



**UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA 1**  
**FACULTE DE TECHNOLOGIE**  
**DEPARTEMENT DE MECANIQUE**



Projet de Fin d'Etudes  
Pour l'obtention du diplôme de  
Master en génie mécanique  
Option Installations Energétiques et Turbomachines

**THEME:**

**SIMULATION THERMOSTRUCTURALE D'UN  
ECHANGEUR DE CHALEUR MULTITUBES**

Proposé et encadré par :

**Dr. SALHI Merouane**

Réalisé par :

**RAHMANI Hichem**

**RAHMANI Riad**

# Remerciements

Dans mon imaginaire, l'écriture de cette page était loin de représenter autant de choses, la joie immense d'avoir mené ce projet à bien mais aussi la tristesse qui cache toujours derrière le mot fin, rien n'aurait été possible seule par cette simple phrase, cette page prend ici tout son sens et la peur d'oublier quelqu'un. A tous ceux-là, merci.

J'exprime toute ma gratitude à monsieur **SALHI** pour avoir accepté d'encadrer ce travail, Pour m'avoir supporté dans les moments de doute comme dans les moments d'allégresse, pour son enthousiasme permanent et ses implications tant humaines que scientifiques ainsi que pour la confiance qu'il a bien voulu m'accorder tout au long de ce travail...merci.

# Dédicaces

Je dédie mon travail à mon Père , ma mère, mon frère et mes sœurs qui ont fait des sacrifices et crûs en moi tout au long de mon parcours scolaire

A mes chers neveux (Douaa, Mohcine, Ritadj, Mohamed, Iyad et Rawane)

A mes très chers amis (Abderrahmane, Mouloud, Hamidou, Abdeldjalil,  
Tarek et mahfoud)

A toute la famille du département de Mécanique Et a tous ceux que je  
connais de près ou de loin.

**Hichem.R**

# Dédicaces

Je dédie mon travail à mon Père , ma mère, mes frères et mes sœurs  
qui ont fait des sacrifices et cru en moi tout au long de mon parcours  
scolaire.

A mes chers neveux .

A mes très chers amis

A toute la famille du département de Mécanique Et à tous ceux que je  
connais de près ou de loin.

**Riad.R**

## Résumé :

L'idée de créer une structure de recherche propre aux échangeurs thermique est née de la nécessité d'aider et de coordonner les efforts de l'industrie, les échangeurs thermiques sont en effet le point de passage obligé de tous les flux d'énergie, et tout effort de maîtrise de cette énergie doit s'appuyer sur des échangeurs thermiques bien conçus et bien utilisés. L'échangeur tubulaire, ou échangeur multitubulaire, est un type d'échangeur thermique se composant d'un faisceau de tubes disposé à l'intérieur d'une enveloppe nommée "calandre", de la même manière que pour les autres types d'échangeurs de chaleur, le fonctionnement de l'échangeur tubulaire réside dans l'échange entre deux fluides, l'un "primaire" dont le rôle est d'apporter la chaleur, l'autre "secondaire" s'imprégnant de cette énergie calorifique. L'un des fluides de l'échangeur multitubulaire circule ainsi à l'intérieur des tubes, tandis que l'autre fluide circule au sein de la calandre, autour des tubes. A la différence des autres appareils thermiques, l'échangeur multitubulaire ne contient aucune pièce mécanique mobile. Le calcul de cet appareil est très complexe, on doit connaître exactement : sa géométrie (surface d'échange et section de passage des fluides), ses caractéristiques thermophysiques, les vitesses d'écoulements des fluides, les températures d'entrées des fluides, etc. Dans ce travail on étudiera numériquement le comportement dynamique et thermique pour trouver la plage de fonctionnement idéale afin d'améliorer les performances de ces échangeurs en augmentant le niveau de protection et sa durée de vie, ainsi que la sécurité des travailleurs et techniciens à côté de lui et ceci à l'aide du logiciel "ANSYS WORK BENCH" qui nous permettra d'examiner les aspects généraux de l'écoulement dans un faisceau de tubes tout en essayerons de développer une compréhension meilleure et plus intuitive des performances des échangeurs de chaleur impliquant un faisceau de tubes.

## Abstract

The idea of creating a research structure specific to heat exchangers arose from the need to help and coordinate the efforts of industry, since heat exchangers are the compulsory crossing point for all energy flows, and any effort to control this energy must be based on well-designed and well-used heat exchangers. The tubular heat exchanger, or multitubular heat exchanger, is a type of heat exchanger consisting of a bundle of tubes arranged within an envelope named “calandria”, in the same way as for other types of heat exchangers, The function of the tubular heat exchanger is the exchange between two fluids, one primary” whose role is to bring heat, the other “secondary” soaking up this heat energy. One of the fluids of the multitubular exchanger circulates in the tubes, while the other fluid circulates in the calandria, around the tubes.

Unlike other thermal devices, the multi-tubular heat exchanger does not contain any moving mechanical parts. The calculation of this device is very complex, we must know exactly: its geometry (surface of exchange and section of passage of fluids), its thermophysical characteristics, the velocities of flows of fluids, the temperatures of inlets of fluids, etc.

In this work we will study numerically the dynamic and thermal behavior to find the ideal operating range in order to improve the performance of these exchangers by increasing the level of protection and its lifespan, as well as the safety of workers and technicians alongside. and this by using the software "ANSYS WORK BENCH" which will allow us to examine the general aspects of the flow in a bundle of tubes while trying to develop a better and more intuitive understanding of the performance of heat exchangers involving a bundle of tubes.

## الملخص

نشأت فكرة إنشاء هيكل بحث خاص بالمبادلات الحرارية من الحاجة إلى المساعدة و تنسيق جهود الصناعة ، فالمبادلات الحرارية هي في الواقع نقطة مرور إلزامية لجميع تدفقات الطاقة ، وأي جهد للتحكم في هذه الطاقة يجب أن يعتمد على مبادلات حرارية جيدة التصميم والاستخدام.

المبادل الأنبوبي ، أو المبادل متعدد الأنابيب ، هو نوع من المبادلات الحرارية التي تتكون من حزمة من أنابيب مرتبة داخل مظروف يسمى "تقويم" ، بنفس طريقة ترتيب الأنواع الأخرى من المبادلات الحرارية ، تشغيل المبادل الأنبوبي يكمن في التبادل بين سائلين ، أحدهما "الأساسي" الذي يتمثل دوره في توفير الحرارة ، والآخر "الثانوي" يمتص هذه الطاقة الحرارية وهكذا يدور أحد السوائل من المبادل متعدد الأنابيب داخل الأنابيب ، بينما يدور السائل الآخر داخل الشبكية وحول الأنابيب .

على عكس الأجهزة الحرارية الأخرى ، لا يحتوي المبادل متعدد الأنابيب على أي أجزاء ميكانيكية متحركة. حساب هذا الجهاز معقد للغاية يجب أن نعرف بالضبط: هندسته، سطح التبادل و قسم ممر السوائل، خصائصه الفيزيائية الحرارية، سرعات تدفق السوائل، درجات حرارة دخول السوائل ، إلخ.

في هذا العمل سوف ندرس عددًا من السلوك الديناميكي والحراري للعثور على نطاق التشغيل المثالي من أجل تحسين أداء هذه المبادلات من خلال زيادة مستوى الحماية وعمرها ، وكذلك سلامة العمال والفنيين بجانبه. هذا باستخدام برنامج "BENCH ANSYS WORK" الذي سيسمح لنا بفحص الجوانب العامة للتدفق في حزمة من الأنابيب بينما نحاول تطوير فهم أفضل وأكثر بديهية لأداء المبادلات الحرارية التي تتضمن حزمة من الأنابيب.

## TABLES DES MATIERES:

<b>Introduction générale</b> .....	1
<b>Chapitre I: Modes de transfert de chaleur</b> .....	3
Introduction .....	4
I.1 Transfert de chaleur par conduction.....	4
I.2 Transfert de chaleur par rayonnement .....	6
I.2.1 Réception du rayonnement par un solide .....	7
I.3 Transfert de chaleur par convection .....	8
I.3.1 Généralités .....	8
I.3.2 Coefficient d'échange convectif.....	10
I.3.3 Lois de corrélation pour le coefficient d'échange convectif.....	12
1. paramatres caractéristiques de la convection .....	12
2. Lois de corrélation en convection .....	15
3. Methodologie pour calculer le flux de chaleur en convection .....	16
I.3.4 Convection forcée interne.....	17
I.3.5 Convection forcée externe.....	17
Conclusion.....	18
<b>Chapitre II : Éléments Finis</b> .....	19
Introduction .....	20
II.1 Historique.....	21
II.2 Domaines d'application.....	21
II.3 Principe.....	21
II.4 Les difficultes.....	21
II.5 Exemple de problème discret électrique .....	22
II.6 Définition d'un élément fini .....	22
II.7 Formulation d'un élément fini .....	22
II.8 Équations fondamentales .....	25
II.9 Qu'est-ce qui va différencier les différents types d'éléments finis.....	28
II.10 Elements finis en contraintes .....	29
II.11 Étude des fonction $N(x)$ .....	29
Conclusion .....	32
<b>Chapitre III : Échangeurs de chaleur</b> .....	33
Introduction .....	34
III.1 Classification des échangeurs de chaleur .....	34
III.1.1 Echangeur tubulaire simple (b-tube).....	34
III 1.2 Echangeur a faisceau de tube et calande .....	35
III.1.3 Échangeurs a plaques .....	37
III.3 Classification des échangeurs selo l'écoulement .....	38
III.4 Distribution des températures dans un échangeur.....	40
III.5 Coefficient global de transfert de chaleur.....	41
III.6 Ordres de grandeur du coefficient global d'échange k de diverstypes d'échangeur.....	42
Conclusion.....	42



<b>Chapitre IV : Résultats et interprétation</b> .....	44
Introduction.....	45
IV.1 Simulation.....	45
1. Simulation thermique.....	45
2 Simulation structurelle.....	45
IV.2 Ansys work-bench.....	46
IV.3 Conception par ordinateur.....	46
IV.4 Maillage.....	50
IV.5 Conditions aux limites.....	51
a. Conditions Statique.....	51
b. Conditions thermique.....	53
IV.6 Résultats et commentaires .....	54
Conclusion.....	57
Conclusion générale .....	58
Les références .....	59

## Liste des Figures

Figure I.1 : les Trois modes de transfert de chaleur.....	4
Figure I.2 : Transfert de chaleur a travers un mur.....	4
Figure I.3 : Transfert de chaleur par conduction dans un mur.....	5
Figure I.4 : Le schéma électrique d'une résistance thermique.....	6
Figure I.5 : Longueur d'ondes électriques.....	6
Figure I.6 : L'énergie thermique du soleil.....	7
Figure I.7 : Les trois modèles de rayonnement par un solide.....	7
Figure I.8 : Écoulement autour d'un cylindre.....	9
Figure I.9 : Écoulement long d'une plaque plane.....	9
Figure I.10 : Régime laminaire.....	9
Figure I.11 : Régime turbulente .....	9
Figure I.12: Écoulement d'un plaque chauffée.....	11
Figure III.1 : Échangeur tubulaire simple.....	35
Figure III.2 ; Mouvement les 2 fluide a l'intérieur d'échangeur.....	35
Figure III.3 : Ingrédients d'un échangeur .....	36
Figure III.4 : La position de chicanes dans un échangeur.....	36
Figure III.5 : Échangeur de chaleur a demi-tour.....	37
Figure III.6 : Échangeur de chaleur a deux passage calandre et quatre passages-tube.....	37
Figure III.7 : Échangeur a plaques ou échangeurs compacts.....	38
Figure III.8 : Échangeur a contre-courant parallèlement et de sens opposes.....	38
Figure III.9 : Échangeur a courants croises perpendiculaire.....	39
Figure III.10 : Échangeur a courants croises avec un fluide Bresse.....	39
Figure III.11 : Échangeur a courants croises avec deux fluides non brases.....	39
Figure III.12 : Échangeur a contre-courant parallèle.....	40
Figure III.13 : Diagramme de température en fonction de temps.....	40
Figure III.14 : Échangeur de chaleur a double tube.....	41
Figure IV.1 : Calandre .....	46
Figure IV.2 : plaque tubulaire .....	47
Figure IV.3 : les tubes .....	47
Figure IV.4 : chicane.....	48
Figure IV.5 : faisceau tubulaire.....	49
Figure IV.6 : support de fixation.....	49
Figure IV.7 : maillage.....	50
Figure IV.8 : Condition limite de la convection à l'entrée du fluide chaud.....	51
Figure IV.9 : Condition limite de la convection à la sortie du fluide chaud.....	51
Figure IV.10 : Condition limite de la convection à l'entrée du fluide froid.....	52
Figure IV.11 : Condition limite de la convection à la sortie du fluide froid.....	52
Figure IV.12 : Convection de la paroi externe.....	53
Figure IV.13 : Flux de chaleur a l'extérieur des tubes.....	53
Figure IV.14 : Appuie de l'échangeur.....	53

Figure IV.15 : Contour de la température.....	54
Figure IV.16 : Contour du flux de chaleur total.....	54
Figure IV.17 : Contour du déplacement total.....	55
Figure IV.18 : Contour de la déformation élastique équivalente .....	55
Figure IV.19 : Contour de la déformation thermique.....	56
Figure IV.20 : Contour de la contrainte équivalente.....	56

## NOMENCLATURE

Tf : Température de fluide froid	[K]
Tc : Température de fluide chaud	[K]
Tp : la température du fluide à la surface de la paroi	[°C ou K]
Tf : la température du fluide	[°C ou K]
A : surface	[m <sup>2</sup> ]
h : Coefficient d'échange par convection	[Wm <sup>-2</sup> k <sup>-1</sup> ]
t : Temps	[s]
k : Conductivité thermique	[W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
g : Constante gravitationnelle	[m/s <sup>2</sup> ]
Nu : Le nombre de Nusselt	-
Pr : Le nombre de Prandtl	-
Pe <sub>L<sub>ref</sub></sub> : Le nombre Péclet	-
Ra <sub>L<sub>ref</sub></sub> : Le nombre de Rayleigh	-
Gr <sub>ref</sub> : Le nombre de Grashof	-
Re <sub>D</sub> : Le nombre de Reynolds	-
R : La résistance thermique	[k/W]
Ra : Le nombre de Rayleigh	-
R <sub>total</sub> : La résistance thermique totale	[k/W]
V : Volume	[m <sup>3</sup> ]
V : vitesse	[m/s]
α : La diffusivité thermique	[m <sup>2</sup> /s]
β : Coefficient de dilatation thermique	[1/k]
ρ : La masse volumique	[Kg/m <sup>3</sup> ]
Cp : La chaleur spécifique	[J/kg K]
v : La viscosité Cinématique	[m <sup>2</sup> /s]
ε : Efficacité de l'échangeur de chaleur	-

$\dot{m}$ : débit massique de fluide	[kg/h]
$L_{ref}$ : une longueur du système étudié	[m]
$\sigma$ : Constante de boltzman	[W m <sup>-2</sup> K <sup>-4</sup> ]
$\varepsilon_p$ : Facture démission de la surface (émissivité)	-
$q$ : puissance volumique dissipée	-
$\mu\phi$ : la dissipation irréversible due aux frottements visqueux	-
$\lambda$ et $\beta$ , la capacité calorifique, la conductivité thermique	-
$\rho C$ : Quantité transportée	-
$J^*$ : Flux massique du contaminant.	-
$D$ : coefficient d'inter diffusion moléculaire du contaminant dans le fluide de base.	-
$k_T$ et $K_P$ : coefficients caractéristiques de la thermo-diffusion	-
$\vec{B}$ est un vecteur quelconque	-
$\vec{n}$ est un vecteur unitaire	-
$\varepsilon$ : Le taux de dissipation de l'énergie cinétique	-
$C_{1s}, C_{2s}, \sigma_k, \sigma_s$ : Des constants que Fluent utilisé par défaut.	-
$U$ : La vitesse moyenne du fluide.	[m/s]
$K$ : L'énergie cinétique de turbulence.	
$\omega$ : Le taux de dissipation spécifique, Il définit par: $\omega = \frac{\varepsilon}{k}$	-
$G_k$ : Production d'énergie cinétique turbulente	-
$G_\omega$ : Production de $\omega$ .	-
$\Gamma_k$ et $\Gamma_\omega$ : la diffusivité efficace de k, et $\omega$ respectivement.	-
$Y_k$ et $Y_\omega$ : la dissipation de k et $\omega$ , due à la turbulence.	-
$D_\omega$ : le terme de diffusion transversale (cross-diffusion).	-
$S_k$ et $S_\omega$ sont des termes sources.	-
$\Omega\dot{\gamma}$ : le tenseur moyen de taux de rotation	-
$\Delta_p$ : La chute de pression	-

## **Indices**

i : indice de direction suivant l'axe x

j : indice de direction suivant l'axe y

## **Abréviations :**

CFD : Computational Fluid Dynamics

RSM : modèle du tenseur de Reynolds

LES : simulation des grandes structures turbulentes

DNS : la simulation numérique directe.

SST : Shear stress transport

## **INTRODUCTION GENERALE :**

Les échanges de chaleur se produisent dans de nombreux secteurs de l'activité humaine. Dans la plupart de ces activités, le transfert de chaleur devrait se produire sans changer les environnements impliqués dans le transfert de chaleur. Il est donc nécessaire d'utiliser un équipement d'échange spécifique. Ces dispositifs sont appelés échangeurs de chaleur. Ce sont des systèmes thermodynamiques présents dans toutes les unités industrielles où l'extraction de chaleur a lieu.

Les échangeurs de chaleur sont définis comme un équipement qui permet l'échange de calories entre deux fluides ou plus à des températures différentes. Dans la plupart des cas, la chaleur traverse la surface d'échange à phase solide. Dans l'industrie, il existe plusieurs types d'échangeurs de chaleur qui varient sous différentes formes géométriques (tubulaires, multitubes, feuilles, ailettes, etc.), en fonction d'une variété d'applications. L'utilisation de ces systèmes pour assurer le transfert thermique s'est propagée à deux liquides ou plus dans de nombreux secteurs industriels tels que : les centrales nucléaires, réfrigérateurs, climatisation des habitats, les voitures, ...etc.).

Le choix d'un échangeur de chaleur pour une application donnée, dépend de plusieurs paramètres : domaine de température et pression des fluides, propriétés physiques et agressivité des fluides, maintenance et encombrement. Il est évident que le fait de disposer d'un échangeur de chaleur bien adapté, bien dimensionné, bien réalisé et bien utilisé permet un gain de rendement et d'énergie des procédés.

L'objectif principal du calcul des échangeurs de chaleur est toujours d'améliorer les coûts d'investissement ; cela se fait en satisfaisant la duplication entre le transfert de chaleur et la chute de pression, c'est-à-dire un compromis entre maximiser le transfert de chaleur et minimiser la chute de pression dans la limite. Pour augmenter les performances thermiques des échangeurs de chaleur. Les effets de paramètres tels que le nombre de Reynolds, le nombre de rangées de tubes, le diamètre du tube, la distance entre les ailettes ... etc. ont un effet significatif sur le transfert de chaleur à travers l'échangeur de chaleur.

Dans ce travail, nous présentons une investigation numérique sur l'écoulement et le transfert de chaleur dans un faisceau des tubes d'un échangeur.

Le présent mémoire comporte Quatre chapitres :

\*Le premier chapitre porte sur les différents modes de transfert de chaleur.

\*Le deuxième chapitre est basé sur la méthode des éléments finis.

\*Le troisième chapitre sur les types d'échangeurs.

\*Dans le quatrième chapitre, nous évaluerons et discuterons les résultats de simulation.

Enfin, ce mémoire sera terminé par une conclusion générale qui résume les principaux résultats obtenus.



# CHAPITRE I :

## Modes de Transfert de Chaleur

## Introduction :

La thermodynamique permet de prévoir la quantité totale d'énergie qu'un système doit échanger avec l'extérieur pour passer d'un état d'équilibre à un autre.

La thermique (ou thermocinétique) se propose de décrire quantitativement (dans l'espace et dans le temps) l'évolution des grandeurs caractéristiques du système, en particulier la température, entre l'état d'équilibre initial et l'état d'équilibre final.

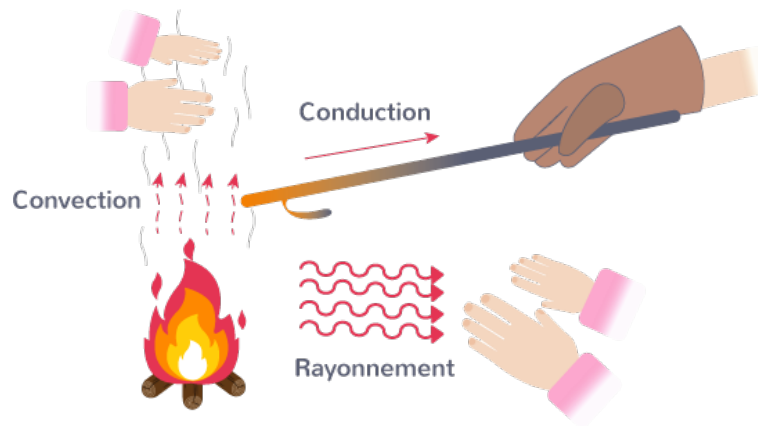


Figure (I.1) : les trois modes de transfert de chaleur

### I.1 Transfert de chaleur par conduction :

La conduction est le mécanisme de transfert de chaleur dans lequel l'énergie thermique est transférée d'un point à un autre par l'interaction entre les atomes ou les molécules de la matière. La conduction se produit dans les solides, les liquides et les gaz.

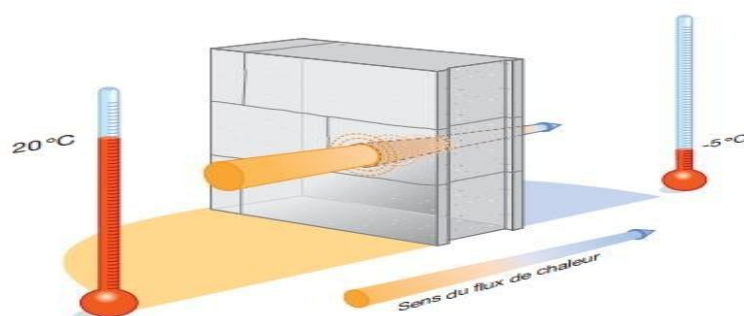


Figure (I.2) : Transfert de chaleur à travers un mur.

C'est le cas des murs réels constitués de plusieurs couches de matériaux différents et où le ne connaît que les températures  $T_{f1}$  et  $T_{f2}$  des fluides en contact avec les deux faces du mur de surface latérale  $S$  :

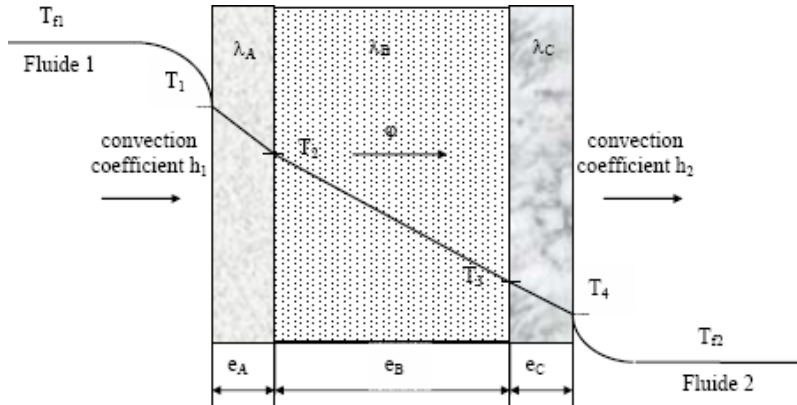


Figure (I.3) : Transfert de chaleur par conduction dans un mur multicouche.

En régime permanent, le flux de chaleur se conserve lors de traversée du mur et s'écrit :

$$\varphi = h_1 S (T_{f1} - T_1) = \frac{k_A S (T_1 - T_2)}{e_A} = \frac{k_B S (T_2 - T_3)}{e_B} = \frac{k_C S (T_3 - T_4)}{e_C} = h_2 S (T_4 - T_{f2}) \quad (I.1)$$

D'où

$$\varphi = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\frac{1}{h_1 S} + \frac{e_A}{k_A S} + \frac{e_B}{k_B S} + \frac{e_C}{k_C S} + \frac{1}{h_2 S}} \quad (I.2)$$

Nous avons considéré que les contacts entre les couches de différentes natures étaient parfaits et qu'il n'existait pas de discontinuité de température aux interfaces. En réalité, compte-tenu de la rugosité des surfaces, une microcouche d'air existe entre les creux des surfaces en regard et crée une résistance thermique  $R$  (l'air est un isolant) appelée résistance thermique de contact. La formule précédente s'écrit alors :

$$\varphi = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\frac{1}{h_1 S} + \frac{e_A}{\lambda_A S} + R_{AB} + \frac{e_B}{\lambda_B S} + R_{BC} + \frac{e_C}{\lambda_C S} + \frac{1}{h_2 S}} \quad (I.3)$$

Le schéma électrique équivalent est le suivant :

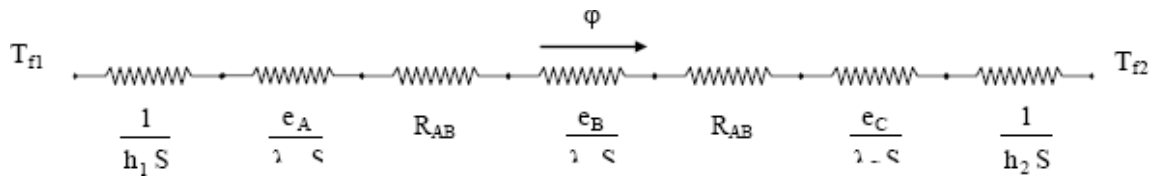


Figure (I.4) : Le schéma électrique d'une résistance thermique.

Une résistance thermique ne peut être définie qu'entre deux surfaces isothermes, Cette résistance thermique de contact est négligée si le mur comporte une paroi isolante ou si les parois sont jointes par soudure.

## I.2 Transfert de chaleur par rayonnement :

La radiation thermique est l'émission d'énergie thermique par un corps, sous forme d'ondes électromagnétiques, du fait de sa température. Tout corps dont la température est supérieure au zéro absolu émet de l'énergie thermique. Les ondes électromagnétiques voyageant dans le vide, aucun milieu n'est nécessaire au transfert par radiation. La figure suivante indique la plage, en longueur d'onde, de la radiation thermique comparée aux radiations émises par d'autres moyens (rayons X, rayons  $\delta$ , rayons cosmiques, etc.).

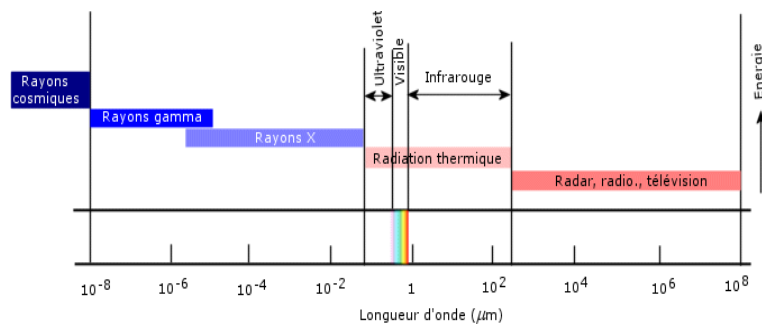


Figure (I.5) : longueur d'ondes électromagnétiques

L'énergie thermique du soleil atteint la Terre par radiation. Les ondes électromagnétiques voyageant à la vitesse de la lumière, la radiation est le mécanisme d'échange de chaleur le plus rapide.

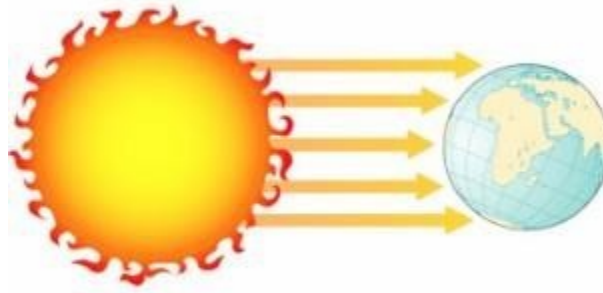


Figure (I.6) : L'énergie thermique du soleil

### I.2.1 Réception du rayonnement par un solide

Quand un rayon incident d'énergie  $\lambda$  frappe un corps à la température  $T$ , une partie  $\varphi_{\lambda} \rho_{\lambda T}$  de l'énergie incidente est réfléchi par la surface  $S$ , une autre partie  $\varphi_{\lambda} \alpha_{\lambda T}$  est absorbée par le corps qui s'échauffe et le reste  $\varphi_{\lambda} \tau_{\lambda T}$  est transmis et continue son chemin :

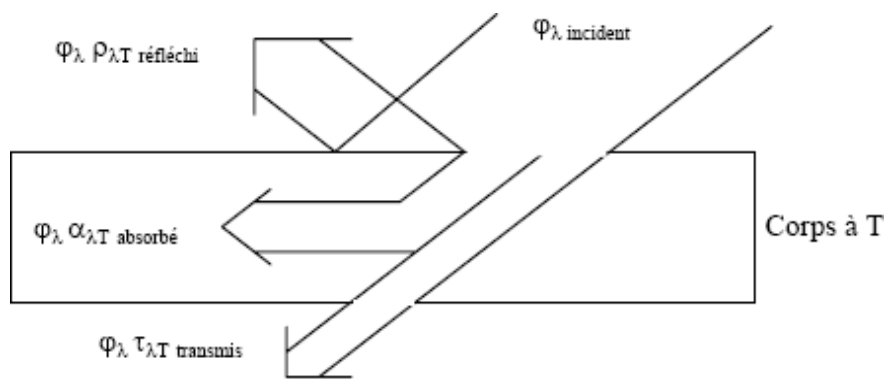


Figure (I.7) : les trois modèles de rayonnement par un solide

### I.3 Transfert de chaleur par convection :

#### I.3.1 Généralités :

La convection est un mode de transfert de chaleur qui met en jeu, en plus de la conduction, le mouvement macroscopique de la matière. Ce phénomène se produit au sein des milieux fluides (liquides ou gaz) en écoulement ou entre une paroi solide et un fluide en mouvement. Le fluide sera alors le siège non seulement de transport de chaleur mais également de transport de quantité de mouvement. On distingue deux types de convection :

- **Convection naturelle** : les mouvements sont dus aux variations de masse volumique dans un fluide soumis au champ de pesanteur. Les variations de masse volumique peuvent être générées par des gradients de température (l'air chaud est plus léger que l'air froid) et/ou à des gradients de composition (air d'une pièce chauffé par un radiateur, courants océaniques ou atmosphériques...).
- **Convection forcée** : le mouvement du fluide est provoqué par des actions mécaniques extérieures (pompe, ventilateur...).
- On parlera de *convection mixte* lorsque les deux types de convection coexistent dans un système.

Dans le chapitre précédent, nous avons considéré les échanges par convection seulement comme une condition aux limites pour traiter des problèmes de conduction dans les solides (le système étudié était le solide qui échangeait de la chaleur par convection à sa frontière avec le milieu extérieur). Dans ce chapitre, le système étudié sera le fluide en mouvement, l'état thermique du solide étant alors pris comme condition aux limites.

L'étude du transfert de chaleur par convection permet de déterminer les échanges de chaleur se produisant entre une paroi et le fluide en écoulement. On distingue alors classiquement deux grands types de configurations caractérisant la géométrie du système :

- **Écoulements externes** : typiquement les écoulements autour d'obstacles (aéronautique, échangeurs...).
- **Écoulements internes** : concernent les écoulements dans les tuyaux (échangeurs) ou dans les locaux (thermique du bâtiment).

L'importance du flux de chaleur échangé par convection va dépendre du régime d'écoulement sous lequel se produisent les échanges : régime laminaire ou turbulent. Un écoulement laminaire est un écoulement caractérisé par des lignes de courant bien identifiables parallèles aux parois. Un écoulement turbulent est caractérisé par des structures tourbillonnaires qui favorisent le brassage du fluide et donc les échanges de chaleur. Pour certaines configurations, comme par exemple l'écoulement le long d'une plaque plane, l'écoulement peut évoluer d'un régime laminaire à un régime turbulent en passant par une phase de transition.

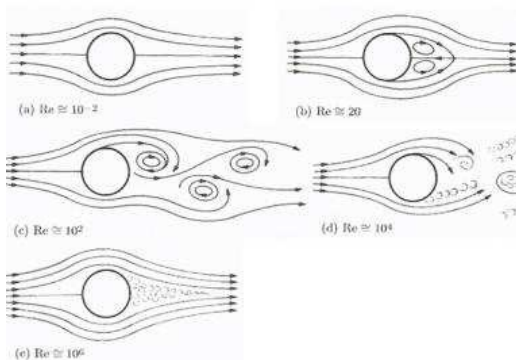


Figure I.8:  
Écoulement autour d'un cylindre

Écoulement autour d'un cylindre : topologie de l'écoulement derrière le cylindre en fonction de l'intensité de l'écoulement initial.

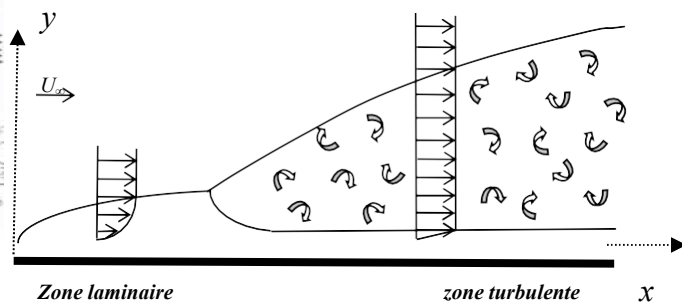


Figure I.9: Écoulement long d'une plaque plane

Écoulement le long d'une plaque plane : développement de la couche limite dynamique. Transition laminaire – turbulent.

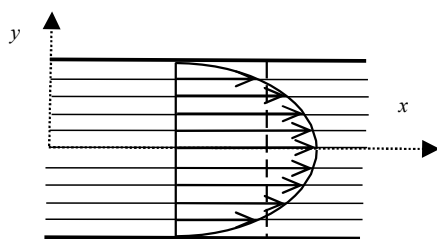


Figure I.10: Régime laminaire

Régime laminaire – écoulement interne  
Le transfert de chaleur se produit : par conduction (diffusion) dans la direction  $y$ , par conduction (généralement négligeable) et convection dans la direction  $x$ .

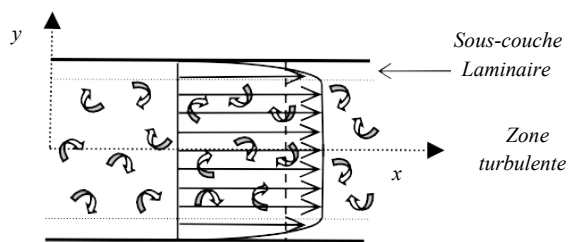


Figure I.11: Régime turbulent

Régime turbulent – écoulement interne  
Le transfert de chaleur se produit : par convection dans toutes les directions dans la zone turbulente sauf dans la sous-couche laminaire près des parois.

La notion de température est directement liée à l'agitation des molécules qui composent la matière (on parle d'agitation thermique). Plus l'agitation (l'énergie cinétique) est importante, plus la température est élevée. Ainsi le transfert de chaleur d'une région chaude vers une autre plus froide correspond à un transfert d'énergie cinétique lors des chocs entre les molécules. De façon similaire, la viscosité correspond à une dissipation d'énergie liée au transfert de quantité de mouvement lors de ces mêmes chocs intermoléculaires. On voit donc que les phénomènes de transfert de chaleur et de quantité de mouvement sont intimement liés, ce qui a amené à introduire l'analogie de Reynolds : les profils de vitesse et de température au sein d'un fluide en mouvement dans un tube et soumis à des échanges de chaleur par convection sont liés par une relation de similitude.

### **I.3.2 Coefficient d'échange convectif :**

*Notion de couche limite* : c'est une région de l'espace au sein de laquelle sont observés les gradients de vitesse (couche limite dynamique) ou les gradients de température (couche limite thermique). Le développement de la couche limite dynamique est dû au phénomène de *diffusion de quantité de mouvement* par frottement visqueux. Le développement de la couche limite thermique est dû au phénomène de *diffusion d'enthalpie*. On note  $\delta$  l'épaisseur de la *couche limite dynamique* et  $T$  l'épaisseur de la *couche limite thermique*.



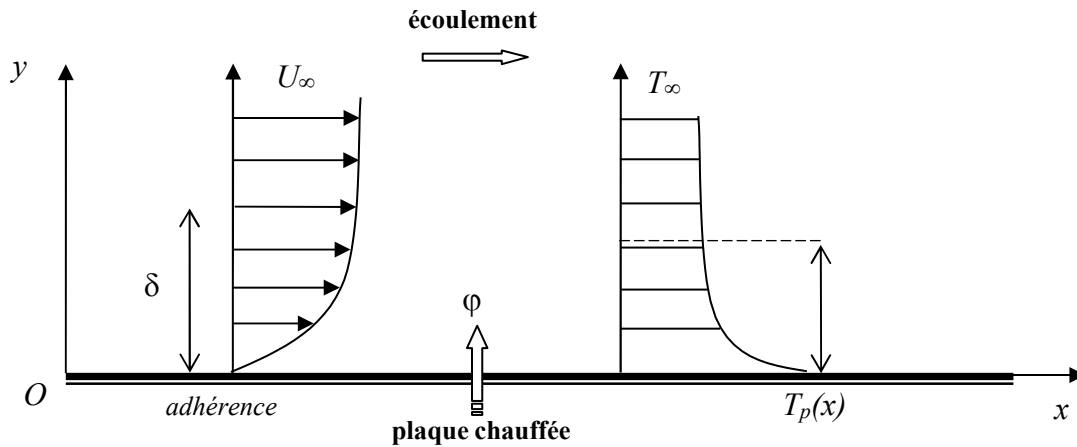


Figure I.12: Écoulement d'un plaque chauffée

Au voisinage des parois, compte tenu des faibles vitesses du fluide, le transfert d'énergie par diffusion est dominant. Cette couche constitue la principale résistance au transfert de chaleur entre la paroi et le fluide en mouvement. Ainsi au voisinage immédiat de la paroi, on pourra définir une résistance thermique locale de conduction,  $R$ , telle que :

$$R \approx \frac{\delta_T}{\lambda} \quad (\text{I.4})$$

Où  $\lambda$  est la conductivité thermique du fluide

La densité de flux (flux par unité de surface) échangée entre la paroi et le fluide s'écrit alors :

$$\varphi = \frac{\Delta T}{R} \approx \frac{\Delta T}{\delta_T / \lambda} = \frac{T_p - T_\infty}{\delta_T / \lambda} \quad (\text{I.5})$$

Le transfert de chaleur se produit ensuite par convection dans le fluide et la densité de flux obéit alors à la loi de Newton :

$$\varphi = h \Delta T \quad (\text{I.6})$$

Où  $h$  désigne le coefficient d'échange convectif ( $W.m^{-2}.K^{-1}$ ).

On aura alors :

$$\varphi \approx \frac{\Delta T}{\delta_T / \lambda} \approx h \Delta T \quad \Rightarrow \quad h \approx \frac{\lambda}{\delta_T} \quad (\text{I.7})$$

Lorsque l'on parle de densité de flux de chaleur, on s'intéresse au flux de chaleur échangé localement entre la paroi et le fluide. On y associe un coefficient d'échange convectif local,  $h$ . Les conditions d'écoulement pouvant varier d'un point à l'autre de la paroi, le coefficient d'échange et donc le flux de chaleur échangé, peuvent aussi varier. On définit ainsi un

coefficient d'échange convectif moyen,  $\bar{h}$ , qui correspond au coefficient d'échange local moyenné sur toute la surface de la paroi au contact avec le fluide :

$$\bar{h} = \frac{1}{S} \iint_S h \, dS \quad (I.8)$$

Les épaisseurs de couches limites au sein desquelles se produisent les transferts de chaleur et de quantité de mouvement dépendent d'un grand nombre de paramètres (nature du fluide, régime d'écoulement, taille et géométrie du système, état de surface de la paroi...) et sont donc difficiles à caractériser. Le coefficient d'échange convectif, qui donne accès au calcul du flux de chaleur échangé entre la paroi et le fluide, est directement lié à ces épaisseurs de couches limites et est ainsi une grandeur extrêmement difficile à évaluer. Ce coefficient est difficile à calculer précisément mais on peut toutefois donner des ordres de grandeurs (en  $W.m^{-2}.K^{-1}$ ) :

- Convection forcée : gaz  $h \sim 100$ , liquide  $h \sim 10^3$  à  $10^5$ . Application : échangeurs, refroidissement des circuits électroniques...

- Convection naturelle : gaz  $h \sim 10$ , liquide  $h \sim 10^2$ . Application : thermique de l'habitat, météorologie, mouvements dans le manteau terrestre, courants océaniques...

Rq : lorsque la turbulence de l'écoulement augmente, l'épaisseur de la sous-couche laminaire diminue et donc la résistance thermique décroît. Ainsi, le flux de chaleur échangé pour un écart de température donné, augmente.

### I.3.3 Lois de corrélation pour le coefficient d'échange convectif

Dans le domaine de l'ingénierie, les coefficients d'échange sont calculés à partir de lois de corrélations, obtenues soit par l'analyse précise des mécanismes qui gouvernent les transferts dans les couches limites, ou obtenues à partir d'expérimentations (lois empiriques).

#### 1. Paramètres caractéristiques de la convection :

Les échanges de chaleur par convection se produisent au sein d'un fluide en écoulement. On a vu que le coefficient d'échange, qui intervient dans le calcul du flux de chaleur, était lié à de nombreux paramètres, notamment au régime d'écoulement (laminaire ou turbulent), à la nature du fluide et à la géométrie du système. Ainsi on cherchera à exprimer  $h$  en fonction de la vitesse de l'écoulement, des coefficients de diffusion de quantité de

mouvement et de chaleur (qui contrôlent les épaisseurs de couche limite) et d'une longueur caractéristique du système.

Dans la pratique, on utilise plutôt des grandeurs sans dimensions.

➤ Le flux de chaleur échangé par convection, et donc indirectement le coefficient d'échange convectif  $h$ , sera caractérisé en le comparant à un flux de chaleur de référence échangé par conduction. On définit ainsi un nombre sans dimension, appelé nombre de Nusselt :

$$Nu_{L_{ref}} = \frac{\text{flux convectif}}{\text{flux de conduction de référence}} = \frac{\text{loi de Newton}}{\text{loi de Fourier}} = \frac{h S \Delta T}{\lambda S \frac{\Delta T}{L_{ref}}}$$

$$Nu_{L_{ref}} = \frac{h L_{ref}}{\lambda} \quad (I.9)$$

Un nombre de Nusselt élevé signifiera donc que les échanges de chaleur par convection prédominent face aux échanges par conduction.

Le nombre de Nusselt fait bien entendu apparaître le coefficient d'échange convectif. On pourra ainsi définir un nombre de Nusselt local à partir du coefficient d'échange local associé au flux de chaleur échangé localement entre une paroi et le fluide ou bien un nombre de Nusselt moyen défini à partir du coefficient d'échange moyen associé au flux de chaleur global sur toute la surface de la paroi.

Exemple : écoulement le long d'une plaque plane de longueur  $L$  :

- Nombre de Nusselt local en une position  $x$  donnée le long de la plaque :  $Nu_x = \frac{h(x)x}{\lambda}$  (I.10)
- Nombre de Nusselt moyen calculé sur la longueur de la plaque :  $Nu_L = \frac{\bar{h}L}{\lambda}$  où  $\bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h_x dx$  (I.11)

Le régime d'écoulement en convection forcée est caractérisé à partir d'un nombre sans dimension : le nombre de Reynolds, qui quantifie l'importance des forces d'inertie (moteur de l'écoulement) par rapport aux forces visqueuses (dissipation, frein à l'écoulement). Il s'écrit :

$$Re_{L_{ref}} = \frac{\text{forces d'inertie}}{\text{forces visqueuses}} = \frac{\text{moteur}}{\text{frein}} = \frac{\rho \frac{U^2}{L_{ref}}}{\mu \frac{U}{L_{ref}^2}} = \frac{U L_{ref}}{\nu} \quad (I.12)$$

où :  $U$  est la vitesse caractéristique de l'écoulement ( $m.s^{-1}$ ).

$L_{ref}$  est une longueur caractéristique du système étudié ( $m$ ).

$\nu$  est la viscosité cinématique du fluide (ou diffusivité de quantité de mouvement), définie par :

$$(I.13) \quad \boxed{\nu = \frac{\mu}{\rho}} \quad \text{où} \quad \begin{array}{l} \mu \text{ est la viscosité dynamique du fluide } (kg.m^{-1}.s^{-1}) \\ \rho \text{ est la masse volumique du fluide } (kg.m^{-3}) \end{array}$$

$\nu$  est ainsi une propriété physique du fluide, qui quantifie la capacité de ce fluide à diffuser la quantité de mouvement (à atténuer les gradients de vitesse). Elle s'exprime en  $m^2/s$ .

Dans le cas d'un écoulement le long d'une plaque plane de longueur  $L$ , l'écoulement sera considéré comme turbulent si  $Re_L \geq Re_{critique} \approx 5 \times 10^5$

Dans le cas d'un écoulement dans un tube cylindrique de rayon  $D$ , l'écoulement sera considéré comme turbulent si  $Re_D \geq Re_{critique} \approx 2100$

Le régime d'écoulement en convection naturelle est caractérisé à partir d'un nombre sans dimension : le nombre de Grashof, qui quantifie l'importance des forces d'Archimède (moteur de l'écoulement) par rapport aux forces visqueuses (dissipation, frein à l'écoulement). Il s'écrit :

$$\boxed{Gr_{L_{ref}} = \frac{g \beta \Delta T L_{ref}^3}{\nu^2}} \quad (I.14)$$

Où :  $g$  est l'accélération de la pesanteur ( $m.s^{-2}$ ).

$$\beta \text{ est le coefficient de dilatation thermique } (K^{-1}) : \beta = - \left. \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (I.15)$$

$\Delta T$  est un écart de température caractéristique du système étudié ( $K$ ).

Le comportement du fluide vis-à-vis des échanges de chaleur par convection est caractérisé par le nombre de Prandtl. C'est un paramètre sans dimension défini par le rapport entre la diffusivité de quantité de mouvement et la diffusivité thermique :

$$\boxed{Pr = \frac{\nu}{\alpha}} \quad (I.16)$$

$\alpha$  est la **diffusivité thermique** du fluide, définie par :

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad (I.17)$$

Où  $\lambda$  est la **conductivité thermique** du fluide ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ )

$c_p$  est la **chaleur spécifique** du fluide ( $J.kg^{-1}.K^{-1}$ )

$\alpha$  est ainsi une propriété physique du fluide, qui quantifie la capacité de ce fluide à diffuser la chaleur (à atténuer les gradients de température). Elle s'exprime en  $m^2/s$ .

Le nombre de Prandtl peut être vu comme un rapport de deux temps caractéristiques : le temps de diffusion de la quantité de mouvement,  $\tau_v = \frac{L_{ref}^2}{\nu}$  et le temps de diffusion thermique,  $\tau_\alpha = \frac{L_{ref}^2}{\alpha}$  :  $Pr = \frac{\tau_\alpha}{\tau_v}$

Ainsi un nombre de Prandtl faible (cas des métaux liquides) signifie que la diffusion de la chaleur dans le fluide se produit très vite (temps de diffusion très court) de telle sorte que le champ de vitesse n'a pas le temps d'affecter le champ de température. Inversement, un nombre de Prandtl élevé signifie que le champ de température dans le fluide est fortement influencé par le champ de vitesse.

Ordres de grandeur (conditions normales de pressions et de températures),

$$Pr_{air} \approx 0.7, Pr_{eau} \approx 7, Pr_{huile} \approx 1000.$$

Le nombre de Prandtl peut être combiné au nombre de Reynolds pour former le nombre de Péclet :

$$Pe_{L_{ref}} = Re_{L_{ref}} Pr = \frac{U L_{ref}}{\alpha} \quad (I.18)$$

Le nombre de Prandtl peut être combiné au nombre de Grashof pour former le nombre de Rayleigh :

$$Ra_{L_{ref}} = Gr_{L_{ref}} Pr = \frac{g \beta \Delta T L_{ref}^3}{\nu \alpha} \quad (I.19)$$

## 2. Lois de corrélation en convection :

Le transfert de chaleur par convection dépend du régime d'écoulement (laminaire ou turbulent) et de la nature du fluide.

En convection forcée, on cherchera donc à établir des corrélations qui relient le nombre de Nusselt aux nombres de Reynolds et de Prandtl :  $Nu_{L_{ref}} = f(Re_{L_{ref}}, Pr)$

En convection naturelle, on cherchera à établir des corrélations qui relient le nombre de Nusselt aux nombres de Grashof et de Prandtl. Les études montrent que les corrélations s'écrivent simplement en utilisant le nombre de Rayleigh :  $Nu_{L_{ref}} = f(Ra_{L_{ref}})$

### 3. Méthodologie pour calculer le flux de chaleur en convection :

- Calcule du nombre de Reynolds  $Re_{L_{ref}}$  (convection forcée) ou du nombre de Rayleigh, (convection naturelle) et du nombre de Prandtl  $Pr$
- Choix de la corrélation
- Calcule le nombre de Nusselt :  $Nu_{L_{ref}} = f(Re_{L_{ref}}, Pr)$  ou  $Nu_{L_{ref}} = f(Ra_{L_{ref}})$ .
- Calcule du coefficient d'échange (local ou moyen) :  $h = \frac{\lambda}{L_{ref}} Nu_{L_{ref}}$ .
- Calcul du flux de chaleur (local ou global) par la loi de Newton.

Remarque : Dans le cas des conduites, la longueur caractéristique est le diamètre hydraulique, défini par :

$$D_h = 4 \frac{\text{Section de passage du fluide}}{\text{Périmètre mouillé de la conduite}} = 4 \frac{S}{P}$$

Exemples :

- cylindre de diamètre  $D$  totalement rempli de fluide :

$$S = \pi \frac{D^2}{4} \text{ et } P = \pi D \quad \Rightarrow \quad D_h = D$$

- conduite rectangulaire de hauteur  $h$ , de largeur  $L$  totalement remplie de fluide :

$$S = h L \text{ et } P = 2(a + L) \quad \Rightarrow \quad D_h = 2 \frac{h L}{h + L}$$

dans le cas où  $L \gg h$  :  $D_h = 2 \frac{h L}{h + L} = 2 \frac{h}{\frac{h}{L} + 1} \approx 2 h$

## PRINCIPALES LOIS DE CORRELATION EN CONVECTION FORCEE

$$Nu = f(Re, Pr)$$

Les propriétés thermo-physiques qui interviennent dans les nombres de Reynolds et de Prandtl sont évaluées à la température moyenne entre la température de l'écoulement et la température de surface du solide.

### I.3.4 Convection forcée interne

Diamètre hydraulique d'une conduite :  $D_h = \frac{4S}{P}$     S : section de passage du fluide  
P : périmètre mouillé de la conduite.

Écoulement dans une <b>conduite de diamètre hydraulique <math>D_h</math></b> en régime établi	
<p style="text-align: center;"><u>Régime laminaire (<math>Re_{D_h} &lt; 2100</math>)</u></p> <p>Corrélation empirique valable pour conduite chauffée à température constante <math>T_p</math></p> <p style="text-align: center;"><math>0.48 &lt; Pr &lt; 16700.</math></p>	<p style="text-align: center;"><u>Régime turbulent</u></p> <p>Corrélations valables si <math>Re_{D_h} &gt; 10^4</math>, <math>0.7 &lt; Pr &lt; 160</math></p>
<p><math>\overline{Nu}_{D_h} = 1.86 \left( \frac{Re_{D_h} Pr D_h}{L} \right)^{0.33} \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0.14}</math></p> <p>si <math>0.0044 &lt; \frac{\mu}{\mu_p} &lt; 9.75</math></p> <p><math>\mu_p</math> viscosité dynamique calculée à <math>T_p</math>.</p>	<p><u>Corrélation de Colburn</u></p> <p><math>Nu_{D_h} = 0.023 Re_{D_h}^{0.8} Pr^{0.33}</math></p> <p><u>Corrélation empirique de Dittus-Boelter</u></p> <p><math>Nu_{D_h} = 0.023 Re_{D_h}^{0.8} Pr^n</math>    n = 0.4 si paroi chauffée</p> <p style="text-align: right;">n=0.3    si    paroi refroidie</p>

Rq : pour un tube totalement rempli de fluide, une solution analytique peut être obtenue en régime laminaire :

- paroi chauffée à température constante :  $Nu_D = 3.66$
- paroi chauffée à flux constant.  $Nu_D = 4.36$

### I.3.5 Convection forcée externe

Écoulement autour d'un cylindre de diamètre $D$ : <u>corrélations de Hilpert</u>
$Pr \geq 0.7$
$\overline{Nu}_D = C Re_D^m Pr^{0.33}$

$Re_D$	$C$	$m$
0.4 – 4	0.989	0.33
4 – 40	0.911	0.385
40 – $4 \cdot 10^3$	0.683	0.466
$4 \cdot 10^3$ – $4 \cdot 10^4$	0.193	0.618
$4 \cdot 10^4$ – $4 \cdot 10^5$	0.027	0.805

<p>Écoulement autour d'une <b>sphère de diamètre <math>D</math></b> : corrélation de Whitaker  valable pour : <math>3.5 \leq Re_{Dh} \leq 8 \cdot 10^4</math> et <math>0.7 &lt; Pr &lt; 380</math></p>
$\overline{Nu}_D = 2 + (0.4 Re_D^{0.5} + 0.06 Re_D^{0.66}) Pr^{0.4} \left( \frac{\mu_\infty}{\mu_s} \right)$

$\mu_\infty$  est la viscosité dynamique du fluide calculée à la température de l'écoulement à l'infini (loin de la sphère).

$\mu_s$  est la viscosité dynamique du fluide calculée à la température de surface de la sphère.

Écoulement le long d'une <b>plaque plane de longueur <math>L</math></b>	
Régime laminaire	Régime turbulent
Local : $Nu_x = 0.332 Re_x^{0.5} Pr^{0.33}$ ( $Pr \geq 0.6$ )	$Nu_x = 0.0296 Re_x^{0.8} Pr^{0.33}$ ( $0.6 < Pr < 60$ ) $\overline{Nu}_L = 0.037 Re_L^{0.8} Pr^{0.33}$
Moyen : $\overline{Nu}_L = 0.664 Re_L^{0.5} Pr^{0.33}$	

### Conclusion

Avec contact ou à distance, tout corps échange de l'énergie sous forme thermique. Il existe trois modes de transfert, illustrés dans l'activité suivante : la conduction, la convection et le rayonnement.

la conduction L'énergie thermique se transmet spontanément du corps le plus chaud vers le corps le plus froid. L'agitation thermique du corps le plus chaud augmente l'agitation du corps le plus froid Le transfert thermique s'arrête lorsque la température des deux corps est la même, c'est-à-dire quand l'agitation est la même dans les deux corps. La conduction est le premier mode de transfert thermique : l'agitation thermique se propage de proche en proche.

la convection Lorsqu'un fluide est chauffé, celui-ci se dilate et sa densité diminue. Au contraire, le fluide refroidi se contracte. L'énergie thermique se propage alors par convection. Les mouvements du fluide cessent lorsque le fluide chaud se trouve au-dessus du fluide froid. La convection est dite forcée lorsque l'on impose une circulation du fluide.

rayonnement Tout corps chauffé émet un rayonnement électromagnétique. Il peut alors réchauffer à distance un corps absorbant ce rayonnement. La température d'un corps isolé ne varie plus lorsqu'il rayonne autant d'énergie qu'il en reçoit.



# **CHAPITRE II : ELEMENTS FINIS**

## Introduction

la méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles. Celles-ci peuvent par exemple représenter analytiquement le comportement dynamique de certains systèmes physiques (mécaniques, thermodynamiques, acoustiques, etc.)

Concrètement, cela permet par exemple de calculer numériquement le comportement d'objets même très complexes, à condition qu'ils soient continus et décrits par une équation aux dérivées partielles linéaire : mouvement d'une corde secouée par l'un des bouts, comportement d'un fluide arrivant à grande vitesse sur un obstacle, déformation d'une structure métallique, etc.

La méthode des éléments finis fait partie des outils de mathématiques appliquées. Ils'agit de mettre en place, à l'aide des principes hérités de la formulation variationnelle ou formulation faible un algorithme discret mathématique permettant de rechercher une solution approchée d'une équation aux dérivées partielles (ou EDP) sur un domaine compact avec conditions aux bords et/ou dans l'intérieur du compact. On parle couramment de conditions de type Dirichlet (valeurs aux bords) ou Neumann (gradients aux bords) ou de Robin (relation gradient/valeurs sur le bord).

Il s'agit donc avant tout de la résolution approchée d'un problème, où, grâce à la formulation variationnelle, les solutions du problème vérifient des conditions d'existence plus faibles que celles des solutions du problème de départ et où une discrétisation permet de trouver une solution approchée. Comme de nombreuses autres méthodes numériques, outre l'algorithme de résolution en soi, se posent les questions de qualité de la discrétisation :

- existence de solutions,
- unicité de la solution
- stabilité
- convergence
- et bien sûr : mesure d'erreur entre une solution discrète et une solution unique du problème initial.

La partie 2 va présenter le cadre général de la méthode des éléments finis, ainsi que le cas pratique le plus courant considérant des équations aux dérivées partielles linéaires dont on cherche une approximation par des fonctions affines.

La présentation en partie 3 est essentiellement physique, notamment mécanique. Elle doit être considérée que comme une présentation des éléments constitutifs de la modélisation discrète utilisée en résistance des matériaux via la méthode des éléments finis. C'est une approche tout à fait valide, un bon exemple pédagogique. Elle apporte un biais certain quant à une approche plus générale, du fait notamment de la linéarité supposée des matériaux.

## II.1 Historique

- Analyse des structures née vers 1850
  - RDM (Résistance des matériaux)  $\Rightarrow$  calculs « manuels » Maxwell, Castigliano, Mohr
  - Concept d'éléments finis né vers 194 Newmark, Hrenikoff, Mc Henry, Courant
  - Développement réel depuis 196 Calcul numérique sur ordinateur

## II.2 Domaines d'application

- Calcul de structures, étude des contacts, électricité, électromagnétisme, hydraulique, aérodynamique, finance, ingénierie biomédicale, ...

## II.3 Principe

1. Le milieu continu est « idéalisé » par la subdivision en un nombre fini d'éléments dont le comportement est représenté par un nombre fini de paramètres.
2. La résolution du problème global, obtenu par assemblage des éléments, suit les règles qui régissent les structures discrètes.

### III.4 Les difficultés

- D'ordre théorique : formulation des éléments
- D'ordre pratique :
  - Discrétisation du milieu continu (maillage)
  - Qualité des résultats (convergence de la méthode)

### II.5 Exemple de problème discret : un réseau électrique

$$\left. \begin{aligned} I_i^e &= \frac{1}{R^e}(U_i^e - U_j^e) \\ I_j^e &= \frac{1}{R^e}(U_j^e - U_i^e) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{Bmatrix} I_i^e \\ I_j^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{R^e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_i^e \\ U_j^e \end{Bmatrix} \quad (\text{II.1})$$

Équation locale du composant e :

$$\text{soit } \{I^e\} = [K^e]\{U^e\}$$

1. On écrit :

- La continuité des potentiels en chaque connexion  $i$
- L'équilibre des courants à chaque connexion
- L'adjonction des courants externes  $P^i$

2. On obtient l'équation globale du système assemblé :

$$P^i = \sum_{j=1}^m \sum_{e=1}^m K_{ij}^e U_j^e$$

$$\text{Soit } \{P\} = [K]\{U\}$$

(II.2)

### II.6 Définition d'un élément fini

En calcul de structures, un élément fini est caractérisé par deux matrices :

- La matrice de raideur [K]
- La matrice de masse [M]

### II.7 Formulation d'un élément fini

Définitions et notations

- Déplacement : {U}

C'est un vecteur dont chaque composante est également appelée degré de liberté

- 3 ddl de translation :  $U_x, U_y, U_z$
- 3 ddl de rotation :  $\Theta_x, \Theta_y, \Theta_z$
- Déformation : (voir Tenseur des déformations)  $[\epsilon]$  est le rapport de l'allongement à la longueur initiale.

En petites déformations, on a

$$(A'B')^2 = \left(dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} dx\right)^2 \quad (\text{II.3})$$

Comme

$$\epsilon_x = \frac{A'B' - AB}{AB} \quad (\text{II.4})$$

on a

$$A'B' = (1 + \epsilon_x) dx \quad (\text{II.5})$$

$$2\epsilon_x + \epsilon_x^2 = 2\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial u^2}{\partial x} \quad (\text{II.6})$$

On néglige les termes d'ordre 2 :

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (\text{II.7})$$

Remarque :  $\epsilon$  est sans dimension

- Contrainte : (voir Tenseur des contraintes)  $[\Theta]$  Elle représente les efforts internes qui s'appliquent dans la structure.

$\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$ : contraintes normales

$\sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}$  : contraintes de cisaillement

- Une contrainte est homogène à une pression (N/m<sup>2</sup>)

- Il existe un système de coordonnées dans lequel  $[\sigma]$  est une matrice

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}$$

- diagonale :

$\langle \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z \rangle$  sont appelées les contraintes principales

- Relations Contraintes-Déformations : (voir Loi de Hooke)  $\equiv$  lois de comportement

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{Bmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} & 0 \\ & & & & & \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{Bmatrix}$$

(sym)

E: module de Young (N/m<sup>2</sup>)

$\nu$ : coefficient de Poisson (sans dimension)

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{II.8}$$

- On utilise parfois le module de cisaillement :
- Pour un matériau isotrope, il n'y a que 2 paramètres indépendants. Il y en a 6 pour un matériau isotrope transverse, 9 pour un matériau orthotrope et 21 pour un matériau anisotrope

- En notation matricielle,
  - on écrit :  $\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\}$
- $[D]$  est appelée matrice d'élasticité du matériau.
- Énergie de déformation :  $W$

$$W = \frac{1}{2} \int_V \sigma \cdot \epsilon \cdot dv \quad (\text{II.9})$$

- Travail d'une force :

C'est le produit de la force par le déplacement de son point d'application :

$$T_F = \frac{1}{2} F \cdot U_F \quad (\text{II.10})$$

Moment :

C'est une force appliquée sur un ddl de type rotation

## II.8 Équations fondamentales

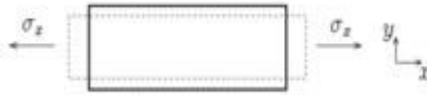
Équations d'équilibre local :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + F_x &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} + F_y &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + F_z &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

Relations déformations-déplacements :

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \epsilon_y &= \frac{\partial u}{\partial y} \\ \gamma_{xz} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{II.12})$$

Symboliquement, on écrit  $\{\epsilon\} = [S]\{U\}$



### Signification du coefficient de Poisson

Si on applique au barreau une contrainte  $\sigma_x$ , on observe un rétrécissement dans la direction  $y$

correspondant à une déformation  $\frac{\sigma_x - \nu \sigma_x}{E}$  Quelques valeurs usuelles :

- Acier :  $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2 = 210\,000 \text{ MPa}$   $\nu = 0,3$
- Aluminium :  $E = 7 \times 10^{10} \text{ N/m}^2 = 70\,000 \text{ MPa}$   $\nu = 0,3$

Remarques : On a toujours  $-1 \leq \nu \leq 0,5$  Quand  $\nu = 0,5$ , le matériau est dit incompressible.

Exemple de formulation : Barre en traction

On suppose que le déplacement en tout point de la barre est donné par un polynôme du 1<sup>er</sup> degré :

$$U(x) = a_1 + a_2 x \quad (\text{II.13})$$

On a  $u(0) = u_1$

Et  $u(L) = u_2$

d'où

$$U(x) = u_1 \left(1 - \frac{x}{L}\right) + \frac{x}{L} u_2 \quad (\text{II.14})$$

qu'on écrit

symboliquement :  $U(x) = [N(x)]\{U\}$

avec  $[N(x)] = \left[ \left(1 - \frac{x}{L}\right) ; \left(\frac{x}{L}\right) \right] \quad (\text{II.15})$

$$\{U\} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$



On en déduit :

$$\epsilon = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = [B]\{U\} \quad (\text{II.16})$$

$$\sigma E \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = [D]c \quad (\text{II.17})$$

D'autre part, on a par définition :

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\sigma S \\ \sigma S \end{Bmatrix}$$

où S est l'aire de la section de la barre.

On pose :

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = [A]\sigma \quad \text{avec} \quad \{A\} = S \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

On obtient finalement :

$$\{F\} = [A][D][B]\{U\} \quad (\text{II.18})$$

Soit une relation du type :

$$\{F\} = [K]\{U\}$$

$$\text{avec} \quad [K] = [A][D][B]$$

En explicitant :

$$[K] = \frac{ES}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

On voit que la matrice de rigidité se calcule comme le produit de 3 matrices

[B]: Transformation des déplacements aux déformations

[D] : Matrice d'élasticité du matériau

[A]: Transformation des contraintes en forces

*Formulation générale (méthode directe)*

La démarche est la suivante :

- On exprime le déplacement  $\{u(x)\}$  en tout point de l'élément en fonction des déplacements aux nœuds  $\{u(x)\} = [N(x)]\{U\}$

On exprime les déformations en fonction des déplacements  $\{\epsilon(x)\} = [S]\{u(x)\}$

d'où

$$\{\epsilon(x)\} = [S][N(x)]\{U\} = [B(x)]\{U\} \quad (\text{II.19})$$

- On écrit la loi de comportement du matériau qui relie les contraintes aux déformations :  $\{\sigma(x)\} = [D]\{\epsilon(x)\}$
- On écrit que le travail des forces externes appliquées à la structure pour un déplacement virtuel  $\delta U$  est égal au travail interne des contraintes pour ce même déplacement :

$$\{\delta U\}^T \{F\} = \int_V \{\delta \epsilon\}^T \{\sigma\} dv \quad (\text{II.20})$$

En explicitant, on a :

$$\{\delta U\}^T \{F\} = \{\delta U\}^T \left( \int_V [B]^T [D] [B] dv \right) \{U\}$$

Comme cette relation est vraie pour tout déplacement virtuel, on en déduit :

$$\{F\} = [K]\{U\}$$

avec  $[K]$  sous sa forme plus générale :  $[K] = \int_V [B]^T [D] [B] dv$

Remarques :

- La relation ci-dessus montre que  $[K]$  est symétrique.
- Le terme courant  $K_{i,j}$  de la matrice correspond à la force qui s'exerce sur le nœud  $J$  lorsqu'on impose un déplacement unitaire du nœud  $i$ .

La symétrie de  $[K]$  qui s'écrit  $K_{i,j} = K_{j,i}$  correspond mécaniquement au théorème de réciprocité de Maxwell-Betti.

## II.9 Qu'est-ce qui va différencier les différents types d'éléments finis ?

- Le choix des fonctions  $N(x)$
- La nature de l'opérateur  $S$  (reliant déformations et déplacements) qui dépend du type de théorie élastique utilisée :

- théorie des poutres
- théorie des plaques
- théorie de la contrainte ou de la déformation plane
- théorie des coques
- théorie des corps de révolution
- théorie de l'élasticité 3D

### **Remarques :**

Nous avons décrit le processus de formulation d'un élément fini dans le cadre de la méthode directe. (dite aussi méthode des déplacements) Il existe d'autres approches :

- La méthode des résidus pondérés
- L'application du principe des travaux virtuels ou des puissances virtuelles
- La minimisation de l'énergie potentielle

**Toutes ces approches sont équivalentes et aboutissent à la construction de la même matrice de rigidité.**

### **II.10 Éléments finis en contraintes**

Au lieu de rechercher une solution approchée en déplacement, on peut aussi rechercher la solution approchée en contrainte.

Dans le cas de la mécanique, l'application du principe des puissances virtuelles donne de manière non triviale les théorèmes énergétiques. On peut aboutir au même résultat en quelques lignes en écrivant l'erreur en relation de comportement.

L'approche en contrainte consiste à rechercher dans l'espace des champs de contraintes admissibles celui qui réalise le minimum de l'énergie complémentaire.

Cette approche est plus précise que l'approche en déplacement mais elle est peu développée du fait de la difficulté que l'on a à générer des champs de contraintes de divergence donnée.

### **II.11 Étude des fonctions $N(x)$**

- Dans le cas général de l'élasticité tridimensionnelle, ce sont en fait des fonctions de  $x, y, z$ .

- Les fonctions les plus couramment utilisées sont des polynômes.
  - Polynôme de degré 1 : élément linéaire (2 nœuds par arête)
  - Polynôme de degré 2 : élément parabolique (3 nœuds par arête)
  - Polynôme de degré 3 : élément cubique (4 nœuds par arête)etc.

Les fonctions  $N(x)$  sont appelées fonctions de forme ou fonctions d'interpolation de l'élément.

Les éléments isoparamétriques

$$[K] = \int_v [B]^T [D] [B] dv$$

### Problème

- Soit on construit  $[K]$  pour un certain nombre d'éléments de forme et de géométrie figée  $\Rightarrow$  nécessité, pour mailler une structure complexe, d'utiliser un grand nombre d'éléments.
- Soit on utilise des éléments à géométries variables  $\Rightarrow$  il faut reconstruire  $[K]$  à chaque fois.

D'où l'idée

Pour construire la matrice de raideur d'un élément à géométrie variable, on va utiliser des fonctions d'interpolation pour décrire non seulement le champ de déplacement de l'élément mais également sa géométrie. De plus, on va travailler en coordonnées locales.

### Interpolation de la géométrie

$$x = \tilde{N}_1(x)x_1 + \tilde{N}_2(x)x_2 + \tilde{N}_3(x)x_3 + \tilde{N}_4(x)x_4 \quad (\text{II.21})$$

Idem pour les autres coordonnées. Coordonnées locales (cas 2D) Élément isoparamétrique

Un élément est dit isoparamétrique si on prend les mêmes fonctions d'interpolation pour le déplacement et la géométrie.

$$\tilde{N}(x) = N(x)$$

Autres classes d'éléments Évaluation de  $K$

La forme générale s'écrit :

$$[K] = \int_x \int_y \int_z G(x, y, z) dx dy dz \quad (\text{II.22})$$

On passe en variables locales

$$\xi, \eta, \zeta \quad \text{On a} \quad dx dy dz = \det J \, d\xi d\eta d\zeta$$

Js'appelle la matrice Jacobienne.

On est alors amené à calculer des intégrales du type :

$$\int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} G(\xi, \eta, \zeta) \det J \, d\xi d\eta d\zeta \quad (\text{II.23})$$

### Bénéfice de l'approche

On s'est ramené à un domaine d'intégration simple et invariant pour lequel on peut appliquer

les formules de quadrature de Gauss :

$$\int_{-1}^{+1} f(x) dx = \sum_{k=1}^n H_k f(a_k) \quad (\text{II.24})$$

les  $a_k$  et  $H_k$  étant tabulés. Les  $a_k$  sont appelés points d'intégration de l'élément ou

encore points de Gauss de l'élément.

### Cas particulier

les éléments axisymétriques Décomposition en série de Fourier :

$$u(r, \theta, z) = \sum_n u_n^s(r, z) \cos(n\theta) + \sum_n u_n^s(r, z) \sin(n\theta) \quad (\text{II.25})$$

L'axisymétrie correspond à la restriction  $n = 0$  de cette décomposition.

$$U(r, \theta, z) = u_n^s(r, z)$$

Remarque importante : Pour utiliser ce type d'élément, le problème doit être globalement axisymétrique :

- la géométrie

- les conditions limites
- le chargement

Processus de calcul (cas statique)

1. Maillage
2. Construction de la matrice de raideur de chaque élément  $[K^e]$
3. Assemblage de la matrice globale  $[K]$
4. Construction du vecteur chargement  $\{F\}$
5. Élimination de certains ddl (si besoin)
6. Résolution :  $\{U\} = [K^{-1}]\{F\}$
7. Calcul des quantités dérivées de  $\{U\}$

$$\{\epsilon^e\} = [B^e]\{U^e\}$$

$$\{\sigma^e\} = [D^e]\{\epsilon^e\}$$

$$W^e = \frac{1}{2}\{\epsilon^e\}^T\{\sigma^e\}$$

## Conclusion

la méthode des éléments finis (MEF, ou FEM pour finite element method en anglais) est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles. Celles-ci peuvent par exemple représenter analytiquement le comportement dynamique de certains systèmes physiques (mécaniques, thermodynamiques, acoustiques, etc.). Concrètement, cela permet par exemple de calculer numériquement le comportement d'objets même très complexes, à condition qu'ils soient continus et décrits par une équation aux dérivées partielles linéaire : mouvement d'une corde secouée par l'un de ses bouts, comportement d'un fluide arrivant à grande vitesse sur un obstacle, déformation d'une structure métallique, etc

# **CHAPITRE III : ECHANGEURS DE CHALEUR**

## **Introduction**

Un échangeur thermique est un système qui permet d'échanger de la chaleur entre deux fluides caloporteurs de températures différentes sans les mélanger.

Les deux fluides sont séparés par une paroi à travers laquelle l'échange se fait par conduction. La transmission de la chaleur fluide interne-paroi interne et fluide

externe paroi externe se fait par convection

Exemple: dans un radiateur de voiture, la chaleur est transférée de l'eau chaude circulant à travers les tubes de radiateur vers l'air circulant à travers les plaques minces étroitement espacées à l'extérieur fixées aux tubes.

Dans le calcul des échangeurs de chaleur, on travaille avec un coefficient de transfert thermique global  $K$  qui tient compte de la contribution de tous les effets sur le transfert de chaleur.

Le transfert de chaleur entre les deux fluides à un emplacement dans un échangeur de chaleur dépend de l'amplitude de la différence de température à cet emplacement, qui varie le long de l'échangeur de chaleur.

### **III.1 Classification des échangeurs de chaleur -Principaux**

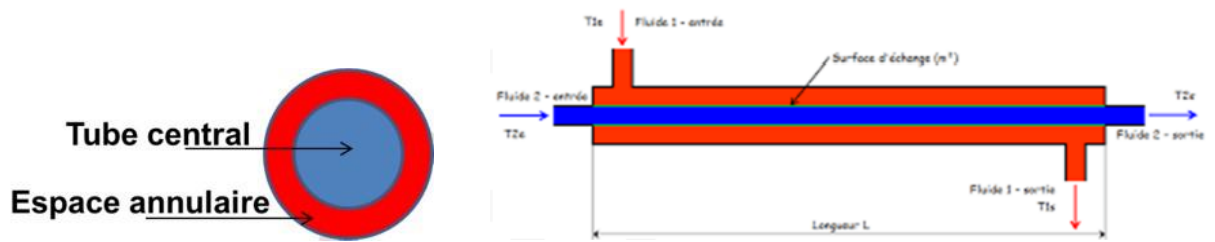
#### **types d'échangeurs à fluides séparés**

Différentes applications de transfert de chaleur nécessitent différents types de matériel et différentes configurations d'équipement de transfert de chaleur.

#### **III.1.1 Echangeur tubulaire simple (bi-tube) 'Double-pipe heat exchanger'**

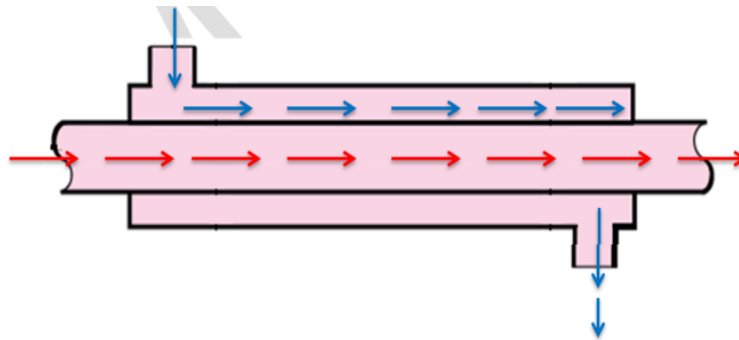
Un des modèles les plus simples est constitué de deux tubes coaxiaux, l'un des fluides circule dans le tube central et l'autre dans l'espace annulaire.





Figure(III-1) : Échangeur tubulaire simple (bi-tube) 'Double-pipe heat exchanger

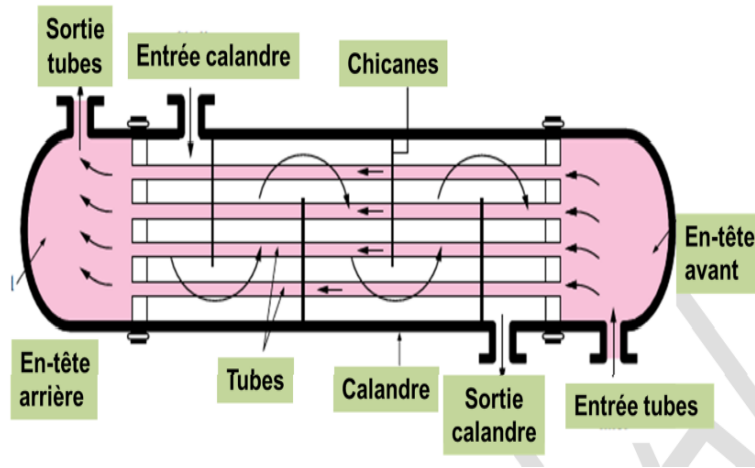
Avec ce type d'échangeur, on ne peut pas obtenir des surfaces d'échanges importants sans aboutir à des appareils très encombrants.



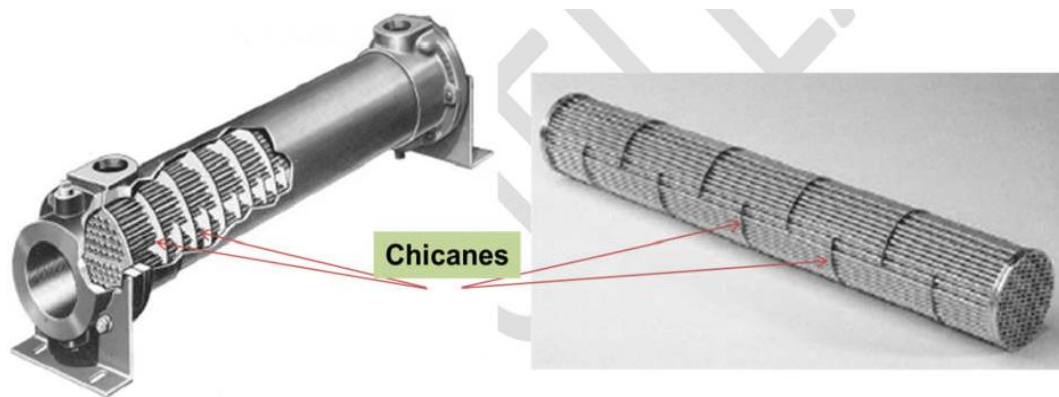
Figure(III-2) : mouvement les 2 fluides à l'intérieur d'échangeur

### III.1.2 Échangeur à faisceau de tubes et calandre 'Shell and tube heat exchanger'

Il est composé d'un faisceau de tubes (parfois des centaines) enveloppés dans une calandre (ou enveloppe) cylindrique. L'une des fluides circule à l'intérieur des tubes, et l'autre à l'extérieur autour des tubes. Pour améliorer les échanges, des chicanes peuvent être disposées perpendiculairement à l'axe de la calandre rendant le parcours du fluide plus long et favorisant la turbulence.



Figure(III-4) : ingrédients d'un échangeur

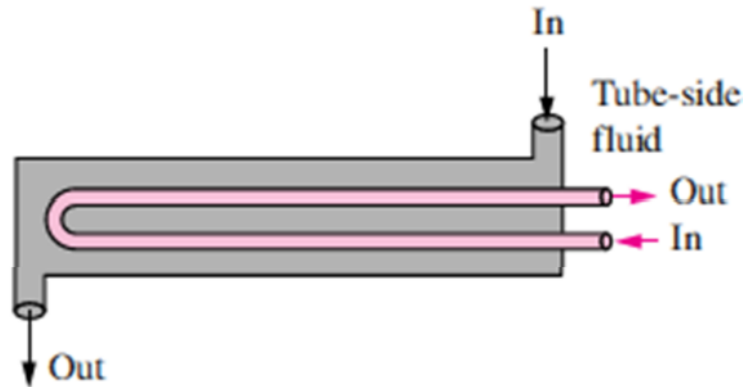


Figure(III-5) : la position de chicanes dans un échangeur

Malgré leur utilisation répandue, les échangeurs de chaleur à tubes et calandre ne conviennent pas pour une utilisation dans les applications automobiles et aéronautiques en raison de leur taille et de leur poids relativement importants. Les tubes d'un échangeur de chaleur à tubes et calandre s'ouvrent sur des grandes zones d'écoulement appelées en-têtes aux deux extrémités de la coque, où le fluide côté tubes s'accumule avant d'entrer dans les tubes et après les avoir quittés.

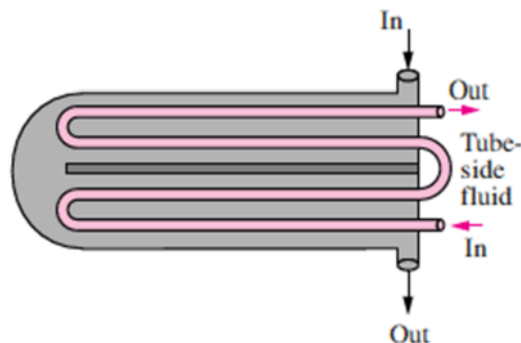
Les échangeurs de chaleur à tubes et calandre sont classés en fonction du nombre de passages de calandre et de tube impliqués.

Les échangeurs de chaleur dans lesquels tous les tubes font un demi-tour dans la calandre, par exemple, sont appelés échangeurs de chaleur à un passage-calandre et deux passages-tubes



Figure(III-6) : échangeur de chaleur à demi-tour

De même, un échangeur de chaleur qui comporte deux passages dans la calandre et quatre passages dans les tubes est appelé échangeur de chaleur à deux passages-calandre et à quatre passages-tube



Figure(III-7) : échangeur de chaleur à deux passages-calandre et quatre passages-tube

### III.1.3- Echangeurs à plaques ou échangeurs compacts (Plate heat exchanger)

Ce sont des échangeurs utilisés dans le cas des fluides gaz-liquide ou gaz-gaz. Les surfaces d'échange sont constituées de plaques planes.

Exemple: Radiateurs d'automobiles.

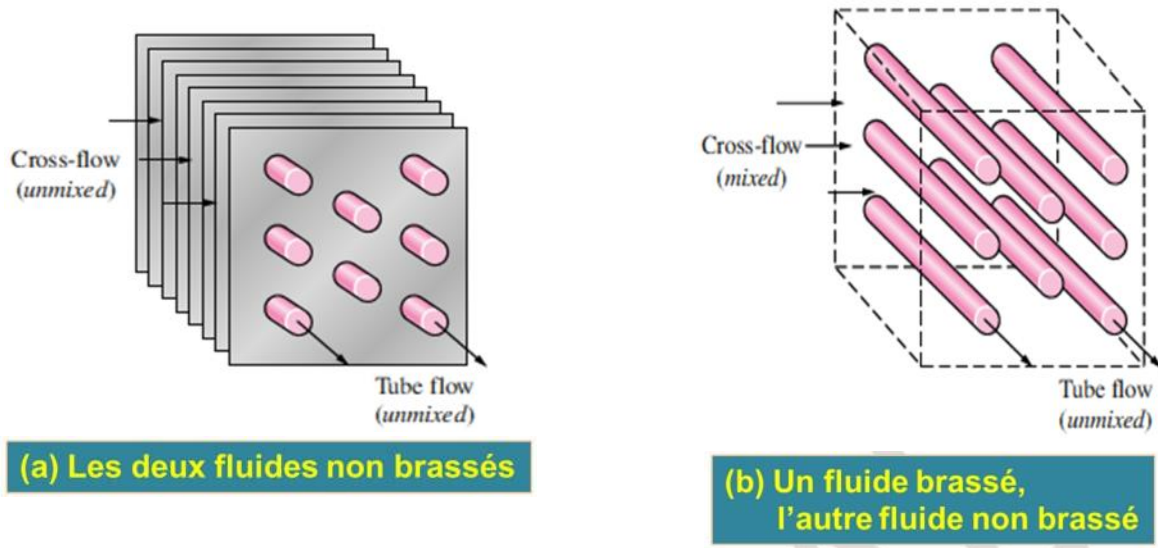
les deux fluides se déplacent généralement perpendiculairement l'un à l'autre, et une telle

configuration d'écoulement est appelée écoulement transversal.

En (a) l'écoulement non brassé car les ailettes de la plaque forcent le

fluide à s'écouler à travers l'espacement inter-plaque et l'empêchent de se déplacer dans la direction parallèle aux tubes.

En (b) l'écoulement est brassé car le fluide est libre de se déplacer dans la direction transversale



Figure(III-8) : Échangeurs à plaques ou échangeurs compacts

Dans un radiateur de voiture, les deux fluides ne sont pas brassés.

La présence de mélange dans le fluide peut avoir un effet significatif sur les caractéristiques du transfert de chaleur de l'échangeur de chaleur.

### III-3 Classification des échangeurs selon l'écoulement

On distingue notamment:

Échangeur à courant parallèle (co-courant): parallèlement et de même sens.

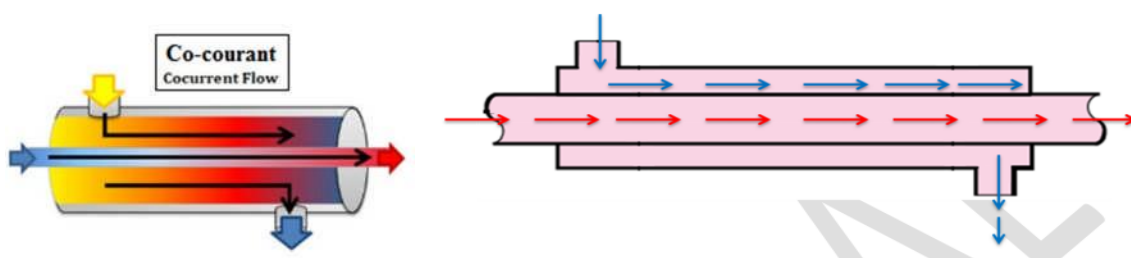


Figure (III.9) :Échangeur a contre-courant parallèlement et de sens opposes

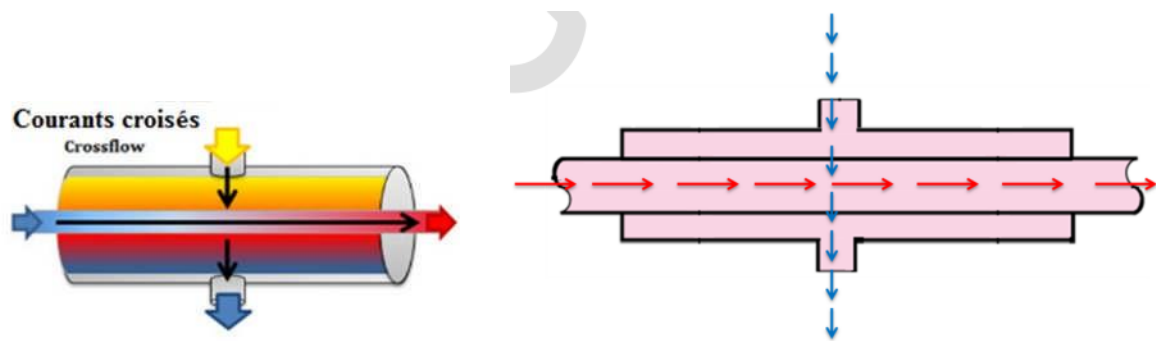


Figure ( III-10) :Échangeur à courants croisés: perpendiculairement l'un par rapportà l'autre (avec ou sans brassage)

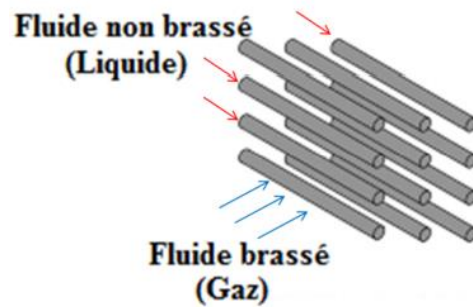


Figure (III-11) : Echangeur à courants croisés ave un fluide brassé

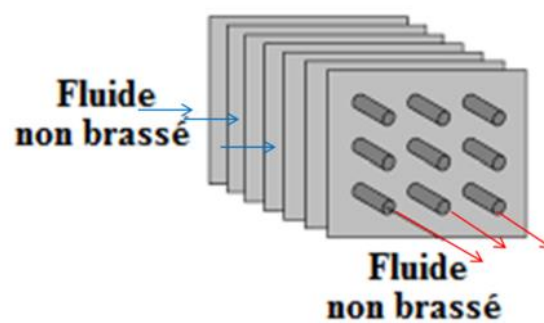
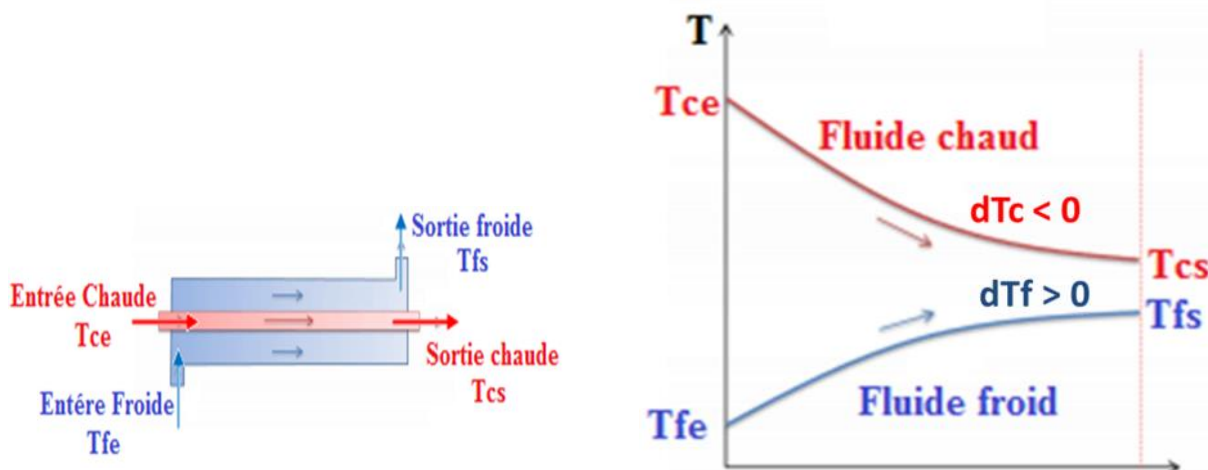


Figure (III.12) ; Échangeur a courants croises avec deux fluides non brases

### III-4 Distribution des températures dans un échangeur

Echangeur à courant parallèle (co-courant):

C'est la position la plus favorable a l'échange



Figure(III-13) : Echangeur à contre-courant parallèle:

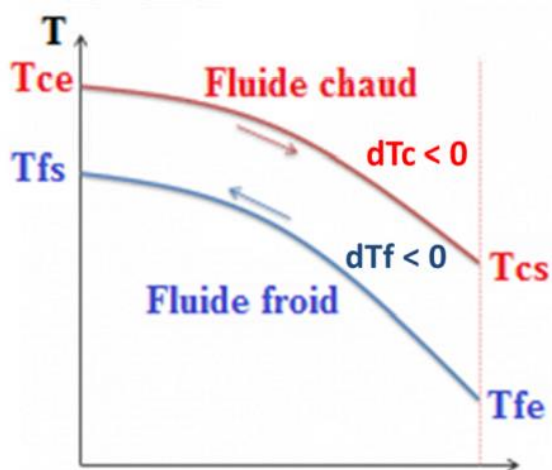


Figure (III.14) : Diagramme de température en fonction de temps

- . Les échangeurs de chaleur reçoivent souvent des noms spécifiques pour refléter l'application spécifique pour laquelle ils sont utilisés.
- . Un condenseur est un échangeur de chaleur dans lequel l'un des fluides est refroidi et se condense lorsqu'il s'écoule à travers l'échangeur de chaleur.
- . Une chaudière est un échangeur de chaleur dans lequel l'un des fluides absorbe la chaleur et se vaporise
- Une radiateur est un échangeur de chaleur qui transfère la chaleur du fluide chaud vers l'espace environnant par rayonnement.

### III-5 Coefficient global de transfert de chaleur

- Un échangeur de chaleur implique généralement deux fluides en circulation séparés par une paroi solide .
- La chaleur est d'abord transmise du fluide chaud vers la paroi par convection, à travers la paroi par conduction, et de la paroi vers le fluide froid à nouveau par convection.
- Tous les effets de rayonnement sont généralement inclus dans les coefficients de transfert de chaleur par convection . Réseau de résistance thermique associé à ce processus de transfert de chaleur implique deux résistances de convection et une de conduction

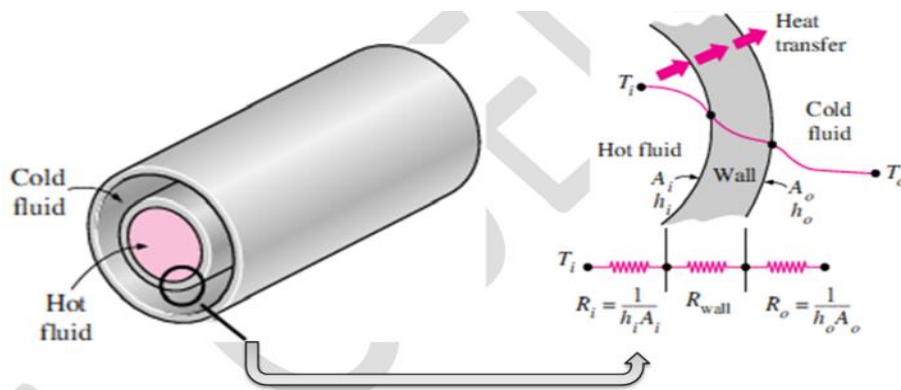


Figure (III-15) : échangeur de chaleur à double tube Pour un échangeur de chaleur à double tube nous avons :

$$A_i = P D_i L \quad \text{et} \quad A_o = P D_o L$$

La résistance thermique de la paroi du tube dans ce cas est :

$$R_{\text{wall}} = \frac{\ln\left(\frac{D_0}{D_i}\right)}{2\lambda\pi L}$$

La résistance thermique globale devient:

$$R = R_i + R_{\text{wall}} + R_0 = \frac{1}{h_i A_i} + \frac{\ln\left(\frac{D_0}{D_i}\right)}{2\lambda\pi L} + \frac{1}{h_o A_o}$$

$A_i$  est la surface intérieure de la paroi qui sépare les deux fluides,

$A_o$  est la surface extérieure de la paroi

### III-6 Ordres de grandeur du coefficient global d'échange $K$ de divers types d'échangeur

Type d'échangeur	Coefficient global de transfert $h$ ( $W\ m^{-2}\ ^\circ C^{-1}$ )	
	Echangeur verre	Echangeur métallique
<u>Liquide-liquide</u>		
Eau - eau	700 - 700	850 - 1750
Eau - huile	100 - 400	100 - 450
Eau - solvant organique	300 - 700	300 - 850
<u>Liquide-gaz</u>	30 - 300	30 - 300
<u>Condenseur</u>		
Eau - eau	700 - 1000	1150 - 4000
Eau - solvant organique	450 - 700	600 - 1150



## Conclusion

échangeur de chaleur est un dispositif permettant de transférer de l'énergie thermique d'un fluide vers un autre sans les mélanger. Le flux thermique y traverse la surface d'échange qui sépare les fluides 1 . L'intérêt du dispositif réside dans la séparation des deux circuits et dans l'absence d'autres échanges que la chaleur, qui maintient les caractéristiques physico-chimiques (pression, concentration en éléments chimiques...) de chaque fluide inchangées hormis leur température ou leur état. Un échangeur se caractérise par les fluides en présence, le but recherché et la puissance à mettre en oeuvre ; ces critères déterminent sa forme et ses dimensions optimales.

# **CHAPITR IV : RESULTATS ET INTERPRETATION**

## **Introduction**

Pour certains secteurs industriels à forte valeur ajoutée, la maîtrise des températures des fluides est importante. Dans le process, l'utilisation d'échangeur thermique multitubulaire est fréquente. Ces échangeurs thermiques mettent en œuvre deux fluides : un fluide process et un fluide caloporteur. La circulation de ces deux fluides dans un même équipement sans qu'il y ait mélange permet de garantir un transfert de calories d'un fluide à l'autre. La maîtrise des débits et des températures d'entrée permet de garantir l'efficacité de l'échangeur thermique.

Dans ce chapitre, nous allons étudier le transfert de chaleur et l'effet de la température sur le métal et son

Comportement à différentes températures.

### **IV.1 Simulation**

Dans notre cas deux types de simulation sont utilisés lors de l'étude d'un échangeur multitubes :

#### 1) Simulation thermique :

En science et en ingénierie, la simulation thermique désigne le calcul de l'évolution temporelle de l'état thermique d'un système utilisant un modèle numérique approché de l'objet réel, par défaut, on obtient, à tous les instants choisis de la simulation, la température en un certain nombre de points des éléments le composant et qui évoluent selon les différentes lois régissant les échanges thermiques (convection, conduction, rayonnement, changement d'état). La simulation thermique peut-être appliquée à différents types de systèmes dans notre cas un échangeur multitubes.

#### 2) Simulation structurelle :

La simulation structurelle a pour but de comprendre comment un composant ou un assemblage réagit aux contraintes ou aux vibrations affectant ce dernier, pour ce faire la présence d'outils qui vont au-delà des analyses statiques linéaires sont nécessaires dans notre cas le logiciel ANSYS a été utilisé.

## IV.2 ANSYS WORK BENCH

ANSYS Workbench est au centre de l'environnement de simulation ANSYS. Il facilite la saisie des entrées pour la résolution de calculs. Grâce aux commandes APDL, les fonctions classiques d'ANSYS peuvent aussi être utilisées dans Mechanical. Des scripts automatisant les tâches et les procédures de contrôle d'ANSYS Workbench.

ANSYS séduit par son incroyable efficacité révélée au quotidien, avec une interface utilisateur uniforme, une technologie réseau complète, sa connexion directe avec tous logiciels majeurs de la CAO et un large éventail de physiques

## IV.3 Conception par ordinateur

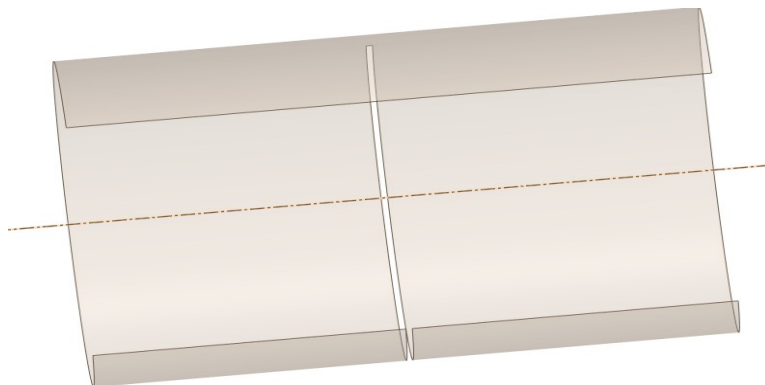


Figure ( IV.1) : Calandre

### **Calandre (ou virole) :**

C'est l'enveloppe métallique cylindrique entourant le faisceau tubulaire. Son matériau doit être compatible avec le fluide utilisé. Les valeurs des diamètres vont de 100 à 3000 mm, et plus pour certaines applications de forte puissance (condenseurs sous vide). L'utilisation d'une calandre parallélépipédique permet de limiter les pertes de pression en entrée :

On peut alors atteindre des dimensions de calandre de quelques mètres, contenant plusieurs milliers de tubes

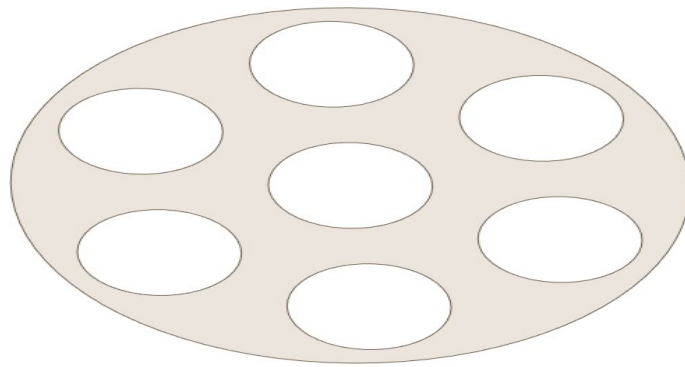


Figure (IV.2) : plaque tubulaire

### Plaques tubulaires :

Ce sont des plaques percées supportant les tubes à leurs extrémités. Leur épaisseur (1 à 10 cm) est calculée en fonction de la différence de pression entre le fluide dans la calandre et le fluide dans les boîtes d'une part, les plaques tubulaires peuvent être en acier ordinaire ou en acier spécial massif.

Les plaques tubulaires sont les parties délicates de ces échangeurs. Les interstices entre tubes et plaques sont des lieux privilégiés de corrosion (la concentration en produit agressif y est parfois très supérieure à celle mesurée dans les autres parties de l'échangeur, car il y a stagnation du fluide). Par ailleurs, des dilatations différentielles excessives peuvent faire céder les soudures.

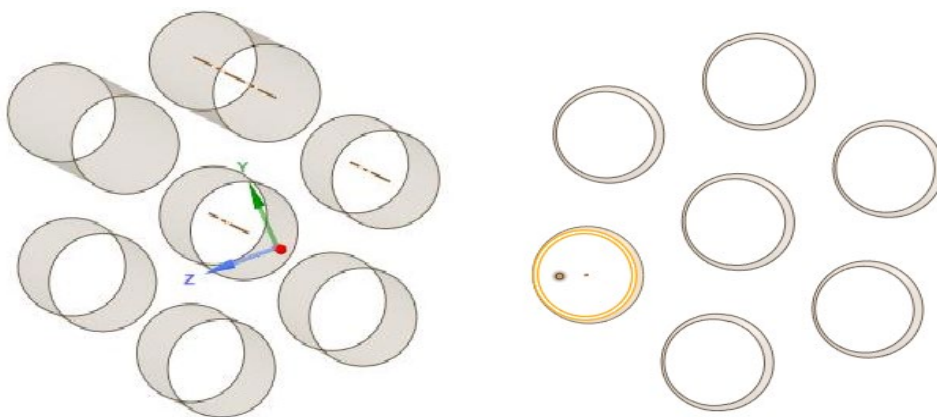


Figure (IV.3): Les tubes

### Les Tubes :

Ce sont généralement des tubes normalisés dont le diamètre annoncé correspond exactement au diamètre extérieur (à la différence des tubes utilisés en tuyauterie) et dont l'épaisseur est fonction des pressions internes et externes aux tubes.

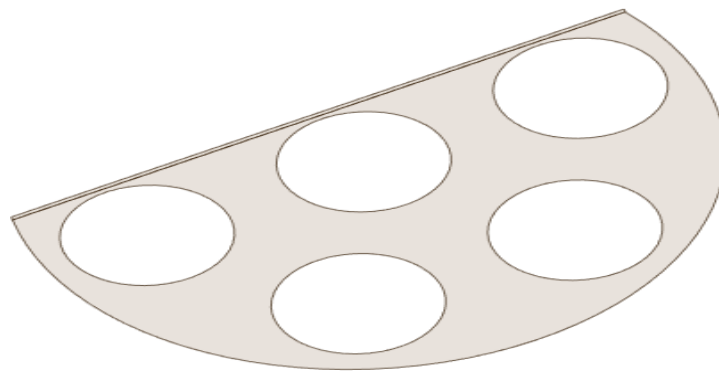


Figure (IV.4) : chicane

**Chicane :**

Elles ont pour rôle d'augmenter la vitesse du fluide dans la calandre et d'assurer la rigidité du faisceau

Les chicanes sont de même matériau que la calandre. Elles peuvent être de plusieurs types :

Chicanes classiques

Chicanes barreaux

Dans ce dernier cas, les tubes sont tenus dans la calandre par des grilles de barreaux, alternativement de barreaux horizontaux puis verticaux. Les chicanes à barreaux ont été imaginées pour répondre à deux préoccupations essentielles des constructeurs et utilisateurs d'échangeurs à tubes et calandre :

Supprimer ou tout au moins réduire les problèmes de vibrations des tubes, quelquefois induites par l'écoulement du fluide dans la calandre ;

Améliorer les performances thermo-hydrauliques du fluide s'écoulant dans la calandre (augmenter le coefficient d'échange thermique et réduire les pertes de pression), en remplaçant l'écoulement transversal classique du fluide par rapport aux tubes par un écoulement longitudinal. De même, in dessin de chicanes destinées à produire un écoulement en hélice dans la calandre peut permettre une amélioration des performances.

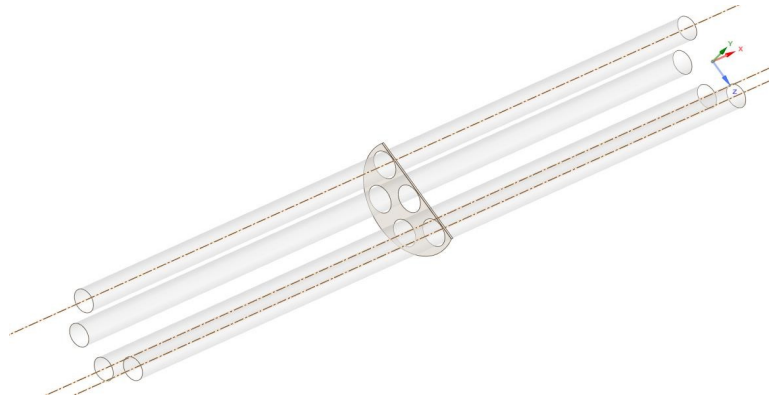


Figure (IV.5) ; Faisceau tubulaire

**Faisceau tubulaire :**

Les tubes constituant le faisceau sont placés selon une disposition soit au pas carré, soit au pas triangulaire. Ce pas triangulaire permet de placer environ 10% de tubes de plus que le pas carré sur une plaque tubulaire de diamètre donnée, mais en contrepartie, la disposition des tubes rend impossible leur nettoyage extérieur. Il faut avoir recours au nettoyage chimique et réserver leur emploi pour des fluides propres.

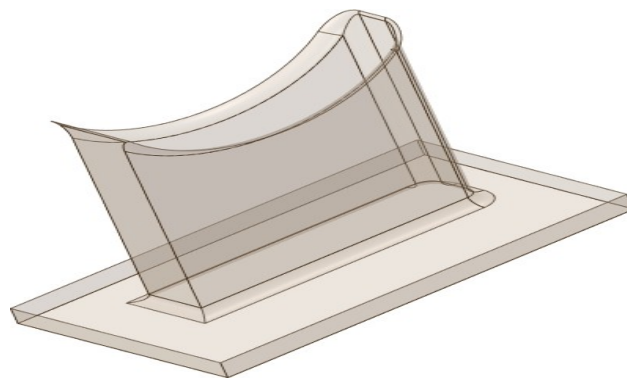


Figure (IV.6) : Support de fixation

#### IV.4) Maillage :

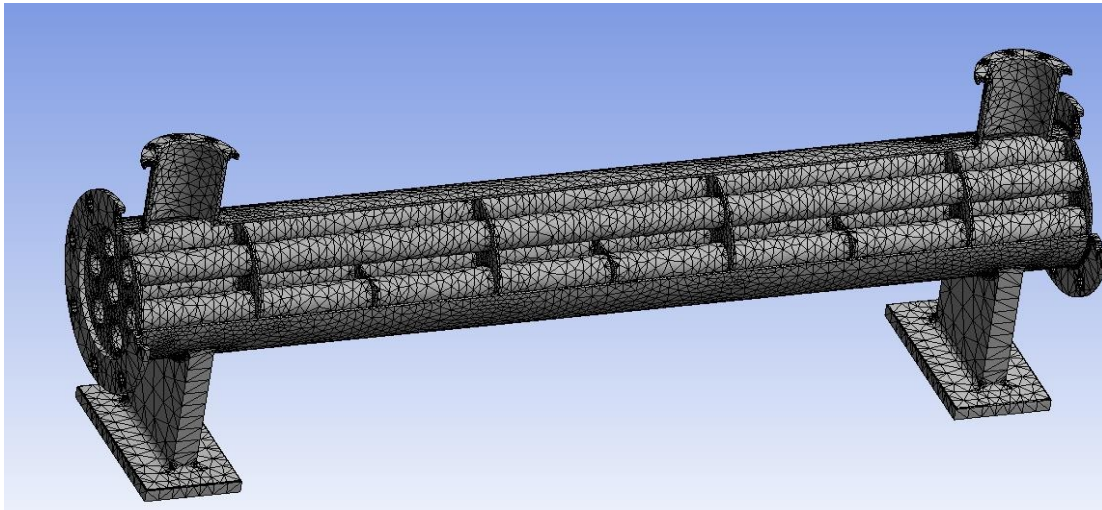


Figure (IV.7): Maillage

Après avoir construit une géométrie, son implémentation sous la suite ANSYS commence par l'étape du maillage, c'est à dire de la subdivision de la géométrie en mailles dans chacune desquelles aura lieu un calcul de chaque grandeur physique dans notre cas nous avons obtenus un total de 239679 Nœuds et 125600 Elements. Cette étape est un aspect à ne pas négliger car un maillage incorrect peut engendrer des problèmes de convergence du calcul ou donner des résultats Imprécis. Il semble alors pertinent de choisir un maillage très raffiné sur toute la géométrie, afin de garantir une sécurité au niveau de la convergence et de la précision du calcul. Cependant, chaque géométrie est différente et le flux au sein de chacune d'elle l'est donc également. Celui-ci peut nécessiter de raffiner un maillage de manière extrême sur une partie de la pièce étudiée, et créer un maillage en imposant des mailles raffinées sur la totalité de la pièce impliquerait des temps de calculs très longs, même avec l'usage d'un super-ordinateur, pour des résultats similaires.



## IV.5 Conditions aux limites

### a) Conditions Statique

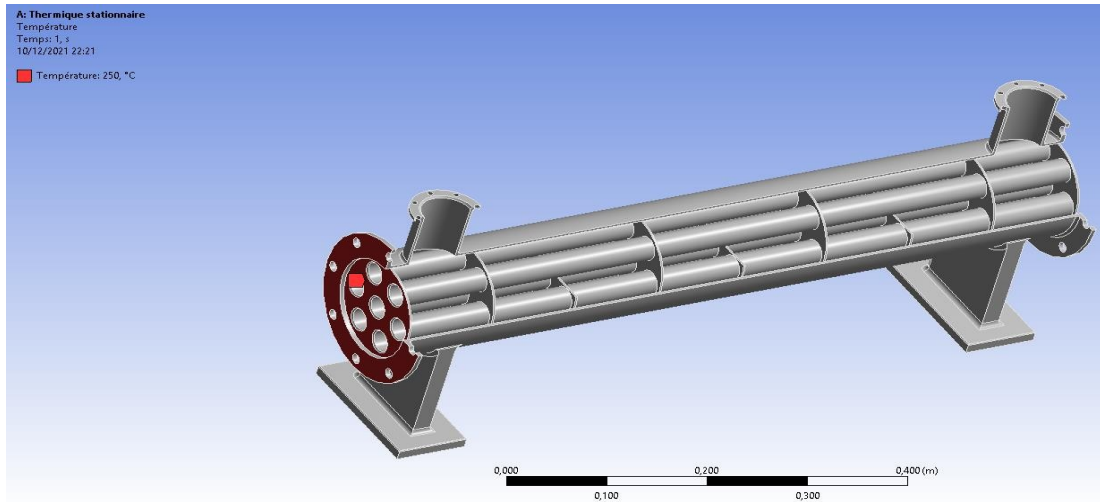


Figure (IV.8) : Condition limite de la convection à l'entrée du fluide chaud

Cette figure représente l'Entrée du fluide primaire (circulant à l'intérieur des tubes) à une température  $T_1 = 250^\circ\text{C}$  qui est la plus élevée dans notre cas actuelle.

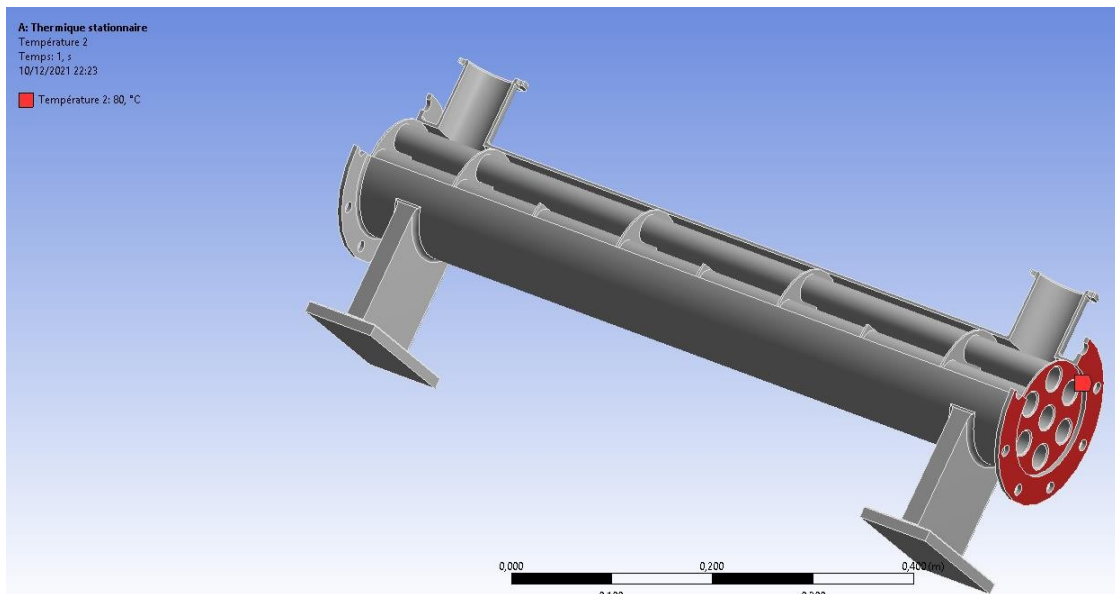


Figure (IV.9) : Condition limite de la convection à la sortie du fluide chaud

Cette figure représente la Sortie du fluide primaire (circulant à l'intérieur des tubes) à une température  $T_2 = 80^\circ\text{C}$ , on remarque une nette baisse de température après le passage à travers l'échangeur à l'ordre de quatre fois sa température initial dû au transfert de chaleur entre les deux fluides (primaire et secondaire).

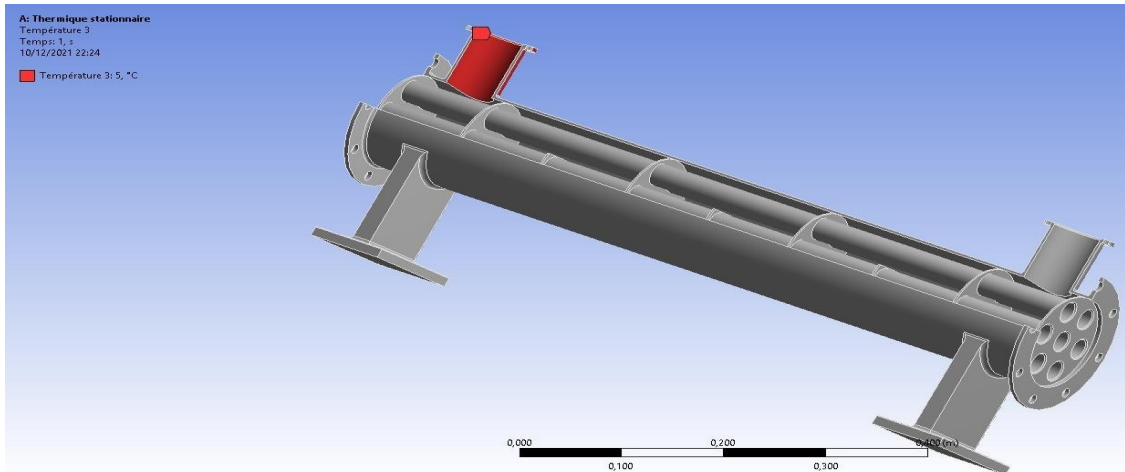


Figure (IV.10) : Condition limite de la convection à l'entrée du fluide froid

Cette figure représente l'Entrée du fluide secondaire (circulant au sein de la calandre, autour des tubes) à une température initiale  $T_3 = 5^\circ\text{C}$  qui est la plus basse dans notre cas actuelle.

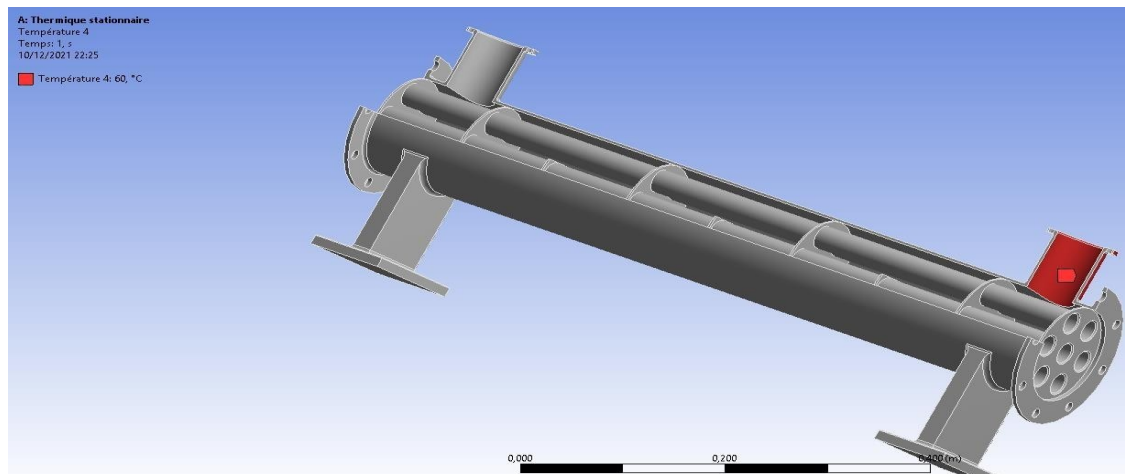


Figure (IV.11) : Condition limite de la convection à la sortie du fluide froid

Cette figure représente la Sortie du fluide secondaire (circulant au sein de la calandre, autour des tubes) à une température  $T_2 = 60^\circ\text{C}$ , on remarque une augmentation de température après le passage à travers l'échangeur dû au transfert de chaleur entre les deux fluides (primaire et secondaire).

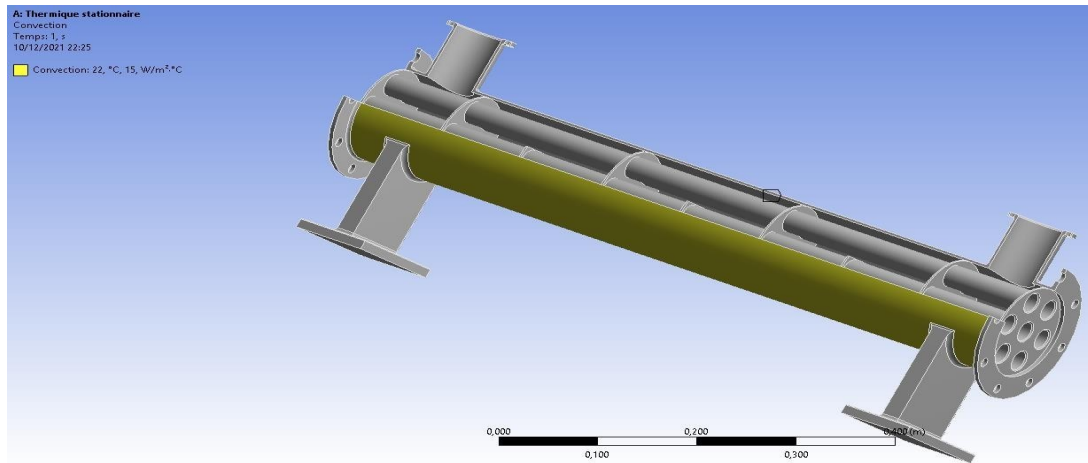


Figure (IV.12) : Convection de la paroi externe

Cette figure représente la convection et cette dernière est constante sur l'ensemble de la parois extérieur de l'échangeur qui est égale à  $15 \text{ W/m}^2 \cdot \text{c}$

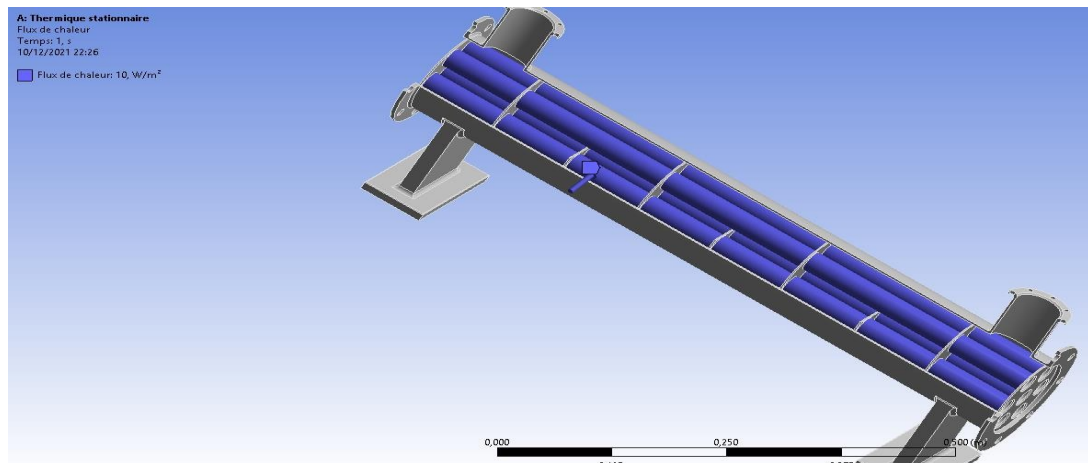


Figure (IV.13) : Flux de chaleur à l'extérieur des tubes

Cette figure représente le Flux de chaleur constant à la surface des tubes au contact des deux fluides avec une valeur de  $\Phi = 10 \text{ W/m}^2$

## b) Condition thermique

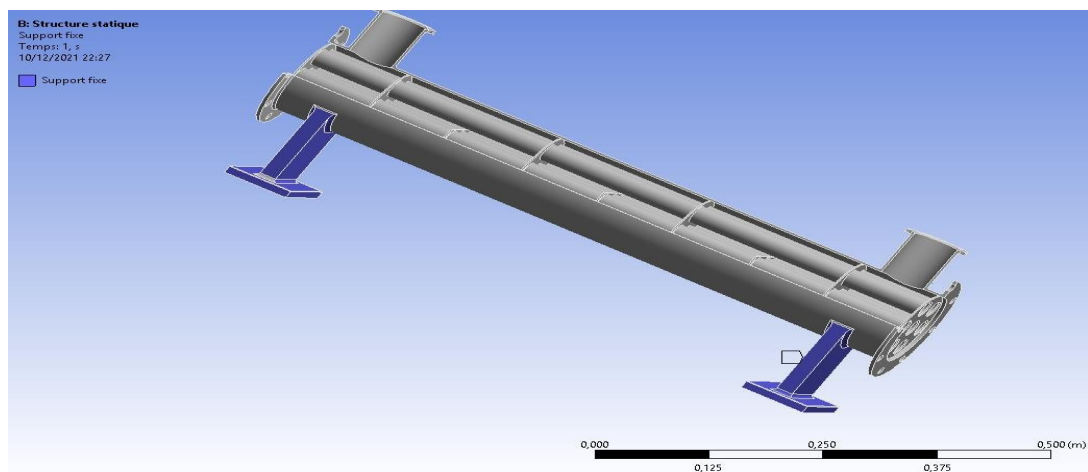


Figure (IV.14) : Appuie de l'échangeur

Cette figure représente :Support fixe insensible au changement de chaleur à travers l'échangeur

## IV.6) Résultats et commentaires :

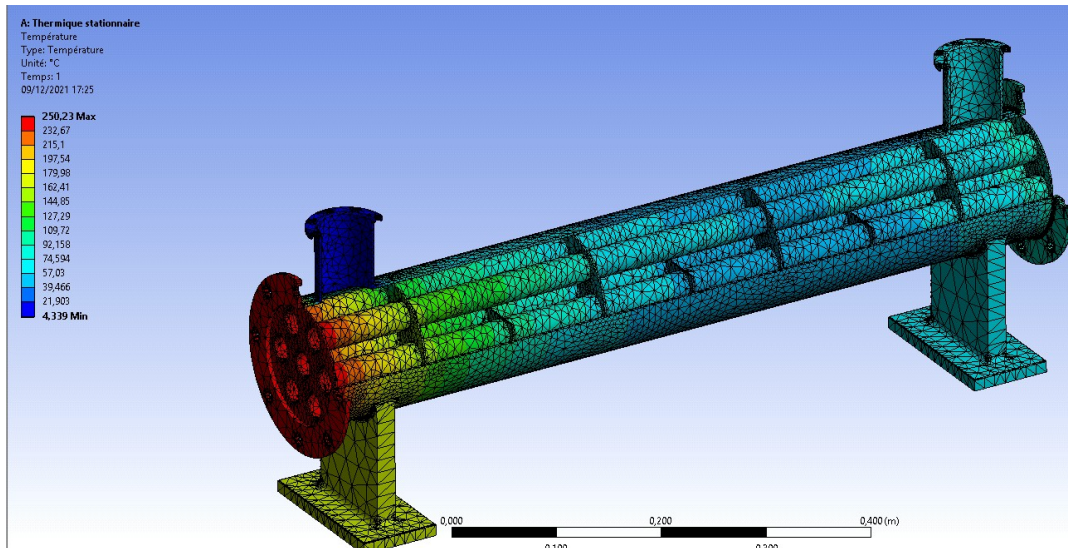


Figure ( IV.15) : Contour de la température

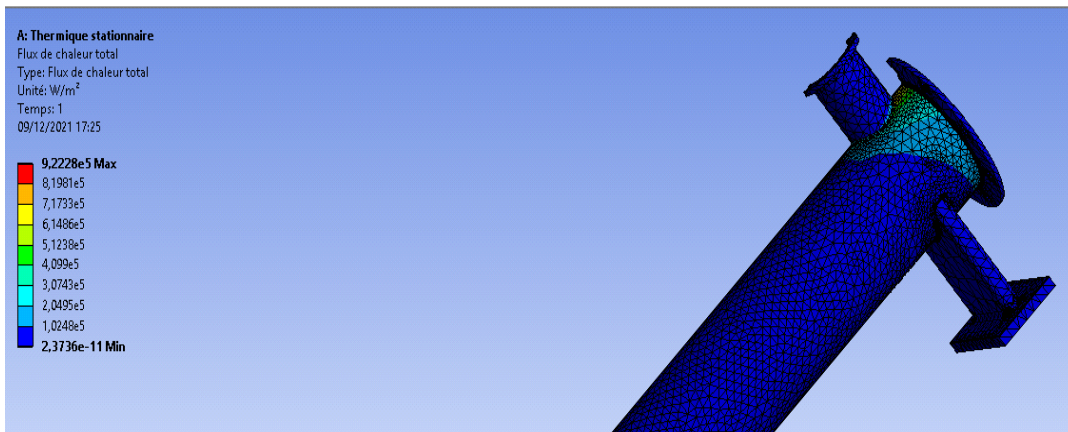


Figure (IV.16) : Contour du flux de chaleur total

Dans la figure (IV.15) le fluide chaud entrants dans les tubes avec une température initiale de  $T=250.23^{\circ}\text{C}$  est progressivement refroidit à l'aide d'une convection externe forcée qui est réaliser à l'aide d'injection de fluide ayant une température minimale de  $T=4.339^{\circ}\text{C}$ .

On commence par l'entrée du fluide chaud avec une température max de  $T=250.23^{\circ}\text{C}$  et refroidissement progressive jusqu'à obtention de  $T=109.72^{\circ}\text{C}$ , puis le Passage a une température de  $T=57.03^{\circ}\text{C}$ , décente à une température de  $T=21.903^{\circ}\text{C}$ , jusqu'à sa sortie Sortie avec une température de  $T=92.158^{\circ}\text{C}$ ., quant a la figure (IV.16) le flux de chaleur constant a l'extérieur de l'échangeur avec une valeur de  $\Phi=2.3736e-11$

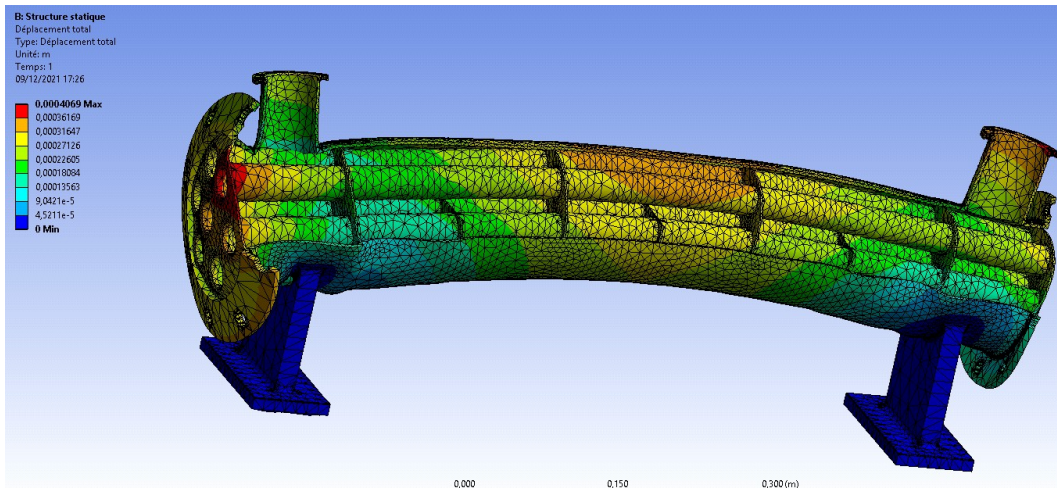


Figure (IV.17) : Contour du déplacement total

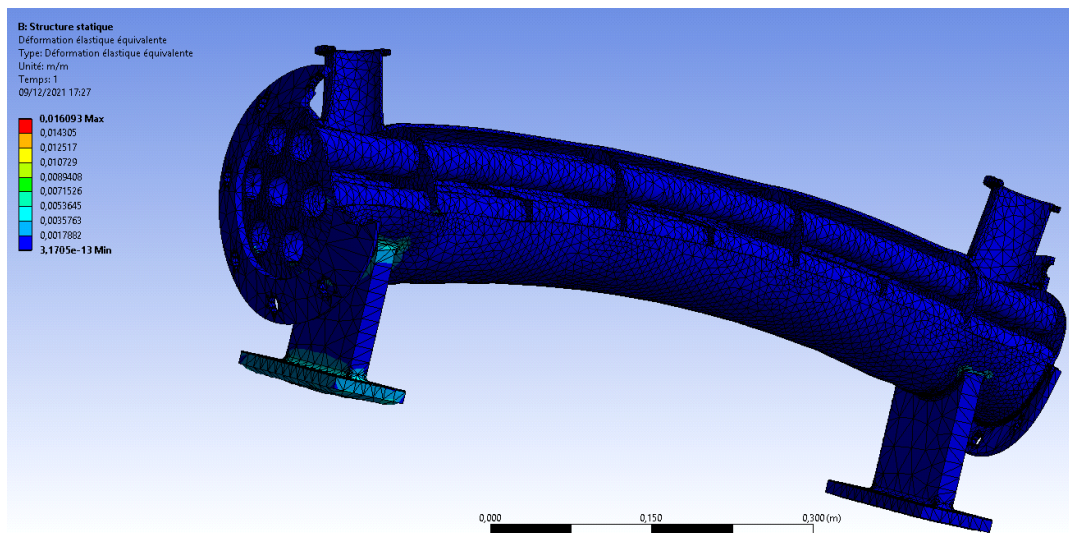


Figure (IV.18) : Contour de la déformation élastique équivalente

Dans la figure (IV.17) on remarque un léger déplacement aux extrémités avec une valeur maximale de 0.0004069m au niveau des tubes d'entrée du a la température élevée du fluide ainsi qu'au milieu avec une valeur de 0.00036169m sachant que ces valeurs par rapport a notre étude reste négligeable. et une Déformation élastique minimale dans toute la structure avec une valeur minimale de 3.1705e-13 avec une légère augmentation au niveau du support d'entrée avec une valeur de 0.0017882 concernant la figure (IV.18).

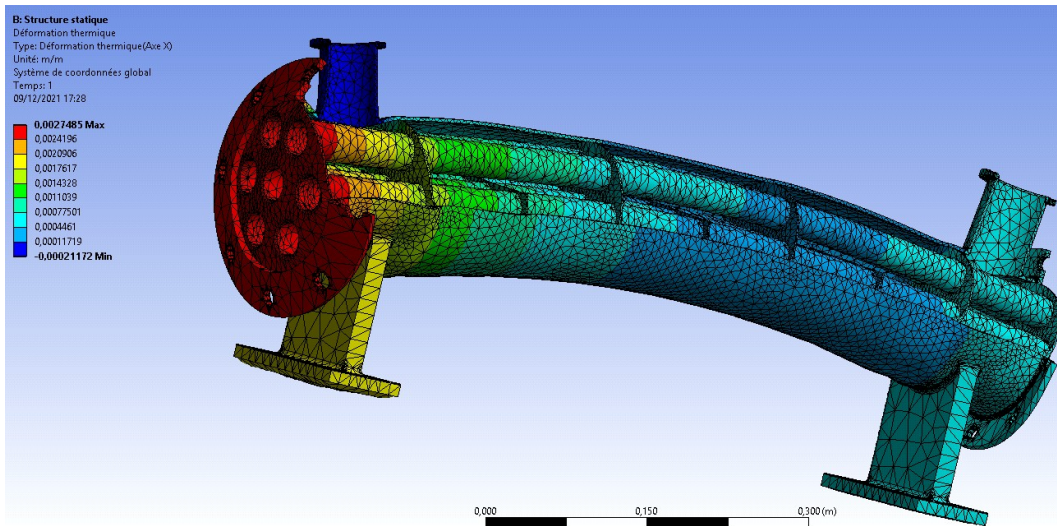


Figure (IV.19): Contour de la déformation thermique

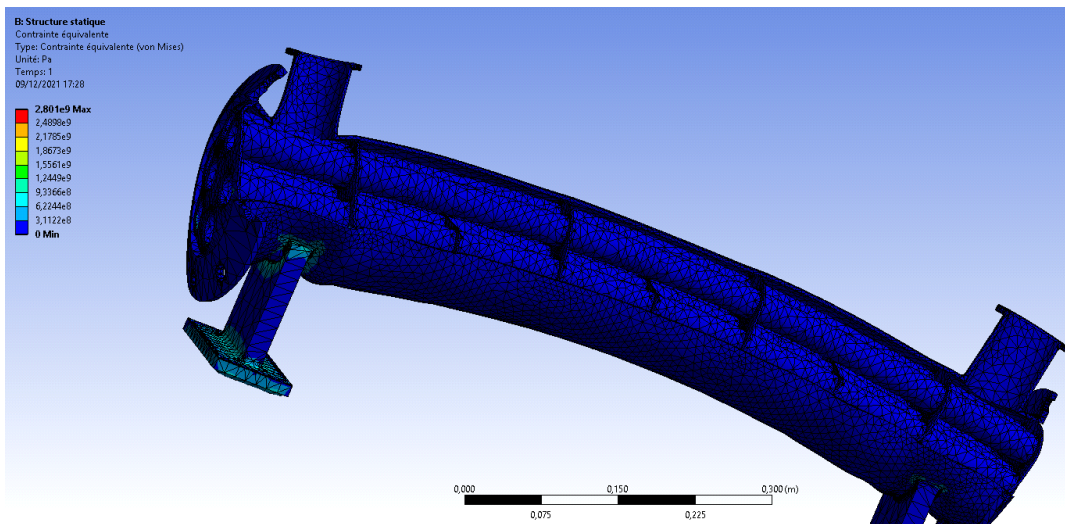


Figure (IV.20) : Contour de la contrainte équivalente

On constate dans la figure (IV.19) le passage d'une déformation thermique maximale à l'entrée du a la température élevée du fluide avec une valeur de 0.0027485 à une valeur de 0.00077501, puis sa régression à une valeur de 0.00011719, ensuite on remarque une déformation thermique minimale a une valeur de -0.00021172, jusqu'à son augmentation à la sortie du fluide avec une valeur de 0.0004461, et une ontrainte équivalente minimale dans toute la structure avec une valeur minimale de nul et une légère augmentation au niveau du support d'entré avec une valeur de 3.1122e8Pa dans la figure (IV.20).

## **Conclusion :**

Ce chapitre était consacré aux résultats de la simulation numérique donnés par le code de calcul ANSYS. L'étude de simulation a été établie pour le cas d'un écoulement turbulent dans un faisceau d'un échangeur thermique, l'interprétation des résultats obtenus et des structures d'écoulement observées le long du canal et au niveau du faisceau nous ont montré que dans ce cas de figure l'échangeur ne subit aucun dommage ou déformation tout au long du processus.

## CONCLUSION GÉNÉRALE :

Dans ce mémoire, on a présente une simulation numérique sur l'écoulement et le transfert de chaleur dans un faisceau d'un échangeur thermique.

Dans un échangeur de chaleur qui implique un faisceau de tubes, les tubes sont généralement placés dans une, en particulier lorsque le fluide est un liquide et que le fluide circule dans l'espace entre les tubes et la calandre. Il existe de nombreux types d'échangeurs de chaleur à tube.

Dans cette section, nous examinons les aspects généraux de l'écoulement sur un faisceau de tubes et essayons de développer une compréhension meilleure et plus intuitive des performances des échangeurs de chaleur impliquant un faisceau de tubes.

L'outil d'investigation étant le logiciel ANSYS WORK BENCH modèle numérique. La formulation mathématique de ce type d'écoulement est déduite de l'écriture des lois de conservation de la masse et de quantité de mouvement.

Les résultats obtenus numériquement ont permis de mettre en évidence les différentes phases de changement de la température et de la structure de l'échangeur (sa résistance)

Les principaux résultats sont résumés comme suit :

- 1) Dans la construction des échangeurs de chaleur, il faut choisir une géométrie qui donne un bon échange thermique et une minimum perte de charge.
- 2) Dans notre cas conformément a l'étude effectué l'échangeur ne subit aucune déformation au niveau de sa structure statique on trouve :
  - \* Un flux de chaleur total constant au minimum.
  - \* Un déplacement total minime (négligeable).
  - \* Une déformation élastique équivalente au minimum.
  - \* Une déformation thermique en dessous du seuil toléré.
  - \* Une contrainte équivalente nulle.



## Les références :

- [1] **BAADACHE KHIREDDINE**, « *Etude des performances des échangeurs de chaleur à double tubes concentriques et calandre* », Doctorat en Génie Énergétique, université de Batna, 2015.
- [2] **R. A. Bowman, A. C. Mueller, and W. M. Nagle**. « Mean Temperature Difference in Design ». Transactions of the ASME 62 (1940), p. 283.
- [3] **Farida TAOURIT**, « *Etude du Comportement Dynamique et Thermique de Deux Ecoulements du Fluide dans un Echangeur de Chaleur (comparaison entre le cas simple et le gaz avec ailettes)* », Master en Génie Energétique, Université de Tlemcen, 2013.
- [4] École nationale supérieure des mines de Paris (consulté le 2 février 2015).
- [5] **Amine ALI NEHARI**, « *Etudes Thermo-énergétique d'un Echangeur de Chaleur a Plaques Jointes : Application Aux Fluides Géométriques* », Master en Génie Energétique, Université de Tlemcen, 2011.
- [6] [www.wikipediad.org](http://www.wikipediad.org), date de consultation 09 Janvier 2016
- [7] **ANA-MARIA BIANCHI, YVES FAUTRELLE, JACQUELINE ETAY**, transferts thermiques, agence universitaire de la Francophonie, 2004.
- [8] **BEJAN, John Wiley & Sons, Inc.**, 1993 (notion fondamentale)
- [9] **Yves Jannot.**, 2ème année. Transfert thermique, Ecole des Mines Nancy page 10
- [10] [www.alphanovated.com/techinfoe.html](http://www.alphanovated.com/techinfoe.html).
- [11] **F. P. Incorpora and D. P. DeWitt**. « Introduction to Heat Transfer », 4th ed. New York: John Wiley & Sons, 2002
- [12] Standards of Tubular Exchanger Manufacturers Association. New York: Tubular Exchanger Manufacturers Association, latest ed
- [13] **E. U. Schlunder**. «Heat Exchanger Design Handbook ». Washington, D.C.: Hemisphere, 1982.
- [14] **Versteegand, H.K., Malalaszker, W.**, (1995) : An introduction to computationnel fluide Dynamics, the finite volume méthode, prentice Hall, 257p.

[15] **Lesieur, M.**, (1994) : turbulence. Presses universitaires de Grenoble.

[16] [www.tfd.chalmers.se/doct/comp\\_turb\\_model](http://www.tfd.chalmers.se/doct/comp_turb_model).

[17] **SPALART P. R. et ALLMARAS S. R.**, « A One Equation Turbulence Model for Aérodyamique Flow», La Recherche Aérospatiale, n° 1, 1994, p. 5-21.

[18] fluent 6.2 documentation.user's guide. Fluent. Inc. (2001).

[19] **J. Cousteix**, (1989). Turbulence et couche limite. Toulouse.

[20] **Onursal, B., Gautam, S.P.**, (1997): Vehicular air pollution: experiences from seven Latin American urban centres. World Bank Technical Paper 373. Washington, DC, World Bank

[21] **Sodja, J.**, (2007): *Turbulence modeling for CFD*, DCW Industries, Canada.

[22] **Abbott, M. B., and Basco, D. R.**, (1989): Computational Fluid Dynamics: an introduction for engineers. Longman, ISBN 0470213167.

[23] **YONG-GANG LEI, YA-LING HE, PAN CHU, RUI LI**, « Design and optimization of Heat exchangers with helical baffles », Chemical Engineering Science 63, p (4386-4395), 2008. Gambit

[24] [www.fluentusers.com](http://www.fluentusers.com) . 2008, FLUENT 6.1 Documentation.