

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE DE BLIDA
INSTITUT D'AERONAUTIQUE**



MEMOIRE

**Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en aéronautique
Option : propulsion – structure**

THEME

**SIMULATION NUMERIQUE DU
REFROIDISSEMENT PAR FILM DES AUBES
D'UNE TURBINE**

Etudier par :
HASSANI Mohamed
AISSAOUI Nour eddine

SAÏD Mohamed Promoteur
MEKNASSI Ahmed Co-promoteur

Promotion 2001

A la mémoire de mon très cher père.....

MOH

DEDICACE

Je dédie ce modestes mémoire à tous ce que j'ai de plus cher au monde, que dieu les préserve tous pour moi ;

A toi très chère mère .

A mes sœurs, mes frères, beaux frères, belle sœur, mes neveux et nièces .

Pour toi cher Tika... ..

A Salim A, Moh B, Adel M, Farid R, et leurs familles .

A Lydia B, Patika H, Amel L, Famille Hadji, Khyame, Fayçal et Nacim.

Et sans oublier bien sure Rachid, Samir.

Et les futurs vétérinaires :

Asma (Minouche)... ..

Nawel, Asma, Kenza,et Amel B.

Pour vous futur magister Imad et Amel.

En particulier Mrs Benbalkacem Moh et Hakim.

MOH

I deduce this work to :

My dad

My brothers & sisters

My nices & nephew

All my family

Imad & family

Farid & family

Said & family

Mouh & family

Samir & family

Ahmed & family

Abbas, Aissam, Dalil, Karim, Yacine, Faïçal, Smain, Fakhri, Adel,

Hakim, Kheïro, Alilou, Kamel(s), Kamel(n), Borhan, Benkhada,

Merouane, Benzahia, Aouchiche, Omar...

Sabrina, Leïla, chahra

All my friends of promotion 2001

Nouri

REMERCIEMENT

On remercie en premier lieu Dieu pour son aide durant nos années d'étude et qui nous a donné la foi pour aboutir à ce résultat.

En tenant à exprimer notre reconnaissance à notre promoteur Mr Saïd Med et co-promoteur Mr Meknassi Ahmed, pour leurs suivis et aide précieuses .

Nos vifs remerciements aussi sont destinés aux président et membres de jury présent avec nous, qu'ils ont acceptés de nous honorer par leur présence pour juger ce travail, qui trouvent ici notre fidèle gratitude .

Je remercie.....Tika..... pour avoir me supporter durant ces dernières années et.....

(Moh)

On pourra jamais oublié les aides qu'on a trouvé chez nos proches: Aouchiche Salim, Benzahia Mohamed, Sabegue Farid, Lahouati Imad, pour leurs conseils toujours pertinents .

Ainsi que Boumaaza Reda, Mr Abada, Dalila, Adel, Alilou, Khirou et Hakim, pour leurs remarques bien placer .

On tient à remercier le directeurs et les professeurs de l'institut d'aéronautique, qui on contribuer à notre formation de près ou de loin.

Au x personnels de l'institut discret mes loin d'être négligeable pour leurs aide amicale .

On remercie tout le personnel de la SARL FIMCO.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	01
------------------------------------	-----------

CHAPITRE I : REFROIDISSEMENT PAR FILM

1.1 Introduction	04
1.2 Refroidissement turbines	07
1.2.1 La convection interne	07
1.2.2 Le chemisage	07
1.2.3 Les cavités	08
1.2.4 Les canaux	09
1.2.5 Refroidissement par film protecteur	09
1.3 Domaine d'utilisation du refroidissement par film	10
1.4 Processus du refroidissement par film	10
1.5 L'efficacité du refroidissement par film	11
1.5.1 la technique de transfert de masse	11
1.5.2 la technique de transfert de la chaleur	12
1.6 Les facteurs opérationnels qui affectent l'efficacité de refroidissement	12
1.6.1 Le taux d'injection	12
1.6.2 Le taux de détente	13
1.6.3 L'intensité de turbulence de l'écoulement principal	13
1.6.4 La couche limite	14
1.6.5 La graduation de la pression de l'écoulement principal	14

CHAPITRE II : FORMULATION DU PROBLEME

2.1 Hypothèse de base	16
2.2 Equations de bases	16
2.2.1 Conservation de la masse	17
2.2.2 Conservation de quantité de mouvement	17
2.2.3 Conservation de l'énergie	18
2.3 La turbulence	19

CHAPITRE III : METHODE DE RESOLUTION PAR VOLUME FINIE

3.1 Introduction	22
3.2 Présentation de la méthode des volumes finies	22
3.3 Forme discrète pour un problème a une seule dimension	23
3.3.1 Problème de diffusion a une seul dimension	23
3.3.2 Problème de diffusion a deux dimensions	28
3.3.3 Problème de diffusion a trois dimensions	30
3.4 Résumé du problème de diffusion	31

CHAPITRE IV : PRESNTATION DU CODE DE CALCUL TEAM

4.1 Introduction	33
4.2 Equations gouvernantes	34
4.3 La grille	36
4.4 Dérivation sur les équations a discrétises	37
4.5 Traitement liaison de vitesse et de pression	40
4.6 Conditions aux limites	44
4.7 Schéma de calcul	45
4.8 Guide du programme	45
4.8.1 Structure générale	45
4.8.2 Maillage et arrangement du stockage	46
ORGANIGRAMME	50

CHAPITRE V : RESULTATS ET COMMENTAIRES

5.1 Schéma du modèle	52
5.2 Résultat de calcul pour un cas de donnée (m comme paramètre, $t_{inj}=1600K$, $t_{jet}=273K$)	61
5.2.1 Le champ des vecteurs vitesses	61
5.2.2 Le champ de température	62
5.2.3 Le champ de pression	62
5.2.4 L'influence de la température le long de la plaque	64
5.3 Résultat de calcul pour un cas donnée (α comme paramètre, $\varnothing=0.5$, $m=3$)	68
5.3.1 Le champ des vecteurs vitesses	68
5.3.2 Le champ de température	68
5.3.3 Le champ de pression	69

5.4	Résultat de calcul pour un cas de donnée	
	(\emptyset comme paramètre, $\alpha=90^\circ$, $m=3$)	73
5.4.1	Le champ des vecteurs vitesses	73
5.4.2	Le champ de température	73
5.4.3	Le champ de pression	74

CONCLUSION

ANNEXE

NOMENCLATURE

A_N, A_S, A_E, A_W, A_P : Coefficient du système d'équation algébrique décrite.

E, W, n, s : Faces, Est, Ouest, Nord, Sud du volume de contrôle.

dx : distance axiale entre deux points consécutif du maillage .

dv : volume infinitésimal (m^3) .

F_N, F_S, F_E, F_W : flux convectif à travers les faces n, s, e et w .

P, N, S, W, E : Nœud au centre du volume de contrôle et les nœuds adjacents .

Pe : Nombre de Peclet .

U_i : Vitesse longitudinale moyenne des nœuds est et ouest (m/s) .

U_i^* : Vitesse approchée (m/s) .

U_i' : Convection de la vitesse par l'algorithme simple (m/s) .

P : Pression moyenne (N/cm^2) .

P' : Correction de pression (N/cm^2) .

P^* : Pression approchée (N/m^2)

K : Energie cinétique turbulente (cm^2/s^2)

Re : Nombre de Reynolds .

Y : Coordonnée verticale .

X : Coordonnée verticale .

Φ : Variable générale moyenne de transport .

ϕ : Fluctuation de la variable générale .

S_ϕ : Terme source dans l'équation générale de Φ

S_ϕ : Terme source après décomposition .

S_p : Terme source après décomposition associé à A_p .

ν : Viscosité cinématique (cm^2/s)

μ : Viscosité dynamique ($Kg/m.s$)

ρ : Masse volumique (Kg/m^3)

E : Energie cinétique turbulente (m^2/s^2)

C_μ : Constante de modèle K- ϵ

τ : Contrainte de frottement .

I, J : Indices de position du nœud P

NI : Nombre total de nœud dans la direction x .

NJ : Nombre total de nœud dans la direction y .

U_p, U_E, U_w : Vitesse axiales correspondant au nœuds (I, J), ($I+1, J$), ($I-1, J$)

V_p, U_l, U_w : Vitesse radiale correspondent au nœuds (I, J), ($I, J+1$), ($I, J-1$), ($I+1, J$), ($I-1, J$) .

$\alpha(j), \beta(j), d(j)$: Coefficient dans le système tridiagonal .

σ : Contrainte normale .

Γ_ϕ : Coefficient d'échange turbulent .

C_∞ : Concentration du gaz dans l'écoulement principale .

C_c : Concentration du gaz dans l'injection .

C_{iw} : Concentration du gaz dans la paroi imperméable .

η : Efficacité du film refroidissant.

SIMPLE : Semi Implicite Méthode for Pressure Linkage Equation.

PISO : Pressure Implicite Solutions by splite Operator.

QUICK : Quadratique-Upstream-Weighted-Differencing scheme.

PLDS : Power Law Differencing Schemas.

RESUME :



L'utilisation du refroidissement par film est plus courante dans la conception des turbo-machines, particulièrement dans les turbines à gaz. Il consiste à refroidir les parois internes de la chambre de combustion et les aubes de la turbine de détente à cause des hautes températures qui peuvent atteindre jusqu'à 1800 K.

Le processus de refroidissement par film consiste à injecter de l'air (prélevé du compresseur) à travers des trous de petits diamètres à la rencontre de l'écoulement principal (produit de combustion).

Cet air frais s'aplatit avec la paroi de l'aube de la turbine ce qui donne une couche fine qui la protège des hautes températures.

SUBTRACT :

The utilization of film cooling is much seen in the turbo-machines conception, particularly in gas turbine. It exists to cool the internal obstacles of a chamber of combustion and the turbine blades caused by high temperature which can touch the 1800 K.

The processes of cooling film consist to inject the air (taken for the compressor) by small events meeting the principal flow (combustion's product).

This fresh air flattens with the obstacle of the turbine blade, which gives a small layer protecting the higher temperature .

INTRODUCTION



Introduction générale :

Introduction :

* Les écoulements pariétaux avec injection de fluide ont fait l'objet de nombreux travaux théoriques et expérimentaux. Les résultats de ces études ont permis d'importantes améliorations de systèmes industriels notamment dans les domaines aéronautiques et aérospatiaux.

Le principal domaine d'application est la protection thermique des parois soumises à de fortes contraintes thermiques.

Ces dernières années ont vu le développement de la protection thermique des aubes de turbines des moteurs d'avions.

En effet, malgré les importants progrès réalisés dans les domaines de la métallurgie, la température admissible par les matériaux constituant les aubes ne dépasse pas 1100 K alors que les températures des gaz en entrée de turbine dépassent 1500 K dans les moteurs récents.

Les constructeurs de moteurs ont alors développé des systèmes de refroidissement par convection interne et refroidissement par film pour garantir l'intégrité des matériaux.

Cependant, ce type de protection nécessite une prise en amont de la chambre de combustion (donc "gaspille" d'un point de vue énergétique) de 08 à 10% du débit total dans un réacteur d'avion actuel.

Dans cet optique une simulation numérique de l'écoulement autour d'un profil d'aube d'une turbine de détente superposé à un jet d'air prélevé du compresseur en vue de refroidir l'aube.

L'analyse après étude a permis de mettre en évidence plusieurs paramètres de performance en autres le taux d'injection, le diamètre et l'inclinaison du jet.

Après cette brève introduction, on présente la thèse comme suit :

- Le 1^{er} chapitre est une généralité sur le refroidissement des aubes d'une turbine.
 - Le 2^{ème} chapitre est une formulation du problème, les équations et leurs utilisés sont développés .
 - Le 3^{ème} chapitre présente la méthode des volumes finis adaptée à notre schéma .
 - Le 4^{ème} chapitre est une présentation du code de calcul TEAM.
 - Le 5^{ème} chapitre traite les résultats, un commentaire a été donné .
- on achève l'étude avec une conclusion générale .

CHAPITRE I

Refroidissement par film

injection "Formation du film"

1.1 Introduction :

Le transfert thermique est une science pratique dont les phénomènes de base trouvent leurs sources dans les disciplines aussi variées que la physique des solides, la physique de la matière et la mécanique des fluides.

Le transfert thermique est actuellement répondu a de nombreux domaines scientifiques, techniques et industriels.

Depuis l'apparition des calculateurs très puissants, cette technique ne cesse de se développer ; des améliorations ont été apportées en qualité, en dimension et en coût (une industrialisation de pointe).

Le développement technologique a permet de résoudre des problèmes complexes tel que le problème du confort thermique.

Dans le cadre du refroidissement des turbines fonctionnant a hautes températures la protection des parois par l'injection d'un gaz réfrigérant a été particulièrement étudiée a plusieurs Laboratoires de recherches durant ces dernières années.(fig 1.1)

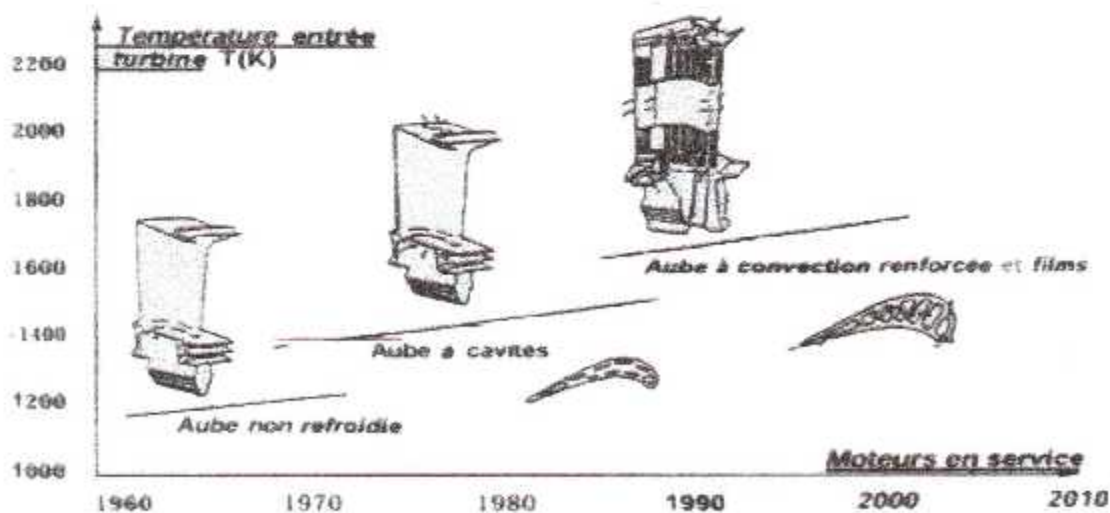


Fig 2 Evolution des technologies de refroidissement (Petot 1997).

Dans tous les cas ,l'injection du gaz réfrigérant s'effectue par des événements pratiqués dans la paroi selon une configuration d'une ou plusieurs rangées [1].

Ce phénomène est illustré dans la figure (1.2) suivante :

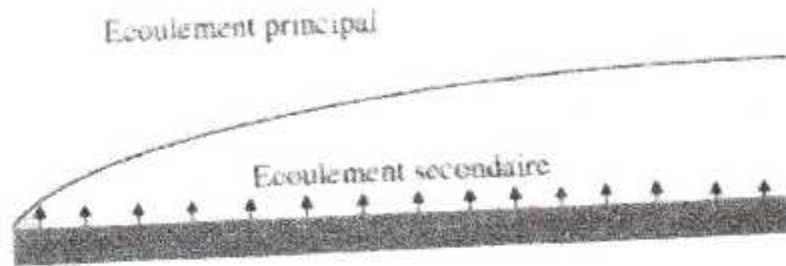


Fig. 1. *Ecoulement pariétal avec injection de fluide.*

L'étude physique du phénomène nécessite des modes de travail complémentaires tel que l'expérimentale et le numérique.

L'expérience est plus détaillée et utilisée depuis des temps mais lorsque les moyens sont disponibles.

L'étude numérique qui s'impose comme une approche intéressante, consiste à résoudre numériquement le modèle mathématique.

L'intérêt de l'étude numérique est d'accélérer la connaissance et de gagner le temps avec l'amélioration de la théorie.

La méthode numérique utilisée est la méthode des volumes finis qui a prouvé son efficacité pour la résolution des problèmes de la M.D.F et du transfert thermique.

L'outil informatique sera suivi par des conditions imposées par l'expérience.

Le problème mathématique est composé de :

- Principe de conservation de :

- * La matière (masse).
- * Quantité de mouvement.
- * L'énergie.

- Les lois de comportement.

- Les lois thermodynamique.

Le problème physique est décrit par :

- Le model mathématique.
- Les conditions initiales.
- Les conditions aux limites.

Le problème numérique est décrit par :

- La transformation du problème continu en un problème discret sur le domaine de la frontière.
 - L'application de la méthode d'approximation.

I.2 Refroidissement turbines :

Le refroidissement des turbines est obtenu par circulation d'air en provenance du compresseur [2]. On distingue deux grands procédés :

I.2.1 La convection interne :

Le refroidissement de la paroi de l'ailette est assuré par échange de calories entre les gaz chauds, extérieurs à la paroi et les gaz frais, circulants à l'intérieur de l'aubage est rejetés au bord de fuite .

Suivant la réalisation du conduit interne permettant la circulation des gaz frais, dont on distingue plusieurs systèmes .

A- LE CHEMISAGE :

Une chemise en tôle est insérée à l'intérieur de la section de l'ailette. cette tôle est percée de petits trous permettant l'air provenant de l'intérieur de la chemise de passer entre celle ci et la paroi de l'aubage.

Cet air est ensuite éjecté sur le bord de fuite de l'ailette .



Fig 1.3 : Chemisage

B- LES CAVITES :



Fig 1.4 : Les Cavités

Ces conduits sont bruts de fonderie est obtenus par moulage, ils sont de fabrication onéreuse .

C- LES CANAUX :

Lorsque les contraintes centrifuges sont trop élevées, les constructeurs préfèrent adopter les canaux qui sont en fait des petites cavités cylindriques implantés sur toute la hauteur de l'aube .

Ces canaux sont généralement obtenus par fonderie de précision .

I.2.2 Refroidissement par film protecteur :

Le refroidissement par film est une technique qui empêche les gaz chauds d'atteindre la paroi, afin de diminuer sa température par une introduction locale d'un gaz froid (ordinairement l'air) à travers des ouvertures uniques ou multiples. La façon dans laquelle le refroidissement enveloppe la surface de la paroi dépend de la :

- Géométrie des trous de l'injection .
- Taux d'injection (taux de dilution) .
- L'angle de l'injection .



Fig 1.5 : Aube d'une turbine récente

C'est le type de refroidissement qui donne actuellement les meilleurs résultats .

1.3 Domaine d'utilisation du refroidissement par film :

L'utilisation du refroidissement par film est plus courant dans la conception des turbomachines et surtout dans les turbines à gaz pour refroidir les parois interne de la chambre de combustion et les aubes de la turbine à cause des hautes températures qui peuvent atteindre jusqu'à 2000 K .

1.4. Processus du refroidissement par film :

Il consiste à injecter de l'air après l'avoir comprimé dans le turbo compresseur, à travers des trous de petits diamètres à la rencontre de l'écoulement principal (motrice). Cet air frais s'aplatit avec la paroi de l'aube de la turbine ce qui donne une couche fine qui la protège des hautes températures [2] (fig 1.6).

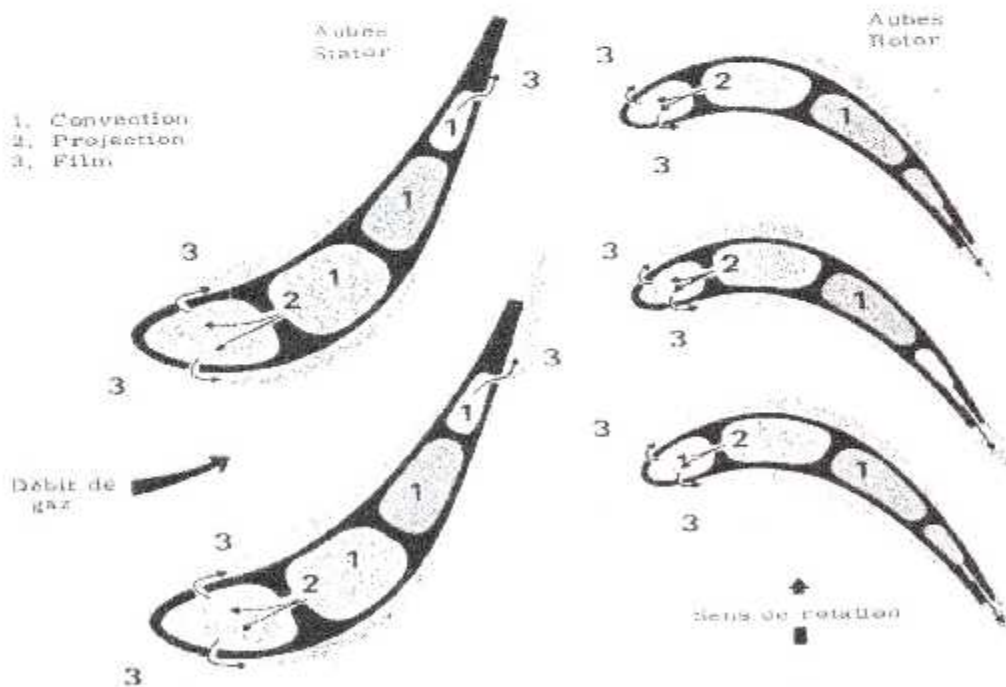


Fig 1.6 : Processus de Refroidissement Par Film

I.5. L'efficacité du refroidissement par film :

Deux techniques majeurs sont utilisées pour étudier le refroidissement par film, ce sont la technique de transfert de masse et la technique de transfert de chaleur .

I-5-1 La technique de transfert de masse :

Elle est adoptée pour les mesures des concentrations adimensionnelles des injections à la surface du mur par l'efficacité du mur défini par :

$$\eta = (C_{iw} - C_{\infty}) / (C_c - C_{\infty}) \quad (1.1)$$

avec :

C_{iw} : concentration du gaz dans la paroi imperméable .

C_{∞} : concentration du gaz dans l'écoulement principal .

C_c : concentration du gaz dans l'injection .

Cette technique est utilisée pour étudier les effets de la variation des paramètres de l'injection tel que :

Le taux d'injection, la géométrie des trous et leurs disposition sur l'efficacité du refroidissement par film [3] .

1-5-2 La technique de transfert de chaleur :

Elle est la plus utilisée par le travail de la recherche dans le monde où la température de mur adiabatique (T_{aw}) a été mesurée et adimensionnée par l'efficacité de refroidissement donnée par :

$$\eta = (T_{aw} - T_{\infty}) / (T_c - T_{\infty}) \quad (1.2)$$

avec :

T_{aw} : température du mur adiabatique .

T_{∞} : température du gaz dans l'écoulement principal .

T_c : température du gaz dans l'injection .

Pour notre travail, on utilise cette dernière .

1-6 Les facteurs opérationnels qui affectent l'efficacité de refroidissement :

1.6.1 Le taux d'injection :

Le refroidissement par film dépend fortement du taux d'injection. plusieurs études essaient de trouver un taux d'injection optimum qui donne l'efficacité de refroidissement maximale [4] .

Le taux d'injection est affecté par d'autre paramètres, il est défini par :

$$m = \rho_c U_c / \rho_a U_a \quad (1.3)$$

avec :

ρ_{∞} : masse volumique de l'écoulement principal (externe) .

U_{∞} : vitesse volumique de l'écoulement principal (externe) .

ρ_c : masse volumique de l'écoulement injecter (interne) .

U_c : vitesse volumique de l'écoulement injecter (interne) .

I.6.2 Le taux de densité :

Le taux de densité est un facteur important parce qu'il affecte le taux d'injection .

Dans les applications pratiques de refroidissement par film pour plusieurs aubes des turbines à gaz modernes, les chercheurs ont adopté la technique de transfert de mass pour les simulations de taux de densité élevé .

I.6.3 L'intensité de turbulence de l'écoulement principal :

Ces facteurs ne peuvent pas être étudiier dans l'isolation des autres facteurs, affectant l'efficacité du film de refroidissement .

L'utilisation de jet turbulent effectuée sur les écoulements libres dépend de l'épaisseur de la couche limite du mélange de l'écoulement principal et de l'injection du flux .

I.6.4 La couche limite :

L'épaisseur de la couche limite a un rôle majeur dans l'accomplissement du refroidissement par film à partir d'une configuration des trous d'angle simple .

La recherche a étudié l'effet de l'épaisseur de la couche limite adimensionnelle (δ/d) sur l'efficacité du refroidissement par film en utilisant la technique de transfert de masse qui a conclu que l'augmentation de l'épaisseur de la couche limite diminue l'efficacité de refroidissement par film et les trous d'injection qui sont en ligne pour les taux d'injection modérés .

I.6.5 La graduation de la pression de l'écoulement principal :

Plusieurs chercheurs travaillent sur l'effet du gradient de pression sur le refroidissement par film et ils ont trouvés que le coefficient de transfert de chaleur dans la présence du gradient de pression de l'écoulement principal est déjà affecté dans le voisinage de l'injection .

Le rapport du coefficient de transfert de chaleur local pour différente température d'injection peut être utilisé pour produire la température de mur adiabatique (T_{aw}) et le coefficient de transfert de chaleur (h_f) avec ces paramètres .

Le flux de chaleur Q est :

$$Q = h_f (T_w - T_{aw}) \quad (1.4)$$

Avec :

T_w : Température du mur actuelle .

CHAPITRE II

Formulation du problème

II.1 Hypothèses de base :

Pour étudier la dynamique de tout système fluide, on doit le décrire mathématiquement (écrire les équations mathématiques).

Nous utilisons, pour résoudre notre problème, les équations de la mécanique de fluide visqueux incompressible : les équations de **NAVIER STOKES** et les équations d'**EULER** [5].

Les hypothèses qui suivent sont utilisés dans notre étude .

- ❖ L'écoulement est permanent, bidimensionnel. *multidimensionnel*
- ❖ L'écoulement est supposé incompressible.
- ❖ Fluide visqueux, newtonien.
- ❖ L'application ne concerne que le cas laminaire.

II-2 Equations de base :

Le modèle mathématique est basé sur les principes de conservation :

- a) Conservation de la masse ou équation de continuité .
- b) Conservation de quantité de mouvement ou d'impulsion .
- c) Conservation de l'énergie dérivant du premier principe de la thermodynamique .

II-2.1 Conservation de la masse :

Elle s'exprime par :

$$\frac{dQ}{dt} + \text{div}_Q \bar{v} = 0 \quad (2.1) \text{ où } \bar{V}(u, v)$$

Avec les hypothèses citées en (2.1) à savoir écoulement incompressible et permanent .

Elle s'écrit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.2)$$

II.2.2 Conservation de quantité de mouvement

Les forces s'exerçant sur un élément de volume dx dy dz et par unité de masse sont :

- 1 . Forces extérieures : \vec{f}
- 2 . Force de Pression normale : $\frac{1}{\rho} \text{grad}P$
- 3 . Forces d'inertie : $-\vec{\gamma}$
- 4 . Forces de viscosité : $\nu \Delta \vec{V}$

La résultante des forces conduit à l'équation d'EULER :

$$\frac{1}{\rho} \text{grad} P = \vec{f} - \vec{\gamma} \quad (2.3)$$

Il suffit d'ajouter à chacune de ces équations les composantes des forces de viscosité par unité de masse, pour avoir les équations de NAVIER STOKES

$$\frac{1}{\rho} \text{grad} P = \vec{f} - \vec{\gamma} + \nu \Delta \vec{V}$$

$$\left. \begin{aligned} u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

II.2.3 Conservation de l'énergie :

Quand notre élément de fluide reçoit de la chaleur et du travail, celle ci s'exprime par l'accroissement de l'énergie interne et de l'énergie cinétique soit :

$$\frac{d}{dt} \iiint_D \left(E + \frac{V^2}{2} \right) dw = \iiint_D (\vec{F} \cdot \vec{V}) dw + \iint_S \vec{T} \cdot \vec{V} \cdot ds + \sum \frac{dQ}{dt} \quad (2.5)$$

E : L'énergie interne par unité de masse (J/Kg)

$\sum \frac{dQ}{dt}$: Puissance calorifique reçue par le domaine (D) par rayonnement et par conduction

$$\rho \frac{V^2}{2} : \text{Energie cinétique .}$$

ρE : Mouvement d'agitation moléculaire

II-3 La turbulence :

- Modèle à deux équations K & ε :

Les équations de NAVIER STOKES permettent théoriquement de simuler directement la turbulence, mais une telle approche reste au stade de recherche. En effet, il faudrait mettre en place un maillage tellement fin que la capacité des plus gros calculateurs serait dépassée.

L'effet de la turbulence est donc pris en compte par l'intermédiaire d'un modèle de turbulence K et ε. [6]

Les équations à résoudre sont :

-1- L'équation de l'énergie cinétique de turbulence :

$$\frac{\partial K}{\partial t} + u \frac{\partial K}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_t}{\sigma_K} \bullet \frac{\partial K}{\partial x} \right) + v_t \frac{\partial U}{\partial Y} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) - \varepsilon \quad (2.6)$$

K : l'énergie cinétique turbulente .

ε : fonction de dissipation .

-2- L'équation du taux de dissipation de l'énergie cinétique de turbulence :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{K} v_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \frac{\partial U}{\partial y} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{K} \quad (2.7)$$

v_t : Viscosité turbulente

$$v_t = C_\mu \cdot (k^2 / \varepsilon) \quad (2.8)$$

$$C_\mu = 0,09$$

$$C_{1\varepsilon} = 1,44$$

$$C_{2\varepsilon} = 1,92$$

$$\sigma_\varepsilon = 1,00$$

$$\sigma_k = 1,30$$

CHAPITRE III

*Méthode de résolution par
volume finie*

III.1 Introduction :

La méthode des volumes finis (M.V.F) peut être trouvée dans la littérature sous différentes appellations :

- Méthode des différences finies intégrées
- Finite Volume Method (F V M)
- Nodal Point Integration (N P I)

Elle permet de résoudre des problèmes formalisés par des équations aux dérivées partielles sur un domaine Ω de frontière Σ .

Le domaine discrétisé est caractérisé par un certain nombre de points $(x, y) \in (\Omega_h \cup \Sigma_h)$, nœuds d'évaluation des fonctions inconnues [7].

III.2- Présentation de la méthode des volumes finis :

C'est une méthode de formulation intégrale des équations au plan local sur chacun des volumes jointifs, appelés volume de contrôle, entourant chaque nœud d'évaluation. Ces volumes de contrôle peuvent être construits de différentes manières.

Une prise en compte correcte des flux transférés à travers la surface de chacun des volumes de contrôle assure bien les principes de conservation.

Sous certaines conditions cette méthode est conservative au plan local.

III.3- Forme discrète pour un problème à une seule dimension :

III.3.1 Problème de diffusion à une seule dimension :

Problème de transport de diffusion pure :

$$\text{div}(\Gamma \text{grad} \phi) + S_\phi = 0 \quad (3.1)$$

La clé de cette méthode réside dans l'intégration suivante :

$$\int_{CV} \text{div}(\Gamma \text{grad} \phi) dv + \int_{CV} S_\phi dv = \int_A \mathbf{n} \times (\Gamma \text{grad} \phi) dA + \int_{CV} S_\phi dv = 0 \quad (3.2)$$

qui permet de transformer une intégrale de volume en une intégrale de surface grâce au théorème de la divergence ou théorème d'OSTROGRADSKI, avec :

A surface enveloppant le volume de contrôle CV.

n vecteur unitaire normal à A .

Dans le cas unidimensionnel, l'équation (3. 1) s'écrit comme suit :

$$\frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) + S = 0 \quad (3.3)$$

Avec :

Γ : coefficient de diffusion.

S : terme source.

Etape 1 : Maillage

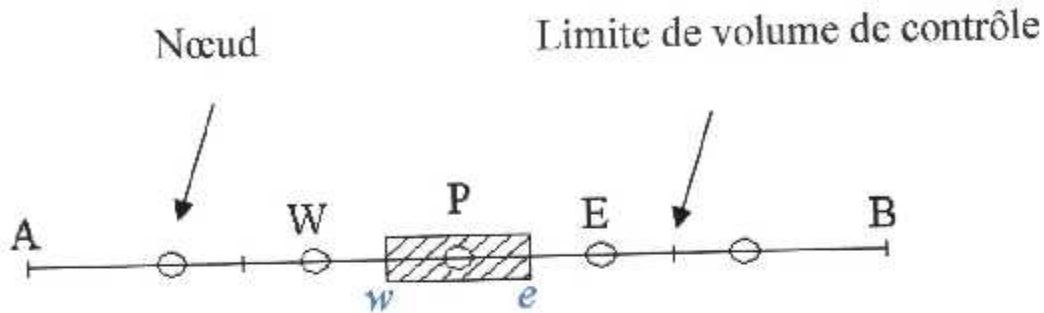


Fig 3.1 : volume de contrôle

La valeur de ϕ aux frontières A et B est maintenue constante [8].

La première étape dans cette méthode est de diviser le domaine de calcul en un nombre fini et discret de volume de contrôle, on dit qu'on génère un maillage. L'opération consiste à définir un certain nombre de nœuds, ensuite les frontières de volume de contrôle est placée exactement au milieu de chaque deux nœuds consécutifs il est commode de s'arranger pour que les facettes des nœuds de frontières coïncident avec les frontières de calcul.

Soit N un entier positif (destiné à tendre vers l'infini).

$$h = \frac{1}{N+1} \text{ un maillage de pas uniforme } h.$$

Sur l'intervalle $[0,1]$ comme étant l'ensemble $\overline{\prod}_b$ des points $x_i = ih \ 0 \leq i \leq N$.

On note \prod_b l'ensemble des $x_i = ih$ avec $0 < i \leq N$.

$C(\Pi_h)$ l'espace vectoriel de dimension N des fonctions à valeurs réelles définies sur Π_h .

$C(\overline{\Pi_h})$ l'espace vectoriel de dimension $N+2$ des fonctions réelles sur Π_h .

L'espace vectoriel $C(\overline{\Pi_h})$ de dimension N , en particulier les trois points consécutifs : x_{i-1}, x_i, x_{i+1} distants de h et les valeurs associées aux fonctions $\Phi_{i-1}, \Phi_i, \Phi_{i+1}$ telles que $\Phi_i = \Phi(x_i)$.

Le segment $[x_o, x_c]$ entourant x_i tel que $x_o \in]x_{i-1}, x_i[$ et $x_c \in]x_i, x_{i+1}[$ (pour 1D et 2D) le terme de volume de contrôle est utilisé pour définir le segment $[x_o, x_c]$.

Système de notation :

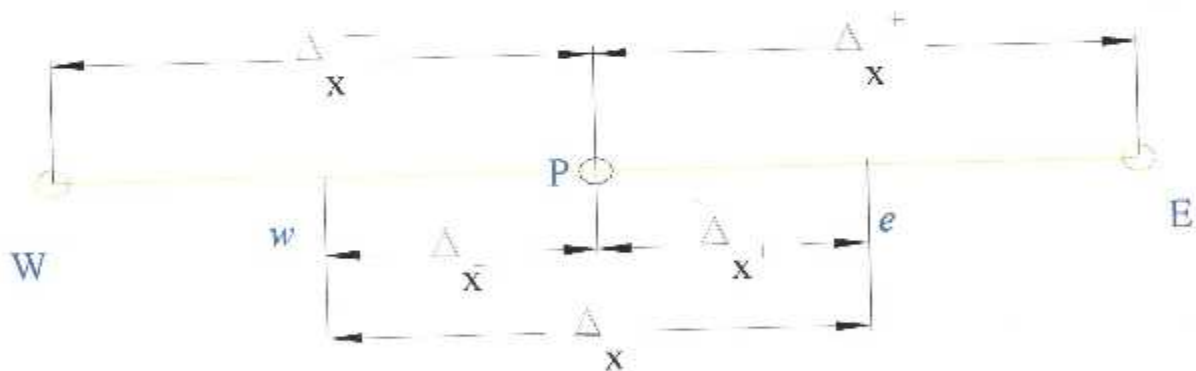


Fig 3.2 : Schématisation du système

Etape2 : Discrétisation

L'intégration de l'équation (3.3) sur le volume de contrôle de centre P donne :

$$\int_{\Delta V} \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) dv + \int_{\Delta V} S dv = \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w + \bar{S} \Delta V = 0 \quad (3.4)$$

Interprétation : (principe de conservation)

- Flux diffusif de ϕ sortant de la facette e.
- Flux diffusif de ϕ entrant de la facette w.
- Production de ϕ dans le CV.

D'après l'équation (3.4), on a besoin d'approximer la valeur de Γ et de $\left(\frac{d\phi}{dx} \right)$ aux facettes "w" et "e" du volume de contrôle CV en fonction des valeurs aux points nodales P, W, et E.

La façon la plus simple de le faire est d'utiliser une approximation linéaire appelée différence centrée, d'où :

$$\Gamma_e = \frac{\Gamma_W + \Gamma_P}{2} \quad (3.5)$$

$$\Gamma_w = \frac{\Gamma_P + \Gamma_E}{2} \quad (3.6)$$

et les termes de diffusion :

$$\left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e = \Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta X^+} \right) \quad (3.7)$$

$$\left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w = \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta X^-} \right) \quad (3.8)$$

Généralement le terme source S peut dépendre de la fonction Φ elle même. Dans telles situations nous écrivons :

$$\bar{S} \Delta V = S_u + S_P \phi_P \quad (3.9)$$

En substitution les équations (3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8) et (3, 9) dans (3, 4), nous obtenons :

$$\left(\Gamma_e A_e \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta X^+} \right) - \left(\Gamma_w A_w \frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta X^-} \right) + (S_u + S_P \phi_P) = 0 \quad (3.10)$$

et après arrangement :

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E + S_u \quad (3.11)$$

où :

$$a_W = \frac{\Gamma_w}{\Delta X^-} A_w, \quad a_E = \frac{\Gamma_e}{\Delta X^+} A_e, \quad a_P = a_W + a_E - S_P$$

Etape 3 : Solution des équations

L'équation (3.11) sera construite pour tous les points nœuds du domaine de calcul. En vue d'incorporer les conditions aux limites, un traitement spécial sera réservé aux nœuds de frontières. Le système d'équations résultant sera un système d'équations algébriques linéaires comportant autant d'inconnus que d'équations et sera résolu par une des différentes méthodes matricielles disponibles.

III.3.2 Problème de diffusion à deux dimensions :

La méthode utilisée précédemment peut facilement être appliquée au cas de phénomènes de transport à deux dimensions. Soit l'équation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S = 0 \quad (3.12)$$

L'intégration de l'équation précédente autour du volume de contrôle de centre P donne :

$$\int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy + \int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy + \int_{\Delta V} S_s dv = 0 \dots\dots\dots(3.13)$$

On utilise les inégalités suivantes $A_e=A_w=\Delta y$ et $A_n=A_s=\Delta x$, on obtient :

$$\left[\Gamma_e A_e \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \Gamma_w A_w \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right] + \left[\Gamma_n A_n \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - \Gamma_s A_s \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] + \bar{S} \Delta V = 0 \dots\dots\dots(3.14)$$

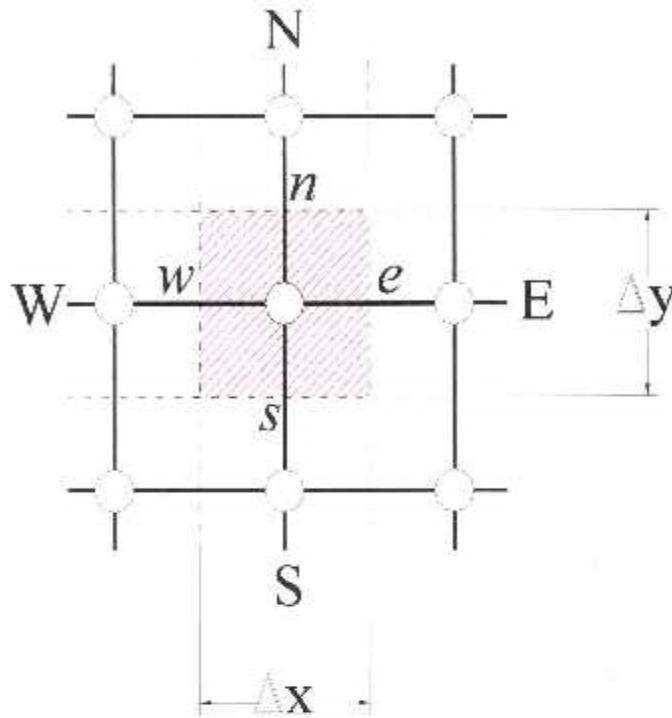


Fig 3.3 : Frontière du volume de contrôle

Comme précédemment cette équation traduit un principe de conservation. En utilisant les mêmes approximations centrées utilisées dans le paragraphe précédent, nous posons :

- Le flux à travers la face Ouest

$$\Gamma_w A_w \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_w = \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta x^-} \right) \quad (3.15a)$$

- Le flux à travers la face Est

$$\Gamma_e A_e \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_e = \Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x^+} \right) \quad (3.15b)$$

- Le flux à travers la face Nord

$$\Gamma_n A_n \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_n = \Gamma_n A_n \left(\frac{\phi_N - \phi_P}{\Delta y^+} \right) \quad (3.15c)$$

- Le flux à travers la face Sud

$$\Gamma_s A_s \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_s = \Gamma_s A_s \left(\frac{\phi_P - \phi_S}{\Delta y^-} \right) \quad (3.15d)$$

Et l'équation (3.14) devient :

$$\Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x^+} \right) - \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta x^-} \right) + \Gamma_n A_n \left(\frac{\phi_N - \phi_P}{\Delta y^+} \right) - \Gamma_s A_s \left(\frac{\phi_P - \phi_S}{\Delta y^-} \right) + \bar{S} \Delta V = 0 \quad (3.16)$$

En linéarisant le terme source comme précédemment et arrangeant l'équation, nous obtenons la forme suivante :

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_S \phi_S + a_N \phi_N + S_u \quad (3.17)$$

$$\left. \begin{aligned} a_W &= \frac{\Gamma_w}{\Delta x^-} A_w & a_E &= \frac{\Gamma_e}{\Delta x^+} A_e \\ a_S &= \frac{\Gamma_s}{\Delta y^-} A_s & a_N &= \frac{\Gamma_n}{\Delta y^+} A_n \\ a_P &= a_W + a_E + a_S + a_N - S_P \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

III.3.3 Problème de diffusion à trois dimensions :

Dans le cas d'un problème 3D, chaque nœud P a six nœuds voisins notés W, E, S, N, B et T. Les six facettes du volume de contrôle sont notées w, e, s, n, b et t respectivement.

L'intégration et la discrétisation de l'équation (3.1) donne :

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_S \phi_S + a_N \phi_N + a_B \phi_B + a_T \phi_T + S_u \quad (3.19)$$

$$\left. \begin{aligned} a_W &= \frac{\Gamma_w}{\Delta x} A_w & a_E &= \frac{\Gamma_e}{\Delta x} A_e \\ a_S &= \frac{\Gamma_s}{\Delta y} A_s & a_N &= \frac{\Gamma_n}{\Delta y} A_n \\ a_T &= \frac{\Gamma_t}{\Delta z} A_t & a_B &= \frac{\Gamma_b}{\Delta z} A_b \\ a_P &= a_W + a_E + a_S + a_N + a_B + a_T - S_P \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

III.4. Résumé du problème de diffusion :

L'équation de diffusion prend la forme générale suivante :

$$a_P \phi_P = \sum a_{nb} \phi_{nb} + S_U \quad (3.21)$$

où le terme de la transformation indique tous les nœuds voisins (nb), le terme source est toujours linéariser suivant la formule $S_u + S_P \phi_P$ et le coefficient du nœud P est exprimé suivant la relation :

$$a_P = \sum a_{nb} - S_P \quad (3.22)$$

Les conditions aux limites sont implémentées par élimination du coefficient de la face considérée et introduction du flux dans les termes sources S_u et S_P .

CHAPITRE IV

*Présentation du code de calcul
TEAM*

IV.1 Introduction:

Durant des années de nouveaux schémas et technique numérique sont apparus pour permettre aux chercheurs d'accélérer leurs recherches et d'apporter des améliorations à la connaissance.

L'un de ces techniques est le code TEAM : un programme basé sur la méthode des volumes finis ou des différences finis pour la simulation des écoulements turbulents bi - dimensionnels stationnaires ; le programme peut-être appliquer sur les surfaces planes et les écoulements axi-symétriques. Quelques améliorations ont été incorporées sur le programme présent pour atteindre une meilleure performance que celle de TEACH qui a été étudié pour la première fois dans l'université d'ARIZONA en janvier 1974, durant dix ans après, TEACH a été utilisé par de nombreux chercheurs.

Le TEAM KE est un programme de différence finis ou volume finis désigné à l'écoulement elliptique bi dimensionnel. Un tel écoulement n'a pas une seule direction prédominante de mouvement.

Le code peut être appliquer à un écoulement plan ou axi symétrique et la limite de l'écoulement peut être une paroi, un plan, l'axe de symétrie ou un entraînement le long de la limite avec la pression statique est généralement connue. La partie délicate dans le code et la pré détermination d'un arrangement de maillage avec une flexibilité considérable qui est offerte quand le maillage est non uniforme. Le TEAM plus performant que le TEACH quand on utilise l'interpolation quadratique (Quick) [9] ou l'interpolation (PLDS) [9] pour la discrétisation des termes convectifs et une résolution très bonne avec le schéma (HYBRID) et en plus le choix d'utiliser un algorithme efficace (PISO) [9] pour la corrélation entre vitesse est pression qui conduit à une bonne convergence. La turbulence est représentée par le modèle $K-\varepsilon$.

IV.2 Equations gouvernantes.

Les équations de conservation stationnaires de la masse mentionnées dans [10] font nature de notre étude .

$$\text{div}(\rho \vec{V} \phi) = \text{div}(\Gamma_{\phi} \text{grad}(\phi)) + S_{\phi} \quad (4.1)$$

pour des surfaces planes ou axi-symétrique l'équation peut être écrite sous la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho' U \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho' V \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(r' \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(r' \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + r' S_{\phi} \quad (4.2)$$

Où x et y (y= r pour le cas axi-symétrique) son des directions des cordonnées; U et V sont les vitesses moyens locales, dans les directions x et y respectivement Γ_{ϕ} et S_{ϕ} sont les coefficients d'échange turbulent et le terme source, respectivement, pour les variables générales ϕ , J=1 pour le cas axi-symétrique et j=0 pour le cas plan.

Le tableau suivant représente les expressions pour Γ_{ϕ} et S_{ϕ} qui surgit quand ϕ reliée à la densité et les paramètres de turbulence K et ϵ .

TABLEAU 4.1 : LES COEFFICIENTS D'ÉCHANGE ET DE SOURCE

Equation	ϕ	$\gamma\phi$	S_ϕ
Densité	1	0	0
x	U	μ_{eff}	$-\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(\mu_{eff} \frac{\partial U}{\partial x}) + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial y}(r^j \mu_{eff} \frac{\partial V}{\partial x})$
y	V	μ_{eff}	$-\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}(\mu_{eff} \frac{\partial U}{\partial y}) + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial y}(r^j \mu_{eff} \frac{\partial V}{\partial y}) - \frac{2j\mu_{eff}V}{r^2}$
Energie Turbulente	K	$\frac{\mu_{eff}}{z_\kappa}$	G-PE $\varepsilon/K(C_1G-C_2PE)$
Dissipation	E	$\frac{\mu_{eff}}{z_\epsilon}$	

$$G = \mu_t \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + j \left(\frac{V}{r} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\}$$

Le modèle de turbulence utiliser ici est le modèle K et ε dans la forme décrite par LANDER et SPALDING [9] La viscosité effective μ_{eff} est calculée par des valeurs locales de l'énergie Cinétique turbulente K et la valeur de dissipation \mathcal{E} .

$$\mu_{eff} = \mu_L + \mu_t = \mu_L + C_\mu \rho \frac{K^2}{\varepsilon} \quad (4.3)$$

Où ρ et μ_l est la densité et la viscosité moléculaire respectivement et μ_{eff} est la viscosité turbulente, les constantes C_1, C_2, C_μ, Z_K sont données dans le tableau suivant

TABLEAU 4.2 : Les valeurs constantes dans le modèle K-ε

C_1	C_2	C_μ	Z_K	Z_K
1.44	1.92	0.09	1.0	1.22

IV.3 Grille:

Il y a deux méthodes différentes pour placer la grille des points et leur volumes élémentaires.

La maille de la grille des points est définie quand les volumes finis suivis par placement du centre des volumes .les deux méthodes sont indiqués quand la maille uniforme est employée .ceci est illustré graphiquement dans la figure 4.1

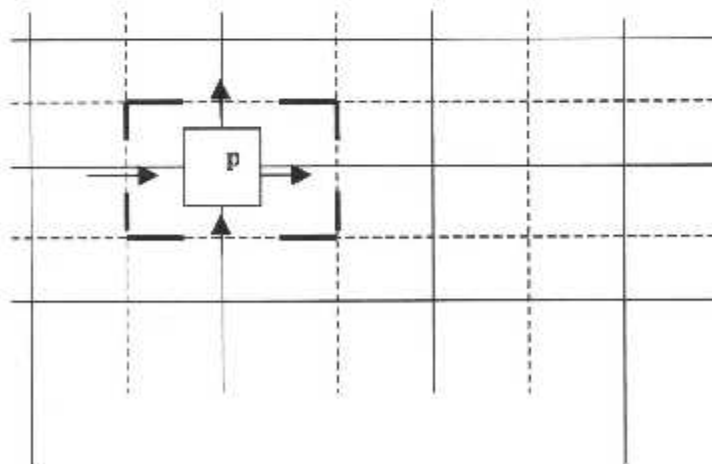


Fig 4.1 : Mailles du Volume de Contrôle

La figure montre qu'un arrangement donné ou bien la location des volumes élémentaires rencontre des lignes discontinues sont complètement différents des nœuds de la maille et les lignes élevées.

IV.4 Dérivation sur les équations à discrétisées:

Nous considérons la variable ϕ et le volume élémentaire contenant ϕ et le nœud p de la figure (4.2). l'équation de l'écoulement est intégrée sur le volume i.e:

$$\iiint \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho r^j u \phi) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho r^j v \phi) - \frac{\partial}{\partial x} \left(r^j \Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(r^j \Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] dy = \iint_{\Gamma} r^j S_n dV \quad (4.4)$$

L'intégrale de volume peut-être exprimée dans des termes d'intégrale de surface .

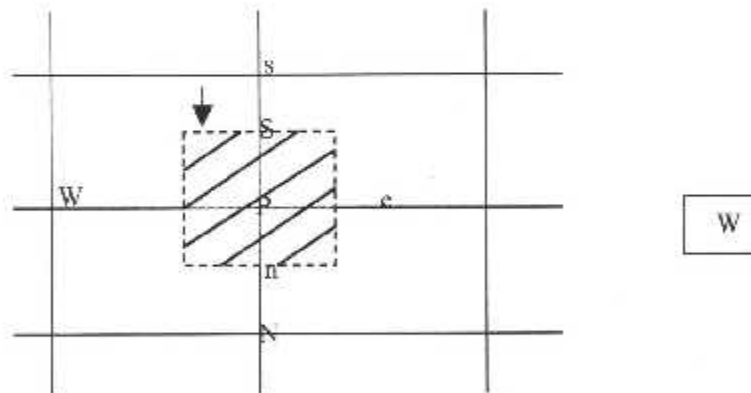


Fig 4.2: Le Volume Élémentaire pour le nœud scalaire P

Où e, w, n, e, indiquent si les quantités correspondantes à la face est, ouest, nord, sud respectivement.

$$F_e = \int_{e'}^{e''} \left(\rho r' U \Phi - \Gamma \phi r' \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dy = (\rho U)_e (r_e' \Delta Y_{ax}) \Phi_e - \frac{\Gamma_{\phi,e}}{\Delta X_{EP}} (r_e' \Delta Y_{ax}) (\Phi_e - \phi_p) \quad (4.5)$$

$$F_n = \int_{n'}^{n''} \left(\rho r' V \Phi - \Gamma \phi r' \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx = (\rho V)_n (r_n' \Delta X_{cy}) \Phi_n - \frac{\Gamma_{\phi,n}}{\Delta y_{NP}} (r_n' \Delta X_{cy}) (\Phi_n - \phi_p) \quad (4.6)$$

F_w =(débit massique dans la face w). (Quantité géométrique).

Φ_w -(diffusion dans la face w). (Quantité géométrique).($\Phi_p - \Phi_w$).

pour une maille uniforme et une vitesse U_w positive PLDS donne:

$$\Phi_w = \Phi_w + \frac{\Phi_p - \Phi_w}{2} \frac{(1 - 0.1 P_{ew})^5}{(1 - 0.05 P_{ew})^5} \quad 0 \leq P_{ew} \leq 10 \quad (4.7)$$

$$\phi_w = \phi_w \quad P_{ew} > 10$$

Et le QUICK donne :

$$\phi_w = \phi_w + \frac{\phi_p - \phi_w}{2} - \frac{1}{8} (\phi_p - 2\phi_w + \phi_{nw}) \quad (4.8)$$

ou
$$P_{ew} = \left(\frac{\rho U \Delta x}{\Gamma_\phi} \right)_w \quad \text{Le nombre de peclet}$$

Aussi les résultat de l'arrangement de l'équation (4.5) on utilisant l'approximation au-dessus .la forme générale de l'équation peut-être écrire aussi :

$$\alpha_p^\phi \Phi_p = \sum_i \alpha_i^\phi \phi_i + \iiint_V r^j S_\phi dv \quad (4.9)$$

$$i = \begin{cases} E, W, N, S & \text{pour PLDS} \\ E, W, N, S, EE, WW, NN, JJ & \text{pour QUICK} \end{cases}$$

Le terme source, $\iiint_V r^j S_\phi dV$ est obtenu on supposant que S_ϕ est uniforme sur le volume élémentaire, la forme discrétisé est toujours représenté dans la forme linéaire :

$$\iiint_V r^j S_\phi dV = S_p^\phi \Phi_p - S_U^\phi \quad (4.10)$$

TABLEAU 4.3 : Le traitement du terme source :

	S_p	0
U	S_U	$\left\langle -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial X} \left(\mu_{eff} \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial y} \left(r^j \mu_{eff} \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right\rangle \cdot VOL$
V	S_p	$\left\langle -j \frac{Z \mu_{eff}}{r^2} \right\rangle \cdot VOL$
	S_U	$\left\langle -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\partial}{\partial X} \left(\mu_{eff} \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial y} \left(r^j \mu_{eff} \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right\rangle \cdot VOL$
K	S_p	$\left\langle -C_\mu \rho^2 \frac{K}{\mu_\tau} \right\rangle \cdot VOL$
	S_U	$\langle G \rangle \cdot VOL$
ϵ	S_p	$\left\langle -C_2 C_\mu \rho^2 \frac{K}{\mu_\tau} \right\rangle \cdot VOL$
	S_U	$\left\langle C_1 C_\mu \frac{\rho K G}{\mu_\tau} \right\rangle \cdot VOL$

La comparaison du tableau (4.2) de source de K - ϵ dans le tableau (4.3) avec celui du tableau (4.1) on voit que (ϵ) a été remplacé par :

$$\mu_t = c_\mu \frac{K^2}{\epsilon} \quad \text{cela est très bénéfique vu que la variation de la viscosité de turbulence}$$

est souvent plus petit que le taux de dissipation de la turbulence, et ainsi le terme source de (K) et (ϵ) , tend à devenir fortement couplé à (K) seul plutôt que les deux (K) et (ϵ) .

IV.5 Traitement liaison de vitesse et de pression :

Pour la simplicité, nous considérons l'écoulement avec des propriétés constants, les résultats de l'équation discrétisée pour U_e comme il est montré dans la figure ci-dessous est:

$$a_e^u u_e = \sum_i a_i^u u_i + (P_P - P_E) \left(r' \Delta y_{ns} \right) \quad (4.11)$$

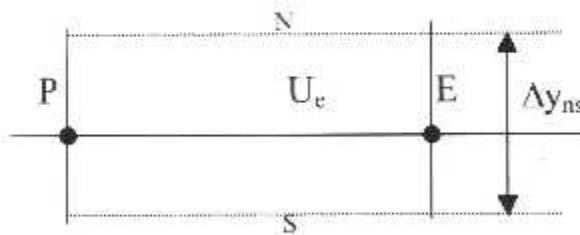


Fig 4.3 : Volume Élémentaire pour U_e

les résultats du champ de vitesse sont obtenus par :

$$a_e^u u_e^* = \sum_i a_i^u u_i^* + (P_P^* - P_E^*) \left(r' \Delta y_{ns} \right) \quad (4.12)$$

supposant que la vitesse correcte et le champ de pression ont été obtenu par l'augmentation de correction .

$$\begin{aligned} U &= U^* + U' \\ V &= V^* + V' \\ P &= P^* + P' \end{aligned} \quad (4.13)$$

Après, on soustraire l'équation (4.12) de l'équation (4.11)

$$a_e'' u_e' = \sum_i a_i'' u_i' + (P_p' - P_E') (r^j \Delta y_{ns}) \quad (4.14)$$

ou

$$U_e' = \frac{\sum_i a_i'' u_i'}{a_e''} + (P_p' - P_E') \frac{(r^j \Delta y_{ns})}{a_e''} \quad (4.15)$$

si nous posant

$$P' = P'_{1} + P'_{2} \quad (4.16)$$

et :

$$D_{e,j} = (r^j \Delta y_{ns}) / a_e'' \quad (4.17)$$

l'équation (4.15) peut-être écrire comme :

$$U_e' = U'_{e,1} + U'_{e,2} \quad (4.18)$$

ou

$$U'_{e,1} = (P'_{P,1} + P'_{E,1}) D_u \quad (4.19)$$

et :

$$U'_{e,2} = \left(\frac{\sum_i a_i'' u_i'}{a_e''} \right) + (P'_{P,2} + P'_{E,2}) D_u \quad (4.20)$$

ainsi la vitesse correcte de la pression peut-être arranger comme:

$$U_e = U_e^* + U'_{e,1} + U'_{e,2} = U_e^{**} + U'_{e,2} \quad (4.21)$$

et
$$P = P^* + P'_1 + P'_2 \quad (4.22)$$

comme premier ordre d'approximation il est de nouveau supposer que $U'_{e,2}$

$$U_e^{**} = U_e^* + (P'_{e,1} - P'_{e,1}) Du \quad (4.23)$$

La discrétisation de l'équation de continuité:

$$[(\rho U)_w - (\rho U)_e] \Delta y + [(\rho V)_s - (\rho V)_n] \Delta x = 0 \quad (4.24)$$

Avec cette décision les résultats de l'équation de continuité dans l'équation pour P'_1 ,
i.e.:

$$a_p^p p_{p,1} = \sum_i a_i^p p_{i,1} + b_1 \quad (4.25)$$

$$b_1 = [(\rho U^*)_w - (\rho U^*)_e] \Delta y + [(\rho V^*)_s - (\rho V^*)_n] \Delta x \quad (4.26)$$

Dans les deux méthodes SIMPLE et PISO, l'équation (4.25) est utilisé pour calculer P'_1 . le champ est calculer à travers l'équation (4.23) bien que la proximation P'_1 équation tend vers l'estimation de la valeur P'_1 . les résultats des corrections de la vitesse correspondent au continuité. la majeure différence entre SIMPLE et PISO lie dans la correction du champ de pression .

Dans SIMPLE seulement P'1 est utilisé à jour le champ de pression la quelle la deuxième correction P'2 est seulement utiliser dans PISO le champ P'2 est obtenue à partir de l'entrée de $U'_{w,2} = 0$ dans l'équation (4.20) et l'équation correspondante pour $U'_{e,2}, V'_{s,2}, V'_{n,2}$ avec :

$$a'_p p'_{p,2} = \sum_i a'_i p'_{i,2} + b_2 \quad (4.27)$$

$$b_2 = p_w \left[\frac{\sum_i a'_i u'_{i,j}}{a'_v} \right]_w \Delta y - p_e \left[\frac{\sum_i a'_i u'_{i,j}}{a'_v} \right]_e \Delta y + p_w \left[\frac{\sum_i a'_i v'_{i,j}}{a'_p} \right]_w \Delta x - p_n \left[\frac{\sum_i a'_i v'_{i,j}}{a'_p} \right]_n \Delta x \quad (4.28)$$

Il y a deux points d'addition , premièrement le coefficient matrice de l'équation P'2 est le même par rapport à l'équation P'1. seulement les sources doivent être remplacées de P'1 à l'équation P'2 .deuxièmement dans l'addition d'un temps d'exécution élevé par itération avec PISO le stockage additionnel est requise pour mettre les coefficient dans l'équation montante donc, il est décidé de prendre deux versions de TEAM avec le choix de version fait par l'utilisateur à travers un peut de changement introduit dans la surface de l'utilisateur du programme cela est discuté dans le chapitre précédant .

Finalement la séquence des opérations pour SIMPLE et PISO est illustré dans le diagramme d'écoulement suivant :

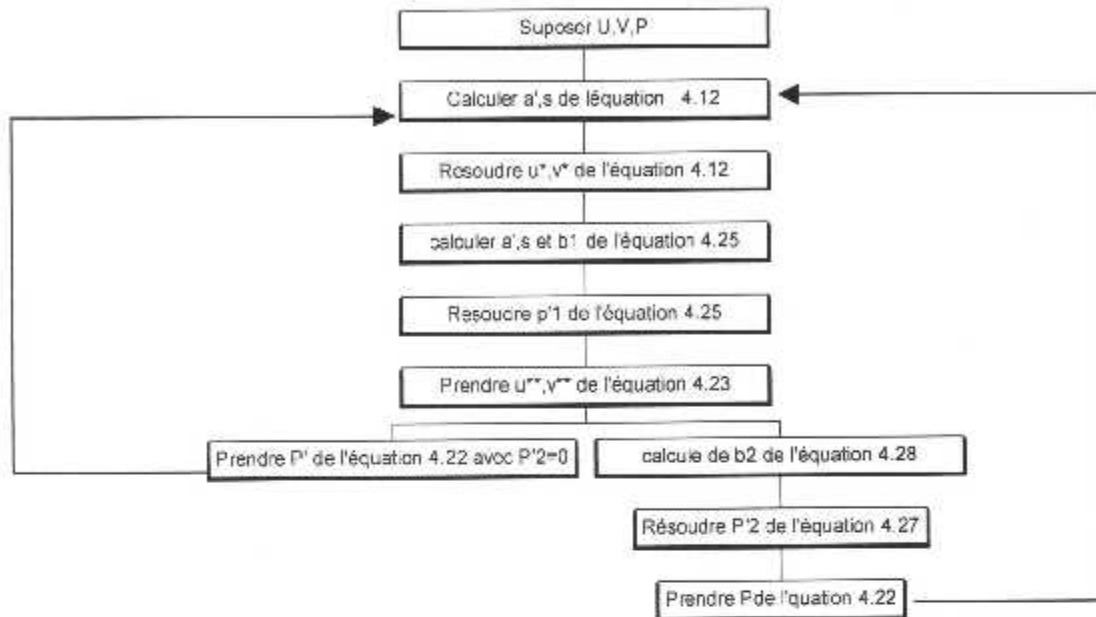


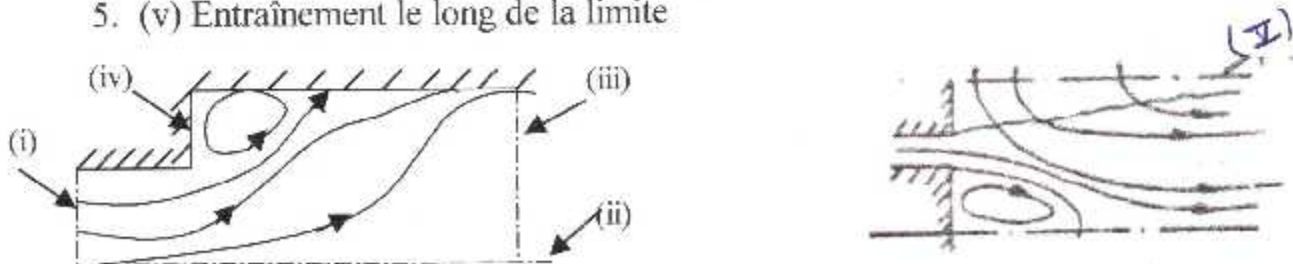
Fig 4.4 : Structure général du SIMPLE et PISO

IV-6 Conditions aux limites :

A cause de la nature elliptique des équations gouvernante, les conditions aux limites sont en principe, exigée tout le long de tous la limite du domaine pour tous les variables dépendantes.

Il y a cinq types de frontières :

1. (i) Fluide entrant
2. (ii) Axe ou plan de symétrie
3. (iii) Fluide sortant
4. (iv) Mur
5. (v) Entraînement le long de la limite



IV-7 Schéma de calcul :

1. Initialisation des variables U^* , V^* , P^* , K^* , ϵ^*
2. Calcul des coefficients effectives de transport
3. Assembler les coefficients de U (équation de temps)
4. Imposer des conditions aux limites par modification des coefficients et des sources
5. Résoudre le champs de vitesse (U) et (V)
6. Résoudre le champs de pression (P^1)
7. Ajuster les vitesses
8. Prendre la valeur de la pression et aller a l'étape 12**SIMPLE**
9. Résoudre pour P^2
PISO
10. Prendre la valeur de la pression
11. Reprendre les étapes a partir de l'étape 3 a l'étape 5, pour K et ϵ
12. Répéter l'étape 2 a 12 jusqu'à ce que le critère spécifique de convergence et atteint

IV.8 Guide du programme:

IV.8.1 Structure générale :

Le TEAM est divisé en deux parties majeurs; la partie USER et la partie générale. La partie USER consiste à deux programmes ; Le programme générale , TEAM et le sous-programme USER, la partie générale consiste à plusieurs de sous-programmes, pour l'équation (CALC'S), le TDMA de résolution (LISOLV).

Le programme(PRINT) est le sous-programme qui produit les quantités géométriques et la communication à travers les sous-programmes sont montrer dans le diagramme d'écoulement .

TEAM est le programme générale qui contrôle les liaisons internes à travers les sous-programmes et la succession des opérations, ceci est fait on suivant une série de sous-programmes CALL reliées aux programme intéressé.

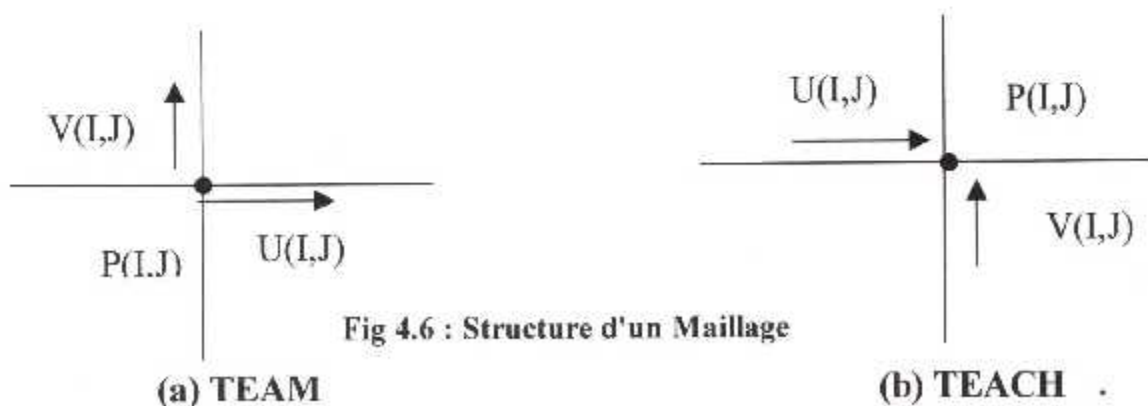
La succession commence avec un appel à SET dans le sous-programme USER pour définir le problème à des variables dépendantes et suivis par deux appelle à GRID et INLET.

Dans le sous-programme USER pour ordonner les volumes de contrôles et les conditions d'entrée respectivement après un appel à OUTPI dans USER à produire la sortic initiale (titre ,information géométrique ,les caractéristiques du fluide ,les conditions initiales,.....etc.), la succession de CALLS à CALL'S dans la partie générale est exécutée. la boucle pour l'exécution de la procédure itérative est nécessaire .Si les équations non linéaires sont traités avec.

Quand les critères de la convergence sont satisfais CALL à OUTP dans USER est produire la sortie finale comme il est indiqué en-avant.

IV.8.2 Maillage et arrangement du stockage :

La position et le classement des vitesses et les scalaires sont montrer dans la figure (4.6) tous les nœuds avec TEAM sous forme d'un enveloppe ont les même indices i et j aux contraire TEACH sous forme enveloppe à était employer dans TEACH .



L'avantage d'employer l'arrangement présent c'est qu'il permet aux indices de toutes les variables pour commencer de 1 sans le besoin des positions avec le TEACH. l'indice U est dirigé vers le sens x et l'indice v est dirigé vers le sens y commence du 2, et l'indice pour n'importe quel échelle commence du 1, cette différence contradiction ne perd pas seulement le stockage de l'ordinateur mais tend vers la confusion des nouvelles information au programme .

Les indices de toutes les variables varient entre 1 et n_i et 1 et n_j dans le sens x et y respectivement , les équations sont résolues dans le champ $2 < i < n_{im} + 1$, $2 < j < n_{jm} + 1$ (où $n_{im} = n_i - 1$).les volumes élémentaires et les quantités géométriques employées dans TEAM sont illustrer dans la fig (4.7) les variables FORTRAN reliées aux dimension de plusieurs cellules sont aussi données .

La figure explique soi même et les utilisateurs vont la trouver un compagnon important l'adaptation du TEAM pour les propre problèmes .

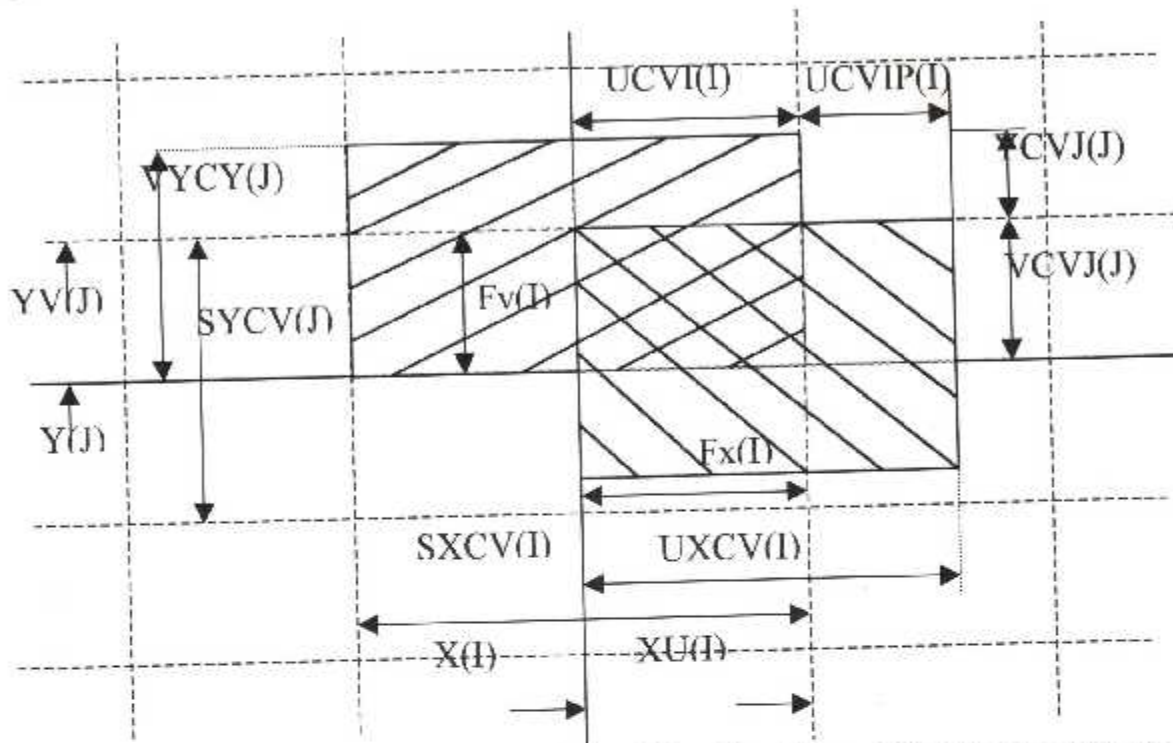


Fig 4.7 : Les Volumes de Contrôle et les Quantités Géométriques

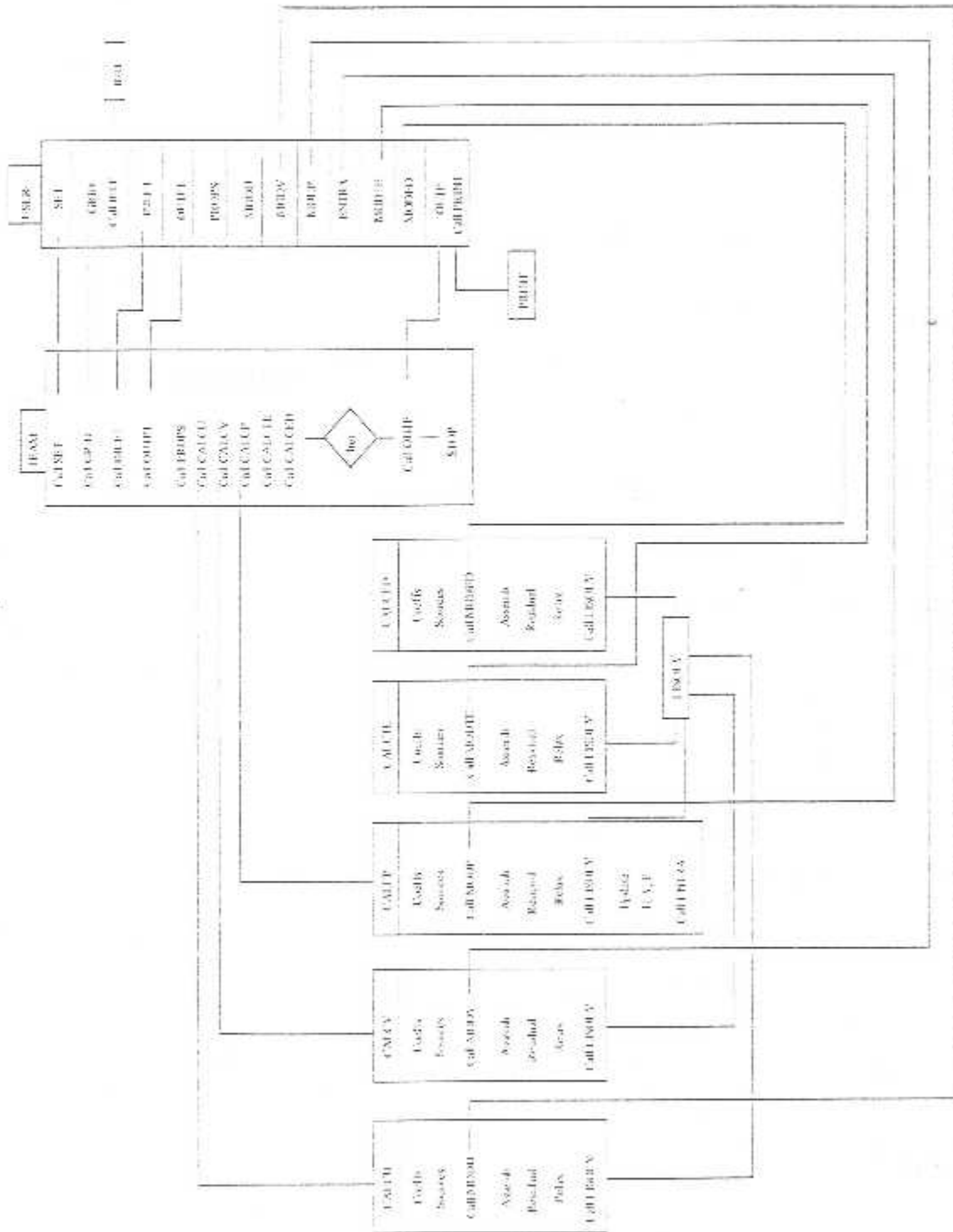
Les quantités $F_x(i)$ et $F_y(j)$ sont des fonctions d'interpolation linéaires employées pour évaluer les valeurs de la maille sous forme de valeurs nodales.

$$\Phi_{I+\frac{1}{2},J} = \Phi_{I,J} + F_x(I) \cdot (\Phi_{I+1,J} - \Phi_{I,J}) \quad (4.23)$$

$$\Phi_{I,J+\frac{1}{2}} = \Phi_{I,J} + F_y(J) \cdot (\Phi_{I,J+1} - \Phi_{I,J}) \quad (4.24)$$

ORGANIGRAM

ORGANIGRAMME



CHAPITRE V

RESULTATS ET COMMENTAIRES

V.1- Schéma du modèle :

Le travail de ce mémoire est d'adopter le code de calcul TEAM qui étudier un jet d'écoulement turbulent ou laminaire pour faire la simulation numérique du phénomène de film refroidissant sur l'une des parois d'une canalisation.

Le schéma du modèle est présenté dans la fig (5.1)

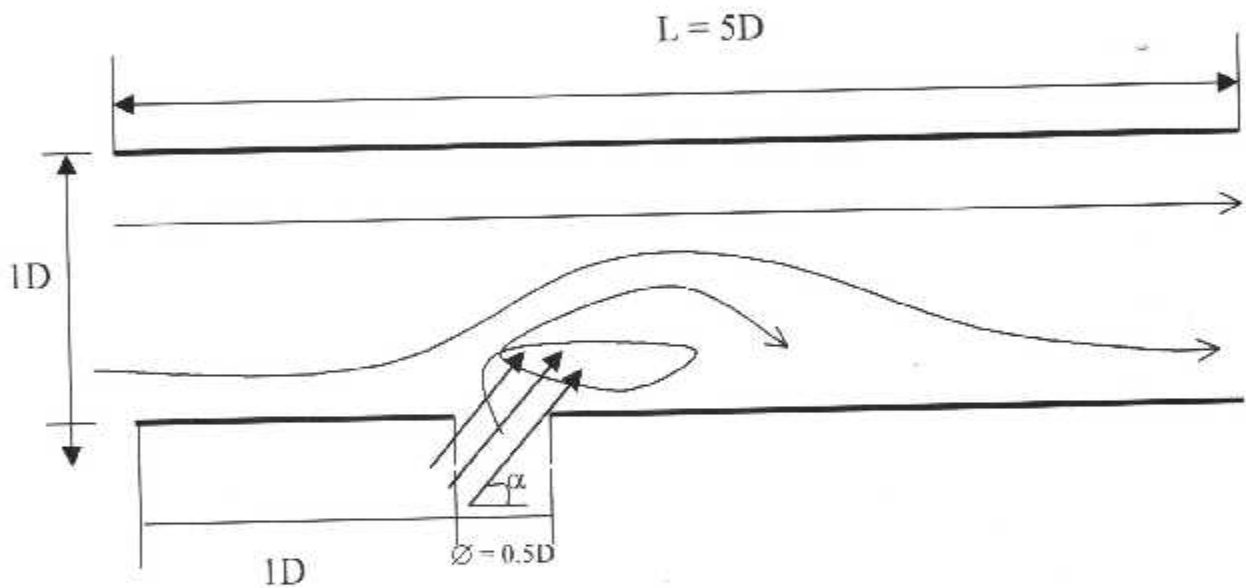


Fig 5.1 : Schéma du modèle

D : pas de l'aubage .

L : longueur de la plaque .

α : Angle du jet .

Le model étudié est une canalisation d'un jet de diamètre $0.5D$ et de longueur $5D$, situé à $1D$ de l'amont.

Le fluide utilisé a les caractéristiques suivantes :

$$Re=20000, T_{in} = 1600 \text{ K}$$

$$\rho_{in} = 1.29, T_{jet} = 273 \text{ K}$$

on suppose que la vitesse du jet U_{jet} et de l'écoulement principal U_{in}
la vitesse de l'écoulement principal est :

$$U_{in} = Re \mu / D \rho$$

Le taux d'injection étant définit :

$$m = \rho_{jet} U_{jet} / \rho_{in} U_{in}$$

Si on suppose $\rho_{in} = \rho_{jet}$

$$m = U_{jet} / U_{in}$$

$$U_{jet} = m U_{in}$$

Le maillage utilisé pour les calculs est non uniforme (27×15), c'est pour avoir de bons résultats dans les zones à gradients importants, les maillages ont été réservés près de la paroi du test (Fig. 5.2). Le trou d'injection est montré dans la figure (Fig. 5.1).

Les résultats du code de calcul sont des fichiers de données qui sont importés à partir des logiciels tel que EXEL et TECPLOT, pour les traduire en un ensemble de graphe déterminant le champ des vecteurs vitesses, champ des pressions, champ des températures, le coefficient d'efficacité du film refroidissant.

Les graphes concernant le champ des vitesses, champ de pression, et le champ de température, sont sous forme de simulation numérique qui permettent de visualiser l'écoulement du film refroidissant.

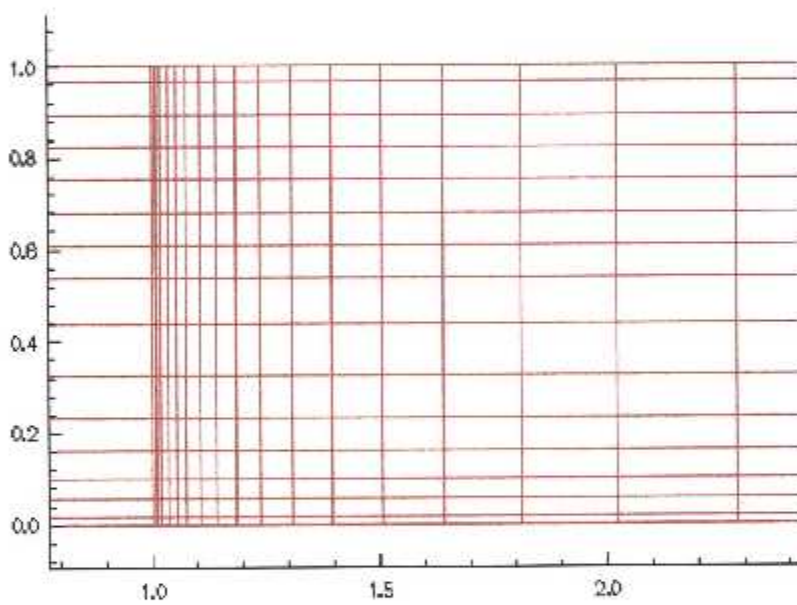
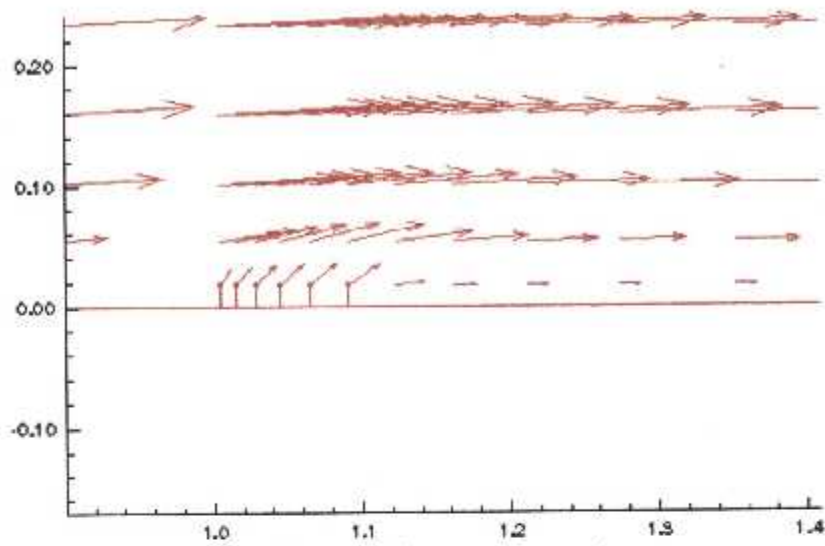


Fig. (5.2) : Le maillage par les volumes finis



ig 5.1.1 Champs des vecteurs vitesses

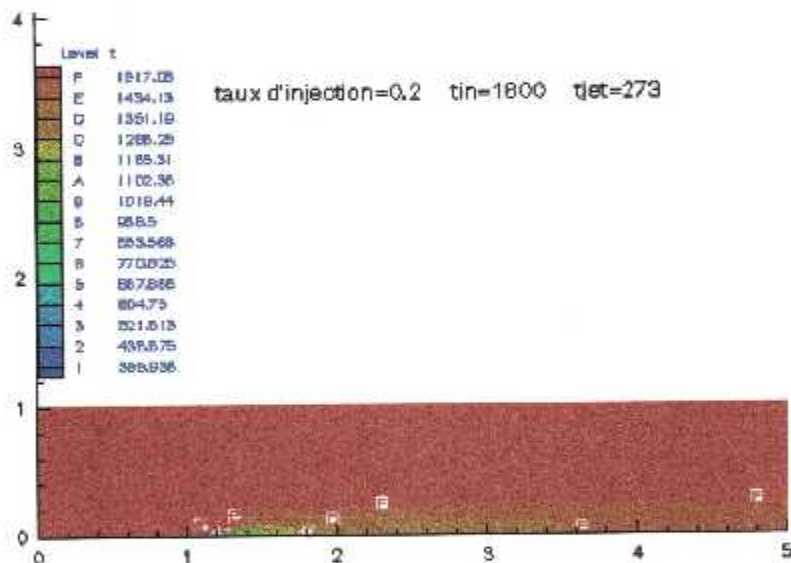


Fig 5.1.2 Champ de température

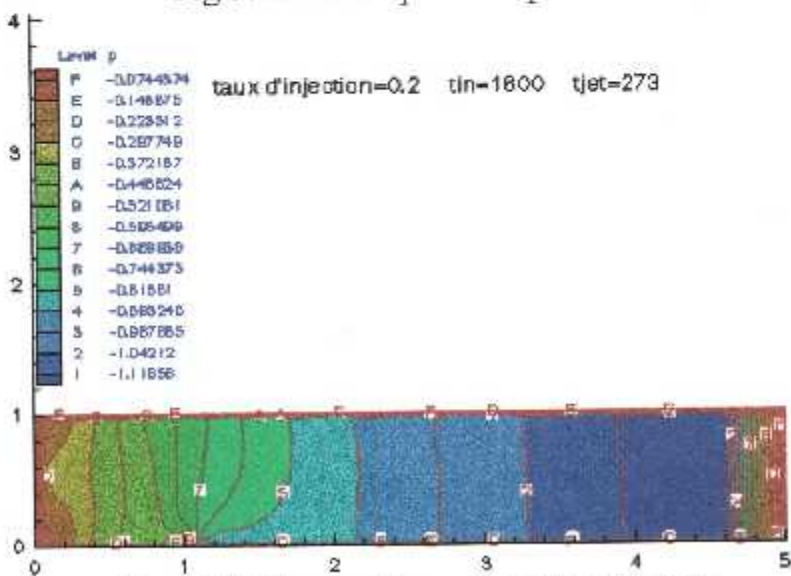


Fig 5.1.3 Champ de gradient de pression

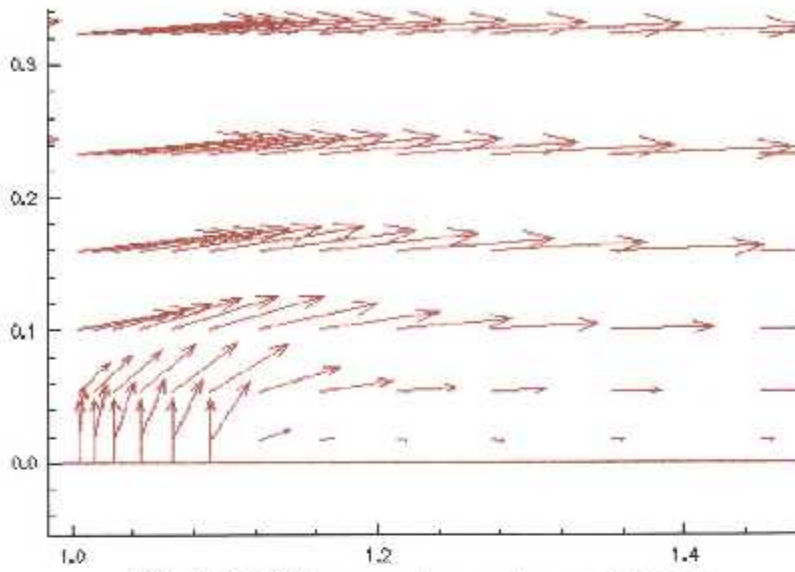


Fig 5.2.1 Champs des vecteurs vitesses

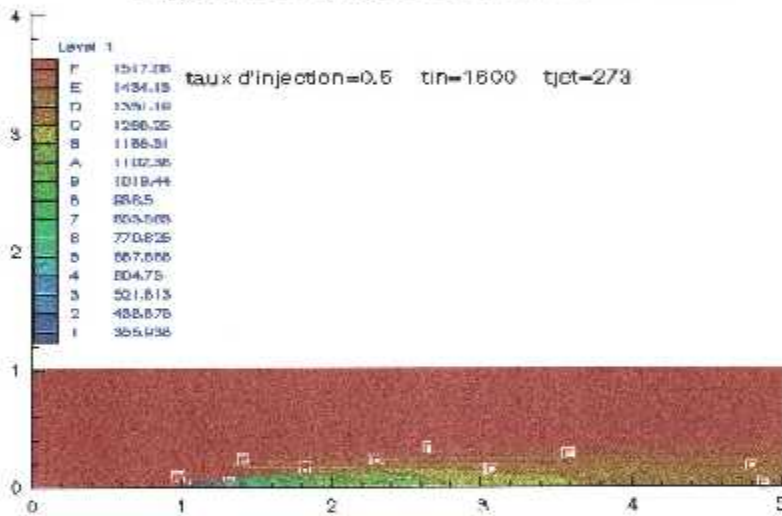


Fig 5.2.2 Champs des températures

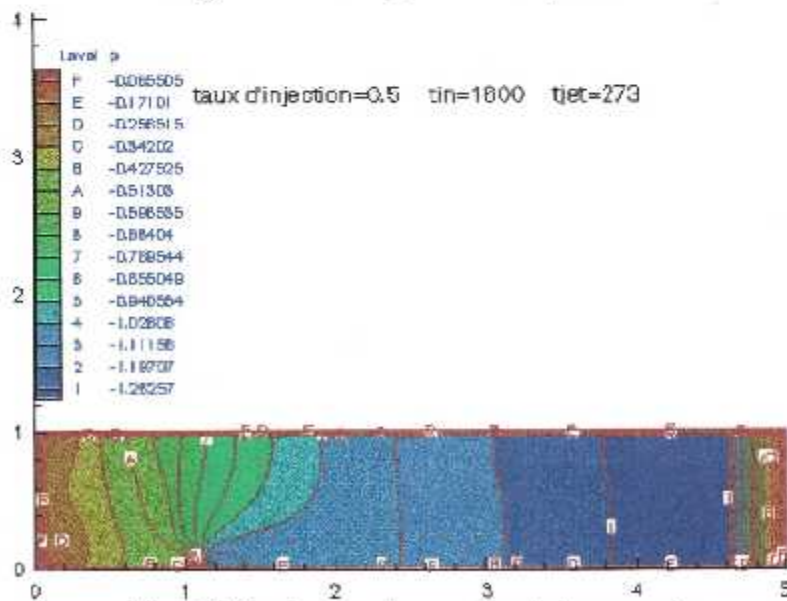


Fig 5.2.3 champ de gradient de pression

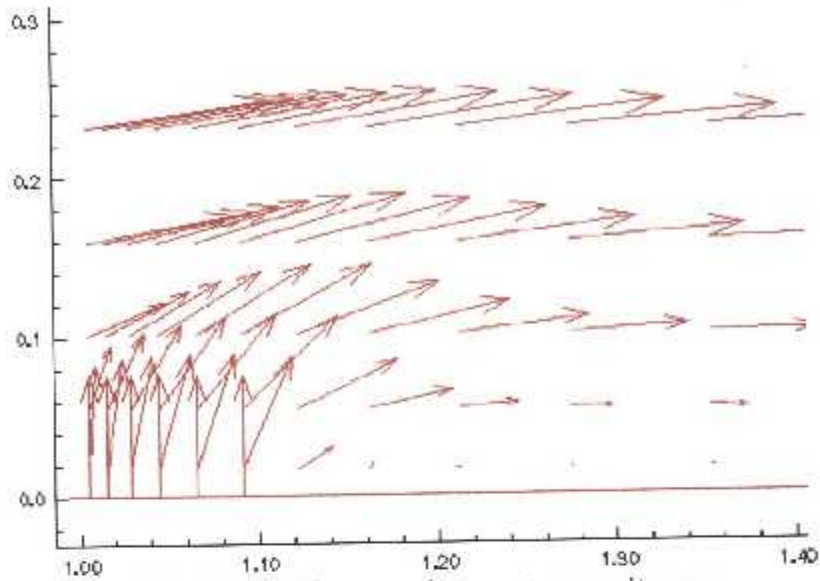


Fig 5.3.1 Champs des vecteurs vitesses

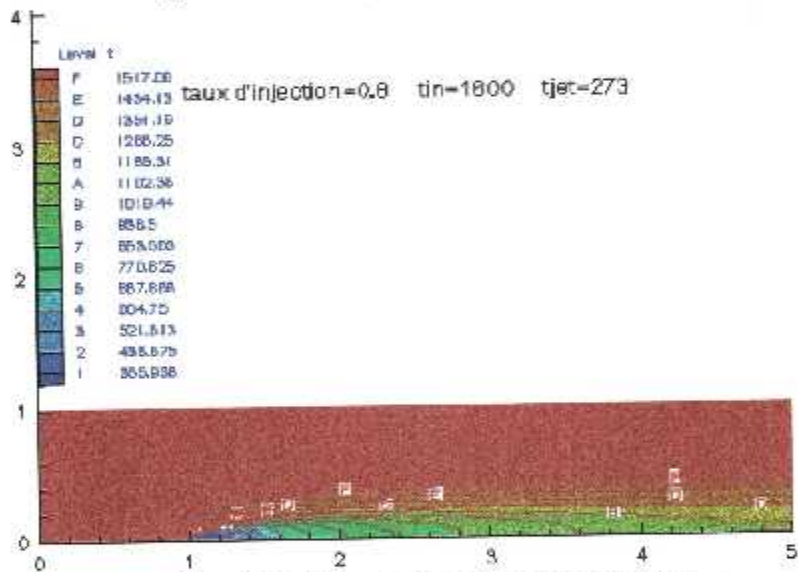


Fig 5.3.2 Champs des températures

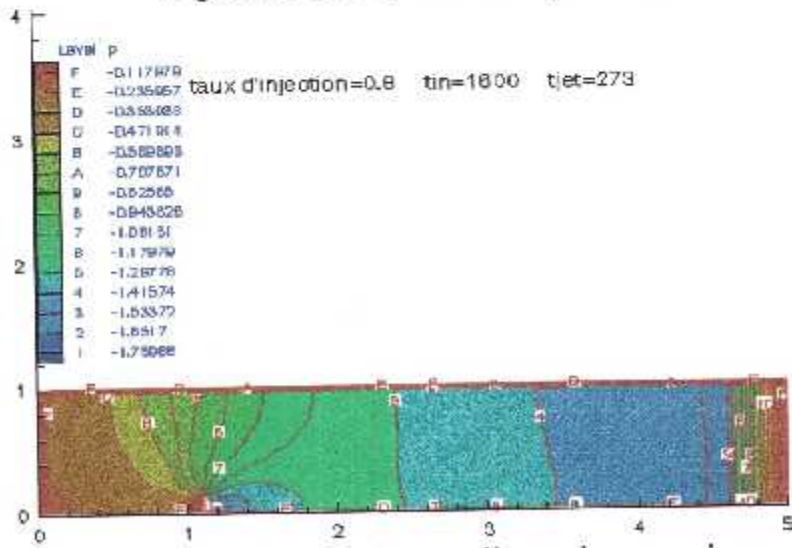


Fig 5.3.3 Champs des gradients des pressions

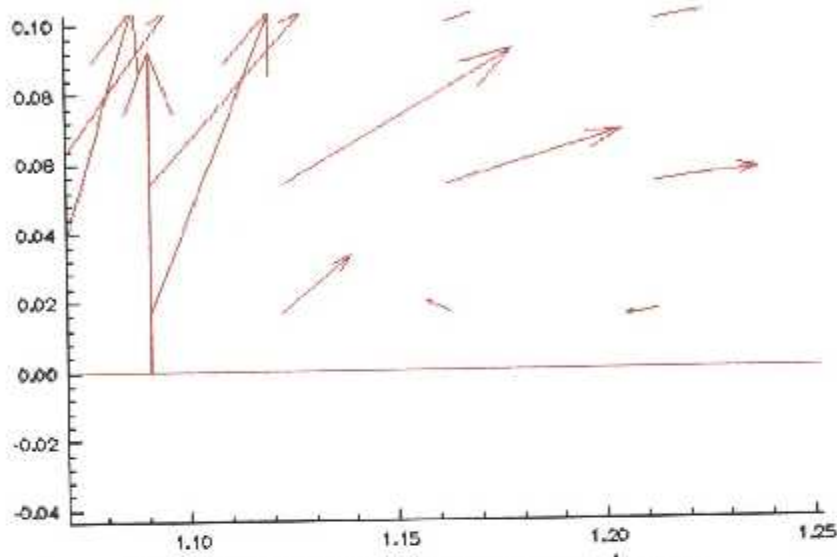


Fig 5.4.1 Champs des vecteurs vitesses

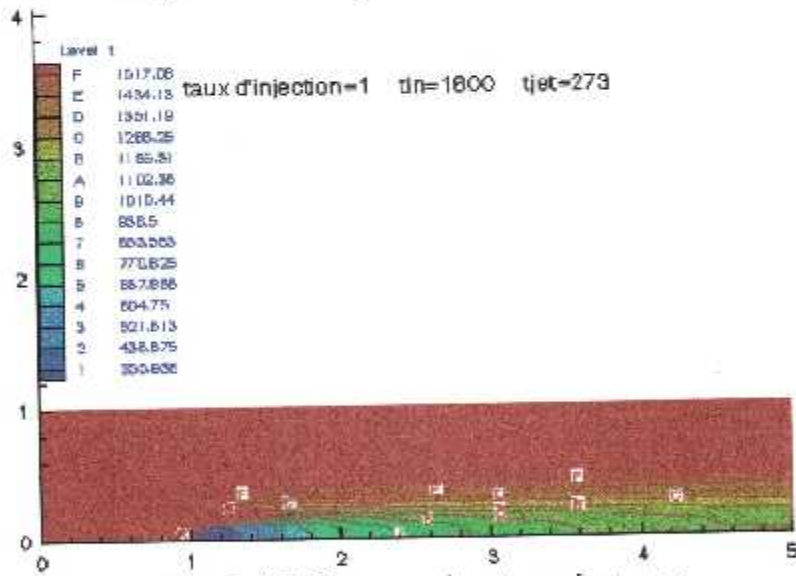
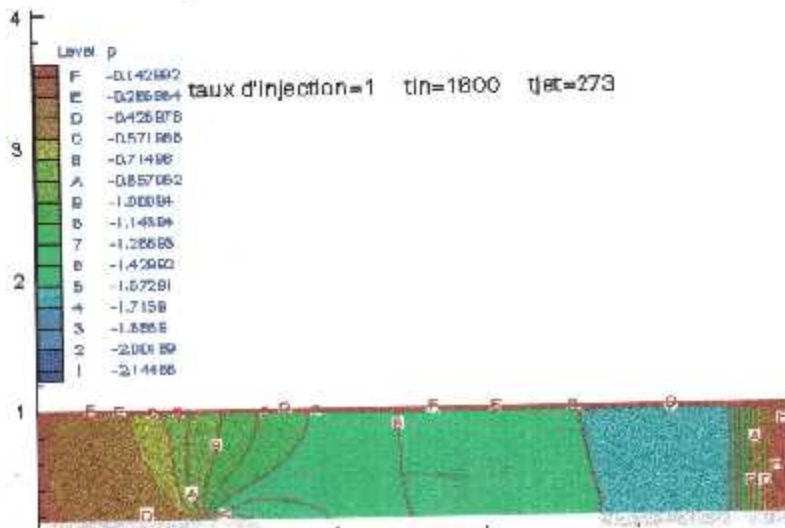


Fig 5.4.2 Champs des températures



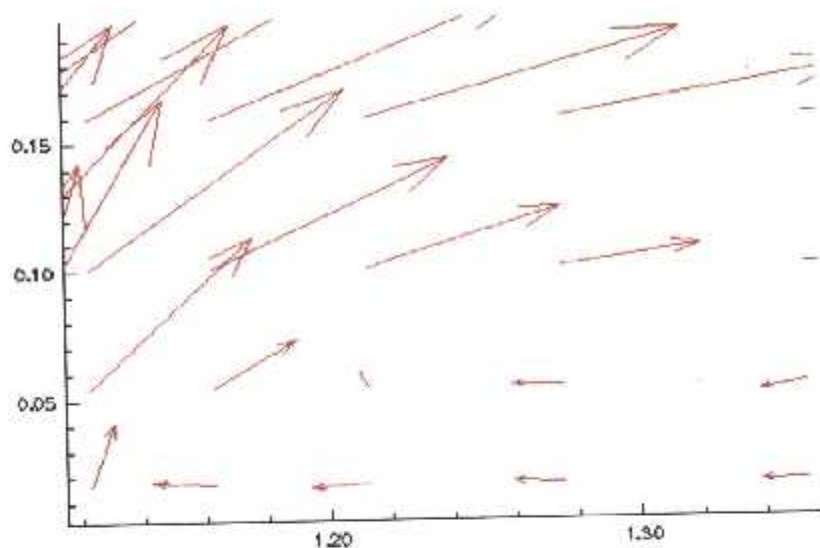


Fig 5.5.1 Champs des vecteurs vitesses

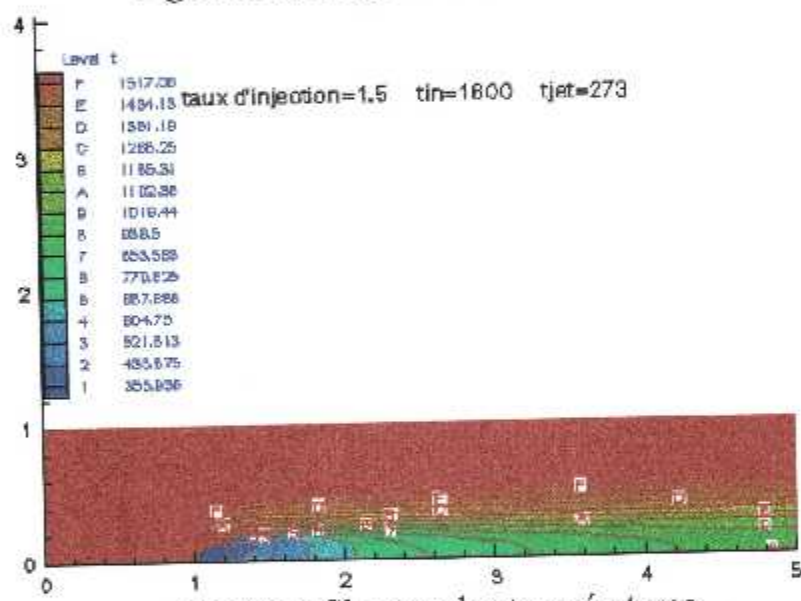


Fig 5.5.2 Champs des températures

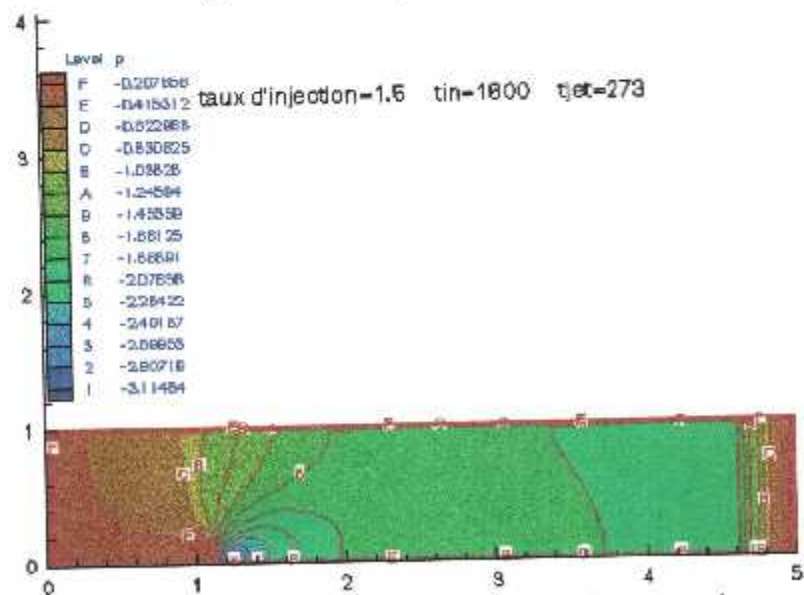


Fig 5.5.3 Champs des gradients des pressions

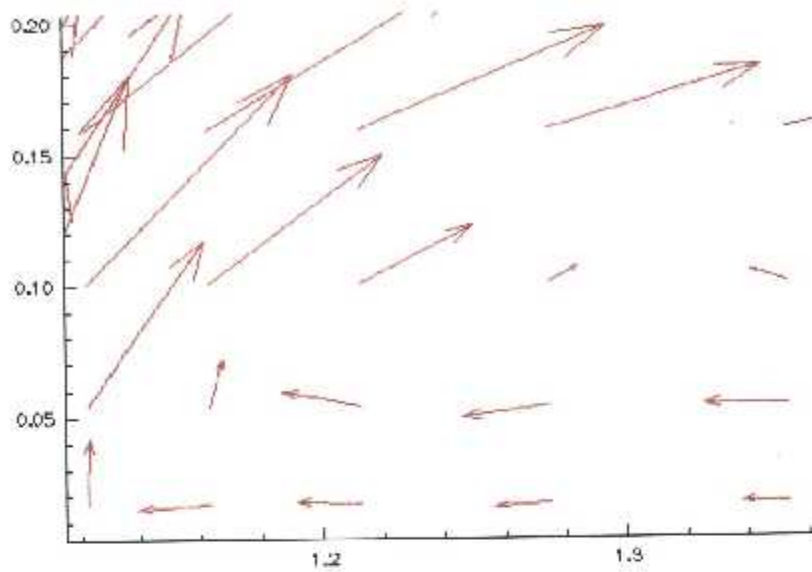


Fig 5.6.1 Champs des vecteurs vitesses

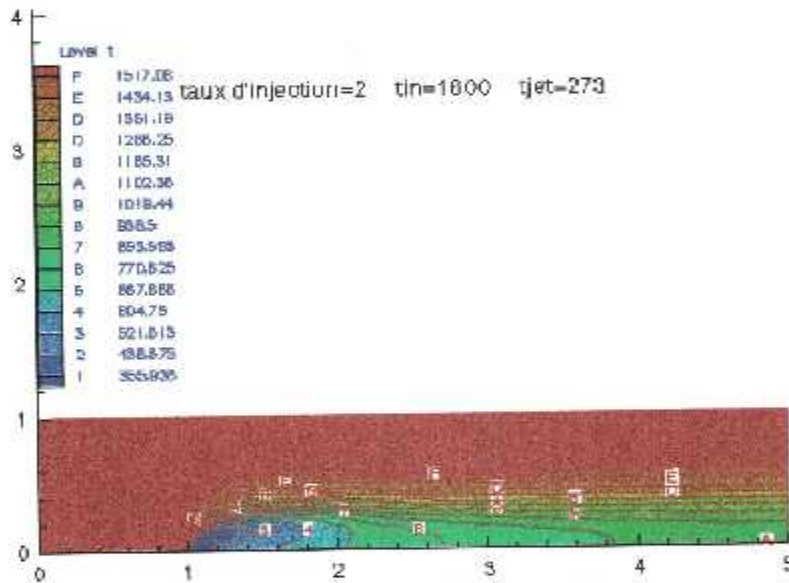


Fig 5.6.2 Champs des températures

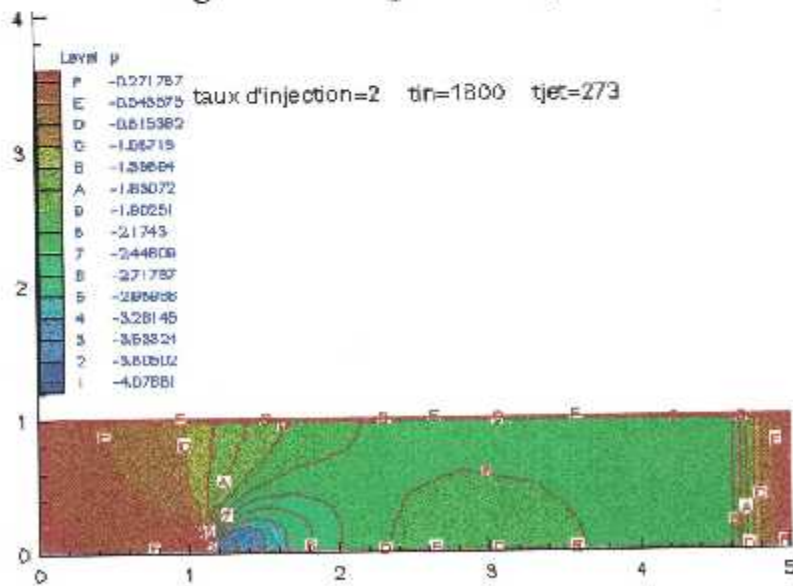


Fig 5.6.3 Champs des gradients des pressions

V.2 Résultat de calcul pour un cas de donnée :

Les données :

$$\varnothing = 0.5 D$$

$$\alpha = 90^\circ$$

m comme paramètre .

V.2.1 Le champ des vecteurs vitesses :

La simulation montre l'allure des profils des vecteurs de vitesse le long de canalisation qui a la largeur D et la longueur 5D pour des taux d'injection (m) différent (0.2, 0.5, 0.8, 1, 1.5, 2, 5).

Pour les taux d'injections (m=0.2) et (m=0.5), il n'y a eu presque que des allures des profils paraboliques des vecteurs de vitesse le long de la canalisation, comme le montrent les figures Fig. (5.1.1) et Fig.(5.2.1) et les trajectoires des lignes de courant des particules de l'injection secondaire s'aplatit avec la paroi sans se rattacher à elle, et suit les lignes de courant de l'écoulement principal ; mais pour le taux d'injection (m=0.8), il apparaît le phénomène de décollement de la couche limite car en particule de l'injection secondaire cri comme un obstacle pour les particules de l'écoulement principal qui essaient de les détourner et changer leurs trajectoires pas loin du décollement de la couche limite, apparaît un point de rattachement d'une ligne courant avec la paroi du test, voir figure Fig. (5.3.1)

Pour le taux d'injection (m=1) entre le point de décollement et le point de rattachement à l'approximation de la paroi, les particules décrivent des trajectoires circulaires Fig.(5.4.1). pour les taux d'injection (m=1.5 et m=2), il n'y a pas un grand changement sauf à cause des taux d'injections très élevés, l'injection secondaire pousse les particules de l'écoulement principal très loin de la paroi, et cela pour élargir le film refroidissant et la longueur entre le point de décollement. Fig. (5.5.1) et Fig. (5.6.1).

V.2.2 Le champ de température :

En ce qui concerne la température, pour le taux d'injection inférieur à ($m=0.2$) l'épaisseur du film refroidissant est très fine, cette fine épaisseur ne cause pas un grand changement sur la température de l'écoulement principal et le refroidissement du surface de la paroi d'épreuve est modéré Fig.(5.1.2).

L'augmentation du taux d'injection entraînera l'élargissement de l'épaisseur du film refroidissant qui a pour un taux d'injection ($m=0.5$) l'épaisseur du film refroidissant est plus grande que celle de ($m=0.2$). Fig. (5.2.2), et diminuera la température de l'écoulement principal d'une façon apparente.

Pour le taux d'injection ($m=0.8$) de film refroidissant s'agrandit plus que la valeur précédente du taux d'injection. Fig.(5.3.2).

Même que pour les taux d'injection supérieurs à ($m=0.8$) le fluide de l'écoulement principal sera presque refroidit et comme pour les taux d'injection égaux à ($m=1$), ($m=1.5$) et ($m=2$) l'écoulement principal sera refroidit et son épaisseur atteindra plus d'épaisseur que la précédente, et le refroidissement de la surface de la paroi d'épreuve est total. Fig.(5.4.2), Fig. (5.5.2) et Fig.(5.6.2).

V.2.3 Le champ de pression :

L'injection affecte la pression de l'écoulement principal, elle la fait rechuter à sa proximité et le long de la canalisation.

Pour les taux d'injection ($m=0.2$) et ($m=0.5$), voir Fig. (5.1.3) et Fig. (5.2.3), la graduation de la pression est décroissante de l'amant jusqu'à l'aval de l'écoulement principal, et il y a une petite zone de dépression juste après l'injection ; cette zone s'agrandit avec l'augmentation du taux d'injection. Cette dépression cause l'aspiration des particules de fluide en aval et les particules forment des trajectoires circulaires. Fig.(5.3.3), Fig.(5.4.3), Fig.(5.5.3) et Fig.(5.6.3).

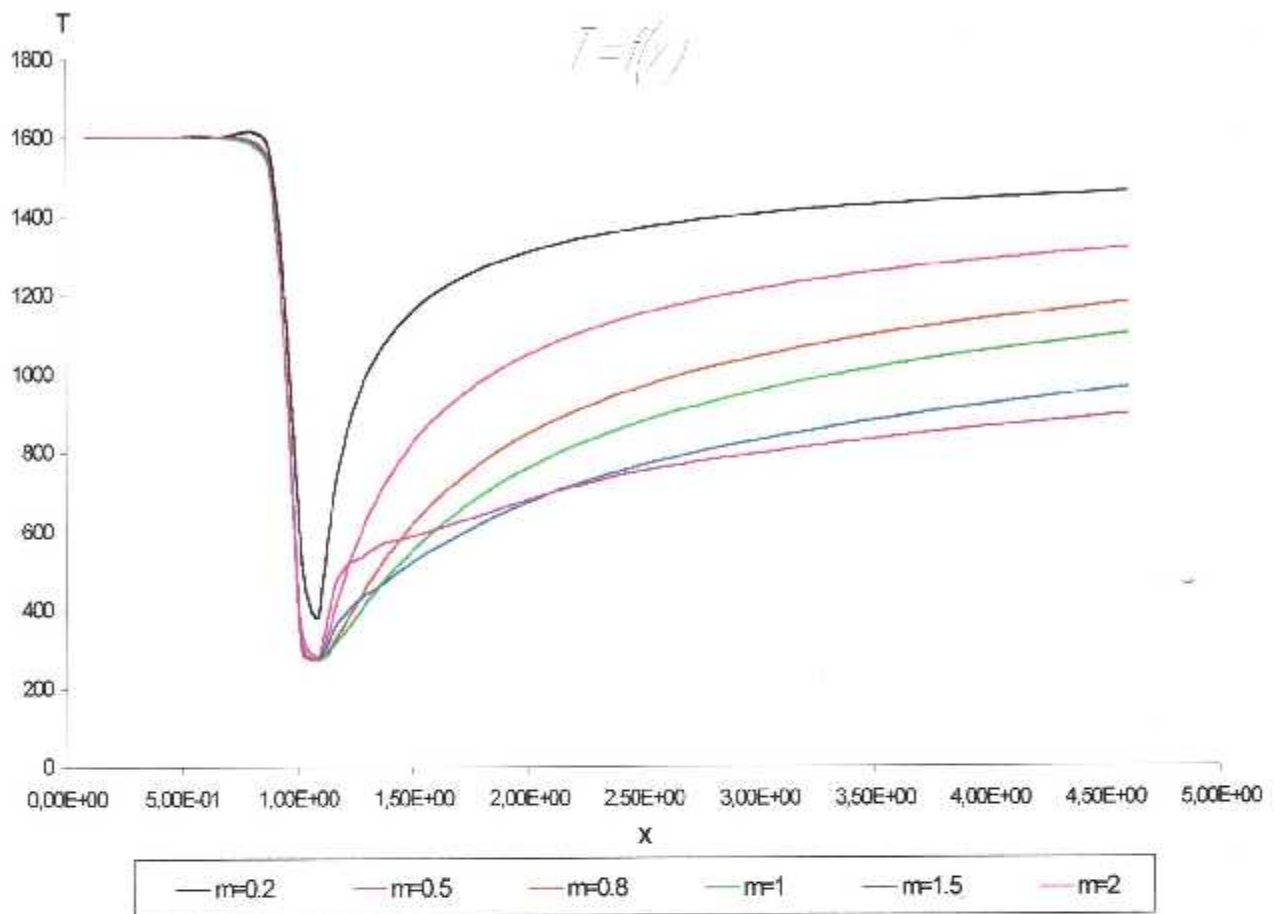


Fig (5.7.1) : Variation de la température le long de la plaque avec le taux d'injection comme paramètre

V.2.4 L'influence de la température le long de la plaque :

La figure (5.7.1) présente l'évolution de la température le long de la plaque rapporté au pas de la grille de l'aube pour différents $X = L/D$, taux d'injection (m), elles présentent la même allure .

L'efficacité du film refroidissant (mélange d'un écoulement chaud avec un jet froid) atteint son maximum au voisinage de l'injection, puis elle revient pour décroître en s'éloignant d'elle.

On remarque que la partie la plus refroidie (température basse) est celle près de l'injection, et la courbe de la température décroisse de $X=0$ jusqu'à $X=1$ (près du trou de l'injection), puis elle augmente jusqu'à $X=5$.

Chaque cas de figure est développée en annexe .

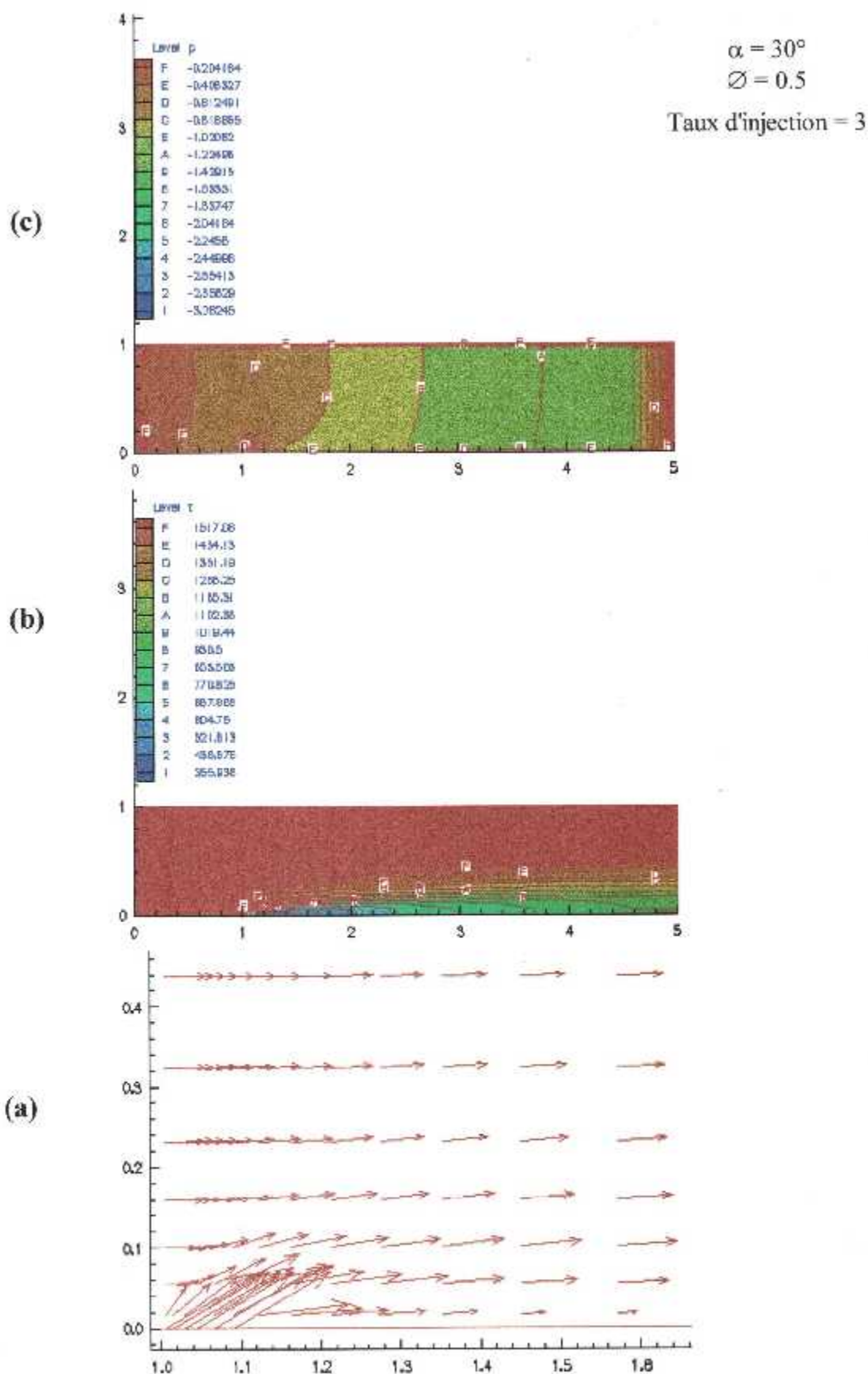


Fig. 5.8.1 : Evolution des paramètres de performance P, V et T

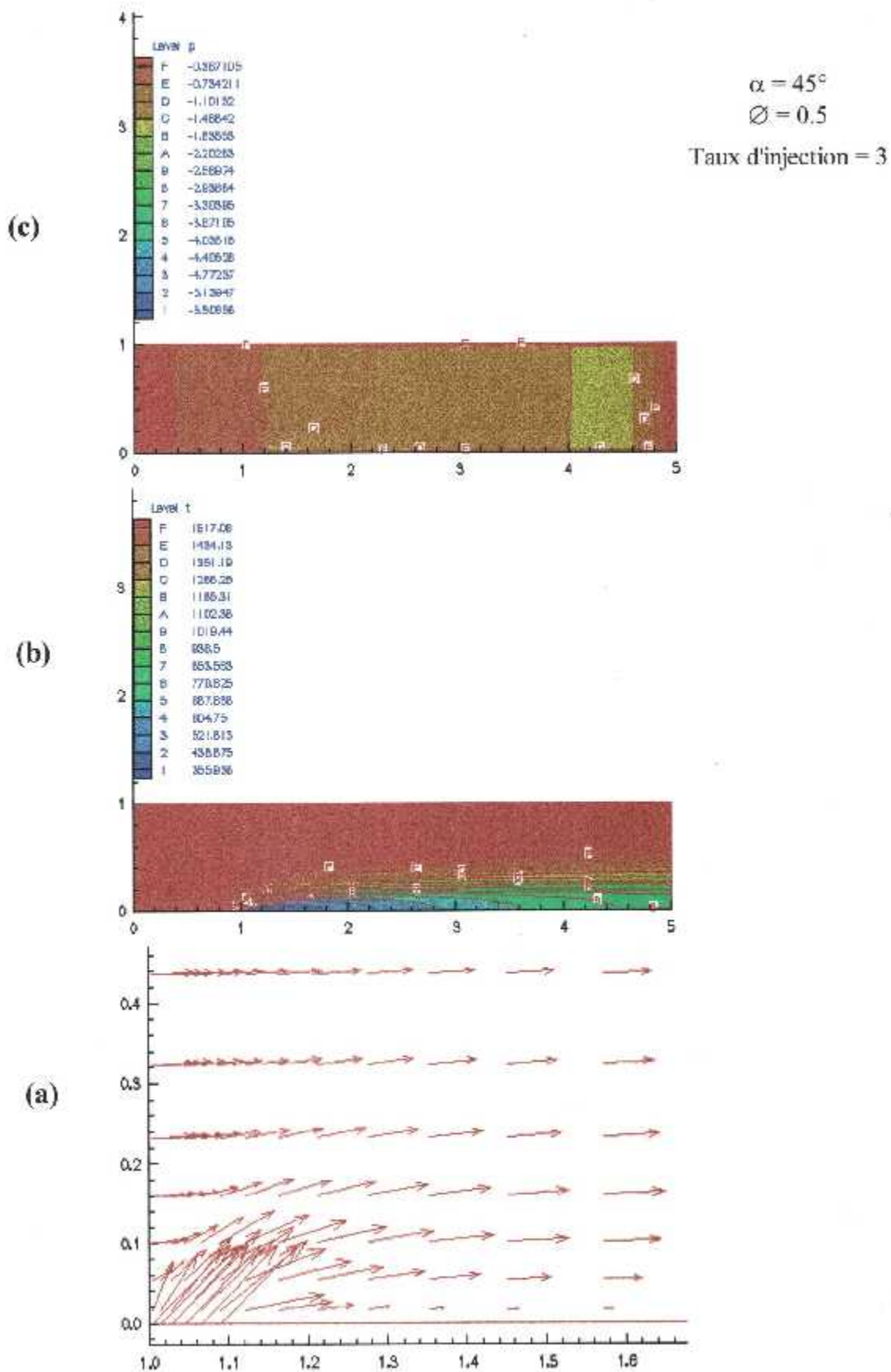


Fig. 5.8.2 : Evolution des paramètres de performance P, V et T

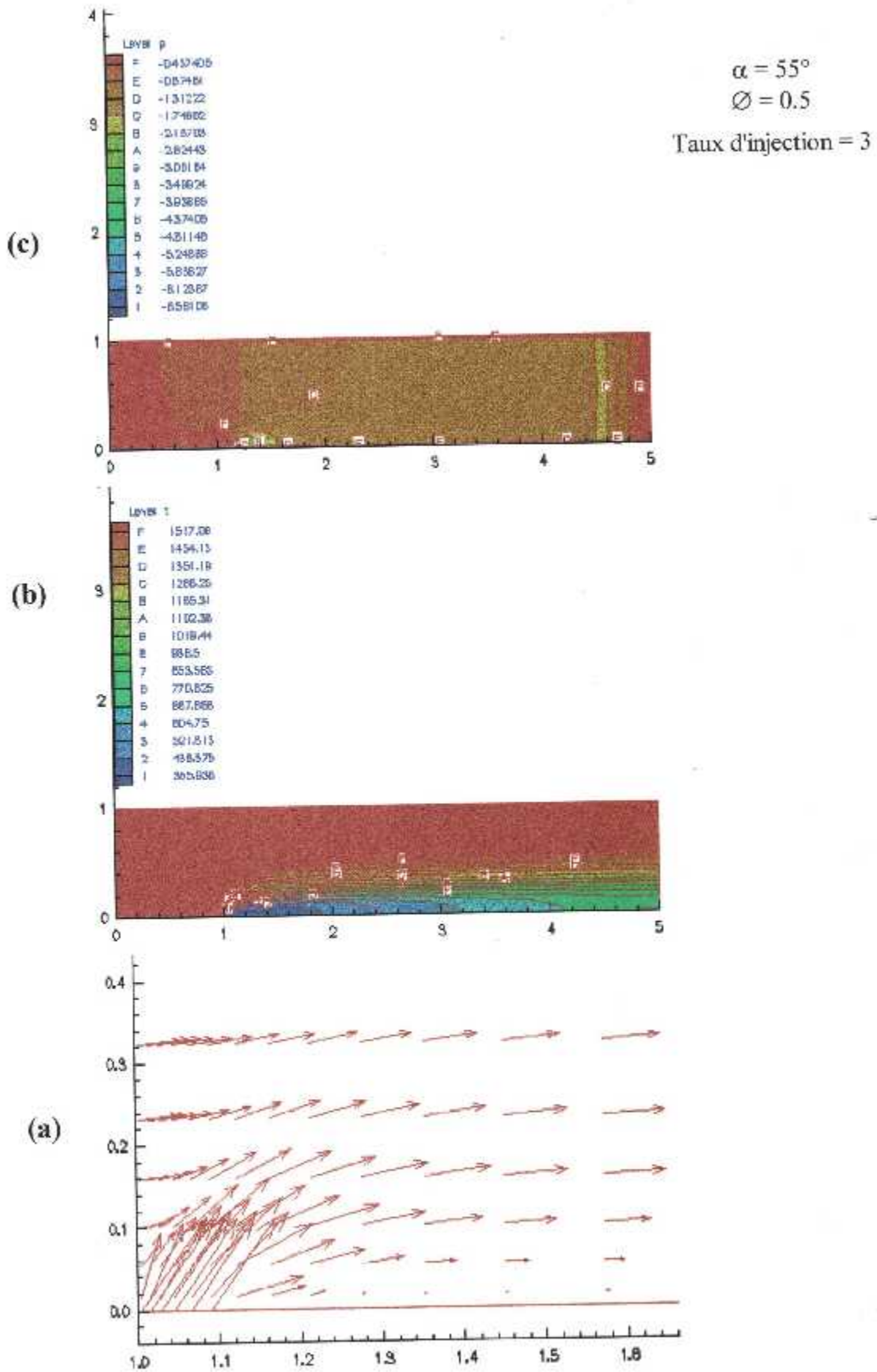


Fig. 5.8.3 : Evolution des paramètres de performance P, V et T

V.3 Résultat de calcul pour un cas donnée :

Données :

Diamètre = 0.5 D

$m = 3$

α comme paramètre .

V.3.1 Le champ des vecteurs vitesses :

La simulation montre que l'allure des profils des vecteurs de vitesse est la même pour des angles d'injection différents ($30^\circ, 45^\circ, 55^\circ$).

Pour les angles d'injections ($30^\circ, 45^\circ, 55^\circ$), il n'y a eu presque que des allures des profils paraboliques des vecteurs de vitesse le long de la canalisation, comme le montrent les figures Fig (5.8.1 (a)) , Fig (5.8.2 (a)) et Fig (5.8.3 (a))

les trajectoires des lignes de courant des particules de l'injection secondaire s'aplatit avec la paroi sans se rattacher à elle, et suit les lignes de courant de l'écoulement principal

On remarque , lorsqu'il y a une augmentation de l'angle d'injection , il apparaît le phénomène de décollement de la couche limite.

V.3.2 Le champ de température :

En ce qui concerne la température, pour l'angle d'injection 30° l'épaisseur du film refroidissant est très fine, cette fine épaisseur ne cause pas un grand changement sur la température de l'écoulement principal et le refroidissement du surface de la paroi d'épreuve est modéré Fig.(5.8.1 (b)).

L'augmentation de l'angle d'injection entraînera l'élargissement de l'épaisseur du film refroidissant qui a pour un angle d'injection 45° l'épaisseur du film refroidissant est plus grande que celle de 30° Fig. (5.8.2 (b)), et diminuera la température de l'écoulement principal d'une façon apparente.

Pour l'angle d'injection 55° de film refroidissant s'agrandit plus que la valeur précédente de l'angle d'injection. Fig.(5.8.3 (b)).

V.3.3 Le champ de pression :

Pour les angles d'injection ($30^\circ, 45^\circ, 55^\circ$) voir Fig. (5.8.1(c)), Fig. (5.8.2 (c)) et Fig (5.8.3 (c)) , la graduation de la pression est décroissante de l'amant jusqu'à l'aval de l'écoulement principal et il y a une petite zone de dépression juste après l'injection ; cette zone s'agrandit avec l'augmentation de l'angle d'injection.

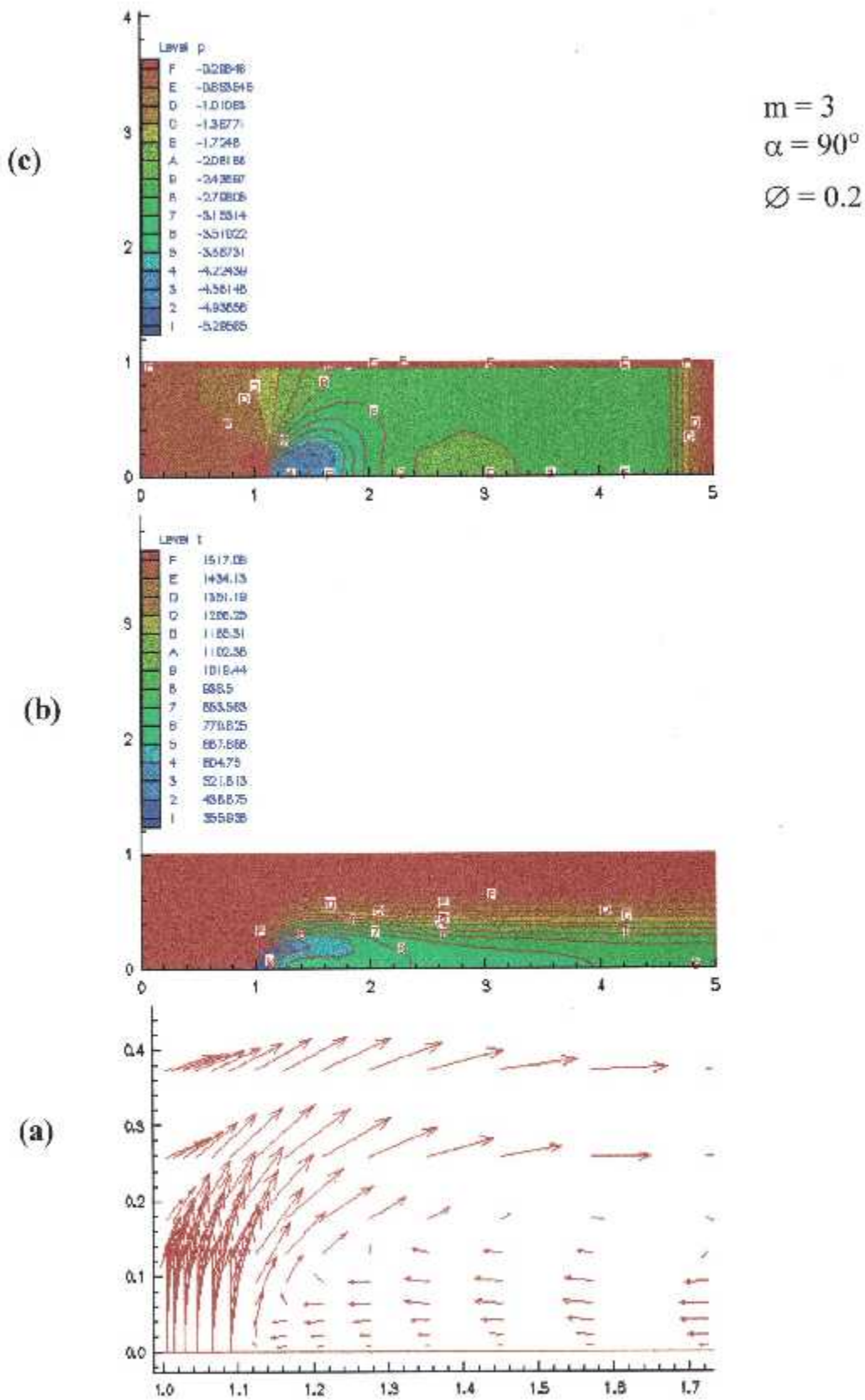


Fig. 5.9.1 : Evolution des paramètres de performance P, V et T

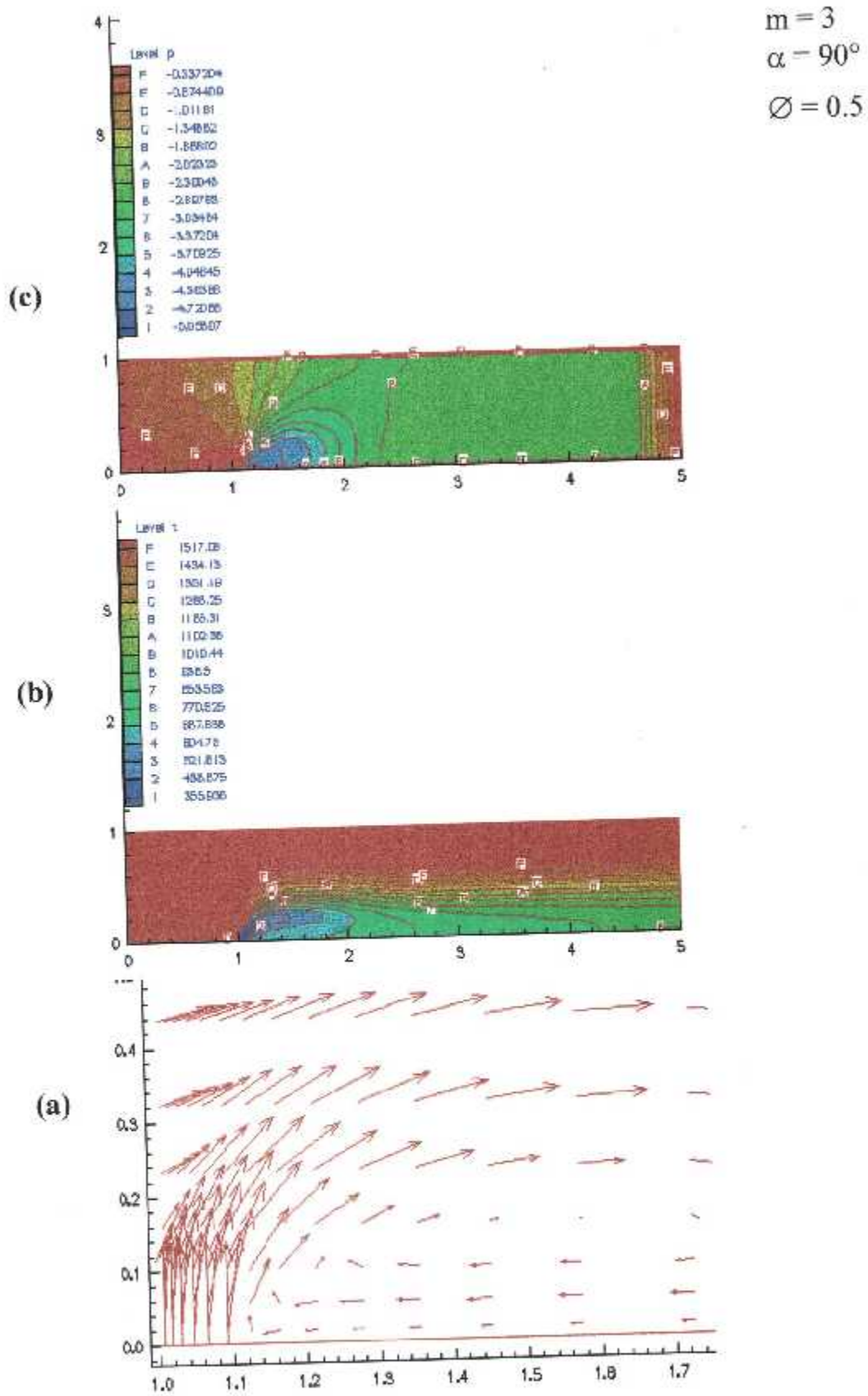


Fig. 5.9.2 : Evolution des paramètres de performance P, V et T

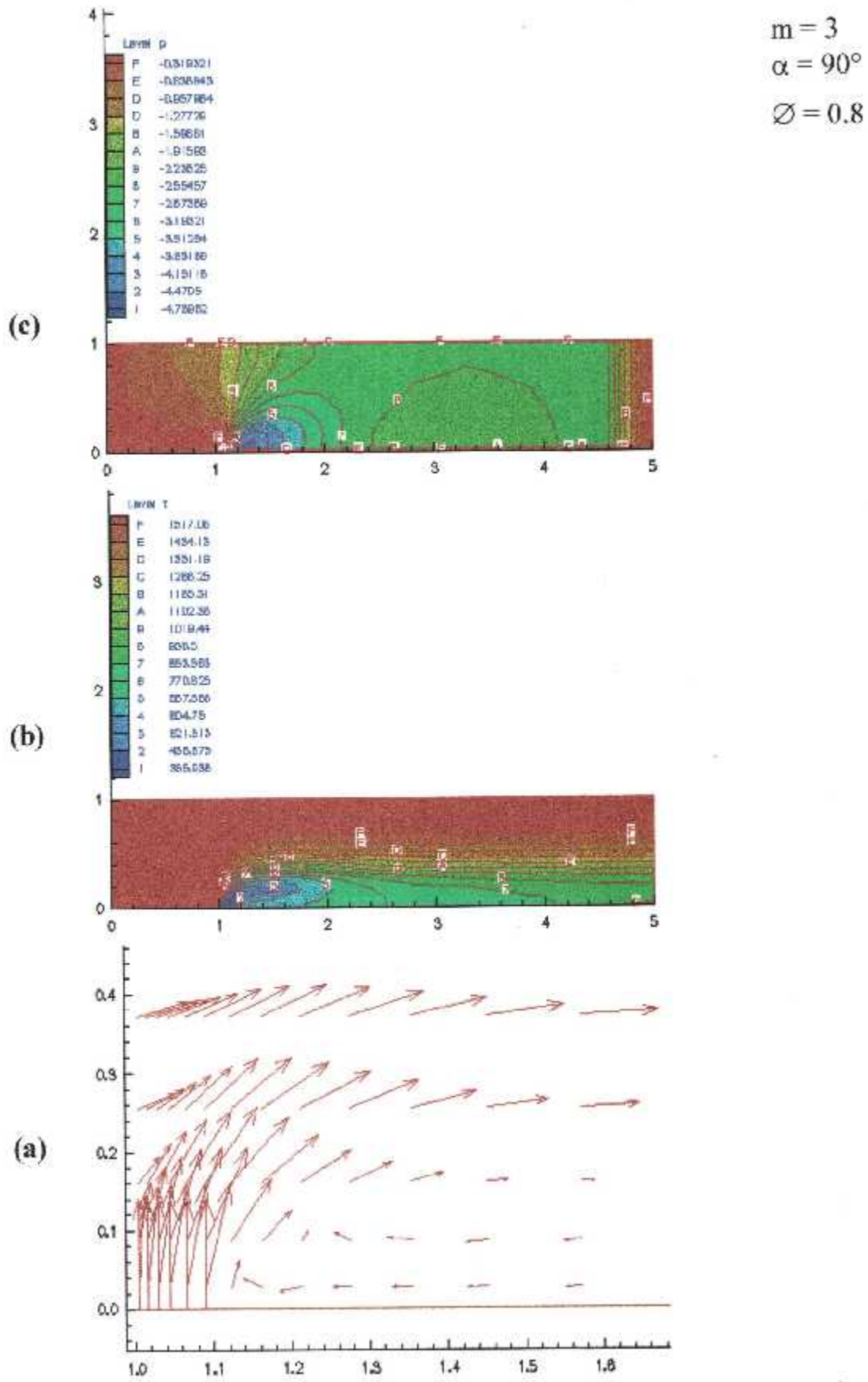


Fig. 5.9.3 : Evolution des paramètres de performance P, V et T

V.4 Résultat de calcul pour un cas donnée :

Données :

$$m = 3$$

$$\alpha = 90$$

Diamètre comme paramètre .

V.4.1 Le champ des vecteurs vitesses :

Pour le diamètre $d = 0.2$, on remarque qu'il y a un rétrécissement des vecteurs vitesse plus une très grande apparition de la zone de turbulence

Fig (5.9.1 (a))

Pour le diamètre $d = 0.5$ et $d = 0.8$ il y a un espacement des vecteurs vitesse et la zone de turbulence diminue par rapport a $d = 0.2$ Fig (5.9.2 (a)),

Fig (5.8.3 (a))

Donc on diminuant le diamètre on aura une forte zone de turbulence.

V.4.2 Le champ de température :

On observe une petite zone refroidie près de l'injection lorsque le diamètre $d = 0.2$ Fig (5.9.1 (b)).

Par contre , pour le diamètre $d = 0.5$ et $d = 0.8$ la zone refroidie s'agrandit par rapport au diamètre précédant Fig (5.9.2 (b)) et Fig (5.9.3 (b)) .

Donc , on augmentant le diamètre la zone refroidie s'agrandit.

V.4.3 LE CHAMP DE PRESSION :

On remarque que pour le diamètre du trou d'injection $d = 0.2$ il y a une petite zone de dépression près de l'injection et la graduation de la pression est décroissante de l'amont jusqu'à l'aval de l'écoulement principal Fig (5.9.1 (c)).

Pour le diamètre $d = 0.5$ et $d = 0.8$, la zone de dépression augmente Fig (5.9.2 (c)) et Fig (5.9.3 (c)).

Ce qui implique : l'augmentation du diamètre donne l'augmentation de la zone de dépression près de l'injection.

CONCLUSION

L'objectif de ce travail est d'étudier le phénomène du film refroidissant sur une aube de turbine assimilé a une plaque plane dans un écoulement bi-dimensionnelle laminaire permanent, avec des paramètre taux différents et de déterminer l'optimum. *indimensionnelle*

Pour la résolution des problèmes, la méthode numérique des volumes finie est utilisée pour déterminer l'évolution des grandeurs de l'écoulement. Les calculs des schémas tels que PLDS et QUIKK sont adoptés.

La correction de la pression est la base de la séquence itérative qui est illustrée par la méthode de SIMPLE qu'on utilise pour la correction des pressions dans les écoulements laminares.

L'analyse des résultats du calcul et des courbes a permis d'illustrer l'effet du jet sur les performances de l'aubage de la turbine.

Ainsi pour un taux d'injection élevé une zone de recirculation de l'écoulement résultant font naissance ce qui engendre des pertes de performance de la turbine, d'autre part la section et l'inclinaison du jet provoque la turbulence que les constructeurs évitent.

Pour la perspective, on envisage d'étudier le film refroidissant dans un écoulement turbulent sur des profils en utilisant des meilleurs différentiels.

BIBLIOGRAPHIES :

1- www.onera.fr

2- JOHN MERMOUS, Le moteur d'avion, édition 1977 .

3- E. LE GRIVES et M. IZARD, Interaction aérodynamique de jets pénétrant dans un écoulement subsonique, édition 1979.

4- J. GENOT, Convection le long d'une plaque perforée refroidie par transpiration, édition ONERA 1979.

5- M. CARLIER, Hydraulique générale et appliquée, édition 1986.

6- PETER BRADSHAW, TUNCER CEBECI, et JAMES H. WHITELAW, Engineering calculation methods for turbulent flow, édition 1990.

7- G. BACOM, Méthode des volumes finis, édition 1994 (Toulouse) .

8- A. AZZI, Cours de volume fini, Université USTO

9- P.G. HUNG, M.A. LESCHZINGER et B.E. LAUNDER, An introduction and guide to the computer code TEAM, édition 1990.

10- KADEM, Master of investigation of the film cooling, University of JORDANY.

11- J.F SACADURA, Initiation aux transfert thermique .

ANNEXE

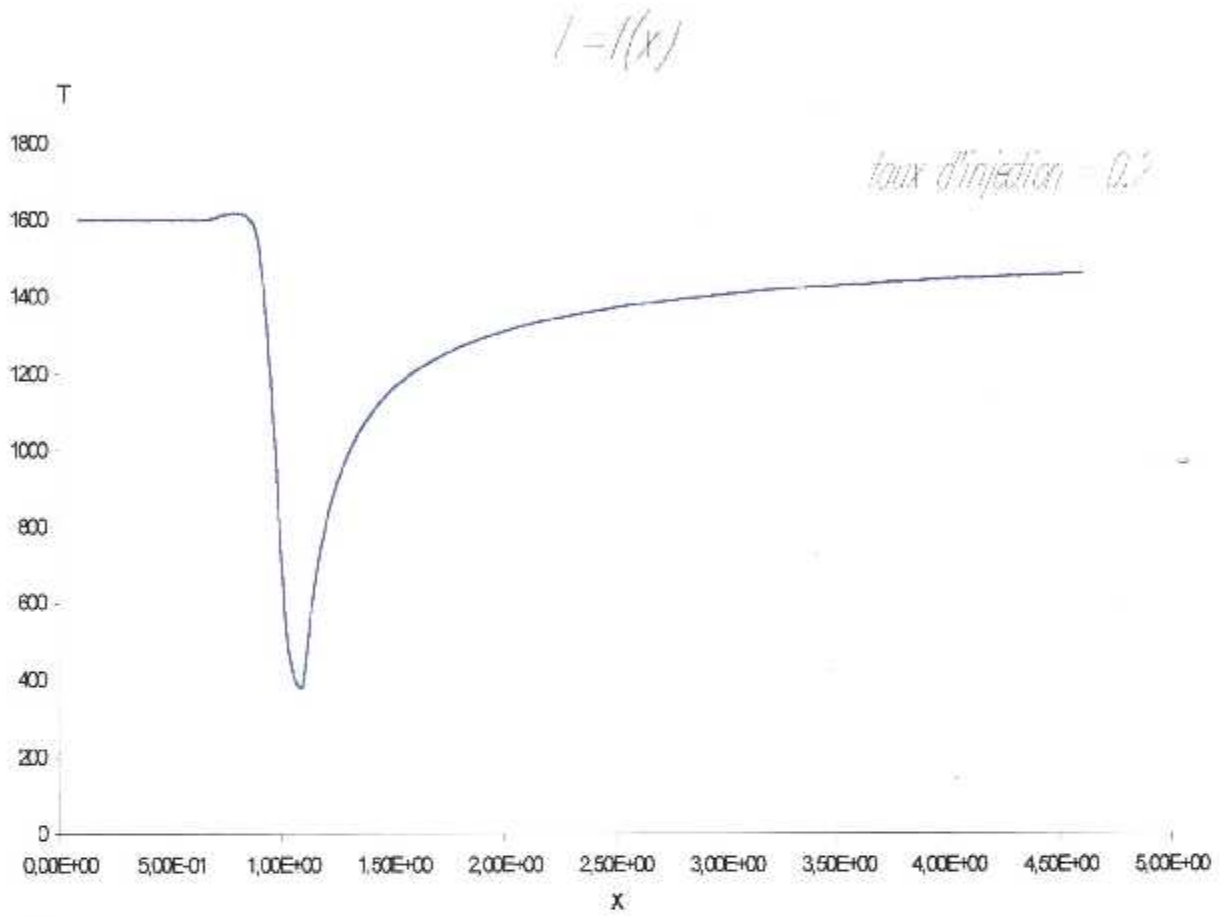


Fig (5.7.2)

$$T=f(X)$$

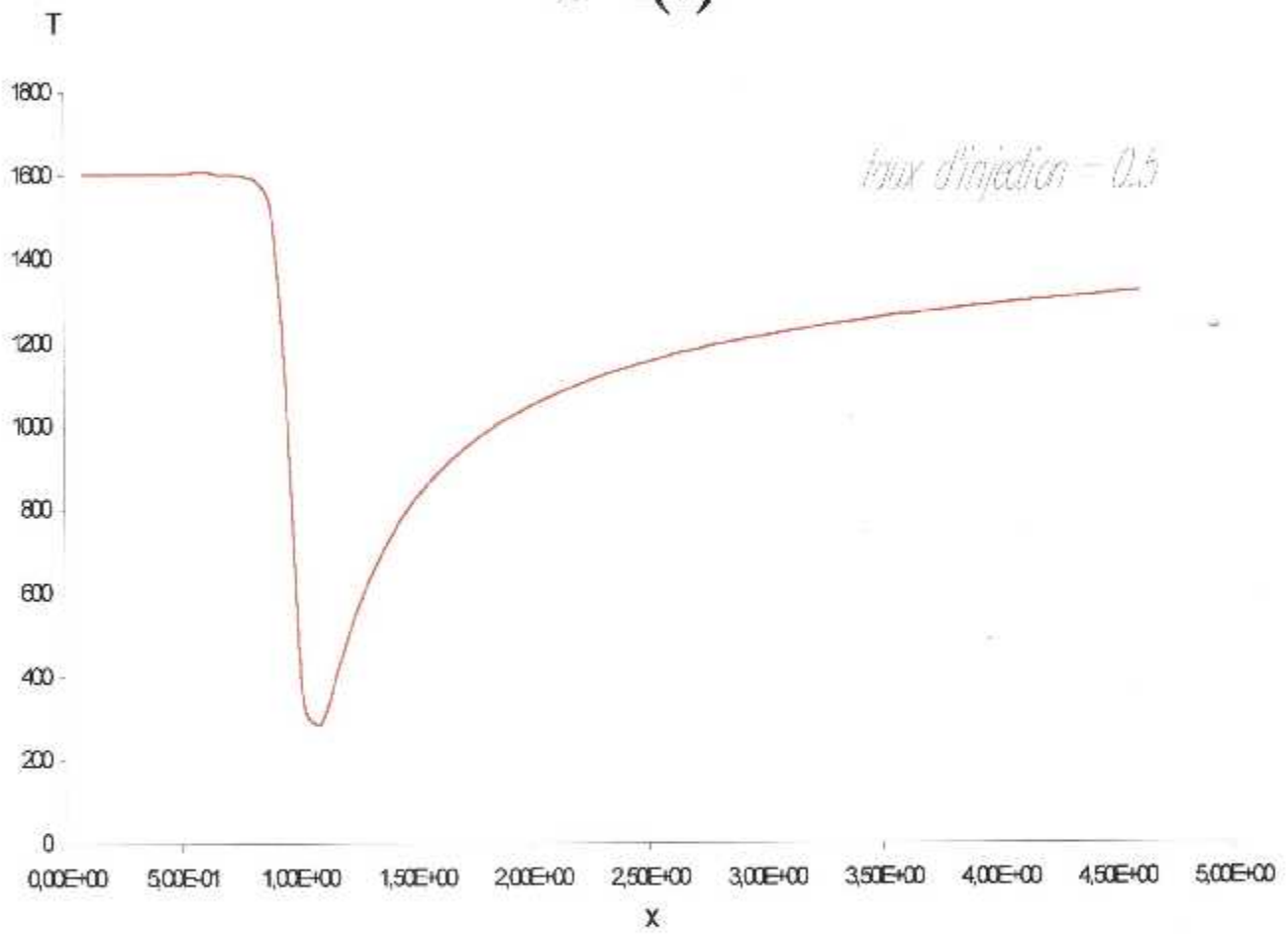


Fig (5.7.3)

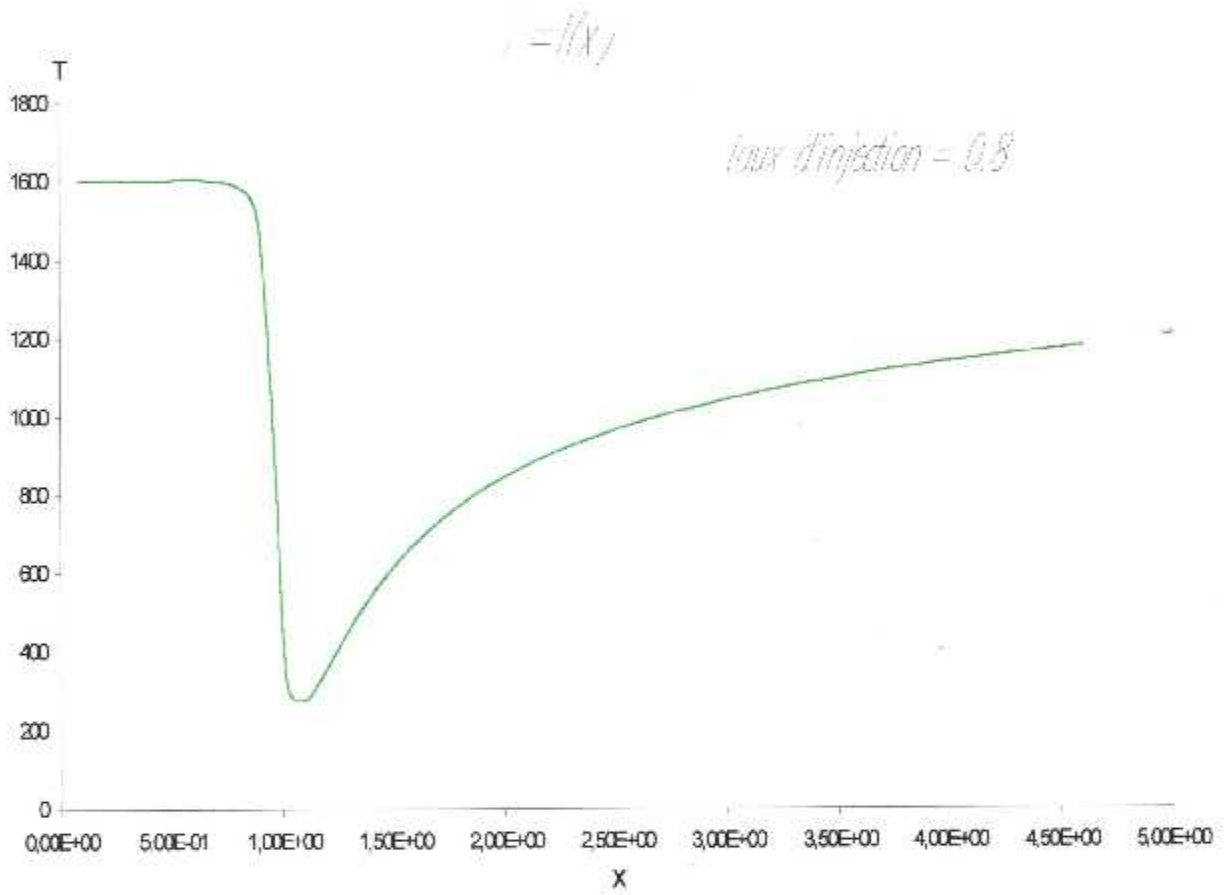


Fig. (5.7.4)

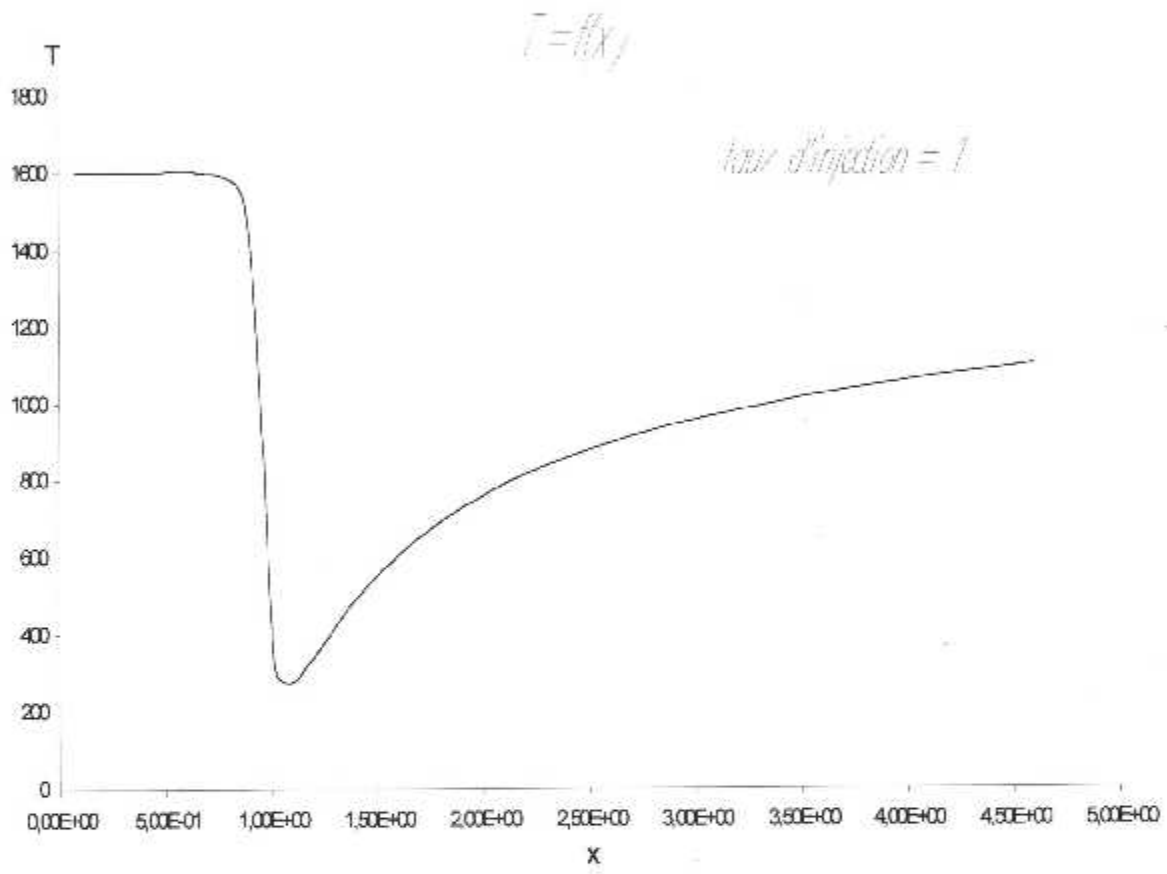


Fig (5.7.5)

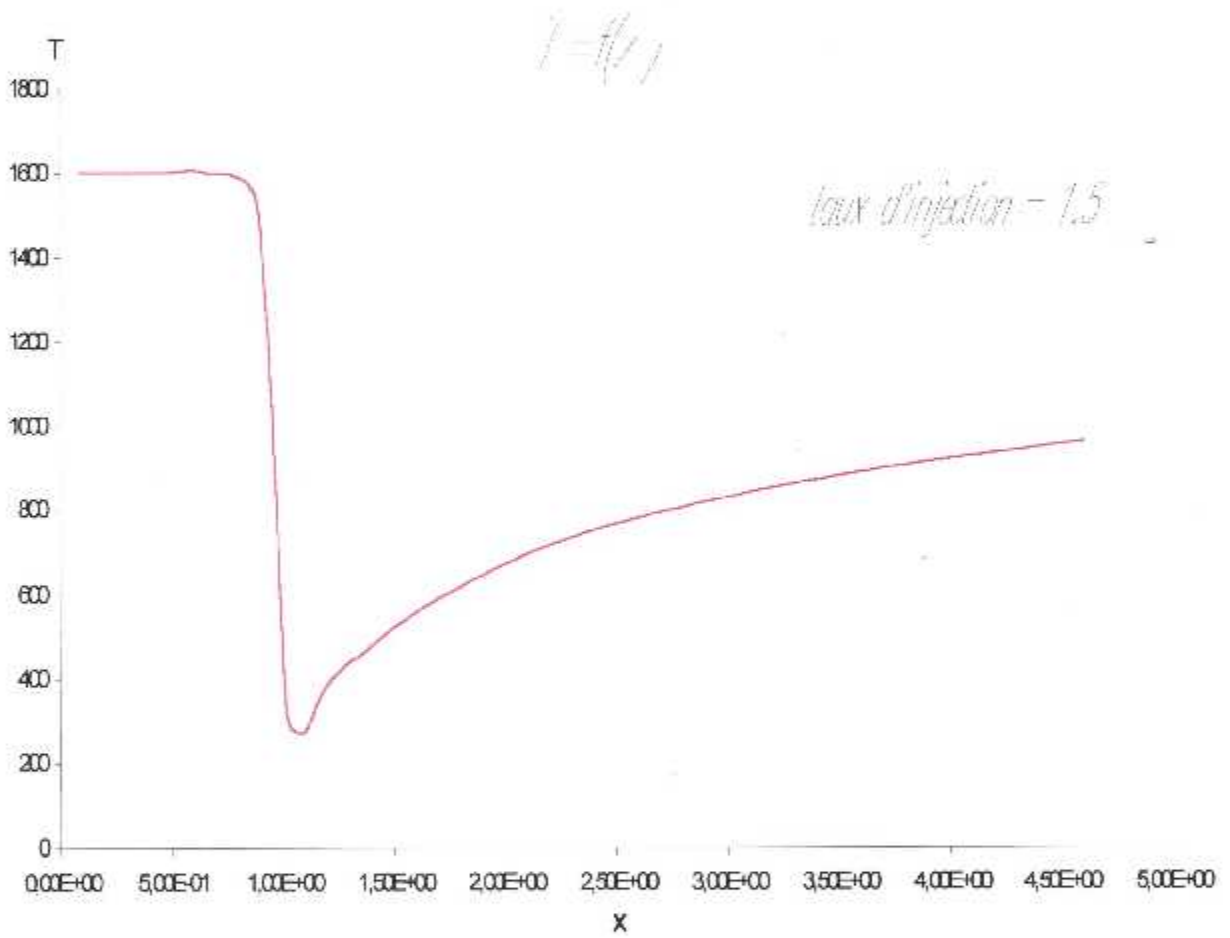


Fig. (5.7.6)

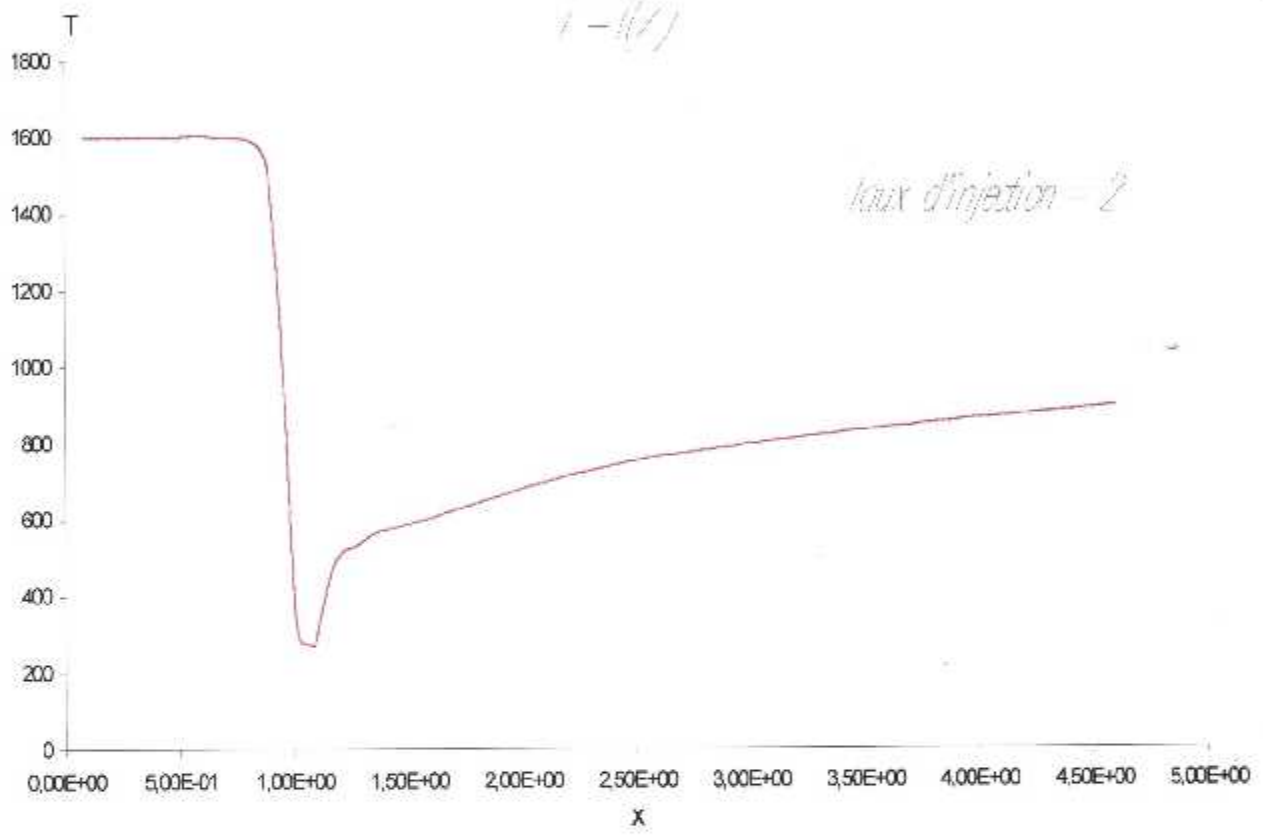


Fig. (5.7.7)