

Lakhdar MEZIANI

**Introduction  
à l'analyse mathématique  
TOPOLOGIE GENERALE**

**Cours et Problèmes  
Licence et D.E.S de Mathématiques**



Presses de l'Université de Batna

## Tables des matières

<b>Chapitre I : Ensembles - Relations</b>	<b>Page :</b>
1- Opérations de la Théorie des ensembles .....	1
2- Relations .....	8
3- Quelques propriétés de l'ensemble IR .....	13
4- Développements usuels de nombres réels .....	14
5- Cardinaux .....	20
<b>Chapitre II : Structures topologiques</b>	
1- Espaces Topologiques .....	27
2- Fonctions Continues .....	41
3- Axiomes de séparation .....	53
4- Espaces Connexes .....	66
<b>Chapitre III : Espaces métriques</b>	
1- Distances .....	77
2- Suites de Cauchy - Espaces complets .....	87
3- Fonctions uniformément continues .....	94
4- Bases dénombrables - Espaces séparables .....	103
5- Produit infinis d'espaces métriques .....	107
6- Espaces de Baire .....	114
7- Compléments : Ensembles parfaits .....	118
<b>Chapitre IV : Espaces compacts -</b>	
<b>Espaces localement compacts</b>	
1- Espaces compacts .....	121
2- Espaces métriques compacts .....	131
3- Fonctions continues et espaces compacts .....	135
4- Produit d'espaces compacts .....	140
5- Espaces localement compacts .....	145
6- Compactification .....	152

## **Chapitre V : Espaces de Banach**

1- Espaces normés .....	156
2- Opérateurs linéaires continus .....	172
3- Espaces normés de dimension finie .....	185
4- Opérateurs linéaires continus dans les espaces de Banach .....	189
5- Dualité dans les espaces normés- Topologies faibles .....	199

## **Chapitre VI : Espaces de Hilbert**

1- Formes hermitiennes .....	220
2- Orthogonalité .....	224
3- Bases orthonormales .....	232
4- Espace dual.....	239
5- L'espace de Hilbert $L_2(T)$ .....	241

## **Appendices**

1- Sous-espaces-Hyperplans-Formes linéaires .....	255
2- Espaces vectoriels topologiques - Propriétés élémentaires .....	264
3- Caractérisation topologique des espaces normés de dimension finie .....	274
4- Le Théorème de Vitali-Hahn-Saks Convergence $\sigma(L_1, L_\infty)$ .....	280
5- L'espace $C(X)$ .....	291

## **Bibliographie .....**

## **Index Terminologique .....**

## **N.B:**

*Les exercices se trouvent à la fin de chaque section.*