

Mohammed Hazi

De mes cahiers d'analyse...

# Tout sur $\mathbb{R}$

ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS  
STRUCTURES ALGÉBRIQUE  
ET TOPOLOGIQUE

$$\vec{dl} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad E_e = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \vec{\psi} = \iint_D \vec{B} d\vec{S} = AD \quad \left( \frac{E_t}{E_0} \right)_{II} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2)}$$
$$= k \frac{Q}{r^2} \oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu \iint_S \vec{J} d\vec{S} \quad f' = \frac{r_a \cdot r_b}{(n-1)(r_b - r_a)} \frac{w_1}{x} + \frac{w_2}{x'} = \frac{w_2 - w_1}{n} \vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} - \vec{B})$$

Cours détaillé  
et Exercices résolus

Pour le premier cycle  
des Universités et Grandes  
Écoles Scientifiques

Traduction M. Hazi



OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES

# Sommaire

0.0	Aveu de reconnaissance .....	5
0.1	Notes introducives .....	6
0.2	Alphabets ! .....	9

## Chapitre 1: Relations d'équivalence et relations d'ordre

1.1	Généralités .....	11
1.2	Fonctions et applications .....	18
1.3	Applications .....	27
1.4	Généralités .....	36
1.5	Relations d'équivalence .....	39
1.6	Relations d'ordre .....	46
1.7	Exercices Résolus .....	57
1.8	Solutions .....	62
1.9	Exercices Test .....	78

## Chapitre 2: Ensemble des entiers naturels – Dénombrabilité

2.1	Rappels .....	85
2.2	L'ordre dans $\mathbb{N}$ .....	86
2.3	Dénombrabilité .....	93
2.4	Exercices Résolus .....	100
2.5	Solutions .....	103
2.6	Exercices Test .....	113

## Chapitre 3: Introduction à l'Analyse Combinatoire

3.1	Généralités .....	115
3.2	Propriétés fondamentales .....	117
3.3	Exercices Résolus .....	130
3.4	Solutions .....	133
3.5	Exercices Test .....	145

## **Chapitre 4: Ensemble des nombres entiers relatifs et Ensemble des nombres rationnels**

4.1	Construction de l'ensemble $\mathbb{Z}$ .....	147
4.2	Propriétés fondamentales .....	149
4.3	L'ordre dans $\mathbb{Z}$ .....	157
4.4	Généralités sur $\mathbb{Q}$ .....	159
4.5	Multiplication dans $\mathbb{Q}$ .....	160
4.6	Addition dans $\mathbb{Q}$ .....	164
4.7	Ordre usuel dans $\mathbb{Q}$ .....	166
4.8	Autres propriétés de $\mathbb{Q}$ .....	168
4.9	Exercices Résolus .....	174
4.10	Solutions .....	176
4.11	Exercices Test .....	182

## **Chapitre 5: Construction axiomatique de l'ensemble des nombres réels**

5.1	Retour sur quelques insuffisances de $\mathbb{Q}$ .....	185
5.2	Construction axiomatique de $\mathbb{R}$ .....	187
5.3	Axiome troisième : Axiome de la borne supérieure .....	192
5.4	Valeur absolue .....	200
5.5	Intervalles .....	203
5.6	Autres propriétés .....	209
5.7	Exercices Résolus .....	212
5.8	Solutions .....	221
5.9	Exercices Test .....	250

## **Chapitre 6: Structure topologique de l'ensemble des réels**

6.1	Préambule .....	255
6.2	Ouverts .....	257
6.3	Fermés .....	261
6.4	Voisinages .....	263

6.5 Systèmes fondamentaux de voisinages .....	267
6.6 Points intérieurs-Intérieur d'un ensemble .....	269
6.7 Points adhérents-Adhérence d'un ensemble .....	272
6.8 Points frontières-Frontière d'un ensemble Points extérieurs-Extérieur d'un ensemble .....	280
6.9 Densité .....	284
6.10 Topologie induite-Sous-espace topologique .....	288
6.11 Sous-ensembles bornés .....	292
6.12 Sous-ensembles Compacts .....	295
6.13 Sous-ensembles connexes .....	302
6.14 Droite réelle achevée .....	306
6.15 Exercices Résolus .....	309
6.16 Solutions .....	311
6.17 Exercices Test .....	320
Index terminologique .....	325
Portraits des mathématiciens cités .....	327
Index bibliographique .....	331
Sommaire .....	333