

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
UNIVERSITE SAAD DAHLAB BLIDA
Institut d'Aéronautique et Etudes Spatiales



Mémoire de Projet de Fin d'Etudes

en vue de l'obtention du diplôme de MASTER
Aéronautique

Option :

CNS/ATM

Thème :

**UTILISATION DE LA FUSION DE DONNÉES POUR AMÉLIORER
LES PERFORMANCES DE LA POURSUITE RADAR MULTI CIBLES**

Le jury :

Président : M. BOUNATIROU.L. M.C
Examineurs : M. MEKRAZIA.A. M.C.B
M^{me} BENCHIKHE.S. C.C
Promoteur : M. ZABOT.A. C.C

Réalisé par :

M^{lle} TAZEROUT Lilia
M^{lle} ZOUAOUI Hayet

Année Universitaire
2012/2013

Sommaire

	INTRODUCTION GENERALE	1-5
I	THEORIE DES FONCTIONS DE CROYANCE	
I.1	Introduction	5
I.2	Les fonctions de croyance.....	5
I.2.1	Masse de croyance élémentaire.....	5
I.2.2	Autres mesures de croyance	7
I.3	Combinaison des croyances	9
I.3.1	Combinaison conjonctive des BF	9
I.4	Modélisation des BF	11
I.4.1	Modèle proposé « MP »	11
I.5	Simulations numériques	15
I.6	Conclusion	21
II	POURSUITE MULTI CIBLES ET CLASSIFICATION DE MOUVEMENTS	
II.1	Introduction	22
II.2	Modélisation d'état et modèles de mouvement	23
II.3	FILTRE DE KALMAN ETENDU	25
II.4	Autres méthodes d'association de données	26
II.4.1	Méthode du plus proche voisin (NN).....	27
II.4.2	Filtre d'association de données par probabilités conjointes (JPDA)	27
II.5	Poursuite de cibles	27
II.6	POURSUITE ET CLASSIFICATION DE MOUVEMENT DE CIBLES.....	29
II.6.1	Modèles multiples interagissant (IMM).....	29
II.6.2	Association des IMM à l'EKF pour la poursuite de plusieurs cibles.....	29
II.7	SIMULATIONS NUMERIQUES	32
II.7.1	Performances de la poursuite de trois cibles.....	32
II.7.2	Performances de la poursuite et de la classification de mouvements de	
II.8	quatre cibles	42
	CONCLUSION.....	58

III	POURSUITE MULTI CIBLES ET CLASSIFICATION DE MOUVEMENTS DANS UN RESEAU DE CAPTEURS	
III.1	INTRODUCTION	59
III.2	Réseau multi radars.	59
III.3	Architectures de fusion	60
III.3.1	Architecture de fusion centralisée.....	60
III.3.2	Architecture de fusion distribuée	63
III.4	SIMULATIONS NUMERIQUES	65
III.4.1	Performances de la poursuite dans un réseau de capteurs.....	65
III.4.2	Performances de la poursuite et de la classification de mouvement dans un réseau de capteurs	70
III.5	CONCLUSION	76
	CONCLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES	77
	ANNEXE	78-81
	BIBLIOGRAPHIE	82-84

Liste des figures

<i>Figure I.1 : Crédibilité et plausibilité du point de vue ensembliste.....</i>	09
<i>Figure I.2 : Intervalle d'évidence d'un ensemble A</i>	09
<i>Figure I.3 : Poursuite de trois cibles parallèles.....</i>	16
<i>Figure I.4 Poursuite de trois cibles qui se croisent</i>	17
<i>Figure I.5 : Poursuite de quatre cibles parallèles.....</i>	18
<i>Figure I.6 : Poursuite de quatre cibles qui se croisent.....</i>	19
<i>Figure II : phase d'un algorithme classique de poursuite.....</i>	23
<i>Figure II.1 : Poursuite de trois cibles parallèles en mouvement selon M1 : Influence de l'initialisation.....</i>	34
<i>Figure II.2 : Poursuite de trois cibles qui se croisent : Influence de l'initialisation</i>	35
<i>Figure II.3 : Poursuite de trois cibles parallèles en mouvement selon M1 : Influence de bruit de mesure.....</i>	37
<i>Figure II.4 : Poursuite de trois cibles qui se croisent : Influence de bruit de mesure.....</i>	38
<i>Figure II.5 : Poursuite de trois cibles parallèles en mouvement selon M1: Influence des imprécisions sur la position du capteur.....</i>	40
<i>Figure II.6 : Poursuite de trois cibles qui se croisent : Influence des imprécisions sur la position du capteur.....</i>	41
<i>Figure II.7: Poursuite de trois cibles parallèles et manœuvrant: Influence de l'initialisation.....</i>	44
<i>Figure II.8: Influence de l'initialisation sur la probabilité de classification de mouvements de trois cibles parallèles et manœuvrant.....</i>	45
<i>Figure II.9 : Poursuite de trois cibles manœuvrant qui se croisent : Influence de l'initialisation.....</i>	46
<i>Figure II.10: Influence de l'initialisation sur la probabilité de classification de mouvements de trois cibles manœuvrant qui se croisent.....</i>	47
<i>Figure II.11 : Poursuite de trois cibles parallèles et manœuvrant : Influence de bruit de mesure.....</i>	49
<i>Figure II.12: Influence du bruit de mesure sur la probabilité de classification de mouvements de trois cibles parallèles et manœuvrant.....</i>	50
<i>Figure II.13 : Poursuite de trois cibles manœuvrant qui se croisent : Influence de bruit de mesure.....</i>	51
<i>Figure II.14 : Influence du bruit de mesure sur la probabilité de classification de mouvements de trois cibles manœuvrant qui se croisent.....</i>	52

Liste des figures

<i>Figure II.15 : Poursuite de trois cibles parallèles et manœuvrant : Influence des imprécisions sur la position du capteur.....</i>	<i>54</i>
<i>Figure II.16 : Influence des imprécisions de la position du capteur sur la probabilité de classification de mouvements de trois cibles parallèles et manœuvrant.....</i>	<i>55</i>
<i>Figure II.17 : Poursuite de trois cibles manœuvrant qui se croisent : Influence des imprécisions sur la position du capteur.....</i>	<i>56</i>
<i>Figure II.18 : Influence des imprécisions de la position du capteur sur la probabilité de classification de mouvements de trois cibles manœuvrant qui se croisent.....</i>	<i>57</i>
<i>Figure III.1 : Exemple d'une couverture d'un système MR.....</i>	<i>60</i>
<i>Figure III.2 : Diagramme de l'architecture de fusion centralisée.....</i>	<i>61</i>
<i>Figure III.3 : Système MR avec une architecture distribué (sans rétroaction).....</i>	<i>63</i>
<i>Figure III.4: Poursuite de trois cibles parallèles en mouvement selon M1 dans un réseau de capteurs.....</i>	<i>68</i>
<i>Figure III.5: Poursuite de trois cibles qui se croisent dans un réseau de capteurs.....</i>	<i>69</i>
<i>Figure III.6: Poursuite de trois cibles parallèles et manœuvrant dans un réseau de capteurs.....</i>	<i>72</i>
<i>Figure III.7 : Probabilités de classification de trois cibles parallèles et manœuvrant dans un réseau de capteurs.....</i>	<i>73</i>
<i>Figure III.8: Poursuite de trois cibles manœuvrant qui se croisent dans un réseau de capteurs.....</i>	<i>74</i>
<i>Figure III.9 : Probabilités de classification de trois cibles manœuvrant qui se croisent dans un réseau de capteurs.....</i>	<i>75</i>

Liste des tableaux

<i>Tableau I.1 : génération des masses</i>	12
<i>Tableau I.2 : table de croyance</i>	13

Liste des algorithmes

Algorithme II.1	L'algorithme EKF.....	26
Algorithme II.2	L'algorithme (PJDA,NN,BF)-EKF	28
Algorithme II.3	L'algorithme de la méthode IMM.....	30
Algorithme II.4	L'algorithme (JPDAF ,NN,BF)-IMM-EKF	31
Algorithme III.1	Étape de l'algorithme IMM-EKF centralisé (C-IMM-EKF).....	63
Algorithme III.2	Étape de l'algorithme IMM-EKF distribué (D-IMM-EKF).....	65

Abréviations et acronymes

KF	Filtre de Kalman
EKF	Filtre de Kalman étendu
MP	Modèle Proposé
FS	Fuzzy Set
MB	Méthode Baysienne
MHT	Multiple Hypothesis tracking Filter
IMM	Interacting Multiple models
JPDA	Joint Probabilistic Data Association
CJPDA	Cheap JPDA
NN	Nearest Neighbor
BF	Belief Functions
REQM	Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne
MR	Multi-Radar
RMR	Réseau Multi-Radar
UCF	Unité Centrale de Filtrage
C-IMM-EKF	IMM-EKF Centralisé
D-IMM-EKF	IMM-EKF Décentralisé

Notations et symboles

\underline{X}_k	Vecteur d'état de la cible à l'instant k
P	Distance cible – Radar
Θ	Angle (azimute) de la cible par rapport au radar
F_m	Matrice de transition d'état de l' $m^{\text{ème}}$ modèle de mouvement
G_m	Matrice de contrôle de l' $m^{\text{ème}}$ modèle de mouvement
N_e	Nombre d'échantillons
T	Période d'échantillonnage (balayage du radar)
R	Matrice de covariance des erreurs des mesures
Q	Matrice de covariance des erreurs de modélisation
H	Fonction non linéaire liant le vecteur d'état \underline{X}_k aux mesures
σ_ρ^2	Variance de l'erreur de mesure de ρ
σ_θ^2	Variance de l'erreur de mesure de θ
σ_x^2	Variance de l'erreur sur la position x
σ_y^2	Variance de l'erreur sur la position y
σ_c^2	La variance sur la position du capteur
p_{ij}	Probabilité <i>a priori</i> de transition des modèles de mouvement
μ_j	Probabilité du $j^{\text{ème}}$ modèle de mouvement
N_c	Nombre de capteurs
P_c	Position du capteur
M	Nombre de modèles de mouvement
N_{CIB}	Nombre de cibles
$m(k)$	Nombre de mesures validées à l'instant k
W_k	Le bruit sur l'état
V_k	Le bruit sur la mesure
Z_k	La mesure bruitée sur la distance et sur l'azimut
U_{ij}	L'innovation
A_{ij}	La matrice de covariance de U_{ij}
m	La distribution de masse
Bel	La fonction de crédibilité
Ω_{ij}	L'ensemble de I cibles existantes et de J mesure reçues

Liste des notations et symboles

K_i	Le conflit sur l'association de la $i^{\text{ème}}$ cible avec les mesures reçues
H_1	La cible i est associée à l'observation j
H_2	la cible i n'est pas associée à l'observation j
y_j	$J^{\text{ème}}$ observation reçue
yp_i	L'observation prédite de la cible i
S_i	Matrice de covariance d'innovation de la cible i
$m(H_1)$	Probabilité d'association de la cible i à l'observation j
$m(H_2)$	Probabilité du non association de la cible i à l'observation j
$m(\text{ing})$	Probabilité d'ignorance sur l'association de la cible i à l'observation j

REMERCIEMENTS

Nous remercions tout d'abord « Dieu » de nous avoir permis de terminer ce travail dans les meilleurs conditions.

Je tiens ici à remercier tous ceux qui m'ont soutenu dans mon entrée dans ce travail de mémoire et sans qui je ne pourrai aujourd'hui le proposer à la lecture :

Tout spécialement, à mère & mon père pour leurs soutiens, leurs lectures attentives, leurs patiences et le temps offert. Sans eux je n'aurais jamais pu être ce que je suis, ni emmener ce travail à son terme.

Ma grande famille et en particulier, mon frère, mes sœurs, mes tantes et oncles pour leurs aides et leurs sacrifices.

Mes directeurs de mémoire, Mr ZABOT Amar & MENNAD Abd El Malek, qui, en plus de la qualité de leurs accompagnements et de leurs disponibilités, m'ont offert généreusement dès notre première rencontre la plus fondamentale des ressources : la confiance. J'y ai puisé largement durant cette année de formation.

L'équipe pédagogique de l'enseignement aéronautique de l'IAES dans son ensemble pour l'intérêt de son enseignement et de ses méthodes, pour l'humanité rencontrée.

Mon amie et binôme, ZOUAOUI Hayet, dont la posture d'écoute, d'écriture auprès de moi dans le cadre de ce travail n'a pas été sans influencer la mienne et qui a toujours su trouver des mots à m'offrir dans les moments de découragement.

Mes compagnons d'études, mes amis, pour leur présence, qui ont suivi les avancées pas à pas et m'ont soutenu dans les moments de doute. Ils m'ont offert leurs regards francs et constructifs.

À tous ceux que j'ai oubliés, qui m'ont nourri chaleureusement et m'ont donné de l'énergie quand il m'en a fallu ; qu'ils m'en excusent dans ce moment de peur et de stress si intense pour la rédaction de notre mémoire.

Merci

TAZEROUT Lilia

REMERCIEMENTS

Merci Allah (mon dieu) de m'avoir donné la capacité d'écrire et de réfléchir, la force d'y croire, la patience d'aller jusqu'au bout.

Je dédie ce modeste travail à celle qui m'a donné la vie, le symbole de tendresse, qui s'est sacrifiée pour mon bonheur et ma réussite, à ma mère

A mon père, école de mon enfance, qui a été mon ombre durant toutes les années des études, et qui a veillé tout au long de ma vie à m'encourager à me donner l'aide et à me protéger.

A mes adorables sœurs fatima zohra et sihem.

A mes frères abdesamie et omar et son épouse farida

A tous les membres de ma famille, petits et grands

Veillez trouver dans ce modeste travail l'expression de mon affection

A mon binôme lilia et à toutes mes amies

A tous ceux qui me sont chères

A tous ceux qui m'aiment

A tous ceux que j'aime

Merci

ZOUAOUI Hayet

ملخص:

نقترح في هذا العمل التطرق لمشكلة تتبع وتصنيف الأهداف المتعددة باستخدام شبكة من المستقبلات. توجد تقنيات مختلفة لحل معضلة تتبع الأهداف، نذكر على سبيل المثال مرشح كالمان مع مختلف طبعاته. إن مظهر تعدد الأهداف يبرز في قسم ربط المعطيات، حيث أننا استخدمنا طريقة دوال الاعتقاد لربط المعطيات، و قارنا حسن سير هذه الطريقة مع حسن سير الطرق "JPDA" و "NN". وقد استخدمنا لتصنيف حركة الأهداف في كل لحظة طريقة ال IMM المكيفة مع مرشح كالمان الممدد. الدراسة تمت على حالتين، حالة تواجد مستقبل واحد و حالة تواجد شبكة من المستقبلات، حيث نلجأ لتقنية إذماج المعطيات. و قد قمنا بعدة تجارب تمثيلية لإظهار حسن سير مختلف الخوارزميات المستعملة في هذه المذكرة وفي ظروف مختلفة.

كلمات مفتاحية : متابعة اهداف متعددة، دوال الإعتقاد، JPDA، NN، تصنيف الحركة، مرشح كالمان الممدد، طريقة IMM، إذماج المعطيات.

Abstract:

In this work, we are interested in the multi targets tracking and classification of movements in sensor network. Several technical are employed for target tracking such as Kalman filtering with its versions. The aspect multi targets is illustrated in the part of data association, where the belief functions method is used and validated by comparing its performances with those of JPDA and NN method. For the targets movement classification at every moment, we use the IMM associated with the extended Kalman filter. The study is carried out in two cases, the case of only one sensor and that of a network of sensors, where we use the techniques of data combination such as the data fusion. Many simulations come to illustrate the performances of the algorithms used in various situations.

Key Words: Tracking of multiple targets, belief functions, JPDA, NN, classification of movements, Extended Kalman Filtering, interacting Multiple Models (IMM), data fusion.

Résumé:

Dans ce travail, nous nous intéressons à la poursuite multi cibles et la classification de mouvements dans un réseau de capteurs. Plusieurs techniques sont employées pour la poursuite de cibles telles que le filtre de Kalman avec ses versions. L'aspect multi cibles est illustré dans la partie d'association de données, où la méthode des fonctions de croyance est utilisée et validée en comparant ses performances avec celles des méthodes JPDA et NN. Concernant la classification de mouvement de cibles, les IMM associés au filtrage de Kalman étendue sont employées. L'étude est réalisée dans deux cas de figures, le cas d'un seul capteur et celui d'un réseau de capteurs où on fait appel aux techniques de combinaison de données telle que la fusion de données. De nombreuses simulations numériques viennent illustrer les performances des algorithmes utilisés dans différentes situations.

Mots Clés : Poursuite multi cibles, fonctions de croyance, JPDA, NN, classification de mouvements, filtrage de Kalman étendue, modèles multiple interagissant (IMM), fusion de données.

La poursuite d'une cible, consiste généralement en l'estimation de certains paramètres qui décrivent le mouvement de la cible à partir des mesures reçues, et ce en utilisant les différentes méthodes de filtrage telles que les différentes versions du filtrage de Kalman. A titre d'exemple, nous pouvons citer comme paramètre important la position, la vitesse et l'accélération. Cette estimation se complique malheureusement lorsque le nombre de cibles augmente. Cette thématique est connue sous le nom de poursuite de cibles ou multi cibles. La difficulté relatée est inhérente au problème de l'association de données. La poursuite multi cibles trouve son application dans plusieurs domaines technologiques (civils ou militaires). En effet, à titre d'exemple :

- dans les systèmes radar, la poursuite des cibles aériennes est stratégique pour la défense aérienne,
- dans la circulation routière, la poursuite multi cibles permet de contrôler la fluidité du trafic routier,

D'une manière générale, la poursuite multi cibles s'articule autour des aspects suivants :

- Observations : c'est l'ensemble des mesures reçues par le capteur (radar, sonar, caméra, etc....).
- Association de données : lorsque le nombre de cibles observées augmente, le capteur reçoit alors des mesures mélangées qu'il va falloir associer aux cibles correspondantes.
- Règle de décision : c'est le critère ou méthode que nous utilisons pour obtenir une estimation de l'état de la cible à partir des observations reçues.

Dans le cas où les cibles changent leurs modèles de mouvement, il faut estimer ce modèle de mouvement et cette estimation est connue sous le nom de classification de mouvements. Dans le cadre de notre travail nous utilisons la méthode des modèles multiples interagissant (Interacting Multiple models ou « IMM ») pour la classification de mouvements.

Ils existent plusieurs méthodes pour traiter le problème de l'association de données [1, 2, 3, 4]. Nous pouvons citer à titre d'exemple :

- la méthode du plus proche voisin (en anglais "*nearest neighbor*") (NN) [1],
- la méthode d'association probabiliste des données conjointes (en anglais "*joint probabilistic data association*") (JPDA) [2],
- le filtre de poursuite à hypothèses multiples (en anglais "*multiple hypothesis tracking filter*") (MHT) [3],
- la méthode d'association par les fonctions de croyance (en anglais "*belief functions*") (BF) [4].

Dans le présent travail, nous avons ramené le problème de l'association de données à un problème de fusion de données dans le cadre de la théorie des BF. Cette théorie traite essentiellement

les cas critiques où l'ignorance sur l'association est consistante (très grande). Nous notons au passage que la théorie des probabilités s'avère être, en l'absence d'ignorance, un cas particulier de la théorie des BF qui trouve son application dans plusieurs domaines exploitant les avantages de cette théorie :

- la fusion de classifieurs [5].
- la reconnaissance des formes [6].
- la surveillance de l'environnement [7].
- le traitement d'image [8].

Nous allons pour le moment présenter très succinctement un aperçu sur le principe de l'association de données par les deux théories :

- Association de données par l'approche bayésienne (théorie des probabilités) :

Les méthodes les plus utilisées pour la gestion de l'incertitude et de la fusion de données ont tout d'abord été envisagées sous l'approche bayésienne. La mise à jour des informations (modélisées par des distributions de probabilité) se fait à l'aide du théorème de Bayes, qui repose sur des bases solides et des axiomes connus. L'un des inconvénients majeurs de cette technique réside dans l'exigence de la connaissance parfaite des probabilités, et plus particulièrement de la probabilité *a priori*, qui n'est malheureusement pas connue avec certitude lorsque les connaissances sur le problème sont imparfaites. Ces limitations ont donné naissance à de nombreuses extensions ou nouvelles propositions afin de gérer l'incertitude, parmi lesquelles nous pouvons citer la théorie des BF [4].

- Association de données par l'approche de Dempster-Shafer (théorie des BF) :

Après les travaux de Dempster, Shafer a proposé une nouvelle approche qu'il a appelée : théorie de Dempster-Shafer, ou théorie de l'évidence ou théorie des BF. Contrairement à la théorie des probabilités, cette nouvelle approche permet de gérer les situations d'ignorance, ainsi la modélisation des informations se fait à l'aide de BF (et non pas de distributions de probabilité) qui une fois obtenues permettent de réaliser la fusion de données par la règle de combinaison de Dempster (nous rappelons au passage que, dans le cadre de la théorie des BF, le problème de l'association de données peut se ramener à un problème de fusion de données). Cependant, la difficulté majeure qui limite l'utilisation de cette théorie à grande échelle, réside dans la modélisation des BF.

Notre travail se base sur la fusion de données qui consiste à mettre à profit le maximum d'informations sur les données afin de réduire les faiblesses de certaines à l'aide des autres [10]. En effet, il est intéressant de pouvoir utiliser conjointement plusieurs sources d'information (capteurs). Les améliorations en termes de qualité sont généralement plus fiables et plus précises qu'une décision ne dépendant que d'un seul capteur. Ces connaissances positives proviennent de :

- La redondance des informations qui s'obtient lorsque différentes sources exploitent les mêmes paramètres. La fusion de ces sources permet alors de diminuer l'incertitude globale.
- La complémentarité dans le cas où les sources exploitent des paramètres différents, elle permet de déduire une information globale plus complète concernant certains aspects du problème qu'une source opérant individuellement, serait incapable de saisir.

D'une façon générale, les architectures de fusion de données rencontrées sont basées sur l'architecture de fusion centralisée et l'architecture de fusion distribuée.

Le présent travail s'inscrit dans le cadre général de la poursuite et de la classification conjointes des mouvements de cibles observées par un seul capteur ou par un réseau de capteurs. Plus précisément, nous allons, dans ce travail, étudier le problème de la poursuite et de la classification conjointes de cibles en utilisant un ou plusieurs capteurs dans le cadre de la théorie des BF. Le présent travail est organisé en plusieurs chapitres.

- Dans le chapitre I, nous présentons les concepts de base de la théorie des BF, qui permet de modéliser et de combiner des informations imparfaites contrairement à la théorie des probabilités. En particulier, nous mettons d'une manière générale l'accent sur la notion de BF, sur la combinaison des BF, sur le problème de leurs modélisations et les quelques solutions proposées dans la littérature. Ensuite, nous présentons, dans le cadre de la poursuite de cibles, notre contribution, inspirée des travaux d'Appriou [4], au problème de la modélisation des BF, que nous illustrons par des simulations numériques, qui permettront de dégager les modèles appropriés pour la vraisemblance utilisée dans notre contribution des BF.
- Ensuite dans le chapitre II, nous abordons la poursuite et la classification de mouvements conjointes de cibles en utilisant un seul capteur. Plus précisément, nous commençons par présenter les différents modèles d'état susceptibles d'être suivis par des cibles en mouvement (mouvement rectiligne à vitesse constante, mouvement rectiligne à accélération constante et mouvement circulaire à vitesse de rotation constante et inconnue). Ensuite, nous présentons rapidement le filtrage de Kalman étendu, le principe de l'association de données par les NN et les JPDA, puis le principe des modèles multiples interagissant dans le cas multi cibles. Enfin, dans les simulations numériques qui traitent de situations critiques où l'association de données devient difficile, nous comparons les performances de la poursuite de cibles, et celles de la poursuite et la classification de mouvements conjointes de cibles obtenues dans le cadre de la théorie des BF à celles obtenues en utilisant les NN et le JPDA.
- Puis, dans le chapitre III, nous proposons d'améliorer les performances de la poursuite et de la classification de mouvements conjointes de cibles en utilisant un réseau de capteurs avec

deux types d'architecture de fusion considérées : architecture centralisée et architecture distribuée. Enfin, les simulations numériques illustrent les performances de la poursuite de cibles, et celles de la poursuite et la classification de mouvements conjoints de cibles, obtenues dans le cadre de la théorie des BF, et celles obtenues en utilisant les NN et le JPDA.

- Enfin, nous terminons ce travail par une conclusion générale et des perspectives.

I.1 INTRODUCTION

Le problème de l'association des données dans la poursuite multi cibles a été largement traitée dans la littérature [4, 5, 6]. Nous nous intéressons, dans notre travail, à une approche basée sur une théorie récente qui permet de gérer aussi bien les données incertaines que celles imprécises. Cette théorie, appelée théorie des BF ou théorie de l'évidence, a pour origine les travaux d'Arthur Dempster sur les bornes inférieures et supérieures d'une famille de distributions de probabilité. L'élaboration du formalisme de cette théorie sera donnée plus tard par Glenn Shafer [11]. Ce dernier a montré l'intérêt de cette théorie lors de la modélisation des connaissances incertaines. De plus, la théorie des BF permet de combiner des connaissances obtenues à partir de différentes sources, de manière plus souple (moins rigoureuse) que le formalisme probabiliste. Dans ce chapitre, nous décrivons, dans un premier temps, les différentes BF développées dans le cadre de la théorie de l'évidence (paragraphe I.2). Nous abordons dans le paragraphe I.3, la combinaison des croyances (combinaison de Dempster). Dans le paragraphe I.4 nous présentons quelques modélisations des BF pour traiter le problème d'association de données, ainsi que le modèle que nous avons adopté pour notre application. Une comparaison, des performances obtenues par notre méthode et par d'autres méthodes classiques, est présentée dans le paragraphe I.5. Enfin, nous concluons ce chapitre par le paragraphe I.6.

I.2 LES FONCTIONS DE CROYANCE

I.2.1 Masse de croyance élémentaire

Soit Θ l'ensemble de N hypothèses solutions d'un problème donné. L'ensemble Θ , appelé cadre de discernement, est construit à base d'hypothèses élémentaires mutuellement exclusives :

$$\Theta = \{H_1, \dots, H_n, \dots, H_N\} \quad (I.1)$$

Nous supposons dans notre travail que ce cadre de discernement est exhaustif (hypothèse du monde fermé). Toutefois, il est possible de s'affranchir de cette condition en admettant que l'ensemble Θ est un cadre de discernement non exhaustif. Cette approche est alors appelée hypothèse du monde ouvert [12]. A partir de ce cadre de discernement, nous pouvons construire l'ensemble 2^Θ de tous les sous ensemble A de Θ .

Nous définissons une fonction de croyance m comme étant une application telle que :

$$m : 2^\Theta \rightarrow [0,1] \quad (\text{I.2})$$

$$\text{Vérifiant les propriétés suivantes : } \begin{cases} m(\emptyset) = 0 \\ \sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1 \end{cases} \quad (\text{I.3})$$

La quantité $m(A)$ s'interprète comme la part de croyance allouée au sous ensemble A de Θ . Cette quantité se différencie d'une probabilité par le fait que la totalité de la croyance est répartie non seulement sur les hypothèses singletons H_n mais aussi sur les hypothèses composées. La quantité $m(A)$ signifie qu'en l'état actuel des connaissances, la masse de croyance $m(A)$ ou (*basic belief assignment* « *bba* ») ne peut pas être affectée à un sous-ensemble de A [4].

Les sous-ensembles A dont la masse est non nulle sont appelés éléments focaux. De plus, l'union des éléments focaux est appelée noyau.

Nous présentons maintenant des BF particulières, définissant des connaissances bien précises, de manière à mieux illustrer la modélisation de ces connaissances [4].

- **Fonction d'ignorance totale.** [4]

Définie par :

$$m(\Theta) = 1 \quad (\text{I.4})$$

C'est le cas de l'indétermination ou de l'ignorance totale. L'observateur sait que l'hypothèse solution se trouve dans le cadre de discernement, mais il ne peut pas en dire plus. Il est incapable de répartir sa connaissance sur un ensemble plus petit que Θ .

- **Fonction de certitude totale :**

Définie par :

$$m(H_n) = 1 \quad (\text{I.5})$$

La répartition de la masse de croyance est concentrée sur une hypothèse singleton. L'observateur est sûr de connaître l'hypothèse solution, et modélise sa connaissance par une masse de croyance totale en l'hypothèse H_n .

La principale difficulté dans la théorie de l'évidence réside dans la construction des BF. Toute méthode de définition d'une BF est potentiellement acceptable. La plupart des modélisations existantes dépendent de l'application envisagée [13]. Nous reviendrons sur les principales modélisations des BF dans les paragraphes suivantes.

I.2.2 Autres mesures de croyance

A partir de l'affectation des masses, nous pouvons citer d'autres mesures de croyance, les plus remarquables sont: la fonction de crédibilité (*Bel*) et la fonction de plausibilité (*Pl*).

- **La fonction de Crédibilité :**

Elle est définie de la manière suivante :

$$Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B) \quad \forall A \subseteq \Theta \quad (I.6)$$

$Bel(A)$ représente l'ensemble de la croyance apportée aux éléments de la disjonction d'hypothèses A . Elle correspond à la quantité d'information qui est toute entière contenue dans le sous-ensemble considéré.

Voici quelques propriétés de la fonction Bel [30] :

1. $Bel(\emptyset) = 0$,
2. $Bel(\Theta) = 1$,
3. $Bel(A_1 \cup \dots \cup A_n) \geq \sum_{I \subseteq \{1, \dots, n\}} (-1)^{|I|+1} Bel(\bigcap_{i \in I} A_i)$.

La distribution de masse m et la fonction de crédibilité Bel sont deux représentations équivalentes d'une même information. En effet, la transformation de Möbius permet de calculer la distribution de masse à partir de la distribution de crédibilité à l'aide de la relation suivante [30]:

$$m(A) = \sum_{B \subseteq A} (-1)^{|A-B|} Bel(B) \quad (I.7)$$

Où $|A-B|$ est le cardinal de l'ensemble qui contient les éléments de A qui n'appartiennent pas à B .

- **La fonction de Plausibilité**

La fonction de plausibilité Pl peut être définie à l'aide d'une BF m de la manière suivante :

$$Pl(A) = \sum_{(A \cap B) \neq \emptyset} m(B) \quad \forall A \subseteq \Theta \quad (I.8)$$

$Pl(A)$ s'interprète comme la part de croyance qui pourrait potentiellement être allouée à A , c'est-à-dire toute l'information contenue dans les sous-ensembles ayant une intersection non nulle avec A .

Voici quelques propriétés de la fonction Pl [4] :

1. $Pl(\emptyset) = 0$,
2. $Pl(\Theta) = 1$,
3. $Pl(A_1 \cap \dots \cap A_n) \geq \sum_{I \subseteq \{1, \dots, n\}} (-1)^{|I|+1} Pl(\cup_{i \in I} A_i)$.

La plausibilité de A est également reliée à la crédibilité du complémentaire de A . Elle correspond à toute l'information ne créditant pas la véracité du complémentaire de A :

$$Pl(A) = 1 - Bel(\bar{A}) \quad (I.9)$$

\bar{A} : le complémentaire de A .

Cette expression exprime la dualité des fonctions Bel et Pl . Ainsi, à l'aide de cette relation et de l'équation (I.8), il est possible de passer de façon unique d'une répartition de plausibilité ou de crédibilité à une répartition de masses.

- **Interprétation des fonctions de plausibilité et de crédibilité**

Nous pouvons représenter ces deux mesures (crédibilité et plausibilité) par la figure I.1. Cette figure explique les appellations de vraisemblance minimale et maximale dont nous affectons parfois la crédibilité et la plausibilité dans le cadre de la théorie de l'évidence. Nous visualisons sur cette figure le fait que la crédibilité regroupe toutes les masses des éléments focaux (A_1 , A_2 et A_3) inclus dans le sous-ensemble A_3 , alors que la plausibilité correspond à toutes les masses intersectant (A_1 , A_2 , A_3 , A_4 et A_5) avec le sous-ensemble considéré A_3 .

Si Bel et Pl sont respectivement la crédibilité et la plausibilité d'une même BF m , elles vérifient les propriétés suivantes :

$$Bel(A \cup B) \geq Bel(A) + Bel(B) - Bel(A \cap B), \quad (I.10)$$

$$Pl(A \cap B) \leq Pl(A) + Pl(B) - Pl(A \cup B), \quad (I.11)$$

$$0 \leq Bel(A) \leq Pl(A) \leq 1, \quad (I.12)$$

$$Bel(A) + Pl(\bar{A}) = Bel(\Theta) = Pl(\Theta) = 1 \quad (I.13)$$

La quantité $Pl(A) - Bel(A)$ est une mesure de l'ignorance relativement à A . Dans le cadre de la théorie de Demspster-Shafer (Théorie de l'évidence), nous pouvons interpréter l'intervalle défini par $[Bel(A), Pl(A)]$ comme un encadrement de la probabilité réelle de A . Dans ce cadre de travail, $Bel(A)$ et $Pl(A)$ peuvent être vues respectivement comme une probabilité basse et une probabilité haute [11]. Il faut noter qu'il existe d'autres fonctions symétriques de la crédibilité et de la plausibilité, à savoir *l'incrédulité* (la crédibilité du contraire) et *le doute* (la quantité de masse de croyance restante). Les relations existantes entre ces différentes mesures sont représentées sur la figure I.2.

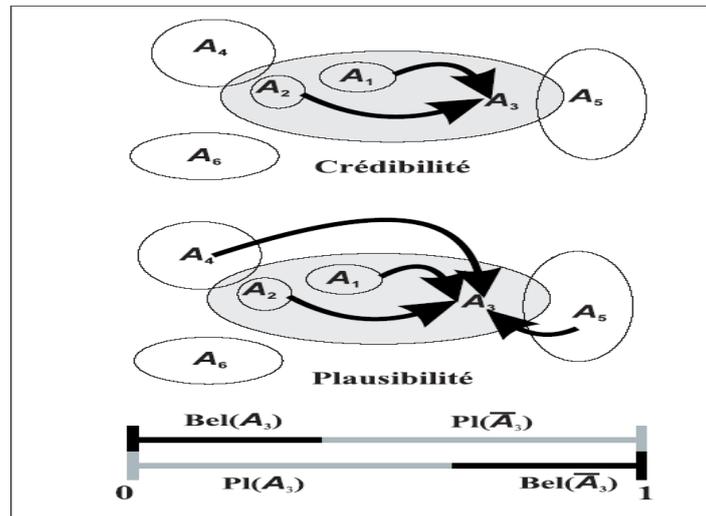


Figure I.1. Crédibilité et plausibilité du point de vue ensembliste.

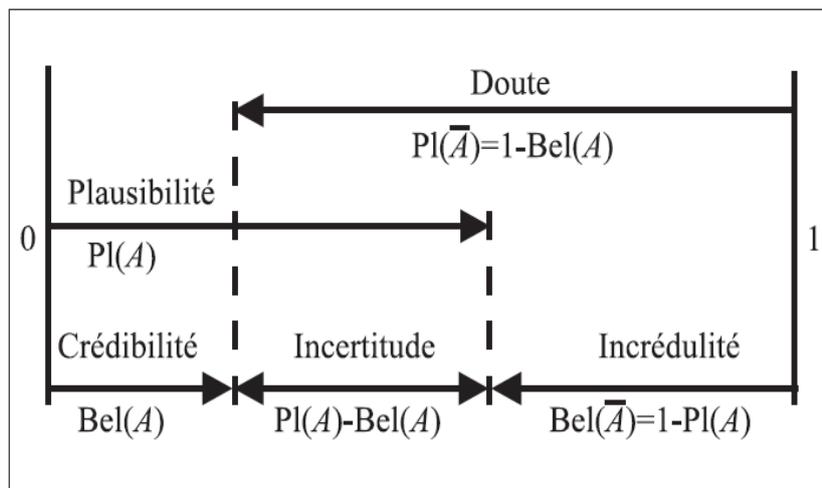


Figure I. 2. Intervalle d'évidence d'un ensemble A .

I.3 COMBINAISON DES CROYANCES

La combinaison, ou révision, des croyances intervient lorsque l'on dispose de nouvelles informations codées sous forme de BF qu'il faut fusionner avec les BF déjà existantes. La fusion d'informations se présente comme une solution permettant d'accéder à une information plus fiable ou à une synthèse des connaissances dans un environnement multi sources. De façon générale, elle offre de nombreux avantages parmi lesquels la complémentarité et la redondance de l'information [4].

I.3.1 Combinaison conjonctive des BF

Soient S_1 et S_2 deux sources d'informations indépendantes. Ces sources sont supposées totalement fiables. Les informations obtenues via ces sources sont modélisées à l'aide de

fonctions de croyance appelées respectivement m_1 et m_2 . Notons m_\cap la fonction de croyance résultant de la combinaison conjonctive de m_1 et m_2 :

$$m_\cap = m_1 \cap m_2 \quad (\text{I.14})$$

Elle est définie par :

$$m_\cap(A) = \sum_{B \cap C = A} m_1(B) m_2(C) \quad \forall A \subseteq \Theta \quad (\text{I.15})$$

La règle de combinaison conjonctive (I.15) vérifie un certain nombre de propriétés intéressantes. Elle est associative, commutative et possède un élément neutre. Par associativité, nous pouvons généraliser cette règle à J sources d'information produisant J BF. En notant $m_\cap = \cap_{j=1}^J m_j$, nous aurons :

$$m_\cap(A) = \sum_{A_1 \cap \dots \cap A_J = A} \left(\prod_{j=1}^J m_j(A_j) \right) \quad \forall A \subseteq \Theta \quad (\text{I.16})$$

De façon générale, cette règle de combinaison produit une BF non normalisée, c'est-à-dire que $m_\cap(\emptyset) \neq 0$. Cette hypothèse n'est pas possible dans le cas du monde fermé (cf. paragraphe I.2). Il est donc nécessaire d'introduire une étape de normalisation. Cette loi de combinaison conjonctive normalisée est plus connue sous le nom de *règle de combinaison de Dempster*. La règle de Dempster, aussi appelée *somme orthogonale*, de deux fonctions de croyance m_1 et m_2 est notée de la manière suivante :

$$m_\oplus = m_1 \oplus m_2 \quad (\text{I.17})$$

Nous définissons la somme orthogonale de m_1 et m_2 par :

$$m_\oplus(A) = \frac{1}{1-K} \sum_{B \cap C = A} m_1(B) m_2(C) \quad \forall A \subseteq \Theta, A \neq \emptyset \quad (\text{I.18})$$

où K est défini par :

$$K = \sum_{B \cap C = \emptyset} m_1(B) m_2(C) \quad (\text{I.19})$$

Dans l'équation (I.18), K reflète la masse de croyance conflictuelle existante entre les deux BF à combiner. Cette masse varie dans l'intervalle $[0, 1]$ selon les fonctions m_1 et m_2 . Lorsque K est nul, les sources sont en parfait accord. Au contraire, lorsque cette masse est égale à 1, les sources sont en conflit total et les informations ne peuvent pas être fusionnées. De la même manière que pour la combinaison conjonctive, nous pouvons généraliser la combinaison de Dempster à J fonctions de croyance en notant $m_\oplus = \oplus_{j=1}^J m_j$. La fonction m_\oplus est alors définie de la manière suivante [4]:

$$m_{\oplus}(A) = \frac{1}{1-K} \sum_{A_1 \cap \dots \cap A_J = A} \prod_{j=1}^J (m_j(A_j)) \quad \forall A \subseteq \Theta, A \neq \emptyset \quad (\text{I.20})$$

$$K = \sum_{A_1 \cap \dots \cap A_J = \emptyset} \left(\prod_{j=1}^J m_j(A_j) \right) \quad (\text{I.21})$$

La règle de combinaison de Dempster vérifie un certain nombre de propriétés intéressantes comme l'associativité et la commutativité. De plus, elle possède un élément neutre qui est la fonction d'ignorance totale [4]:

$$m_1 \oplus m_2 = m_1 \quad \text{si} \quad m_2(\Theta) = 1 \quad (\text{I.22})$$

et un élément absorbant qui est la fonction de certitude totale :

$$m_1 \oplus m_2 = m_2 \quad \text{si} \quad m_2(H_n) = 1 \quad (\text{I.23})$$

Enfin, la règle de combinaison de Dempster a fait l'objet de nombreuses critiques [14]. La plupart de ces critiques sont liées à la normalisation. Smets [15] propose même l'abandon de cette normalisation.

I.4 MODELISATION DES BF

Dans le cadre de la théorie de l'évidence pour l'association de données, il n'existe pas de méthodes génériques pour l'obtention des BF. Dans la plupart des cas, la modélisation utilisée dépend de l'application envisagée [16]. Dans notre travail, nous nous sommes intéressés aux deux approches :

- Approche fondée sur le calcul de la distance [17],
- Approche fondée sur le calcul de la vraisemblance [18,19].

I.4.1 Modèle proposé « MP »

La méthode adoptée pour l'association de données est influencée par l'algorithme décrit en [13] et [31], où la théorie des BF est utilisée pour résoudre le problème d'association de données pour la poursuite des véhicules.

Soit $\Omega = \{P_1, P_2, \dots, P_I\}$ et $\Theta = \{A_1, A_2, \dots, A_J\}$ respectivement l'ensemble de I cibles existantes et de J mesures reçues. Pour chaque cible et chaque mesure, nous définissons le cadre de discernement Ω_{ij} par :

$$\Omega_{ij} = \{P_i R A_j, \overline{P_i R A_j}\} \quad (\text{I.24})$$

et l'ensemble

$$2^{\Omega_{ij}} = \{\emptyset, P_iRA_j, \overline{P_iRA_j}, \Theta\}$$

(I.25)

$$\text{où } \begin{cases} P_iRA_j = \{(P_i, A_j)\} & : \text{ association} \\ \overline{P_iRA_j} = \{(P_i, A_1), \dots, (P_i, A_{j-1}), (P_i, A_{j+1}), \dots, (P_i, A_J)\} & : \text{ non association} \\ \Theta = \{(P_i, A_1), (P_i, A_2), \dots, (P_i, A_J)\} & : \text{ ignorance} \end{cases} \quad (\text{I.26})$$

Nous définissons la fonction de croyance définissant la probabilité d'association de la cible i à la mesure j :

$$m_{ij} : 2^{\Omega_{ij}} \rightarrow [0,1] \quad (\text{I.27})$$

Nous supposons que les sources d'informations (qui sont les mesures) sont parfaitement fiables, et l'ignorance totale sur l'association est nulle, donc:

$$m_{ij}(\emptyset) = 0 \quad \text{et} \quad m_{ij}(\Theta) = 0 \quad (\text{I.28})$$

$$\text{Alors :} \quad m_{ij}(P_iRA_j) = 1 - m_{ij}(\overline{P_iRA_j}) \quad (\text{I.29})$$

$$\text{Nous notons : } m_{ij} = m_{ij}(P_iRA_j) \quad \text{et} \quad \overline{m_{ij}} = m_{ij}(\overline{P_iRA_j})$$

Nous construisons la table1.

	A_1	$\overline{A_1}$...	A_j	$\overline{A_j}$...	A_J	$\overline{A_J}$
P_1	m_{11}	$\overline{m_{11}}$...	m_{1j}	$\overline{m_{1j}}$...	m_{1J}	$\overline{m_{1J}}$
\vdots
P_i	m_{i1}	$\overline{m_{i1}}$...	m_{ij}	$\overline{m_{ij}}$...	m_{iJ}	$\overline{m_{iJ}}$
\vdots
P_l	m_{l1}	$\overline{m_{l1}}$...	m_{lj}	$\overline{m_{lj}}$...	m_{lJ}	$\overline{m_{lJ}}$

Tableau I.1. Génération des masses

Nous appliquons la règle de *combinaison conjonctive* (équation (I.16)) pour chaque cible et chaque mesure [32], nous aurons la table de croyance « tableau I.2 ».

Par la suite, nous faisons la normalisation par rapport au K_i « équation (I.18) », et nous aurons donc les masses de croyances normalisées. Comme règle de décision, nous choisissons pour chaque cible l'observation ayant le maximum de crédibilité pour la mise à jour de l'état de la cible.

	A_1	A_2	...	A_J	\emptyset
P_1	$m_{\cap 11}$	$m_{\cap 12}$...	$m_{\cap 1J}$	$m_{\cap 1\emptyset}$
P_2	$m_{\cap 21}$	$m_{\cap 22}$...	$m_{\cap 2J}$	$m_{\cap 2\emptyset}$
...
P_I	$m_{\cap I1}$	$m_{\cap I2}$...	$m_{\cap II}$	$m_{\cap I\emptyset}$

Tableau I.2. Table de croyance

$$\text{Où } m_{\cap i\emptyset} = 1 - \sum_{j=1}^J m_{\cap ij} = K_i \quad (\text{I.30})$$

K_i : représente le conflit sur l'association de la $i^{\text{ème}}$ cible avec les mesures reçues.

La principale difficulté de la théorie des BF réside dans la modélisation des fonctions de croyance qui dépend de l'application envisagée.

Le modèle que nous proposons pour l'association de données dans le cadre de la poursuite multi cibles a été inspiré du modèle d'Appriou [4,9].

Pour la construction de notre modèle, nous passons par les étapes suivantes :

a) Notre cadre de discernement est composé de deux hypothèses, $\Omega_{ij} = \{H_1, H_2\}$ avec :

- H_1 : la cible i est associée à l'observation j
- H_2 : la cible i n'est pas associée à l'observation j , donc $H_2 = \overline{H_1}$

b) Nous définissons l'ensemble 2^N ($N=2$) parties de Ω_{ij} par :

$$2^{\Omega_{ij}} = \{\{H_1\}, \{H_2\}, \{H_1, H_2\}, \emptyset\}$$

c) Nous accordons une masse de croyance à chaque élément $A \in 2^{\Omega_{ij}}$:

- $m_{ij}(\{H_1\}) = m(i, j)$: masse d'association de la cible i à l'observation j ,
- $m_{ij}(\{H_2\}) = 1 - m(i, j)$: masse d'ignorance d'association de la cible i aux observations j' ($j' \neq j$),
- $m_{ij}(\{H_1, H_2\}) = 0$: masse d'ignorance d'association de la cible i à l'observation j ,
- $m_{ij}(\emptyset) = 0$: masse d'association et du non association de la cible i à l'observation j .

d) Nos sources d'information sont les observations (la dimension de l'observation=2).

$$\text{Soit : } G(i, j) = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{|S_i|}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot (y_j - yp_i)^T \cdot (S_i)^{-1} \cdot (y_j - yp_i)\right) \quad (\text{I.31})$$

Nous définissons $m(i, j)$ par [20] :

$$m_{norm}(i, j) = \frac{G(i, j)}{\max_j [G(i, j)]} \quad \rightarrow \quad m(i, j) = \frac{m_{norm}(i, j)}{\sum_j^{NbrMesures} [m_{norm}(i, j)]} \quad (\text{I.32})$$

- $NbrMesures$: Nombre d'observations reçues à l'instant k
- y_j : $j^{ème}$ observation reçue
- yp_i : l'observation prédite de la cible i
- S_i : matrice de covariance d'innovation de la cible i

le modèle devient :

$$\begin{cases} m_{ij}(\{H_1\}) = m(i, j) \\ m_{ij}(\{H_2\}) = 1 - m(i, j) \\ m_{ij}(ign) = 0 \\ m_{ij}(\emptyset) = 0 \end{cases} \quad (\text{I.33})$$

où $\begin{cases} m(H_1) \text{ probabilité d'association de la cible } i \text{ à l'observation } j \\ m(H_2) \text{ probabilité de la non association de la cible } i \text{ à l'observation } j \\ m(ign) \text{ probabilité d'ignorance sur l'association de la cible } i \text{ à l'observation } j \end{cases}$

Après l'étape de modélisation, nous appliquons la règle de combinaison de Dempster (équation (I.18)), et la décision sera faite par le maximum de crédibilité sur la masse après combinaison.

I.5 SIMULATIONS NUMERIQUES

Dans ce paragraphe, nous comparons les performances de la méthode proposée avec d'autres méthodes pour la génération des fonctions de masse. Ces méthodes sont :

- **Méthode des ensembles flous « FS » (Fuzzy Set).** Cette méthode consiste en [33] :

- Soit pour chaque cible i : $M_{max} = \max_j (G(i, j))$ et $M_{min} = \min_j (G(i, j))$,

- Définir un pas : $pas = \frac{M_{max} - M_{min}}{3}$,

- Soit $\alpha = M_{min} + pas$, et $\beta = M_{min} + 2pas$,

- Faire la normalisation suivante par rapport à M_{max} :

$$\alpha = \frac{\alpha}{M_{max}} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{\beta}{M_{max}} \quad \text{et} \quad G(i, j) = \frac{G(i, j)}{M_{max}}$$

$$- \text{ Définir les bba } \left\{ \begin{array}{l} \text{si } G(i, j) \geq \beta \text{ ou } G(i, j) \leq \alpha \text{ donc } \begin{cases} m(H_1) = G(i, j) \\ m(H_2) = 1 - G(i, j) \\ m(ign) = 0 \end{cases} \\ \text{si } \alpha < G(i, j) < \beta \quad \text{donc } \begin{cases} m(H_1) = 0.25G(i, j) \\ m(H_2) = 0.25(1 - G(i, j)) \\ m(ign) = 0.75 \end{cases} \end{array} \right. \quad (I.34)$$

- **Méthode Bayésienne « MB ».** Dans cette méthode, nous considérons le modèle suivant :

$$\begin{cases} m(H_1) = \beta_{ij} \\ m(H_2) = 1 - \beta_{ij} \\ m(ign) = 0 \end{cases} \quad (I.35)$$

β_{ij} représente la probabilité d'associer la mesure A_j à la cible P_i , nous suggérons d'employer la valeur précisée par Fitzgerald dans le développement de la formulation pratique de PDA [34] :

$$\beta_{ij} = \frac{G(i, j)}{\left[\sum_i G(i, j) \right] + \left[\sum_j G(i, j) \right] - G(i, j)} \quad (I.36)$$

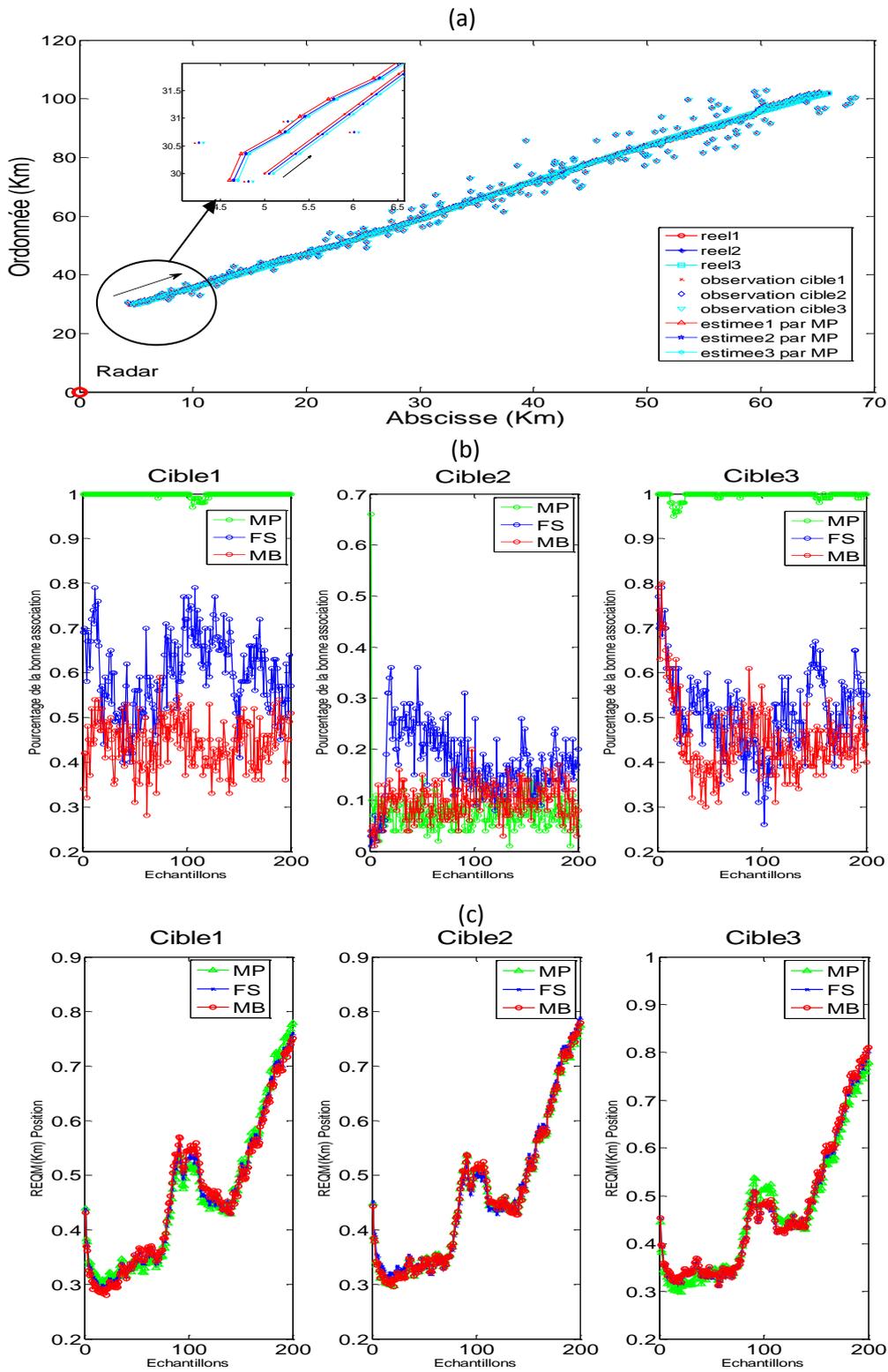


Figure I.3 . Poursuite de trois cibles parallèles. (a) Trajectoires réelles et estimées après l'association par MP, (b) probabilité d'association des méthodes (MP, FS, MB), (c) REQM après l'association par (MP, FS, MB).

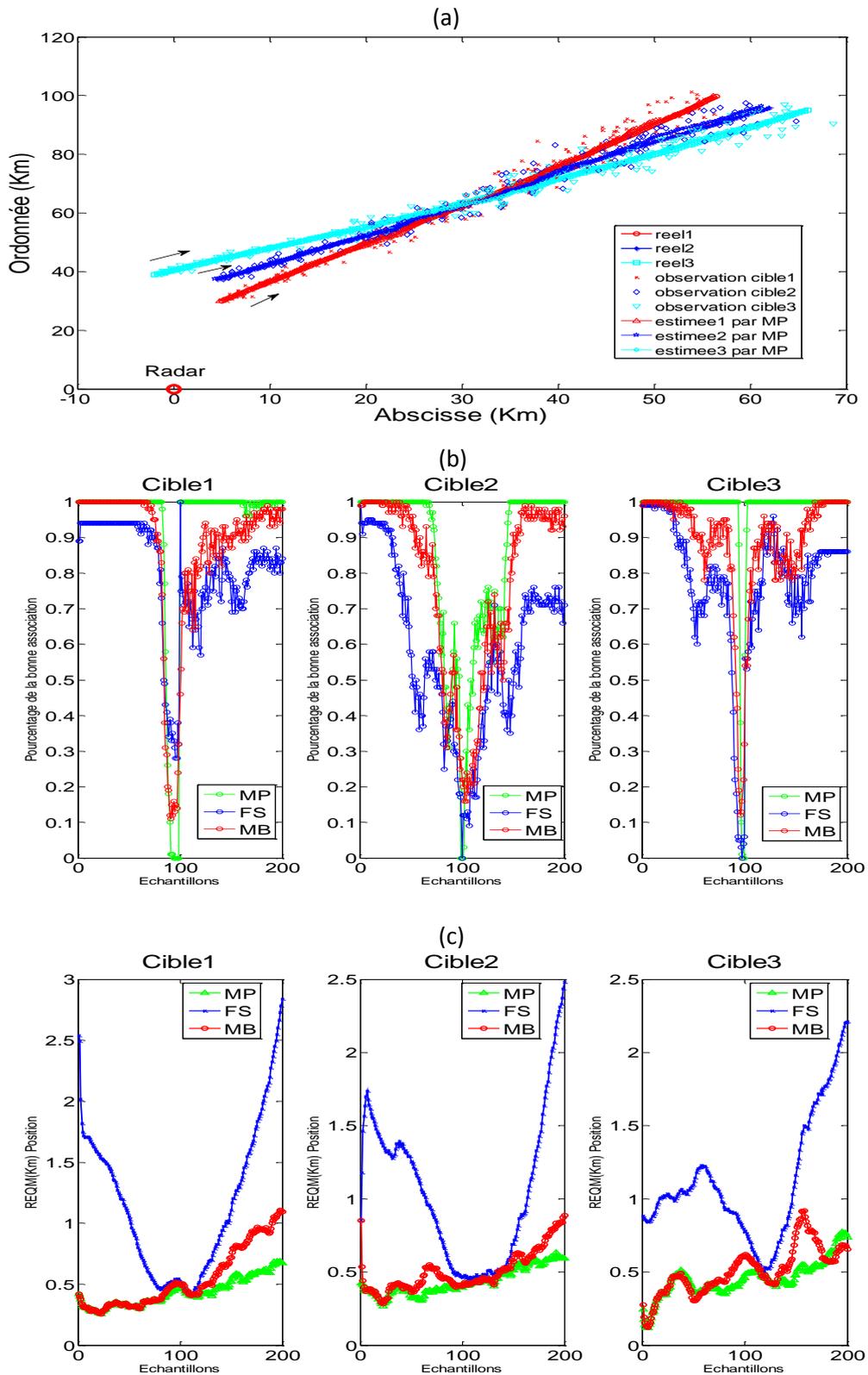


Figure I.4. Poursuite de trois cibles qui se croisent. (a) Trajectoires réelles et estimées après l'association par MP, (b) probabilité d'association des méthodes (MP, FS, MB), (c) REQM après l'association par (MP, FS, MB).

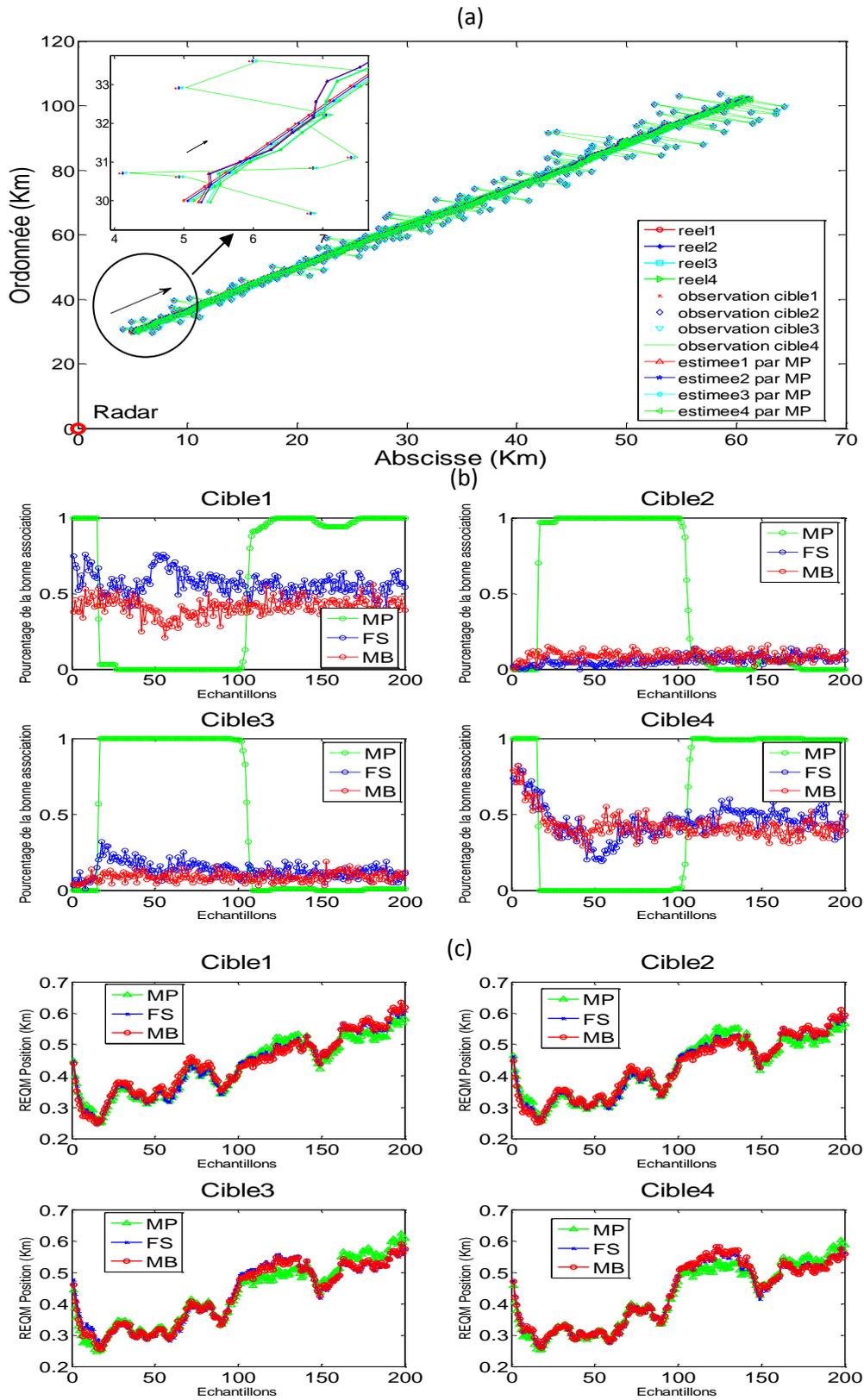


Figure I.5. *Poursuite de quatre cibles parallèles. (a)Trajectoires réelles et estimées après l'association par MP, (b) probabilité d'association des méthodes (MP, FS, MB), (c) REQM après l'association par (MP, FS, MB).*

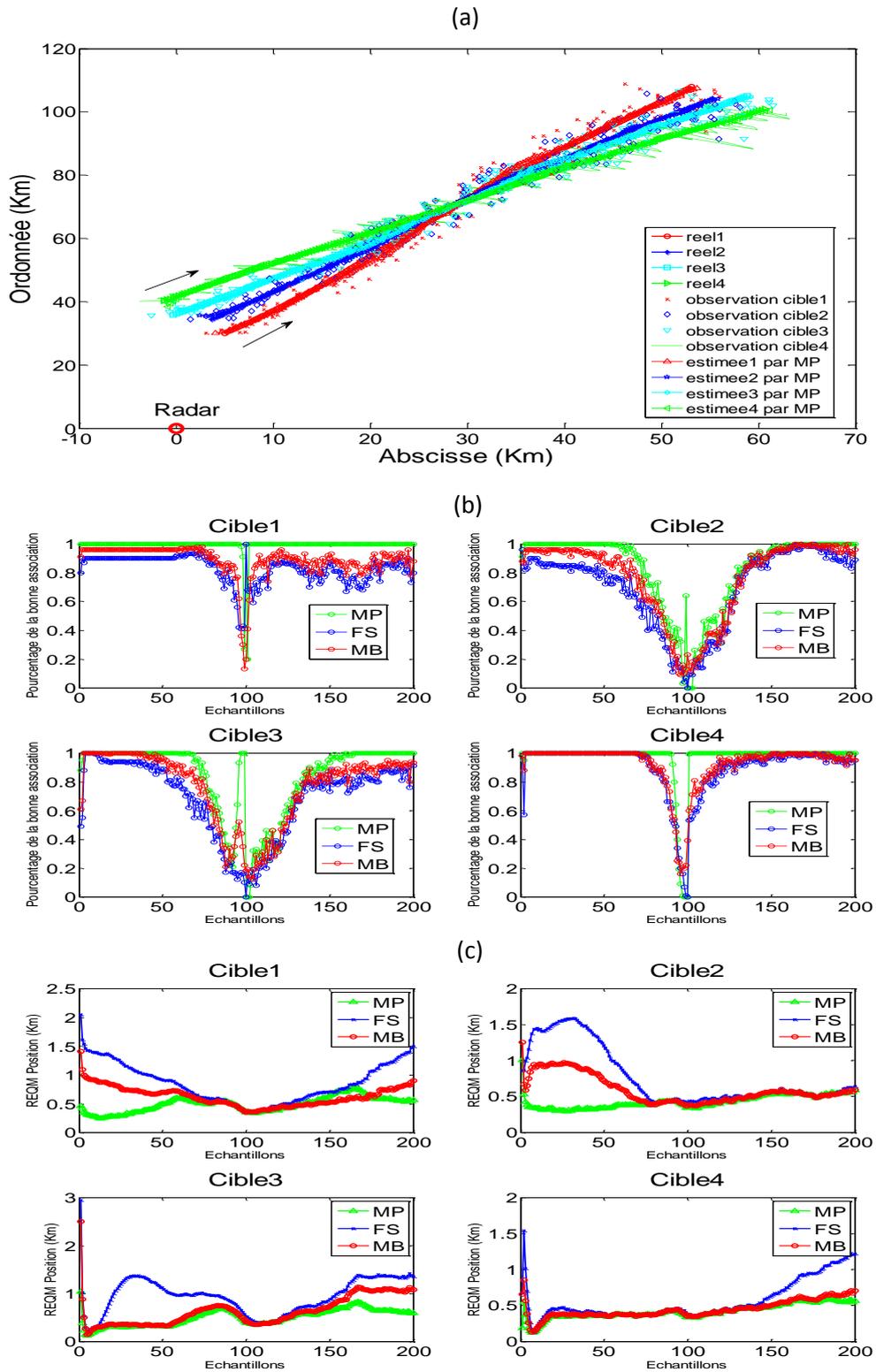


Figure I.6. *Poursuite de quatre cibles qui se croisent. (a)Trajectoires réelles et estimées après l'association par MP, (b) probabilité d'association des méthodes (MP, FS, MB), (c) REQM après l'association par (MP, FS, MB).*

❖ **Commentaire :**

Nous comparons les performances des méthodes «MP, FS et MB» pour les cas où l'ambiguïté sur l'association est grande. Il s'agit de :

- trois cibles en mouvement rectiligne uniforme avec des trajectoires parallèles, la distance entre ces cibles est de 50 mètres,
- trois cibles rapprochées en mouvement rectiligne uniforme avec des trajectoires qui se croisent,
- quatre cibles en mouvement rectiligne uniforme avec des trajectoires parallèles, la distance entre ces cibles est de 50 mètres,
- et quatre cibles rapprochées en mouvement rectiligne uniforme avec des trajectoires qui se croisent.

Les performances sont évaluées en terme de racine d'erreur quadratique moyenne «REQM», et en terme de la probabilité d'association.

Les résultats obtenus permettent de dégager les remarques suivantes :

- Pour les trois cibles parallèles, les méthodes «MP, FS et MB» ont les mêmes performances en terme de REQM, mais en terme de la probabilité d'association nous observons une légère supériorité de la méthode FS pour la cible du milieu et pour les autres cibles la méthode MP a de meilleures performances,
- Pour les trois cibles qui se croisent, nous observons la supériorité de la méthode MP par rapport aux méthodes FS et MB sauf au point de croisement, où les trois méthodes ont des probabilités d'association qui chutent.
- Si nous augmentons le nombre de cibles jusqu'à quatre, nous observons des performances similaires à celles des trois cibles, mais dans le cas des cibles parallèles, pour conserver les mêmes performances, il faut augmenter la distance qui sépare les cibles en la portant de 50m à 200m.

I.6 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté la théorie de l'évidence, qui possède l'avantage de modéliser d'une manière plus adaptée les informations incertaines et imprécises. Cette théorie exige de définir un ensemble Θ , qui s'appelle cadre de discernement et qui contient les différentes hypothèses solutions d'un problème donné (dans notre cas, c'est le problème de l'association de données). Ensuite, nous construisons l'ensemble 2^Θ , et nous assignons à chacun de ses éléments une masse de croyance élémentaire. Enfin, nous effectuons une fusion de données par l'application de la règle de combinaison de Dempster sur chaque élément de l'ensemble 2^Θ . La décision sera prise en fonction du maximum de crédibilité sur les masses après combinaison.

Les bonnes performances d'association dépendent fortement de la modélisation des BF, à cet effet, ils existent plusieurs modélisations parmi lesquelles nous citons le modèle d'Appriou [4], à partir duquel nous avons inspiré notre modélisation de croyance pour l'association de données.

Nous avons comparé les performances obtenues par la méthode MP avec d'autres méthodes (FS et MB), les résultats de simulation montrent les bonnes performances de la méthode MP.

Malheureusement, l'utilisation de la théorie de l'évidence pose plusieurs problèmes parmi lesquels :

- Il n'existe pas une méthode générique pour modéliser les BF et la plupart des travaux qui traitent des applications de la théorie de l'évidence, définissent des BF adaptées à une application bien spécifique, et ils n'arrivent pas à proposer une méthode ou une approche plus générale.
- La gestion du conflit lors de la combinaison reste un problème non totalement traité. Les contradictions entre les sources, qui peuvent provenir d'un problème mal posé ou de sources non fiables, engendrent une masse conflictuelle lors de la combinaison. La normalisation proposée par Dempster afin de conserver une BF unitaire n'est pas justifiable lorsque le conflit est élevé [14].

Dans le chapitre suivant, nous allons présenter les performances d'association de données par la méthode des BF pour la poursuite multi cibles et la classification de mouvements par un seul capteur.

II.1 INTRODUCTION

La poursuite multi cibles consiste principalement en trois étapes ou opérations : l'association de données, le filtrage et la classification du mouvements. La principale difficulté de la poursuite multi cibles vient du fait que nous ne pouvons pas associer a priori une observation à une cible présent dans le champ de vision du capteur. Cette difficulté est renforcée si nous considérons que le capteur peut générer des fausses alarmes, c'est à dire des observations ne correspondant à aucune cible existante, ou si nous ne connaissons pas le nombre de cibles présent dans le volume d'observation et si ce nombre peut évoluer au cours du temps. La figure II présente les différentes phases d'un algorithme classique de poursuite multi cibles.

Quand une nouvelle observation est disponible, la première chose à faire est d'associer cette observation à l'une des cibles existantes, c'est à dire de décider quelle cible est à l'origine de cette observation.

La phase de filtrage n'est pas spécifique à la poursuite multi cibles, puisqu'elle consiste pour chaque cible en la mise à jour et la prédiction de l'état. Ceci est généralement fait à l'aide d'un filtre de Kalman étendu pour un système non linéaire, ou plus récemment à l'aide d'un filtre à particules.

La phase de classification de mouvements s'effectue pour des cibles manœuvrant, et consiste à détecter le type de mouvement et le basculement entre les mouvements pour chaque cible.

Enfin, la phase de fenêtrage consiste à ouvrir une fenêtre de validation autour de l'observation prédite de la cible surtout en présence du clutter pour diminuer au maximum le nombre de fausses alarmes.

Ce chapitre est organisé comme suit :

- Nous présentons dans le paragraphe II.2, la modélisation d'état et les différents modèles de mouvement considérés dans ce travail,
- Dans le paragraphe II.3, nous présentons le filtre de Kalman étendue que nous utilisons pour la prédiction et l'estimation des paramètres de cibles.
- Dans le paragraphe II.4, nous présentons un aperçu sur les méthodes d'association de données : NN et JPDA.

La méthode d'association BF a été présentée dans le chapitre I,

- L'algorithme de la poursuite de cibles (EKF associé au JPDA ou NN ou BF) donc (JPDA, NN, BF)-EKF est présenté dans le paragraphe II.5.
- Le paragraphe II.6 est consacré à la poursuite et la classification de mouvements de cibles, dans lequel nous définissons la méthode des modèles multiples interagissant (IMM) pour la classification de mouvements, et l'association des IMM à l'algorithme de poursuite de cibles (JPDA, NN, BF) - EKF donc (JPDA, NN, BF) - IMM – EKF.
- Nous présentons dans le paragraphe II.7 les résultats de simulation pour la poursuite de cibles, et pour la poursuite et la classification de mouvements de cibles. Les cibles considérées sont très rapprochées pour illustrer les performances de la méthode BF dans les situations de grande ignorance d'association.
- Enfin, dans le dernier paragraphe nous clôturons ce chapitre par une conclusion.

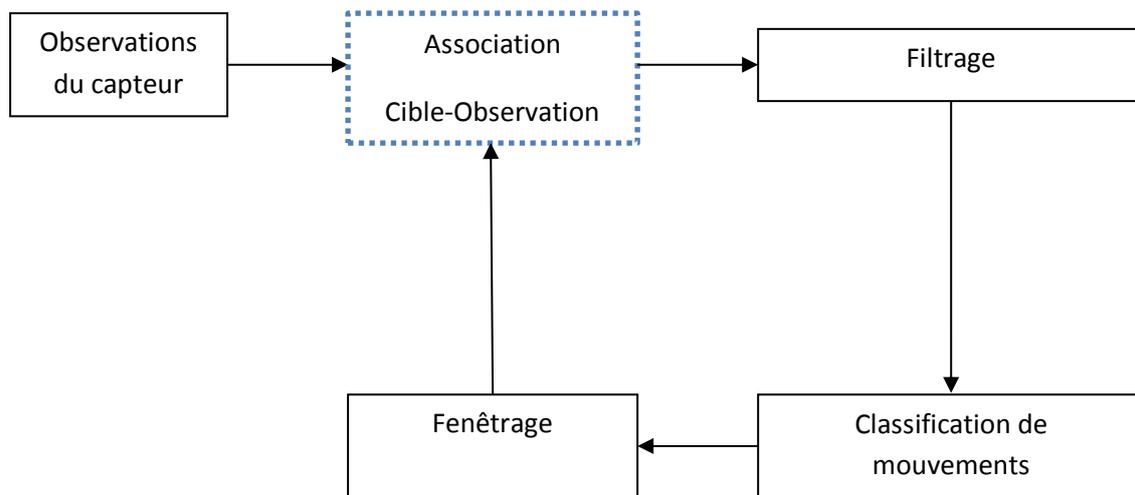


Figure II Phases d'un algorithme classique de poursuite, la phase inscrit en pointillés est spécifique à la poursuite multi cibles.

II.2 MODELISATION D'ETAT ET MODELES DE MOUVEMENT

Dans ce paragraphe, nous allons présenter le modèle d'état utilisé dans ce travail, ainsi que les différents modèles de mouvement susceptibles d'être suivis par les cibles observées. En effet, soit à l'instant k le vecteur suivant :

$$\underline{X}_k = [x_k, \dot{x}_k, y_k, \dot{y}_k]^T \quad (\text{II.1})$$

Ce dernier est composé des paramètres de la cible (abscisse, vitesse sur l'abscisse, ordonnée et vitesse sur l'ordonnée) qui sont inconnus et qui doivent être estimés. Cependant, lorsque le mouvement de la cible se complique, ce vecteur peut être augmenté selon le cas comme indiqué ultérieurement. Le vecteur précédent est, d'une manière générale, à l'origine de l'introduction du modèle d'état non linéaire suivant qui décrit l'évolution d'une cible

(observée par exemple par un radar) selon un modèle de mouvement particulier “ m ” [35,36] :

$$\begin{cases} \underline{X}_{k+1} = f_m(\underline{X}_k) + G_m w_k \\ \underline{Z}_k = h(\underline{X}_k) + v_k \end{cases} \quad k \geq 0 \quad (\text{II.2})$$

où $f_m(\bullet)$ est la fonction de transition et G_m est matrice attaché au bruit d'état du $m^{\text{ème}}$ modèle de la cible, \underline{Z}_k représente la mesure bruitée sur la distance et sur l'azimut. En effet, $h(\bullet)$ est donnée par :

$$h(\underline{X}_k) = \begin{pmatrix} \sqrt{(x_k - x_c)^2 + (y_k - y_c)^2} \\ \arctan((y_k - y_c)/(x_k - x_c)) \end{pmatrix}; \quad (x_c, y_c) \text{ est la position du capteur.} \quad (\text{II.3})$$

Enfin, w_k et v_k sont respectivement le bruit sur l'état et sur la mesure. Ces bruits sont supposés gaussiens, centrés et indépendants, de matrice de covariance respectives $Q = \text{diag}\{\sigma_x^2, \sigma_y^2\}$ et $R = \text{diag}\{\sigma_\rho^2, \sigma_\theta^2\}$.

En ce qui concerne les modèles susceptibles de décrire les mouvements possibles d'une cible, nous utilisons dans la suite de ce travail les modèles suivants [21] :

- mouvement rectiligne à vitesse constante,
- mouvement circulaire à vitesse de rotation constante inconnue,
- mouvement rectiligne à accélération constante.

Nous soulignons au passage que d'autres modèles sont susceptibles de décrire les mouvements possibles d'une cible.

a) Modèle M1 : Mouvement rectiligne à vitesse constante. Dans ce modèle, la fonction $f_1(\underline{X}_k)$ et la matrice G_1 sont données par [21] :

$$f_1(\underline{X}_k) = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{X}_k \quad \text{et} \quad G_1 = \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ 0 & T \end{bmatrix} \quad (\text{II.4})$$

où T représente la période d'échantillonnage (période d'un tour radar «Scan»).

b) Modèle M2 : Mouvement circulaire à vitesse de rotation constante et inconnue. Dans ce modèle, la vitesse de rotation ω de la cible est inconnue. Ainsi, cette vitesse devient un paramètre important à estimer. Pour cela, il est nécessaire d'augmenter la taille du vecteur, donné par (II.1), qui devient :

$$\underline{X}_k = [x_k, \dot{x}_k, y_k, \dot{y}_k, \omega_k]^T \quad (\text{II.5})$$

Par conséquent, nous ne pouvons plus utiliser la fonction de transition et la matrice de commande précédentes. Celles-ci doivent être changées. Elles sont données par les expressions suivantes [21] :

$$f_2(\underline{X}_k) = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\underline{X}_{5,k}T)/\underline{X}_{5,k} & 0 & -(1-\cos(\underline{X}_{5,k}T))/\underline{X}_{5,k} & 0 \\ 0 & \cos(\underline{X}_{5,k}T) & 0 & -\sin(\underline{X}_{5,k}T) & 0 \\ 0 & (1-\cos(\underline{X}_{5,k}T))/\underline{X}_{5,k} & 1 & \sin(\underline{X}_{5,k}T)/\underline{X}_{5,k} & 0 \\ 0 & \sin(\underline{X}_{5,k}T) & 0 & \cos(\underline{X}_{5,k}T) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.6})$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 \\ 0 & T^2/2 & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

c) Modèle M3 : Mouvement rectiligne à accélération constante. Dans ce modèle de mouvement, les accélérations de la cible sont inconnues. Pour cela, il est important d'augmenter la taille du vecteur d'état donné par (II.1), qui devient alors :

$$\underline{X}_k = [x_k, \dot{x}_k, \ddot{x}_k, y_k, \dot{y}_k, \ddot{y}_k]^T$$

Dans ce modèle, la fonction $f_3(\bullet)$ et la matrice de commande sont données par [21] :

$$f_3(\underline{X}_k) = \text{diag} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} \underline{X}_k \quad \text{et} \quad G_3 = \text{diag} \left\{ \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \quad (\text{II.8})$$

II.3 FILTRE DE KALMAN ETENDU

Dans le domaine de la poursuite de cibles, plusieurs filtres peuvent être utilisés. Cependant, lorsque le modèle d'état est non linéaire, l'outil le plus communément utilisé est le filtrage de Kalman étendu (EKF) qui opère en deux étapes :

- linéarisation du modèle d'état au premier ordre (autour de l'état prédit et de l'état estimé de la cible),
- application du filtre de Kalman (KF).

Cependant, il faut noter que l'EKF possède deux inconvénients. En effet, d'une part la linéarisation de modèles non linéaires peut produire des filtres fortement instables et d'autre part, le calcul de la matrice jacobienne n'est pas toujours facile. Ceci étant dit, la linéarisation du modèle d'état au premier ordre est donnée d'une manière générale par [22] :

$$\begin{cases} \underline{X}_{k+1} = f_m(\hat{\underline{X}}_{k/k}) + F_m(\hat{\underline{X}}_{k/k}) [\underline{X}_k - \hat{\underline{X}}_{k/k}] + G_m w_k \\ \underline{Z}_k = h(\hat{\underline{X}}_{k/k-1}) + H(\hat{\underline{X}}_{k/k-1}) [\underline{X}_k - \hat{\underline{X}}_{k/k-1}] + v_k \end{cases} \quad k \geq 0 \quad (\text{II.9})$$

où $F_m(\bullet)$ et $\hat{\underline{X}}_{k/k}$ (respectivement $H(\bullet)$ et $\hat{\underline{X}}_{k/k-1}$) sont le jacobien de $f_m(\bullet)$ et l'état estimé de \underline{X}_k (jacobien de $h(\bullet)$ et l'état prédit de \underline{X}_k).

L'algorithme suivant résume les étapes de l'EKF [22] :

- Initialisation : $\hat{\underline{X}}_0$ et P_0
- Incrémenter k
- Etape de prédiction :

$$\begin{aligned} \hat{\underline{X}}_{k/k-1} &= f_m(\hat{\underline{X}}_{k-1}) \\ P_{k/k-1} &= F_m(\hat{\underline{X}}_{k-1}) P_{k-1} F_m^T(\hat{\underline{X}}_{k-1}) + G_m Q G_m^T \end{aligned}$$

- Etape d'actualisation :

$$\begin{aligned} K_k &= P_{k/k-1} H^T(\hat{\underline{X}}_{k/k-1}) \left[H(\hat{\underline{X}}_{k/k-1}) P_{k/k-1} H^T(\hat{\underline{X}}_{k/k-1}) + R \right]^{-1} \\ \hat{\underline{X}}_k &= \hat{\underline{X}}_{k/k-1} + K_k \left[\underline{Z}_k - h(\hat{\underline{X}}_{k/k-1}) \right] \\ P_k &= P_{k/k-1} - K_k H(\hat{\underline{X}}_{k/k-1}) P_{k/k-1} \end{aligned}$$

Algorithme II.1 : L'algorithme EKF.

II.4 AUTRES METHODES D'ASSOCIATION DE DONNEES

Le problème de l'association des données reçues aux cibles a été très largement abordé dans la littérature où de nombreuses approches ont été proposées. En effet, en plus de la méthode d'association de données basée sur les BF, nous pouvons citer à titre d'exemple la méthode NN et le filtre JPDA (JPDAF). Dans ce travail, nous nous proposons de comparer à chaque fois les performances de poursuite et de classification de mouvement obtenues par la méthode d'association en utilisant les BF avec les performances obtenues en utilisant les NN et le JPDA. C'est pourquoi, nous allons dans ce paragraphe présenter brièvement le principe de ces deux méthodes.

II.4.1 Méthode du plus proche voisin (NN)

La méthode NN est la plus simple et généralement la plus utilisée pour répondre au problème de l'association de données en raison de son faible coût calculatoire [1]. C'est une méthode purement séquentielle : pour chaque nouvel ensemble d'observations, le but est de trouver l'association la plus probable entre une observation et une cible existante. Cependant, le principal inconvénient de cette méthode réside dans le fait que la décision sur l'association est immédiate et irrévocable : l'hypothèse la plus probable est considérée comme vraie. Ceci étant dit, dans ce travail, l'état estimé de la cible est actualisé par l'observation ayant la distance euclidienne minimale avec l'observation prédite [1].

II.4.2 Filtre d'association de données par probabilités conjointes (JPDA)

L'augmentation importante de la puissance de calcul tend à rendre populaire des méthodes utilisant toutes les observations voisines d'une cible pour la mise à jour de l'état de la cible à savoir la méthode JPDA qui a toutefois besoin de beaucoup de ressources pour une implantation matérielle lorsque le nombre de cibles augmente [23]. C'est pourquoi, afin de contourner cette difficulté, une méthode *ad hoc* a été proposée [24]. Il s'agit du "Cheap" JPDA (CJPDA) introduit pour approximer la probabilité d'association de chaque mesure j à chaque cible i de la manière suivante [24] :

$$\beta_{ij} = \frac{G_{ij}}{S_{ii} + S_{jj} - G_{ij} + b} \quad (\text{II.10})$$

où b est un paramètre qui dépend du *clutter* (en général $b=0$ donne de bons résultats [31]) et :

$$G_{ij} = \frac{1}{2\pi\sqrt{|\det(A_{ij})|}} \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{v}_{ij}^T A_{ij}^{-1} \mathbf{v}_{ij}\right) \quad (\text{II.11})$$

où \mathbf{v}_{ij} est l'innovation, A_{ij} est la matrice de covariance de \mathbf{v}_{ij} et enfin :

$$S_{ii} = \sum_{j=1}^{N_{OBS}} G_{ij} \quad \text{et} \quad S_{jj} = \sum_{i=1}^{N_{CIB}} G_{ij} \quad (\text{II.12})$$

avec N_{OBS} représente le nombre de mesures et N_{CIB} est le nombre de cibles.

II.5 POURSUITE DE CIBLES

Nous venons de voir dans les paragraphes précédents les notions relatives aux : modèles d'état d'une cible, l'EKF ainsi que deux autres méthodes d'association de données, en plus des BF, à savoir les NN et le JPDA. L'algorithme « II.2 » résume le principe de poursuite de cibles d'une manière générale.

- **Initialisation** : pour chaque cible tr ($tr = 1, \dots, N_{CIB}$) :
 - choisir l'état initial $\hat{\underline{X}}_{tr,0}$
 - initialiser la matrice de covariance $P_{tr,0}$.
- **Filtrage** : application de l'EKF pour l'estimation d'état selon les étapes suivantes :
 - Prédiction
 - Association de données par l'un des méthodes JPDA, NN ou BF
 - Association par JPDA.
 - fenêtrage : sélectionner les mesures qui sont à l'intérieur de la fenêtre de validation de la cible tr ,
 - calculer pour chaque mesure $\underline{Z}_z(k)$ ($z=1, \dots, m(k)$), $\beta_{tr,z}$: les probabilités d'association, et $\beta_{tr,0}$: la probabilité de la non association.
 - Association par NN.
 - trouver l'observation ayant la distance euclidienne minimale avec l'observation prédite.
 - Association par BF.
 - trouver l'observation ayant le maximum de crédibilité avec l'observation prédite après la combinaison.
 - Mise à jours de l'état et de la matrice de covariance : calcul de $\hat{\underline{X}}_{tr,k}$ et $P_{tr,k}$
 - ❖ après l'association par JPDA

$$1. \hat{\underline{X}}_{tr,k/k} = \hat{\underline{X}}_{tr,k/k-1} + K_k \text{Inov}^{tr}(k) \text{ où } \begin{cases} \text{Inov}^{tr}(k) = \sum_{z=1}^{m(k)} \beta_{tr,z}(k) \text{Inov}_z^{tr}(k) \\ \text{Inov}_z^{tr}(k) = \underline{Z}_z(k) - h(\hat{\underline{X}}_{tr,k/k-1}) \end{cases}$$

$m(k)$ est le nombre de mesures validées à l'instant k .

$$2. P_{tr,k/k} = \beta_{tr,0} P_{tr,k/k-1} + (1 - \beta_{tr,0}) \left[P_{tr,k/k-1} - K_k H(\hat{\underline{X}}_{tr,k/k-1}) P_{tr,k/k-1} \right] + \tilde{P}_{tr,k}$$

Où $\tilde{P}_{tr,k} = K_k \left(\sum_{z=1}^{m(k)} \beta_{tr,z}(k) \text{Inov}_z^{tr}(k) \text{Inov}_z^{tr}(k)^T - \text{Inov}^{tr}(k) \text{Inov}^{tr}(k)^T \right) K_k^T$

- ❖ après l'association par NN

$$\hat{\underline{X}}_{tr,k/k} = \hat{\underline{X}}_{tr,k/k-1} + K_k \left[\underline{Z}_k^{NN} - \underline{Z}_{tr,pk} \right], \quad \underline{Z}_{tr,pk} = h(\hat{\underline{X}}_{tr,k/k-1})$$

$$P_{tr,k/k} = P_{tr,k/k-1} - K_k H(\hat{\underline{X}}_{tr,k/k-1}) P_{tr,k/k-1}$$

\underline{Z}_k^{NN} : L'observation ayant la distance euclidienne minimale avec l'observation prédite $\underline{Z}_{tr,pk}$.

- ❖ après l'association par BF

$$\hat{\underline{X}}_{tr,k/k} = \hat{\underline{X}}_{tr,k/k-1} + K_k \left[\underline{Z}_k^{BF} - \underline{Z}_{tr,pk} \right], \quad \underline{Z}_{tr,pk} = h(\hat{\underline{X}}_{tr,k/k-1})$$

$$P_{tr,k/k} = P_{tr,k/k-1} - K_k H(\hat{\underline{X}}_{tr,k/k-1}) P_{tr,k/k-1}$$

\underline{Z}_k^{BF} : L'observation ayant le maximum de crédibilité avec l'observation prédite $\underline{Z}_{tr,pk}$.

Algorithme II. 2 : L'algorithme (JPDA, NN, BF)-EKF

II.6 POURSUITE ET CLASSIFICATION DE MOUVEMENT DE CIBLES

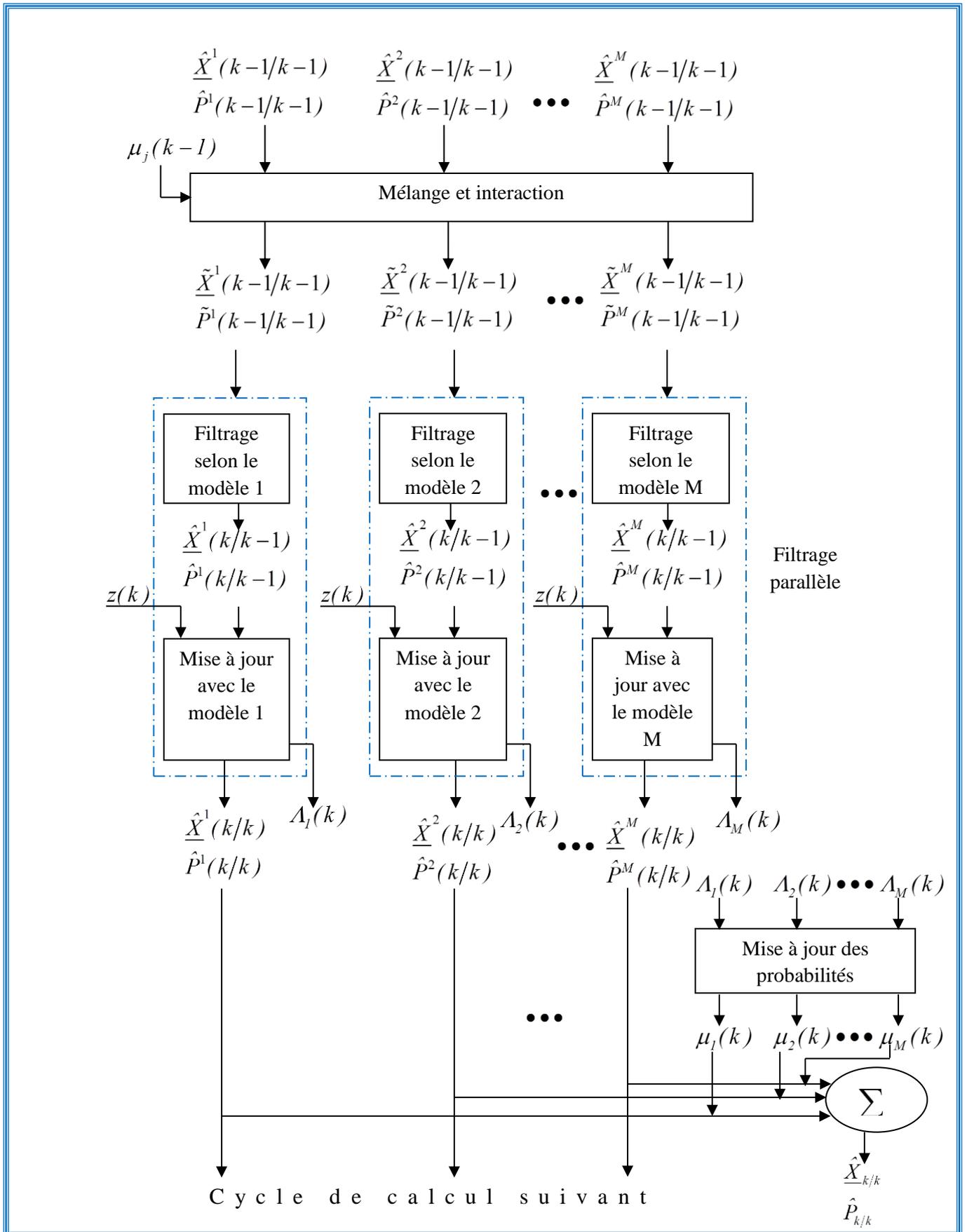
Dans la réalité, très rares sont les situations dans lesquelles les cibles évoluent selon un modèle unique. En effet, durant leur trajet, les cibles changent nécessairement de modèles de mouvement. C'est pourquoi, afin d'assurer une bonne estimation de l'état de ces cibles, il faut connaître le modèle de mouvement des cibles afin d'utiliser les outils de filtrage adéquats. Dans ce but, nous associons en général les outils de filtrage et d'association de données aux méthodes de classification de mouvements [25]. Nous signalons au passage qu'ils existent plusieurs méthodes de classification de mouvement parmi lesquelles la méthode des modèles multiples interagissant (IMM) [26].

II.6.1 Modèles multiples interagissant (IMM)

Dans les IMM, plusieurs modèles au nombre M fixé *a priori*, sont utilisés à chaque instant pour décrire les éventuels mouvements de la cible. L'algorithme « II.3 » décrit sommairement l'algorithme IMM. Nous observons que les IMM reposent, à chaque itération, sur la combinaison des M sorties filtrées (états estimés) et leur matrice de covariance avec les probabilités de classification (μ_j pour $j = 1, \dots, M$) dans le but d'obtenir l'état estimé global et sa matrice de covariance.

II.6.2 Association des IMM à l'EKF pour la poursuite de plusieurs cibles

Dans ce paragraphe, nous présentons l'algorithme « II.4 » que nous allons utiliser pour répondre aux objectifs de la poursuite et de la classification de mouvement de cibles, cet algorithme est basée sur l'association des (JPDA, NN, BF) à l'IMM-EKF, donc ((JPDA, NN, BF)-IMM-EKF).



Algorithme II. 3 : L'algorithme de la méthode IMM

- **Initialisation** : pour chaque cible tr ($tr=1, \dots, N_{CIB}$) et pour chaque modèle j ($j=1, \dots, M$)
 - choisir l'état initial $\hat{\underline{X}}_{tr,0}^j$
 - initialiser la matrice de covariance $P_{tr,0}^j$ et la probabilité du modèle $\mu_{tr,0}^j = 1/M$.
- **Etape de mixage** : étape d'interaction et mixage des modèles
 - calcul (pour $i, j=1, \dots, M$), la probabilité mixte

$$\mu_{tr,k-1/k-1}^{ij} = \frac{1}{\bar{c}_{tr}^j} p_{ij} \mu_{tr,k-1}^i \quad \text{avec} \quad \bar{c}_{tr}^j = \sum_{i=1}^M p_{ij} \mu_{tr,k-1}^i$$
 - calcul pour chaque modèle j , les états mixtes et les matrices de covariances mixtes
 - l'état mixte $\tilde{\underline{X}}_{tr,k-1/k-1}^j = \sum_{i=1}^M \mu_{tr,k-1/k-1}^{ij} \hat{\underline{X}}_{tr,k-1/k-1}^i$
 - la matrice de covariance mixte

$$\tilde{P}_{tr,k-1/k-1}^j = \sum_{i=1}^M \mu_{tr,k-1/k-1}^{ij} \left\{ \hat{P}_{tr,k-1/k-1}^i + \varepsilon_{tr,k-1}^{ij} \varepsilon_{tr,k-1}^{ij T} \right\}, \text{ avec } \varepsilon_{tr,k-1}^{ij} = \hat{\underline{X}}_{tr,k-1/k-1}^i - \tilde{\underline{X}}_{tr,k-1/k-1}^j$$
- **Filtrage parallèle** : application de l'EKF pour chaque modèle j en utilisant l'état mixte $\tilde{\underline{X}}_{tr,k-1/k-1}^j$ et la matrice de covariance $\tilde{P}_{tr,k-1/k-1}^j$ comme des entrées.
 - prédiction
 - association de données par l'une des méthodes JPDA ou NN ou BF
 - mise à jours de l'état et de la matrice de covariance : $\hat{\underline{X}}_{tr,k/k}^j$ et $\hat{P}_{tr,k/k}^j$
 - obtenir la vraisemblance $\Lambda_{tr,k}^j = N(\underline{Z}_k | j, \tilde{\underline{X}}_{tr,k-1/k-1}^j, \tilde{P}_{tr,k-1/k-1}^j)$ (N : la loi normal)
 - après l'association par JPDA

$$\Lambda_{tr,k}^j = (2\pi)^{-l} |S_j(k)|^{-\frac{l}{2}} \exp\left(-0.5 \text{Inov}_{tr}^{jT}(k) S_j^{-1}(k) \text{Inov}_{tr}^j(k)\right)$$
 où
$$\begin{cases} \text{Inov}_{tr}^j(k) = \sum_{z=1}^{m(k)} \beta_{tr,z}^j(k) \text{Inov}_{tr,z}^j(k) \\ \text{Inov}_{tr,z}^j(k) = \underline{Z}_z(k) - h(\hat{\underline{X}}_{tr,k/k-1}^j) \end{cases}$$
 - après l'association par NN

$$\Lambda_{tr,k}^j = (2\pi)^{-l} |S_{tr,j}(k)|^{-\frac{l}{2}} \exp\left(-0.5 (\underline{Z}_k^{NN} - \underline{Z}_{tr,pk}^j)^T S_j^{-1}(k) (\underline{Z}_k^{NN} - \underline{Z}_{tr,pk}^j)\right)$$
 - après l'association par BF

$$\Lambda_{tr,k}^j = (2\pi)^{-l} |S_{tr,j}(k)|^{-\frac{l}{2}} \exp\left(-0.5 (\underline{Z}_k^{BF} - \underline{Z}_{tr,pk}^j)^T S_j^{-1}(k) (\underline{Z}_k^{BF} - \underline{Z}_{tr,pk}^j)\right)$$
- **Mise à jour des probabilités des modèles** : calcul de la probabilité de classification du modèle j :

$$\mu_{tr,k}^j = \frac{1}{c_{tr}} \Lambda_{tr,k}^j \bar{c}_{tr}^j \quad \text{avec} \quad c_{tr} = \sum_{i=1}^M \Lambda_{tr,k}^i \bar{c}_{tr}^i$$
- **Estimation combinée**
 - l'état estimé combiné $\hat{\underline{X}}_{tr,k/k} = \sum_{i=1}^M \mu_{tr,k}^i \hat{\underline{X}}_{tr,k/k}^i$
 - la matrice de covariance combinée

$$P_{tr,k} = \sum_{i=1}^M \mu_{tr,k}^i \left\{ P_{tr,k/k}^i + \varepsilon_{tr,k}^i \varepsilon_{tr,k}^{iT} \right\} \quad \text{avec} \quad \varepsilon_{tr,k}^i = \hat{\underline{X}}_{tr,k/k} - \hat{\underline{X}}_{tr,k/k}^i$$

Algorithme II. 4 : L'algorithme (JPDAF, NN, BF)-IMM-EKF

II.7 SIMULATIONS NUMERIQUES

Nous proposons, dans ce paragraphe d'étudier :

- les performances de la poursuite de plusieurs cibles en utilisant les trois méthodes d'association de données présentées antérieurement,
- les performances de la poursuite et de la classification de mouvement de plusieurs cibles en utilisant, toujours, les trois méthodes d'association de données.

Afin de comparer ces performances, nous allons considérer différentes situations possibles :

- Situation S1 : variation des conditions initiales,
- Situation S2 : variation des variances du bruit de mesure,
- Situation S3 : variation des imprécisions de la position du capteur.

Pour lesquelles nous allons effectuer 100 réalisations indépendantes de Monté Carlo afin d'évaluer les quantités suivantes :

- la racine carrée de l'erreur quadratique moyenne (REQM),
- la probabilité d'association évaluée uniquement pour les NN et les BF,
- la probabilité de classification évaluée uniquement dans le cas de changement de modèles (paragraphe II.7.2).

Dans ce paragraphe, le nombre d'échantillons $N_e=200$ et la période d'échantillonnage $T = 6s$.

II.7.1 Performances de la poursuite de trois cibles :

Afin de comparer les performances de la poursuite de cibles (sans changement de modèles) en utilisant les NN, le JPDA et les BF, nous considérons deux scénarios possibles :

- Scénario Sc1 : Trois cibles parallèles
- Scénario Sc2 : Trois cibles qui se croisent

Scénario Sc1. Afin de tester la robustesse des méthodes d'association de données vis-à-vis du risque de confusion permanent (durant tout le trajet), nous considérons le cas de trois cibles qui suivent le modèle M1 et évoluent selon des trajectoires parallèles pendant $200 T$. La matrice de covariance du bruit d'état pour chaque cible est $Q = (0.1 \text{ m/s}^2)^2 \mathbf{1}_2$. Par ailleurs, les états initiaux des cibles sont respectivement $[25\text{Km } 50\text{m/s } 30\text{Km } 60\text{m/s}]^T$, $[25.1\text{Km } 50\text{m/s } 30\text{Km } 60\text{m/s}]^T$ et $[25.2\text{Km } 50\text{m/s } 30\text{Km } 60\text{m/s}]^T$.

Scénario Sc2. Afin de tester la robustesse des méthodes d'association de données vis-à-vis du risque de confusion lors du croisement, nous considérons deux cibles qui suivent le modèle

M1 et une troisième cible qui suit le modèle M2 avec une vitesse inconnue de rotation et une vitesse initiale prise égale à -0.002rd/s . Celles-ci se croisent au milieu de l'intervalle d'observation. Le bruit sur l'état des deux premières cibles est tel que $Q = (0.1 \text{ m/s}^2)^2 \mathbf{1}_2$, alors que le bruit sur l'état de la cible 3 est tel que $Q = \text{diag}\{0.1^2 \ 0.1^2 \ 0.001^2\}$. Enfin, les états initiaux des cibles sont respectivement $[-10.8\text{Km} \ 66\text{m/s} \ 40.5\text{Km} \ 57\text{m/s}]^T$, $[-19.04\text{Km} \ 85\text{m/s} \ 43.8\text{Km} \ 54\text{m/s}]^T$ et $[25\text{Km} \ -45\text{m/s} \ 30\text{Km} \ 65\text{m/s} \ -0.002\text{rd/s}]^T$.

a) Simulation numérique II.1. Dans cette simulation, nous nous proposons d'étudier l'influence des conditions initiales de l'état prédit sur les performances de la poursuite et de l'association de données dans les scénarios Sc1 et Sc2. Pour cela, nous considérons deux initialisations possibles : une à 50% et une à 90% du vrai état des cibles. Le bruit de mesure est tel que $R = \text{diag}\{(150\text{m})^2 \ (1.5^\circ)^2\}$. Les résultats obtenus, dans les figures II.2 et II.3, permettent de dégager les remarques suivantes :

- les REQM des différentes approches augmentent lorsque l'initialisation s'éloigne du vrai état,
- d'une manière générale, les performances obtenues en termes de REQM, en utilisant les BF, sont les meilleures quel que soit l'initialisation utilisée,
- les performances obtenues en termes de REQM, en utilisant le JPDA, sont moins bonnes que celles obtenues en utilisant les BF quel que soit le scénario considéré,
- lorsque les cibles se croisent, les performances obtenues en termes de REQM, en utilisant les NN sont les plus mauvaises. Cette approche est par conséquent à déconseiller dans cette situation,
- les probabilités d'association des différentes méthodes augmentent lorsque l'initialisation s'approche du vrai état,
- en dehors des situations de croisement très conflictuelles, les BF présentent toujours de meilleures performances en termes de probabilité d'association que les NN. Par ailleurs, la qualité de l'association obtenue par les BF est en général à souligner. En effet, les probabilités d'association obtenues avoisinent très souvent l'unité en dehors :
 - des situations de grande confusion (cible évoluant en général entre deux cibles proches),
 - des situations de croisement très conflictuelles pour lesquelles la probabilité chute souvent à zéro.

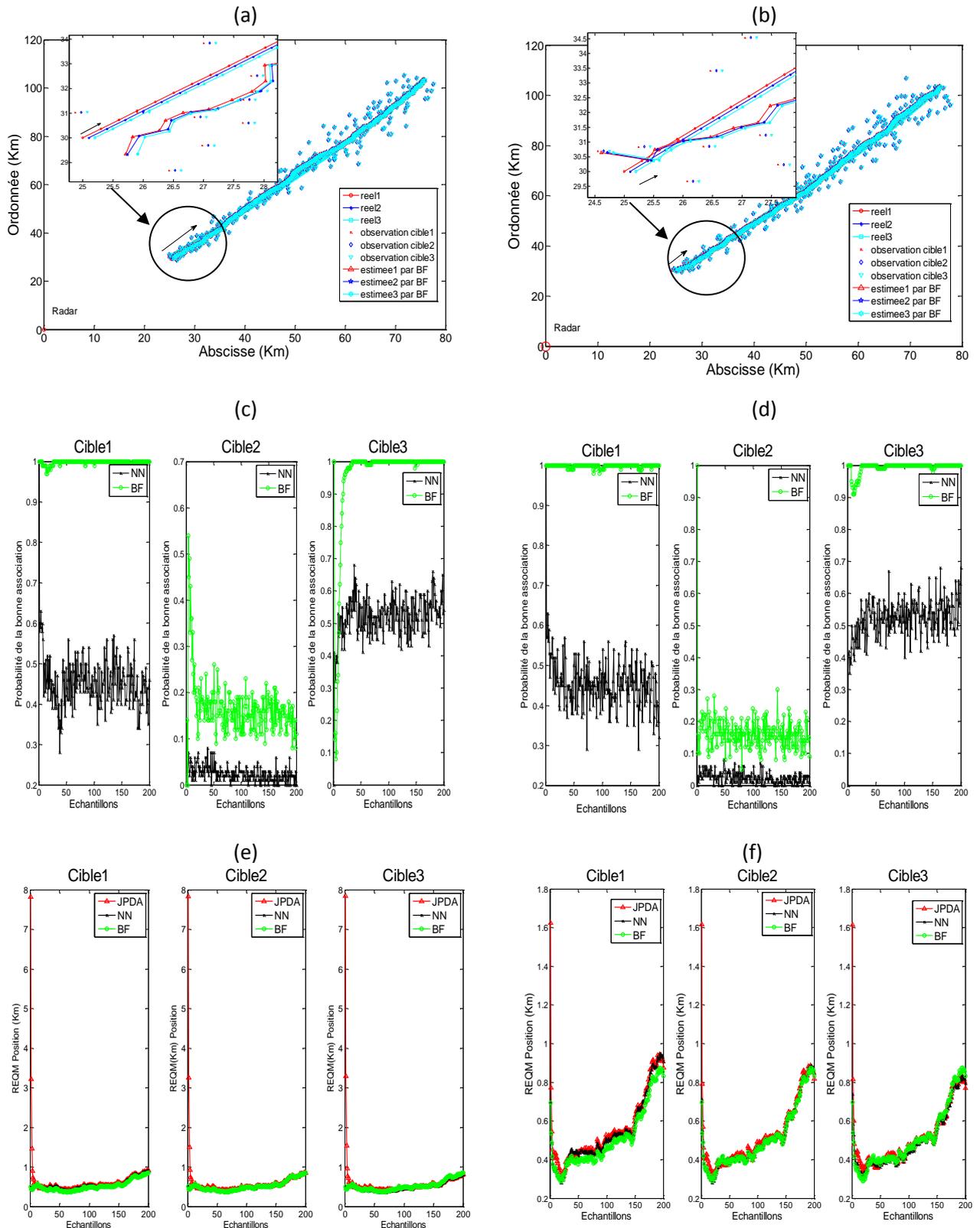


Figure II.1. Poursuite de trois cibles parallèles en mouvement selon M1 : Influence de l'initialisation. Initialisation à 50% : (a) trajectoires réels et estimées « BF », (c) probabilité d'association « NN, BF », (e) REQM « JPDA, NN, BF ». Initialisation à 90% : (b) trajectoires réels et estimées « BF », (d) probabilité d'association « NN, BF », (f) REQM « JPDA, NN, BF ».

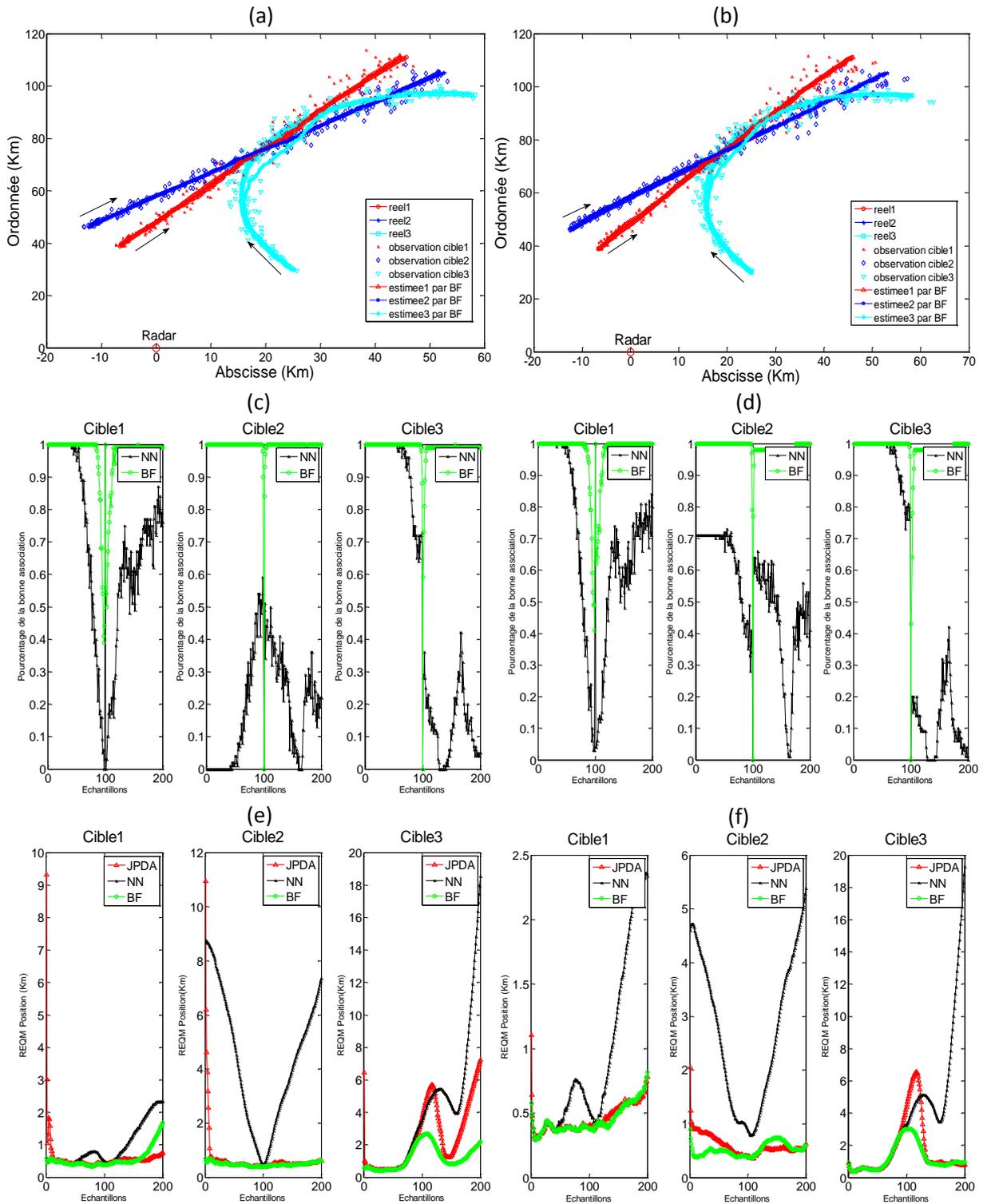


Figure II.2 Poursuite de trois cibles qui se croisent : Influence de l'initialisation. Initialisation à 50% : (a) trajectoires réels et estimées « BF », (c) probabilité d'association « NN, BF », (e) REQM « JPDA, NN, BF ». Initialisation à 90% : (b) trajectoires réels et estimées « BF », (d) probabilité d'association « NN, BF », (f) REQM « JPDA, NN, BF ».

b) Simulation numérique II.2. Dans cette nouvelle simulation, nous nous proposons d'étudier l'influence de la variance du bruit de mesure sur les performances de la poursuite et de l'association de données dans les scénarios Sc1 et Sc2. Pour cela, nous considérons l'initialisation précédente à 90% et deux matrices de covariance du bruit de mesure : $R_1 = \text{diag}\{(1\text{m})^2 \ (0.05^\circ)^2\}$ et $R_2 = \text{diag}\{(500\text{m})^2 \ (3^\circ)^2\}$. Les résultats obtenus, dans les figures II.4 et II.5, permettent de dégager les remarques suivantes :

- les REQM des différentes approches augmentent lorsque l'intensité (matrice de covariance) du bruit de mesure augmente,
- d'une manière générale, les performances obtenues en termes de REQM en utilisant les BF sont les meilleures quel que soit l'intensité du bruit de mesure,
- les performances obtenues en termes de REQM en utilisant le JPDA sont d'une part globalement en deçà de celles obtenues en utilisant les BF et d'autre part généralement meilleures que celles obtenues, en utilisant les NN, qui se détériorent en particulier aux instants de croisement (l'approche des NN est par conséquent à déconseiller comme précédemment),
- d'une manière générale, les probabilités d'association obtenues se dégradent lorsque la variance du bruit de mesure augmente sauf dans le cas d'un bruit de mesure faible pour lequel la confusion est accentuée (cibles parallèles),
- en dehors des situations de croisement très conflictuelles, les BF présentent généralement de meilleures performances en termes de probabilité d'association que les NN sauf dans le cas d'un bruit de mesure faible pour lequel la confusion est accentuée. Par ailleurs, la qualité de l'association obtenue par les BF est très satisfaisante. En effet, les probabilités d'association obtenues avoisinent très souvent l'unité en dehors :
 - des situations de grande confusion (cible évoluant en général entre deux cibles proches),
 - des situations de croisement très conflictuelles pour lesquelles la probabilité chute souvent à zéro.

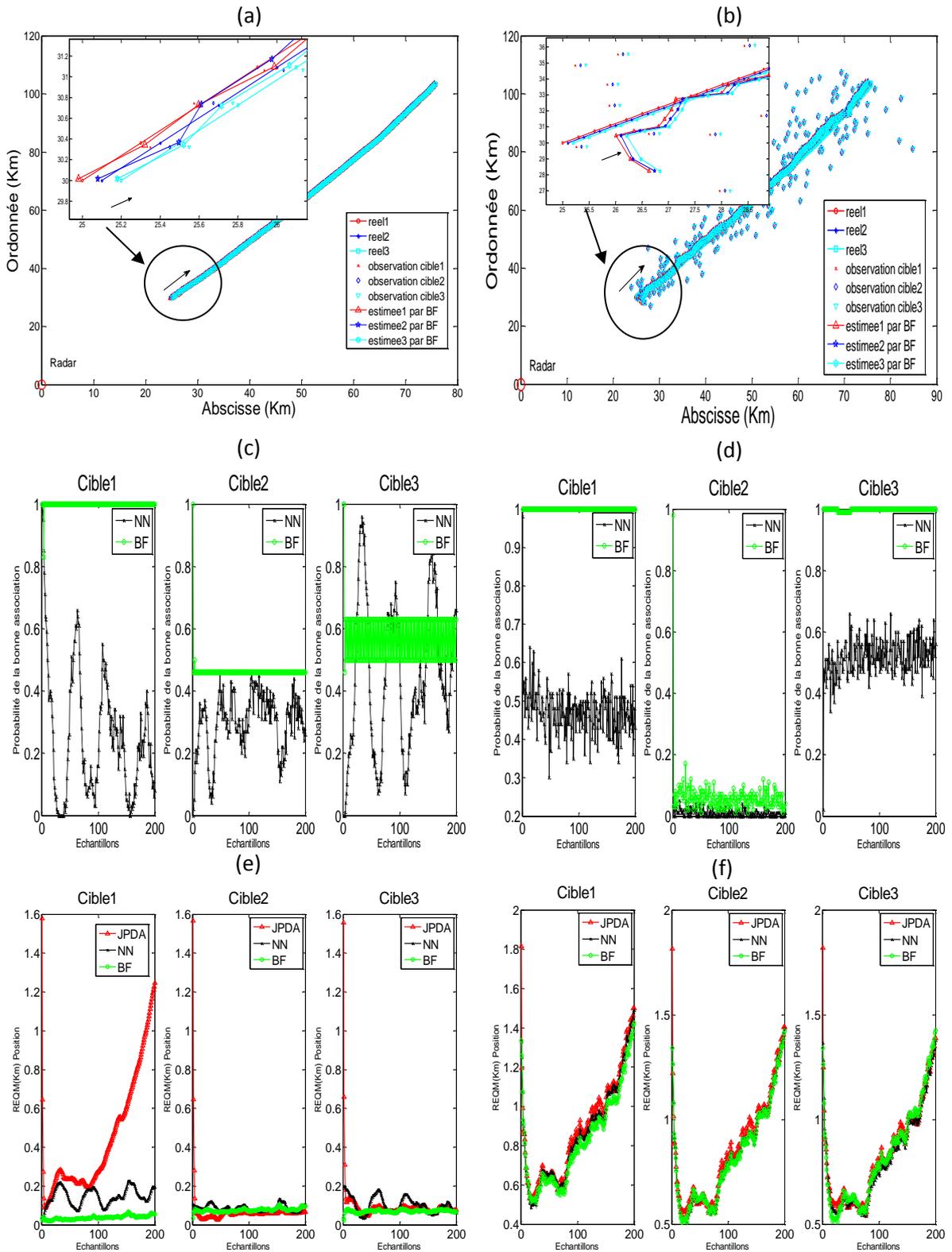


Figure II.3. Poursuite de trois cibles parallèles en mouvement selon M1 : Influence de bruit de mesure. Bruit faible ($R = \text{diag}\{(1\text{m})^2 (0.05^\circ)^2\}$) : (a) trajectoires réels et estimées « BF », (c) probabilité d'association « NN, BF », (e) REQM « JPDA, NN, BF ». Bruit grand ($R = \text{diag}\{(500\text{m})^2 (3^\circ)^2\}$) : (b) trajectoires réels et estimées « BF », (d) probabilité d'association « NN, BF », (f) REQM « JPDA, NN, BF ».

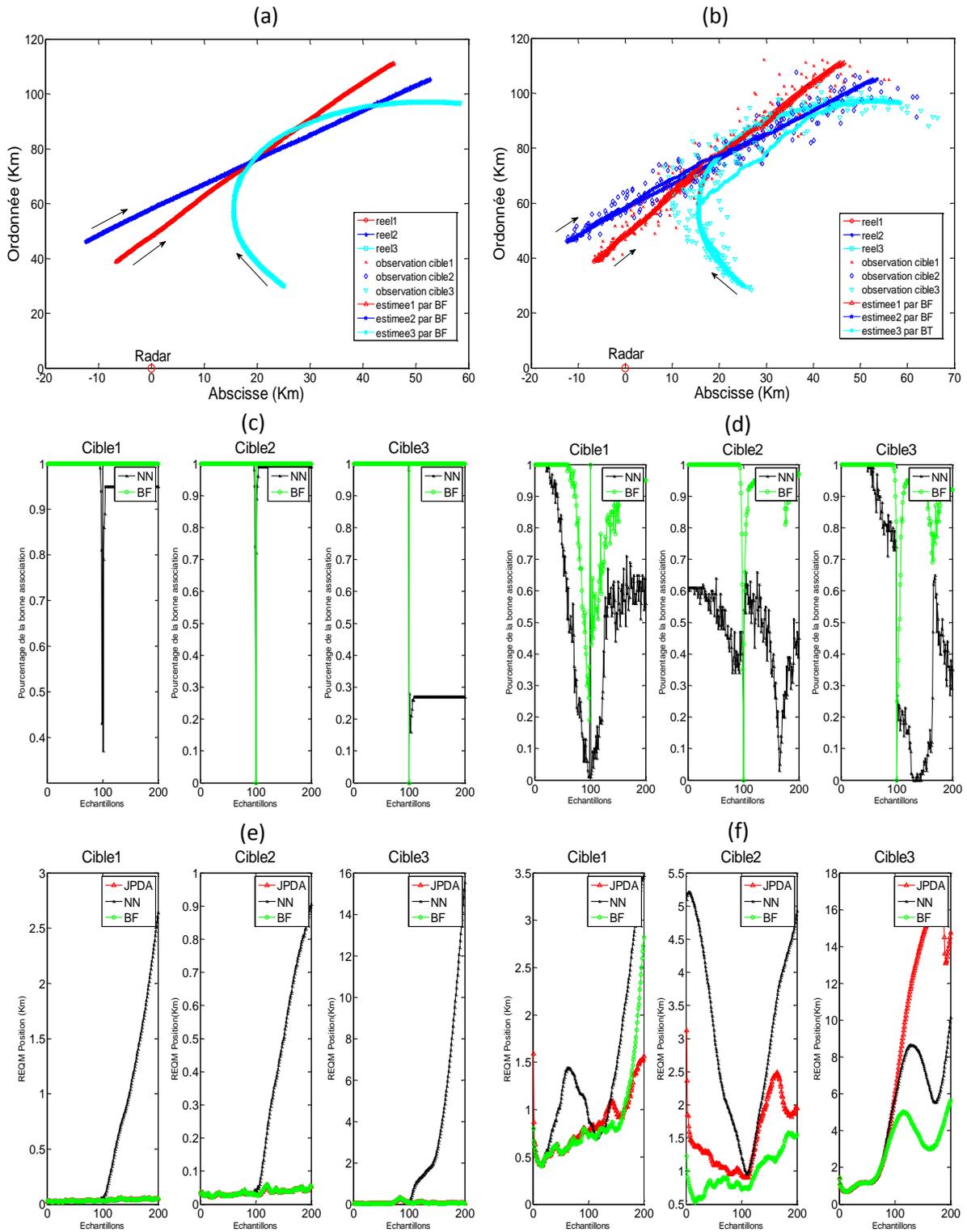


Figure II.4. Poursuite de trois cibles qui se croisent : Influence de bruit de mesure. Bruit faible ($R = \text{diag}\{(1\text{m})^2 (0.05^\circ)^2\}$) : (a) trajectoires réels et estimées « BF », (c) probabilité d'association « NN, BF », (e) REQM « JPDA, NN, BF ». Bruit grand ($R = \text{diag}\{(500\text{m})^2 (3^\circ)^2\}$) : (b) trajectoires réels et estimées « BF », (d) probabilité d'association « NN, BF », (f) REQM « JPDA, NN, BF ».

c) Simulation numérique II.3. Nous nous intéressons dans cette troisième simulation à l'étude de l'influence des déplacements possibles du capteur de mesure sur les performances des approches présentées pour les scénarios Sc1 et Sc2. Pour cela, nous fixons au préalable la position du capteur P_c à (0,0)Km. Ensuite nous lui faisons des déplacements instantanés aléatoires par rapport à cette position. Plus précisément, les positions réelles du capteur sont modélisées par une séquence de variables aléatoires spatialement et temporellement indépendantes distribuées selon la loi normale autour de P_c avec un écart-type (le même sur l'abscisse et sur l'ordonnée) $\sigma_{c1} = 100m$ et $\sigma_{c2} = 500m$. Le bruit de mesure est tel que $R = \text{diag}\{(150m)^2 (1.5^\circ)^2\}$ et l'initialisation reste inchangée par rapport à la simulation précédente. Les résultats obtenus dans les figures II.6 et II.7 permettent de dégager les remarques suivantes :

- les REQM des différentes approches augmentent lorsque la variance des déplacements du capteur augmente,
- d'une manière générale, les performances obtenues en termes de REQM en utilisant les BF sont les meilleures,
- les performances obtenues en termes de REQM en utilisant le JPDA et les NN ne sont pas satisfaisantes. Par conséquent, ces deux approches sont à déconseiller,
- d'une manière générale, les probabilités d'association obtenues se dégradent lorsque la variance des déplacements du capteur augmente.
- Plus précisément, les probabilités obtenues en utilisant les BF sont très satisfaisantes lorsque la variance est faible hormis la situation de confusion et de celle de croisement,
- en dehors des situations de croisement, les BF présentent généralement de meilleures performances en termes de probabilité d'association que les NN. Par ailleurs, la qualité de l'association obtenue par les BF est très satisfaisante. En effet, les probabilités d'association obtenues avoisinent très souvent la valeur 1 en dehors :
 - des situations de grande confusion (cible évoluant en général entre deux cibles proches),
 - des situations de croisement très conflictuelles pour lesquelles la probabilité chute souvent à zéro.

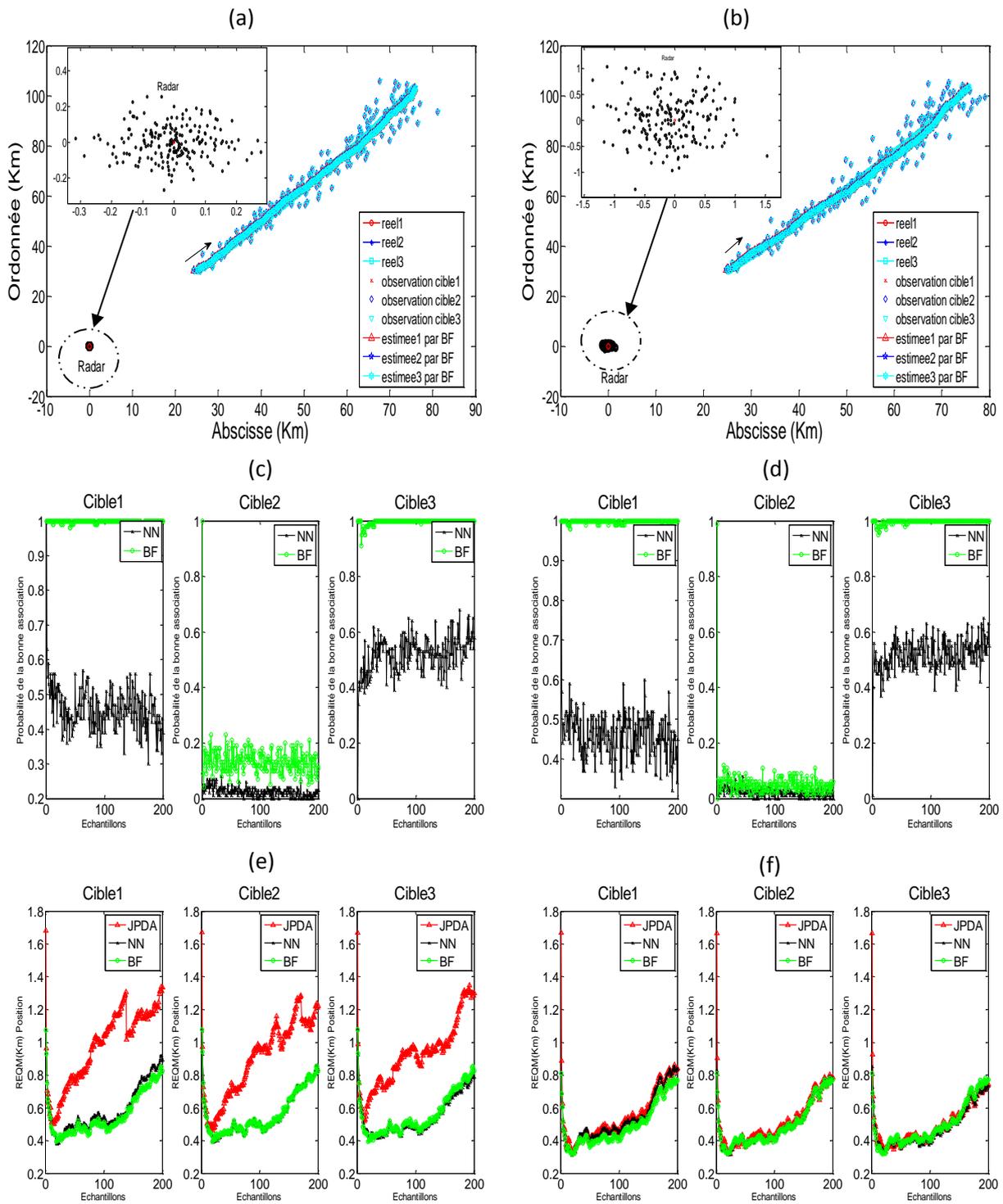


Figure II.5. Poursuite de trois cibles parallèles en mouvement selon M1 : Influence des imprécisions sur la position du capteur. $\sigma_{c1} = 100\text{m}$: (a) trajectoires réels et estimées « BF », (c) probabilité d'association « NN, BF », (e) REQM « JPDA, NN, BF ». $\sigma_{c2} = 500\text{m}$: (b) trajectoires réels et estimées « BF », (d) probabilité d'association « NN, BF », (f) REQM « JPDA, NN, BF ».

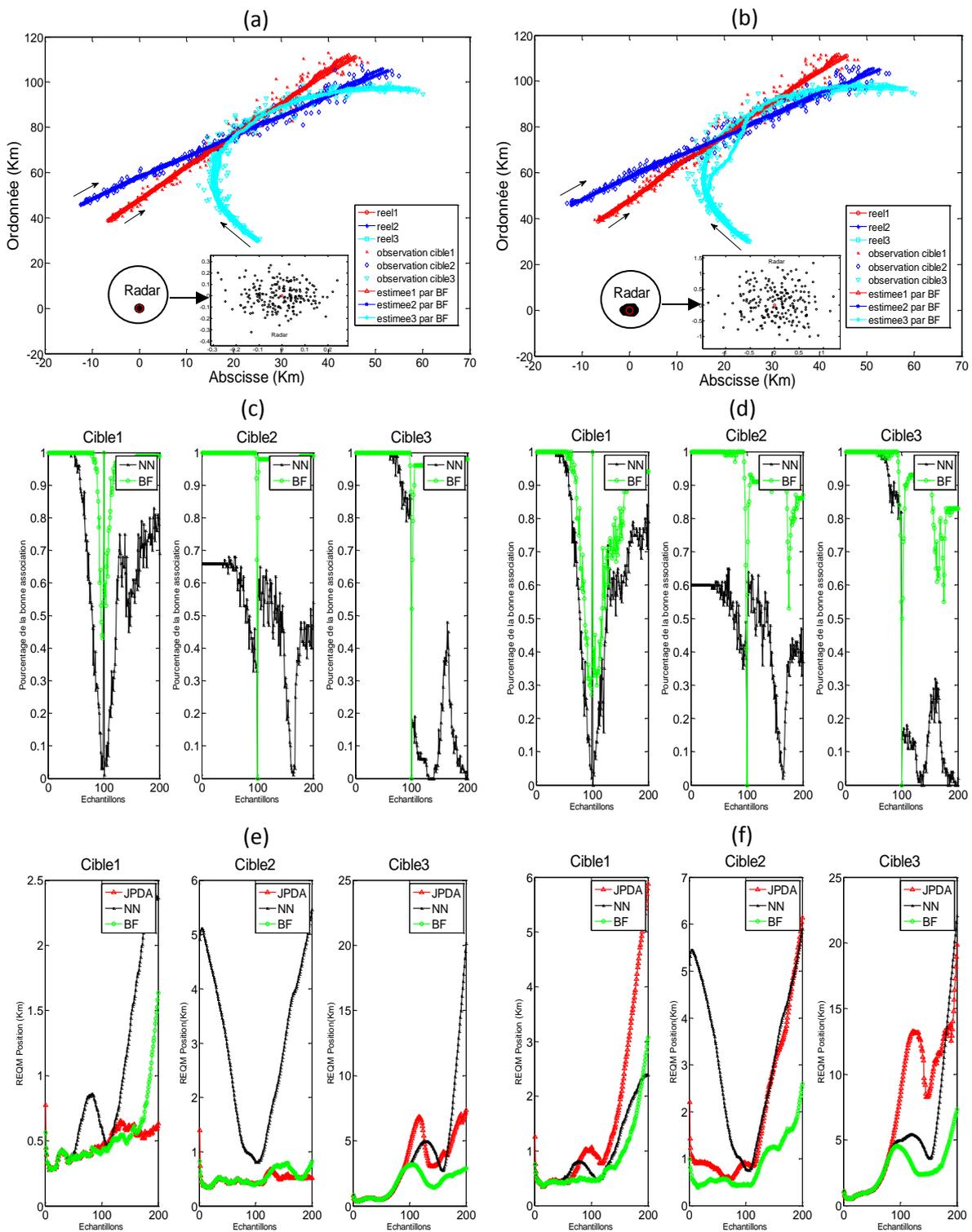


Figure II.6. Poursuite de trois cibles qui se croisent : Influence des imprécisions sur la position du capteur. $\sigma_{c1} = 100\text{m}$: (a) trajectoires réels et estimées « BF », (c) probabilité d'association « NN, BF », (e) REQM « JPDA, NN, BF ». $\sigma_{c2} = 500\text{m}$: (b) trajectoires réels et estimées « BF », (d) probabilité d'association « NN, BF », (f) REQM « JPDA, NN, BF ».

II.7.2 Performances de la poursuite et de la classification de mouvements de quatre cibles :

Afin de comparer les performances de la poursuite et de la classification de mouvements de cibles en utilisant les NN, les JPDA et les BF, nous considérons deux scénarios possibles :

- Scénario Sc3 : Trois cibles parallèles qui changent leurs modèles de mouvement pendant leur trajet,
- Scénario Sc4 : Trois cibles se croisent qui changent leurs modèles de mouvement pendant leur trajet.

Les modèles de mouvements possibles des cibles sont :

- Modèle de mouvement rectiligne à vitesse constante M1,
- Modèle de mouvement circulaire à vitesse de rotation constante et inconnue M2,
- Modèle de mouvement rectiligne à accélération constante M3.

Par ailleurs, la matrice de transition entre ces différents modèles est la suivante :

$$p = \begin{bmatrix} 0.98 & 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.98 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 & 0.98 \end{bmatrix}$$

Scénario Sc3. Dans le but de tester la robustesse des méthodes d'association de données vis-à-vis du risque de confusion permanent (durant tout le trajet), nous considérons le cas de trois cibles parallèles en mouvement selon le modèle M1 pendant 88 T puis selon le modèle M2 pendant 82 T avec une vitesse de rotation égale à -0.018rd/s enfin selon le modèle M3 pendant 30 T avec une accélération égale à 0.8m/s² identique sur les deux axes. La distance réelle entre deux cibles est toujours égale à 50m. Dans chaque phase de mouvement, le bruit sur l'état est caractérisé par une matrice de covariance respectivement égale à (0.25 m/s²)² **1**₂, à diag{0.25² 0.25² 0.0093²} et à (0.25 m/s²)² **1**₂. Enfin, les états initiaux des cibles sont respectivement :

“[5Km 50m/s 0m/s² 45.42Km -60m/s 0m/s² 0rd/s]^T, [5.05Km 50m/s 0m/s² 45.42Km -60m/s 0m/s² 0rd/s]^T et [5.1Km 50m/s 0m/s² 45.42Km -60m/s 0m/s² 0rd/s]^T”.

Scénario Sc4. Afin de tester la robustesse des méthodes d'association de données vis-à-vis du risque de confusion lors du croisement, nous considérons trois cibles en mouvement selon le modèle M1 pendant 88 T, puis le modèle M2 pendant 87 T avec une vitesse de rotation de 0.014rd/s et enfin le modèle M3 pendant 25 T avec une accélération de 1m/s² identique sur les deux axes. Les cibles se croisent à l'instant 50 T. Dans chaque phase de mouvement, le bruit

sur l'état est caractérisé par une matrice de covariance respectivement égale à $(0.25 \text{ m/s}^2)^2 \mathbf{1}_2$, à $\text{diag}\{0.25^2 \ 0.25^2 \ 0.0093^2\}$, et à $(0.25 \text{ m/s}^2)^2 \mathbf{1}_2$. Enfin, les états initiaux des cibles sont: “ $[9.2\text{Km} \ 60\text{m/s} \ 0\text{m/s}^2 \ 45.42\text{Km} \ -50\text{m/s} \ 0\text{m/s}^2 \ 0\text{rd/s}]^T$, $[11.55\text{Km} \ 66\text{m/s} \ 0\text{m/s}^2 \ 50.84\text{Km} \ -68\text{m/s} \ 0\text{m/s}^2 \ 0\text{rd/s}]^T$ et $[15.04\text{Km} \ 44\text{m/s} \ 0\text{m/s}^2 \ 50.18\text{Km} \ -61\text{m/s} \ 0\text{m/s}^2 \ 0\text{rd/s}]^T$ ”.

d) Simulation numérique II.4. Dans cette simulation, nous nous proposons d'étudier l'influence des conditions initiales sur les performances de la poursuite, de l'association de données et de la classification conjointe de mouvement dans les scénarios Sc3 et Sc4. Pour cela, nous considérons deux initialisations possibles : une à 50% et une à 90% du vrai état des cibles. Le bruit de mesure est caractérisé par une matrice de covariance $R = \text{diag}\{(150\text{m})^2 \ (1.5^\circ)^2\}$. Les résultats obtenus, dans les figures II.8, II.9, II.10 et II.11, permettent de dégager, quelle que soit l'initialisation, les remarques suivantes :

- D'une manière générale, les performances obtenues en termes de REQM, dans le scénario Sc3, en utilisant la méthode des BF et celle des NN sont presque similaires. Celles-ci sont généralement meilleures que celles obtenues en utilisant la méthode JPDA qui prend en compte dans sa mise en œuvre de la combinaison de toutes les observations qui peut entraîner une divergence par rapport aux résultats escomptés. Cette notion de proximité constitue un inconvénient majeur pour le JPDA. Par ailleurs, dans le scénario Sc4, nous observons une nette supériorité des BF par rapport aux méthodes JPDA et NN. Cette dernière se caractérise, contrairement au premier scénario, par une dégradation de ses performances.
- D'une manière générale, les performances obtenues en termes de probabilité d'association sont meilleures en utilisant les BF. En effet, pour le scénario Sc3, celles-ci présentent globalement de meilleures performances d'association que les NN. Ceci se remarque en particulier pour la cible qui se trouve au milieu des deux autres cibles. Par ailleurs, pour le scénario Sc4 la qualité de l'association obtenue par les BF est meilleure par rapport aux NN sauf pour les situations de croisement très conflictuelles pour lesquelles la probabilité d'association des BF chute instantanément de la même façon que les NN.
- Globalement, les performances obtenues en termes de probabilité de classification de mouvement par les NN et les BF sont satisfaisantes quel que soit le scénario considéré. En revanche, en ce qui concerne le JPDA, les performances obtenues sont satisfaisantes que pour le scénario Sc4 et médiocres

dans le cas de cibles tout le temps parallèles. Ainsi, on s'aperçoit très vite que les performances de poursuite influent directement sur les performances de classification.(a)

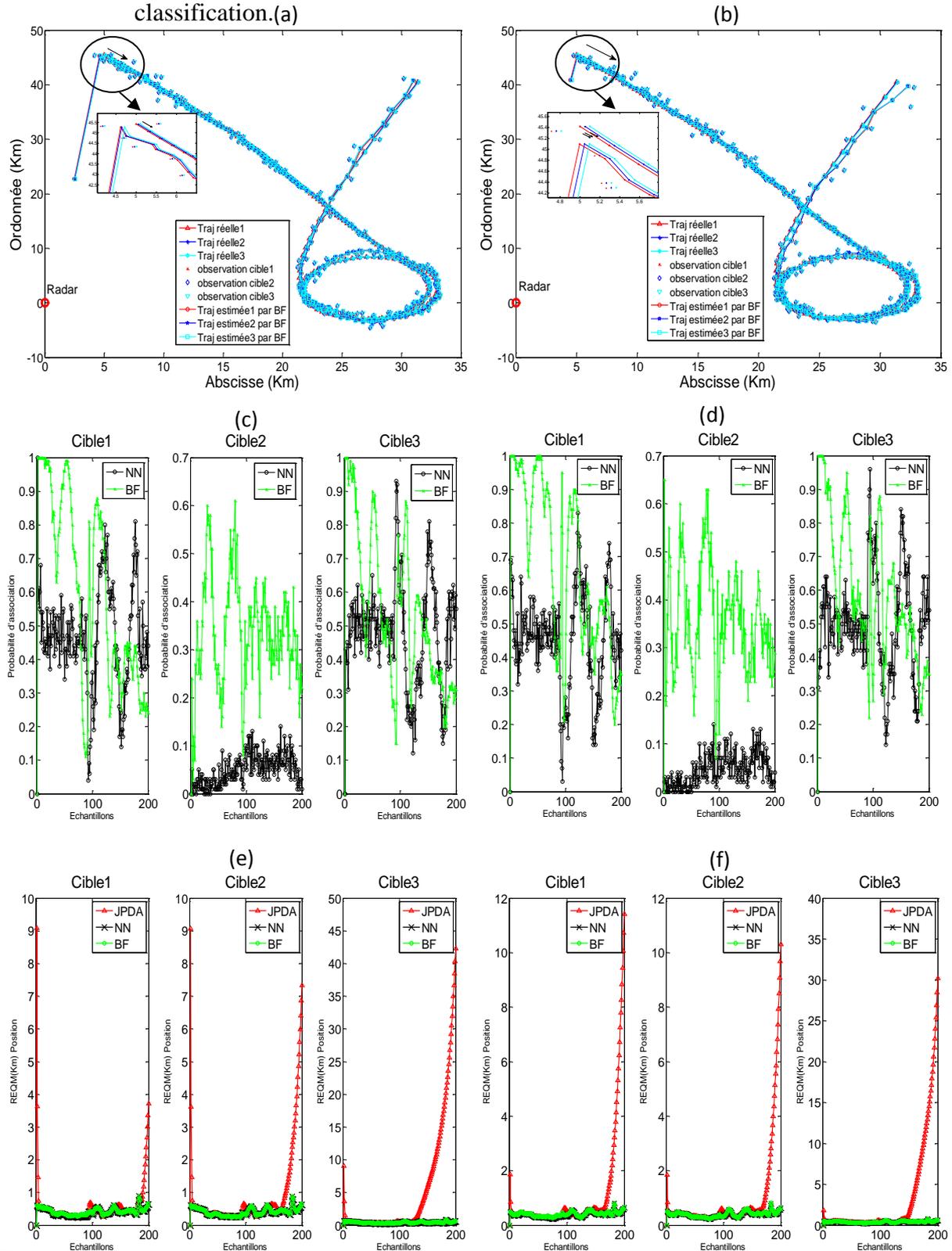


Figure II.7. Poursuite de trois cibles parallèles et manœuvrant: Influence de l'initialisation. Initialisation à 50% : (a) trajectoires réels et estimées « BF », (c) probabilité d'association « NN, BF », (e) REQM « JPDA, NN, BF ». Initialisation à 90% : (b) trajectoires réels et estimées « BF », (d) probabilité d'association « NN, BF », (f) REQM « JPDA, NN, BF ».

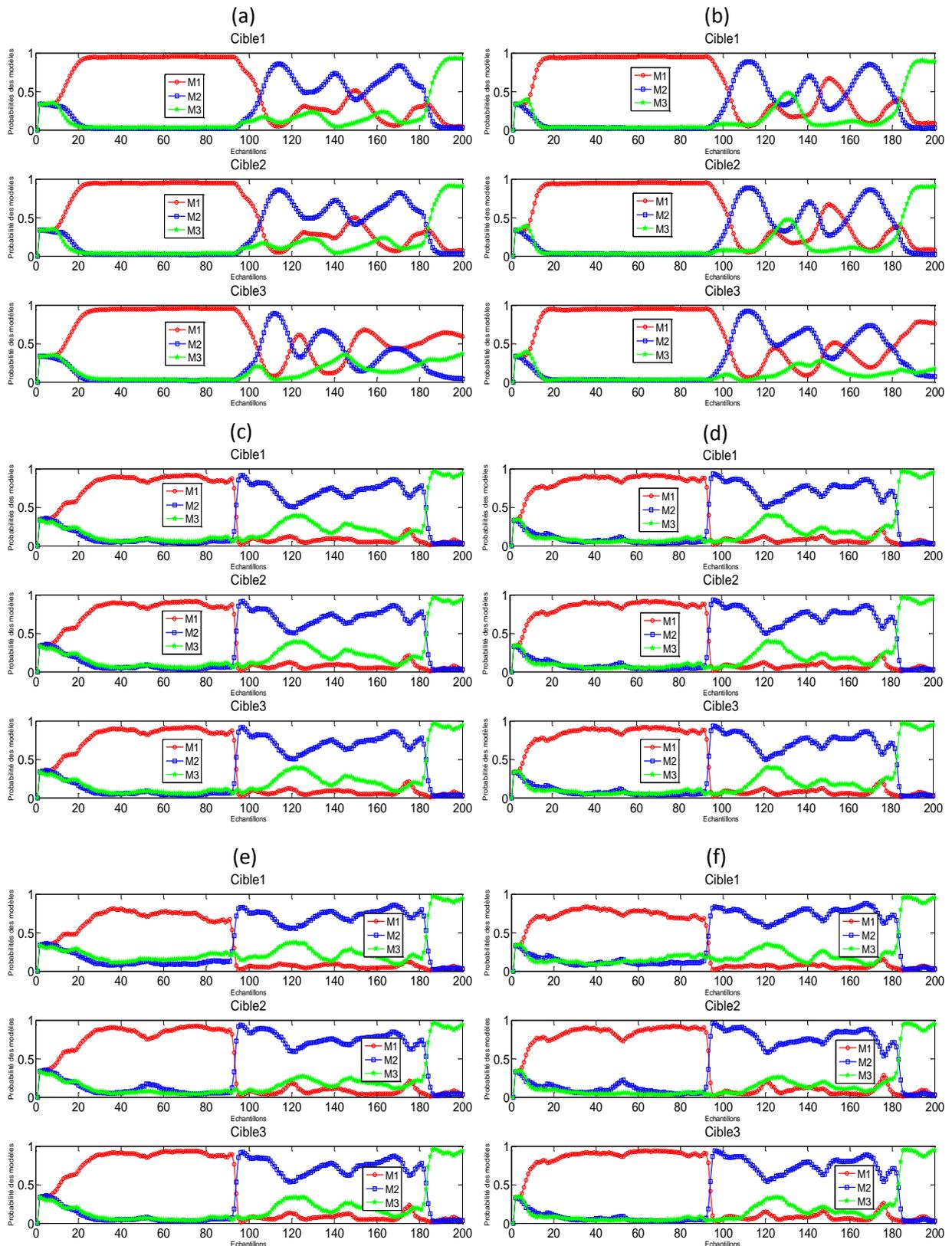


Figure II.8. Influence de l'initialisation sur la probabilité de classification de mouvements de trois cibles parallèles et manœuvrant. Initialisation à 50%: (a) « JPDA », (c) « NN », (e) « BF ». Initialisation à 90% : (b) « JPDA », (d) « NN », (f) « BF ».

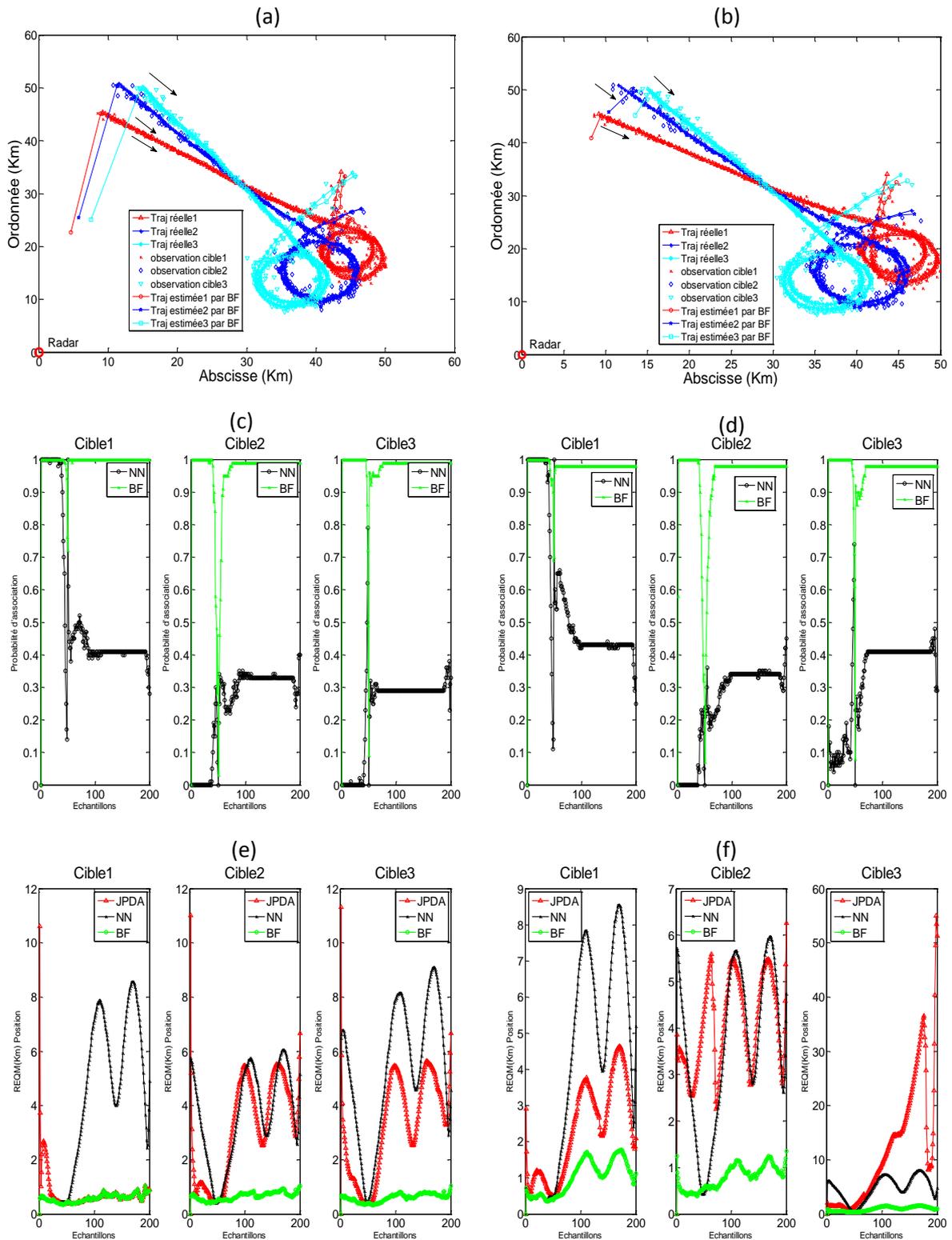


Figure II.9. Poursuite de trois cibles manœuvrant qui se croisent : Influence de l'initialisation. Initialisation à 50% : (a) trajectoires réels et estimées « BF », (c) probabilité d'association « NN, BF », (e) REQM « JPDA, NN, BF ». Initialisation à 90% : (b) trajectoires réels et estimées « BF », (d) probabilité d'association « NN, BF », (f) REQM « JPDA, NN, BF ».

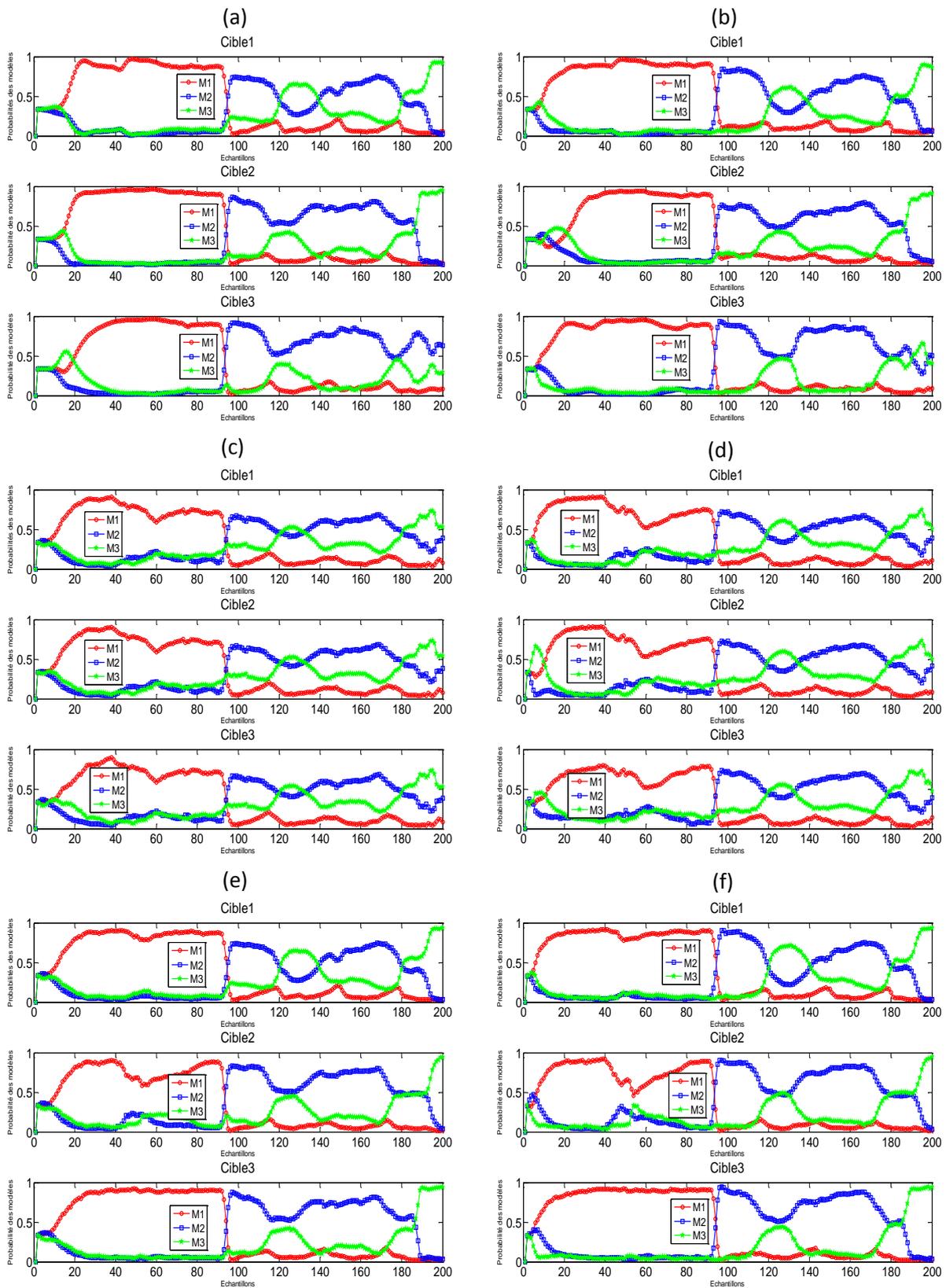


Figure II.10. Influence de l'initialisation sur la probabilité de classification de mouvements de trois cibles manœuvrant qui se croisent. Initialisation à 50%: (a) « JPDA », (c) « NN », (e) « BF ». Initialisation à 90%: (b) « JPDA », (d) « NN », (f) « BF ».

e) Simulation numérique II.5 Dans cette nouvelle simulation, nous nous proposons d'étudier l'influence de la variance du bruit de mesure sur les performances de la poursuite, de l'association de données et de la classification de mouvement dans les deux scénarios considérés Sc3 et Sc4. Pour cela, nous considérons deux cas possibles de la matrice de covariance du bruit de mesure : $R_1 = \text{diag}\{(10\text{m})^2 (0.1^\circ)^2\}$ et $R_2 = \text{diag}\{(500\text{m})^2 (3^\circ)^2\}$. Par ailleurs, nous considérons le cas d'une bonne initialisation (90% du vrai état). Les résultats obtenus, dans les figures II.12 à II.15, permettent de dégager les remarques suivantes quel que soit l'intensité du bruit de mesure :

- D'une manière générale, les performances obtenues en termes de REQM, en utilisant dans la phase d'association les BF, sont les meilleures quelques soient l'intensité du bruit de mesure et le scénario considérés. Par ailleurs, les bonnes performances obtenues par la méthode NN (similaires à celles obtenues par les BF), dans le scénario SC3, se dégradent dans le cas de croisement des cibles. Enfin, le phénomène inverse de ce dernier est constaté pour la méthode du JPDA.
- D'une manière générale, les performances obtenues en termes de probabilité d'association sont meilleures en utilisant les BF. En effet, les résultats qui apparaissent dans le scénario Sc4, pour un bruit de faible intensité ou pour un bruit important, confirment avec clarté les conclusions émises. En ce qui concerne le scénario Sc3, les conclusions ultérieures sont particulièrement confirmées dans le cas d'un bruit fort. Enfin, comme dans toutes les simulations précédentes, nous remarquons que les situations de croisement restent tout le temps très conflictuelles.
- D'une manière générale, une légère préférence est accordée aux BF et aux NN pour la classification de mouvement. Par ailleurs, nous constatons que plus l'intensité du bruit augmente, plus la détection, lorsqu'elle est effective, du changement de modèle est retardée

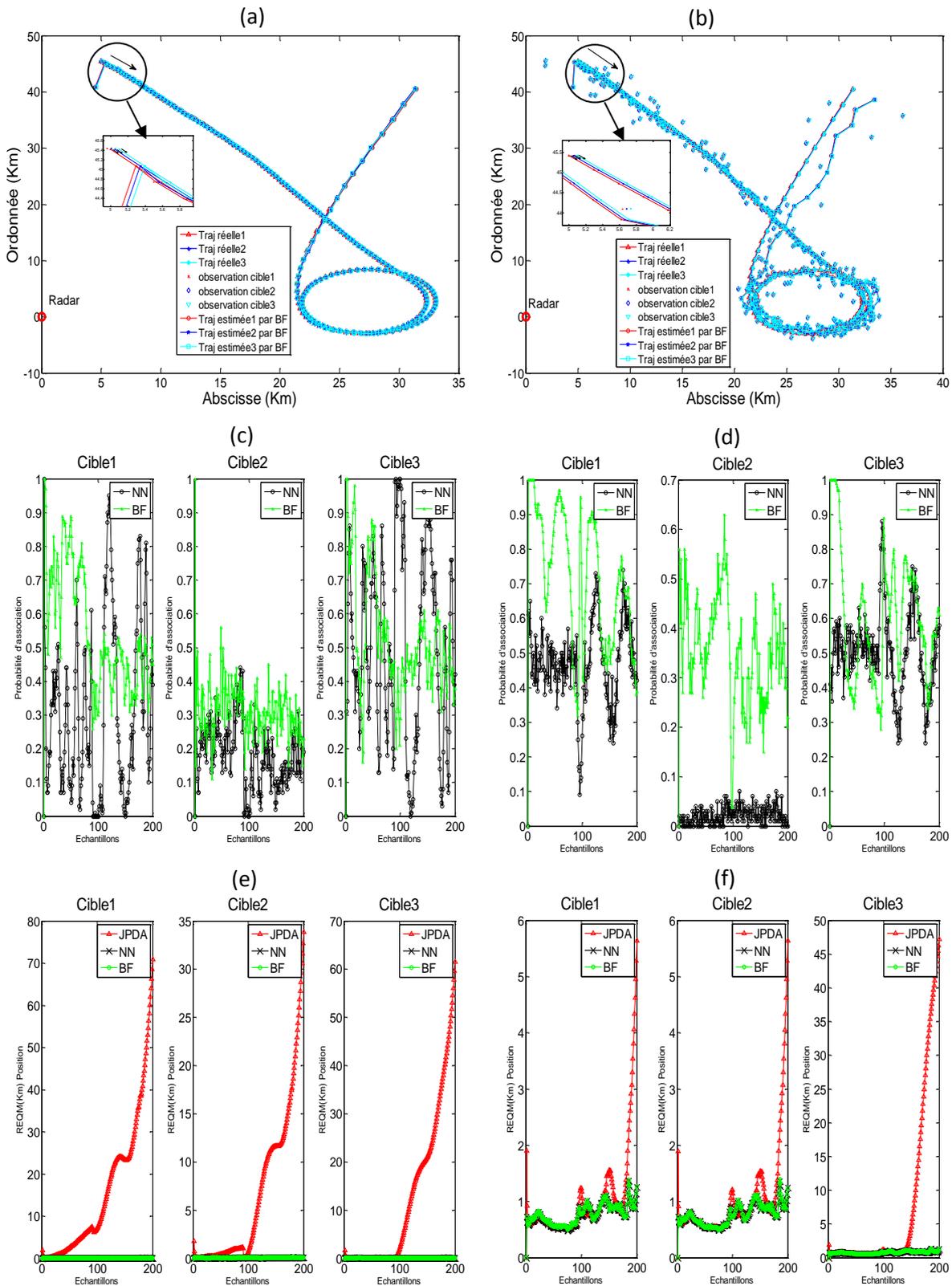


Figure II.11. Poursuite de trois cibles parallèles et manœuvrant : Influence de bruit de mesure. Bruit faible ($R = \text{diag}\{(10\text{m})^2 (0.1^\circ)^2\}$) : (a) trajectoires réels et estimées « BF », (c) probabilité d'association « NN, BF », (e) REQM « JPDA, NN, BF ». Bruit grand ($R = \text{diag}\{(500\text{m})^2 (3^\circ)^2\}$) : (b) trajectoires réels et estimées « BF », (d) probabilité d'association « NN, BF », (f) REQM « JPDA, NN, BF ».

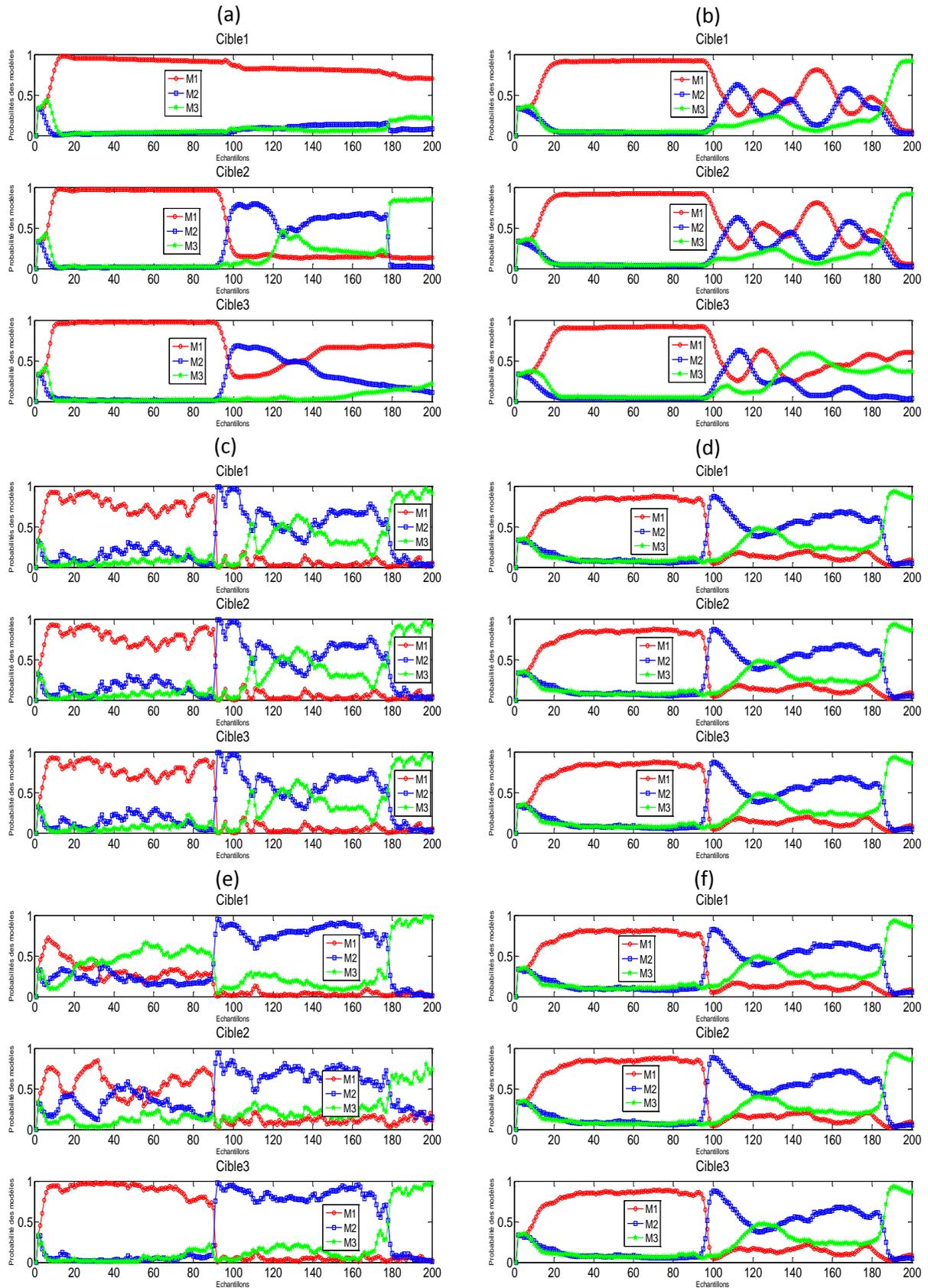


Figure II.12 Influence du bruit de mesure sur la probabilité de classification de mouvements de trois cibles parallèles et manœuvrant. Bruit faible : (a) « JPDA », (c) « NN », (e) « BF ». Bruit grand : probabilité de classification: (b) « JPDA », (d) « NN », (f) « BF ».

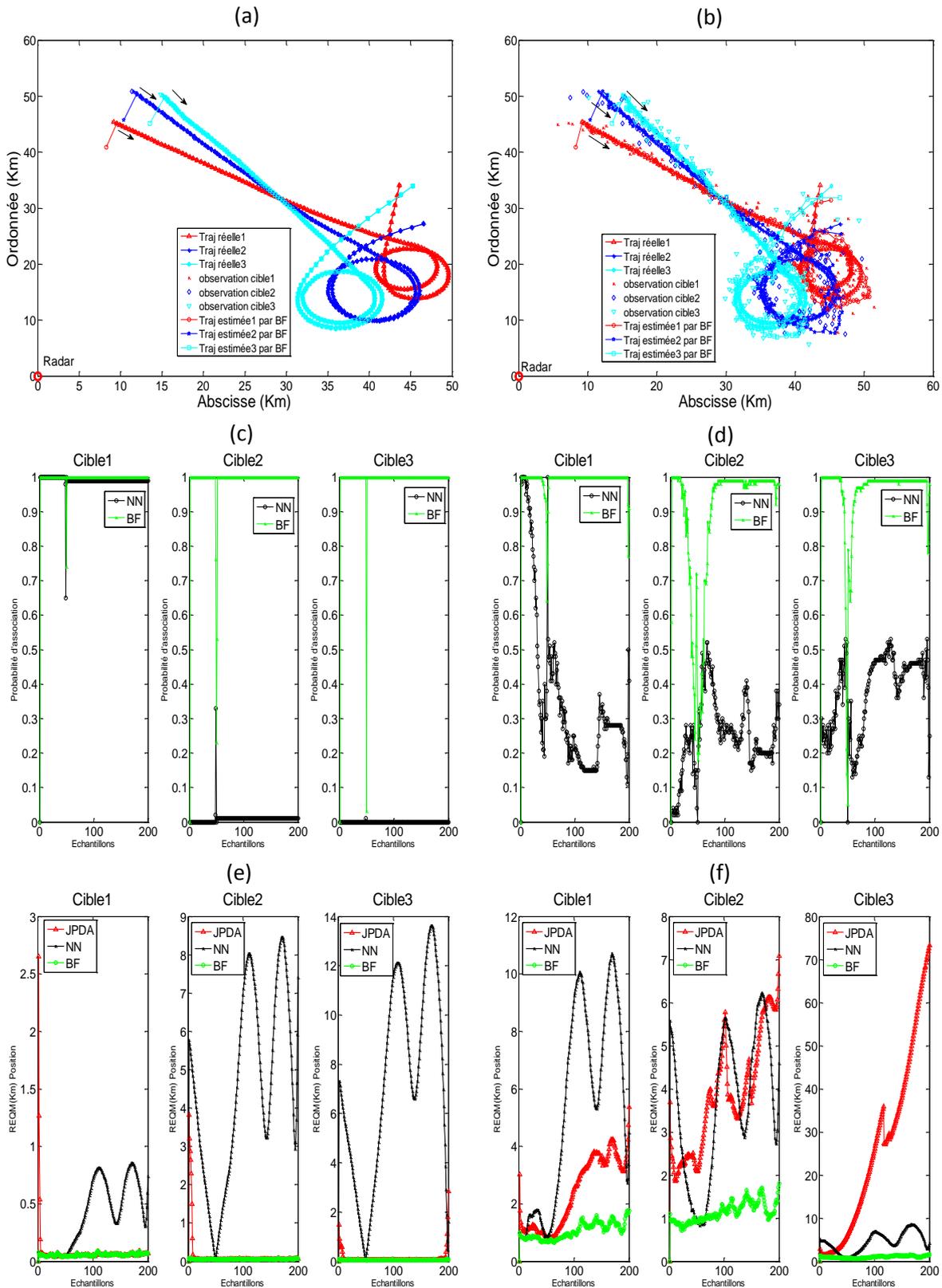


Figure II.13 Poursuite de trois cibles manœuvrant qui se croisent : Influence de bruit de mesure. Bruit faible ($R = \text{diag}\{(10\text{m})^2 (0.1^\circ)^2\}$) : (a) trajectoires réels et estimées « BF », (c) probabilité d'association « NN, BF », (e) REQM « JPDA, NN, BF ». Bruit grand ($R = \text{diag}\{(500\text{m})^2 (3^\circ)^2\}$) : (b) trajectoires réels et estimées « BF », (d) probabilité d'association « NN, BF », (f) REQM « JPDA, NN, BF ».

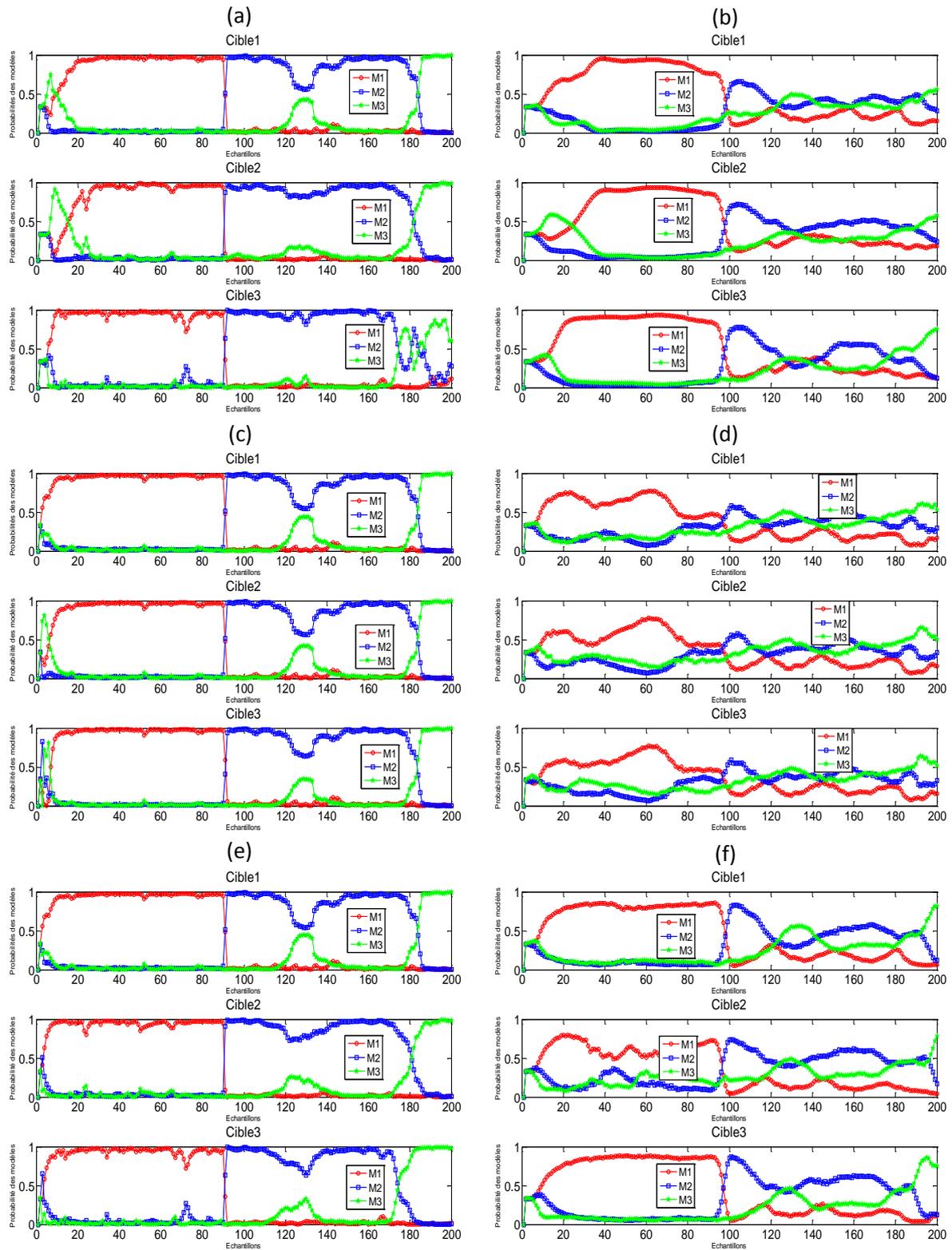


Figure II.14. Influence du bruit de mesure sur la probabilité de classification de mouvements de trois cibles manœuvrant qui se croisent. Bruit faible: (a) « JPDA », (c) « NN », (e) « BF ». Bruit grand: probabilité de classification: (b) « JPDA », (d) « NN », (f) « BF ».

f) Simulation numérique II.6 Nous nous intéressons dans cette troisième simulation à l'étude de l'influence des déplacements possibles du capteur de mesure sur les performances des approches présentées pour les scénarios Sc3 et Sc4. Pour cela, nous fixons au préalable la position du capteur P_c à (0,0)Km. Ensuite nous lui faisons des déplacements instantanés aléatoires par rapport à cette position. Plus précisément, les positions réelles du capteur sont modélisées par une séquence de variables aléatoires spatialement et temporellement indépendantes distribuées selon la loi normale autour de P_c avec un écart-type (le même sur l'abscisse et sur l'ordonnée) $\sigma_{c1} = 100m$ et $\sigma_{c2} = 500m$. Le bruit de mesure est tel que $R = \text{diag}\{(150m)^2 (1.5^\circ)^2\}$ et l'initialisation reste inchangée par rapport à la simulation précédente. Les résultats obtenus, dans les figures II.16 à II.19, permettent de dégager les remarques suivantes :

- d'une manière générale, en termes de REQM :
 - les performances obtenues par les BF sont les meilleures quel que soit le déplacement considéré du capteur, et quel que soit le scénario,
 - les performances obtenues par les JPDA sont les plus mauvaises dans le scénario Sc3,
 - les performances obtenues par les NN sont similaires aux performances du BF dans le scénario Sc3, et aux performances du JPDA dans le scénario Sc4.
- les BF présentent des meilleures performances d'association par rapport aux NN sauf pour :
 - une déviation sur la position du capteur très grande (σ_{c2}),
 - des situations de croisement très conflictuelles pour lesquelles la probabilité d'association chute à zéro.
- dans le scénario Sc3, les performances en termes de probabilité de classification sont similaires après l'association par les NN ou les BF. Mais pour les JPDA, ces performances sont dégradées,
- pour le scénario Sc4 et quel que soit la méthode d'association utilisée, les performances de classification sont similaires.

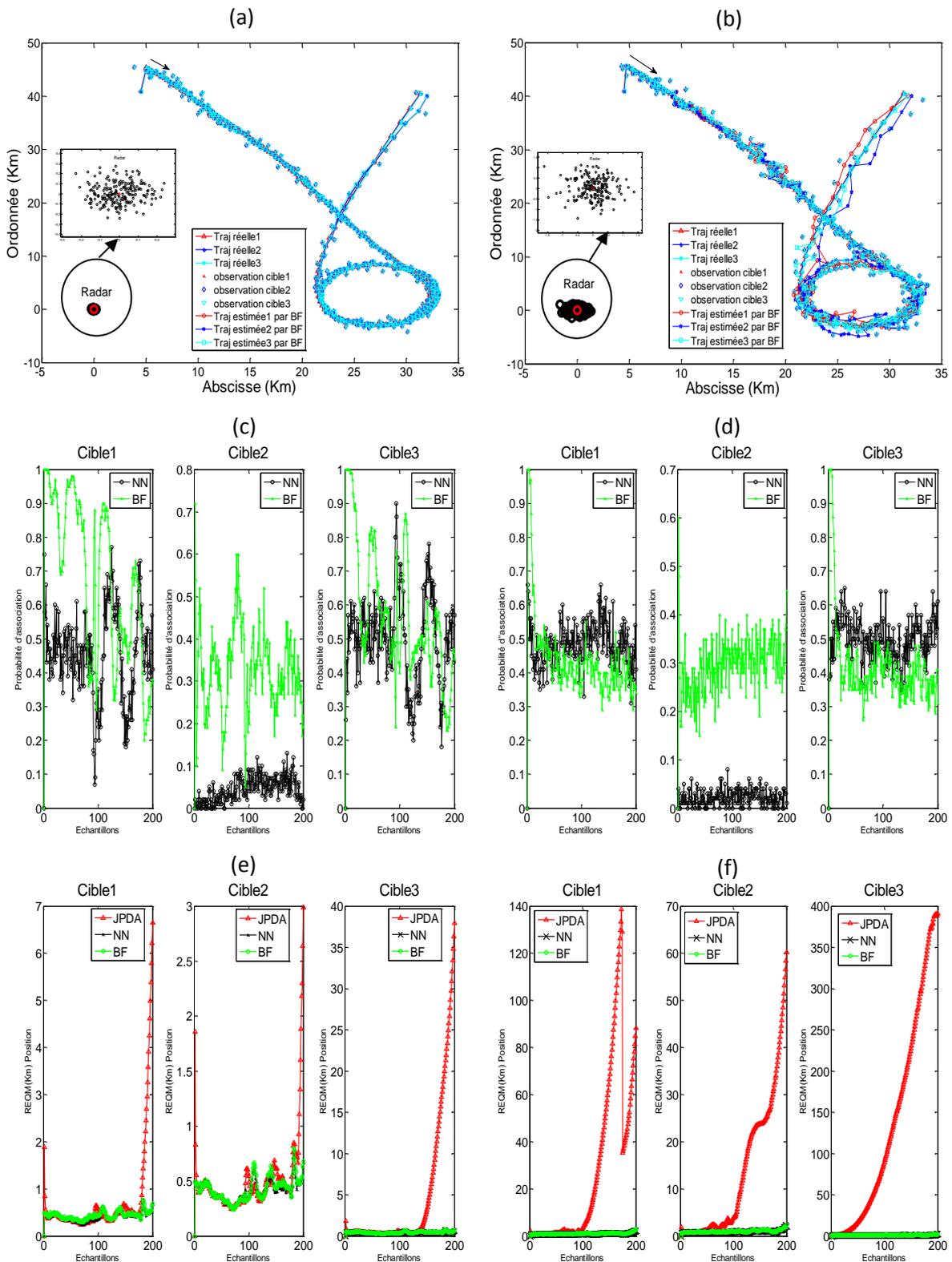


Figure II.15. Poursuite de trois cibles parallèles et manœuvrant : Influence des imprécisions sur la position du capteur. $\sigma_{c1} = 100\text{m}$: (a) trajectoires réels et estimées « BF », (c) probabilité d'association « NN, BF », (e) REQM « JPDA, NN, BF ». $\sigma_{c2} = 500\text{m}$: (b) trajectoires réels et estimées « BF », (d) probabilité d'association « NN, BF », (f) REQM « JPDA, NN, BF ».

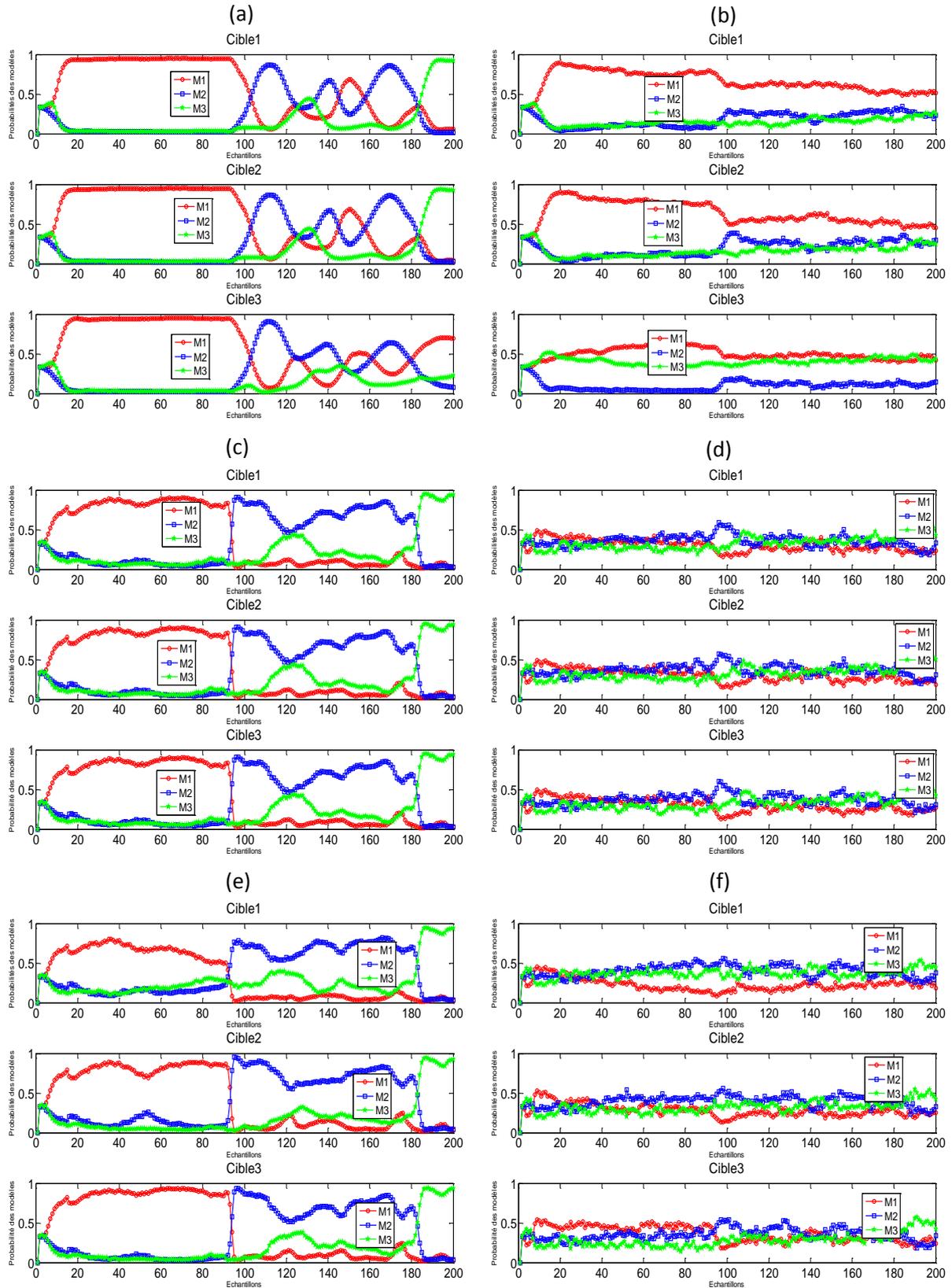


Figure II.16. Influence des imprécisions de la position du capteur sur la probabilité de classification de mouvements de trois cibles parallèles et manœuvrant. $\sigma_{c1} = 100\text{m}$: (a) « JPDA », (c) « NN », (e) « BF ». $\sigma_{c2} = 500\text{m}$: (b) « JPDA », (d) « NN », (f) « BF ».

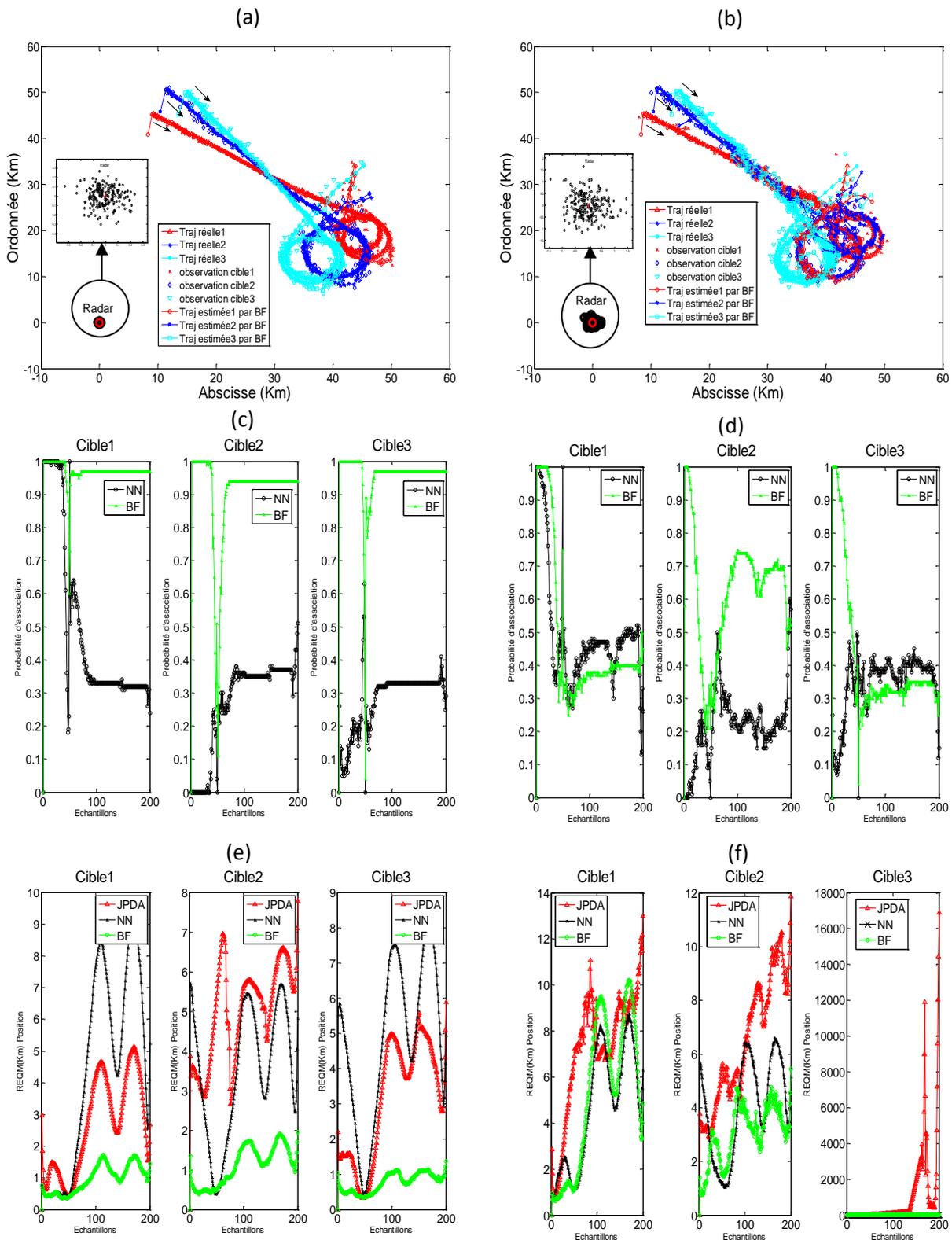


Figure II.17. Poursuite de trois cibles manœuvrant qui se croisent : Influence des imprécisions sur la position du capteur. $\sigma_{c1} = 100\text{m}$: (a) trajectoires réels et estimées « BF », (c) probabilité d'association « NN, BF », (e) REQM « JPDA, NN, BF ». $\sigma_{c2} = 500\text{m}$: (b) trajectoires réels et estimées « BF », (d) probabilité d'association « NN, BF », (f) REQM « JPDA, NN, BF ».

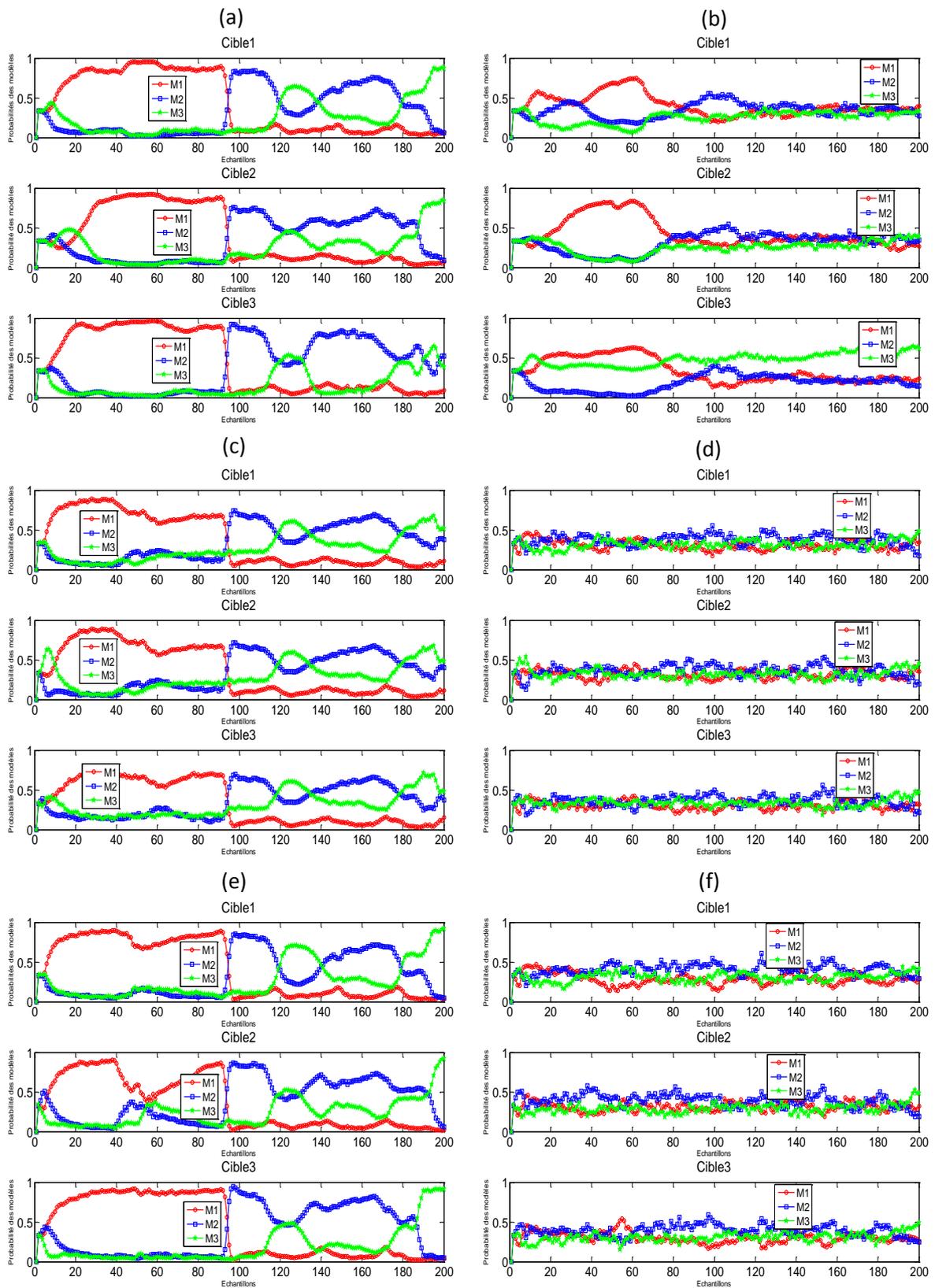


Figure II.18. Influence des imprécisions de la position du capteur sur la probabilité de classification de mouvements de trois cibles manœuvrant qui se croisent. $\sigma_{c1} = 100\text{m}$: (a) « JPDA », (c) « NN », (e) « BF ». $\sigma_{c2} = 500\text{m}$: probabilité de classification: (b) « JPDA », (d) « NN », (f) « BF ».

II.8 CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons effectué une étude sur la poursuite multi cibles et la classification de mouvements par un seul capteur, en utilisant les IMM associés au filtre de Kalman étendu, l'aspect multi cibles est illustré par trois méthodes d'association de données « JPDA, NN et BF ». Nous avons effectué une comparaison de performances en termes de REQM, probabilité d'association et probabilité de classification pour divers scénarios. Nous avons considéré des cibles trop proches dont leurs trajectoires sont parallèles ou se croise, donc une grande ambiguïté lors de l'association. Les résultats de simulation ont montrés que :

- En termes de REQM, les BF ont des bonnes performances par rapport aux JPDA et les NN dans les divers scénarios. Donc les BF sont robuste dans les situations de grande ambiguïté,
- Par ailleurs, la qualité de l'association obtenue par les BF est à soulignée, en effet, les probabilités d'association obtenues avoisinent très souvent l'unité en dehors :
 - des situations de grande ignorance (cible évoluant en général entre deux cibles proches),
 - des situations de croisement très conflictuelles pour lesquelles la probabilité d'association chute à zéro,
 - des situations de grand bruit de mesure,
 - des situations où l'imprécision sur la position du capteur est grande.
- La détection du modèle de mouvement n'est pas instantanée à cause de l'ambiguïté lors de l'association de données, et elle devient instantanée pour un bruit de mesure faible, donc une ambiguïté sur l'association moins importante,
- Après l'association par les JPDA, nous remarquons une bonne classification de mouvement pour le Scénario Sc4, mais cette classification sera mauvais pour le scénario Sc3.
- Les BF et les NN donnent des performances de classification de mouvements similaires et meilleurs par rapport aux JPDA dans les deux scénarios Sc3 et Sc4.

Pour améliorer les performances d'association et de classification de mouvements, il est préférable d'utiliser un réseau de capteurs, et appliquer une règle de fusion (centralisé ou distribué). Le chapitre suivant est consacré à la poursuite multi cibles et la classification de mouvements dans réseau de capteurs.

III.1 INTRODUCTION

Depuis plusieurs années, nous assistons à une attention particulière pour les réseaux de capteurs qui permettent, grâce à la fusion d'informations (données), d'apporter des améliorations à un système global en particulier en termes de précisions, de robustesse et de fiabilité. A titre d'exemple, l'intérêt de plus en plus grandissant pour les réseaux composés de plusieurs radars réside dans l'obtention de bonnes performances en termes de poursuite et de classification de mouvements qui ne peuvent être obtenues, bien entendu, que grâce à une bonne combinaison ou architecture. Nous soulignons, à ce titre, que deux types d'architecture sont les plus souvent utilisés : l'architecture centralisée et l'architecture décentralisée (distribuée). Néanmoins, nous attirons l'attention du lecteur sur l'existence dans la littérature de deux autres types d'architecture de fusion de données à savoir : l'architecture de fusion hiérarchique et l'architecture de fusion hybride. Celles-ci sont obtenues sur la base d'une combinaison d'architecture centralisé et décentralisée.

Le présent chapitre est consacré au problème de la poursuite et la classification de mouvements de cibles dans un réseau composé de plusieurs radars. Le chapitre est organisé comme suit. Dans le paragraphe III.2, nous présentons très succinctement la notion d'un réseau multi radars (RMR). Puis, nous donnons, dans le paragraphe III.3, un aperçu sur les deux architectures de fusion que nous allons utiliser dans notre travail. Ensuite, nous illustrons les performances de ces méthodes par quelques simulations numériques dans le paragraphe IV.4. Enfin, nous clôturons ce chapitre par une conclusion.

III.2 RESEAU MULTI RADARS

Dans un RMR, les radars sont localisés dans divers endroits (dispersés géographiquement) afin d'avoir [36] :

- une bonne fiabilité grâce à la redondance de l'information (due au chevauchement des couvertures des radars),
- une bonne robustesse du système grâce à la multiplication du nombre de capteurs (lorsqu'un radar tombe en panne le système reste toujours fonctionnelle),
- la possibilité de reconfigurer le système dans sa globalité en fonction des exigences (architecture centralisée ou décentralisée).

Toutefois, lors de la mise en place du RMR il est nécessaire de prendre des mesures préliminaires telles que : la transformation des coordonnées (du référentiel radar vers un

référentiel commun), l'alignement et la synchronisation des données. La figure suivante illustre un exemple de RMR [38].

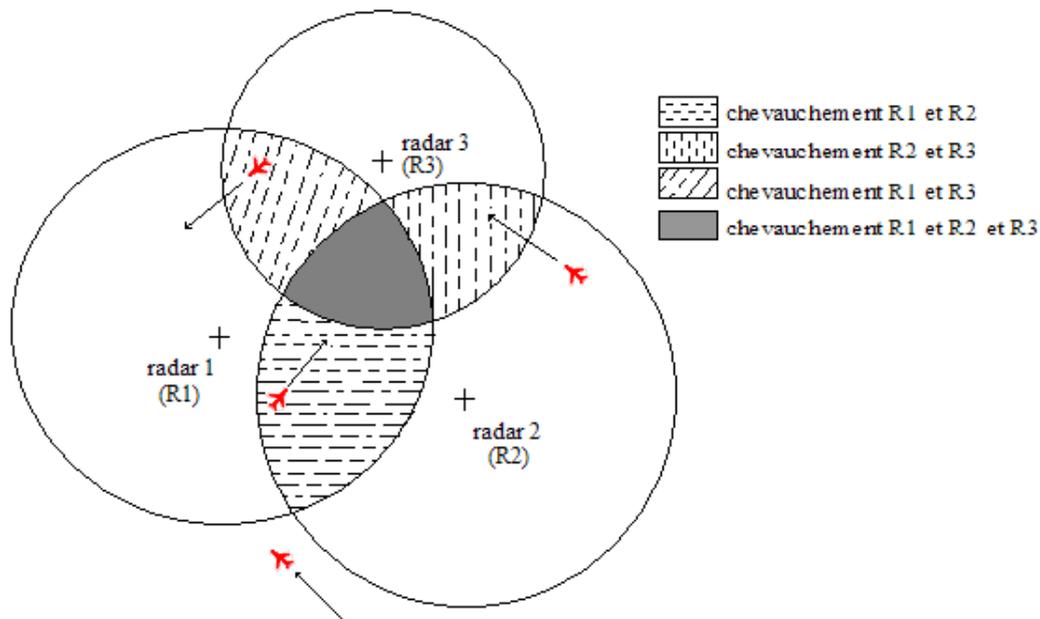


Figure III.1. Exemple d'une couverture d'un système MR.

Les différents types de RMR peuvent être classés selon [36] :

- le déploiement spatial des sites radars (localisé au même site “*colocated*” et non localisé au même site “*non colocated*”)
- et la manière d’effectuer la fusion de données.

Remarque III. 1. Dans notre travail, la compensation des écarts dus au non alignement des radars et leur synchronisation n’est pas prise en considération.

Remarque III. 2. Dans notre travail, le RMR est composé uniquement de radars fixes et les cibles sont observées dans la zone de chevauchement des radars.

III.3 ARCHITECTURES DE FUSION

Dans ce paragraphe, nous allons aborder les deux types d’architecture cités : l’architecture centralisée et l’architecture distribuée.

III.3.1 Architecture de fusion centralisée

L’architecture de fusion centralisée est caractérisée par une unité centrale de filtrage (UCF) unique. Toutes les informations fournies par les capteurs sont acheminées, via le canal de transmission, à l’UCF. La Figure III.2 illustre, par un diagramme simplifié, la hiérarchie de ses différents modules.

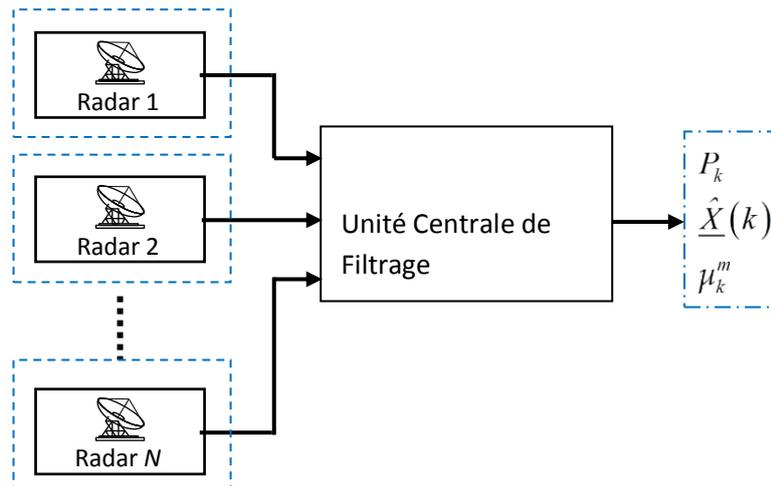


Figure III.2. Diagramme de l'architecture de fusion centralisée.

Cette figure montre clairement que le traitement de l'information, pour l'obtention des paramètres désirés, s'effectue au même endroit. Plus précisément, les différentes plateformes (radars) transmettent leurs données à chaque fois qu'une mesure est effectuée afin d'obtenir une estimée optimale. Ainsi, plus le nombre de plateformes est élevé, plus la quantité d'informations à traiter au niveau de l'UCF est importante. L'architecture de fusion centralisée a déjà fait l'objet de nombreux travaux de recherche. Par ailleurs, Théoriquement, les meilleures performances d'estimation sont obtenues en fusionnant directement les mesures des radars (fusion centralisée) [10]. Cependant, les architectures de fusion décentralisée sont plus pratiques grâce aux faibles ressources de calcul ainsi que la bande passante de communication.

a) Equations de l'architecture centralisée. Dans cette architecture, l'UCF comprend un algorithme de poursuite et de classification basé sur l'utilisation des IMM, de l'EKF et du JPDA, des NN et des BF. Donc, nous allons présenter le principe de la poursuite d'une cible, dans l'architecture centralisée, en utilisant l'EKF. Pour cela, il faut modifier les équations originales pour tenir compte de la totalité de l'information [27], [28].

Soit $\underline{X}(k)$ le vecteur suivant :

$$\underline{X}_k = [x_1(k), \dots, x_l(k)]^T = f_m(\underline{X}_{k-1}) + G_m w(k) \quad (\text{III.1})$$

qui décrit l'état de la cible qui suit un modèle m et soient N mesures $\underline{Z}_i(k)$ issues de N capteurs :

$$\underline{Z}_i(k) = h_i(\underline{X}(k)) + v_i(k) \quad (\text{III.2})$$

où $h_i(\bullet)$ est une fonction non linéaire (dans notre travail, la fonction $h_i(\bullet)$ est la même pour tous les capteurs et elle est donnée par l'équation (II.3)) et $v_i(k)$ est un bruit de mesure non corrélé avec le bruit $w(k)$ sur l'état et avec les autres bruits et tel que sa matrice de covariance est R_i (dans notre travail, nous considérons le cas d'une matrice R_i toujours constante).

A partir de ces observations, nous pouvons construire un nouveau vecteur de mesure globale comme suit :

$$\underline{Z}(k) = [\underline{Z}_1(k), \underline{Z}_2(k), \dots, \underline{Z}_N(k)]^T \quad (\text{III.3})$$

et une matrice de covariance R par concaténation des N matrices R_i :

$$R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & R_N \end{bmatrix} \quad (\text{III.4})$$

et enfin une matrice de mesure de la manière suivante :

$$H(k) = [H_1(k), H_2(k), \dots, H_N(k)]^T \quad (\text{III.5})$$

où :

$$H_i(k) = \left[\frac{\partial Z_i(k)}{\partial x_1(k)} \left(\hat{\underline{X}}_{k/k-1} \right) \quad \dots \quad \frac{\partial Z_i(k)}{\partial x_l(k)} \left(\hat{\underline{X}}_{k/k-1} \right) \right]^T \quad (\text{III.6})$$

Ce faisant, nous pouvons résumer les équations de filtrage dans l'architecture centralisée basée sur l'EKF comme suit :

$$\hat{\underline{X}}_{k/k-1} = f_m(\hat{\underline{X}}_{k-1}) \quad (\text{III.7})$$

$$P_{k/k-1} = F_m(\hat{\underline{X}}_{k-1}) P_{k-1} F_m^T(\hat{\underline{X}}_{k-1}) + G_m Q_m G_m^T \quad (\text{III.8})$$

$$K_k = P_{k/k-1} H^T(k) [H(k) P_{k/k-1} H^T(k) + R]^{-1} \quad (\text{III.9})$$

$$\hat{\underline{X}}_k = \hat{\underline{X}}_{k/k-1} + K_k [\underline{Z}_k - \underline{Z}_{k/k-1}] \quad (\text{III.10})$$

$$P_k = P_{k/k-1} - K_k H(k) P_{k/k-1} \quad (\text{III.11})$$

$$\text{Où } \underline{Z}(k|k-1) = [\underline{Z}_1(k|k-1), \underline{Z}_2(k|k-1), \dots, \underline{Z}_N(k|k-1)]^T \text{ et } \underline{Z}_i(k|k-1) = h_i(\hat{\underline{X}}(k|k-1))$$

Nous pouvons remarquer que l'état estimé global à l'instant k provient de l'état prédit, de l'innovation à l'instant k , de la matrice *a priori* $P_{k/k-1}$ et enfin de la contribution de chacun des capteurs par l'intermédiaire du couple $(H_i(k), R_i)$.

b) Algorithme de poursuite et de classification de mouvements dans l'architecture centralisée. L'algorithme de poursuite de cibles susceptibles d'effectuer des manœuvres (en utilisant les IMM) dans une architecture fusion centralisée est résumé comme suit :

- Initialisation (pour chaque capteur) : probabilités des modèles, états estimés,
- Mélange des estimés pour tous les modèles,
- Filtrages parallèles sur l'état global en utilisant :
 - Concaténation des mesures dans un vecteur de mesure global,
 - Construction de la matrice de covariance globale des bruits de mesure,
 - Construction de la matrice d'observation globale,
 - Filtrage par l'EKF pour chaque modèle de mouvement.
- Mise à jour des probabilités de modèles,
- Estimation combinée.

Algorithme III.1 : *Etapes de l'algorithme IMM-EKF centralisé (C-IMM-EKF)*

III.3.2 Architecture de fusion distribuée

Dans le domaine de la poursuite, il arrive fréquemment que les capteurs soient intégrés dans un module comprenant une unité de filtrage. Dans ce cas, nous n'avons pas accès directement aux mesures pour effectuer la fusion. Cette dernière est alors appliquée sur les états estimés, matrices de covariance et probabilités de classification [29]. Plus généralement, l'architecture de fusion distribuée est caractérisée par la présence d'unités locales de filtrage (ULF) sur les plateformes locales produisant chacune le couple {état estimé, matrice de covariance}. L'ensemble de ces couples est par la suite fusionné comme nous allons le voir dans ce paragraphe. Cependant, contrairement à l'architecture centralisée, cette méthode se caractérise par la quantité importante d'informations à transmettre (état estimé et matrice de covariance) [10]. La Figure III.3 illustre, par un diagramme simplifié, les principaux éléments de l'architecture de fusion distribuée.

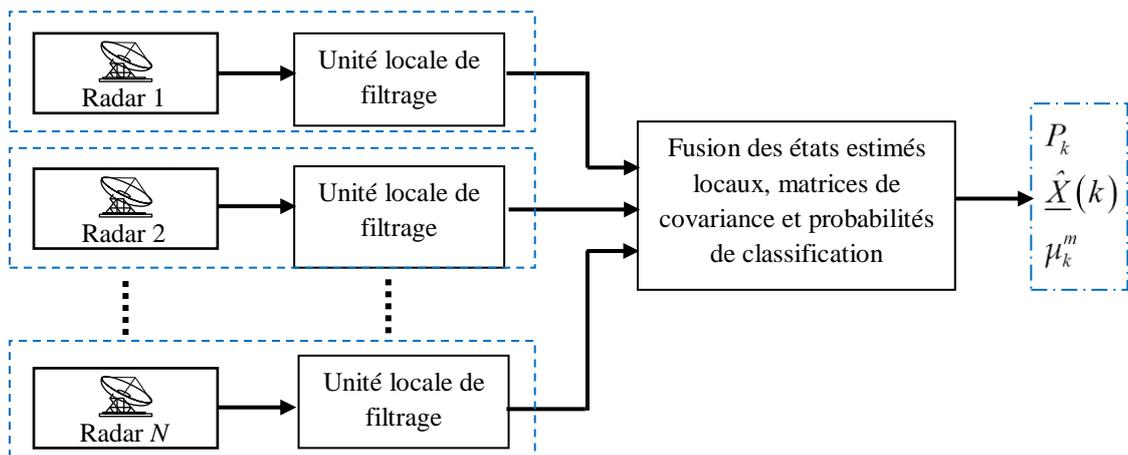


Figure III.3. *Système MR avec une architecture distribuée (sans rétroaction).*

a) Equations. Dans cette architecture, chaque ULF exécute l'algorithme de base de poursuite et de classification (basé sur l'utilisation des IMM, de l'EKF et du JPDA, des NN et des BF) présenté dans le chapitre III. Cependant, afin d'alléger la lecture de ce paragraphe, nous allons présenter le principe de la poursuite et la classification d'une cible, dans l'architecture décentralisée, en utilisant l'EKF. Plus précisément, la poursuite et la classification s'effectuent en deux étapes :

- **Etape 1 (niveau local) :** Les ULF exécutent les étapes de l'IMM-EKF. Chaque capteur i délivre : l'état estimé, sa matrice de covariance et les probabilités des modèles.
- **Etape 2 (niveau central) :** L'unité centrale de fusion reçoit, comme données de toutes les plateformes locales, les états estimés, les matrices de covariance ainsi que les probabilités de classification puis fusionnent ces données pour avoir un état global selon les équations suivantes:

$$P_k = \left([P_1(k)]^{-1} + [P_2(k)]^{-1} + \dots + [P_N(k)]^{-1} \right)^{-1} \quad (\text{III.12})$$

$$\begin{aligned} \underline{\hat{X}}(k) = P_k \left([P_1(k)]^{-1} \underline{\hat{X}}_1(k) + [P_2(k)]^{-1} \underline{\hat{X}}_2(k) + \dots \right. \\ \left. + [P_N(k)]^{-1} \underline{\hat{X}}_N(k) \right) \end{aligned} \quad (\text{III.13})$$

$$\mu_k^m = \frac{1}{c} \prod_{i=1}^{N_c} \mu_{i,k}^m \quad \text{et} \quad c = \sum_{m=1}^M \left(\prod_{i=1}^{N_c} \mu_{i,k}^m \right) \quad (\text{III.14})$$

Tel que. k : l'échantillon k , m : le $m^{\text{ième}}$ modèle, i : le $i^{\text{ième}}$ capteur, N_c : le nombre de capteurs, et M : le nombre de modèles.

b) Algorithme de la poursuite multi cibles et classification de mouvements dans l'architecture distribuée.

L'algorithme de la poursuite des cibles manœuvrant (en utilisant les IMM pour la classification de mouvements) dans une architecture distribuée est résumé comme suit :

- Initialisation (pour chaque capteur) : probabilités des modèles, états estimés.
- Traitement local (au niveau de chaque capteur) :
 - Mélange des estimés et interaction des modèles,
 - Filtrage parallèle par l'EKF pour chaque modèle m ,
 - Mise à jour des probabilités de modèles,
 - Estimation combinée.
- Traitement central :
Utilisation des équations (III.12), (III.13) et (III.14) pour avoir l'état estimé global, la matrice de covariance et les probabilités de classification.

Algorithme III.2 : *Etapes de l'algorithme IMM-EKF distribué (D-IMM-EKF)*

III.4 SIMULATIONS NUMERIQUES

Nous nous proposons dans ce paragraphe d'étudier, pour les deux types d'architecture de fusion présentés, les performances :

- de la poursuite de cibles dans un réseau de capteurs en utilisant les trois méthodes d'association de données présentées précédemment,
- de la poursuite et de la classification de mouvement de plusieurs cibles dans un réseau de capteurs en utilisant, toujours, les trois méthodes d'association de données.

Pour cela, nous initialisons l'état à 90% des vraies valeurs, nous considérons un bruit de mesure tel que $R_i = \text{diag}\{(150\text{m})^2 \ (1.5^\circ)^2\}$ pour le capteur i , et nous effectuons 100 réalisations indépendantes de Monté Carlo afin d'évaluer :

- la REQM,
- la probabilité d'association par les NN , les BF et les JPDA.
- la probabilité de classification de mouvement dans le cas de changement de modèles.

III.4.1 Performances de la poursuite dans un réseau de capteurs

Afin de comparer les performances de la poursuite de cibles (sans changement de modèles) en utilisant les NN, les JPDA et les BF dans un réseau de capteurs, nous considérons un réseau de trois radars de mêmes caractéristiques situés en (0, 0), (40,80) et (80,0) Km et les deux scénarios suivants :

- Scénario Sc1 : Trois cibles parallèles
- Scénario Sc2 : Trois cibles qui se croisent

Scénario Sc1. Dans le but d'étudier la robustesse des méthodes d'association de données vis-à-vis du risque permanent de confusion, nous considérons le cas de trois cibles qui suivent le modèle M1 et évoluent selon des trajectoires, tout le temps, parallèles pendant une durée de 200T. La matrice de covariance du bruit d'état pour chaque cible est $Q = (0.1 \text{ m/s}^2)^2 \mathbf{1}_2$. Par ailleurs, les états initiaux des cibles sont respectivement $[5\text{Km } 50\text{m/s } 10\text{Km } 50\text{m/s}]^T$, $[5.05\text{Km } 50\text{m/s } 10\text{Km } 50\text{m/s}]^T$ et $[5.1\text{Km } 50\text{m/s } 10\text{Km } 50\text{m/s}]^T$.

Scénario Sc2. Afin d'étudier la robustesse des méthodes d'association de données vis-à-vis du risque de confusion lors du croisement, nous considérons deux cibles qui suivent le modèle M1 et une troisième cible qui suit le modèle M2 avec une vitesse de rotation -0.002rd/s inconnue. Celles-ci se croisent au milieu de l'intervalle d'observation. Le bruit sur l'état des deux premières cibles est tel que $Q = (0.1 \text{ m/s}^2)^2 \mathbf{1}_2$ alors que le bruit sur l'état de la cible 3 est tel que $Q = \text{diag}\{0.1^2 \ 0.1^2 \ 0.001^2\}$. Enfin, les états initiaux des cibles sont respectivement $[9.84\text{Km } 44\text{m/s } 17.75\text{Km } 54\text{m/s}]^T$, $[6.3\text{Km } 53\text{m/s } 26.1\text{Km } 38\text{m/s}]^T$ et $[40\text{Km } -45\text{m/s } 8\text{Km } 65\text{m/s } -0.002\text{rd/s}]^T$.

Les résultats obtenus, dans les figures III.4 et III.5, permettent de dégager les remarques suivantes relatives aux architectures centralisée et décentralisée:

- D'une manière générale, l'utilisation de l'architecture centralisée assure des performances de poursuite meilleures que celles obtenues en utilisant l'architecture distribuée. En effet, les REQM des différentes méthodes, obtenues pour l'architecture centralisée sont plus faibles que les REQM obtenues pour le deuxième type d'architecture. Nous retrouvons ici le résultat de [10] relatif aux performances de l'architecture centralisée.
- D'une manière générale, les performances obtenues en termes de REQM, en utilisant les BF sont les meilleures. Nous retrouvons, ainsi, les résultats obtenus

dans la simulation numérique II.7.1.1 et aussi le résultat relatif aux mauvaises performances des NN dans le cas d'un croisement de cibles.

- Globalement, les probabilités d'association obtenues en utilisant les BF sont meilleures que celles obtenues en utilisant les NN quel que soit l'architecture considérée.
- Par ailleurs, dans les situations de croisement, nous préconisons l'utilisation de l'architecture centralisée avec les BF.
- En outre, dans les situations de risque permanent de confusion :
 - les probabilités d'association obtenues, pour la cible du milieu (qui constitue la source de confusion majeures), dans l'architecture centralisée par les BF sont meilleures que celles obtenues dans le deuxième type d'architecture par la même approche.
 - les probabilités d'association obtenues, pour les autres cibles, dans l'architecture centralisée par les BF sont meilleures après convergence que celles obtenues dans l'architecture décentralisée en utilisant les BF.

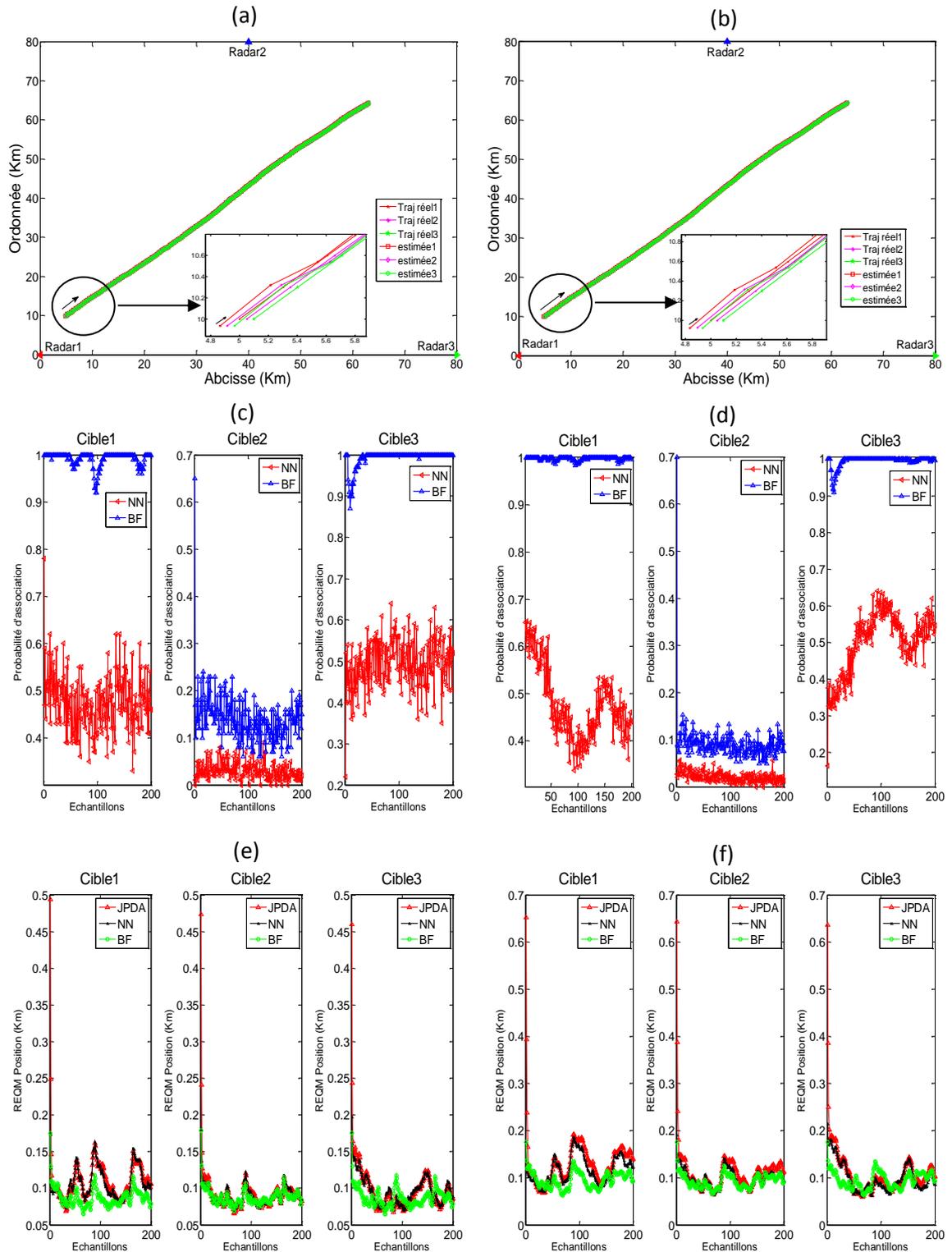


Figure III.4. Poursuite de trois cibles parallèles en mouvement selon MI dans un réseau de capteurs. Architecture de fusion centralisée : (a) trajectoires réels et estimées « BF », (c) probabilité d'association « NN, BF », (e) REQM « JPDA, NN, BF ». Architecture de fusion distribuée : (b) trajectoires réels et estimées « BF », (d) probabilité d'association « NN, BF », (f) REQM « JPDA, NN, BF ».

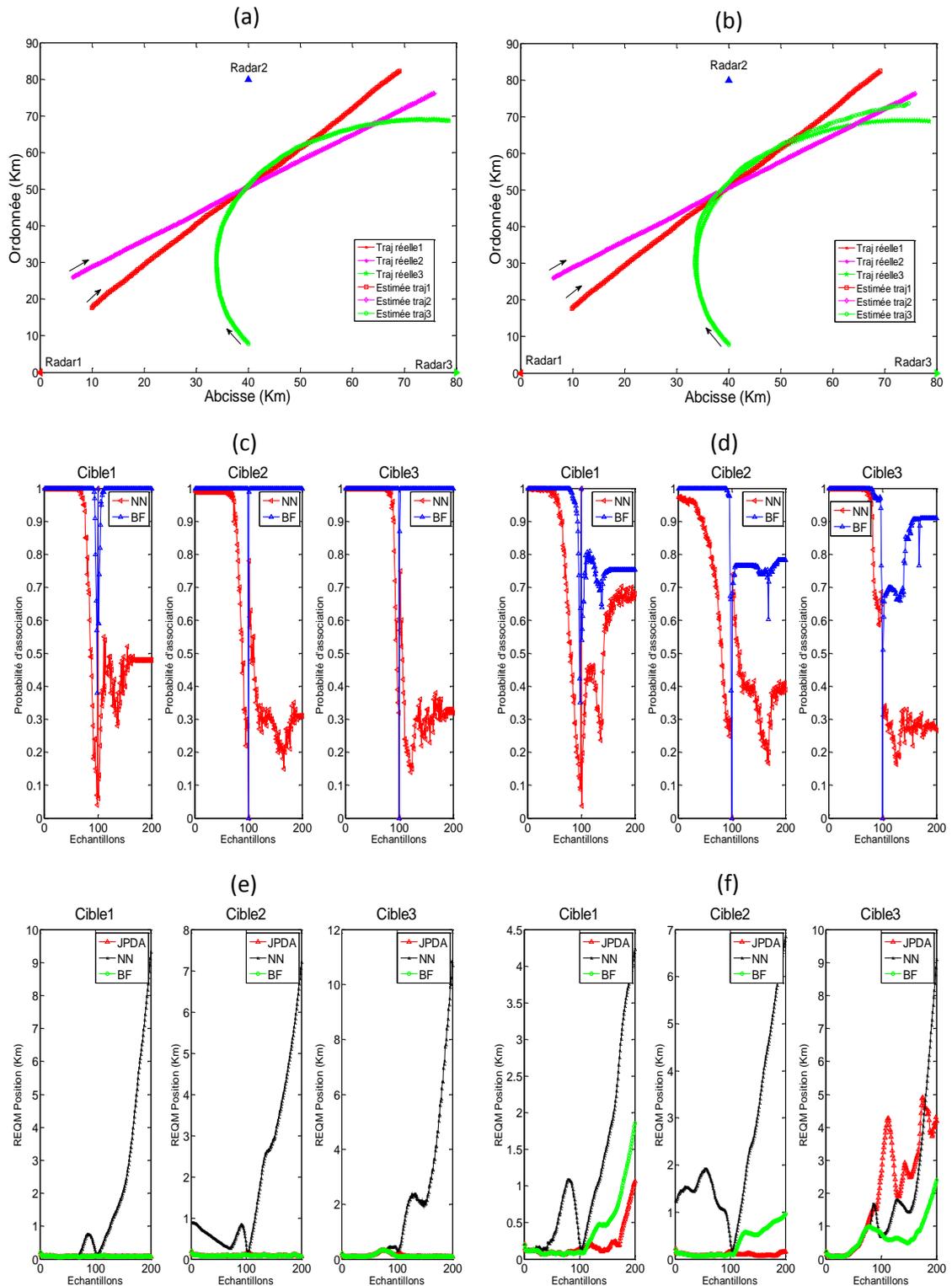


Figure III.5. Poursuite de trois cibles qui se croisent dans un réseau de capteurs. Architecture de fusion centralisée : (a) trajectoires réels et estimées « BF », (c) probabilité d'association « NN, BF », (e) REQM « JPDA, NN, BF ». Architecture de fusion distribuée : (b) trajectoires réels et estimées « BF », (d) probabilité d'association « NN, BF », (f) REQM « JPDA, NN, BF ».

III.4.2 Performances de la poursuite et de la classification de mouvement dans un réseau de capteurs

Afin de comparer les performances de la poursuite et de la classification de mouvement de cibles en utilisant les NN, le JPDA et les BF dans un réseau de capteurs, nous considérons un réseau de trois radars de mêmes caractéristiques situés en (0, 0), (25,80) et (50,0) Km, et les deux scénarios possibles :

- Scénario Sc3 : Trois cibles parallèles avec changement de modèles.
- Scénario Sc4 : Trois cibles se croisent avec changement de modèles.

Par ailleurs, nous considérons que les cibles sont susceptibles de suivre les trois modèles de mouvement présentés précédemment avec une matrice de transition :

$$p = \begin{bmatrix} 0.98 & 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.98 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 & 0.98 \end{bmatrix}.$$

Scénario Sc3. Afin de tester la robustesse des méthodes d'association de données vis-à-vis du risque de confusion permanent (durant tout le trajet), nous considérons le cas de trois cibles parallèles qui suivent le modèle M1 pendant 88 T puis M2 pendant 87 T avec une vitesse de rotation égale à -0.018rd/s inconnue, enfin selon M3 pendant 25 T avec une accélération égale à 0.8m/s² identique sur les deux axes. Dans chaque phase de mouvement, le bruit sur l'état est caractérisé par une matrice de covariance respectivement égale à (0.25 m/s²)² **1**₂, à diag{0.25² 0.25² 0.0093²}, et à (0.25 m/s²)² **1**₂. Enfin, les états initiaux des cibles sont respectivement : “[5Km 60m/s 0m/s² 70Km -80m/s 0m/s² Ord/s]^T, [5.05Km 60m/s 0m/s² 70Km -80m/s 0m/s² Ord/s]^T et [5.1Km 60m/s 0m/s² 70Km -80m/s 0m/s² Ord/s]^T”.

Scénario Sc4. Dans le but de tester la robustesse des méthodes d'association de données vis-à-vis du risque de confusion lors du croisement, nous considérons trois cibles en mouvement selon M1 pendant 88 T, puis selon M2 pendant 87 T avec une vitesse de rotation égale à -0.018rd/s a priori inconnue, puis selon M3 pendant 25 T avec une accélération égale à 0.8m/s² identique sur les deux axes. Celles-ci se croisent à l'instant 50 T. Dans chaque phase de mouvement, le bruit sur l'état est caractérisé par une matrice de covariance respectivement égale à (0.25 m/s²)² **1**₂, à diag{0.25² 0.25² 0.0093²}, et à (0.25 m/s²)² **1**₂. Enfin, les états initiaux des cibles sont :

“[5Km 60m/s 0m/s² 70Km -80m/s 0m/s² Ord/s]^T, [5.82Km 59m/s 0m/s² 73.34Km -84m/s 0m/s² Ord/s]^T et [8.7Km 38m/s 0m/s² 75.33Km -92m/s 0m/s² Ord/s]^T”.

Les résultats obtenus, dans les figures de l'III.6 à l'III.9, permettent de dégager les remarques suivantes :

- d'une manière générale, les performances obtenues, en termes de REQМ, en utilisant les BF sont les plus satisfaisantes quel que soit le scénario considéré. Par ailleurs, l'architecture centralisée, en utilisant les techniques précédentes, fait preuve de robustesse vis-à-vis des changements de modèles contrairement à l'architecture décentralisée. Ceci apparaît clairement aux instants de changements de modèles. En effet, contrairement à l'architecture centralisée, les REQМ obtenues avec l'architecture décentralisée augmentent instantanément (aux changements de modèles) puis se mettent à diminuer. Enfin, il est important de souligner que l'utilisation des deux architectures a permis de diminuer sensiblement les REQМ.
- Pour le scénario Sc3, nous remarquons que les NN présentent, contrairement au cas d'un seul capteur, une légère supériorité par rapport aux BF en termes de probabilité d'association sauf pour la cible du milieu pour laquelle une légère préférence est accordée aux BF. Par ailleurs, nous constatons que l'architecture décentralisée présente des résultats plus stables (moins fluctuants) que ceux obtenus avec l'architecture centralisée et ce en raison de la méthode de fusion utilisée. A présent, pour le scénario Sc4, la qualité de l'association obtenue par les BF est meilleure à celle obtenue par les NN. En outre, pour le même scénario, nous constatons que l'architecture centralisée présente de meilleurs résultats que ceux obtenus avec l'architecture décentralisée. Enfin, nous nous apercevons que l'utilisation de l'architecture centralisée permet une convergence beaucoup plus rapide qu'en utilisant un seul capteur. Par conséquent, au vu des résultats obtenus dans les deux scénarios, l'utilisation du réseau de capteurs précédent ne permet pas toujours d'améliorer la probabilité d'association.
- D'une manière générale, les performances de classification des modèles sont meilleures en utilisant l'architecture décentralisée quoiqu'une légère préférence soit accordée à l'architecture centralisée pour la rapidité d'obtention des modèles.

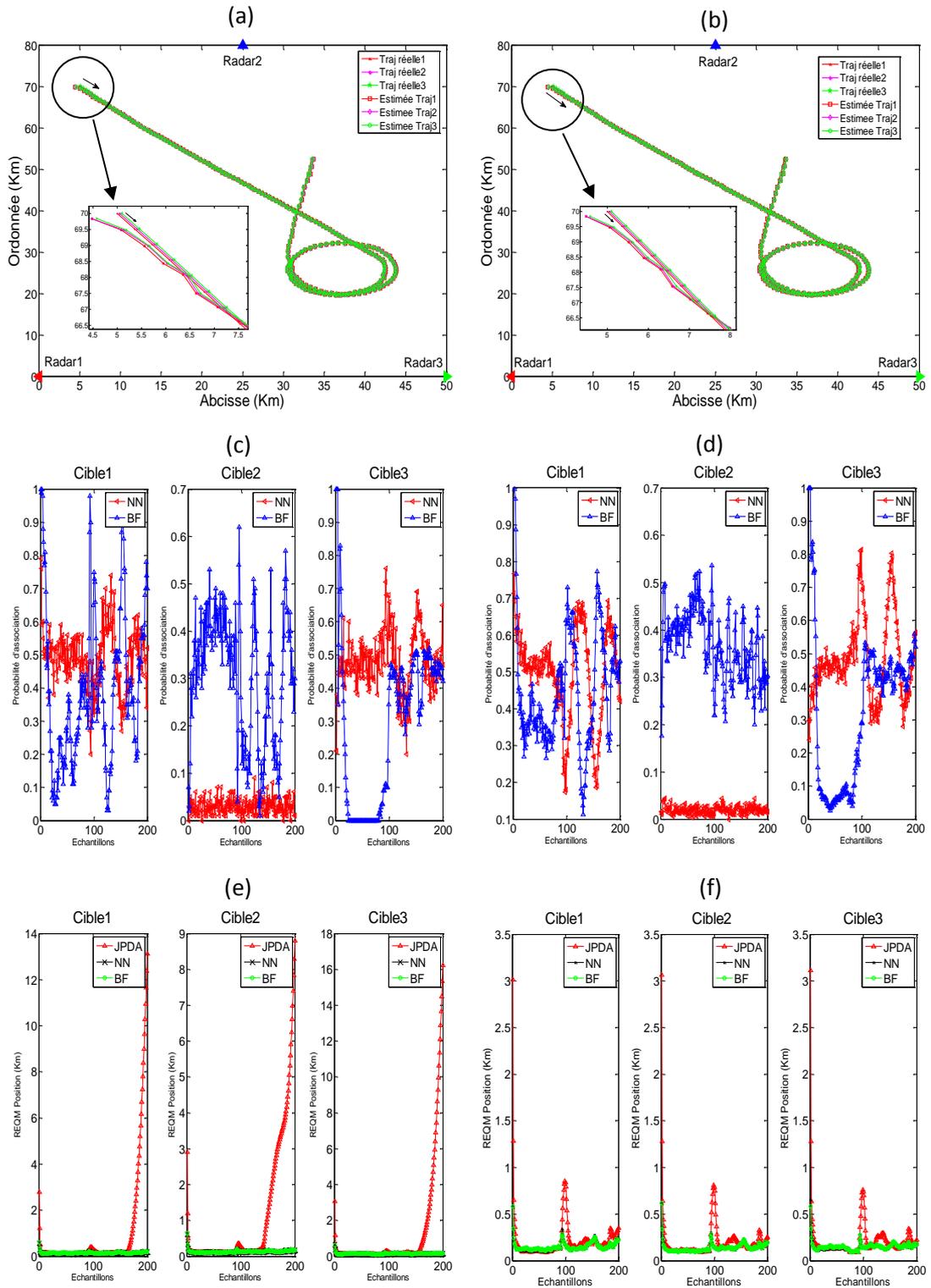


Figure III.6. Poursuite de trois cibles parallèles et manœuvrantes dans un réseau de capteurs. Architecture de fusion centralisée : (a) trajectoires réels et estimées « BF », (c) probabilité d'association « NN, BF », (e) REQM « JPDA, NN, BF ». Architecture de fusion distribuée : (b) trajectoires réels et estimées « BF », (d) probabilité d'association « NN, BF », (f) REQM « JPDA, NN, BF ».

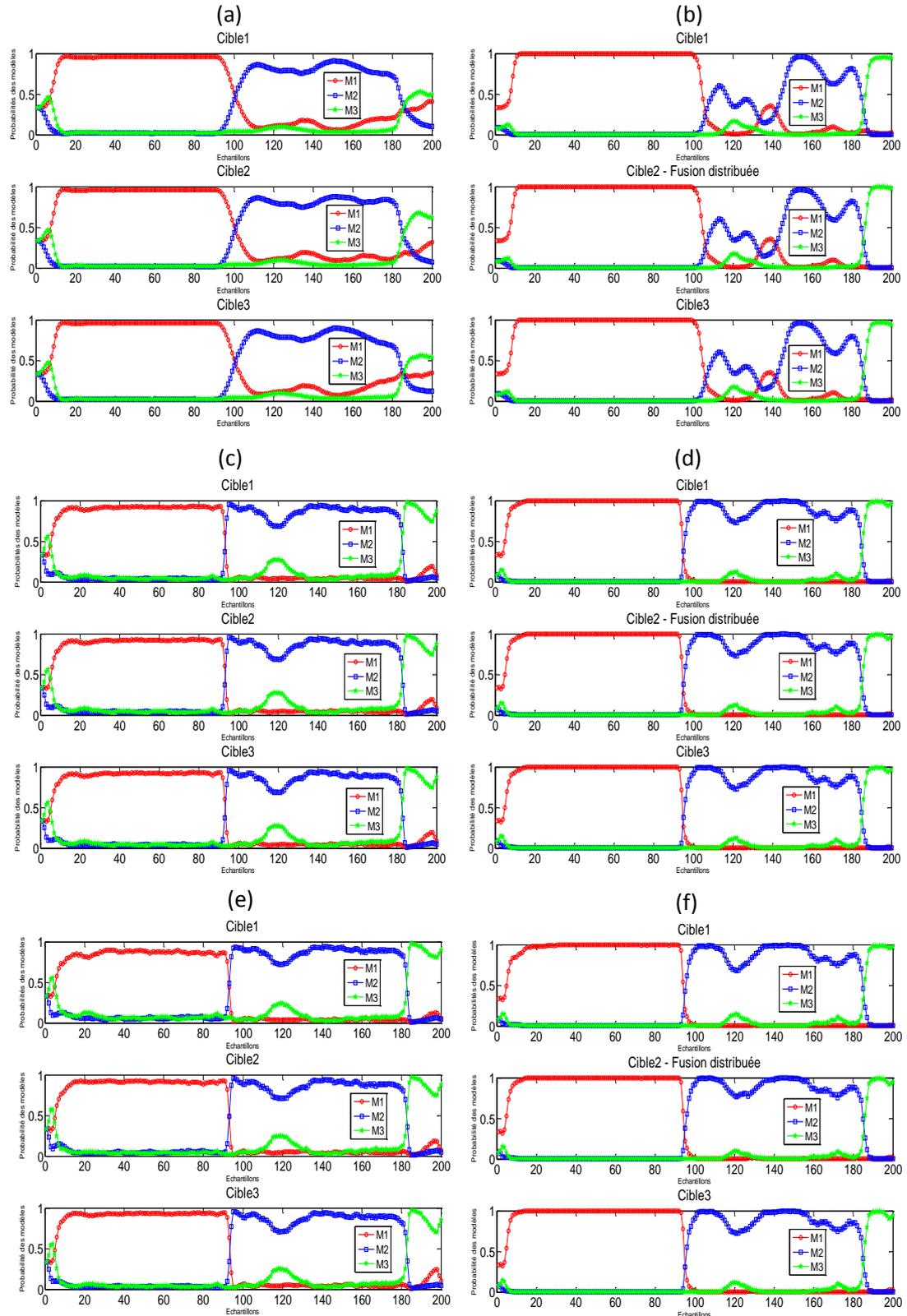


Figure III.7. Probabilités de classification de trois cibles parallèles et manœuvrant dans un réseau de capteurs. Architecture de fusion centralisée : (a) « JPDA », (c) « NN », (e) « BF ». Architecture de fusion distribuée : (b) « JPDA », (d) « NN », (f) « BF ».

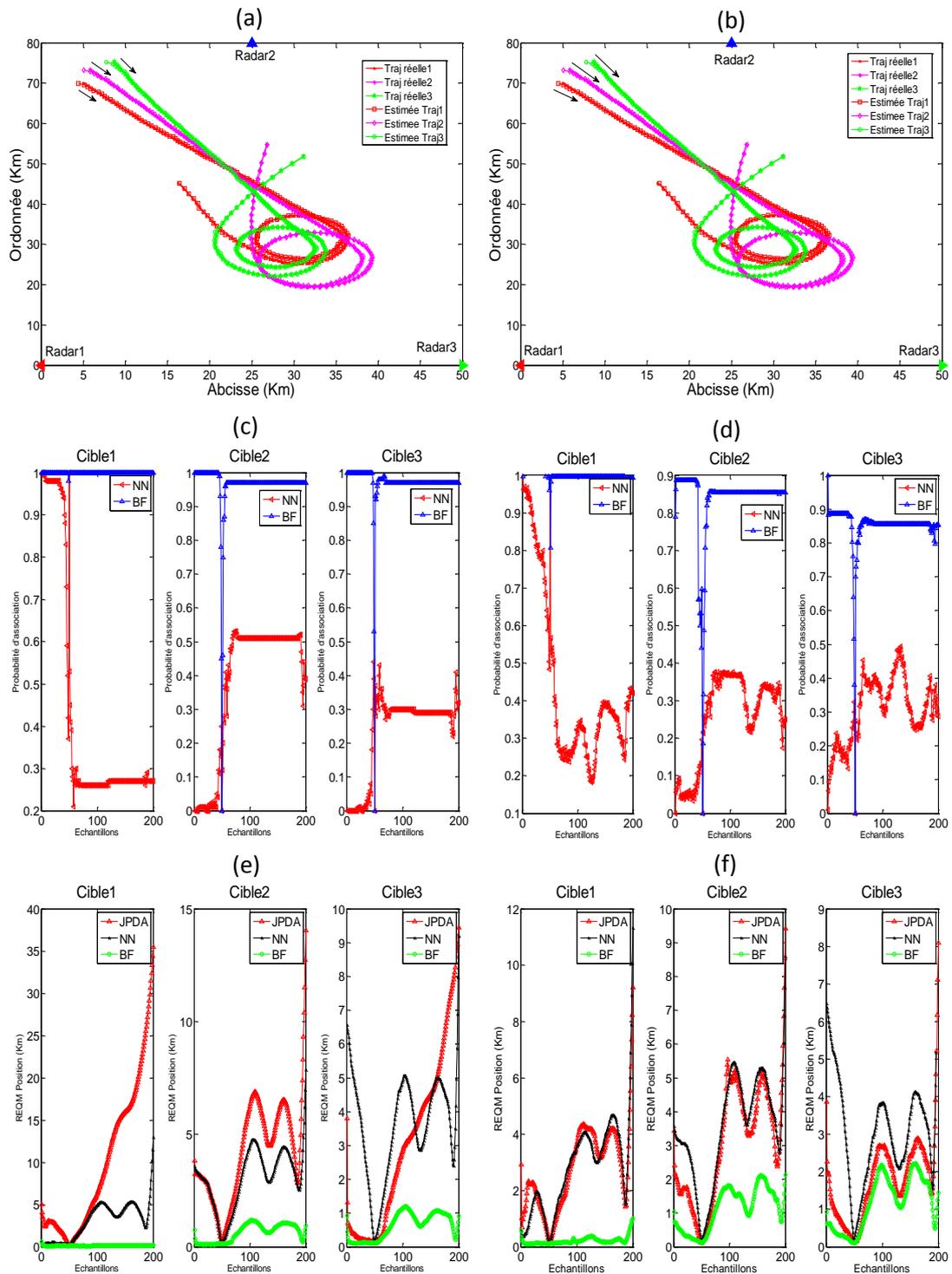


Figure III.8. Poursuite de trois cibles manœuvrant qui se croisent dans un réseau de capteurs. Architecture de fusion centralisée : (a) trajectoires réels et estimées « BF », (c) probabilité d'association « NN, BF », (e) REQM « JPDA, NN, BF ». Architecture de fusion distribuée : (b) trajectoires réels et estimées « BF », (d) probabilité d'association « NN, BF », (f) REQM « JPDA, NN, BF ».

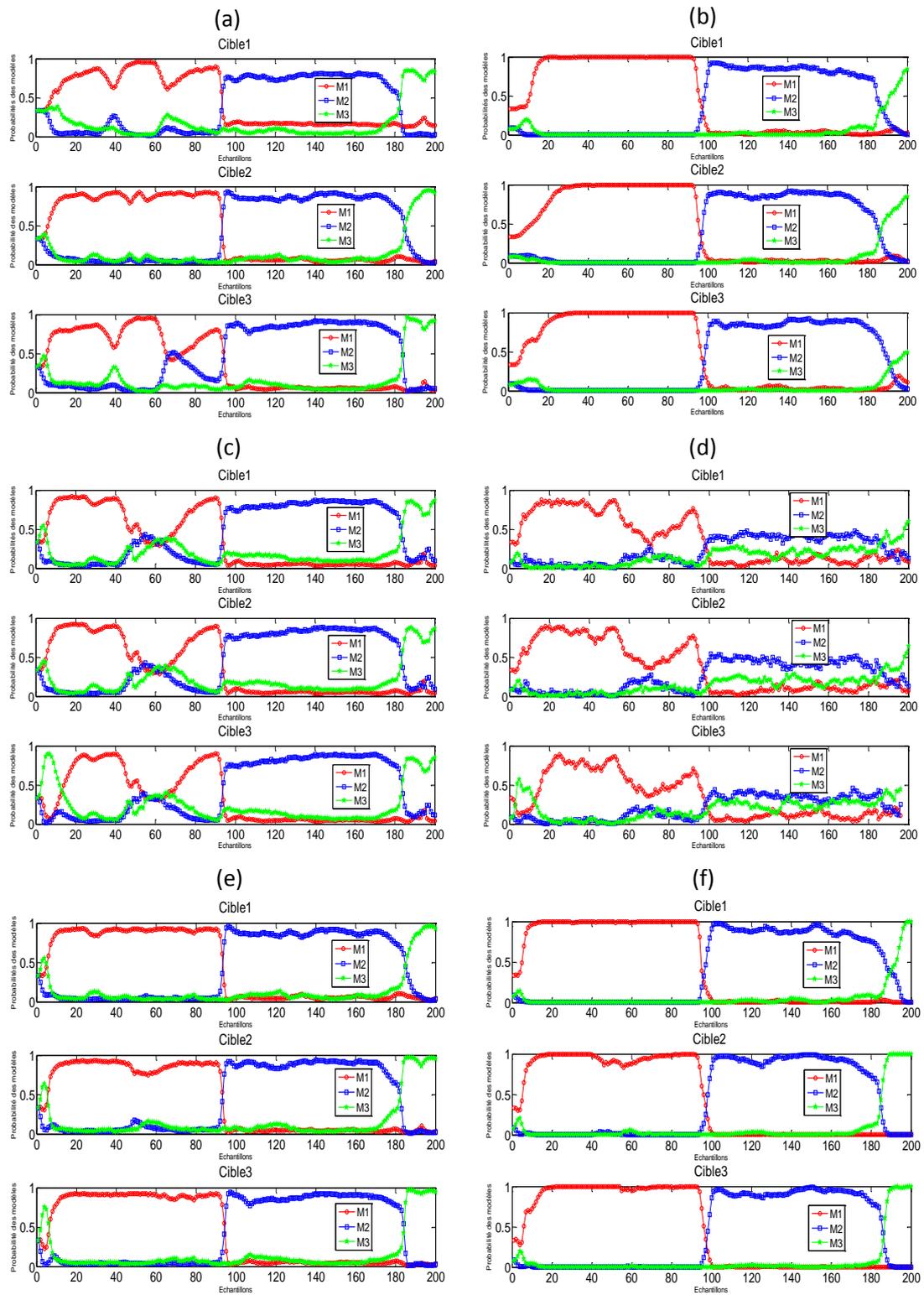


Figure III.1. Probabilités de classification de trois cibles manœuvrant qui se croisent dans un réseau de capteurs. Architecture de fusion centralisée : (a) « JPDA », (c) « NN », (e) « BF ». Architecture de fusion distribuée : (b) « JPDA », (d) « NN », (f) « BF ».

III.5 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons effectué une étude sur la poursuite multi cibles dans un réseau de capteurs qui font appel à la notion de fusion de données. Pour cela, nous avons commencé par donner un aperçu sur les architectures de fusion de données « centralisée et distribuée », puis décrire les équations qui les gèrent, et enfin donner les algorithmes de poursuite et de classification de mouvements dans un réseau de capteurs. Les performances de ces algorithmes ont été analysées par des simulations numériques, et les résultats obtenus montrent :

- La supériorité de l'architecture de fusion centralisée par rapport à l'architecture distribuée, en termes d'association de données et en termes de REQM.
- La supériorité de l'architecture de fusion distribuée par rapport à l'architecture centralisée, en termes de classification de mouvement.
- Les bonnes performances de la méthode d'association de données « BF » par rapport aux méthodes « NN » et « JPDA ».

Le problème de l'association de données dans le cadre de la poursuite multi cibles a été traité par plusieurs approches telles que la théorie bayésienne, la logique floue, les méthodes basées sur le calcul d'une distance (tel que la méthode du plus proche voisin) etc.... Malheureusement lorsque les cibles sont trop proches, donc une grande ignorance lors de l'association de données, les méthodes citées auparavant ne donnent pas des bonnes performances.

Dans ce travail, nous avons proposé une approche originale de la modélisation de connaissances incertaines et imprécises par l'intermédiaire de la théorie des BF. Nous sommes intéressés à l'utilisation de cette théorie pour l'association de données, et faire la poursuite et la classification de mouvements par l'algorithme IMM-EKF avec un seul capteur (ou un réseau de capteurs). Une comparaison de performances en termes de REQM, probabilité d'association et probabilité de classification a été fait entre les méthodes NN, JPDA et BF. Les résultats obtenus mettent essentiellement en évidence les points suivants.

- La méthode BF a de bonnes performances par rapport au NN et JPDA à cause de la considération de l'ignorance.
- La supériorité de la méthode BF dépend fortement de la modélisation des BF.
- Nous pouvons classer :
 - BF, NN puis JPDA en termes de performances d'association et de classification de mouvements pour des cibles parallèles.
 - BF, JPDA puis NN en termes de performances d'association et de classification de mouvements pour des cibles qui se croisent.
- La supériorité de l'architecture de fusion centralisée par rapport à l'architecture distribuée.

Nous proposons pour un travail futur de faire une étude sur les performances de la méthode BF pour traiter :

- L'apparition et la disparition des cibles.
- La présence du Clutter.
- L'implémentation matérielle de la méthode BF pour l'association de données dans le cadre de la poursuite multi cibles.

- [1] A. Mamdouh Abdel Aziz, "New data fusion algorithms for distributed multi-sensor multi-target environments", Doctoral dissertation, Naval Postgraduate School, Monterey-California-USA, September 1999.
- [2] T. Kirubarajan, Y. Bar-Shalom, "Probabilistic data association techniques for target tracking in clutter" IEEE review, vol. 92, issue. 3, march 2004, On page(s): 536 - 557.
- [3] K. Chang, S. Mori, and C.Y Chong, "Performance evaluation of a multiple-hypothesis multi-target tracking algorithm", Proceedings of the 29th IEEE Conference on decision and control, Honolulu, Hawaii-USA, 5-7 December 1990.
- [4] E. LEFEVRE, "Fusion adaptée d'informations conflictuelles dans le cadre de la théorie de l'évidence, application au diagnostic médical", Thèse nouveau doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, Rennes -FRANCE, 22 Novembre 2001.
- [5] E. Mandler and J. Schurman, "Combining the classification results of independent classifiers based on Dempster-Shafer theory of evidence" International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 1988, pages 381-393.
- [6] T. Denoeux, "A neural network classifier based on Dempster-Shafer theory" Systems, Man and Cybernetics review, vol. 30, issue. 2, March 2000, pages 131-150.
- [7] W. B. Luo, B. Caselton, "Using Dempster-Shafer theory to represent climate change", Journal of Environmental Management, vol 49, 1997, 73-93.
- [8] I. Bloch, "Some aspects of Dempster-Shafer evidence theory for classification of multimodality medical images taking partial volume effect into account", Pattern recognition Letters, 17: 905-919, 1996.
- [9] A. Appriou, "Probabilités et incertitude en fusion de données multi-senseurs", Revue Scientifique et Technique de la Défense, 1991, 11: 27 - 40.
- [10] F. Davidson, "Etude comparative des architectures de fusion pour pistage de cibles avec filtres de Kalman", Mémoire présenté pour l'obtention du grade de maître ès sciences (M.Sc.), Faculté des Etudes Supérieures de l'Université Lavai, décembre 1998.
- [11] G. Shafer, "A Mathematical Theory of Evidence", Princeton University Press, Princeton, New Jersey-USA, 1976.
- [12] P. Smets, "The combination of evidence in the transferable belief model" Pattern Analysis and Machine Intelligence review, vol. 12, issue. 5, May 1990, pages 447-458.
- [13] N. Megherbi, S. Ambellouis, O. Colot, F. Cabestaing, "Multimodal data association based on the use of belief functions for multiple target tracking", In 8th International conference on Information Fusion, Philadelphia-USA, 25-28 July 2005 .

- [14] P. Smets, "Resolving misunderstandings about belief functions", *International Journal of Approximate Reasoning*, vol. 6, issue. 3, May 1992, Pages 321-344.
- [15] P. Smets, "Non standard probabilistic and non probabilistic representations of uncertainty", *IPMU'94, 5th International Conference on Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems*, Paris, France, July 4-8 1994, pages 13-38.
- [16] D. Gruyer, "Etude du traitement de données imparfaites pour le suivi multi-objets : Application aux situations routières", PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, 1999.
- [17] T. Denoeux, "A k-nearest neighbour classification rule based on Dempster-Shafer theory" *Systems, Man and Cybernetics review*, vol. 25, issue. 5, May 1995, pages 804-813.
- [18] P. Walley, "Belief function representations of statistical evidence", *The Annals of Statistics*, vol. 15, no. 4, pages 1439-1465, 1987.
- [19] P. Smets, "Bayes theorem generalized for belief functions", *ICAI-86*, vol II, pages 169-171, 1986.
- [20] L. Jang, J. Chao, "An information fusion algorithm for data association in multi target tracking", *Data Fusion Symposium*, Adelaide, SA, Australia, 21-22 Nov 1996.
- [21] X. Li and V. Jilkov, "A survey of manoeuvring target tracking: Dynamic models", *Proceeding of SPIE Conference on Signal Data Processing of Small Targets 2000*, San Diego, CA, USA, July-August 2001.
- [22] A. Farina, P. Lombardo, M. Marsella, "Joint tracking and identification algorithms for multisensor data" *Radar, Sonar and Navigation review*, vol.149, issue. 6, December 2002, pages 271-280.
- [23] Samuel S. Blackman, "Multiple-Target Tracking with Radar Applications", Artech House, 1986.
- [24] R.J. Fitzgerald, "Development of practical PDA logic for multitarget tracking by microprocessor", In *Proceedings of the American Control Conference*, Seattle, Washington-USA, pages 889 - 898, 18-20 June 1986.
- [25] S. CHALLA, G.W. PULFORD, "Joint Target Tracking and Classification Using Radar and ESM Sensors" *Aerospace and Electronic Systems*, vol. 37, issue 3, July 2001, pages 1039-1055.
- [26] A.P. Blom Henk and Y. Bar-Shalom, "The interacting multiple model Algorithm for systems with Markovian Switching Coefficients" *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol.3, issue. 8, August 1988, pages 780-783.

- [27] ROECIOER, J. A. and C. D. McGILLEM, "Comparison of two-sensor tracking methods on state vector fusion and measurement fusion" IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 24, issue. 4, July 1988, pages. 447-449.
- [28] J. ROY, E. BOSSÉ, "Definition of a Performance Evaluation Methodology for Sensor Data Fusion Systems" Defence Research Establishment, Valcartier (QUEBEC), September 1995, pages 82.
- [29] DRUMMOND Oliver E, "Track Fusion With Feedback" Proceedings of SPIE, the International Society for Optical Engineering, vol. 2759, 1996, pages 342-360.
- [30] R. Kennes and P. Smets, "Uncertainty in Artificial Intelligence, chapter Computational aspect of the Möbius transformation", pages 401 416, Elsevier Science Publishers, 1991.
- [31] A. Dallil, A. Ouldali and M. Oussalah, "Data association in multi target tracking using belief functions", SETTIT 2009, Hammamet-Tunisia, 22-26 March 2009.
- [32] Hongshe Dang, Chongzhao Han, "Multi-target Data Association Approach for Vehicle Tracking in Road Situation", In Proceedings of Intelligent Transportation Systems, 8 January 2004.
- [33] P. Fortemps, "Fuzzy sets for modelling and handling imprecision and flexibility", Polytechnic faculty of Mons, Belgium, 1996-1997.
- [34] A. Dallil, M. Oussalah and A. Ouldali, "Evidential data association filter", IPMU 2010, Dortmund-Germany, June 28 - July 2, 2010.
- [35] Y. Bar-Shalom, T. E. Fortmann, "Tracking and Data Association", Academic Press, 1988.
- [36] A. Farina, F. A. Studer, "Radar Data Processing: advanced topics and applications", Vol.I and II, Research Studies Press, 1986.
- [37] Y. Lemeret, E. Lefevre, Daniel Jolly, "Improvement of an association algorithm for obstacle tracking", Elsevier B.V, Information fusion 9 (2008), pages 234-245.
- [38] D. Miloud, "Poursuite et classification de cibles dans un réseau de capteurs", Mémoire magister, Ecole Militaire Polytechnique – Alger - Algérie, 17 février 2009.

A. COMBINAISON DES FONCTIONS DE CROYANCE

Soit $\Omega_p = \{X_1, X_2, \dots, X_{NbP}\}$ et $\Omega_a = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_{NbK}\}$ respectivement l'ensemble des observations prédites des cibles et des observations reçues à un instant donné [37].

Notons :

- $X_i R Y_j$: l'hypothèse d'association de la cible i avec l'observation j ,
- $\overline{X_i R Y_j}$: l'hypothèse du non association de la cible i avec l'observation j ,

Notre cadre de discernement est : $\Omega_{i,j} = \{X_i R Y_j, \overline{X_i R Y_j}\}$.

Nous supposons que $\Omega_{i,j}$ est exhaustif et que ses hypothèses sont exclusif (monde fermé).

L'ensemble de sous-ensembles de l'ensemble $\Omega_{i,j}$ est : $2^{\Omega_{i,j}} = \{\{X_i R Y_j\}, \{\overline{X_i R Y_j}\}, \Omega_{i,j}, \emptyset\}$.

Nous assignons une masse de croyance à chaque élément de l'ensemble $2^{\Omega_{i,j}}$, donc nous aurons :

- $m_{i,j}(X_i R Y_j)$: masse d'association de la cible i avec l'observation j ,
- $m_{i,j}(\overline{X_i R Y_j})$: masse du non association de la cible i avec l'observation j ,
- $m_{i,j}(\Omega_{i,j})$: masse d'ignorance d'association de la cible i avec l'observation j ,
- $m_{i,j}(\emptyset) = 0$: masse d'association et du non association de la cible i avec l'observation j .

Soient les considérations suivantes :

- A. nos sources d'information sont les observations prédites des cibles,
- B. nos sources d'information sont les observations reçues.

A partir de la considération « A », nous définissons :

- $m_{i..}(X_i R Y_j)$: masse d'association de la cible i avec l'observation j après combinaison,
- $m_{i..}(X_i R *)$: masse du non association de la cible i avec les observations reçues après combinaison,
- $m_{i..}(\Omega_{i..})$: masse d'ignorance d'association de la cible i avec les observations reçues après combinaison,
- $K_{i..}$: conflit d'association de la cible i avec les observations reçues.

A partir de la considération « B », nous définissons [37] :

- $m_{.,j}(X_iRY_j)$: masse d'association de l'observation j avec la cible i après combinaison,
- $m_{.,j}(Y_jR^*)$: masse du non association de l'observation j avec les cibles existantes après combinaison,
- $m_{.,j}(\Omega_{.,j})$: masse d'ignorance d'association de l'observation j avec les cibles existantes après combinaison,
- $K_{.,j}$: conflit d'association de l'observation j avec les cibles existantes.

1. Règle de combinaison classique

A partir de la considération « A », nous aurons [37] :

$$m_{i..}(X_iRY_j) = invK_{i..} \cdot m_{i,j}(X_iRY_j) \cdot \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{NbK} (1 - m_{i,k}(X_iRY_k)) \quad (\text{A.1})$$

$$m_{i..}(X_iR^*) = invK_{i..} \cdot \prod_{j=1}^{NbK} m_{i,j}(\overline{X_iRY_j}) \quad (\text{A.2})$$

$$m_{i..}(\Omega_{i..}) = invK_{i..} \cdot \left[\prod_{j=1}^{NbK} (m_{i,j}(\Omega_{i,j}) + m_{i,j}(\overline{X_iRY_j})) - \prod_{j=1}^{NbK} m_{i,j}(\overline{X_iRY_j}) \right] \quad (\text{A.3})$$

$$invK_{i..} = \frac{1}{1 - K_{i..}} = \frac{1}{\left(\prod_{j=1}^{NbK} (1 - m_{i,j}(X_iRY_j)) \right) \left(1 + \sum_{j=1}^{NbK} \left(\frac{m_{i,j}(X_iRY_j)}{1 - m_{i,j}(X_iRY_j)} \right) \right)} \quad (\text{A.4})$$

A partir de la considération « B », nous aurons :

$$m_{.,j}(Y_jRX_i) = invK_{.,j} \cdot m_{i,j}(X_iRY_j) \cdot \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{NbP} (1 - m_{k,j}(X_kRY_j)) \quad (\text{A.5})$$

$$m_{.,j}(Y_jR^*) = invK_{.,j} \cdot \prod_{i=1}^{NbP} m_{i,j}(\overline{X_iRY_j}) \quad (\text{A.6})$$

$$m_{.,j}(\Omega_{.,j}) = invK_{.,j} \cdot \left[\prod_{i=1}^{NbP} (m_{i,j}(\Omega_{i,j}) + m_{i,j}(\overline{X_iRY_j})) - \prod_{i=1}^{NbP} m_{i,j}(\overline{X_iRY_j}) \right] \quad (\text{A.7})$$

$$invK_{.,j} = \frac{1}{1 - K_{.,j}} = \frac{1}{\left(\prod_{i=1}^{NbP} (1 - m_{i,j}(X_iRY_j)) \right) \left(1 + \sum_{i=1}^{NbP} \left(\frac{m_{i,j}(X_iRY_j)}{1 - m_{i,j}(X_iRY_j)} \right) \right)} \quad (\text{A.8})$$

La masse $m_{i..}(X_iR^*)$ indique que la $i^{\text{ème}}$ cible peut être disparue (masquée par une autre objet, hors porté, etc...), et la masse $m_{.,j}(Y_jR^*)$ signifie qu'une nouvelle cible peut être apparu

à partir de la $j^{\text{ème}}$ observation reçue. Si $m_{i..}(X_i R^*)$ ou $m_{..j}(Y_j R^*)$ est non nul, donc notre cadre de discernement est non exhaustif (monde ouvert).

2. Nouvelle règle de combinaison

La décision obtenue à partir de la considération « A » est quelques fois incompatible avec celle obtenue à partir de la considération « B ». Pour remédier à ce problème, une nouvelle règle de combinaison a été créée [37].

A partir de la considération « A », nous aurons :

$$\begin{aligned}
 m_{i..}(X_i R Y_j) = \text{inv}K_{i..} \cdot & \left[m_{i..j}(X_i R Y_j) \cdot \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{NbK} (1 - m_{i..k}(X_i R Y_k)) \right. \\
 & + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{NbK} \frac{1}{NbK} \cdot m_{i..k}(X_i R Y_k) \cdot \prod_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^{NbK} m_{i..p}(\Omega_{i..}) \\
 & + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{NbK-1} \sum_{\substack{l>k \\ l \neq j}}^{NbK} \frac{1}{NbK-1} \cdot m_{i..k}(X_i R Y_k) \cdot m_{i..l}(X_i R Y_l) \cdot \prod_{\substack{p=1 \\ p \neq k, p \neq l}}^{NbK} m_{i..p}(\Omega_{i..}) \\
 & \left. + \dots + \frac{1}{2} \cdot m_{i..j}(\Omega_{i..}) \prod_{\substack{p=1 \\ p \neq j}}^{NbK} m_{i..p}(X_i R Y_p) \right] \tag{A.9}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_{i..}(X_i R^*) = \text{inv}K_{i..} \cdot & \left[\prod_{j=1}^{NbK} m_{i..j}(X_i R Y_j) \right. \\
 & + \sum_{k=1}^{NbK} \frac{1}{NbK} \cdot m_{i..k}(X_i R Y_k) \cdot \prod_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^{NbK} m_{i..p}(\Omega_{i..}) \\
 & + \sum_{k=1}^{NbK-1} \sum_{l>k}^{NbK} \frac{1}{NbK-1} \cdot m_{i..k}(X_i R Y_k) \cdot m_{i..l}(X_i R Y_l) \cdot \prod_{\substack{p=1 \\ p \neq k, p \neq l}}^{NbK} m_{i..p}(\Omega_{i..}) \\
 & \left. + \dots + \sum_{j=1}^{NbK} \frac{1}{2} \cdot m_{i..j}(\Omega_{i..}) \prod_{\substack{p=1 \\ p \neq j}}^{NbK} m_{i..p}(X_i R Y_p) \right] \tag{A.10}
 \end{aligned}$$

$$m_{i..}(\Omega_{i..}) = \text{inv}K_{i..} \cdot \prod_{j=1}^{NbK} m_{i..j}(\Omega_{i..}) \tag{A.11}$$

$$\text{inv}K_{i..} = \frac{1}{1 - K_{i..}} = \frac{1}{\left(\prod_{j=1}^{NbK} (1 - m_{i..j}(X_i R Y_j)) \right) \left(1 + \sum_{j=1}^{NbK} \left(\frac{m_{i..j}(X_i R Y_j)}{1 - m_{i..j}(X_i R Y_j)} \right) \right)} \tag{A.12}$$

A partir de la considération « B », nous aurons :

$$\begin{aligned}
m_{.,j}(Y_jRX_i) = \text{inv}K_{.,j} \cdot & \left[m_{i,j}(X_iRY_j) \cdot \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{NbP} (1 - m_{k,j}(X_kRY_j)) \right. \\
& + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{NbP} \frac{1}{NbP} \cdot m_{k,j}(\overline{X_kRY_j}) \cdot \prod_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^{NbP} m_{p,j}(\Omega_{.,j}) \\
& + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{NbP-1} \sum_{\substack{l>k \\ l \neq i}}^{NbP} \frac{1}{NbP-1} \cdot m_{k,j}(\overline{X_kRY_j}) \cdot m_{l,j}(\overline{X_lRY_j}) \cdot \prod_{\substack{p=1 \\ p \neq k, p \neq l}}^{NbP} m_{p,j}(\Omega_{.,j}) \\
& \left. + \dots + \frac{1}{2} \cdot m_{i,j}(\Omega_{.,j}) \prod_{\substack{p=1 \\ p \neq i}}^{NbP} m_{p,j}(\overline{X_pRY_j}) \right]
\end{aligned} \tag{A.13}$$

$$\begin{aligned}
m_{.,j}(Y_jR^*) = \text{inv}K_{.,j} \cdot & \left[\prod_{i=1}^{NbP} m_{i,j}(\overline{X_iRY_j}) \right. \\
& + \sum_{k=1}^{NbP} \frac{1}{NbP} \cdot m_{k,j}(\overline{X_kRY_j}) \cdot \prod_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^{NbP} m_{p,j}(\Omega_{.,j}) \\
& + \sum_{k=1}^{NbP-1} \sum_{l>k}^{NbP} \frac{1}{NbP-1} \cdot m_{k,j}(\overline{X_kRY_j}) \cdot m_{l,j}(\overline{X_lRY_j}) \cdot \prod_{\substack{p=1 \\ p \neq k, p \neq l}}^{NbP} m_{p,j}(\Omega_{.,j}) \\
& \left. + \dots + \sum_{i=1}^{NbP} \frac{1}{2} \cdot m_{i,j}(\Omega_{.,j}) \prod_{\substack{p=1 \\ p \neq i}}^{NbP} m_{p,j}(\overline{X_pRY_j}) \right]
\end{aligned} \tag{A.14}$$

$$m_{.,j}(\Omega_{.,j}) = \text{inv}K_{.,j} \cdot \prod_{i=1}^{NbP} m_{i,j}(\Omega_{.,j}) \tag{A.15}$$

$$\text{inv}K_{.,j} = \frac{1}{1 - K_{.,j}} = \frac{1}{\left(\prod_{i=1}^{NbP} (1 - m_{i,j}(X_iRY_j)) \right) \left(1 + \sum_{i=1}^{NbP} \left(\frac{m_{i,j}(X_iRY_j)}{1 - m_{i,j}(X_iRY_j)} \right) \right)} \tag{A.16}$$