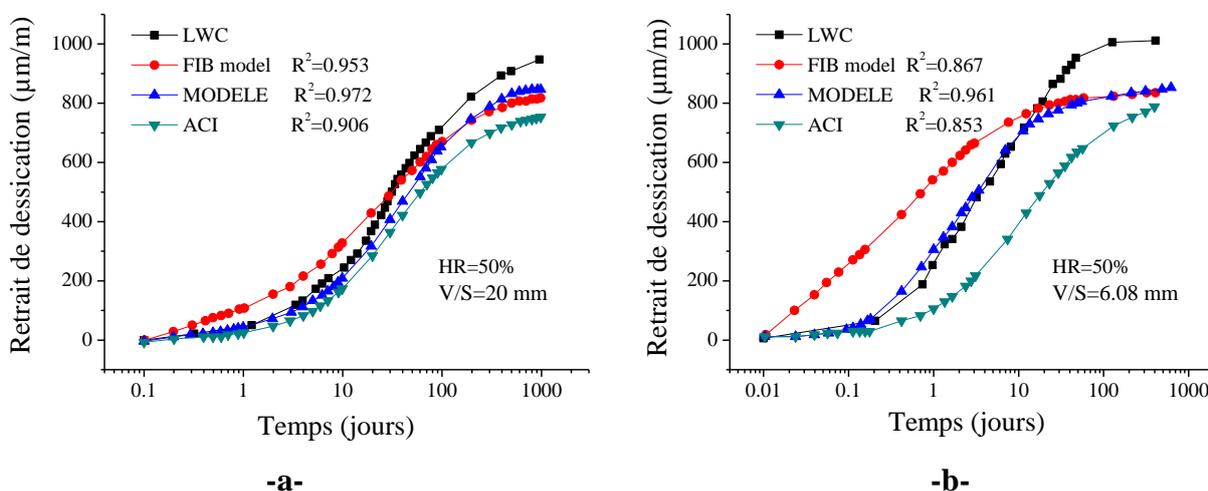


Figure IV.4 : Comparaisons des mesures et des prédictions des modèles de retrait de séchage de (a) LWC pour (HR=50%, V/S=20mm) et (b) LWC pour (HR=50%, V/S=6.08mm) [60].

Le retrait final de l'ACI, du fib et du modèle développé était de 753 $\mu\text{m/m}$, 818 $\mu\text{m/m}$ et 846 $\mu\text{m/m}$, respectivement. Les valeurs de retrait finales de tous les modèles de prédiction étaient différentes. Le retrait du modèle fib était plus élevé que les deux autres modèles à un âge précoce à environ 20 jours lorsque les deux ont atteint des taux de retrait identiques. Après

40 jours, les courbes montrent que le taux de retrait du modèle ACI a tendance à diminuer, tandis que le modèle développé et fib ne présente pas une progression similaire tout au long de la période de séchage, ce qui conduit à des écarts plus importants entre les prédictions des modèles de retrait et les résultats expérimentaux pour LWC.

Des mesures des échantillons de retrait plus minces avec $V/S = 6,08$ mm ont été utilisés pour l'analyse comparative. Un V/S inférieur améliore la diffusion de l'eau, accélère le séchage et donc le retrait de séchage. Les comparaisons entre les résultats expérimentaux et les prédictions des modèles de retrait sont illustrées sur la figure IV.4.b. Il est mentionné que l'efficacité des deux modèles est réduite lors de la prédiction du retrait des échantillons les plus minces ($V/S = 6,08$ mm) par rapport aux échantillons les plus épais ($V/S = 20$ mm). Comme le montre la figure IV.4.b, les meilleures prédictions de retrait pour les résultats expérimentaux LWC proviennent du modèle développé avec $R^2 = 0,961$, du modèle fib avec $R^2 = 0,867$, puis du modèle ACI avec $R^2 = 0,853$ respectivement.

De plus, le mouvement d'eau provenant d'agrégats légers (durcissement interne) peut, en outre, clarifier les distinctions entre le développement de la déformation de retrait des deux tailles d'échantillon. La perte d'eau était plus faible dans les échantillons $V/S = 20$ mm que dans les échantillons $V/S = 6,08$ mm. Ainsi, l'impact de cure interne pour les éprouvettes $V/S = 20$ mm était plus pertinent, ce qui conduit à une hydratation plus efficace de la pâte de ciment ; cela conduit à une porosité et une perméabilité plus faibles de la pâte de ciment hydraté et par conséquent à une diffusion d'eau plus faible, comme observé précédemment.

La réduction d'efficacité du modèle de la figure IV.4.b peut être liée au séchage et à la diffusion de l'eau dans le béton, qui est identifié non seulement par le rapport V/S mais même par l'eau interne incluse dans les granulats légers et le coefficient de diffusion.

4.5 Confrontation des prédictions du modèle avec des résultats des bétons autoplaçant

Les déformations de retrait de séchage peuvent entraîner des fissures dans les constructions en béton, diminuant leurs performances ainsi que leur durée de vie et leur durabilité. Les propriétés du béton étant un paramètre essentiel pour la progression des fissures, le béton auto plaçant (BAP) peut présenter des comportements différents de ceux du béton conventionnel.

4.5.1 Comparaison du retrait de séchage à court terme

Sur la figure IV.5, les résultats expérimentaux pour quatre mélanges de bétons autoplaçants différents (des bétons autoplaçants avec 5% et 15% de fumée de silice ont été ajoutés en remplacement du ciment (SCC5SF, SCC15SF) et des bétons autoplaçants avec 20% et 60% des cendres volantes ont été ajoutées en remplacement du ciment (SCC20FA, SCC60FA)) données par [61] et les valeurs prédites de différents modèles sont présentées.

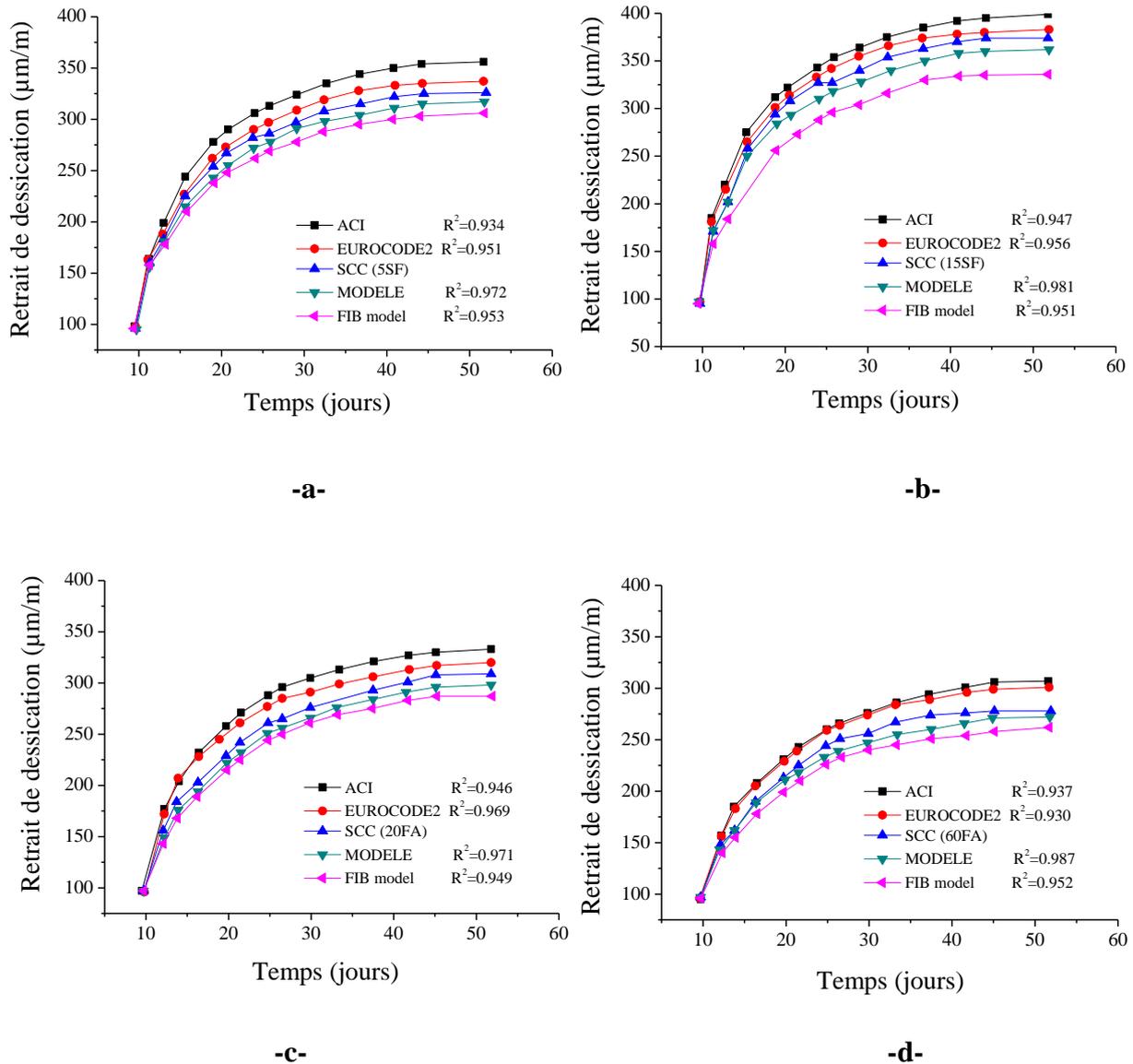


Figure IV.5 : L'effet des adjuvants minéraux (SF et FA) sur les résultats de retrait de séchage [61] et les prédictions des modèles pour des bétons autoplaçants.

La comparaison des valeurs expérimentales et prédites aboutit aux conclusions suivantes :

- Les modèles de prédiction ACI et Eurocode2 se situent dans une plage étroite de déformations expérimentales du retrait de séchage pour tous les mélanges, néanmoins, une surestimation des déformations est trouvée au-delà des 15 premiers jours de séchage pour les deux modèles. On observe également que le modèle fib présente une légère sous-estimation des déformations expérimentales.

- Tous les modèles de prédiction ont une bonne concordance avec les résultats expérimentaux. Cependant, le modèle proposé fournit une meilleure prédiction du retrait de séchage pour les mélanges SCC (5SF), SCC (15SF), SCC (20FA) et SCC (60FA) avec un coefficient de corrélation R^2 de 0,972, 0,981, 0,971 et 0,987 respectivement par rapport aux résultats expérimentaux.

- Ces modifications dans la composition des mélanges affectent le comportement du béton autoplaçant à l'état durci, y compris les déformations de retrait de séchage. Cependant, l'efficacité du modèle de prédiction n'a été influencée ni pour l'ACI, l'Euro code 2 et le modèle fib, ni pour le modèle développé.

4.5.2 Comparaison du retrait de séchage à long terme

Le retrait du béton constitue la principale source de fissuration dans les structures en béton. Les contractions de volume dues à la perte d'eau du béton vers l'atmosphère sont appelées retrait de séchage du béton. Cette dernière influence la capacité de charge de la structure et détériore la résistance du béton. L'évolution de la fissure ouvre une voie à l'eau ainsi qu'à d'autres agents chimiques, qui ruinent progressivement l'enrobage de béton et induisent la corrosion des armatures. Ainsi, une comparaison des prédictions à long terme est nécessaire.

La figure IV.6 présente une confrontation à long terme pour un béton autoplaçant résistant aux sulfates contenant 20 %, 60 % de laitier de cuivre par remplacement du ciment à divers âges jusqu'à 450 jours donné par [62] et les déformations prédites par ACI, fib et le modèle développé.

En ajoutant du laitier de cuivre, le retrait de séchage des mélanges de béton autoplaçant a été réduit et la valeur minimale prédite du retrait de séchage a été obtenue pour le mélange SCC20CS le long du temps de séchage. En général, les prédictions de retrait de séchage pour les deux modèles étaient similaires aux âges plus précoces jusqu'à 28 jours, tandis qu'une légère différence a été notée au-delà de 28 jours de temps de séchage. Les modèles ACI, fib et le modèle développé ont prédit à 28 jours des valeurs de retrait de séchage du béton autoplaçant

préparé avec 20 % de laitier de cuivre de 3,61 %, 3,32 % et 2,37 % inférieures à celles du mélange SCC20CS. À 450 jours, les réductions des déformations de retrait prévues pour les deux modèles étaient respectivement 10,19 %, 6,35 % et 5,87 % pour la même composition de mélange. Cela pourrait être lié au départ de l'eau physiquement absorbée de C-S-H vers l'environnement, entraînant des déformations de retrait par séchage.

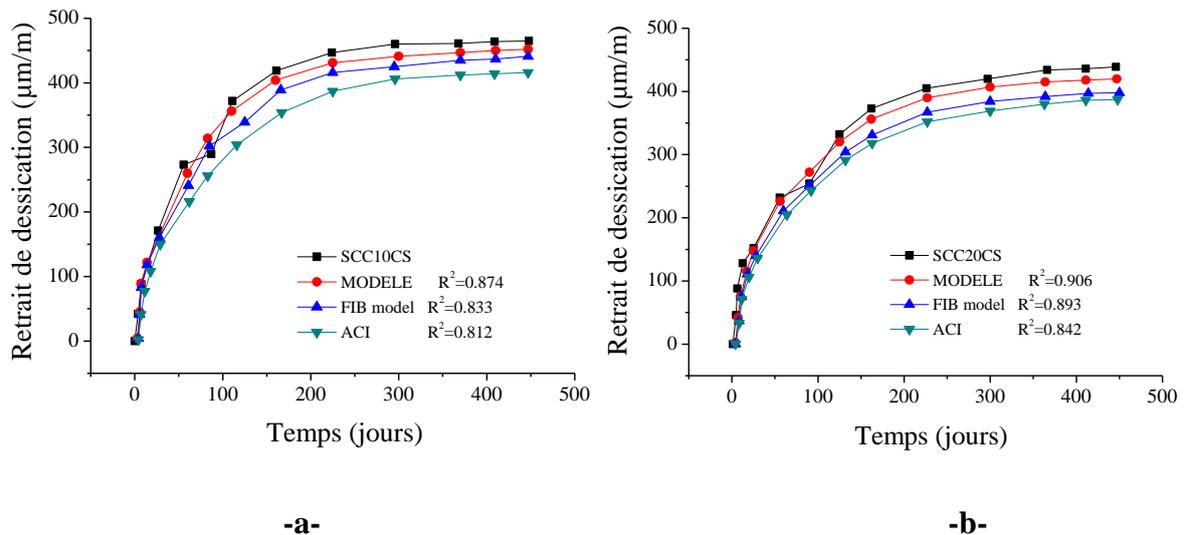


Figure IV.6 : Prédications des modèles par rapport au retrait de séchage des mélanges des BAP contenant 20 %, 60 % de laitier de cuivre [62].

4.6 Confrontation des prédictions des modèles développés avec les modèles les plus courants et diverses bases de données

4.6.1 Confrontation avec Al-Saleh [63]

La figure IV.7 présente une comparaison des mesures expérimentales et des prédictions théoriques de retrait de séchage en appliquant les cinq modèles suivants : ACI [64], modèle fib [47], B3 [65], Sakata [66] et le modèle GL 2000 [44]. Les mesures ont été effectuées sur échantillons avec $V/S=125$ mm et diverses humidités relatives $HR=50\%$ et $HR=5\%$.

La figure IV.7.a montré que les modèles ACI et B3 ont la prédiction du retrait de séchage la plus proche pour $HR = 50 \%$, en particulier en approchant du retrait de séchage ultime. Au début du temps de séchage, le modèle ACI sous-estime le retrait de séchage expérimental tandis que le modèle B3 le sur prédit légèrement. On peut noter à partir de la figure IV.7.a que le modèle fib ; aux débuts de séchage ; est proche des valeurs expérimentales de retrait de dessiccation. Cependant, les déformations prédites par le modèle développé commencent à

s'approcher au fur et à mesure que le temps avance vers le retrait ultime des déformations expérimentales de retrait de séchage. Les prédictions de retrait de séchage attendues par Sakata sont si proches des déformations expérimentales le long des 40 premiers jours du temps de séchage. Par la suite, les valeurs obtenues ont augmenté avec une vitesse rapide au fur et à mesure que le temps de séchage se rapproche de l'ultime. De plus, le modèle GL 2000 a les pires prédictions depuis le jeune âge jusqu'à la fin de la période de séchage. Le modèle développé prédit bien l'évolution du retrait de séchage par rapport aux résultats expérimentaux.

La figure IV.7.b montre une augmentation du taux de retrait de séchage expérimental final en raison d'une très faible humidité relative HR=5%. Le modèle développé et le modèle GL 2000 décrivent bien l'évolution du retrait de séchage expérimental. Une différence assez importante est observée aux âges précoces et ultérieurs pour le reste des modèles par rapport aux résultats expérimentaux. Ces imperfections sont dues à la présence de plusieurs paramètres dans ces modèles.

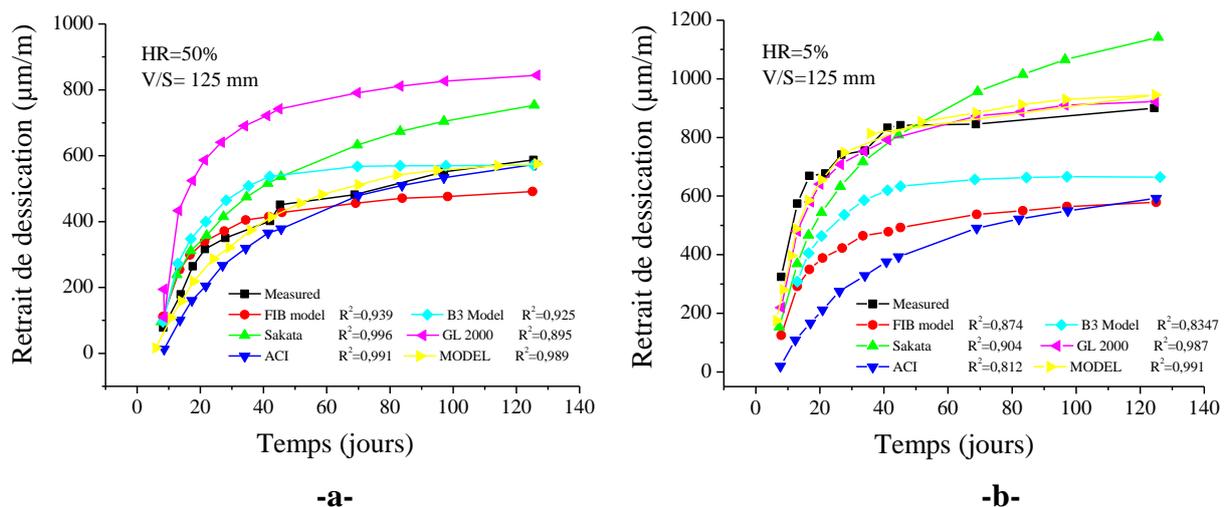


Figure IV.7 : Confrontation des prédictions du modèle et les mesures expérimentales de retrait de séchage d'Al-Saleh [63]. **(a) :** HR=50%, **(b) :** HR=5%

4.6.2 Confrontation avec Vinkler [67]

Trois spécimens de V/S=200 mm (mentionné comme ST1), V/S=400 mm (mentionné comme ST2) et V/S=800 mm (mentionné comme ST3) et des cylindres standard de V/S=75mm ont été utilisés. Les cylindres ont été séparés en deux séries de deux échantillons et conservés dans diverses conditions environnementales. Le groupe initial (mentionné comme V1-V2) a été maintenu dans des conditions ambiantes avec HR=40% alors que le deuxième groupe (mentionné comme V3-V4) a été maintenu dans des conditions contrôlées avec HR=65 %. Les

données de retrait mesurées sont comparées aux prévisions du modèle pour tous les différents V/S et HR cités ci-dessus, comme mentionné dans la figure IV.8.

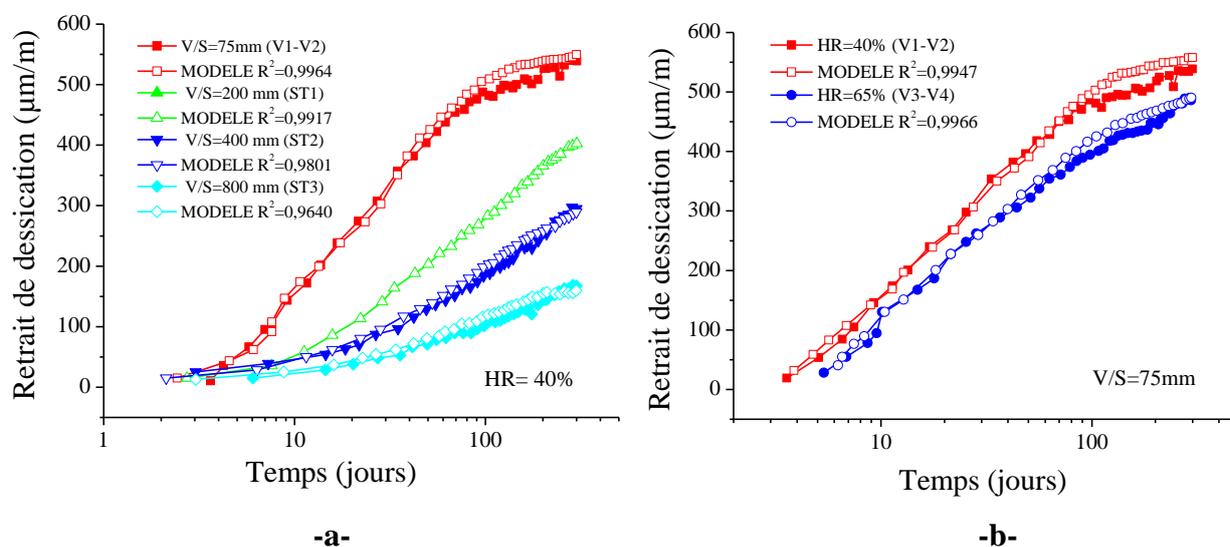


Figure IV.8 : Données de retrait mesurées par [67] comparées aux prédictions du modèle en fonction de : (a) V/S, (b) RH

L'échantillon le plus épais rétrécit moins comme prévu en raison du processus de séchage plus lent. Les déformations dans ST1, ST2 et ST3 sont plus faibles par rapport au retrait des cylindres. Les remarques les plus intéressantes de la confrontation des données expérimentales précédentes et des prédictions du modèle sont les suivantes :

- L'effet de taille a été illustré assez clairement sur la figure IV.8.a. Plus le rapport volume sur surface est élevé, plus la déformation par retrait est lente. La cause est évidente, les éléments plus épais sèchent plus lentement parce que l'humidité se déplace sur une plus longue distance dans l'élément et donc le retrait de séchage agit de manière cohérente. Ce résultat est en corrélation avec [67] et [68].

- La variation de l'humidité relative affecte directement le taux de retrait de séchage. Le taux de retrait augmente avec des conditions d'humidité relative inférieures sans influencer la précision de la prédiction, comme le montre la figure IV.8.b.

La figure IV.9 présente une comparaison du retrait de séchage prévu par le modèle développé et celui de plusieurs modèles de retrait bien connus ainsi que le modèle fib [47], Euro code 2 [69], B4, B4S [70] et ACI [43].

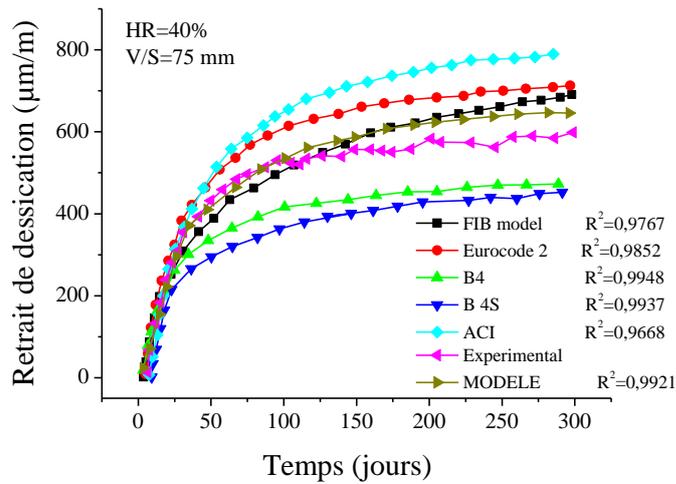


Figure IV.9 : Prédications de retrait de séchage des différents modèles par rapport aux résultats expérimentaux de Vinkler [67].

À partir de la figure IV.9, nous remarquons que les modèles présentent une augmentation rapide du retrait de séchage au jeune âge tandis que le développement du retrait mesuré est plus lent. Après un certain temps, le taux des modèles de prédiction de retrait est réduit. Les modèles ACI et Euro code 2 surestiment l'évolution du retrait de séchage alors que les modèles B4 et B4S le sous-estiment. Le modèle développé et le modèle Fib correspondent parfaitement aux mesures expérimentales aux âges précoces et surestiment l'évolution aux âges ultérieurs.

L'analyse de ces courbes montre clairement le comportement de concordance qui existe entre les résultats expérimentaux et ceux prédits par le modèle développé. Cependant, une légère différence n'est observée que sur quelques courbes à un âge précoce, et parfois à des âges plus avancés par rapport aux résultats expérimentaux.

Le modèle développé décrit bien l'évolution du retrait de séchage du béton. De plus, il présente une meilleure précision par rapport aux modèles les plus courants.

4.7 Conclusion

L'objectif principal de ce chapitre était de développer un modèle prédictif simplifié avec moins de facteurs affectant le retrait de séchage des bétons structuraux, notamment pour les bétons normaux et à hautes performances, afin de prédire le taux de déformation lors du durcissement. Les principales variables du modèle sont le rapport volume sur surface (V/S) et l'humidité

relative (HR). Pour atteindre cet objectif, nous nous sommes appuyés sur un grand nombre de résultats expérimentaux obtenus auprès de divers laboratoires et sur certains codes de pratique actuels et importants. Cette étape nous amène à résumer cinq points essentiels :

1. Le modèle développé est bien adapté pour représenter et décrire l'évolution du retrait de séchage pour le béton normal (NC), le béton à haute performance (HPC), le béton léger (LWC) et le béton autoplaçant (SCC), et il a été validé par comparaison avec différents résultats expérimentaux.
2. Le modèle a été développé et vérifié pour prédire les déformations du retrait de séchage avec différents paramètres affectant le retrait. L'humidité relative, la taille et la forme des éprouvettes ont un effet considérable sur le retrait de séchage du béton sans influencer la précision de la prédiction.
3. Le modèle final développé est très simple et facile à utiliser et il présente l'avantage de ne contenir que deux paramètres par rapport aux paramètres nécessaires par d'autres modèles.
4. Le modèle développé peut facilement décrire le retrait de séchage des bétons avec plus de précision puisque le retrait dépend fortement de la dessiccation.
5. Il s'agit d'un modèle général qui s'applique particulièrement bien à la gamme des bétons conventionnels et à ceux aux caractéristiques similaires. Les cas extrêmes nécessitent l'introduction de facteurs correctifs.

CHAPITRE V
APPLICATION AU BÉTON PRÉCONTRAIT

5 CHAPITRE V : APPLICATION AU BÉTON PRÉCONTRAIT

5.1 Introduction

Le sujet des pertes de précontrainte fait partie des éléments de conception de la précontrainte. Même si ça fait longtemps qu'ils ont été établis, les approches de prise en compte de calcul des pertes de précontrainte varient selon les codes internationaux actuels, spécifications et normes dans le monde entier. De plus, des nombres de méthodes de calcul ont été proposés dans diverses littératures sur les pertes de précontrainte, certaines d'entre elles ont subtiles différences et implications quant à leurs applications.

Dans le processus de précontrainte, une partie de la perte due à la relaxation se produit avant le transfert de la force. Le retrait est le raccourcissement du béton en raison de la perte d'eau qui se traduit par une perte de précontrainte. Après un taux initial élevé de retrait de séchage, le béton continue de rétrécir pendant une longue période de temps mais avec un rythme continuellement décroissant. Généralement, le retrait de séchage est directement proportionnel au rapport eau/ciment et inversement proportionnelle au rapport volume/surface et à l'humidité relative HR. Le fluage est la déformation en fonction du temps de béton en raison des contraintes de compression. L'une des difficultés pour déterminer avec précision ces pertes est l'hypothèse que la contrainte reste constante. L'évaluation exacte ou l'ampleur de ces pertes et en particulier les pertes différées telles que le retrait et le fluage n'est pas réalisable vu que ces pertes de précontrainte dépendent d'une multitude de facteurs interconnectés. Les méthodes empiriques d'estimation des pertes divergent dans les différents codes de calcul en l'occurrence, le BPEL, l'Euro code 2, l'ACI, le IS-1343 et bien d'autres. Le degré de rigueur de ces codes internationaux dépend de l'approche choisie et la pratique enregistrée.

À l'heure actuelle, les méthodes d'estimation des pertes de précontrainte varient considérablement selon les spécifications. Certains codes de conception spécifient simplement

un pourcentage ou même une valeur constante. En revanche, d'autres spécifications incluent des méthodes détaillées et longues impliquant de nombreuses équations, tableaux et graphiques.

5.2 Modes de réalisation de la précontrainte

5.2.1 Mode de précontrainte par pré-tension

Les câbles de précontrainte sont préalablement tendus sur un banc de préfabrication (figure V.1). On vient ensuite couler le béton directement au contact des câbles (les câbles ne sont pas entourés par des gaines). Après durcissement du béton, les câbles sont relâchés aux extrémités et coupés à leurs sorties des poutres. Le raccourcissement des câbles entraîne, par adhérence, celui du béton qui est alors comprimé. Cette technique est évidemment adaptée à la préfabrication en usine. La production en série sur des bancs de fabrication de grande longueur permet de rentabiliser les installations de mise en tension très coûteuses. [71]

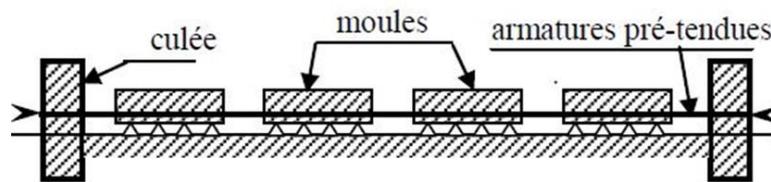
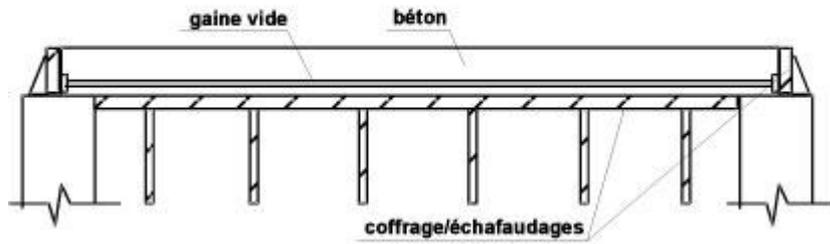


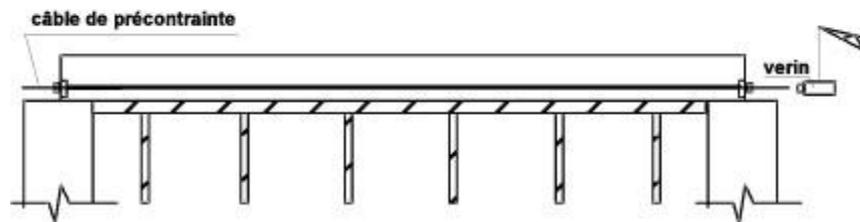
Figure V.1 : Banc de précontrainte par pré-tension. [72]

5.2.2 Mode de précontrainte par post-tension

Le béton est comprimé par des câbles ou des barres tendues dont les extrémités prennent appui sur le béton par l'intermédiaire d'ancrages (figure V.2). Le plus souvent, les câbles sont logés dans des gaines situées à l'intérieur du béton. Il se trouve des structures, et notamment les grands ponts construits depuis une quarantaine d'années, dont toute ou une partie des câbles sont à l'extérieur du béton sauf aux extrémités et aux endroits de déviateurs destinés à donner aux câbles des tracés non rectilignes. Les armatures de précontrainte sont tendues par des vérins après durcissement du béton d'où le terme de post-tension. [71]



a-Avant le bétonnage on a disposé des gaines vides dans la zone soumise à la traction.



b- Après coulage et durcissement du béton, des câbles d'acier de precontrainte sont enfilés dans les gaines.

Figure V.2 : Principe de mode par post-tension. [73]

5.2.3 Comparaison entre les deux modes de précontrainte

Une comparaison entre les deux modes pré tension (Tableau V.1) et post tension (Tableau V.2) permet de constater les observations suivantes :

5.2.3.1 Pré-tension

Tableau V.1 : Caractères spécifiques de pré-tension.

	Pré-tension adhérentes
Mode et lieu de préfabrication	Préfabriqué en usine ou sur chantier.
Type	Fils crantés ou torons.
Tracé des armatures	Droit ou ligne brisée.
Adhérence obtenue	Dès détention des aciers.
Avantages	Pas de gaines, pas d'ancrages, bonne protection contre la corrosion, une seule mise en tension pour plusieurs poutres, rapidité d'exécution.
Inconvénients	Pas de courbe, pas d'arrêt de câble en cour de travée Transport de pièces plus ou moins grandes

5.2.3.2 Post-tension

Tableau V.2 : Caractères spécifiques de post-tension

	Post-tension non adhérentes	Post-tension adhérentes
Mode et lieu de préfabrication	Préfabriqués ou coulés sur place	Préfabriqués ou coulés sur place
Type d'acier	Fils lisses ou torons, fils non lisses	Fils crantés ou torons
Tracé des armatures	Droit ou courbe	Droit ou courbe
Adhérence obtenue	Après injection des gainés	Après que l'action du retardateur de prise disparaisse
Avantages	Tracé le mieux adapté aux sollicitations ou au mode de construction, construction en place et définitive	Pas de gaines, ancrage récupéré, pas d'injection
Inconvénients	Poses de gaines, enfilage des câbles injection des gaines, mise en tension dans des conditions de chantier quelquefois difficiles	Pertes par frottement, acier-béton plus importantes et par glissement à l'ancrage

Le béton précontraint est passé bien au-delà du stade de développement et s'est imposé comme un matériau structural majeur. Cependant, les propriétés matérielles sont des éléments essentiels à la compréhension complète du comportement du béton précontraint. Toutes ces propriétés ne sont pas immédiatement utilisables dans la conception. Cependant, plus la conception est finale et plus la structure est complexe, plus il est important de tenir compte dans la conception du comportement différé des matériaux et de leur interaction. De même, les techniques de précontrainte ont évolué pour devenir une technologie fiable. Le béton précontraint a fait de grandes contributions à la construction et aux industries cimentières. Il a conduit à une gamme incroyable d'applications structurelles allant des ponts aux navires nucléaires et aux structures offshores. Rarement qu'un projet majeur est planifié aujourd'hui sans considérer la précontrainte comme l'une des solutions alternatives viables.

5.3 Pertes de précontrainte

5.3.1 Variation dans le temps de la tension

Le béton précontraint est une forme particulière de béton armé. La précontrainte implique l'application d'une charge de compression initiale à la structure afin de réduire ou

d'éliminer la force de traction interne et, ainsi, de contrôler ou d'éliminer la fissuration. Il a été reconnu depuis longtemps que la précontrainte introduite dans le béton, ne reste pas constante mais diminue progressivement avec l'évolution du temps. Il est donc nécessaire que le concepteur estime les pertes de précontrainte tout au long de la durée de vie prévue de la structure et fournisse une précontrainte initiale suffisamment élevée pour que l'intégrité structurelle ne soit pas affectée au fur et à mesure que les pertes se produisent. Dans un élément prétendu, les principales composantes des pertes de précontrainte sont celles dues à la déformation élastique, au fluage, au retrait du béton, relaxation de l'acier, frottement câble-gaine et recul d'ancrage. [74]

Les pertes sont généralement classées en deux groupes, les pertes instantanées et les pertes différées. Les pertes instantanées se produisent lors de la mise en tension des câbles de précontrainte. Les pertes différées se produisent dans un temps plus au moins long après la mise en tension. Les pertes dues au frottement à l'interface câble-gaine, au glissement de l'ancrage et raccourcissement élastique de l'élément sont les pertes instantanées. Les pertes dues au retrait et au fluage du béton et à la relaxation des aciers sont les pertes différées (figure V.3).

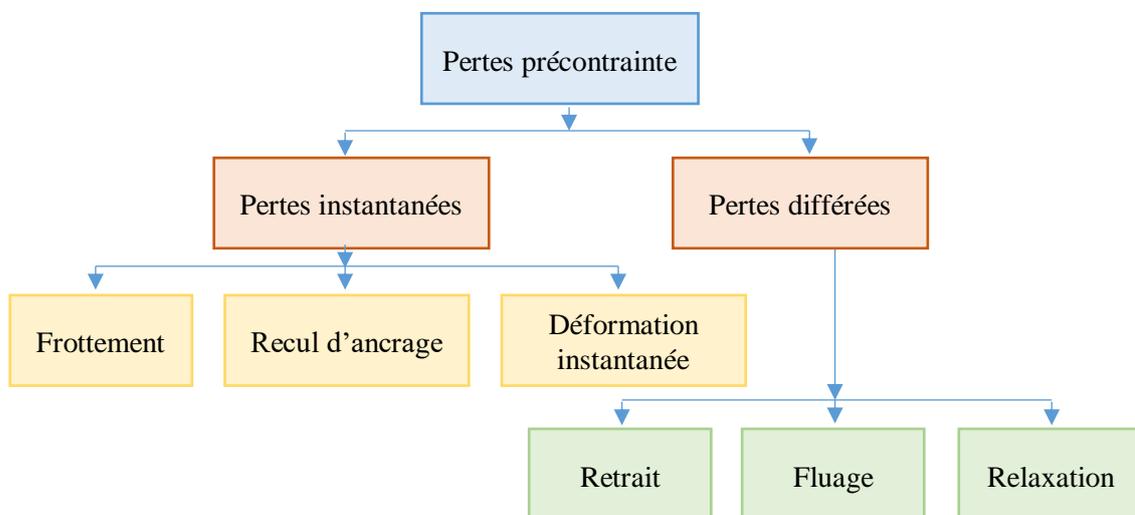


Figure V.3 : Sources des pertes de précontrainte.

5.3.2 Importance de l'estimation des pertes

Dans les cas où les estimations de la somme forfaitaire sont insuffisantes, il est nécessaire d'estimer chacune des pertes séparément, en utilisant soit des données supposées, soit, pour les grands travaux, utiliser des données développées pour un travail particulier à main. Les contributions séparées sont ensuite additionnées pour obtenir la perte totale. Le calcul

détaillé des pertes de précontrainte résultant des divers facteurs contributifs est compliqué car le taux de perte résultant d'un effet est continuellement modifié par des changements résultant d'autres causes. Par exemple, la relaxation des contraintes dans les câbles, habituellement étudiée en laboratoire à déformation constante, est affectée dans un faisceau par des changements de longueur dus au retrait et au fluage du béton. Le fluage, qui est généralement défini pour une charge connue et constante, se produit dans une poutre de béton précontraint lorsque la force de précontrainte qui entraîne le fluage diminue graduellement en raison de la relaxation, du retrait et du fluage lui-même. Il est extrêmement difficile d'établir avec précision les pertes de précontrainte séparées en raison de cette interdépendance. Les calculs sont compliqués par des incertitudes quant à la prévision de l'historique de la charge et des conditions environnementales pendant la vie de l'élément.

5.3.3 Types des pertes de précontrainte dans les deux modes classiques

Les différents types de pertes dans les systèmes pré-tension et post-tension sont rassemblés dans le tableau V.3

Tableau V.3 : Types des pertes de précontrainte dans les deux modes classiques.

Pré-tension	Post tension
déformation instantanée du béton	S'il y a un seul câble ou si tous les câbles sont tendus simultanément, les pertes instantanées sont nulles du moment que le vérin s'appuie directement sur le béton. Par contre si les câbles sont tendus successivement ces pertes ne sont pas nulles.
Retrait du béton	Retrait des aciers, Retrait du béton
Fluage du béton	Fluage du béton
Relaxation des aciers	Relaxation du béton
--	Frottement câble- gaine
--	Recul d'ancrage

5.3.4 Pertes de tension en précontrainte par post tension

En précontrainte par post tension, les pertes de tension se divisent en deux groupes :

- Les pertes de tension instantanées : se produisant lors de la mise en tension des câbles de précontrainte.

- Les pertes de tension différées : se produisant dans un temps plus ou moins long après la mise en tension.

5.3.4.1 Pertes de tension instantanées

Dans le cas de la post-tension, les armatures de précontrainte subissent des pertes de tension instantanées qui sont :

- Perte de tension due au frottement.
- Perte de tension due au recul de l'ancrage.
- Perte de tension due aux déformations instantanées du béton.

Dans une section d'abscisse « X » de l'armature, la valeur totale de ces pertes instantanées, est notée $\Delta\sigma_{pi}(x)$.

Après déduction des pertes instantanées, la tension résiduelle au point d'abscisse « X », appelée **tension initiale** $\sigma_{pi}(x)$, est donnée par : $\sigma_{pi}(x) = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{pi}(x)$.

5.3.4.1.1 Pertes de tension par frottement

Ces pertes se produisent par frottement du câble dans la gaine lors de la mise en tension du câble dans les zones où le câble rentre au contact avec la gaine et plus particulièrement dans les parties courbées et aux points où le tracé du câble présente des irrégularités. Dans ce cas, l'action tangentielle de contact du conduit sur les armatures s'oppose au sens de déplacement du câble suite à sa mise en tension (figure V.4). La tension diminue donc entre le point O et le point courant C d'abscisse x du tracé. Dans cette figure, l'angle α , fonction de x , présente la somme des déviations angulaires entre le point O et le point C d'abscisse x : $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$.

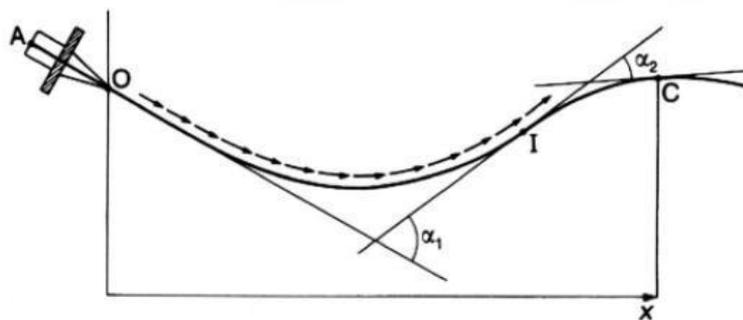


Figure V.4 : Frottements le long du câble lors de sa mise en tension. [75]

La tension appliquée à l'origine σ_{p0} diminue entre le point **O** et le point **C** d'abscisse x , sa nouvelle valeur est donnée par la relation :

$$\sigma_p(x) = \sigma_{p0} e^{-(f\alpha + \varphi x)} \quad (\text{V.1})$$

Avec : f (en rd^{-1}) et φ (en m^{-1}) sont des coefficients de frottement, en courbe et en ligne respectivement, dont les valeurs sont données par le tableau V.4.

La perte de tension par frottement est estimée par la formule :

$$\Delta\sigma_{\text{frott}}(x) = \sigma_{p0} - \sigma_p(x) = \sigma_{p0}(1 - e^{-(f\alpha + \varphi x)}) \quad (\text{V.2})$$

Tableau V.4 : Valeurs moyennes des coefficients de frottement f et φ .

Cas	Nature des armatures	$f(\text{rd}^{-1})$		$\varphi(\text{m}^{-1})$
		$3 \leq R \leq 6$ (m)	$R \geq 6$ (m)	
Câbles ne traversant pas de joints ou surfaces de reprise	Fils tréfilés ronds et lisses	$(22 - R) / 100$	0,16	0,002
	Torons	$(24 - R) / 100$	0,18	
Câbles traversant de nombreux joints ou reprise de bétonnage	Fils tréfilés ronds et lisses	$(24 - R) / 100$	0,18	0,003
	Torons	$(26 - R) / 100$	0,20	

Même si le câble est rectiligne, cela n'empêche pas l'existence des ondulations parasites. Dans ce cas, il existe une formule approchée pour le calcul des pertes dues au frottement, à savoir :

$$\Delta\sigma_{\text{frott}}(x) \approx \sigma_{p0}(f\alpha + \varphi x) \quad (\text{V.3})$$

5.3.4.1.2 Perte de tension par recul de l'ancrage

Cette perte de tension résulte du recul (glissement) de l'ancrage, qui dépend des dispositifs d'ancrage utilisés. Juste après la mise en tension, les ancrages sont bloqués. Cependant, on observe une petite rentrée d'ancrage due à deux phénomènes :

- Le jeu existant dans l'ancrage permet un léger glissement avant le blocage définitif.
- L'effort appliqué par le vérin crée une déformation des pièces d'ancrage.

Dans la plupart des systèmes de post-tension, lorsque le câble est tendu et que le vérin est relâché pour transférer la précontrainte dans le béton, les clavettes de frottement, employée pour saisir les fils, glissent sur une petite distance avant que les fils soient logés fermement entre les clavettes. L'ampleur du glissement dépend du type de clavette et de la contrainte dans les fils. Dans les systèmes où les câbles sont enroulés autour des blocs d'ancrage en béton, la

perte de contrainte peut se produire en raison des fils qui se rongent dans l'ancrage. Lorsque des plaques d'ancrage sont employées, il peut être nécessaire de permettre le faible tassement appelé g de la plaque dans l'extrémité de l'élément en béton. Les notices techniques des procédés de précontrainte définissent, pour chaque type d'ancrage, la valeur probable de g .

- Faible dans le cas des ancrages par calage ou vissage (g de l'ordre de 5 mm), est alors la conséquence de la déformation du corps d'ancrage et du tassement des cales ou des filets.
- Plus important dans le cas des ancrages par coincement (g de l'ordre de 12 mm). Les torons et les clavettes subissent un déplacement vers l'intérieur de la pièce et même davantage lorsque le vérin n'est pas muni d'un système de clavetage hydraulique (permettant d'enfoncer de force les mors dans leur logement conique avant relâchement de la pression dans la chambre du vérin).

Le mouvement de rentrée vers l'intérieur du béton est contrarié par le frottement du câble sur sa gaine, comme à la mise en tension, mais en sens inverse. Son influence diminue donc à partir de l'ancrage jusqu'à s'annuler à une distance d de celui-ci (figure V.5) à partir duquel la tension demeure inchangée.

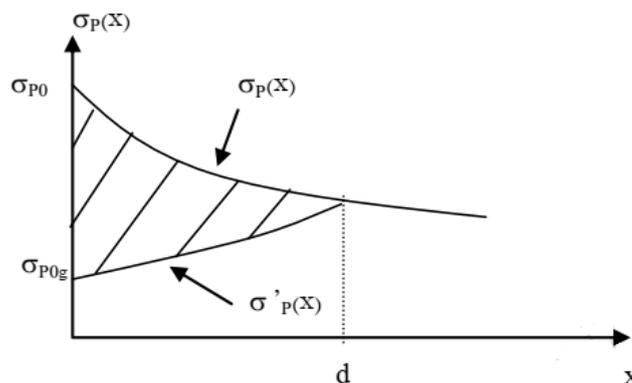


Figure V.5 : Perte de tension due au recul d'ancrage. [75]

Avant rentrée d'ancrage l'allongement relatif de l'armature de précontrainte à l'abscisse x est:

$$\varepsilon_p(x) = \frac{\sigma_p(x)}{E_p} \quad (\text{V.4})$$

Après la rentrée d'ancrage, la tension à l'abscisse x ($x < d$) n'est plus que σ'_p , et l'allongement relatif de l'armature de précontrainte est :

$$\varepsilon'_p(x) = \frac{\sigma'_p(x)}{E_p} \quad (\text{V.5})$$

La longueur d'influence de la perte par recul d'ancrage « **point d** » est donnée par la formule :

$$d = \sqrt{\frac{gE_p x}{\Delta\sigma_{frott}(x)}} \quad (V.6)$$

Pour $x \geq d$ $\Delta\sigma_{rec}(x) = 0$

Pour $x < d$ $\Delta\sigma_{rec}(x) = \frac{2gA_p E_p}{d}$

5.3.4.1.3 Perte de tension par déformations instantanées du béton

La perte de tension par déformations instantanées du béton, ou encore appelée perte par raccourcissement élastique du béton, est principalement due à la non simultanété de la mise en tension des câbles de précontrainte. Toute action permanente, appliquée postérieurement à la réalisation de l'ancrage d'un câble de précontrainte, provoque dans le béton adjacent une variation de contrainte $\Delta\sigma_{bj}$, donc de raccourcissement : $\Delta\varepsilon_{bj} = \frac{\Delta\sigma_{bj}}{E_{ij}}$. [76]

Le câble considéré subit la même variation de déformation (raccourcissement), d'où une perte de tension $\Delta\sigma_{bj} = E_p \frac{\Delta\sigma_{bj}}{E_{ij}}$

La mise en tension du 2^{ème} câble, provoque un raccourcissement dans le béton et dans le 1^{er} câble. La mise en tension du 3^{ème} câble, provoque un raccourcissement dans le béton et dans les deux premiers câbles. La mise en tension du n^{ème} câble, provoque un raccourcissement dans le béton et dans les (n-1) premiers câbles. La perte totale après la mise en tension de tous les câbles est donnée par la formule :

$$\Delta\sigma_{racc}(x) = \frac{n-1}{2n} \sigma_b(x) \frac{E_p}{E_{ij}} \quad (V.7)$$

Avec :

$\sigma_b(x)$: est la contrainte moyenne du béton au niveau du CDG des câbles.

- Si la pièce à pré contraindre contient un seul câble, ou si tous les câbles sont tendus simultanément, les pertes élastiques sont nulles ($\Delta\sigma_{racc}(x) = 0$) . En effet, le raccourcissement élastique a lieu en même temps que la mise en tension des câbles, car le vérin s'appuie sur la pièce.

- Pour le calcul de cette perte, le BPEL donne la formule : $\Delta\sigma_{racc}(x) = E_p \sum K \frac{\Delta\sigma_{bj}}{E_{ij}}$, dans laquelle il préconise de prendre un coefficient «K = 2» pour les variations de contraintes dues à la contrainte relative à la phase de mise en tension et aux actions permanentes appliquées simultanément à cette mise en tension, et la valeur de «K = 1» pour les variations de contrainte dues aux actions permanentes postérieures à cette phase de précontrainte, y compris celles dues aux armatures de précontrainte mises en tension ultérieurement.

Les actions permanentes précédemment évoquées peuvent résulter de :

- La mise en tension d'un nouveau câble.
- L'application d'un supplément de poids propre dans le cas d'une construction par phases.
- La mise en place de superstructures.

5.3.4.2 Pertes de tension différées

Dans les cas de précontrainte par post tension et prétention, les armatures de précontrainte subissent des pertes de tension différées suivantes :

- Perte de tension due au retrait du béton.
- Perte de tension due au fluage du béton.
- Perte de tension due à la relaxation de l'acier de précontrainte.

A l'instant « t » et dans une section d'abscisse « X » de l'armature, la valeur totale de ces pertes de tension différées, est notée $\Delta\sigma_{pd}(t, x)$.

5.3.4.2.1 Pertes par retrait

Le béton, indépendamment de tout phénomène d'origine mécanique diminue de volume dans le temps. C'est ce qu'on appelle le retrait.

Le retrait du béton dans les éléments précontraints entraîne un raccourcissement des fils tendus et contribue ainsi à la perte de contrainte. Le retrait du béton est influencé par plusieurs éléments tels que le type de ciment et granulats, les conditions de durcissement utilisées et la géométrie des éléments en béton. L'utilisation de béton à haute résistance avec de faibles proportions d'eau/ciment entraîne une réduction du retrait et, par conséquent, une réduction de perte de précontrainte. La principale cause du retrait du séchage est la perte progressive d'eau

du béton. Le taux 0de retrait est plus élevé à la surface des éléments. Le retrait différentiel entre l'intérieur et la surface des grands éléments peut entraîner des gradients de déformation menant à la fissuration de la surface. Par conséquent, un bon durcissement est essentiel pour éviter les fissures de retrait dans les éléments précontraints.

La valeur de ce raccourcissement est donnée par chaque modèle de prédiction par une formule bien définie bien que la forme du développement du retrait est toujours la même comme c'est mentionné sur la figure V.6

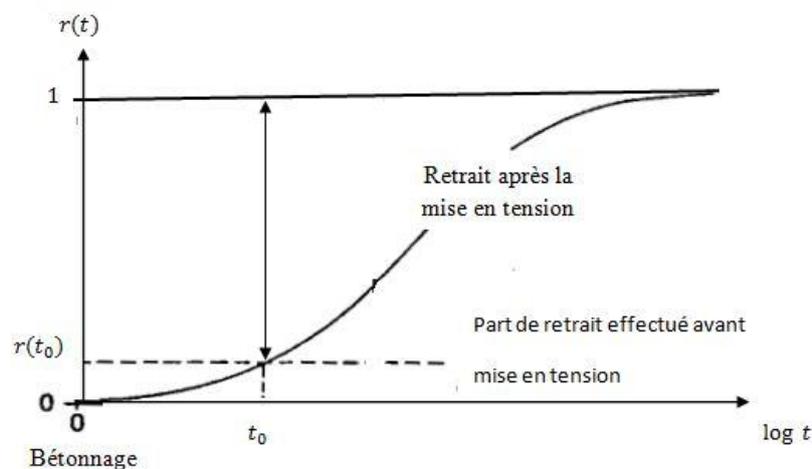


Figure V.6 : Effet de retrait sur la tension des câbles. [77]

5.3.4.2.2 Pertes de tension par fluage

Lors de la mise en place des structures en béton précontraint, les caractéristiques du béton, les conditions d'exposition et l'historique des étapes de construction influencent le comportement du retrait et du fluage du béton. Ces effets de fluages créent donc à leur tour des efforts internes et des déformations additionnelles sur la structure. Ces déformations additionnelles se développent au fil du temps et peuvent conduire à d'importantes variations de contraintes. Dans une pièce en béton précontraint, les armatures de précontrainte subissent le même raccourcissement que le béton suite à son fluage. La contrainte du béton au niveau des armatures de précontrainte n'est pas constante dans le temps, Même si l'on fait abstraction des charges variables appliquées à la structure pendant des durées trop brèves pour avoir une influence significative sur le fluage. Cette contrainte $\sigma_c(t)$ à cause :

- Des différentes phases de construction qui se traduisent par l'application de nouvelles charges permanentes.

- Des pertes différées de toute nature qui entraînent une évolution progressive de la tension dans les câbles.

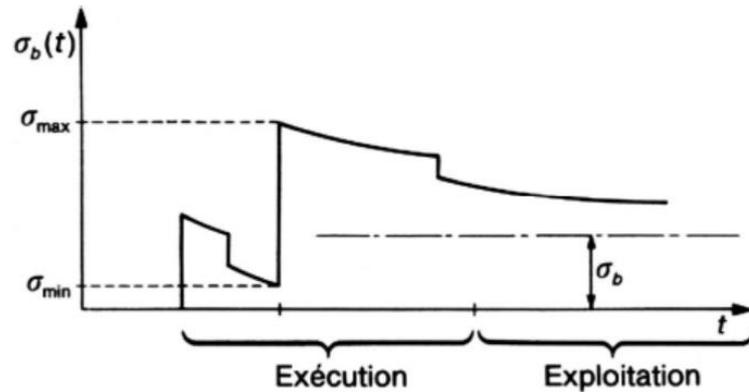


Figure V.7 : Variation de la contrainte du béton $\sigma_b(t)$ au niveau du câble. [75]

5.3.4.2.3 Pertes par relaxation

Un câble tendu à une contrainte σ_{pmt} voisine de sa limite élastique et dont la longueur est maintenue constante, voit sa contrainte diminuer au cours du temps (d'environ 5% pour les bons aciers au bout d'un temps infini). Ce phénomène appelé relaxation dépend de trois paramètres principaux :

- La composition chimique de l'acier.
- La cristallographie de l'acier elle-même fortement influencée par le mode d'élaboration du fil (tréfilage ou laminage) et, surtout, par les traitements thermiques.
- La tension à laquelle l'acier est soumis.

Il est relativement facile, en laboratoire, de mesurer la relaxation d'un fil d'acier ; il en va tout autrement dans un ouvrage en béton précontraint car, d'une part, la contrainte dans l'acier n'est connue qu'avec une certaine approximation et, d'autre part, cette contrainte n'est pas constante dans le temps (effets du retrait et du fluage).

A la fin de cette phase, la tension vaut σ_{pr} ; c'est la tension probable qui sera relâchée pour mettre en précontrainte les câbles :

$$\sigma_{pr} = \sigma_{pmt} - \Delta\sigma_{p1} \quad (V.8)$$

On se contente généralement d'exprimer, en fonction de la contrainte à la fin de l'opération de mise en tension, le taux de la relaxation à 1000 h.[78]

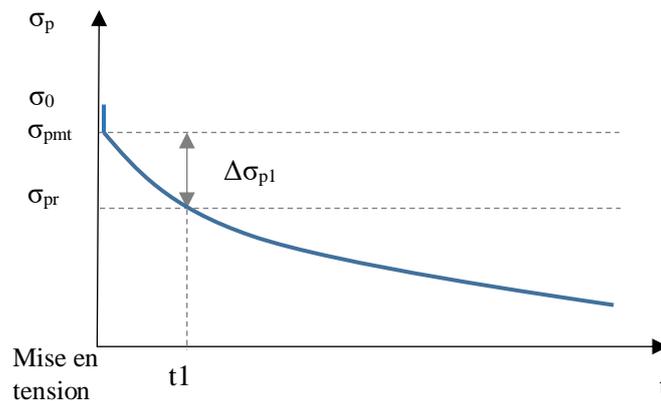


Figure V.8 : Evolution de la relaxation sur banc. [77]

5.4 Les codes de calcul des pertes de précontrainte

Le sujet des pertes de précontrainte est l'un d'importants éléments de la conception de la précontrainte. Bien que cela fait longtemps établi, les approches pour la considération de calcul des pertes de la précontrainte varient selon les codes internationaux actuels, spécifications et normes dans le monde entier. En outre, un nombre de méthodes de calcul ont été proposées dans diverses littératures sur les pertes de précontrainte, certains d'entre eux ont de différences subtiles et implications en ce qui concerne leurs applications [78]. Des codes ou règlements officiels définissent les critères de stabilité ainsi que les coefficients de sécurité à prendre en compte lors de la conception des structures précontraintes, notons principalement :

- Les Eurocodes développés par le Comité européen de normalisation (CEN) et plus spécifiquement l'Eurocode 2 : part 1.1. (annexe B)
- Le code ACI. Notons plus précisément l'ACI 318-08 développé par l'American Concrete Institute pour le béton armé et le béton précontraint. (annexe B)
- Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton précontraint suivant la méthode des états limites BPEL 91. (annexe B)
- Le code IS 1343 établi par le comité indien pour le béton précontraint. (annexe B)

5.5 Étude comparative des codes de calcul des pertes de précontrainte

5.5.1 Introduction

La discussion dans ce chapitre est centrée sur le calcul et l'analyse des pertes totales de précontrainte dans deux poutres en forme I une fois en post-tension et l'autre en pré tension à

l'aide des quatre codes internationaux. Ses pertes totales se traduisent généralement par six pertes de précontrainte, c'est-à-dire par : frottement, recul d'ancrage, raccourcissement élastique, retrait, fluage et par relaxation des aciers. Ces quatre codes internationaux sont : le code Européen EC 2-part 1.1, la norme Française BPEL : 1991, le code Américain ACI-318 et le code Indien IS-1343. Il est à noter que pour chaque code dans le cas de précontrainte par post tension, deux valeurs de perte de précontrainte par retrait sont calculées. Une fois par les déformations de retrait prédites par le code lui-même, et l'autre fois par les déformations de retrait prédites par notre modèle. Les résultats de l'analyse sont discutés en conséquence et les paramètres à l'origine des différences des pertes de précontrainte seront identifiés.

5.5.2 Séquences de calcul et procédures d'analyse

Afin de calculer les pertes de précontrainte dans cette poutre en utilisant les codes internationaux déjà cités dans le chapitre précédent, une procédure de conception simple est utilisée dans cette étude. Tout d'abord, les propriétés mécaniques et géométriques du béton et des aciers précontraints recommandés par ces différentes normes doivent être calculées. Les propriétés de ces matériaux varient légèrement d'un code à l'autre tel que le module d'élasticité pour l'acier de précontrainte. On suppose ensuite que les charges d'exploitation et les charges permanentes appliquées dans chacun des quatre codes sont identiques. Par la suite, les contraintes admissibles de béton et des aciers précontraints doivent être déterminées.

Après avoir exécuté toutes ces tâches préliminaires ci-dessus, les données numériques nécessaires obtenues seront suffisantes pour effectuer le calcul des pertes de précontrainte comme suit : Il y a au total quatre pertes de précontrainte qui doivent être prises en compte dans l'analyse des poutres en pré-tension (perte par raccourcissement élastique, perte par fluage, perte par retrait et perte par relaxation des aciers). En post tensions s'ajoutent deux autres types de pertes (perte par recul d'ancrage et perte par frottement). Les quatre codes internationaux choisis dans cette analyse ont leurs propres façons de calcul des pertes de précontrainte comme spécifié dans leurs codes. Certains calculs sont similaires les uns aux autres, tandis que d'autres peuvent varier dans une large mesure.

5.5.3 Mode par post-tension

Le présent calcul a pour objet la détermination des différentes pertes par une précontrainte par post-tension qui se produisent dans une poutre de précontrainte isostatique d'une section de forme en I de 33.40 m de portée de la superstructure d'un tablier en béton précontraint du passage supérieur sur voie ferrée : ouvrage d'art N° 02 de l'évitement de la ville de

CORSO wilaya de BOUMERDES, dont les propriétés des matériaux et les caractéristiques géométriques sont mentionnées ci-dessous (tableau V.5). Cette poutre est armée de 3 câbles de 12T15 classe 1860 TBR.

Tableau V.5 : Caractéristiques géométriques et propriétés des matériaux en post-tension.

Géométrie				Matériaux		
L (m)	B (m ²)	I (m ⁴)	A _p (mm ⁴)	f _{c28} (MPa)	E _P (MPa)	E _s (MPa)
33.40	0.5112	0,1387	1800	35	190000	210000
v (m)	v' (m)	e ₀ (m)	i ² (m ²)	σ _{P0} (MPa)	F _{prg} (MPa)	F _{peg} (MPa)
0,6573	0,8427	0,693	0.2714	2880	1860	1600

La figure V.9 et le tableau V.6 montrent à la fois les dimensions de la poutre et le tracé symétrique des câbles.

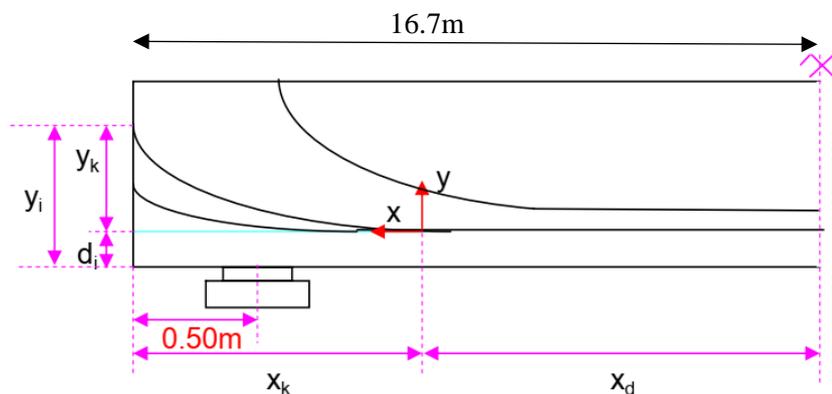
Chaque fil est tendu par une force $F_i=215.83$ kN avant transfert de l'effort ce qui correspond à une force totale de $F=2.59$ MN par câble. Les conditions suivantes s'appliquent :

- Les câbles sont tendus par une seule extrémité.
- L'excentrement du câble considéré passe à 0.105 m de la fibre inférieure en section médiane.
- D'après le procédé : $g=6$ mm.
- Dans le cas le plus défavorable, la poutre est soumise aux actions suivantes :

Les actions permanentes $G= 0.1974$ MN/ml.

Les surcharges d'exploitation $Q=0.728$ MN/ml.

- La mise en tension des câbles est effectuée à 28 jours.



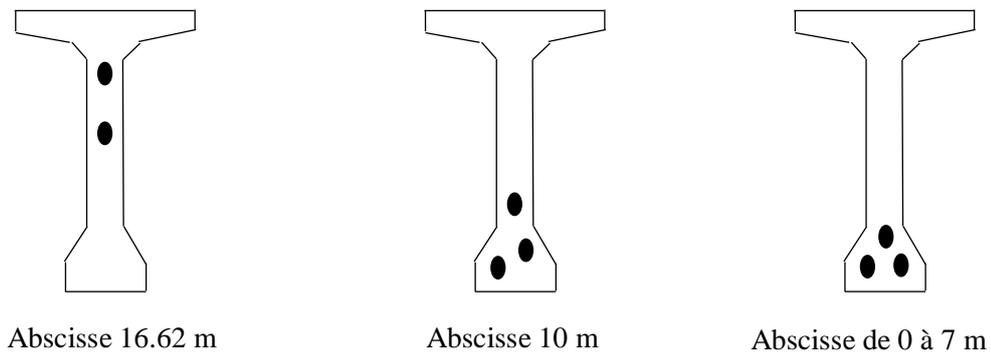


Figure V.9 : Tracé du câble en post tension d'une poutre en I.

Tableau V.6 : Abscisses et ordonnées des câbles dans la section de la poutre.

câbles	A (°)	Y _i (m)	Y _k (m)	X _k (m)	X _d (m)
1	9.35	0.758	0.653	7.932	8.77
2	15.09	1.256	1.061	7.870	8.83
moyen	12.29	1.007	0.857	7.870	8.83
3	26.76	1.530	1.530	6.068	10.63

La perte de précontrainte due au frottement est la résultante des vibrations des câbles lors des opérations de la mise en tension. Ces câbles entrent en contact direct avec la surface intérieure des gaines. L'expression commune utilisée par les codes BPEL : 1991, Euro code, IS1343, et ACI-318 est celle donnée en équation V.9.

$$\Delta\sigma_p(x) = \sigma_{p0} [1 - e^{-\mu[\alpha(x)+kx]}] \quad (V.9)$$

Le code ACI-318 a été développé pour estimer les pertes dues aux effets dépendant du temps tenant compte des interactions entre les différentes sources de ces pertes. L'expression d'estimation des pertes de précontrainte dues au retrait est fonction du rapport volume/surface de l'élément et aussi fonction de l'humidité relative comme c'est mentionner en équation V.10. Il semble donc nettement mieux adapté à exprimer ces pertes par rapport aux autres codes.

$$\Delta\sigma_{SH} = 8,2 \times 10^{-6} K_{SH} E_p \left(1 - 0,06 \frac{V}{S}\right) (100 - RH) \quad (V.10)$$

Les différentes valeurs des pertes de précontrainte calculées individuellement sont représentées est discutés comme suit dans le tableau V.7.

Deux pertes de précontrainte par retrait sont calculées, une fois en utilisant les déformations de retrait décrites par le code de calcul lui-même, et l'autre fois en utilisant les déformations de retrait prédites par notre model. Par conséquence, deux pertes différées totales et deux pertes totales de précontraintes sont aussi calculées.

Tableau V.7 : Valeurs des pertes en post tension pour les différents codes.

		BPEL 1991	Eurocode	ACI-318	IS1343
$\Delta\sigma_{del}$	MPa	44.06	50.69	40.61	83.23
	(%)	1.53	1.76	1.41	2.89
$\Delta\sigma_g$	MPa	17.28	14.69	13.53	14.40
	(%)	0.6	0.51	0.47	0.50
$\Delta\sigma_f$	MPa	200.1	178.27	179.42	171.36
	(%)	6.95	6.19	6.23	5.95
$\Delta\sigma_{ins\ tot}$	MPa	261.5	243.65	233.59	286.99
	(%)	9.08	8.46	8.11	9.34
$\Delta\sigma_{fl}$	MPa	326.31	315.65	319.1	347.61
	(%)	11.33	10.96	11.08	12.07
$\Delta\sigma_r\ code$	MPa	69.69	113.47	97.05	68.25
	(%)	2.42	3.49	3.37	2.37
$\Delta\sigma_r\ modèle$	MPa	64.78	90.77	91.37	57.33
	(%)	2.25	3.15	3.17	1.99
$\Delta\sigma_{rl}$	MPa	112.61	72.00	71.13	67.68
	(%)	3.91	2.5	2.47	2.35
$\Delta\sigma_{dif\ tot}\ code$	MPa	508.61	488.16	487.29	483.55
	(%)	17.66	16.95	16.92	16.79
$\Delta\sigma_{dif\ tot}\ modèle$	MPa	503.7	465.46	481.6	472.62
	(%)	17.48	16.16	16.72	16.41
$\Delta\sigma_{tot}\ code$	MPa	770.11	731.81	720.86	770.54
	(%)	26.74	25.41	25.03	26.75
$\Delta\sigma_{tot}\ model$	MPa	765.2	709.11	715.19	759.61
	(%)	26.57	24.62	24.83	26.37

Il est à noter que les pertes différées totales se calculent par l'équation suivante :

$$\Delta\sigma_d = \Delta\sigma_r + \Delta\sigma_n + \frac{5}{6}\Delta\sigma_p \quad (V.11)$$

5.5.3.1 Pertes par raccourcissement élastique

En se référant à la figure V.10, le code IS1343 a enregistré la valeur la plus élevée des pertes de précontrainte dues au raccourcissement élastique avec une valeur de 83.23 MPa soit 2.89 % de perte. Cela a été suivi par l'Eurocode 2 : Partie 1.1 qui affiche une valeur de 50.69 MPa. Le code ACI-318 et le BPEL 1991, les deux partagent moyennement une perte de 40MPa.

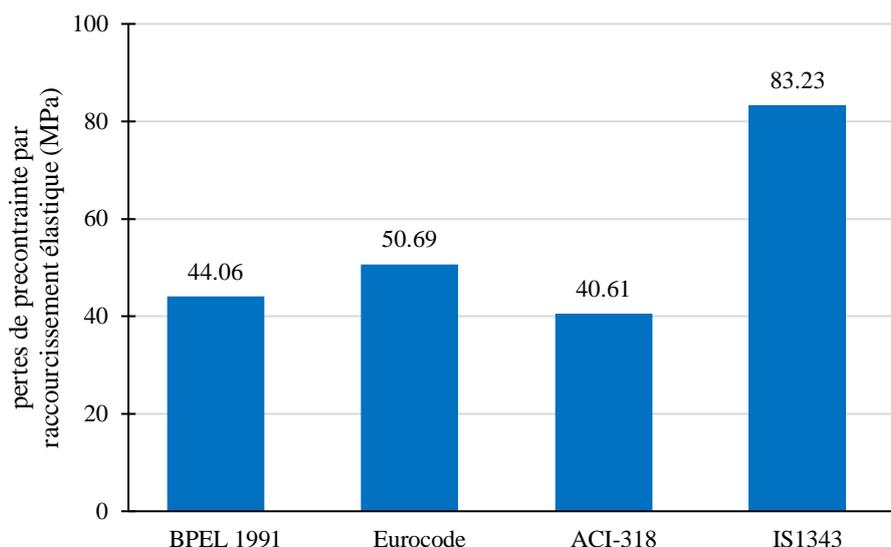


Figure V.10 : Pertes de précontrainte par raccourcissement élastique (MPa).

5.5.3.2 Pertes par recul d'ancrage

Comme le montre la figure V.11, la perte par recul d'ancrage calculée en utilisant les formules données par les quatre codes internationaux était dans l'intervalle de 13.53 MPa à 17.28 MPa ou environ 0.5% de perte de la valeur de précontrainte initiale. Plus précisément l'Eurocode 2 : Partie 1.1 et le code IS1343 ont présentés environ 14.5MPa. Le BPEL 1991 et l'ACI-318 présentent la plus grande et la plus petite valeur prédite avec 17.28MPa et 13.53MPa respectivement. Ce pourcentage de perte est le plus faible parmi les six types de pertes de précontrainte.

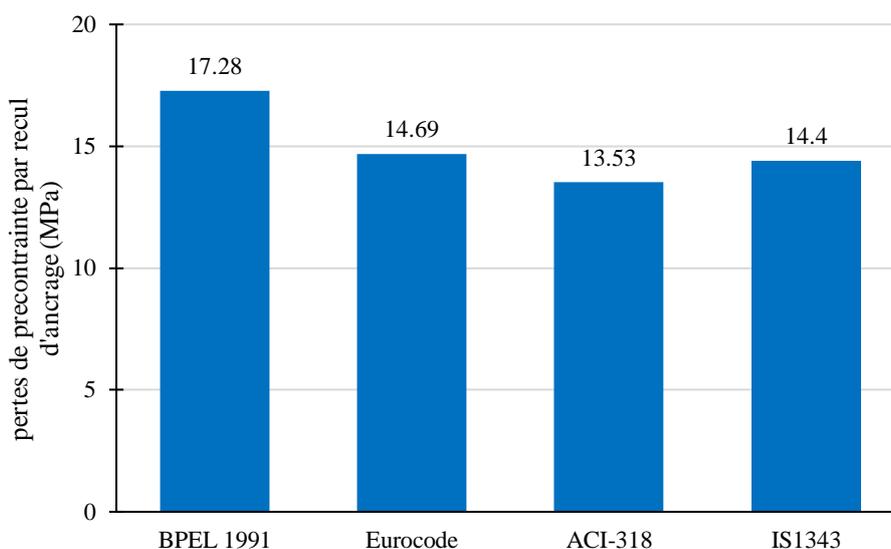


Figure V.11 : Pertes de précontrainte par recul d'ancrage (MPa).

5.5.3.3 Pertes par frottement

Dans le cas des pertes par frottement, la figure V.12 illustre que le code IS1343 présente la plus petite valeur de perte avec 171.36 MPa soit 12.07% suivie par l'Eurocode 2 : Partie 1.1 avec 178.27 MPa et l'ACI-318 avec 179.42 MPa. Une perte beaucoup plus élevée a été calculée en utilisant le BPEL 1991 avec une valeur de 200.1 MPa soit environ 7 % de la valeur initiale de la précontrainte.

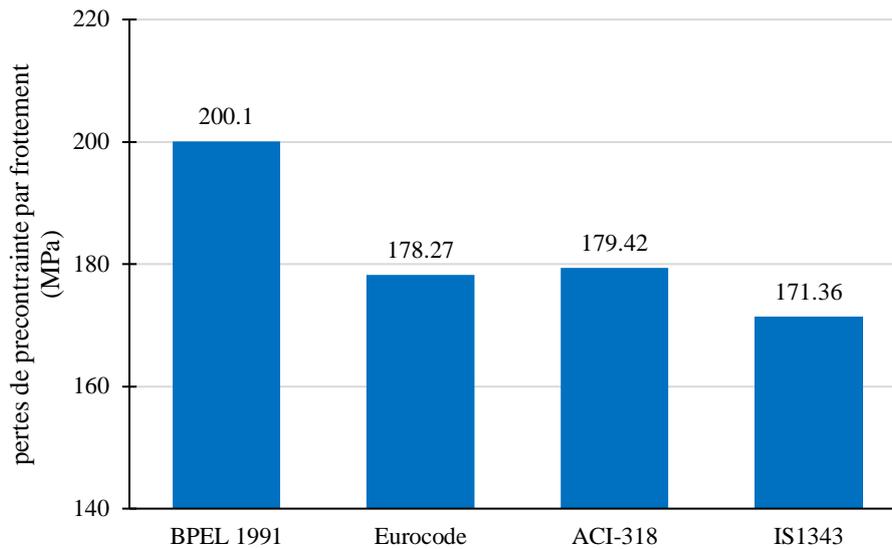


Figure V.12 : Pertes de précontrainte par frottement (MPa).

5.5.3.4 Pertes par fluage

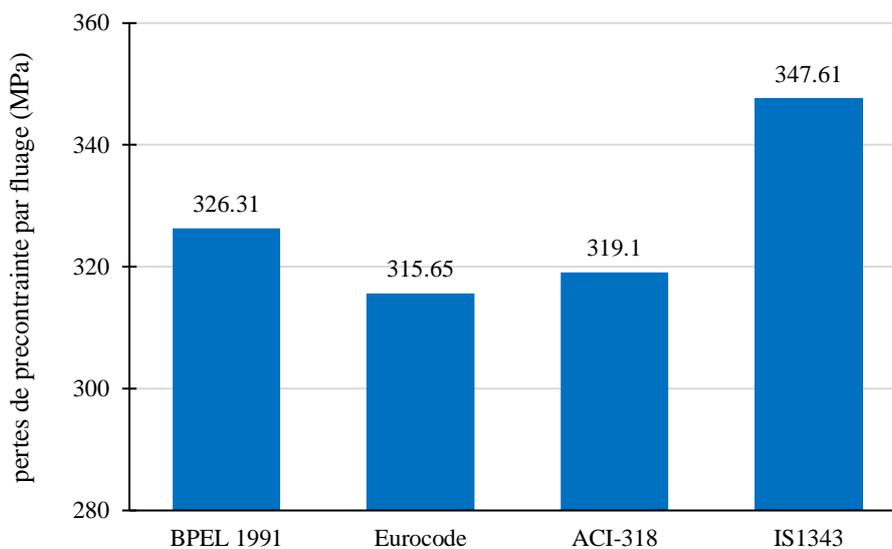


Figure V.13 : Pertes de précontrainte par fluage (MPa).

Le calcul de perte de précontrainte par fluage a montré que cette dernière représente la plus grande portion des six pertes considérer. Le code IS1343 prévoit la plus grande valeur de perte avec 347.61 MPa ou 12.07% comme illustré sur la figure V.13. La perte de fluage la plus faible était de 315.65 MPa ou 10.96 % prédite par l'Eurocode 2 : Partie 1.1. Les valeurs intermédiaires prédites par le BPEL 1991 et l'ACI-318 étaient de 326.31 MPa et 319.1 MPa respectivement.

5.5.3.5 Pertes par retrait

La perte de précontrainte par retrait n'a contribué que de 2 % à 3.5 % de la précontrainte initiale. Ceci est montré dans la figure V.14. Le code IS1343 a montré la perte par retrait la plus faible avec 68.25 MPa ou 2.37 % de la valeur initiale de la précontrainte. Le BPEL 1991 a donné une valeur plus élevée de 69.69 MPa ou 2,42 % de perte. L'ACI a donné une perte par retrait de 97.05 MPa ou 3,37 % de perte. L'Eurocode 2 : Partie 1.1 a donné la valeur de perte par retrait la plus élevée parmi ces quatre codes avec 113.47 MPa ou 3.49 % de perte.

La perte de précontrainte par retrait calculé à partir des déformations de retrait prédites par notre modèle est toujours inférieure à celle calculée par chaque code mais elle reste toujours comprise dans le même intervalle de contribution de 2% à 3.5%.

Les colonnes en bleu représentent les pertes de précontrainte par retrait définie par le code lui-même tandis que les colonnes en gris représentent les pertes de précontrainte par retrait en utilisant les déformations de retrait prédites par notre modèle.

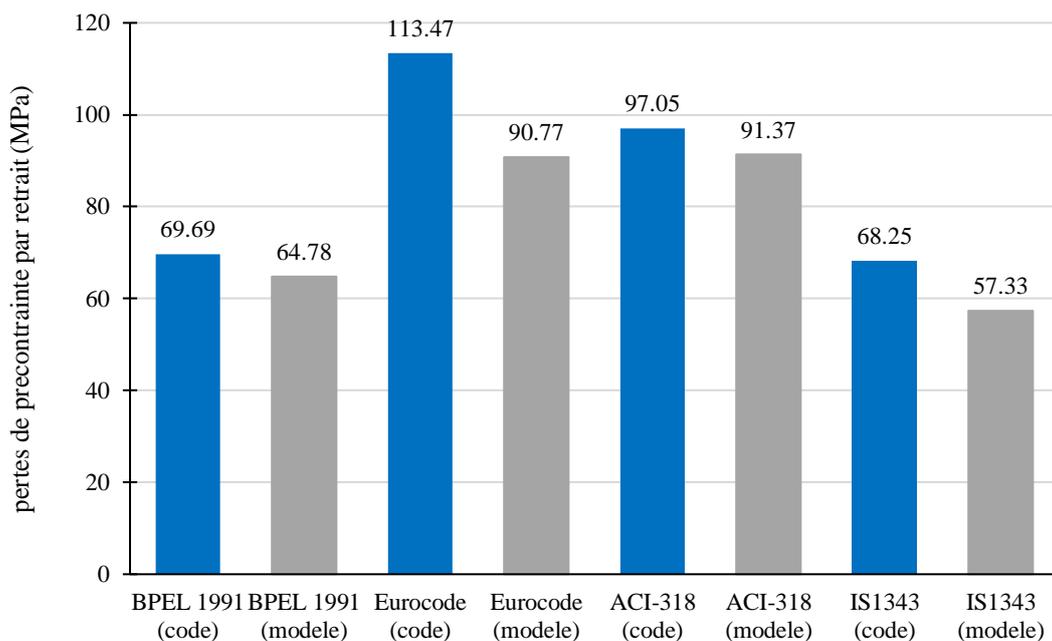


Figure V.14 : Pertes de précontrainte par retrait (MPa).

5.5.3.6 Pertes par relaxation

Enfin, en se référant à la figure V.15, la perte par relaxation de l'acier a contribué de 2.3 % à 4% de la perte de précontrainte initiale. En termes de pourcentage de perte, les prévisions exactes étaient de 3.91 MPa, 2.5 MPa, 2.47 MPa et 2.35 MPa calculées à partir des formules du BPEL 1991, L'Eurocode 2 : Partie 1.1, ACI-318 et le code IS1343 respectivement.

La figure V.16 montre les pertes totales de précontrainte des quatre codes internationaux calculées une fois par les déformations de retrait prédites par le code lui-même et l'autre fois par les déformations de retrait prédites par le modèle de retrait développé. Les prévisions données par le BPEL 1991 et le code IS 1343 ont enregistré les pertes totales de précontrainte les plus élevées avec 26.74 % et 26.75 % respectivement. L'Eurocode 2 : Partie 1.1 et ACI-318 succèdent avec des valeurs totales de pertes de précontrainte de 25.41 MPa et 25.03 MPa respectivement.

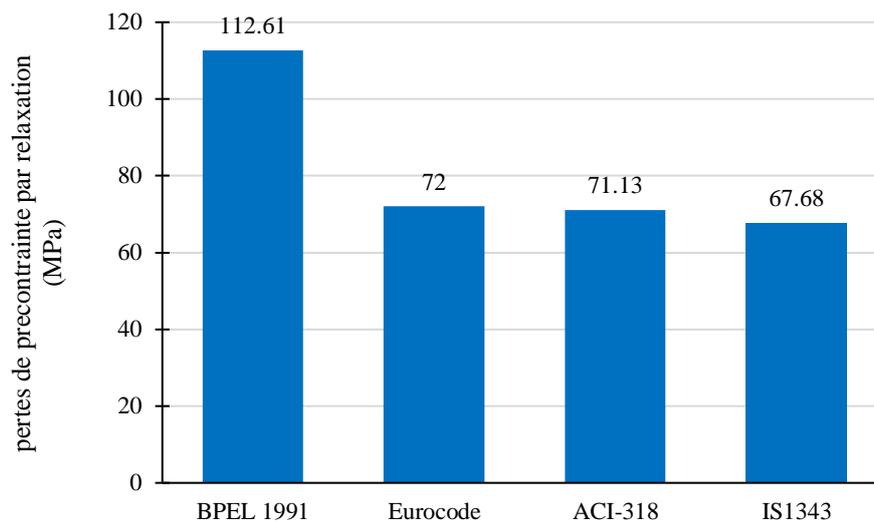


Figure V.15 : Pertes de précontrainte par relaxation (MPa).

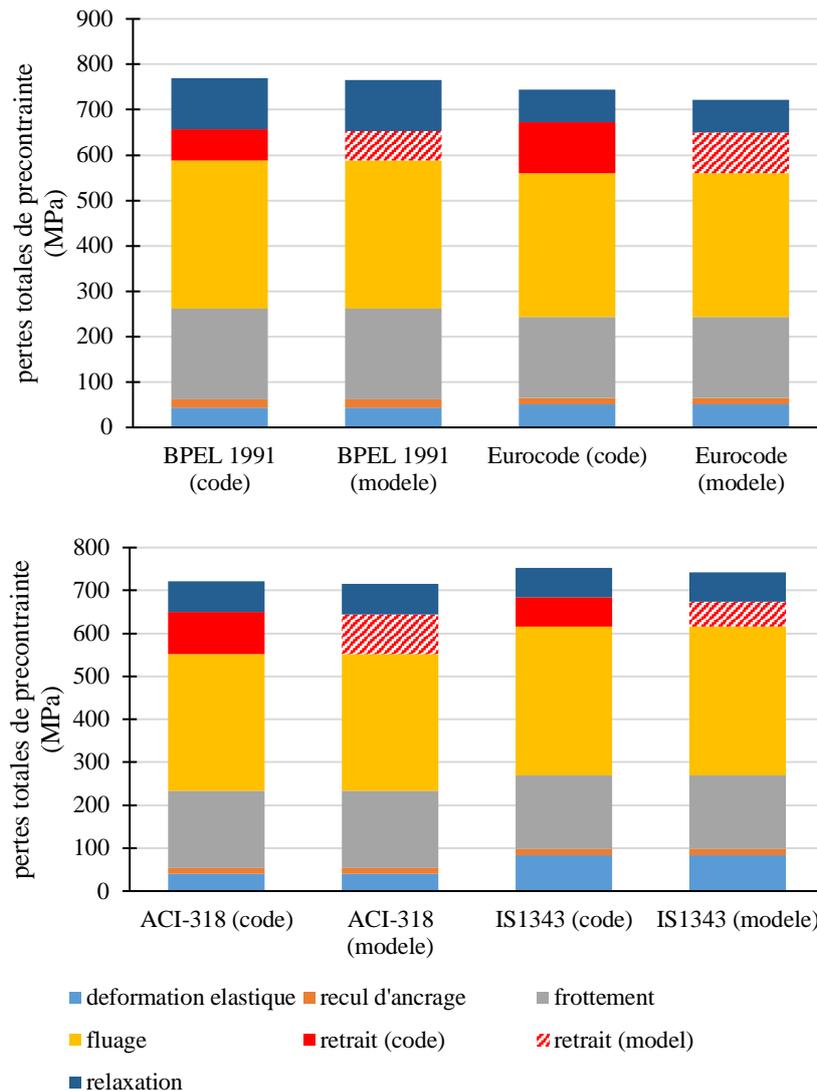


Figure V.16 : Pertes totales de précontrainte par post tension (MPa).

5.5.3.7 Résultats et discussion

Généralement, ces quatre codes utilisent une équation généralisée pour le calcul des pertes de précontrainte par raccourcissement élastique avec certaines différences en termes de forme. Cependant, il existe des causes majeures qui contribuent à ces différences dans la perte de précontrainte par raccourcissement élastique. Le premier paramètre est que ces codes utilisent des coefficients de sécurité différents comme par exemple l'Eurocode 2 : Part 1.1 qui utilise un facteur de sécurité partiel des matériaux pour l'acier de précontrainte d'une valeur de 1.15, cependant, l'ACI-318 utilise un facteur de réduction de résistance qui varie dans l'intervalle de 0.7 à 0.9. De plus, le calcul de la perte de précontrainte par raccourcissement élastique dépend beaucoup sur la contrainte du béton, la résistance à la traction nominale du câble, la

force de précontrainte appliquée initialement et le module de Young des aciers. Le module d'élasticité longitudinale représente l'un des paramètres qui varient d'un code à l'autre. Il est à mentionner que le module d'élasticité adopté par le code BPEL 1991 donne la valeur la plus grande parmi l'ensemble des codes comme représenté dans le tableau suivant :

Tableau V.8 : Valeurs de E_c pour différents codes internationaux.

Code	BPEL 91	Eurocode 2	ACI -318	IS-1343
E_c (MPa)	$11000 \sqrt[3]{f_{cj}}$	$22000 \left(\frac{f_{cj} + 8}{10} \right)^{0,3}$	$4700 \sqrt{f_{cj}}$	$5700 \sqrt{f_{cj}}$
	35981.73	32836.57	27805.57	33721.65

La différence des propriétés des matériaux est probablement en raison des différentes méthodes adoptées dans la recherche et dans les tests en laboratoire par différents pays et comités, par exemple, Eurocode 2 autorise l'utilisation des résultats des essais de compression avec des éprouvettes cylindriques et cubiques dans le calcul des pertes de précontrainte, alors que l'ACI-318 exige des cylindres (16 cm x 32 cm).

Concernant la perte de précontrainte par recul d'ancrage, le BPEL 1991 et Eurocode 2 : Part 1.1 utilisent exactement la même formule standard dans le calcul. Cependant, l'ACI utilise la forme d'expression la plus directe et pratique dans les calculs. Le code IS1343 compte sur un facteur d'oscillation η qui est fonction des coefficients de frottement μ et K qui à leurs tour varient de 0.25 à 0.55 et de 0,0015 à 0,0050 respectivement. Ces codes de calcul simplifiés et directs prévoient des pertes minimales qui ne dépassent pas le 1% de la précontrainte initial.

Il convient de noter que la formation de différents types d'équations de perte de précontrainte peut être une combinaison de discussions approfondies dans une équipe d'expertise et des résultats des tests de laboratoire. Cependant, les formules de calcul de perte par frottement pour ces quatre codes sont parfaitement identiques, il n'y a que 1% de différence entre les valeurs les plus élevées (6.95% calculées par le BPEL 1991) et les valeurs les plus faibles (5.95% calculées par le code IS1343). Cette différence de perte de 1% est considérée comme petite et négligeable car elle n'affecte pas ni sur les pertes instantanées totales ni sur les pertes de précontraintes totales.

L'analyse des expressions de perte de précontrainte par fluage des quatre codes internationaux montre qu'ils sont fonction de différents paramètres de conception adoptés ce qui cause les

petites différences constatées dans le calcul des pertes par fluage. Le BPEL 1991 se base dans le calcul des pertes par fluage sur la contrainte maximale appliquée, l'Eurocode 2 : Part 1.1 combine entre la contrainte maximale et minimale et le coefficient de fluage ϕ qui a son tour est fonction de l'humidité relative HR, des dimensions de l'élément en béton considéré (rapport volume/surface), de l'âge de la mise en charge (t_0) et du type de ciment. Par contre, Le code ACI-318 utilise un coefficient de perte de précontrainte par fluage noté K_{CR} ($K_{CR} = 2.0$ pour les éléments en pré-tension et 1.6 pour les éléments en post-tension). Cependant, le code IS1343 utilise un coefficient de fluage θ différent du coefficient de fluage ϕ utilisé par l'Eurocode 2: Part 1.1 et qui est défini par le rapport de la déformation du fluage finale $\varepsilon_{cr,ult}$ à la déformation élastique ε_{el} à l'âge du chargement et qui peut prendre des valeurs allant de 1.1 à 2.2. Cette multitude de coefficients a mené à des conceptions différentes des formules, ce qui a été traduit par des valeurs de pertes par fluage distinctes d'un code à l'autre.

Le calcul de la perte de précontrainte par retrait est assez simple dans les quatre codes. Les paramètres de conception requis se diffèrent d'un code à l'autre en gardant toujours la même forme comme suit : $\Delta\sigma_r = E_p \varepsilon_r$. Généralement cette perte de précontrainte est fonction de la déformation de retrait ε_r , ce qui explique la similitude et le rapprochement entre les pertes de précontrainte par retrait calculé par le code lui-même et celle calculé par le modèle déjà développé. Le retrait endogène (ε_{ca}) aboutit rapidement à sa valeur limite, contrairement au retrait de séchage qui peut être très long. Il est à noter donc que le retrait développé entre le coulage du béton et sa mise en tension n'a pas d'effet sur la précontrainte. Le BPEL1991 introduit une loi d'évolution du retrait $r(t_0)$ qui permet d'évaluer la valeur du retrait en fonction du temps t, il fait également intervenir dans le calcul de la valeur du retrait (ε_r) l'influence des paramètres de l'humidité relative ρ_h et les dimensions de la pièce r_m . L'Euro code 2: Part 1.1 tient compte aussi du rayon moyen de l'élément ($r_m = 2Ac/U$ ou Ac est la section et U le périmètre), donc des caractéristiques géométriques de la section de la poutre. L'ACI-318 introduit dans le calcul des pertes par retrait l'humidité relative HR, le rapport V/S ainsi que le coefficient K_{SH} . Sachant que ε_{SH} est la déformation de retrait, La perte de précontrainte ($\Delta\sigma_r$) due au retrait donnée par le code IS1343 est purement forfaitaire, elle résulte du produit $\Delta\sigma_r = E_p \varepsilon_{SH}$ tel que ε_{SH} et juste une fonction du temps sans tenir compte d'aucun autre coefficient ni paramètre. Les résultats prédits par les codes BPEL 91, ACI-318 et IS1343 sont proches l'un de l'autre, l'Euro code 2 : part1.1 prévoit la plus grande valeur parmi ces quatre codes. Cela est probablement causé par l'introduction des paramètres affectant directement le retrait tel que

l'humidité relative HR et le rapport volume/surface de la section, contrairement à l'Euro code 2 : part 1.1 qui n'utilise comme facteur que le rayon moyen r_m .

Les formules de calcul des pertes de précontraintes par relaxation pour ces codes sont basées sur la même approche théorique et sont fonction de la relaxation à 1000 heures (ρ_{1000}), la nature des aciers utilisés ($\mu = \frac{\tau_{pi}(x)}{f_{prg}}$ et μ_0) et du rapport de la contrainte dans les armatures de précontrainte. Le code BPEL 1991 tient compte des effets du retrait et du fluage du béton sur la relaxation en multipliant la perte de relaxation par une valeur de 5/6. Ces paramètres causent les petites différences de perte par relaxation de l'acier. Il est connu que L'Euro code 2 : Part 1.1 fournit des données numériques pour la relaxation maximale de l'acier après 1000 heures (en %), tandis que l'ACI-318 n'a pas des dispositions similaires. Le code IS1343 quant à lui exprime ces pertes en fonction de la résistance caractéristique de l'acier de précontrainte.

5.5.4 Mode par pré-tension

Pour le système en pré-tension, les pertes concernées par le calcul sont : perte par raccourcissement élastique, perte par fluage, perte par retrait et perte par relaxation des aciers. Le calcul se fait pour une poutre de précontrainte isostatique de section en I de 30 m de portée dont les caractéristiques géométriques et propriétés des matériaux sont représentées dans le tableau V.9. Cette poutre est armée aussi de 3 câbles de 12T15 classe 1860.

Le tracé des câbles est symétrique, il se compose de :

- ✓ Deux parties linaires AB et A'B' de 12 m de longueur chacune à partir des ancrages.
- ✓ Une partie droite horizontale BB' de 6 m de longueur.

L'excentrement du câble considéré passe à 0,15 m de la fibre inférieure en section médiane.

Elle est soumise aux mêmes actions que la poutre en post tension :

- ✓ Les actions permanentes $g = 0.1974$ MN/ml.
- ✓ Les surcharges d'exploitation $q = 0.728$ MN/ml.

Tableau V.9 : Caractéristique géométrique et propriétés des matériaux en pré-tension.

Géométrie				Matériaux		
L (m)	B (m ²)	I (m ⁴)	A _p (mm ⁴)	f _{c28} (MPa)	E _p (MPa)	E _s (MPa)
30	0.4636	0,0856	1800	35	190000	210000
v (m)	v' (m)	e ₀ (m)	i ² (m ²)	σ_{p0} (MPa)	F _{prg} (MPa)	F _{peg} (MPa)
0,4856	0,8819	0,710	0.2304	2880	1860	1600

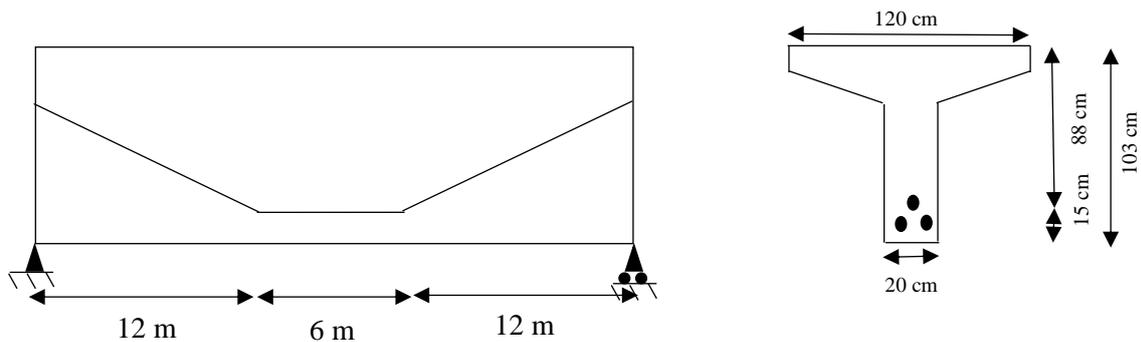


Figure V.17 : Tracé du câble en pré-tension dans une poutre en I.

Les pertes calculées en pré-tension sont regroupées dans le tableau suivant :

Tableau V.10 : Valeurs des pertes en pré-tension pour les différents codes.

		BPEL 1991	Eurocode	ACI-318	IS1343
$\Delta\sigma_{del}$	MPa	153.79	155.81	175.59	166.75
	(%)	5.34	5.41	6.09	5.79
$\Delta\sigma_{fl}$	MPa	359.71	355.11	399.45	394.85
	(%)	12.49	12.33	13.87	13.71
$\Delta\sigma_r$	MPa	142.85	166.46	174.53	143.42
	(%)	4.96	5.78	6.06	4.98
$\Delta\sigma_{rl}$	MPa	190.37	141.41	116.35	156.09
	(%)	6.61	4.91	4.04	5.42
$\Delta\sigma_{tot}$	MPa	846.72	818.78	865.73	861.12
	(%)	29.4	28.43	30.06	29.9

La figure V.18 représente les pertes totales par pré-tension dans la poutre en forme de I

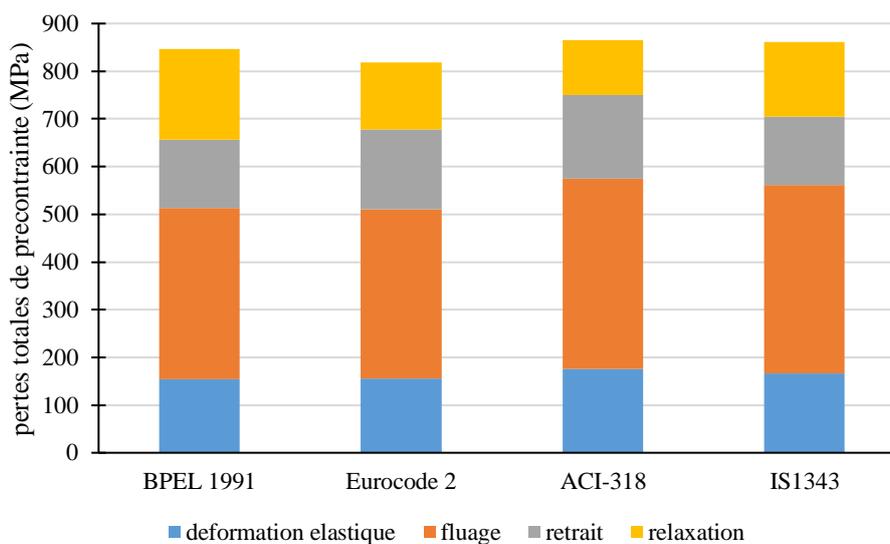


Figure V.18 : Pertes totales de précontrainte par pré-tension (MPa).

5.5.5 Comparaison des pertes pour les deux modes

La comparaison entre les deux pertes totales en mode post-tension et en mode pré-tension est illustrée sur la figure V.19. Les pertes totales calculées après transfert de la précontrainte pour la méthode de post-tension sont inférieures à celles calculées pour la méthode de pré-tension comme le montre la figure V.19. Le retrait calculé en mode post-tension est inférieur à celui calculé en mode pré-tension comme indiqué dans les figures V.20 et V.21 respectivement. Cela est dû au fait que l'effet du retrait de béton avant transfert de la précontrainte n'est pas pris en compte dans le cas de post-tension.

Les valeurs calculées les plus élevées de la perte par retrait, fluage et par la déformation élastique par le code ACI-318 provoquent la perte de précontrainte totale la plus élevée en mode pré-tension. Par exemple, la perte de précontrainte par retrait, fluage et par déformation élastique étaient 174 MPa, 399 MPa et 175 MPa respectivement. En revanche, Il semble que le même code ACI-318 sous-estime les pertes totales de précontrainte en mode post tension. Bien que le code ACI-318 soit une méthode très simple pour prédire les pertes, Ce dernier donne une valeur constante de fluage qui est indépendante de l'humidité relative ou du rapport volume/surface. D'où Il n'est pas possible de conclure quelle méthode de ces deux modes ni quel code de calcul donne la prédiction la plus précise sans corrélation directe avec des données in-situ.

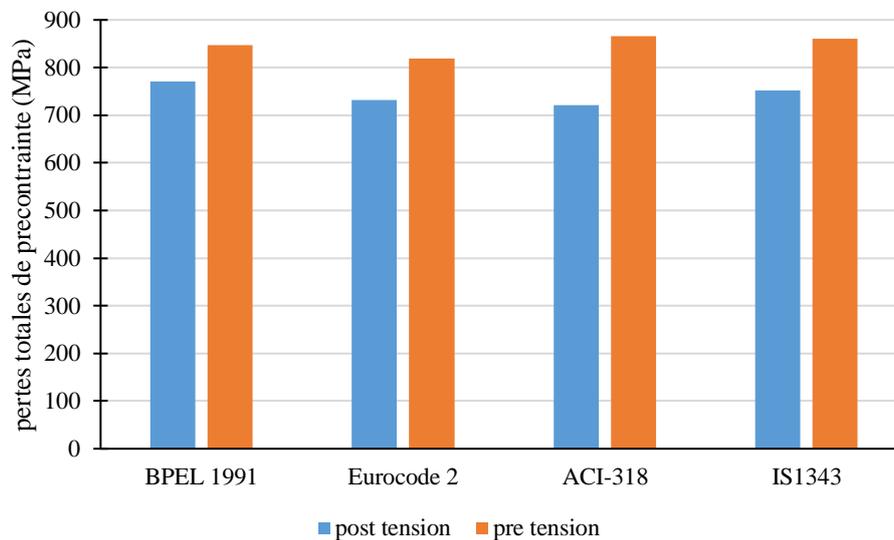


Figure V.19 : Comparaison des pertes totales de précontrainte en post tension et en pré-tension.

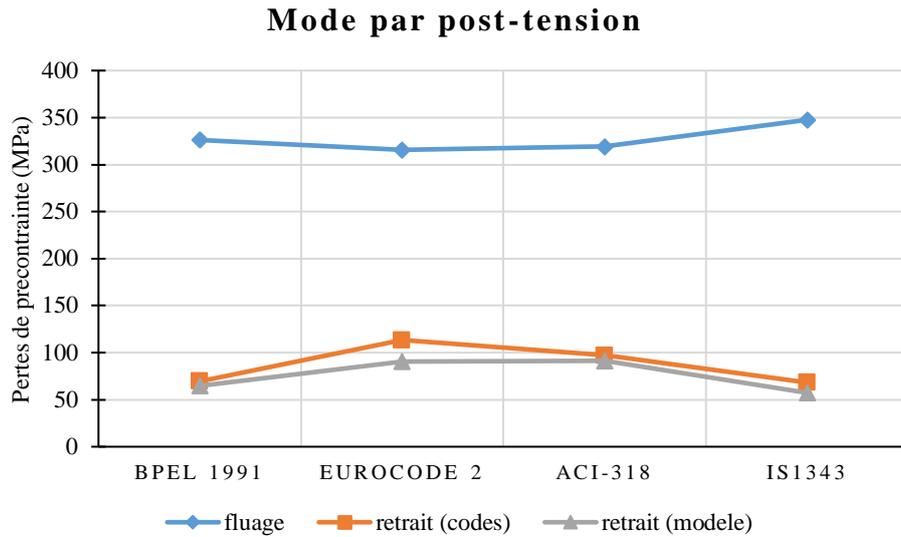


Figure V.20 : Pertes de précontrainte due au fluage et au retrait en post-tension pour différents codes.

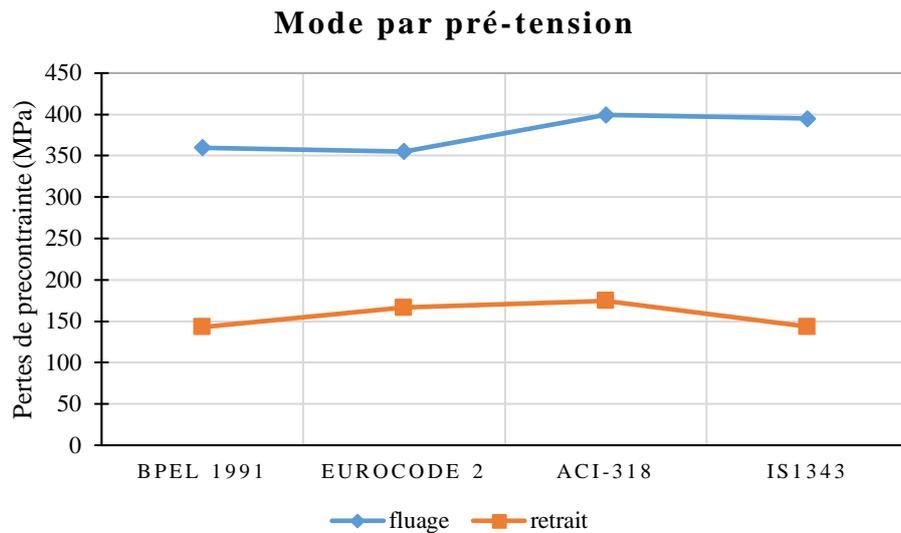


Figure V.21 : Pertes de précontrainte due au fluage et au retrait en pré-tension pour différents codes.

5.6 Conclusion

Le code est le cahier des charges de chaque produit ou matériau nécessaire pour réaliser une étude, calcul, ou justification. Plus un code introduit des facteurs influençant le phénomène à étudier, plus l'utilisation du code est élevée. La commercialisation des produits mondiaux tel que les bétons précontraints se fait par la disponibilité des règlements régissant le domaine. Les

codes américains et français sont les plus répandus du fait de leur langage et de leur exhaustivité des produits. La plupart de ces codes ne sont pas complètement différents les uns des autres, car il y a des certaines particularités ou certains paragraphes qui sont modifiés et ils sont le résultat des circonstances particulières.

CONCLUSION GÉNÉRALE

6 CONCLUSION GENERALE

On entend par retrait de séchage, les déformations spontanées des matériaux hydrauliques qui interviennent après le démoulage. Ce dernier est affecté par un nombre important de facteurs. Il a été conclu que certains paramètres ont une influence beaucoup plus importante sur les déformations de retrait du béton que d'autres.

L'objectif principal de ce travail était de développer un modèle prédictif simplifié avec moins de facteurs affectant le retrait de séchage des bétons structuraux, notamment pour les bétons normaux et à hautes performances, afin de prédire le taux de déformation lors du durcissement. Ce modèle développé est très simple et facile à utiliser et il présente l'avantage de ne contenir que deux paramètres par rapport aux paramètres nécessaires par d'autres modèles. Ce modèle peut facilement décrire le retrait de séchage des bétons avec plus de précision puisque le retrait dépend fortement de la dessiccation, bien qu'il présente en plus l'avantage de pouvoir apprécier le temps nécessaire pour atteindre une déformation de retrait donnée. Le modèle développé s'applique pratiquement à la gamme des bétons conventionnels et à ceux de haute performance.

La perte de précontrainte est un phénomène lié au béton précontraint. Le comportement différé des bétons tels que le fluage et le retrait font partie des principales causes de ces pertes.

Le retrait est le raccourcissement du béton en raison de la perte d'eau qui se traduit par une perte de précontrainte. Après un taux initial élevé de retrait de séchage, le béton précontraint continue de rétrécir pendant une longue période de temps, mais avec un rythme continuellement décroissant. Généralement, le retrait de séchage est inversement proportionnel au rapport volume/surface et à l'humidité relative HR.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

7 REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUE

1. Brahma A (1992) Le béton. Acad Publ Off Univ Saad Dahleb, Blida, Alger 130
2. Vénuat M (1976) LA PRATIQUE DES CIMENTS ET DES BETONS.
3. Rossi P (1988) Fissuration du béton: du matériau à la structure-Application de la mécanique linéaire de la rupture
4. Le Roy R (1995) Déformations instantanées et différées des bétons à hautes performances
5. Aïtcin P-C, Neville A, Acker P (1998) Les différents types de retrait du béton. Bull des ponts chaussees 41–52
6. Acker P (1988) Comportement mécanique du béton: apports de l'approche physico-chimique
7. Vernet C (1992) Petit menento de la chimie des ciments. La durabilité des bétons, édité par JP Ollivier J Baron, Press FENPC
8. Granger L (1996) Comportement différé du béton dans les enceintes de confinement de centrales nucléaires, analyse et modélisation d'ouvrage
9. VENUAT M (1973) LES CENDRES VOLANTES ET LEURS UTILISATIONS DANS LES CIMENTS ET LES BETONS
10. Cated (1999) Fissuration Causes, prévention et traitement des fissures
11. Aïtcin PC (2001) Bétons Haute Performance, éditions Eyrolles
12. Buil M (1979) Contribution à l'étude du retrait de la pâte de ciment durcissante. RAPP RECH LPC
13. Boucherit D (2002) Etude comparative des pertes de précontrainte par différents codes
14. Gagné R (2000) Durabilité et réparations du béton. Sherbrooke Notes cours, Univ Sherbrooke
15. BOUKENDAKDJI M (2000) Cours : Technologie du Béton
16. Neville AM, Brooks JJ (1987) Concrete technology. Longman Scientific & Technical England
17. BERTHIER RM, RM B (1980) Physique des bétons et des Aciers pour Ouvrages en Béton Précontraint
18. De Larrard F (2000) Structures granulaires et formulation des bétons. Laboratoire central des ponts et chaussées
19. Shh SP, Krguller ME, Sarigaphuti M (1992) Effects of shrinkage-reducing admixtures on restrained shrinkage cracking of concrete. Mater J 89:289–295
20. Shoya M, Sugita M (1989) Application of special admixture to reduce shrinkage cracking of air dried concrete. Hachinohe Inst Technol Hachinohe, Japan 1:
21. Miao B (1988) Effets mecaniques dus au retrait de dessiccation du beton

22. Détriché CH (1996) La maîtrise de la fissuration précoce: conditions de la durabilité des ouvrages in «La durabilité des bétons»(J. Baron/JP Ollivier). Collect l'ATILH, Press l'École Natl des Ponts Chaussées 107–128
23. Wittmann FH, Lunk P, Müller T (1998) Feuchtigkeits-und Ionentransport in gerissenen Stahlbetonteilen: Forschungsauftrag 85/90 auf Antrag der Arbeitsgruppe Brückenforschung
24. (CEB) CE-I du B-D concrete structures-design guide (1992) Bulletin d'information n. 183
25. Rossi P (1989) Coupling between the crack propagation velocity and the vapour diffusion in concrete. *Mater Struct* 22:91–97
26. Bazant ZP (1986) 4th RILEM International Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete Mathematical Modeling. *Mater Struct* 19:459
27. Bažant ZP, Kim J-K (1991) Consequences of diffusion theory for shrinkage of concrete. *Mater Struct* 24:323–326
28. REGOURD M (1982) LE BETON HYDRAULIQUE-CONNAISSANCE ET PRATIQUE-6EME PARTIE: DURABILITE; CHAPITRE 29: LA RESISTANCE DU BETON AUX ALTERATIONS PHYSIQUES ET CHIMIQUES
29. Folliot A, Buil M (1982) La structuration progressive de la pierre de ciment. *Le Bét Hydraul Connaiss Prat*
30. Sierra R (1974) CONTRIBUTION A L'ETUDE DE L'HYDRATATION DES SILICATES CALCIQUES HYDRAULIQUES. *Rapp Rech*
31. Feldman RF, Sereda PJ (1968) A model for hydrated Portland cement paste as deduced from sorption-length change and mechanical properties. *Matériaux Constr* 1:509–520
32. Lea FM (1991) *The chemistry of cement and concrete*, Third Edit. Edward Arnold
33. Baron J, Olivier JP, Weiss JC (1997) *Les ciments courants. Les bétons, bases données pour leur Formul Ed Eyrolles* 806:
34. ABIAR G (1986) Cinétique de dessiccation et déformations différées du béton (analyse et modélisation). THESE Present POUR OBTENIR LE GRADE DOCTEUR L'ECOLE Natl DES PONTS CHAUSSEES
35. Comolet R (1963) *Mécanique expérimentale des fluides: Dynamique des fluides reels turbomachines*. Masson
36. Welty JR, Wilson RE (1976) *CE Wicks Fundamentals of momentum. Heat Mass Transf Ed J Wiley Sons Nueva York*, EUA 202–219
37. L'Hermite R (1955) *Idées actuelles sur la technologie du béton. La Documentation technique du batiment et des travaux publics*
38. Alou F, Ferraris CF, Wittmann FH (1987) *Etude expérimentale du retrait du béton. Mater Struct* 20:323–333
39. Bažant ZP, Kim J-K, Panula L (1991) Improved prediction model for time-dependent deformations of concrete: Part 1-Shrinkage. *Mater Struct* 24:327–345
40. Gardner NJ (1999) *Considerations in developing design provisions for shrinkage and*

- creep of concrete. *Rev française génie Civ* 3:91–111
41. Gardner NJ, Zhao J-W (1993) Creep and shrinkage revisited. *Mater J* 90:236–246
 42. Bazant ZP, Baweja S (2000) Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures: Model B3. *ACI Spec Publ* 194:1–84
 43. A C I (American Concrete Institute) (1992) Prediction of creep, shrinkage, and temperature effects in concrete structures. *ACI* 209R-92
 44. Gardner NJ, Lockman MJ (2001) Design provisions for drying shrinkage and creep of normal-strength concrete. *ACI Mater J* 98:159–167. <https://doi.org/10.14359/10199>
 45. MC90 C (1993) Comité euro-international du béton-fédération internationale de la précontrainte (CEB-FIP), model code 90 for concrete structures
 46. Bažant ZP, Baweja S (1996) Short form of creep and shrinkage prediction model B3 for structures of medium sensitivity. *Mater Struct* 29:587–593
 47. International Federation for Structural Concrete (2012) fib Model Code 2010—Final Draft 1 and 2. *fib Bull* 65–66:350–374s
 48. FI du Béton (1999) Structural concrete—textbook on behaviour, design and performance. Updated knowledge of the CEB/FIP Model Code 1990. *Bulletin* 35–52
 49. Taylor MR, Lydon FD, Barr BIG (1996) Mix proportions for high strength concrete. *Constr Build Mater* 10:445–450
 50. Howells RW (2001) Creep of high strength concrete. Undergrad Final Year Proj Submitt to Div Civ Eng Sch Eng Univ Wales, Cardiff
 51. Bazant ZP, Li G-H (2008) Comprehensive database on concrete creep and shrinkage. *ACI Mater J* 105:635–637
 52. Bažant ZR, Li GH (2008) Unbiased statistical comparison of creep and shrinkage prediction models. *ACI Mater J* 105:610–621. <https://doi.org/10.14359/20203>
 53. Gourdan A, Boumahrat M (1993) Méthodes numériques appliquées office de publication universitaire
 54. Spiegel M (1981) Probabilités et statistique
 55. Oger R, Saporta G (1991) Probabilités, Analyse des Données et Statistique. *Biometrics* 47:783. <https://doi.org/10.2307/2532171>
 56. RILEM Technical Committee TC-242-MDC (Zdeněk PB chair) (2015) RILEM draft recommendation: TC-242-MDC multi-decade creep and shrinkage of concrete: material model and structural analysis*: Model B4 for creep, drying shrinkage and autogenous shrinkage of normal and high-strength concretes with multi-decade applicability. *Mater Struct Constr* 48:753–770. <https://doi.org/10.1617/s11527-014-0485-2>
 57. Afroughsabet V, Teng S (2020) Experiments on drying shrinkage and creep of high performance hybrid-fiber-reinforced concrete. *Cem Concr Compos* 106:103481. <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2019.103481>
 58. Afroughsabet V, Biolzi L, Ozbakkaloglu T (2017) Influence of double hooked-end steel fibers and slag on mechanical and durability properties of high performance recycled aggregate concrete. *Compos Struct* 181:273–284.

<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.08.086>

59. Amran YHM (2020) Influence of structural parameters on the properties of fibred-foamed concrete. *Innov Infrastruct Solut* 5:16. <https://doi.org/10.1007/s41062-020-0262-8>
60. Labbé S, Lopez M (2020) Towards a more accurate shrinkage modeling of lightweight and infra-lightweight concrete. *Constr Build Mater* 246:118369. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.118369>
61. Güneş E, Gesolu M, Özbay E (2010) Strength and drying shrinkage properties of self-compacting concretes incorporating multi-system blended mineral admixtures. *Constr Build Mater* 24:1878–1887. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2010.04.015>
62. Gupta N, Siddique R (2020) Sulfate Resistance and Drying Shrinkage of Self-Compacting Concrete Incorporating Copper Slag. *J Mater Civ Eng* 32:04020389. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)mt.1943-5533.0003501](https://doi.org/10.1061/(asce)mt.1943-5533.0003501)
63. Al-Saleh SA (2014) Comparison of theoretical and experimental shrinkage in concrete. *Constr Build Mater* 72:326–332. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2014.06.050>
64. McDonald DB, Brooks JJ, Burg RG, et al (2014) Report on Factors Affecting Shrinkage and Creep of Hardened Concrete Reported by ACI Committee 209. *Am Concr Inst ACI* 209.1:1–12
65. Bažant ZP (2001) Prediction of concrete creep and shrinkage: Past, present and future. *Nucl Eng Des* 203:27–38. [https://doi.org/10.1016/S0029-5493\(00\)00299-5](https://doi.org/10.1016/S0029-5493(00)00299-5)
66. Sakata K, Shimomura T (2004) Recent progress in research on and code evaluation of concrete creep and shrinkage in Japan. *J Adv Concr Technol* 2:133–140. <https://doi.org/10.3151/jact.2.133>
67. Vinkler M, Vitek JL (2017) Drying shrinkage of concrete elements. *Struct Concr* 18:92–103. <https://doi.org/10.1002/suco.201500208>
68. Gaylard PC, Ballim Y, Fatti LP (2013) A model for the drying shrinkage of South African concretes. *J South African Inst Civ Eng* 55:45–59
69. European Union (2004) Eurocode 2: Design of Concrete Structures - Part 1-1 : General Rules and Rules for Buildings. *Br Stand Inst* 1:124–132
70. Bažant ZP, Havlásek P, Jirásek M (2014) Microprestress-solidification theory: Modeling of size effect on drying creep. In: *Computational Modelling of Concrete Structures - Proceedings of EURO-C 2014*. pp 749–758
71. Le Delliou P (2003) *Béton précontraint aux Eurocodes*. Presses Universitaires Lyon
72. ROBERT C (1992) *La précontrainte*
73. Antoine EN (2004) *Prestressed Concrete Analysis and Design*. *Fundam USA* 1–1072
74. Boukendakdji M, Touahmia M, Achour M (2017) Comparative Study of Prestress Losses. *Eng Technol Appl Sci Res* 7:1633–1637
75. Gilles CAUSSE, Emmanuel BOUCHON PC (2015) *BETON PRECONTRAINTE Support de cours*. paris
76. Raju NK (2018) *Prestressed Concrete*, 6e. McGraw-Hill Education

77. Dreux G, Mazars J, Rimboeuf M (1984) COURS PRATIQUE DE BETON PRECONTRAINTE-REGLES BPEL
78. Yazid MA (2005) Béton précontraint. Bechar
79. SATDI G (2002) Cours : Modèle Général Linéaire. Institut National de Statistique et de Planification, Alger
80. MECHEBBEK M. BB (1996) Modèles Statistiques de Prévion d'Apports du Sous Bassin Versant de l'Oued et Abd. Université Saad-BAHLAB Blida
81. ILS M (1982) Théorie et Applications de la Statistique. Groupe McGraw-Hill
82. Lebreton J-D, Jolivet E (1982) Modèles dynamiques déterministes en biologie. Masson
83. Bourbonnais R (2003) Econométrie. Dunod
84. Naaman AE (2012) Prestressed concrete analysis and design: Fundamentals. McGraw-Hill New York

ANNEXE

A. ANNEXE A

A.1 Modélisation des paramètres du modèle

Dans le but de modéliser les paramètres a, b et c du modèle, nous faisons intervenir conjointement les facteurs les plus influents, à savoir : l'humidité relative (HR) et les dimensions de la pièce de béton V/S (rapport volume d'éprouvette /surface exposé à l'air). Leurs modélisations ont été possibles grâce à la régression multiple.

A.1.1 Présentation du modèle de régression

La régression est un outil statistique qui utilise une relation mathématique entre deux variables ou entre une variable et plusieurs autres variables, et qui, à l'aide de cette relation, fait l'étude des variations d'une variable « y » connaissant les variations des autres variables « x_i ». La première variable est appelée « *variable dépendante* » (ou encore variable Endogène) et les autres variables sont appelées « *variables indépendantes* » (ou encore variables Exogènes).

Dans les domaines les plus variés de la physique, de la technique, de l'économie, on s'intéresse fréquemment à un phénomène y (variable expliquée) dépendant d'un ou plusieurs facteurs explicatifs x₁, x₂, ..., x_p. On cherche à donner la relation qui existe entre une variable expliquée « y » et une ou plusieurs variables explicatives « x_i », et permet en outre de donner les variations de la variable expliquée à partir des variables explicatives.

Par régression, on entend donc un modèle mathématique tendant à expliquer la variabilité d'un phénomène mesurable par celles d'autres facteurs également mesurables et choisis par leur valeur explicative [79].

Le modèle théorique s'écrit sous la forme suivante :

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i \quad i = 1 \dots N \quad (\text{A. 1})$$

Où, k : nombre de variables explicatives

N : nombre d'observations

ε_i : erreur

β_0, \dots, β_k : paramètres inconnus du modèle dont on cherche à calculer les valeurs numériques correspondantes.

A.1.2 Estimation des paramètres

Pour identifier les paramètres du modèle, les résultats des tests donnés par Bazant [52] ont été utilisés. Ces séries d'essais portent sur 35 échantillons cylindriques de diamètre 160 mm et 36 échantillons cylindriques de diamètre 83 mm. De plus, trois échantillons cylindriques de 300 mm de diamètre sont également mesurés. La longueur de tous les cylindres est le double de leur diamètre.

La méthode la plus appropriée et la plus simple pour estimer les paramètres des modèles linéaires est la méthode des moindres carrés [79]. Cette méthode consiste à minimiser les différences entre la droite de régression et la variable expliquée « y ». En d'autres termes, elle minimise la somme des carrés aussi appelée la «somme des carrés des résidus» notée « SCR ».

$$SCR = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 \quad (A. 2)$$

avec, $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$: erreur commise au point t entre la valeur mesurée et la valeur calculée.

L'estimation $\hat{\beta}$ est la valeur de β qui rend minimale l'expression (A. 2)

$$y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{1i} + \hat{\beta}_2 x_{2i} + \dots + \hat{\beta}_k x_{ki} + \varepsilon_i \quad (A. 3)$$

La forme matricielle de cette expression est :

$$y_N = X_{Nk} \cdot \hat{\beta}_k + \varepsilon_N \quad (A. 4)$$

La résolution de système (équation A. 4) permet de déterminer l'estimateur $\hat{\beta}$.

$$\hat{\beta} = (X' \cdot X)^{-1} X' \cdot Y \quad (A. 5)$$

A.1.3 Evaluation des modèles

Il est fréquent qu'on utilise en parallèle plusieurs variantes d'un modèle théorique, le problème consiste alors à juger la validité des différents modèles estimés. Cette validité est réalisable à l'aide des critères de décision suivants [80]:

A.1.3.1 Ecart type

L'écart type est une caractéristique de dispersion qui permet d'estimer dans quelle mesure les observations (ou les valeurs) s'écartent les unes des autres ou s'écartent de leur valeur centrale [81].

L'écart type est évalué comme suit :

$$\text{Ecart type} = \sigma = \sqrt{\text{VAR}} \quad (\text{A. 6})$$

Où, VAR : est la variance, qui a son tour est donnée par la formule suivante :

$$\text{VAR} = \frac{1}{N} \sum_i^k (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{avec} \quad \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_i^k x_i \quad (\text{A. 7})$$

A.1.3.2 Coefficient de détermination R^2

Le coefficient de détermination est défini par la relation suivante :

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_t - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^N (y_t - \bar{y})^2} \quad (\text{A. 8})$$

Notons que R^2 ne renseigne pas sur la précision des coefficients de régression, mais uniquement sur la dispersion autour de la droite des points représentatifs des données. Ce coefficient est proche de la valeur absolue de **1** lorsqu'une large part de la variance de y est expliquée par le modèle.

A.1.3.3 Coefficient de détermination ajusté \bar{R}^2

Soit \bar{R}^2 le coefficient de détermination ajusté du nombre de degrés de liberté, il est défini par l'équation ci-après :

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{N-1}{N-k} (1 - R^2) \quad (\text{A. 9})$$

Ce coefficient facilite la comparaison entre plusieurs régressions de la même variable expliquée ceci, lorsque ces régressions varient suivant le nombre de variables explicatives ou par la taille de l'échantillon. Le modèle le mieux adapté est celui qui a le coefficient \bar{R}^2 le plus élevé.

A.1.3.4 Tests sur la qualité des estimateurs

A.1.3.4.1 Test de Student

C'est un test de signification portant sur un élément β_i de β . Il permet de connaître l'influence de la variable explicative x_i sur la variable dépendante y . Il repose sur les deux hypothèses suivantes [80, 82] :

$H_0 : \beta_i = 0 \longrightarrow$ Hypothèse de base
 $H_1 : \beta_i \neq 0 \longrightarrow$ Hypothèse alternative

Ce test est basé sur la statistique de student :

$$T_{student} = \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{S(\hat{\beta}_i)} \quad (\text{A. 10})$$

où, β_i est l'estimateur de $\hat{\beta}_i$ et $S(\hat{\beta}_i)$ est l'estimateur de l'écart type.

Sous l'hypothèse de H_0 , $T_{Student}$ suit une loi de Student à $(N - k)$ degré de liberté à un niveau de risque α .

Si $T_{Student} < T_{Student}(N - k, \alpha) \longrightarrow$ on accepte H_0 , le coefficient $\beta_i = 0$

Si $T_{Student} > T_{Student}(N - k, \alpha) \longrightarrow$ on rejette H_0 , le coefficient $\beta_i \neq 0$

La valeur $T_{Student}(N - k, \alpha)$ est relative à la distribution de Student $(N - k)$ degrés de liberté et un niveau de risque α .

A.1.3.4.2 Test de Fisher :

Le test de Fisher est un test d'évaluation globale, il permet de savoir si l'ensemble des variables explicatives « x_i » permet de bien expliquer « y ».

La statistique de ce test est la suivante :

$$T_{Fisher} = \frac{\frac{R^2}{k-1}}{\frac{1-R^2}{N-k}} \quad (\text{A. 11})$$

Cette statistique a une distribution de Fisher à $(k-1)$ et $(N-k)$ degrés de liberté avec un seuil de risque « α ».

Les règles de décision de ce test sont :

Si $T_{Fisher} < T_{Fisher}(k-1, N - k) \longrightarrow$ on décide que le modèle n'est pas globalement significatif.

Si $T_{Fisher} > T_{Fisher}(k-1, N - k) \longrightarrow$ on décide que le modèle est significatif .

A.1.4 Test du modèle

Le degré de validité d'un modèle de régression s'appuie sur les conditions suivantes [80, 83]:

- Le \bar{R}^2 doit être le plus élevé possible.
- Les tests de Student et de Fisher doivent fournir des résultats acceptables.
- Les écarts-type des coefficients doivent être les plus faibles par rapport aux valeurs estimées des coefficients.

A.1.5 Méthode de Marquardt-Levenberg

Les méthodes d'optimisation consistent à former une suite $x(0), x(1), \dots, x(m)$ convergeant vers un optimum local de ψ en partant d'un point de départ $x(0) \in \mathbb{R}^m$.

A chaque étape de k , $x(k+1)$ est définie par :

$$x(k+1) = x(k) + \lambda(k).d(k) \quad (\text{A. 12})$$

Où, $d(k)$: direction de déplacement, choisie, de façon qu'elle soit une direction de descente.

$\lambda(k)$: pas de déplacement.

ψ est une fonction réelle de m variables réelles x_1, \dots, x_m chacune de ces valeurs pouvant prendre n'importe quelle valeur dans \mathbb{R} .

$$\begin{array}{lcl} \text{Soit} & \psi : \mathbb{R}^m & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longrightarrow & \psi(x) = \psi(x_1, \dots, x_m) \end{array}$$

On cherche à résoudre :

$$\begin{cases} \text{Min } \psi(x) \\ x \in \mathbb{R}^m \end{cases}$$

L'Hessien de $\psi(x)$ s'écrit sous la forme suivante :

$$\nabla^2 \psi(x) = 2.E^T(x).E(x) + 2 \sum_{i=1}^n f_i(x). \nabla^2 f_i(x) \quad (\text{A. 13})$$

Dans le cas où $\|f\|$ et / ou $\|\nabla^2 f\|$ tend vers zéro ; le terme

$$\sum_{i=1}^n f_i(x). \nabla^2 f_i(x) \text{ est négligé (méthode de Gauss Newton).}$$

Le système à résoudre à chaque étape k devient alors :

$$E^T(x(k)).E(x(k)).[x(k+1) - x(k)] = E^T(x(k)).F(x(k)) \quad (\text{A. 14})$$

Où, le vecteur $F = (f_1, f_2, \dots, f_n)$, et $E^T(x(k))$ est la transposée de la matrice jacobéenne du vecteur F au point $x(k)$.

La méthode de Marquardt – Levenberg traite le problème de la singularité possible de $E^T.E$ définie positive, une matrice multiple à la matrice identité est rajoutée à $E^T.E$, soit :

$$A = E^T.E + \lambda .Id \quad (A. 15)$$

Où, λ est un scalaire positif choisi minimal avec la contrainte que A est forcée à devenir positive (pour une valeur de λ grande on retrouve la méthode du gradient).

D'où le système linéaire à résoudre à chaque étape :

$$A(x(k)). [x(k+1) - x(k)] = - E^T(x(k)). F(x(k)) \quad (A.16)$$

La formule itérative est du type :

$$x(k+1) = x(k) + \mu(k). [x(k+1) - x(k)] \quad (A. 17)$$

le réglage du facteur $\lambda(x)$ s'effectue au cours du processus de factorisation de la matrice $E^T.E$ par la méthode de Cholesky.

Généralement, on détermine une approximation du scalaire $\mu(k)$ à partir de l'algorithme suivant :

- 1) on pose $T = x(k+1) - x(k)$ (i)
- 2) Si $\psi(x(k) + \alpha.T) < \psi(x(k))$ (ii) alors : $x(k+1) = x(k) + \alpha.T$
- 3) Sinon $\alpha = \alpha./ 2$ retour à (ii) (iii)

B. ANNEXE B

B.1 Le règlement BPEL91

B.1.1 Généralité

Comme tous les codes internationaux modernes, les règlements français BPEL91 sont des règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton précontraint suivant la méthode des états limites. Les données de base (valeurs des actions à prendre en compte, performances mécaniques des matériaux mis en œuvre, etc.) de la justification d'une structure étant des grandeurs aléatoires, une sécurité absolue ne peut être assurée.

Partant de cette remarque, la réglementation actuelle propose la démarche suivante :

- Recherche des phénomènes à éviter (par exemple : fissuration, déformations excessives, vibrations, plastification locale des matériaux, ruine).
- Analyse des conséquences de chacun de ces phénomènes (par exemple : inconfort, diminution de la durée de vie escomptée des ouvrages, risques pour les usagers).
- Définition de critères de sécurité réduisant plus la probabilité d'occurrence de ces phénomènes que les conséquences de leur apparition sont plus grave.

En pratique, à chaque phénomène à éviter correspond un état-limite. Selon la gravité des risques qui leurs sont associés, ces états-limites se rangent en deux grandes catégories : les états limites de service (ELS) et les états-limites ultimes (ELU).

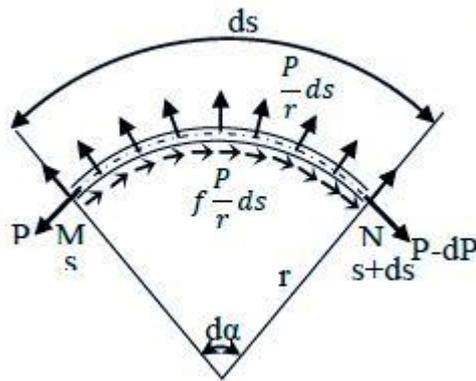
- Vis-à-vis des ELS, on admet que les matériaux se comportent élastiquement.

- Vis-à-vis des ELU, au contraire, on accepte généralement qu'ils entrent dans leur domaine de fonctionnement plastique. [78]

B.1.2 Les pertes selon le règlement BPEL 91

B.1.2.1 Par frottement

Considérons un tronçon MN de câble courbe, de longueur ds , compris entre les abscisses curvilignes s et $s+ds$.



.Figure B.1: Frottement et réaction en courbe.[75]

Le tronçon de câble MN est en équilibre sous l'effet :

- De la force de tension P en point M, tangente en M au tracé.
- De la force de tension P-dP en point N, tangente en N au tracé.
- Des forces de contact que le béton exerce sur le câble entre M et N (par l'intermédiaire de la conduite).

Ces forces de contact réparties ont une composante normale $\frac{P}{r} ds$ et une composante tangente $f \frac{P}{r} ds$. (r désignant le rayon de courbure du tracé et f coefficient de frottement du câble sur sa conduite).

Si on néglige les termes du 2^{ème} ordre, l'équilibre en projection sur la tangente en N donne :

$$dP = -f \frac{P}{r} ds \tag{B.1}$$

Etant donné que, $\frac{ds}{r} = d\alpha$, on a l'équation différentielle :

$$\frac{dP}{P} = -f d\alpha \tag{B.2}$$

D'où, par intégration de l'équation B.2 :

$$P(\alpha) = P_0 e^{-f\alpha} \tag{B.3}$$

Où P_0 : La tension à l'origine.

$P(\alpha)$: La tension en un point quelconque situé sur le tracé à une déviation angulaire α (en radians) à partir de l'origine.

La variation de tension dans un câble, sous l'effet des déviations parasites en fonction de la longueur projetée x :

$$P(x) = P_0 e^{-\varphi x} \quad \text{ou en contraintes} \quad \sigma_p(x) = \sigma_{p0} e^{-\varphi x} \quad (\text{B.4})$$

Dans la section d'abscisse x , la variation de tension dans un câble par frottement totale est :

$$P(x) = P_0 \left[e^{-(f\alpha + \varphi x)} \right] \quad \text{ou en contrainte} \quad \sigma_p(x) = \sigma_{p0} \left[e^{-(f\alpha + \varphi x)} \right] \quad (\text{B.5})$$

En pratique, compte tenu des faibles valeurs de l'exposant $-(f\alpha + \varphi x)$, on peut linéariser l'expression $\sigma_p(x)$ en ne conservant que les deux premiers termes du développement en série de e^x , la formule devient alors :

$$\sigma_p(x) \approx \sigma_{p0} [1 - (f\alpha + \varphi x)] \quad (\text{B.6})$$

Dans la section d'abscisse x , la perte de tension dans un câble par frottement totale $\Delta\sigma_\varphi(x)$

$$\text{est :} \quad \Delta\sigma_\varphi(x) = \sigma_{p0} (f\alpha + \varphi x) \quad (\text{B.7})$$

➤ Valeurs des coefficients du frottement

Pour les câbles constitués de fils ou de torons, on peut lorsque les armatures sont huilées et que les conduits (gaines ou tubes métalliques) sont en bon état, utiliser les valeurs moyennes des coefficients données dans le tableau B.1 ci-dessus, où R représente le rayon de courbure (en m) du tracé.

B.1.2.2 Par recul d'ancrage

Cette perte de tension résulte du glissement de l'armature par rapport à son ancrage, du tassement ou de la déformation de l'ancrage. Son influence diminue à partir de l'ancrage jusqu'à ce qu'il s'annule à une distance (d).

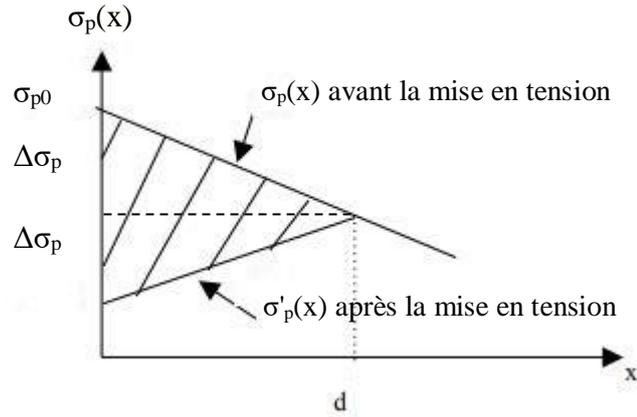


Figure B.2 : Avant et après la mise en tension. [77]

- Avant rentrée d'ancrage, la tension à l'abscisse x est donnée par la formule :

$$\sigma_p(x) = \sigma_{p0} \left[e^{-(f\alpha + \varphi x)} \right] \approx \sigma_{p0} [1 - (f\alpha + \varphi x)] \quad (\text{B.8})$$

Qui s'écrit encore : $\sigma_p(x) = \sigma_{p0} \left[e^{-K(x)} \right]$ avec $K(x) = (f\alpha + \varphi x)$ (B.9)

L'allongement relatif de l'armature, à l'abscisse x , est égal : $\varepsilon_p(x) = \frac{\sigma_p(x)}{E_p}$ (B.10)

- Après rentrée d'ancrage, la tension à l'abscisse x avec ($x < d$) n'est plus que :

$$\sigma'_p(x) = \sigma_p(d) e^{[-k(d) + k(x)]} \quad (\text{B.11})$$

Et l'allongement :

$$\varepsilon'_p(x) = \frac{\sigma'_p(x)}{E_p} \quad (\text{B.12})$$

On peut écrire que g est la somme des pertes d'allongement $[\varepsilon_p(x) - \varepsilon'_p(x)] dx$ des tronçons dx entre 0 et d , soit:

$$g = \int_0^d [\varepsilon_p(x) - \varepsilon'_p(x)] dx = \frac{1}{E_p} \int_0^d [\sigma_p(x) - \sigma'_p(x)] dx \quad (\text{B.13})$$

L'intégrale figurant dans l'équation B.13 représente l'aire hachurée sur la figure B.2 ci-dessus. L'équation B.13 compte tenu de l'équation B.11 et B.12, permet de calculer d , donc $\sigma'_p(x)$ ou, ce qui revient au même, la perte par rentrée d'ancrage :

$$\Delta\sigma_g(x) = \sigma_p(x) - \sigma'_p(x) \quad (\text{B.14})$$

B.1.2.3 Par déformation instantanée

➤ En post tension

La perte dans chaque câble peut être calculée en séquence progressive. Sinon, une approximation peut être utilisée pour calculer les pertes. La perte du premier câble est évaluée avec précision et la moitié de cette valeur est utilisée comme perte moyenne pour tous les câbles.

$$\Delta\sigma_{racc}(x) = \frac{n-1}{2n} \sigma_b(x) \frac{E_p}{E_{ij}} \quad (\text{B.15})$$

Avec :

n : nombre des gaines.

E_p : module d'élasticité des armatures.

E_j : module instantané normal du béton au jour j .

$\sigma_b(x)$: contrainte normale du béton.

➤ En pré-tension

Pour calculer les pertes instantanées élastiques $\Delta\sigma_p$ résultant de l'action des armatures lorsqu'on les libère de leurs ancrages sur le banc, il suffit d'égaliser le raccourcissement relatif du béton et de l'acier :

$$\Delta\sigma_p = \Delta\sigma_c = \frac{E_p}{E_{ij}} \sigma_{cj} \quad (\text{B.16})$$

avec σ_{cj} est la contrainte du béton au niveau du CDG des aciers, et en une section quelconque.

B.1.2.4 Par retrait du béton

La perte finale de tension due au retrait du béton $\Delta\sigma_r$ est donc, pour le câble considéré :

$$\Delta\sigma_r = E_p \varepsilon_r [1 - r(t_0)] \quad (\text{B.17})$$

Très souvent, on peut négliger $r(t_0)$ devant 1, ce qui conduit à la formule simplifiée :

$$\Delta\sigma_r \approx E_p \varepsilon_r \quad (\text{B.18})$$

Sachant que

t_0 : L'âge du béton au moment de la mise en tension d'un câble.

ϵ_r : retrait final avec $\epsilon_r = k_s \cdot \epsilon_0$; $k_s = \frac{1}{1 + 20 \cdot \rho_s}$; $\rho_s = \frac{A_s}{B}$

$$\epsilon_0 = (100 - HR) \cdot \left(6 + \frac{80}{10 + 3 \cdot r_m} \right) \cdot 10^{-6}$$

$r(t_0) = \frac{t_0}{t_0 + 9r_m}$: Loi d'évolution du retrait en fonction du temps.

$r_m = (2 * \text{aire de la section de la pièce} / \text{périmètre de cette section})$: rayon moyen en cm.

B.1.2.5 Par fluage du béton

La perte finale de tension due au fluage du béton $\Delta\sigma_{fl}$ est donc, pour le câble considéré :

$$\Delta\sigma_{fl} = E_p \epsilon_{fl} \approx \frac{E_p}{E_{ij}} (\sigma_{\max} + \sigma_b) \quad (\text{B.19})$$

Lorsque, $\sigma_{\max} \leq 1,5\sigma_b$, on peut, par simplification, se contenter de l'estimation (par excès):

$$\Delta\sigma_{fl} \approx 2,5\sigma_b \frac{E_p}{E_{ij}} \quad (\text{B.20})$$

$$\text{et comme } \frac{E_p}{E_{ij}} \approx 6 \Rightarrow \Delta\sigma_{fl} \approx 15\sigma_b \quad (\text{B.21})$$

B.1.2.6 Par relaxation des aciers

La perte de tension finale due à la relaxation peut être estimée par la formule :

$$\Delta\sigma_{rl}(t) = \frac{6}{100} \rho_{1000} \left(\frac{\sigma_i}{f_{rrg}} - \mu_0 \right) \sigma_i \quad (\text{B.22})$$

Avec : ρ_{1000} (%): relaxation garantie à 1000 h.

μ_0 : coefficient valant 0,43 pour les armatures TBR.0.30 pour les armatures RN.

σ_i : contrainte de Tension initiale.

B.2 Eurocode 2 : Partie 1.1

B.2.1 Généralité

Les Eurocodes développés par le Comité Européen de Normalisation (CEN) et plus spécifiquement l'Eurocode 2: part 1.1 pour la conception, le dimensionnement et l'exécution des structures de bâtiment et de génie civil. Ces codes visent à définir un ensemble de règles communes, pouvant constituer une alternative aux règles actuellement divergentes, en vigueur

dans les divers états-membres. Le programme des Eurocodes structuraux constitue un ensemble de textes cohérents dans le domaine de la construction. Il comporte les normes suivantes, chacune étant, en général, constituée d'un certain nombre de parties :

- Eurocode 0 : Bases de calcul des structures.
- Eurocode 1 : Actions sur les structures.
- Eurocode 2 : Calcul des structures en béton.
- Eurocode 3 : Calcul des structures en acier.
- Eurocode 4 : Calcul des structures mixtes acier-béton.
- Eurocode 5 : Calcul des structures en bois.
- Eurocode 6 : Calcul des structures en maçonnerie.
- Eurocode 7 : Calcul géotechnique.
- Eurocode 8 : Calcul des structures pour leur résistance aux séismes.
- Eurocode 9 : Calcul des structures en aluminium.

L'Eurocode 2, pour sa part, comporte les parties suivantes :

- ✓ Partie 1-1 : règles générales et règles pour les bâtiments.
- ✓ Partie 1-2 : règles générales-Calcul du comportement au feu.
- ✓ Partie 2 : ponts en béton-Calcul et dispositions constructives.
- ✓ Partie 3 : silos et réservoirs.

B.2.2 Les pertes selon Eurocode 2 : Partie 1.1

B.2.2.1 Par frottement

Considérons un tronçon élémentaire de câble courbe, de rayon de courbure R , compris entre les abscisses (s et $s+ds$). [75]

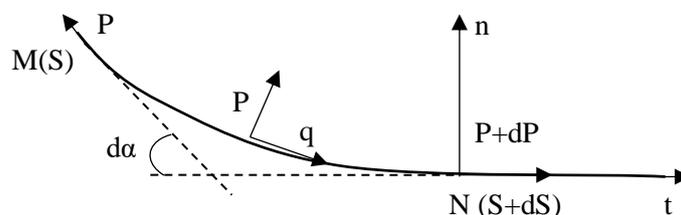


Figure B.3 : Équilibre d'un tronçon de câble. [75]

Le tronçon de câble MN est en équilibre sous l'effet :

- De la force de tension $P(s)$ en M, tangente en M au tracé.

- De la force de tension $P(s) + dP$ en N, tangente en N au tracé.
- Des forces de contact que le béton exerce sur lui entre M et N (par l'intermédiaire du conduit). Écrivons cet équilibre en projection sur la normale n en N. Si l'on néglige les termes du 2^{ème} ordre :

$$Pd\alpha + Pds = 0 \text{ D'où } P = -P \frac{d\alpha}{ds} = -\frac{P}{R} \quad (\text{B.23})$$

De même, en projection sur la tangente en N :

$$dP + qds = 0 \text{ D'où } q = -\frac{dP}{ds} \quad (\text{B.24})$$

On suppose que $|q| = \mu|p|$, avec μ coefficient de frottement du câble sur son conduit, d'où l'équation B.24 s'écrit :

$$dP = -\mu P d\alpha \quad (\text{B.25})$$

Soit

$$\frac{dP}{P} = -\mu d\alpha \quad (\text{B.26})$$

D'où par l'intégration de l'équation (B.26) :

$$P(x) = P_0 e^{-\mu\alpha} \quad (\text{B.27})$$

La variation de tension dans un câble, sous l'effet des déviations parasites en fonction de la longueur projetée x est donc de la forme kx , avec k est le coefficient de perte en ligne.

La formule (B.27) se généralise donc ainsi :

$$P(x) = P_0 e^{-\mu[\alpha(x)+kx]} \quad (\text{B.28})$$

Ou, si l'on raisonne sur les contraintes :

$$\sigma_P(x) = \sigma_{P0} e^{-\mu[\alpha(x)+kx]} \quad (\text{B.29})$$

Dans la section d'abscisse x , la perte de tension par frottement vaut donc:

$$\Delta\sigma_P(x) = \sigma_{P0} [1 - e^{-\mu[\alpha(x)+kx]}] \quad (\text{B.30})$$

En pratique, compte tenu des faibles valeurs de l'exposant $-\mu[\alpha(x) + kx]$, l'équation (B.30) s'écrit:

$$\Delta\sigma_P(x) = \sigma_{P0} \mu [\alpha(x) + kx] \quad (\text{B.31})$$

➤ **Valeurs des coefficients de frottement**

- **Cas de la précontrainte intérieure au béton**

Pour les câbles constitués de fils ou de torons, on peut, lorsque les armatures sont huilées et que les conduits (gaines ou tubes métalliques) sont en bon état, utiliser les valeurs moyennes du coefficient de frottement μ données dans le tableau B.1 :

Tableau B.1: Valeurs moyennes du coefficient de frottement μ . [75]

	Armatures Intérieures	Armatures extérieures (non-adhérentes)			
		Gaine en acier Non graissé	Gaine en PEHD Non graissé	Gaine en acier graissé	Gaine en PEHD graissé
Fil tréfilé à froid	0,17	0,25	0,14	0,18	0,12
Torons	0,19	0,24	0,12	0,16	0,10
Barre non lisse	0,65	-	-	-	-
Barre lisse	0,33	-	-	-	-

À défaut de données fournies par un Agrément Technique Européen, les valeurs des déviations angulaires parasites pour les armatures intérieures seront généralement telles que $0.005 < K < 0.003$ par mètre.

- **Cas de la précontrainte extérieure au béton**

A l'extérieur du béton, il n'y a pas de déviations angulaires parasites et l'on admet $k = 0$. Les valeurs du coefficient de frottement μ sont fonction du type de gaine et ils sont donnés dans le tableau précédent.

B.2.2.2 Par recul d'ancrage

Le mouvement de rentrée vers l'intérieur du béton est contrarié par le frottement du câble sur sa gaine, comme à la mise en tension, mais en sens inverse. Son influence diminue donc à partir de l'ancrage jusqu'à s'annuler à une distance d de celui-ci à partir duquel la tension demeure inchangée. [77]

Les mêmes formules des pertes de précontrainte par recul d'ancrage du code BPEL91 cité dans le paragraphe B.1.2.2 sont applicables pour l'Eurocode.

B.2.2.3 Par déformation instantanées

➤ En post –tension

Du fait que les N câbles ne sont pas tendus en même temps (il faudrait pour cela disposer d'au moins N vérins sur le chantier), le n^{ème} câble mis en tension subit le raccourcissement dû aux (N – n) câbles tendus après lui [75]:

$$\frac{N-n}{N} \frac{\Delta\sigma_C}{E_C} \quad (B.32)$$

Sa perte de tension vaut donc :

$$\Delta\sigma_p = E_P \frac{(N-n)}{N} \frac{\Delta\sigma_C}{E_{cm}} \quad (B.33)$$

Et sa perte de force :

$$\Delta P = A_P E_P \frac{(N-n)}{N} \frac{\Delta\sigma_C}{E_{cm}} \quad (B.34)$$

Avec A_P : Section du câble considéré.

D'où, pour la famille considérée, une perte moyenne de tension (que l'on obtient en divisant la perte de force par la section NA_P des N câbles).

$$\Delta\sigma_p = \frac{1}{2} \frac{E_P}{E_C} \frac{(N-n)}{N} \Delta\sigma_b \quad (B.35)$$

Cette expression lorsque N augmente indéfiniment tend vers :

$$\Delta\sigma_p = \frac{1}{2} \frac{E_P}{E_C} \Delta\sigma_b \quad (B.36)$$

➤ En pré-tension

Pour calculer les pertes instantanées élastiques résultant de l'action des armatures lorsqu'on les libère de leurs ancrages sur le banc, il suffit d'égaliser le raccourcissement relatif du béton et de l'acier comme suit :

$$\frac{\Delta\sigma_P}{E_P} = \frac{\Delta\sigma_C}{E_C} \text{ donc } \Delta\sigma_p = \Delta\sigma_b = \frac{E_P}{E_C} \sigma_b \quad (B.37)$$

σ_b : La contrainte du béton au niveau du CDG des aciers, et en une section quelconque.

B.2.2.4 Par retrait

Les câbles, liés au béton à leurs extrémités par les ancrages, et tout au long de leur tracé par le coulis d'injection, sont astreints à subir les mêmes variations de déformations que le béton adjacent.

Si t_0 : est l'âge du béton au moment de la mise en tension d'un câble, la partie non encore effectuée du retrait vaut [75] :

$$[\varepsilon_{ca}(t) - \varepsilon_{ca}(t_0)] + [\varepsilon_{cd}(t) - \varepsilon_{cd}(t_0)] = \varepsilon_{cs}(t) - \varepsilon_{cs}(t_0) \quad (\text{B.38})$$

La perte finale de tension par retrait est donc, pour le câble considéré :

$$\Delta\sigma_r = E_P[\varepsilon_{ca}(\infty) - \varepsilon_{ca}(t_0)] + E_P[\varepsilon_{cd}(\infty) - \varepsilon_{cd}(t_0)] \quad (\text{B.39})$$

Avec ε_{cs} est la déformation totale de retrait

ε_{cd} est la déformation due au retrait de dessiccation

ε_{ca} est la déformation due au retrait endogène

B.2.2.5 Par fluage

La perte finale de tension due au fluage du béton $\Delta\sigma_{fl}$ est donc, pour le câble considéré :

$$\Delta\sigma_{fl} = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) \frac{E_P}{E_{cm}} \frac{\varphi(t, t_0)}{2} \quad (\text{B.40})$$

Si l'on poursuit la simplification en admettant que σ_{\min} est due aux charges permanentes ($= \sigma_{c, QP}$), que $\sigma_{\max} < 1,5\sigma_{\min}$ et que le coefficient de fluage vaut à peu près 2, alors:

$$\Delta\sigma_{fl}(t) = 2,5\sigma_{c, QP} \frac{E_P}{E_{cm}} \quad \text{Soit environ} \quad \Delta\sigma_{fl} = 15\sigma_{c, QP} \quad (\text{B.41})$$

B.2.2.5.1 Par relaxation des aciers

La perte de tension finale due à la relaxation peut être estimée par la formule :

$$\Delta\sigma_{Pr} = \sigma_i 0,66 \rho_{1000} e^{9,1\mu} \left(\frac{t}{1000} \right)^{0,75(1-\mu)} \quad (\text{B.42})$$

B.3 Code ACI 318-08

B.3.1 Généralité

Le code ACI 318-08, règlement pour les structures en béton armé et précontraint, prévoit les exigences minimales nécessaires pour assurer la santé et la sécurité du public lors de la conception et de la construction des bâtiments en béton. Il est délivré et maintenu par l'American Concrete Institute.

B.3.2 Les pertes selon le code ACI 318-08

B.3.2.1 Par frottement

Lorsque le câble est tiré avec une force F , à l'extrémité de vérinage, il subit un frottement avec le conduit ou la gaine environnante de sorte que la contrainte dans le câble varie du plan de la mise en vérin à une distance comme le montre dans la figure B.4.

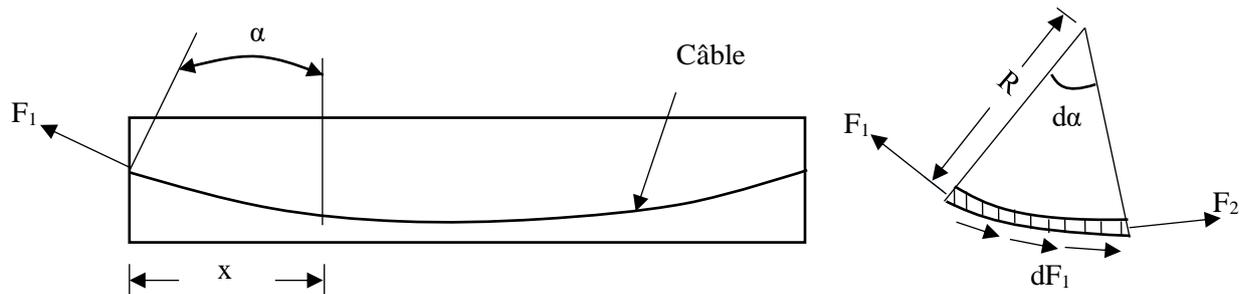


Figure B.4 : Frottement et réaction en courbure. [84]

En supposant que μ désigne le coefficient de frottement entre le câble et le conduit dû à l'effet de courbure, nous avons :

$$dF_1 = -\mu F_1 d\alpha \quad (\text{B.43})$$

Où

$$\frac{dF_1}{F_1} = -\mu d\alpha \quad (\text{B.44})$$

Par l'intégration des deux côtés de cette équation on a :

$$\log F_1 = -\mu\alpha \quad (\text{B.45})$$

$$\text{Si } \alpha = \frac{x}{R}, \text{ puis } F_2 = F_1 e^{-\mu\alpha} = F_1 e^{-\mu\left(\frac{x}{R}\right)} \quad (\text{B.46})$$

Supposons que K est le coefficient de frottement entre le câble et le béton environnant en raison de l'effet de longueur. La perte de frottement est causée par l'imperfection de l'alignement sur toute la longueur du câble, qu'il soit rectiligne ou courbe. Puis par les mêmes principes décrits dans l'équation (B.45) ;

$$\log F_1 = -Kx \quad (\text{B.47})$$

Où

$$F_2 = F_1 e^{-Kx} \quad (\text{B.48})$$

La superposition de l'effet de déviation parasite sur l'effet de courbure donne :

$$F_2 = F_1 e^{-\mu\alpha - Kx} \quad (\text{B.49})$$

Ou en contrainte : $\sigma_2 = \sigma_1 e^{-\mu\alpha - Kx} \quad (\text{B.50})$

En pratique, compte tenu des faibles valeurs de l'exposant $-(\mu\alpha + Kx)$, on peut linéariser l'expression $\sigma_p(x)$ en ne conservant que les deux premiers termes du développement en série de e^x , la formule devient alors:

$$\sigma_p(x) \approx \sigma_{p_0} [1 - (\mu\alpha + Kx)] \quad (\text{B.51})$$

Dans la section d'abscisse x , la perte de tension dans un câble par frottement totales est donné par :

$$\Delta\sigma_p(x) = \sigma_{p_0} (\mu\alpha + Kx) \quad (\text{B.52})$$

➤ **Valeurs des coefficients de frottement μ et K :**

Tableau B.2: Valeurs moyennes des coefficients μ et K [84]

Nature des armatures	K (par mètre 10^{-4})	μ
Câbles en gaine métallique souple		
Câble en fils	3,048 - 4,572	0,15 - 0,25
Toron en sept fils	1,524 - 6,096	0,15 - 0,25
Barre à haute résistance	0,3048 - 1,8288	0,08 - 0,30
Câbles en gaine métallique rigide		
Torons en sept fils	0,6096	0,15 - 0,25
Câbles en gaine mastic		
Câbles en fils et torons en sept fils	3,048 - 6,096	0,05 - 0,15
Câbles pré graissés		
Câbles en fils et torons en sept fils	0,9144-6,096	0,05 - 0,15

B.3.2.2 Par recul d'ancrage

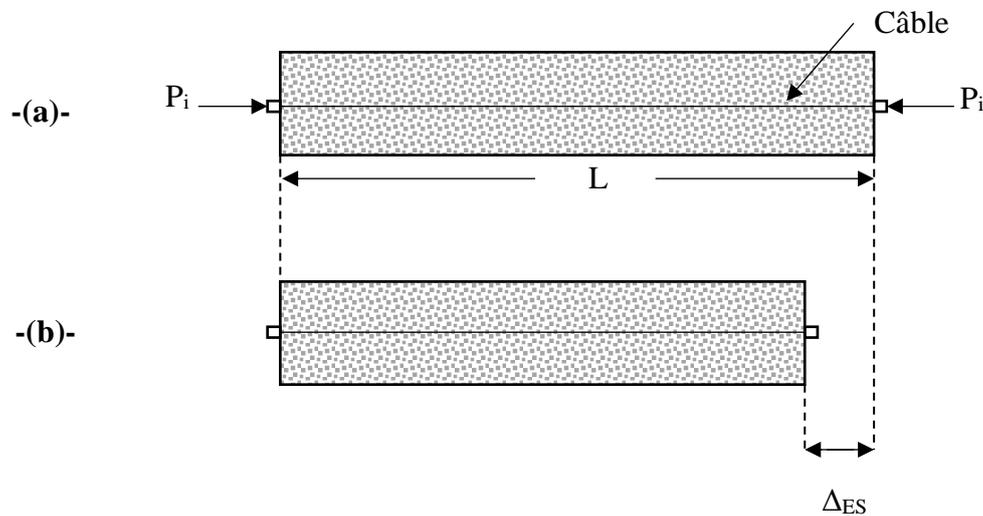
Les pertes par recul d'ancrage se produisent dans les éléments post-tension en raison du positionnement des clavettes dans les ancrages lorsque la force de vérinage est transférée à l'ancrage. Ils peuvent également se produire dans les lits de coulée de précontrainte des éléments précontraints en raison de l'ajustement attendu lorsque la force de précontrainte est transférée sur ces lits. Généralement, l'ampleur de la perte par recul d'ancrage varie entre 6,35 mm et 9,53 mm pour les clavettes en deux parties. Si Δ_A est la grandeur du glissement, L est la longueur du câble, et E_{ps} est le module des fils de précontrainte, alors la perte de précontrainte due au glissement d'ancrage devient :

$$\Delta\sigma_{pA} = \frac{\Delta_A}{L} E_{ps} \quad (\text{B.53})$$

B.3.2.3 Par déformation instantanées

➤ En pré tension

Pour les éléments précontraints (préfabriqués), la force de compression imposée à la poutre par le câble entraîne le raccourcissement longitudinal de la poutre, comme le montre la figure B.5.



-(a)- poutre avant la mise en tension, -(b)- Poutre longitudinalement raccourci

Figure B.5 : Perte de tension par raccourcissement élastique.

L'unité de raccourcissement dans le béton est $\varepsilon_{ES} = \frac{\Delta ES}{L}$, alors

$$\varepsilon_{ES} = \frac{\sigma_C}{E_C} = \frac{P_i}{A_D E_C} \quad (\text{B.54})$$

Puisque le câble de précontrainte subit la même ampleur de raccourcissement :

$$\Delta\sigma_{ES} = E_S \varepsilon_{ES} = \frac{E_S P_i}{A_c E_C} = \frac{n P_i}{A_c} = n \sigma_{CS} \quad (\text{B.55})$$

Avec σ_{CS} : la contrainte du béton au niveau du CDG des aciers, et en une section quelconque

$$\sigma_{Cj} = \frac{P_i}{A_c} \quad (\text{B.56})$$

Où
$$\sigma_{Cj} = \frac{P_i}{A_c} \left(1 + \frac{e^2}{r^2} \right) + \frac{M_{De}}{I_c} \quad (\text{B.57})$$

➤ En post tension

Dans les poutres post-tension, la perte de raccourcissement élastique varie de zéro (si tous les câbles sont simultanément tendus) à la moitié de la valeur calculée (dans le cas prétendu si nombreuses étapes de vérinage séquentiel sont utilisées). Si n est le nombre des câbles, donc :

$$\Delta\sigma_{ES} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\Delta\sigma_{ES})_j \quad (\text{B.58})$$

Où j désigne le nombre d'opérations de vérinage. Notons que le câble qui a été tendu en dernier ne subit aucune perte due au raccourcissement élastique, tandis que le tendon qui a été tendu en premier subit le maximum de perte.

B.3.2.4 Par retrait du béton

L'ampleur du retrait du béton est affectée par plusieurs facteurs : le type de granulat, le type de ciment, le temps de durcissement, le temps écoulé entre la fin du durcissement externe et l'application de la précontrainte, la taille de l'élément et les conditions environnementales...etc. La valeur moyenne de la déformation de retrait ultime dans le béton durci en milieux humide et à la vapeur est égal à 780×10^{-6} mm/m, Cette valeur moyenne est affectée par la durée du durcissement humide initial, l'humidité relative ambiante, le rapport de volume au surface, la température et la composition du béton. Pour tenir compte de ces effets, la valeur moyenne de la déformation de retrait doit être multipliée par un facteur de correction γ_{SH} comme suit :

$$\varepsilon_{SH} = 780 \times 10^{-6} \gamma_{SH} \quad (\text{B.59})$$

Le code ACI 318 – 08 donne pour les conditions standard, une valeur moyenne pour la déformation nominale de retrait absolu $(\varepsilon_{SH})_{\mu} = 820 \times 10^{-6}$ μm/m.

Si ε_{SH} est la déformation de retrait après ajustement pour une humidité relative et un rapport volume / surface, la perte de tension finale due au retrait peut être estimée par la formule :

➤ En pré-tension

$$\Delta\sigma_{SH} = \varepsilon_{SH} E_p \quad (\text{B.60})$$

➤ **En post-tension**

La perte de précontrainte due au retrait est un peu moins importante étant donné qu'un certain retrait a déjà eu lieu avant la post-tension. Si l'humidité relative est considérée comme une valeur en pourcentage et que l'effet de rapport V/S est pris en compte, l'expression générale relative à la perte de précontrainte due au retrait devient :

$$\Delta\sigma_{SH} = 8,2 \times 10^{-6} K_{SH} E_p \left(1 - 0,06 \frac{V}{S}\right) (100 - RH) \quad (B.61)$$

Avec RH : humidité relative (%).

V/S : rapport volume/surface de l'élément en béton.

- **Valeurs de K_{SH}**

• **Pour les éléments en post-tension**

Les valeurs de K_{SH} sont montrées dans le tableau B.3 :

Tableau B.3: Valeurs de K_{SH} pour les éléments en post-tension [84]

$T(j)$	1	3	5	7	10	20	30	60
K_{SH}	0,92	0,85	0,80	0,77	0,73	0,64	0,58	0,45

T : Temps de la fin du durcissement humide à l'application de précontrainte, en jours

• **Pour les éléments en pré-tension $K_{SH} = 1,0$**

Ajustement des pertes par retrait pour l'état standard en fonction du temps t après 7 jours pour le durcissement humide et 3 jours pour le durcissement à la vapeur peut être obtenu à partir des expressions suivantes :

Durcissement humide, après 7 jours :

$$(\varepsilon_{SH})_t = \frac{t}{35+t} (\varepsilon_{SH})_\mu \quad (B.62)$$

Durcissement à la vapeur, après 3 jours :

$$(\varepsilon_{SH})_t = \frac{t}{55+t} (\varepsilon_{SH})_\mu \quad (B.63)$$

B.3.2.5 Par fluage du béton

La relation contrainte-déformation due au fluage est essentiellement linéaire, il est possible de relier la déformation du fluage ε_{CR} à la déformation élastique ε_{EL} de telle sorte qu'un coefficient de fluage peut être défini comme :

$$C_u = \frac{\varepsilon_{CR}}{\varepsilon_{EL}} \quad (\text{B.64})$$

Alors le coefficient de fluage à tout moment t en jours peut être défini comme :

$$C_t = \frac{t^{0.60}}{10+t^{0.60}} C_u \quad (\text{B.65})$$

La perte de l'élément précontraint dû au fluage peut être définie pour les membres adhérents

$$\Delta\sigma_{fl} = C_t \frac{E_{ps}}{E_C} \sigma_{CS} \quad (\text{B.66})$$

L'expression du comité ACI318-08 pour évaluer la perte de fluage a essentiellement le même format que l'équation, à savoir,

$$\Delta\sigma_{fl} = K_{CR} \frac{E_p}{E_C} (\overline{\sigma}_{CS} - \overline{\sigma}_{Csd}) \quad (\text{B.67})$$

Où

$$\Delta\sigma_{fl} = nK_{CR} (\overline{\sigma}_{cJ} - \overline{\sigma}_{cJd}) \quad (\text{B.68})$$

D'où

$K_{CR} = 2.0$ pour les éléments de pré-tension.

1.6 pour les éléments de post-tension.

$\overline{\sigma}_{cJ}$: la contrainte du béton au niveau du CDG des aciers, et en une section quelconque ;

$\overline{\sigma}_{cJd}$: la contrainte du béton au niveau du CDG des aciers en raison de toutes les charges permanentes superposées appliquées après que le précontraint est accompli.

B.3.2.6 Par relaxation des aciers

L'amplitude de la diminution de la précontrainte dépend non seulement de la durée de la force de précontrainte soutenue mais aussi du rapport $\frac{f_{pi}}{f_{py}}$ de la précontrainte initiale à la limite d'élasticité de l'armature,

- 1) Pour les contraintes dues à la force de vérinage du câble, $f_{pi} = 0,94f_{py}$, mais pas plus de $0,80f_{pu}$
- 2) Immédiatement après le transfert de la précontrainte, $f_{pi} = 0,82f_{py}$, mais pas plus de $0,74f_{pu}$
- 3) Dans les câbles post-tension, aux ancrages et aux coupleurs immédiatement après le transfert de la force $f_{pi} = 0,70f_{pu}$

Les valeurs selon le type d'armature f_{py} sont données dans le tableau B.4.

Tableau B.4 : Valeurs de f_{py} selon le type d'armature [84]

	Barres de précontrainte	Stress-relieved câbles	Câbles à faible relâchement
f_{py}	$0,80f_{pu}$	$0,85f_{pu}$	$0,90f_{pu}$

La perte de tension finale due à la relaxation peut être estimée par la formule :

➤ **En pré-tension**

$$\Delta\sigma_R = f_{pi} \frac{(\log t_2 - \log t_1)}{10} \left(\frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0,55 \right) \quad (\text{B.69})$$

Avec t_1 et t_2 en jours.

➤ **En post-tension**

$$\Delta\sigma_R = f_{pi} \frac{\log t}{10} \left(\frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0,55 \right) \quad (\text{B.70})$$

Avec $\log t = \log(t_2 - t_1)$.

B.4 Le code IS 1343

B.4.1 Généralité

Le code indien pour le béton précontraint (IS : 1343) est un règlement de calcul qui intègre l'ensemble des connaissances pratiques et théoriques actuelles sur le matériau qu'il concerne et sur les méthodes de modélisation, tenant compte d'un accès de plus en plus fréquent des bureaux d'études aux technologies les plus pointues de calcul et de simulation. Il permet aussi une homogénéisation des pratiques sur le plan européen et introduit dans chaque pays des méthodes de dimensionnement étrangères à la culture locale, qui changent les habitudes des anciens, mais qui sont pour certaines élégantes, efficaces et exotiques. [76]

B.4.2 Les pertes selon le code IS : 1343

B.4.2.1 Par frottement

La formulation de la perte due au frottement est similaire au problème du frottement de la courroie. La figure B.6 montre les forces agissant sur le câble de longueur infinitésimale.

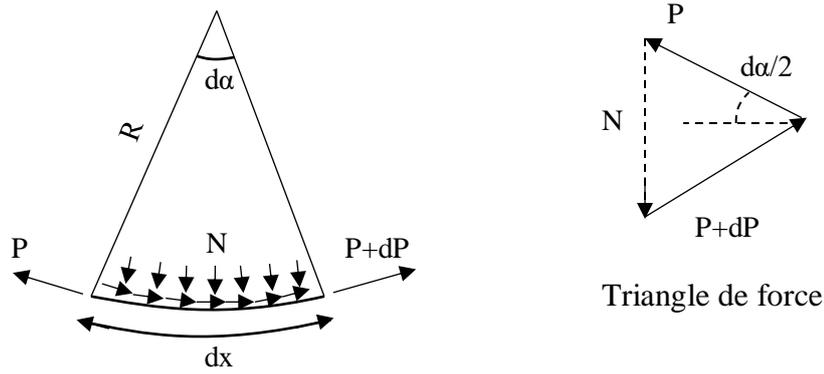


Figure B.6 : Forces agissant dans un câble de longueur infinitésimale.

L'équilibre des forces dans le triangle de force, est donné comme suit :

$$N = 2P \sin \frac{d\alpha}{2} \quad (\text{B.71})$$

D'où

$$N = 2P \frac{d\alpha}{2} = Pd\alpha \quad (\text{B.72})$$

Le frottement sur la longueur est égal à $\mu N = \mu Pd\alpha$.

Pour un câble de longueur dx , le frottement dû à la déviation parasite est exprimé en $kPdx$ où k est le coefficient parasite.

Basé sur l'équilibre des forces dans le câble pour la direction horizontale, l'équation suivante peut être écrite :

$$P = P + dP + (\mu Pd\alpha + kPdx) \quad (\text{B.73})$$

$$\text{D'où } \frac{dP}{P} = -(\mu d\alpha + kdx) \quad (\text{B.74})$$

Par l'intégration les deux coté de cette équation on a :

$$P(x) = P_0 e^{-(\mu\alpha+kx)} \quad (\text{B.75})$$

Ou en contrainte

$$\sigma_p(x) = \sigma_{p_0} e^{-(\mu\alpha+kx)} \quad (\text{B.76})$$

Pour les petites valeurs de $\mu\alpha + kx$ l'expression ci-dessus peut être simplifiée par la série de Taylor

$$\sigma_p(x) \approx \sigma_{p_0} [1 - (\mu\alpha + kx)] \quad (\text{B.77})$$

Dans la section d'abscisse x , la perte de tension dans un câble par frottement :

$$\Delta\sigma_p(x) = \sigma_{p0} [1 - e^{-(\mu\alpha + kx)}] \quad (\text{B.78})$$

Dans la section d'abscisse x , la perte de tension dans un câble par frottement $\Delta\sigma_f(x)$ est :

$$\Delta\sigma_f(x) = \sigma_{p0} (\mu\alpha + kx) \quad (\text{B.79})$$

➤ **Valeurs des coefficients de frottement μ et K**

- **Valeurs de coefficient μ**

Les valeurs de coefficient μ sont montrées dans le tableau B.5 :

Tableau B.5 : Valeurs de coefficient μ [76]

Type interface	μ
Pour l'acier en mouvement sur du béton lisse	0,55
Pour l'acier en mouvement sur l'acier fixé au conduit	0,30
Pour l'acier en mouvement sur plomb	0,25

- **Valeurs de coefficient k**

La valeur de k varie de 0,0015 à 0,0050 par mètre de longueur du câble en fonction du type de câble.

B.4.2.2 Par recul d'ancrage

Considérant l'effet du frottement, l'ampleur de la force de précontrainte à une distance x de l'extrémité est donnée comme suit :

$$P_x = P_0 e^{-\eta x} \quad (\text{B.80})$$

Ici, $\eta x = \mu\alpha + kx$ désigne l'effet total du frottement et de la déviation parasite. Le tracé de P_x donne le diagramme de variation de la force.

La partie initiale du diagramme de variation de force, jusqu'à la longueur l influencée par le réglage du bloc d'ancrage. On désigne par ΔP la perte de précontrainte à l'extrémité d'étirement. La détermination de ΔP et l sont nécessaires pour tracer le diagramme de variation de force y compris l'effet du réglage du bloc d'ancrage.

Considérant la chute de la force de précontrainte et l'effet de la friction inverse, l'amplitude de la force de précontrainte à une distance x donnée comme suit :

$$P'_x = (P - \Delta P)e^{\eta x} \quad (\text{B.81})$$

Ici, η' pour le frottement inverse est analogue à η pour le frottement et l'oscillation. A la fin de la longueur de réglage ($x = l_{set}$), $P_x = P'_x$.

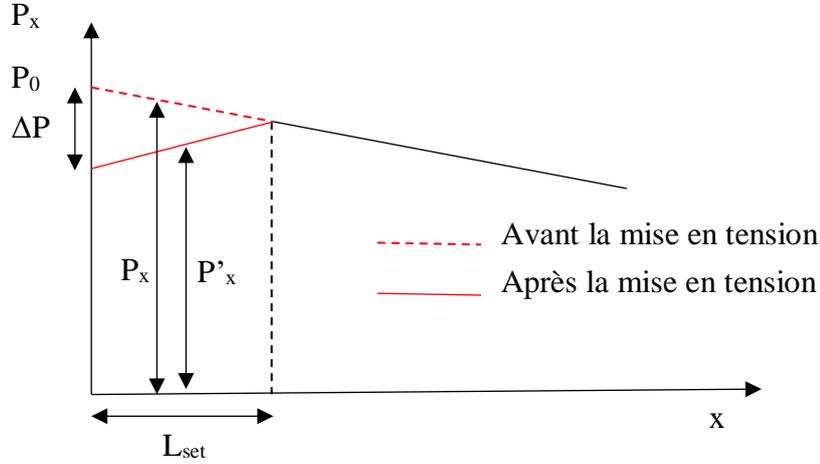


Figure B.7: Diagramme de variation de force avant et après la mise en tension [76].

Substituer les expressions de P_x et P'_x pour $x = l_{set}$

Comme il est difficile de mesurer η' séparément, η' est pris égal à η . L'expression se simplifie comme suit :

$$e^{-\eta l_{set}} = (P_0 - \Delta P)e^{\eta l_{set}} \quad (\text{B.82})$$

D'où

$$P_0 e^{-(\eta + \eta') l_{set}} = P_0 - \Delta P \quad (\text{B.83})$$

Et

$$\Delta P = P_0(\eta + \eta') l_{set} = P_0 \eta l_{set} \left(1 + \frac{\eta'}{\eta}\right) \quad (\text{B.84})$$

Donc

$$\Delta P = 2P_0 \eta l_{set} \quad (\text{B.85})$$

B.4.2.3 Perte de tension par déformation instantanées

➤ En post tension

La perte d'étirement élastique est quantifiée par la perte de précontrainte (Δf_p) dans un câble dû au changement de déformation dans le câble ($\Delta \varepsilon_p$). On suppose que le changement de déformation dans le câble est égal à la déformation du béton (ε_c) au niveau du câble dû à la force de précontrainte. Cette hypothèse est appelée compatibilité de déformation entre le béton et l'acier. La déformation dans le béton au niveau du câble est calculée à partir de la contrainte

dans le béton (f_c) au même niveau en raison de la force de précontrainte. La quantification des pertes est expliquée ci-dessous [76].

$$\Delta f_p = E_p \Delta \varepsilon_p = E_p \varepsilon_p = E_p \left(\frac{f_c}{E_c} \right) \quad (\text{B.86})$$

On suppose $m = \frac{E_p}{E_c}$

$$\text{d'où } \Delta f_{dif} = m f_c \quad (\text{B.87})$$

➤ En pré-tension

La perte peut être calculée selon l'équation. (B.87). En exprimant la contrainte dans le béton en termes de force de précontrainte et d'aire de la section comme suit :

$$\Delta f_p = m f_c \quad (\text{B.88})$$

On a $f_c = \frac{P_0}{A_c}$

$$\text{Donc } \Delta f_{\text{def}} = m \frac{P_0}{A_c} \quad (\text{B.89})$$

B.4.2.4 Par retrait

La perte de précontrainte ($\Delta \sigma_r$) due au retrait est donnée comme suit :

$$\Delta \sigma_r = E_p \varepsilon_{SH} \quad (\text{B.90})$$

Sachant que ε_{SH} est la déformation de retrait.

- Valeurs de coefficient ε_{SH}

La valeur approximative de la déformation de retrait pour la conception doit être supposée comme suit :

- **Pré-tension** $\varepsilon_{SH} = 0,0003$
- **Post-tension** $\varepsilon_{SH} = \frac{0,0002}{\log_{10}(t+2)}$

Où t : Âge du béton au transfert de la contrainte en jours.

B.4.2.5 Par fluage

Pour une contrainte dans le béton inférieure au tiers de la résistance caractéristique, la déformation de fluage ultime ($\varepsilon_{cr,ult}$) est proportionnelle à la déformation élastique (ε_{el}). Le rapport de la déformation de fluage finale à la déformation élastique est défini comme le coefficient de fluage θ . [76]

La déformation de fluage ultime est en suite donnée comme suit :

$$\varepsilon_{el} = \frac{f_c}{E_c} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{cr,ult} = \theta \varepsilon_{el} \quad (\text{B.91})$$

La perte de précontrainte (Δf_p) due au fluage est donnée comme suit :

$$\Delta f_{fl} = E_P \varepsilon_{cr,ult} \quad (\text{B.92})$$

➤ **Valeurs du coefficient de fluage θ**

La déformation de fluage ultime peut être estimée à partir des valeurs suivantes du coefficient de fluage (c'est-à-dire, déformation de fluage ultime / déformation élastique à l'âge de chargement).

Tableau B.6 : Valeurs du coefficient de fluage θ .

Age au chargement	$\theta = \varepsilon_{cr,ult} / \varepsilon_{el}$
7 jours	2,2
28 jours	1,6
1 an	1,1

B.4.2.6 Par relaxation des aciers

Les pertes par relaxation dans les aciers de précontrainte varient en fonction du type d'acier, de la précontrainte initiale, de l'âge et de la température. Ces facteurs sont déterminés à partir d'expériences. Lorsque les valeurs expérimentales ne sont pas disponibles, les pertes de relaxation peuvent être supposées comme indiqué dans le tableau suivant :

Tableau B.7 : Pertes par relaxation pour l'acier de précontrainte à 1000H à 27°C.

précontrainte initiale	Pertes par relaxation (MPa)
$0.5 f_P$	0
$0.6 f_P$	35
$0.7 f_P$	70
$0.8 f_P$	90

f_P : est la résistance caractéristique de l'acier de précontrainte.