

— Traité de Génie Civil —  
de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne

Volume 4

Analyse des structures et milieux continus

# STRUCTURES EN BARRES ET POUTRES

Pierino Lestuzzi et Léopold Pflug



PRESSES POLYTECHNIQUES ET UNIVERSITAIRES ROMANDES

# Traité de Génie Civil

## Volume 4

Cet ouvrage fait partie d'une série d'une vingtaine de volumes qui sont publiés sous la direction de René Walther et Manfred A. Hirt, professeurs à l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, dont la liste suivante, non exhaustive, présente le plan général de publication (voir l'état des parutions sur notre site web <http://www.ppur.org>).

1. ANALYSE DES STRUCTURES ET MILIEUX CONTINUS  
Statique appliquée
2. ANALYSE DES STRUCTURES ET MILIEUX CONTINUS  
Mécanique des structures
3. ANALYSE DES STRUCTURES ET MILIEUX CONTINUS  
Mécanique des solides
4. ANALYSE DES STRUCTURES ET MILIEUX CONTINUS  
Structures en barres et poutres
5. ANALYSE DES STRUCTURES ET MILIEUX CONTINUS  
Coques
6. ANALYSE DES STRUCTURES ET MILIEUX CONTINUS  
Méthode des éléments finis
7. DIMENSIONNEMENT DES STRUCTURES EN BÉTON  
Bases et technologie
8. DIMENSIONNEMENT DES STRUCTURES EN BÉTON  
Aptitude au service et éléments de structures
9. PONTS EN BÉTON  
Généralités, conception et dimensionnement
10. CONSTRUCTION MÉTALLIQUE  
Notions fondamentales et méthodes de dimensionnement
11. CHARPENTES MÉTALLIQUES  
Conception et dimensionnement des halles et bâtiments
12. PONTS EN ACIER  
Conception et dimensionnement des ponts métalliques et mixtes acier-béton
13. CONSTRUCTION EN BOIS  
Matériau, technologie et dimensionnement
14. HYDRODYNAMIQUE  
Une introduction
15. CONSTRUCTIONS HYDRAULIQUES  
Écoulements stationnaires
16. HYDRAULIQUE FLUVIALE  
Écoulement et phénomènes de transport dans les canaux à géométrie simple
17. BARRAGES  
Du projet à la mise en service
18. MÉCANIQUE DES SOLS ET DES ROCHES
19. FOUILLES ET FONDATIONS
20. OUVRAGES ET TRAVAUX SOUTERRAINS
21. SYSTÈMES ÉNERGÉTIQUES  
Offre et demande d'énergie; méthodes d'analyse
22. AMÉNAGEMENTS ÉNERGÉTIQUES
23. ÉTUDES D'IMPACT SUR L'ENVIRONNEMENT
24. MATÉRIAUX  
Constitution et lois de comportements rhéologiques
25. VOIES DE CIRCULATIONS

Le Traité de Génie Civil est une publication des Presses polytechniques et universitaires romandes, fondation scientifique dont le but est principalement la diffusion des travaux de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne. Le catalogue de ces publications peut être obtenu aux **Presses polytechniques et universitaires romandes**, CH-1015 Lausanne

Première édition  
ISBN 978-2-88074-683-4

© Presses polytechniques et universitaires romandes, 2014  
EPFL, Rolex Learning Center, CP 119, CH-1015 Lausanne  
Tous droits réservés. Reproduction, même partielle, interdite.  
Imprimé en Italie

Les auteurs et les Presses polytechniques et universitaires romandes remercient  
l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne pour le soutien apporté  
à la publication du Traité de Génie Civil.

# Table des matières

Avant-propos .....	V
Table des matières .....	VII
<b>1. Introduction</b> .....	1
1.1 Contenu .....	3
1.2 Objectifs .....	3
1.2.1 Illustration .....	3
1.2.2 Modélisation .....	4
1.3 Lectorat et structure de l'ouvrage .....	5
1.4 Limitations .....	7
1.5 Remerciements .....	7
1.6 Références .....	7
<b>2. Considérations de base</b> .....	9
2.1 Isostaticité et hyperstaticité .....	11
2.1.1 Implications .....	12
2.1.2 Détermination du degré d'hyperstaticité .....	13
2.2 Hypothèses .....	14
2.3 Conventions .....	15
2.3.1 Représentation des moments de flexion .....	15
2.3.2 Signe du moment de flexion .....	16
2.3.3 Signe de l'effort tranchant .....	17
2.3.4 Représentation des efforts tranchants .....	18
2.3.5 Effort normal .....	18
2.4 Détermination des déplacements .....	18
2.4.1 Travaux virtuels .....	18
2.4.2 Exemple explicatif .....	20
2.4.3 Ressorts .....	21
2.4.4 Exemple .....	22
2.5 Charges .....	23
2.5.1 Forces .....	23
2.5.2 Tassement d'appui .....	23
2.5.3 Variation de température .....	23
2.5.4 Charges sismiques .....	24
2.6 Références .....	25
<b>3. Méthodes de résolution</b> .....	27
3.1 Méthode des forces et méthode des déplacements .....	29
3.2 Principe des méthodes de résolution .....	29
3.2.1 Méthode des forces .....	29

3.2.2	Méthode des déplacements . . . . .	31
3.2.3	Conditions de compatibilité cinématique et d'équilibre . . . . .	32
3.3	Résolution . . . . .	35
3.3.1	Système fondamental . . . . .	35
3.3.2	Méthode des forces . . . . .	35
3.3.3	Méthode des déplacements . . . . .	36
3.3.4	Procédure générale . . . . .	37
3.3.5	Exemple 1: poutre continue sur trois appuis . . . . .	37
3.3.6	Signes et sens positif . . . . .	44
3.3.7	Visualisation avec le tableau synoptique . . . . .	45
3.3.8	Relations de cause à effet . . . . .	46
3.3.9	Exemple 2: poutre continue sur quatre appuis . . . . .	49
3.3.10	Propriétés du système d'équations . . . . .	53
3.4	Détermination des efforts intérieurs . . . . .	54
3.4.1	Efforts tranchants . . . . .	54
3.4.2	Moments de flexion . . . . .	54
3.4.3	Exemple 1: poutre continue sur trois appuis . . . . .	55
3.4.4	Exemple 2: poutre continue sur quatre appuis . . . . .	58
3.5	Cas de charge particuliers . . . . .	61
3.5.1	Tassement d'appui . . . . .	61
3.5.2	Variation de température . . . . .	63
3.6	Comparaison des méthodes . . . . .	65
3.6.1	Différences et similitudes entre les méthodes . . . . .	65
3.6.2	Inconnues . . . . .	66
3.7	Résumé et synthèse . . . . .	68
3.8	Références . . . . .	69
3.9	Exercices . . . . .	69
3.10	Exemples . . . . .	70
3.10.1	Poutre continue sur trois appuis: autre résolution . . . . .	70
3.10.2	Poutre continue sur 4 appuis: détermination des coefficients $a_{ij}$ . . . . .	73
3.10.3	Poutre continue sur 3 appuis: généralisation . . . . .	76
<b>4.</b>	<b>Structures courantes . . . . .</b>	<b>79</b>
4.1	Introduction . . . . .	81
4.2	Poutres continues . . . . .	81
4.2.1	Résolution par la méthode des forces . . . . .	81
4.2.2	Résolution par la méthode des déplacements . . . . .	82
4.2.3	Exemple: poutre continue sur cinq appuis équidistants . . . . .	83
4.2.4	Conséquences pratiques . . . . .	87
4.3	Cadres plans . . . . .	90
4.3.1	Cadres tenus latéralement . . . . .	91
4.3.2	Cadres non tenus latéralement . . . . .	98
4.4	Poutres à treillis . . . . .	109
4.4.1	Méthode des forces . . . . .	110

4.4.2	Méthode des déplacements. . . . .	111
4.4.3	Exemple: poutre simple, intérieurement hyperstatique . . . . .	113
4.5	Résumé et synthèse. . . . .	114
4.6	Références. . . . .	115
4.7	Exercices. . . . .	115
4.8	Exemples. . . . .	116
4.8.1	Cadre plan tenu latéralement soumis à un moment concentré. . . . .	116
4.8.2	Cadre simple bi-encasté soumis à une charge horizontale . . . . .	119
4.8.3	Cadre multiple non tenu soumis à un tassement d'appui . . . . .	123
<b>5.</b>	<b>Cas particuliers . . . . .</b>	<b>127</b>
5.1	Introduction. . . . .	129
5.2	Utilisation de la symétrie . . . . .	129
5.2.1	Méthode des forces. . . . .	129
5.2.2	Méthode des déplacements. . . . .	133
5.3	Appuis élastiques . . . . .	137
5.3.1	Méthode des forces. . . . .	137
5.3.2	Méthode des déplacements. . . . .	143
5.4	Barres . . . . .	146
5.4.1	Méthode des déplacements. . . . .	147
5.5	Rotules . . . . .	148
5.5.1	Méthode des déplacements. . . . .	148
5.5.2	Méthode des forces. . . . .	151
5.6	Précontrainte. . . . .	152
5.6.1	Moments primaires. . . . .	153
5.6.2	Moments d'ordre hyperstatique (secondaires). . . . .	154
5.7	Calcul des déplacements. . . . .	155
5.8	Résumé et synthèse. . . . .	157
5.9	Références. . . . .	158
5.10	Exercices. . . . .	158
5.11	Exemple. Poutre continue élastiquement appuyée, rigidités différentes . . . . .	159
<b>6.</b>	<b>Lignes d'influence . . . . .</b>	<b>161</b>
6.1	Introduction. . . . .	163
6.2	Structures isostatiques . . . . .	163
6.2.1	Détermination des réactions d'appui par les travaux virtuels . . . . .	164
6.2.2	Lignes d'influence . . . . .	164
6.3	Détermination par la procédure cinématique . . . . .	165
6.3.1	Poutres continues . . . . .	165
6.3.2	Cadres. . . . .	166
6.4	Détermination à l'aide de la méthode des forces . . . . .	168
6.4.1	Poutre continue sur quatre appuis . . . . .	169
6.5	Détermination à l'aide de logiciels . . . . .	170
6.5.1	Poutre continue élastiquement appuyée. . . . .	171
6.5.2	Poutre encastée-appuyée. . . . .	174

6.6	Exemples . . . . .	171
6.7	Résumé et synthèse . . . . .	176
6.8	Références . . . . .	177
6.9	Exercices . . . . .	177
<b>7.</b>	<b>Stabilité élastique.</b> . . . . .	<b>179</b>
7.1	Limite de validité de la théorie du <i>premier ordre</i> . . . . .	181
7.2	Extension de la méthode de résolution en présence d'effort normal. . . . .	183
	7.2.1 Exemple introductif. . . . .	183
	7.2.2 Principe de résolution . . . . .	185
7.3	Extension des coefficients en présence d'effort normal . . . . .	185
	7.3.1 Coefficients B, D et F . . . . .	185
	7.3.2 Adaptation de la matrice de rigidité . . . . .	186
	7.3.3 Variation des coefficients en fonction du paramètre $j$ . . . . .	187
	7.3.4 Variation des relations entre les coefficients en fonction du paramètre $j$ . . . . .	188
7.4	Méthode de résolution . . . . .	189
	7.4.1 Cas fondamental d' <i>Euler</i> . . . . .	189
	7.4.2 Cadre constitué d'un poteau et d'une traverse . . . . .	191
	7.4.3 Contrôle avec le principe <i>des deux gendarmes</i> . . . . .	194
	7.4.4 Cadre constitué d'un poteau et d'une traverse, non tenu latéralement . . . . .	195
7.5	Généralisation du cas fondamental d' <i>Euler</i> . . . . .	198
	7.5.1 Représentation des solutions sous forme analytique. . . . .	198
	7.5.2 Cas général tenu latéralement . . . . .	202
	7.5.3 Généralisation du cadre formé d'un poteau et d'une traverse, non tenu latéralement . . . . .	205
	7.5.4 Cas général non tenu. . . . .	208
	7.5.5 Utilisation pratique de la longueur critique de flambage . . . . .	212
7.6	Poutres continues. . . . .	212
7.7	Cadres . . . . .	215
	7.7.1 Cadre symétrique bi-encasté non tenu latéralement . . . . .	215
	7.7.2 Modes de flambage des cadres . . . . .	216
	7.7.3 Cadre asymétrique bi-encasté non tenu latéralement . . . . .	217
	7.7.4 Cadres multiples . . . . .	221
7.8	Estimation à l'aide d'une force perturbatrice . . . . .	224
	7.8.1 Exemple . . . . .	224
7.9	Résumé et synthèse . . . . .	226
7.10	Références . . . . .	227
7.11	Exercices . . . . .	227
7.12	Détermination des coefficients en présence d'effort normal. . . . .	228
<b>8.</b>	<b>Annexes.</b> . . . . .	<b>233</b>
8.1	Equations des déformées pour les cas fondamentaux . . . . .	235
8.2	Tables des coefficients de stabilité . . . . .	236
	<b>Index</b> . . . . .	<b>245</b>