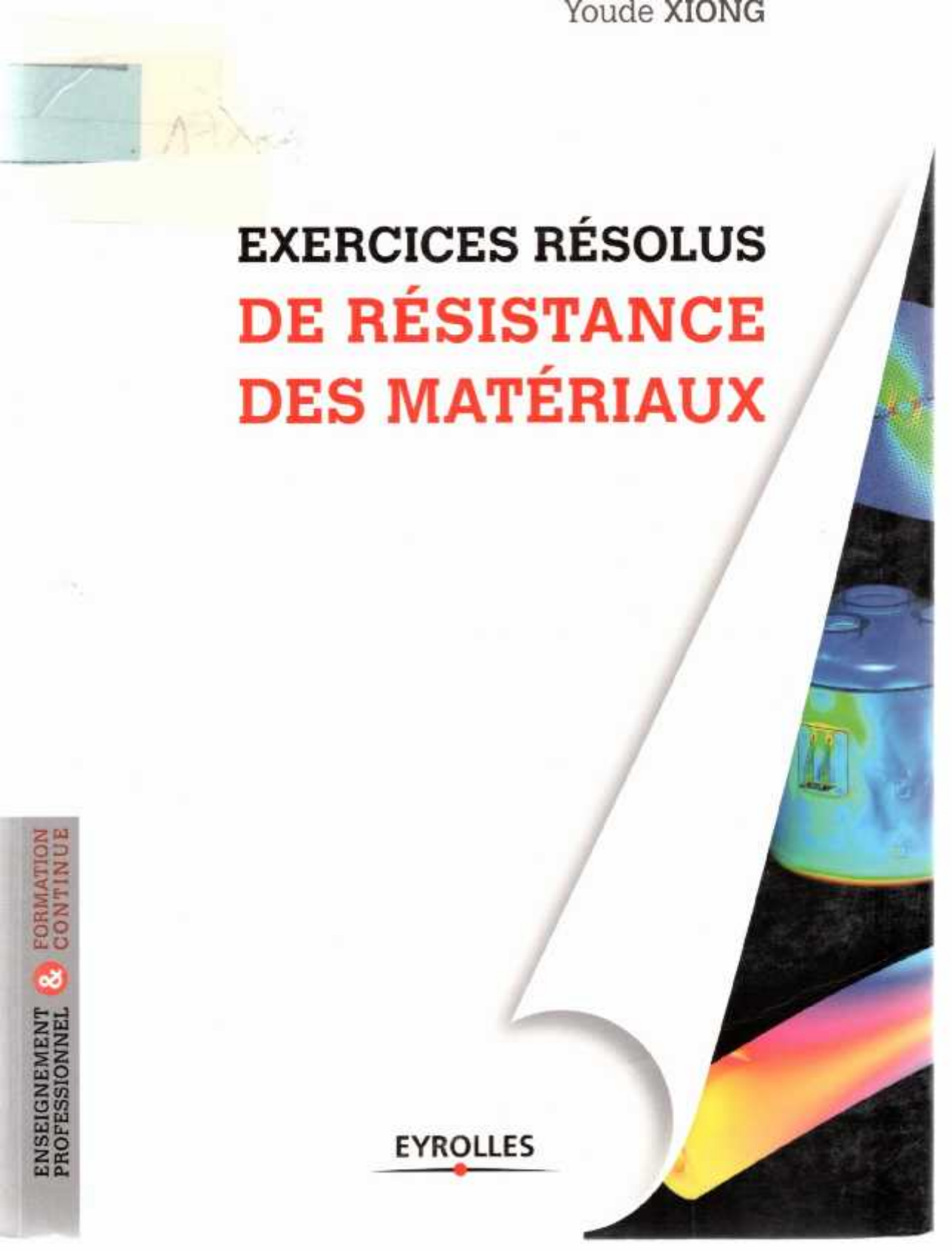


EXERCICES RÉSOLUS DE RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

ENSEIGNEMENT
PROFESSIONNEL
&
FORMATION
CONTINUE

— **EYROLLES** —





Le code de la propriété intellectuelle du 1er juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée notamment dans les établissements d'enseignement, provoquant une baisse brutale des achats de livres, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

En application de la loi du 11 mars 1957, il est interdit de reproduire intégralement ou partiellement le présent ouvrage, sur quelque support que ce soit, sans l'autorisation de l'Éditeur ou du Centre Français d'exploitation du droit de copie, 20, rue des Grands Augustins, 75006 Paris.

Table des matières

<i>Principales notations</i>	XI
<i>Actions simples et déformations correspondantes</i>	XII

CHAPITRE 1 Résistance des matériaux	3
1.1 Résistance des matériaux	3
1.1.1 Nécessité de la résistance des matériaux	3
1.1.2 But de la résistance des matériaux	4
1.2 Statique	4
1.2.1 Types des charges extérieures	4
1.2.1.1 Charge concentrée	4
1.2.1.2 Charge uniformément répartie	4
1.2.1.3 Charge triangulaire	5
1.2.1.4 Moment d'une force	5
1.2.1.5 Couple uniformément réparti	6
1.2.1.6 Moment d'un couple (bi-moment d'une force) (Voir le chapitre 7.5)	6
1.2.2 Effort normal et effort tranchant	7
1.2.3 Fixation d'une structure et réactions d'appuis	7
1.2.3.1 Appui simple	8
1.2.3.2 Articulation cylindrique	8
1.2.3.3 Encastrement	8
1.2.4 Équations d'équilibre d'une structure	9
1.2.5 Déterminer les réactions des appuis en utilisant les équations d'équilibre	11
1.3 Caractéristiques des sections transversales de la poutre	12
1.3.1 Aire d'une section transversale	12
1.3.1.1 Aire d'une section circulaire	12
1.3.1.2 Aire d'une section annulaire	12
1.3.1.3 Aire d'une section rectangulaire	12
1.3.1.4 Aire d'une section triangulaire	13
1.3.2 Centre de gravité d'une section	13
1.3.3 Moment statique	14
1.3.4 Moment d'inertie ou moment quadratique d'une surface	20
1.3.4.1 Moment d'inertie d'une surface par rapport à deux axes x et y	20
1.3.4.2 Moment d'inertie polaire d'une surface	20
1.3.4.3 Moment d'inertie d'une surface par rapport au centre de gravité I_G	21

1.3.4.4	Relation entre le moment d'inertie polaire et le moment d'inertie	21
1.3.5	Module d'inertie (module de résistance)	22
1.3.5.1	Module d'inertie ou module de résistance ou module de flexion de la section	22
1.3.5.2	Module d'inertie W_p polaire (ou module polaire de flexion de la section)	22
1.3.6	Moment produit	22
1.3.7	Théorème de Huyghens (transformation parallèle du repère)	23
1.3.8	Transformation du repère en rotation	23
1.4	Contrainte et déformation unitaire	33
1.4.1	Essai de traction	33
1.4.2	Contrainte normale et déformation produite par l'effort normal	34
1.4.2.1	Contrainte normale produite par l'effort normal	34
1.4.2.2	Déformation produite par l'effort normal	34
1.4.3	Contrainte de cisaillement et déformation produite par l'effort tranchant	35
1.4.3.1	Contrainte de cisaillement produite par l'effort tranchant	35
1.4.3.2	Déformation produite par l'effort tranchant	36
1.5	Conditions de résistance des matériaux	37
1.5.1	Déformations maximales	37
1.5.2	Condition de résistance des matériaux	38
CHAPITRE 2	Traction et compression	39
2.1	Traction	39
2.1.1	Définition de traction	39
2.1.2	Contrainte normale et allongement	39
2.1.2.1	Contrainte normale produite par l'effort normal	39
2.1.2.2	Déformation produite par l'effort normal N	40
2.1.2.3	Condition de résistance	40
2.1.3	Concentration de contraintes	40
2.1.4	Exercices de traction	42
2.1.4.1	Poutre en traction simple	42
2.1.4.2	Poutre d'égale résistance en traction simple	48
2.1.4.3	Câble en traction	50
2.1.4.4	Enveloppe cylindrique mince	53
2.1.4.5	Enveloppes cylindriques épaisses	58
2.1.4.6	Anneau en traction	59
2.1.4.7	Structure des poutres en traction	61
2.1.4.7.1	Structure statique des poutres	61
2.1.4.7.2	Structure statique des poutres en traction simple - contrainte thermique	66
2.1.4.7.3	Structure des poutres en traction simple - contrainte de montage	67
2.1.4.8	Assemblage par boulons	68

2.2	Compression	72
2.2.1	Définition de compression	72
2.2.2	Contrainte et déformation de compression	73
2.2.2.1	Contrainte moyenne et déformation d'une poutre comprimée	73
2.2.2.2	Condition de résistance des matériaux d'une pièce courte comprimée	74
2.2.3	Exercices de compression	74
2.2.4	Exercices de système précontrainte	83
CHAPITRE 3	Cisaillement	87
3.1	Définition	87
3.2	Hypothèse	87
3.3	Contrainte tangentielle de cisaillement	88
3.4	Déformation de cisaillement	88
3.5	Condition de résistance au cisaillement	89
3.6	Exercice de cisaillement	89
3.6.1	Cisaillement de l'écrou et des goujons	89
3.6.2	Cisaillement de poinçonnage	92
3.6.3	Cisaillement des rivets	94
3.6.4	Cisaillement des rivets des clavettes longitudinales	100
3.6.5	Cisaillement des axes d'articulation	103
3.6.5.1	Condition de résistance en cisaillement	103
3.6.5.2	Condition de résistance en compression	104
3.6.6	Cisaillement de l'assemblage par soudure	107
3.6.7	Cisaillement de la goupille	107
CHAPITRE 4	Torsion	109
4.1	Définition de torsion simple	109
4.2	Hypothèse de torsion simple	109
4.3	Caractéristiques de section en torsion simple	109
4.4	Contrainte tangentielle et condition de résistance en torsion simple	111
4.4.1	Contrainte tangentielle engendrée par le moment de torsion	111
4.4.1.1	Contrainte tangentielle d'un point quelconque	111
4.4.1.2	Contrainte tangentielle maximale	111
4.4.2	Contrainte de cisaillement pour les sections différentes de poutre	111
4.4.2.1	Section circulaire	111
4.4.2.2	Section elliptique	112
4.4.2.3	Section rectangulaire	112
4.4.2.3.1	Contrainte tangentielle maximale de torsion sur le côté long	112

4.4.2.3.2	Contrainte tangentielle maximale de torsion sur le côté court	112
4.4.2.3.3	Angle de torsion φ de la section rectangulaire	112
4.5	Condition de résistance des matériaux en torsion simple	113
4.5.1	Condition de résistance en torsion simple	113
4.5.2	Condition de rigidité en torsion simple	113
4.6	Exercices de torsion simple	113
CHAPITRE 5	Poutres droites isostatiques	125
5.1	Définition	125
5.1.1	Définition de la flexion simple	125
5.1.2	Définition des systèmes isostatiques	125
5.2	Efforts tranchants et moments de flexion	125
5.2.1	Effort tranchant T	125
5.2.2	Moment fléchissant (moment de flexion)	126
5.2.3	Assemblage des diagrammes	131
5.2.3.1	Assemblage des diagrammes des efforts tranchants	131
5.2.3.2	Assemblage des diagrammes des moments de flexion	132
5.3	Contraintes et flèches	133
5.3.1	Contrainte normale σ d'une section transversale de la poutre	133
5.3.2	Contrainte de cisaillement produit par l'effort tranchant	136
5.3.3	Déformation des poutres en flexion	139
5.3.3.1	Ligne d'influence des déformations et flèche	139
5.3.3.2	Angle de flexion θ	140
5.3.3.3	Flèche de la poutre f_x	140
5.3.4	Conditions de résistance des matériaux	141
5.3.4.1	Condition des déformations maximales	141
5.3.4.2	Condition des contraintes normales élastiques maximales ...	141
5.4	Exemples des poutres consoles	141
5.5	Exemples des poutres sur deux appuis simples	168
5.6	Exemples des poutres sur deux appuis simples avec une extrémité en porte-à-faux	192
CHAPITRE 6	Poutres droites hyperstatiques	207
6.1	Poutres droites hyperstatiques	207
6.2	Méthode pour les systèmes hyperstatiques	207
6.2.1	Méthode de la formule de Mohr (expression analytique des déplacements)	208
6.2.2	Méthode des forces	212
6.2.3	Méthode des moments de réaction	218
6.2.3.1	Formule principale	218

6.2.3.3	Poutres encastées à une extrémité, sur appui simple à l'autre	221
6.2.3.4	Poutres continues	223
6.3	Exercices avec des poutres encastées à une extrémité, l'autre extrémité sur appui simple	225
6.4	Exercice avec des poutres encastées aux deux extrémités	236
6.5	Poutres continues	244
6.5.1	Équations des trois moments	244
6.5.2	Exercices avec des poutres continues	249
CHAPITRE 7	Sollicitations composées	265
7.1	Flexion composée	265
7.1.1	Flexion plane composée	265
7.1.2	Flexion simple composée par plusieurs charges différentes dans même plan	266
7.1.3	Flexions simples composées par les charges situées dans des plans différents	266
7.1.4	Exercices des flexions simples composées	268
7.2	Flexion déviée	270
7.2.1	Hypothèse	270
7.2.2	Flexion déviée par une force passée au centre gravité de section	270
7.2.3	Flexion déviée d'un arbre par les charges situées dans des plans différents (réf. 2)	271
7.2.4	Exercices de flexions composées : flexions déviées	272
7.3	Flexion et traction ou compression	275
7.3.1	Flexion et traction ou compression par une force excentrée	275
7.3.2	Flexion composée par une force excentrée	277
7.3.3	Flexion et compression pour les sections à ailes minces	277
7.3.4	Exercices de flexion composée : flexion et traction ou compression	278
7.4	Flexion et torsion	280
7.4.1	Méthode des contraintes résultantes	280
7.4.1.1	Contrainte normale	280
7.4.1.2	Contrainte tangentielle	280
7.4.1.3	Contrainte résultante et condition de résistance	280
7.4.1.4	Flexion et torsion des arbres circulaires	281
7.4.2	Méthode de moment idéal de flexion	281
7.4.2.1	Moment idéal de flexion	281
7.4.2.2	Moment idéal de torsion	282
7.4.3	Exercices de « flexion et torsion »	282
7.5	Torsion et flexion des profilés à parois minces	289
7.5.1	Flexion simple des profilés à parois minces	289
7.5.1.1	Contrainte normale de profilé à parois minces	290
7.5.1.2	Contrainte de cisaillement de profilé à parois minces	290
7.5.2	Torsion libre des profilés à parois minces	296
7.5.2.1	Torsion libre des profilés à parois minces à section ouverte	296

7.5.2.2	Torsion libre des membrures tubulaires minces (réf. 7)	298
7.5.2.3	Torsion libre des tubes minces à section rectangulaire	300
7.5.2.4	Exercices de torsion libre des profilés à parois minces	303
7.5.3	Torsion entravée des poutres à parois minces (réf.7)	
	Méthode des membrures (S.P.Timoshenko)	306
7.5.3.1	Torsion entravée des poutres à parois minces	306
7.5.3.2	Torsion des sections symétriques des profilés à parois minces	306
7.5.3.3	Torsion des sections dissymétriques des poutres à parois minces	310
7.5.4	Torsion entravée des profilés à parois minces	316
7.5.4.1	Bi-moment et repère d'éventail ω	316
	7.5.4.1.1 Bi-moments (moment de couple)	316
	7.5.4.1.2 Repère d'éventail (ω, s)	318
	7.5.4.1.3 Définition des caractéristiques des sections ouvertes des profilés à parois minces dans le repère d'éventail	319
7.5.4.2	Moment de torsion entravée des sections ouvertes	323
7.5.4.3	Contraintes de cisaillement des sections ouvertes du profilé à parois minces en torsion entravée	324
7.5.4.4	Contraintes normales des sections minces ouvertes de torsion entravée	325
7.5.5	Torsion entravée de profilés à paroi mince à section fermée	329
7.5.5.1	Profilé à parois minces de section fermée	329
7.5.5.2	Tube mince comportant des parois intermédiaires	329
7.5.5.3	Caractéristiques en éventail de la section transversale rectangulaire	330
7.5.5.4	Contrainte normale de tube mince en torsion entravée :	331
7.5.5.5	Contrainte de cisaillement de tube mince en torsion entravée :	331
7.5.6	Conclusion des contraintes de torsion des profilés à parois minces	331

CHAPITRE 8	Structure des poutres	333
8.1	Système en treillis articulé	333
8.1.1	Définition	333
8.1.2	Hypothèses	333
8.1.3	Détermination des efforts dans les barres	334
	8.1.3.1 Méthode de Cremona (méthode des noeuds)	334
	8.1.3.2 Méthode de Ritter (méthode des sections)	337
	8.1.3.3 Méthode des forces (voir § 6.2.2)	338
8.1.4	Déformation de système en treillis articulé et déplacement des noeuds	340
8.1.5	Exercices avec des systèmes en treillis articulé	342
8.2	Portique	363
8.2.1	Définition	363
8.2.2	Portique isostatique	364
8.2.3	Portique hyperstatique	366
	8.2.3.1 Formule de Mohr	367

8.2.3.2	Formule pratique de Mohr	367
8.2.3.3	Méthode des forces	367
8.2.3.4	Méthode des déplacements	368
8.2.4	Exercices avec des portiques	374
CHAPITRE 9	Poutres courbes et arcs	409
9.1	Poutres courbes	409
	Définition	409
	Hypothèse	409
	Contraintes et déformation de la poutre courbe	409
	Rayon de courbure ρ dans le plan neutre de la poutre courbe	411
	Rayon de courbure ρ des sections les plus utiles	411
	Conditions de résistance des matériaux pour les poutres courbes	412
	Déplacement de la poutre courbe	414
9.2	Exercices de la poutre courbe	414
9.3	Arcs	427
	9.3.3.1 Formules générales de Bresse	428
	9.3.3.2 Arc encastré aux deux extrémités	429
	9.3.3.3 Arc à deux articulations	431
CHAPITRE 10	Stabilité de l'équilibre élastique	455
10.1	Définition de la stabilité de l'équilibre élastique	455
10.2	Charge critique et contrainte critique	456
	10.2.1 Charge critique de flambement (charge critique d'Euler)	456
	10.2.1.1 Charge critique de flambement	456
	10.2.1.2 Coefficient de stabilité de l'équilibre η et coefficient des modes de fixations μ	457
	10.2.2 Contrainte critique de flambement	458
10.3	Vérification de flambement des pièces élancées	458
	10.3.1 Condition de résistance de flambement	458
	10.3.2 Méthode de contrôle de stabilité de l'équilibre élastique	458
	10.3.2.1 Méthode d'Euler	458
	10.3.2.2 Méthode de Dutheil	459
	10.3.2.3 Règles de calcul des constructions en acier : règles CM 1966 et l'additif 80	461
	10.3.2.4 Règle relative au béton armé (Réf. 1)	462
10.4	Flambement des pièces élancées comprimées et fléchies (réf. 2)	463
10.5	Exercices de stabilité de l'équilibre élastique	465
	Références et Annexes	481
	Annexe 1 Bibliographie	481
	Annexe 2 Symboles des unités	483

Annexe 3	Caractéristiques des matériaux	485
Annexe 4	Caractéristiques des sections de la poutre	486
Annexe 5	Poutrelles	491
	Annexe 5.1 Poutrelles UAP	491
	Annexe 5.2 Poutrelles IPN	492
	Annexe 5.3 Poutrelles IPE	493
	Annexe 5.4 Poutrelles HE A	494
	Annexe 5.5 Poutrelles HE B	495
	Annexe 5.6 Poutrelles PA – Poutrelles IPEA	496
	Annexe 5.7 Poutrelles HE M	497
	Annexe 5.8 Poutrelles UPN	498
	Annexe 5.9 Poutrelles L	499
	Annexe 5.10 Poutrelles L	500
	Annexe 5.11 Poutrelles L	501
	Annexe 5.12 Profils creux de section circulaire	502
	Annexe 5.13 Poutrelles creuses carrées	504
	Annexe 5.14 Poutrelles creuses rectangulaires	506
	Annexe 5.15 Poutrelles creuses rectangulaires	508
	Annexe 5.16 Gros profils creux de la gamme Rettel	509
	Annexe 5.17 Gros profils creux de la gamme Rettel	510
	Annexe 5.18 Gros profils creux de la gamme Rettel	511
	Annexe 5.19 Gros profils creux de la gamme Rettel (suite)	512
Annexe 6	Masse des aciers en kilogrammes par mètre	514
	Annexe 6.1 Masse des aciers en kilogrammes par mètre	514
	Annexe 6.2 Masse des aciers en kilogrammes par mètre	516
	Annexe 6.3 Masse des aciers en kilogrammes par mètre	517
	Annexe 6.4 Masse des aciers en kilogrammes par mètre	518
	Annexe 6.5 Masse des aciers en kilogrammes par mètre	519
	Annexe 6.6 Masse des aciers en kilogrammes par mètre	520
Annexe 7	Formulaire des poutres en flexion	521
	Annexe 7.1 (1) Poutre droite isostatique en flexion	521
	Annexe 7.1 (2) Poutre droite isostatique en flexion	522
	Annexe 7.2 (1) Poutre droite isostatique en flexion	523
	Annexe 7.2 (2) Poutre droite isostatique en flexion	524
	Annexe 7.3 Poutre droite hyperstatique en flexion (1)	525
	Annexe 7.3 Poutre droite hyperstatique en flexion (2)	527
	Annexe 7.4 Poutre droite hyperstatique en flexion	528
Annexe 8	Rappels de mathématiques	529
	Annexe 8.1 Identités remarquables	529
	Annexe 8.2 Déterminants	529
	Annexe 8.3 Fonctions trigonométriques	530
	Annexe 8.4 Fonction dérivée	531
	Annexe 8.5 Fonction intégrale	532