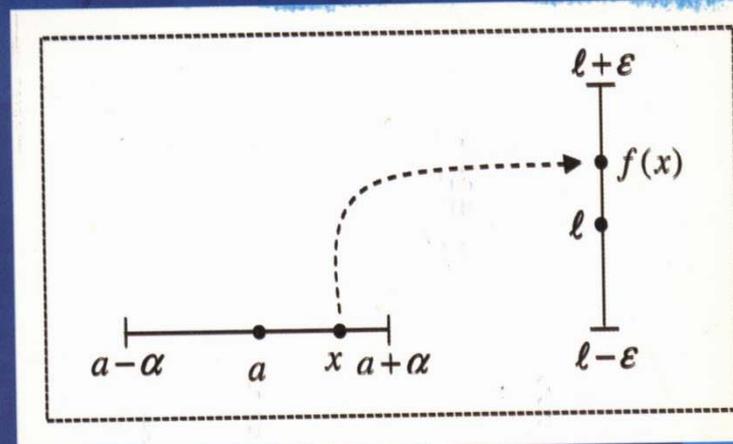


Mohammed Hazi

AU CARREFOUR DES EXAMENS DE TOPOLOGIE

Problèmes et exercices résolus



*Pour les deuxièmes et troisièmes années
des universités et Grandes Ecoles Scientifiques.*

Sommaire

Il nous est apparu plus judicieux d'indiquer sommairement les notions autour desquelles est construit chaque sujet.

Notes introductives.....	7
Un mot sur le mot « topologie »	9
Quelques notations	12

Etal topologique

Sujet 1 : Ouvert, fermé, intérieur, adhérence, ensemble dérivé, limite, topologie induite,	15
Sujet 2: Base, système fondamental de voisinages, espace séparé, séparable, valeur d'adhérence, continuité,	20
Sujet 3 : Intérieur, adhérence, topologie cofinie, frontière, homéomorphisme, base,.....	26
Sujet 4 : Trace d'un voisinage, nature d'une suite, propriété héréditaire, comparaison de topologies,	31
Sujet 5 : Intérieur, adhérence, ensemble dérivé, frontière, espace séparé, séparable, continuité séquentielle,	35
Sujet 6 : continuité séquentielle, comparaison de topologies, valeur d'adhérence, ouvert trace, convergence,	41
Sujet 7 : Intérieur, adhérence, frontière, sous-espace, base, valeur d'adhérence,	46
Sujet 8 : topologies grossière, discrète codénombrable, usuelle, comparaison de topologies, limite, continuité,	50
Sujet 9 : espace topologique, compacité, compactification ,.....	56
Sujet 10: Espace localement compact, ensemble dérivé, composante connexe, espace localement connexe,	61
Sujet 11: Topologie, intérieur, adhérence, frontière, continuité, limite, valeur d'adhérence,....	64
Sujet 12: Intérieur, adhérence, point isolé, continuité,	71
Sujet 13: Base, intérieur, adhérence, frontière, compacité, connexité, espace séparable, topologie produit,	74
Sujet 14: Fonction ouverte, fermée, espace de Baire, continuité séquentielle, partie compacte, connexe	79
Sujet 15: Fonction continuité, partie compacte, connexe, composition de fonctions continues,	85

Sujet 16: Continuité, réunion de parties compactes, ensemble relativement compact, point d'accumulation.....	89
Sujet 17: Invariant topologique, espace connexe, suite infinie d'un espace compact,	93
Sujet 18: Caractérisation de la continuité, théorème de Tykhonoff, point fixe, composante connexe,	96
Sujet 19: Application ouverte, fermée, homéomorphisme, ensemble localement compact,	98
Sujet 20: Caractérisation de la continuité, partie connexe, partie connexe par arcs,	101
Sujet 21: Limite, sous-espace connexe, image d'un connexe par arcs par une fonction continue,	104
Sujet 22: Caractérisation de la continuité, compacité et connexité de l'adhérence et de l'intérieur,	107
Sujet 23: Chemin, caractérisation d'une partie partout dense, fonction ouverte, fermée,	111
Sujet 24: Caractérisation d'un espace connexe, espace normal, régulier, valeur d'adhérence,.....	114
Sujet 25: Espace compact, connexe, régulier, comparaison de topologies,	117
Sujet 26: Compacité et connexité de l'adhérence et de l'intérieur, continuité, compacité et normalité	121
Sujet 27: Base, convergence, comparaison de topologies, caractérisation de la continuité,	124
Sujet 28: Intérieur, adhérence, ensemble dérivé, graphe fermé, homéomorphisme, caractérisation de la continuité,.....	128

Etal métrique

Sujet 1 : Distance, boule unité, espace complet, comparaison de distances, convergence simple, uniforme.....	133
Sujet 2 : Distance, boule ouverte, convergence, distances équivalentes, suites de Cauchy, espace complet,.....	137
Sujet 3 : Espace non métrisable, boule fermée, isométrie,.....	141
Sujet 4 : Distance de deux sous-ensembles, continuité uniforme, espace complet, système d'équations et point fixe,..	147
Sujet 5 : Distance, suites de Cauchy, comparaison de distances, espace de Fréchet, ensemble précompact,	153

Sujet 6 : Suites de Cauchy, diamètre, espace métrique produit, inégalité de Cauchy-Schwarz,	157
Sujet 7 : Distance, boule, suites de Cauchy, espace complet, continuité uniforme,	163
Sujet 8 : Distance, comparaison de distances, convergence simple, convergence uniforme,	168
Sujet 9 : Intersection et réunion finie de parties complètes, système d'équations et théorème du point fixe,.....	174
Sujet 10: Diamètre d'une partie compacte, suite de Cauchy et valeur d'adhérence, espace de Fréchet,	178
Sujet 11: Point d'accumulation, Partie compacte, convergence simple, convergence uniforme,.....	181
Sujet 12: Adhérence d'une partie compacte, densité de \mathbb{Q} , convergence simple, convergence uniforme,	184
Sujet 13: Comparaison de distances, continuité uniforme, caractérisation de l'adhérence, espace non complet,	188
Sujet 14: Suite de Cauchy, distance de deux parties, espace bien enchainé et compact, partie précompacte,	192

Espace normé

Sujet 1 : Norme, espace de Banach, normes équivalentes, suite de Cauchy, espace de dimension finie,	201
Sujet 2 : Espace normé, comparaison de normes, espace de Banach, injection canonique continue,	205
Sujet 3 : Application contractante, sous-espace de Banach, espace préhilbertien,	211
Sujet 4 : Espace de Banach, graphe fermé, dual topologique, espace de Hilbert, norme d'une application linéaire,	216
Sujet 5 : Semi norme, produit scalaire, inégalité de Minkowski, dual topologique, noyau, orthogonal,	223
Sujet 6 : Frontière d'une partie d'un espace normé, système algébrique d'équations, projection orthogonale,.....	228
Sujet 7 : Norme, espace de Banach, caractérisation de parties compactes, normes équivalentes, orthogonal,	234
Sujet 8 : Comparaison de normes, intérieur d'un sous-espace,.....	239
Sujet 9 : Comparaison de normes, somme de deux compacts, somme d'un fermé et d'un compact,	245

Sujet 10: Continuité, compacité et connexité, suite de Cauchy, homéomorphisme, comparaison de normes,	249
Sujet 11: Théorème de Banach-Steinhaus, forme linéaire ,.....	253
Sujet 12: Application linéaire continue, calcul de norme, convergence dans un espace de Hilbert,	258
Sujet 13: Produit scalaire, suite de Cauchy, espace de Hilbert, approximation d'une fonction,	262
Sujet 14: Calcul de normes, base hilbertienne, matrice d'une projection orthogonale,	268
Sujet 15: Boule unité connexe, application linéaire continue et calcul de sa norme, série de Fourier,	272
Sujet 16: Comparaison de normes, parties compactes, série de Fourier et calcul de sommes,	275
Sujet 17: Norme, norme d'une application linéaire, série de Fourier et sa convergence, calcul de sommes.....	279
Sujet 18: Suite de Cauchy, espace de Banach, série de Fourier et calcul de somme,	284
Sujet 19: Espace préhilbertien, comparaison de normes, intérieur d'un sous-espace, approximation de fonction,	288
Sujet 20: Identité de la médiane, intérieur d'un sous-espace, approximation de fonction,	292
Sujet 21: Orthogonal d'une partie, famille orthogonale, approximation de fonction, série de Fourier.....	295
Index terminologique	301
Index des mathématiciens cités.....	305
Index bibliographique.....	307
Sommaire.....	309