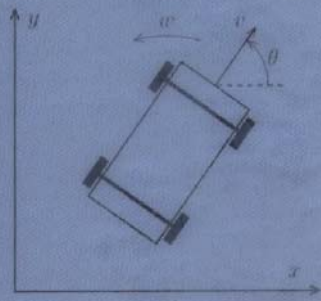
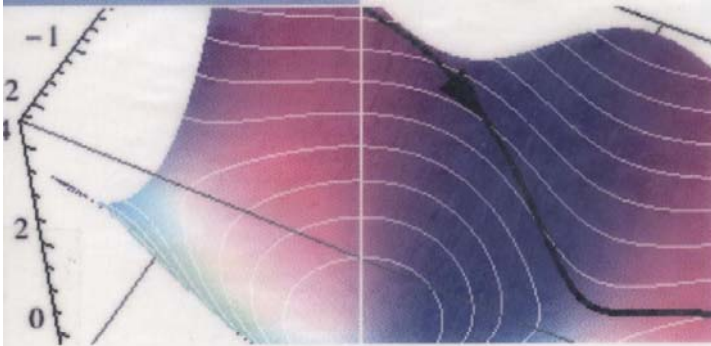
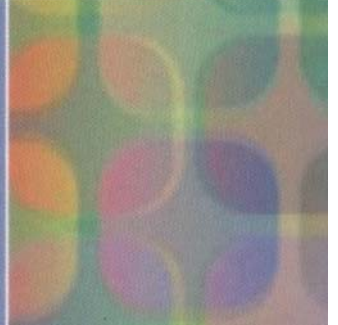


$$\dot{x} = f(x, u)$$



$$\phi_t \circ \phi_s = \phi_{t+s}$$



Collection  
Les cours



# Stabilité et commande des systèmes dynamiques

Cours et exercices corrigés

**2<sup>e</sup> édition**

*Revue et augmentée*

**Frédéric Jean**



ENSTA  
ParisTech  
université  
PARIS-SACLAY

**LES PRESSES DE L'ENSTA**

# Table des matières

<b>Avant-propos</b> .....	VII
<b>1 Calcul différentiel</b> .....	1
1.1 Applications différentiables .....	1
1.2 Accroissements finis .....	6
1.3 *Dérivées d'ordres supérieurs .....	8
1.4 Inversion locale et fonctions implicites .....	11
1.5 Et en dimension infinie? .....	14
1.6 Exercices corrigés .....	16
<b>2 Équations différentielles linéaires autonomes</b> .....	43
2.1 Approche élémentaire .....	43
2.2 Exponentielle de matrices .....	45
2.3 Calcul de l'exponentielle de matrices .....	47
2.4 Forme des solutions .....	51
2.5 Comportement asymptotique des solutions .....	54
2.6 Exercices corrigés .....	60
<b>3 Équations différentielles linéaires</b> .....	77
3.1 Existence et unicité globales .....	78
3.2 La résolvante .....	80
3.3 Quelques propriétés de la résolvante .....	82
3.4 Équations affines .....	86
3.5 *Équations linéaires périodiques .....	88
3.6 Exercices corrigés .....	91
<b>4 Théorie générale des équations différentielles</b> .....	101
4.1 Existence et unicité .....	102



4.2	Solutions maximales et durée de vie .....	104
4.3	Flots, portraits de phase .....	108
4.4	Linéarisation et perturbation du flot .....	111
4.5	Exercices corrigés .....	120
<b>5</b>	<b>Stabilité des équilibres</b> .....	<b>139</b>
5.1	Équilibres et stabilité .....	139
5.2	La stabilité par la linéarisation .....	141
5.3	Fonctions de Lyapunov .....	145
5.4	Exercices corrigés .....	151
<b>6</b>	<b>Commande des systèmes</b> .....	<b>167</b>
6.1	Systèmes commandés .....	167
6.2	Linéarisation des systèmes .....	169
6.3	Commandabilité (relation entrée/état) .....	172
6.4	Observabilité (relation état/sortie) .....	177
6.5	Stabilisation .....	179
6.6	Exercices corrigés .....	180
<b>A</b>	<b>Espaces vectoriels normés et théorèmes du point fixe</b> .....	<b>199</b>
A.1	Topologie des espaces métriques .....	199
A.2	Espaces vectoriels normés .....	200
A.3	Théorèmes du Point Fixe .....	201
A.4	Conséquence pour l'inversion locale et les fonctions implicites ..	203
<b>B</b>	<b>Forme normale des systèmes commandables</b> .....	<b>207</b>
B.1	Équations différentielles scalaires d'ordre $n$ .....	207
B.2	Forme normale : cas $m = 1$ .....	210
B.3	Forme normale : cas général .....	212
B.4	Démonstration du théorème 6.7 .....	214
	<b>Bibliographie</b> .....	<b>217</b>
	<b>Index</b> .....	<b>219</b>