

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE

SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE SAAD DAHLEB BLIDA 1



INSTITUT D'AERONAUTIQUE ET DES ETUDES SPATIALES

Département de Construction Aéronautique

Mémoire de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme de

Master en Aéronautique

Option : Avionique

THEME

Control du vol en phase de croisière d'un avion de transport

Par la commande Modal

Proposé et dirigé par

Dr. Khelifa Yamina

Réalisé par :

- Kadrine Riad

- Latrache Islem Eddine

Promotion 2023-2024

Remerciements

Tout d'abord, je remercie le DIEU le tout puissant, de nous avoir donné le Courage, la santé et la patience durant tout le temps que nous avons consacré à la Réalisation de ce travail.

Un grand merci à notre promotrice Mme KHELIFA Yamina, qui nous a toujours Soutenue, et qui a travaillé très dur avec moi afin d'achever ce mémoire.

Mes sincère remerciement aux membres du jury, pour avoir acceptés d'évaluer notre travail.

Enfin, nous remercions l'ensemble de la famille des enseignants à l'institut d'aéronautique de Blida en particulier les enseignants durant notre parcours universitaire.

Nos amis et collègues de la promotion 2019.

Dedication (Islem)

Je dédie le fruit de mon travail

*A mon père Nacer qui m'a toujours soutenu et encouragé durant le
cheminement de mes études ; ses conseils précieux et ses orientations
paternelles m'ont énormément aidé à surmonter de multiples obstacles.*

A ma mère qui a constamment montré à mon égard une présence indéfectible.

A mes chers frères et ma petite sœur

Rahim, Taki, Raïf {ouffa} et Sirine .

A mon chère oncle Hadjib Allah yerhmou .

Et la grande famille Latreche et Badache.

*A mon binôme Nadrine Riad qui a travaillé avec moi durant la période de
notre travail.*

A mes amis que j'aime et dont je saurais garder pour longtemps

L'amitié.

Enfin, nos remerciements s'adressent aux étudiants de notre

Promotion.

Dedication (Riad)

بسم الله الرحمن الرحيم

C'est avec gratitude envers Dieu tout-puissant et en reconnaissance des sacrifices consentis pour notre réussite que nous avons pu réaliser cet humble travail, que nous dédions à nos grands-parents bien-aimés, que Dieu les protège :

À nos grands-parents bien-aimés, que Dieu les protège.

À ceux qui nous ont inculqué le sens du devoir et des responsabilités et nous ont toujours poussés à faire de notre mieux : nos parents.

Ma mère la source de tendresse précieuse, à la présence réconfortante et à celle qui m'a soutenu par ses prières constantes, ma mère. Ta patience, ton soutien, tes sacrifices et ton inquiétude constante ont fait en sorte que mes progrès scolaires n'ont pas été entravés. Tu as été là pour moi à chaque étape du chemin, et de ton amour et de ta sollicitude, j'ai tiré force et détermination. Je dédie ce travail en signe de gratitude pour tout ce que vous avez fait pour moi.

Mon père À celui qui m'a enseigné le sens de la persistance et de la persévérance, et qui m'a toujours guidé pour atteindre le meilleur de moi-même, mon cher père. Tu as toujours été mon modèle, et tes sacrifices et ton soutien illimité ont été une source d'inspiration pour moi. Grâce à tes conseils et à tes encouragements, j'ai pu surmonter tous les obstacles. Je te dédie ce travail en signe de gratitude pour tout ce que tu as fait pour moi.

À mon chère oncle Djaber رحمة الله عليه

Ceux qui se sont réjouis de l'heureuse évolution de nos études, nous témoignant ainsi leur profonde sollicitude, nos frères et sœurs bien-aimés : Lola Lamlabaki, Sif Elislem et Oussama.

À tous nos amis de toujours dont nous pouvons citer les noms en particulier :

Riad, Khaled et Lou's family.

Raouf, Ibrahim, Moussa+406, Amazigh, Isslem lbinome, Hamed, Ilyes bola7ya, abdo chachera, khalido, walid29, chamsso, Ahmed, Ramzi, Abdo Dra3i, Samidoo, Samy, Nadri, Hamza, Abdo, Khaled Soya

Résumé

En aviation, les commandes de vol sont le système faisant le lien entre le pilote et les gouvernes aérodynamiques, qui permettent de modifier l'attitude et la trajectoire de l'avion. Ce système est composé d'organes de pilotage (manche par exemple), d'actionneurs de gouvernes (servocommandes, ou vérins hydrauliques ou électriques), et d'un système de transmission plus ou moins sophistiqué qui les relie.

Sur un avion à commandes de vol électriques, les ordres provenant des organes de pilotage sont convertis en signaux électriques, et envoyés vers des calculateurs chargés d'élaborer des commandes pour chaque actionneur de gouverne. Ces calculateurs exploitent également des données provenant de capteurs de l'avion (centrales à inertie, sondes Pitot, etc.).

Plus particulièrement depuis l'apparition des commandes de vol électriques (CDVE), la théorie de la commande modale est appliquée avec succès au réglage des lois de commande de vol. Le pilotage automatique des avions civils reste encore aujourd'hui l'application phare permettant d'illustrer ces techniques. Une application de la commande modale sera présentée ici : le pilotage automatique en phase de croisière. La sensibilité des lois de commande aux perturbations externes d'une part et aux variations de modèle d'autre part seront abordées

Mots Clés :

Modélisation du mouvement d'avion- commandes de vol automatiques - commande modale-

Abstract

In aviation, flight controls are the system linking the pilot to the aerodynamic surfaces, which allow for modifying the aircraft's attitude and trajectory. This system consists of control devices (such as a control stick), control surface actuators (servo controls, or hydraulic or electric cylinders), and a more or less sophisticated transmission system that connects them. In an aircraft with electrical flight controls, orders from the control devices are converted into electrical signals and sent to computers responsible for developing commands for each control surface actuator. These computers also use data from the aircraft's sensors (inertial measurement units, Pitot tubes, etc.). Specifically, since the advent of electrical flight controls (CDVE), modal control theory has been successfully applied to the tuning of flight control laws. The autopilot in civil aircraft remains today the flagship application that illustrates these techniques. A modal control application will be presented here: the autopilot in the cruise phase. The sensitivity of control laws to external disturbances on the one hand and model variations on the other will be discussed.

Keywords: Aircraft movement modeling - automatic flight controls - modal control

الخلاصة

في الطيران، تعتبر أنظمة التحكم بالطيران النظام الذي يربط بين الطيار وأسطح التحكم الهوائية التي تسمح بتغيير موقف ومسار الطائرة. يتكون هذا النظام من أدوات التحكم (مثل عصا القيادة)، ومشغلات أسطح التحكم (محركات التحكم، أو الأسطوانات الهيدروليكية أو الكهربائية ذات أنظمة التحكم بالطيران الكهربائية)، ويتم تحويل الأوامر القادمة من (الكهربائية)، ونظام نقل أكثر أو أقل تعقيداً يربط بينهم أدوات التحكم إلى إشارات كهربائية وإرسالها إلى الحواسيب التي تقوم بإعداد أوامر لكل مشغل من مشغلات أسطح التحكم. تستغل هذه على وجه الخصوص، منذ الحواسيب أيضاً البيانات القادمة من مستشعرات الطائرة (الوحدات المركزية بالقصور الذاتي، مجسات بيتوت، إلخ) ، تم تطبيق نظرية التحكم النمطي بنجاح على ضبط قوانين التحكم بالطيران. يظل الطيار (CDVE) ظهور أنظمة التحكم بالطيران الكهربائية الألي للطائرات المدنية حتى اليوم التطبيق الرائد الذي يسمح بتوضيح هذه التقنيات. سيتم تقديم تطبيق للتحكم النمطي هنا: الطيار الألي في مرحلة الطيران العادي. سيتم مناقشة حساسية قوانين التحكم للاضطرابات الخارجية من جهة وتغيرات النموذج من جهة أخرى.

الكلمات المفتاحية :

نموذج حركة الطائرة - أنظمة التحكم بالطيران الألي - التحكم النمطي

Liste des figures

Figure I-1 Trièdre avion et aérodynamique	5
Figure I-2 la rotation par rapport aux différents axes	11
Figure I-3 Rotation par rapport aux différents axes	12
Figure III-1 schéma bloc de la commande par retour d'état	38
Figure III-2 $P1 = [-1-i \ -1+i \ -1 \ -2]$	42
Figure III-3 $P2 = [-1.5-i \ -1.5+i \ -1 \ -2]$	43
Figure III-4 perturbation cte d'amplitude = 2	44
Figure III-5 perturbation cte d'amplitude = 4	45
Figure III-6 perturbation cte d'amplitude = 6	46
Figure III-7 Commande par retour d'état avec action intégral	47
Figure III-8 $P4 = [-0.9+i \ -0.9-i \ -2 \ -5 \ -15 \ -20]$	50
Figure III-9 la réponse du system a une perturbation constante d'une amplitude 2	51
Figure III-10 la réponse du system a une perturbation constante d'une amplitude 6	52
Figure III-11 Action intégral avec une perturbation bruit blanc	53
Figure III-12 Action intégral avec une perturbation carrée	53
Figure IV-1 Système hyper-stable	57
Figure IV-2 Commande adaptative avec modèle de référence	59
Figure IV-3 pour le gain $a=10$ $b=10$ (qui présente l'angle de dérapage β)	67
Figure IV-4 Erreur pour $a=10$, $b=10$	67
Figure IV-5 la commande u_r	68
Figure IV-6 la commande u_a	68
Figure IV-7 pour le gain $a=10$ $b=10$ (qui présente l'angle de dérapage β)	70
Figure IV-8 la commande u_r	70
Figure IV-9 la commande u_a	71
Figure IV-10 Erreur pour $a=10$, $b=10$	71
Figure IV-11 pour le gain $a=10$ $b=10$ (qui présente l'angle de dérapage β avec perturbation Sine-wave)	73
Figure IV-12 la commande U avec perturbation Sine-wave	73
Figure IV-13 Erreur avec perturbation Sine-wave	74
Figure IV-14 signal de perturbation sine wave	74
Figure IV-15 la commande u_a	75
Figure IV-16 pour le gain $a=10$ $b=10$ (qui présente l'angle de dérapage β avec perturbation bruit blanc)	76
Figure IV-17 la commande U avec perturbation bruit blanc	76
Figure IV-18 Erreur avec perturbation bruit blanc	77
Figure IV-19 signal de perturbation bruit blanc	77
Figure IV-20 la commande u_a	78
Figure IV-21 pour le gain $a=10$ $b=10$ (qui présente l'angle de dérapage β avec perturbation signal carré)	79
Figure IV-22 la commande U avec perturbation signal carrée	79
Figure IV-23 Erreur avec perturbation signal carrée	80
Figure IV-24 signal de perturbation carrée	80
Figure IV-25 la commande u_a	81

Les Symboles et Abréviations

m : masse de l'avion

g : force de gravité

C_x : coefficient aérodynamique de trainée

C_y : coefficient aérodynamique de force latéral

C_z : coefficient aérodynamique de portance

C_L : coefficient aérodynamique de moment sur l'axe de roulis

C_M : coefficient aérodynamique de moment sur l'axe de tangage

C_N : coefficient aérodynamique de moment sur l'axe de lacet

I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} : les moments d'inertie de l'avion dans le repère xyz

I_{xy}, I_{yz}, I_{xz} : les produits d'inertie de l'avion dans le repère xyz

F_x : force totale suivant x

F_y : force totale suivant y

F_z : force totale suivant z

F_T : force de propulsion

α : angle d'incidence

ϕ : angle d'inclinaison

β : angle de dérapage

p : vitesse angulaire de lacet

q : vitesse angulaire de tangage

r : vitesse angulaire de roulis

h_x, h_y, h_z : les moments cinétique de l'avion dans le repère xyz

L : moment de roulis total

M : moment de tangage total

N : moment de lacet total

V_c : vitesse du centre de gravité de l'avion

Θ : angle de tangage (assiette longitudinal)

Φ : angle de roulis (assiette latéral)

Ψ : angle de lacet (cap)

u : composante de la vitesse suivant l'axe x

v : composante de la vitesse suivant l'axe y

w : composante de la vitesse suivant l'axe z

V : vitesse vraie

μ : nombre de mach

$\delta\alpha$: gouverne de gauchissement (aileron)

δ : gouverne de direction

δm : gouverne de profondeur.

ρ : densité de l'aire

ξ : coefficient d'amortissement

w_n : pulsation propre

<i>Remerciements</i>	
<i>Dedication (Islam)</i>	
<i>Dedication (Riad)</i>	
Résumé	
Abstract	
Liste des figures	
Les Symboles et Abréviations	
Introduction générale	
Chapitre I Modélisation :	1
I.1 Introduction :	1
I.2 Définition :	1
I. 2. 1 Masse :	1
I. 2. 2 Corps rigide :	2
I. 2. 3 Centre de masse :	2
I. 2. 4 Centre de gravité :	2
I. 2. 5 Le centre de poussée :	2
I. 2. 6 Angle d'attaque (α) :	2
I. 2. 7 Vent relatif :	2
I. 2. 8 Force aérodynamique résultante :	3
I.3 Définitions des trièdres de références :	3
I. 3. 1 Trièdre terrestre normal :	3
I. 3. 2 Trièdre aérodynamique ($G X_a Y_a Z_a$) :	3
I. 3. 3 Trièdre avion ($GXYZ$) :	4
I. 3. 4 La matrice de passage :	6
I.4 ÉQUATIONS DE MOUVEMENT DES AÉRONEFS :	7
I. 4. 1 L'équation de force :	7
I. 4. 2 Calcul des moments :	8
I. 4. 3 L'orientation de l'avion par rapport au système de coordonnées terrestre fixe X'Y'Z'	11
I. 4. 4 La trajectoire de vol de l'avion par rapport à la Terre :	12
I. 4. 5 Force de gravité :	13
I. 4. 6 Force de poussé :	14
I.5 La théorie des petites perturbations :	14
I. 5. 1 Les termes de control aérodynamique :	16
I. 5. 2 Les termes gravitationnels après perturbation :	17
I. 5. 3 Les termes de poussé :	17

I.6 Mouvement Longitudinal :	18
I. 6. 1 Mouvement longitudinal de l'avion.....	18
Hypothèses :	19
I.7 Mouvement Latéral :	20
I. 7. 1 Mouvement latéral :	20
Chapitre II Généralité sur les commandes :	24
II.1 Etat de l'art sur les lois de commande :	24
II. 1. 1 les techniques de commande non linéaire :	25
II.2 Technique de la commande :	26
II. 2. 1 Les commandes linéaires :	26
II. 2. 1. 1 Correcteur PID :	27
II. 2. 1. 2 Commande Optimale (Contrôle Linéaire Quadratique) :	28
II. 2. 1. 3 Commande Optimale LQR :	28
II. 2. 1. 4 Commande Linéaire Quadratique LQG :	29
II. 2. 1. 5 La commande H infini :	29
II. 2. 2 Les systèmes non linéaires :	30
II. 2. 2. 1 La commande Backstepping :	31
II. 2. 2. 2 La commande adaptative :	32
II. 2. 2. 3 La commande prédictive :	32
II. 2. 2. 4 La commande Robuste :	33
II. 2. 2. 5 La commande par mode glissant :	33
II. 2. 2. 6 La commande floue :	34
Chapitre III Commandes linéaires des systèmes multivariables :	37
III.1 Introduction :	37
III. 1. 1 COMMANDE PAR RETOUR D'ETAT (SANS OBSERVATEUR) Etant donné un système en boucle ouverte défini par :	37
III.2 Détermination les gains K et K_r :	38
III. 2. 1 Calcul de k :	38
III. 2. 2 Calcul de K_r :	38
III.3 Description générale d'un A300 :	39
III. 3. 1 Etude du mouvement latéral :	39
III. 3. 2 Simulation et interprétation :	40
III. 3. 3 Commandes par action intégral avec retour d'état :	47
III. 3. 3. 1 Étapes de la commande :	47
III. 3. 3. 2 Simulation et interprétation :	48

III.4 Exemples et Applications	54
III.5 Conclusion.....	54
Chapitre IV Commande adaptative avec un modèle de Référence.....	56
IV.1 Introduction	56
IV.2 La théorie de l'hyper-stabilité	56
IV.3 Commande adaptative avec un modèle de référence.....	59
IV. 3. 1 Commande adaptative.....	59
IV. 3. 2 Système adaptatif avec modèle de référence.....	59
IV. 3. 3 Choix du modèle de référence	60
IV.4 Synthèse des lois de commande adaptatives avec modèle de référence.....	60
IV. 4. 1 MRAC sans perturbation extérieure :	60
IV. 4. 1. 1 MRAC avec une perturbation extérieure :	64
IV.5 Simulations et interprétations	66
IV. 5. 1 Commande MRAC sans perturbation avec des gains fixe.....	66
IV. 5. 2 Commande MRAC avec action intégrale (PI)	69
IV. 5. 3 Combinaison du MRAC et du PI	69
IV. 5. 4 Commande MRAC avec une perturbation extérieure :	72
IV.6 Conclusion	81
Conclusion Générale	82
Annexe A.....	83
Annexe B.....	84
Références	85

CHAPITRE 1 :

MODÉLISATION

*I*ntroduction générale

L'automatique fait partie des sciences de l'ingénieur. Cette discipline traite la modélisation, l'analyse, la commande et de la régulation des systèmes dynamiques. Ses fondamentaux théoriques sont les mathématiques, la théorie du signal et l'informatique théorique.

L'histoire de l'automatique théorique peut être divisée en trois périodes. La première période a eu lieu avant la Première Guerre mondiale, et était marquée par la résolution de problèmes de régulation en particulier ou de contrôle du moyen du calcul différentiel. Puis, pendant la Seconde Guerre mondiale, avec le développement des systèmes de contrôle, la théorie harmonique des systèmes asservis linéaires a été unifiée pour la première fois. La troisième période ; caractérisée par le développement de la théorie des variables d'état.

Cette théorie fournit une description très générale des systèmes multidimensionnels, et pour la première fois, une description de la dynamique d'un système de commande dans l'espace d'état permet de développer une théorie générale du contrôle qui inclut la même représentation, toutes les formes de tout ordre système multidimensionnel.

De nos jours, les techniques de commande avancée deviennent l'un des domaines de recherche les plus actifs. En parallèle, on dispose de calculateurs puissants et de divers outils logiciels. Cela facilite la synthèse de lois de commande avancées et leur exécution, sans difficultés en temps réel.

La commande adaptative permet au système de contrôle de s'adapter en temps réel à des variations inattendues et à des perturbations externes, en ajustant automatiquement les paramètres de contrôle. Dans cette approche, un modèle de référence précis du système est utilisé comme base pour l'adaptation des paramètres de contrôle. L'utilisation de la théorie d'hyper-stabilité permet d'assurer une stabilité et une performance accrues en exploitant des concepts avancés de contrôle adaptatif.

Cependant, notre travail consiste à concevoir un système de contrôle pour satisfaire les qualités d'un vol stable. Cet objectif est achevé, en appliquant à notre système physique deux types de classes de commandes.

A cet effet, le premier chapitre de ce mémoire traitera le modèle mathématique représentant notre système d'avion sous forme d'équation d'état. Un modèle mathématique est alors toujours une représentation approximative de la réalité physique.

Le deuxième chapitre est consacré à la revue des techniques et commandes linéaires et nonlinéaire.

Dans le troisième chapitre, nous présentons la synthèse des lois de la commande multivariables suivantes : Commande par retour d'état et la Commande par retour d'état avec action intégral, ainsi que leurs résultats de simulations

Dans le quatrième chapitre, nous présentons la synthèse des lois de commande adaptative avec modèle de référence, ainsi leurs résultats obtenus par simulation

Plusieurs tests ont été effectués sur différents types de commande grâce au langage MATLAB (SIMULINK). Une application de ces lois de commande à l'avion Airbus A300 sera le fruit de notre travail.

Ce mémoire se conclut par une conclusion générale résumant les différentes approches de commande développées dans ce travail. Nous soulignons également les recherches futures qui entrent dans le cadre de ce travail et qui seront effectuées ultérieurement

Chapitre I Modélisation :

I.1 Introduction :

Le vol est en effet un processus complexe impliquant l'équilibre, la stabilité et le contrôle d'une machine à la fois complexe et élégante dans sa conception. Que ce soit guidé par un pilote humain ou un système de contrôle de vol automatique (AFCS), les avions nécessitent des ajustements continus pour maintenir une trajectoire de vol droite, stable et non accélérée. Le modèle mathématique de l'avion sert de base pour comprendre son comportement et concevoir des stratégies de contrôle efficaces.

Cependant, avant de traiter du contrôle de stabilisation, il est essentiel d'établir le modèle mathématique de l'avion. Contrairement à d'autres véhicules, les avions possèdent six degrés de liberté, permettant des mouvements sur tous les axes. Trois degrés sont associés à la translation du centre de gravité, tandis que les trois autres concernent le mouvement angulaire autour de ce centre.

Les surfaces de contrôle, telles que le gouvernail de profondeur, les ailerons et le gouvernail de direction, jouent un rôle crucial dans la manœuvre de l'avion. Le gouvernail de profondeur contrôle l'angle de tangage, les ailerons contrôlent l'angle de roulis et le gouvernail de direction contrôle l'angle de lacet. Néanmoins, la manipulation d'un élément de contrôle peut induire des mouvements sur d'autres axes, phénomène connu sous le nom de couplage. Comprendre et gérer les effets de couplage sont essentiels pour un contrôle précis et efficace de l'avion.

I.2 Définition :

Avant de commencer la modélisation, il bien de citer dans un premier temps, quelques notions fondamentales de la mécanique du vol, présentation des trois trièdres utilisés en mécanique de vol, les matrices de transition pour passer d'un repère à l'autre, et les équations de la dynamique du vol.

I. 2. 1 Masse :

La masse d'un objet est la mesure de son inertie. Elle représente la quantité de matière contenue dans l'objet. Nous considérons une masse constante, ce qui signifie que la quantité de matière reste la même.

I. 2. 2 Corps rigide :

Un corps rigide est un modèle simplifié utilisé en physique. Il suppose que l'objet ne subit aucun changement de taille ou de forme. Ainsi, nous pouvons considérer le corps rigide comme une particule concentrée en un point, appelé le centre de masse, avec une masse équivalente à celle du corps entier.

I. 2. 3 Centre de masse :

Pour les objets ayant une masse uniforme par unité de volume, le centre de masse de tout objet symétrique se situe sur un axe de symétrie et sur tout plan de symétrie. L'origine des axes du corps est généralement le centre de masse.

I. 2. 4 Centre de gravité :

Les forces dues à la gravité sont toujours présentes dans un avion (ou missile) et agissent au centre de gravité (cg). Étant donné que les centres de masse et de gravité dans un avion coïncident pratiquement, aucun moment externe n'est produit par la gravité autour du cg. La force gravitationnelle agissant sur un avion est communément exprimée en termes des axes terrestres.

I. 2. 5 Le centre de poussée :

C'est le point d'application de la résultante aérodynamique. Ce point n'est pas fixe mais il varie selon l'incidence.

I. 2. 6 Angle d'attaque (α) :

L'angle entre le vent relatif et la corde de l'aile.

I. 2. 7 Vent relatif :

Fait référence au mouvement de l'air par rapport à un profil aérodynamique et est égal et opposé à la vitesse en avant du véhicule aérien.

I. 2. 8 Force aérodynamique résultante :

La sommation vectorielle de toutes les forces aérodynamiques agissant sur le profil aérodynamique. Son point d'application se situe au centre de pression.

- Les forces et les moments qui s'exercent sur un appareil doivent être exprimés dans un repère convenablement défini. L'aérodynamique et la mécanique du vol font parfois appel à des repères différents et il convient d'y accorder une attention particulière. Des conventions en matière d'orientation et de notation ont été établies.

I.3 Définitions des trièdres de références :

I. 3. 1 Trièdre terrestre normal :

La position dans l'espace d'un objet mobile est a priori définie dans un repère inertiel lié à la terre, Il est en outre commode de définir un trièdre équivalent au trièdre précédent dont l'origine est liée à l'avion (généralement, son centre de gravité) : ce trièdre est dit trièdre normal terrestre porté par l'avion tel que :

- L'origine G est fixe, généralement est le centre de gravité de l'avion,
- L'axe GZ_0 est orienté suivant la verticale descendante,
- L'axe GX_0 et GY_0 sont deux directions rectangulaires arbitrairement choisies dans le plan.

I. 3. 2 Trièdre aérodynamique ($GX_a Y_a Z_a$) :

Ce trièdre est lié à la vitesse de l'avion.

- G est un point fixe de l'avion, généralement le centre de gravité de l'avion,
- l'axe GX_a est porté par la vitesse et orienté positivement dans le sens de la vitesse,
- l'axe GY_a est perpendiculaire à l'axe GX_a , situé dans le plan de symétrie de l'avion, et orienté positivement vers le ventre de l'avion,
- L'axe GZ_a complète le trièdre positif.

Ce trièdre est utilisé généralement pour exploiter comparativement des résultats de mesure en soufflerie. Le repère aérodynamique est souvent utilisé pour exprimer les forces

aérodynamiques. Les coefficients aérodynamiques sont pratiquement toujours exprimés dans ce repère. L'orientation des axes de ce trièdre aérodynamique n'est pas liée "rigidement" à l'avion mais à la vitesse.

I. 3. 3 Trièdre avion ($GXYZ$) :

Ce trièdre est rigidement lié à l'appareil (considéré lui-même comme rigide).

- Gest l'origine conventionnelle des axes, située dans le plan de symétrie de l'avion et qui peut être le centre de gravité,
- les axes GX et GZ sont deux directions rectangulaires arbitrairement choisies dans le plan de symétrie de l'avion,
- L'axe GX est orienté positivement de l'arrière vers l'avant de l'avion,
- l'axe OZ , normal à OX , est orienté positivement vers le ventre de la terre,
- l'axe OY , complète le trièdre positif, il est orienté positivement vers la droite du pilote. Ce trièdre se prête également à l'expression des moments
- Les axes GX et GZ sont deux directions rectangulaires arbitrairement choisies dans le plan de symétrie de l'avion,
- L'axe GX est orienté positivement de l'arrière vers l'avant de l'avion,
- L'axe OZ , normal à OX , est orienté positivement vers le ventre de la terre,
- L'axe OY , complète le trièdre positif, il est orienté positivement vers la droite du pilote.

Ce trièdre se prête également à l'expression des moments.

Il faut en général trois angles pour définir l'orientation d'un trièdre par rapport à un autre. Mais dans notre cas pour passer du trièdre avion vers le trièdre aérodynamique, il nous faut les deux rotations suivantes :

- La première rotation d'angle de dérapage β autour de l'axe GZ_a
- La deuxième rotation d'angle d'incidence α autour de l'axe GY

La matrice de passage du trièdre aérodynamique au trièdre avion se note :

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y \\ z \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix} \quad \text{I-1}$$

Avec :

$$\begin{aligned} [T] &= \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & -\cos \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ \sin \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \text{I-2}$$

Et :

$[T]^{-1}$ est la matrice inverse de la matrice $[T]$ qui représente la matrice de passage du trièdre avion au trièdre aérodynamique*

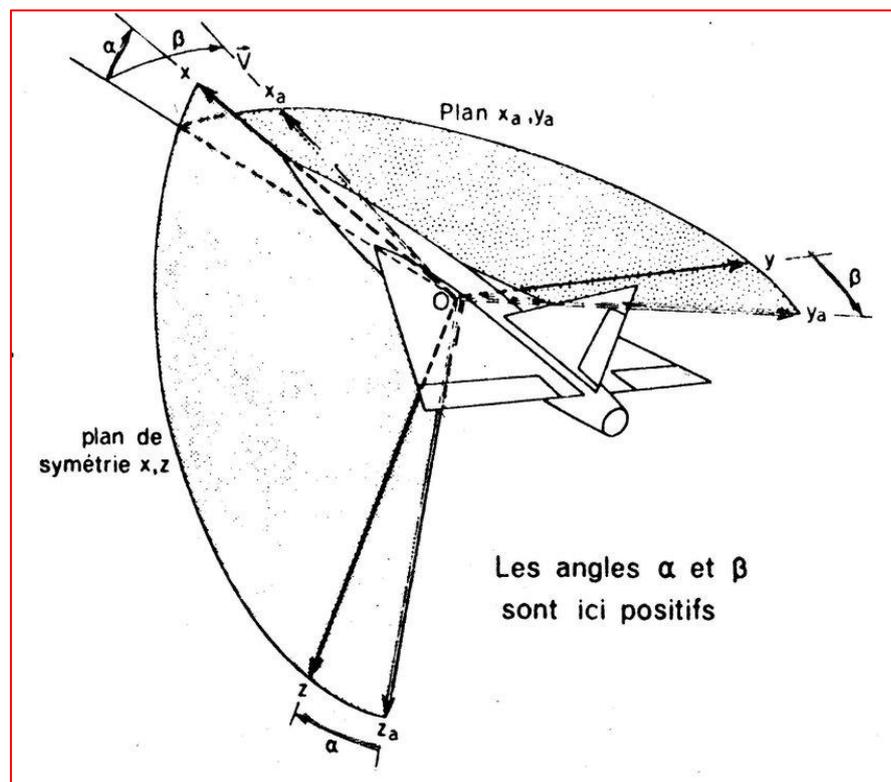


Figure I-1 Trièdre avion et aérodynamique

Position du trièdre avion par rapport au trièdre normal terrestre porté par l'avion

La position du trièdre avion $GXYZ$ peut être repérée par rapport au trièdre terrestre par plusieurs systèmes d'angles d'Euler. Le système suivant est en général le plus utilisé. Soit le trièdre auxiliaire $GX_hY_hZ_h$ confondu avec le trièdre normal terrestre, amené en coïncidence avec le trièdre avion à l'aide de trois rotations successives :

- Une première rotation ψ autour de l'axe GZ_0 , amène GX_0 en position GX_h dans le plan vertical passant par GX (plan GXZ_0), et GY_0 vient alors en GY_h ,
- Une deuxième rotation θ autour de GY_h , amène l'axe GX_0 de la position GX_h à la position GX ,
- Enfin une dernière rotation ϕ autour de GX , amène l'axe GY_0 de la position GY_h à la position GY .

Les angles ψ , θ et ϕ portent respectivement les noms d'azimut, d'assiette longitudinale et d'angle de gîte.

I. 3. 4 La matrice de passage :

La matrice de passage du trièdre normal terrestre au trièdre avion se traduit par :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = [R] \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad \text{I-3}$$

Avec :

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad \text{I-4}$$

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ R_1 & R_3 & \cos \theta \sin \phi \\ R_2 & R_4 & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 R_1 &= -\sin \psi \cos \phi + \cos \psi \sin \theta \sin \phi \\
 R_2 &= \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi \\
 R_3 &= \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \theta \sin \phi \\
 R_4 &= -\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \cos \phi
 \end{aligned}
 \tag{I-5}$$

Et

$[R]^{-1}$ est la matrice inverse de la matrice $[R]$ qui représente la matrice de passage du trièdre au trièdre avion au normal terrestre. [17]

I.4 ÉQUATIONS DE MOUVEMENT DES AÉRONEFS :

L'équation de mouvement de notre modèle d'avion a été établie en supposant que l'avion est un corps rigide, ce qui signifie que la distance entre deux points quelconques de l'avion ne varie pas en vol et que le référentiel inertiel reste constant : autrement dit, la Terre est considérée comme immobile dans l'espace. Dans le cadre de la conception du système de nous utilisons généralement le système de coordonnées trop centriques comme référentiel inertiel de base, avec l'origine fixée à la Terre. L'avion lui-même est doté d'un système d'axes, appelé système d'axes fixes au corps, dont l'origine est le centre de gravité de l'avion.

La mécanique du vol atmosphérique se concentre sur le mouvement d'un véhicule à l'intérieur de l'atmosphère planétaire. Par rapport à un référentiel inertiel, la position du centre de masse de l'objet volant est définie par le vecteur \mathbf{r}^{\rightarrow} et sa vitesse par le vecteur \mathbf{v}^{\rightarrow} , reliés par la relation cinématique $\mathbf{v}^{\rightarrow} = d\mathbf{r}^{\rightarrow}/dt$. Nous analysons ainsi le mouvement du centre de masse soumis à différentes forces. Pour résoudre de nombreux problèmes de dynamique des avions, nous pouvons utiliser un référentiel inertiel fixe par rapport à la Terre. En appliquant la deuxième loi de Newton [1]:

I. 4. 1 L'équation de force :

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d}{dt}(\vec{L})
 \tag{I-6}$$

Avec

$\vec{L} = m\vec{v}$ c'est la quantité de mouvement.

- La vitesse de chaque élément de masse peut être décomposée en une composante liée à la vitesse du centre de masse et une composante relative :

$$\vec{v} = \vec{v}_c + \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_c + \vec{\omega} \times \vec{r} \quad I-7$$

Où $\vec{\omega}$ est la vitesse angulaire du véhicule et \vec{r} est la position de la masse.

-Maintenant, nous devons déterminer les composantes des forces tout en les référençant au repère de référence liée à l'avion.

Les forces :

$$\vec{F} = \left(m \frac{d\vec{v}_c}{dt} \right)_B + m(\vec{\omega} \times \vec{v}_c)_B = m \left(\frac{d\vec{v}_c}{dt} \right)_I \quad I-8$$

Où :

$$\vec{v}_c = (u, v, \omega)^T, \quad \vec{\omega} = (p, q, r)^T \quad I-9$$

Donc les composantes de la force f sont :

$$\begin{aligned} F_x &= m(\dot{u} + q\omega - rv), \\ F_y &= m(\dot{v} + ru - p\omega), \\ F_z &= m(\dot{\omega} + pv - qu), \end{aligned} \quad I-10$$

I. 4. 2 Calcul des moments :

Les équations de moment en mécanique du vol sont utilisées pour modéliser les forces et les moments agissant sur un avion en vol. Elles sont déterminées en considérant les forces aérodynamiques et les moments associés. Ces équations sont essentielles pour comprendre le comportement de l'avion en vol et pour concevoir des systèmes de contrôle adaptés. Elles font partie intégrante de la modélisation mathématique du vol de l'avion, permettant de prédire son comportement dans différentes phases de vol [1].

$$\text{Le moment angulaire est : } \vec{H} = m(\vec{r} \times \vec{v}) \quad I-11$$

$$\text{L'expression du moment : } \sum \vec{M} = \frac{d}{dt}(\vec{H}), \quad I-12$$

Quand on prend un élément de masse et en se basant sur I-13 il va y avoir :

$$\vec{H} = \sum \delta \vec{H} = \sum \delta m \vec{r} \times \vec{v}_c + \sum [\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})] \delta m \quad \text{I-14}$$

$$\text{Avec } \sum \vec{r} \delta m = 0 \text{ donc : } \vec{H} = \Sigma [\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})] \delta m \quad \text{I-15}$$

Et on prend en considération :

$$\vec{\omega} = p\vec{i} + q\vec{j} + r\vec{k}, \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad \text{I-16}$$

$$\vec{H} = H_x\vec{i} + H_y\vec{j} + H_z\vec{k} \quad \text{I-17}$$

On remplace dans I-18 on trouve :

$$\vec{H} = \Sigma [\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})] \delta m \Rightarrow \begin{cases} H_x = p \sum (y^2 + z^2) \delta m - q \sum xy \delta m - r \sum xz \delta m \\ H_y = q \sum (x^2 + z^2) \delta m - p \sum xy \delta m - r \sum yz \delta m \\ H_z = r \sum (x^2 + y^2) \delta m - p \sum xz \delta m - q \sum yz \delta m \end{cases} \quad \text{I-19}$$

$$\vec{H} = (pl_x - ql_{yx} - rl_{xz})\vec{i} + (ql_y - pl_{yx} - rl_{yz})\vec{j} + (rl_z - ql_{yz} - pl_{xz})\vec{k}$$

La somme est remplacée par une triple intégrale on trouve :

$$\vec{H} = \Sigma [\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})] \delta m \Rightarrow \begin{cases} H_x = p \sum (y^2 + z^2) \delta m - q \sum xy \delta m - r \sum xz \delta m \\ H_y = q \sum (x^2 + z^2) \delta m - p \sum xy \delta m - r \sum yz \delta m \\ H_z = r \sum (x^2 + y^2) \delta m - p \sum xz \delta m - q \sum yz \delta m \end{cases} \quad \text{I-20}$$

$$\vec{H} = (pl_x - ql_{yx} - rl_{xz})\vec{i} + (ql_y - pl_{yx} - rl_{yz})\vec{j} + (rl_z - ql_{yz} - pl_{xz})\vec{k}$$

On retient :

$$I^{\text{Terre}} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \quad \text{I-21}$$

Maintenant on peut établir les équations des moments en utilisant :

$$\vec{M} = \left(\frac{d\vec{H}}{dt} \right)_B + (\vec{\omega} \times \vec{H})_B = \left(\frac{d\vec{H}}{dt} \right)_I \quad \text{I-22}$$

Avec :

$$\vec{v}_c = (u, v, \omega)^T, \quad \vec{\omega} = (p, q, r)^T, \quad \vec{H} = (H_x, H_y, H_z)^T, \quad \vec{F} = (F_x, F_y, F_z)^T, \quad \text{I-23}$$

$$\vec{M} = (M_x, M_y, M_z)^T$$

-Les composantes scalaires des moments sont :

$$M_x = \dot{H}_x + qH_z - rH_y, \quad M_y = \dot{H}_y + rH_x - pH_z, \quad M_z = \dot{H}_z + pH_y - qH_x \quad \text{I-24}$$

- Les composantes du vecteur de moment sont composées de contributions aérodynamiques, gravitationnelles et de propulsion. Ces contributions sont essentielles pour modéliser le comportement d'un avion en vol.

- pour un moment angulaire le moment rotationnel est défini comme : $(\vec{H}')^B = I^B \cdot \vec{\omega}$,

$$(\vec{H}')^B = I^B \cdot \vec{\omega} = \begin{pmatrix} I_x & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_y & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} pI_x - rI_{xz} \\ qI_y \\ rI_z - pI_{xz} \end{pmatrix} \quad \text{I-25}$$

$$\left(\frac{d\vec{H}}{dt} \right)_B = \begin{pmatrix} \dot{p}I_x - \dot{r}I_{xz} \\ \dot{q}I_y \\ \dot{r}I_z - \dot{p}I_{xz} \end{pmatrix}; \quad (\vec{\omega} \times \vec{H})_B = \begin{pmatrix} qr(I_{zz} - I_{yy}) - pqI_{xz} \\ pr(I_{zz} - I_{yy}) + (p^2 - r^2)I_{xz} \\ pq(I_{yy} - I_{xx}) + qrI_{xz} \end{pmatrix}$$

$$\text{Finalement on trouve :} \quad \begin{aligned} M_x &= \dot{p}I_x - \dot{r}I_{xz} + qr(I_{zz} - I_{yy}) - pqI_{xz} \\ M_y &= \dot{q}I_y + pr(I_{xx} - I_{zz}) + (p^2 - r^2)I_{xz} \\ M_z &= \dot{r}I_z - \dot{p}I_{xz} + pq(I_{yy} - I_{xx}) + qrI_{xz} \end{aligned} \quad \text{I-26}$$

Dans les systèmes de référence les plus couramment utilisés, trois repères de référence de base sont impliqués :

- 1- Le cadre de référence du corps (fixé au corps).
- 2- Le cadre aérodynamique (fixé à l'avion, mais l'axe est orienté parallèlement au vent relatif).

3- Le cadre inertiel (fixé à la Terre).

I. 4. 3 L'orientation de l'avion par rapport au système de coordonnées terrestre fixe X'Y'Z'

Pour définir l'orientation d'un avion par rapport au système de coordonnées terrestre fixe X'Y'Z', il suffit de spécifier l'orientation de ses axes corporels XYZ. Cela peut être accompli en effectuant trois rotations séquentielles sur les angles d'Euler : Φ , θ et ψ .

-Lorsque nous effectuons une rotation de (lacet) autour de l'axe Z', nous obtenons (l'orientation).

- Lorsque nous effectuons une rotation de (tangage) autour de l'axe Y', nous obtenons (l'orientation).

-Lorsque nous effectuons une rotation de (roulis) autour de l'axe X', nous obtenons (l'orientation).

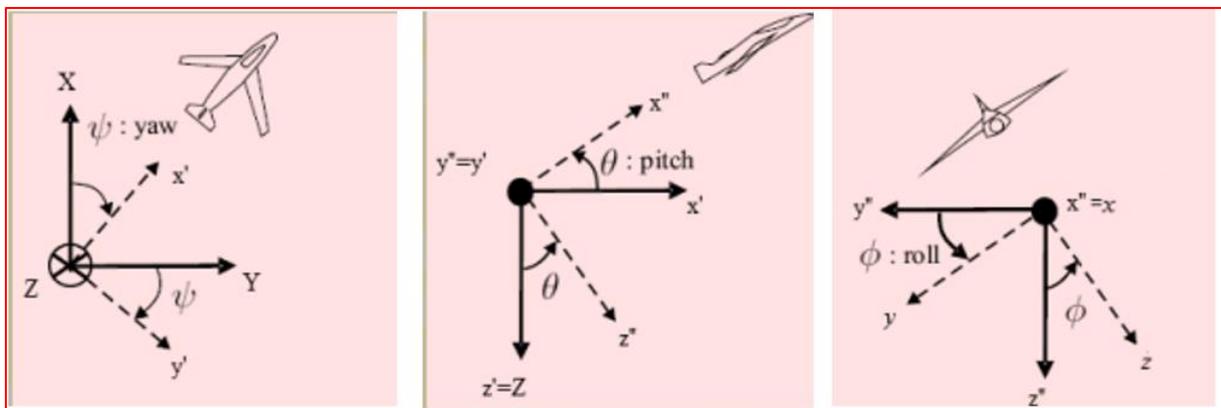


Figure I-2 la rotation par rapport aux différent axes

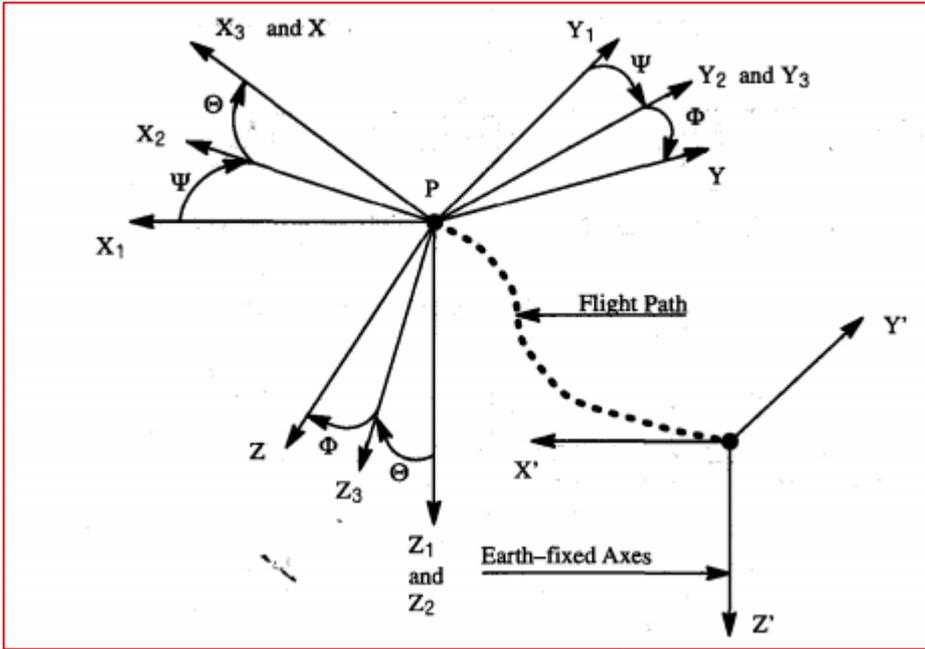


Figure I-3 Rotation par rapport aux différents axes

I. 4. 4 La trajectoire de vol de l'avion par rapport à la Terre :

La trajectoire de vol de l'avion par rapport à la Terre peut être déterminée en utilisant les composantes de vitesse U, V et W dans le système d'axes fixés au corps de l'avion (XYZ) ainsi que les trois angles d'Euler. Ces composantes de vitesse sont ensuite reliées aux composantes de vitesse x', y' et z' dans le système d'axes parallèles au corps (X'Y'Z'). Cela permet de décrire la trajectoire de l'avion dans l'espace en fonction de ses mouvements dans ces deux cadres de référence.

Les relations peuvent être exprimées par :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = T_3(\psi) \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \tag{I-27}$$

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = T_2(\theta) \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} = T_1(\phi) \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix}$$

Les dernières équations peuvent être combinées pour donner la relation de transformation requise[1]

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = T_1(\phi)T_2(\theta)T_3(\psi) \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = R(\theta, \phi, \psi) \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad \text{I-28}$$

Comme on a déjà vu la vitesse angulaire est défini comme :

$$\begin{aligned} \vec{\omega} &= p\vec{i} + q\vec{j} + r\vec{k} && \text{in the inertial frame} \\ &= \left(\frac{d\psi}{dt}\right)\vec{e}_\psi + \left(\frac{d\theta}{dt}\right)\vec{e}_\theta + \left(\frac{d\phi}{dt}\right)\vec{e}_\phi && \text{in term of Euler angles} \end{aligned} \quad \text{I-29}$$

Où :

$$\vec{e}_\psi = \begin{pmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta)\sin(\phi) \\ \cos(\theta)\cos(\phi) \end{pmatrix}, \vec{e}_\theta = \begin{pmatrix} 0 \\ \cos(\phi) \\ -\sin(\phi) \end{pmatrix}, \vec{e}_\phi = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{I-30}$$

$$\vec{\omega} = T_1(\phi)T_2(\theta) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} + T_1(\phi) \begin{pmatrix} 1 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{I-31}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(\theta) & 0 & 1 \\ \cos(\theta)\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ \cos(\theta)\cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{pmatrix}$$

I. 4. 5 Force de gravité :

Les termes gravitationnels dans l'équation du mouvement d'un avion en vol se réfèrent à la force de poids agissant sur l'aéronef. Cette force peut être décomposée en composantes agissant le long de chacun des trois axes de l'aéronef. Lorsque l'aéronef est perturbé, ces composantes varient en fonction des changements d'attitude, ce qui influence le mouvement perturbé de l'aéronef. Il est donc essentiel de prendre en compte cette contribution gravitationnelle pour modéliser de manière précise le comportement de l'aéronef en vol. En outre, du fait que le centre de gravité de l'aéronef est l'origine des axes du corps de l'aéronef, il n'y a pas de moment de poids autour d'aucun des axes de l'aéronef. Les forces produites par les actions gravitationnelles sont :

$$(\vec{F}_g)^I = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m g \end{pmatrix} \text{ and } (\vec{F}_g)^B = T_1(\phi)T_2(\theta)T_3(\psi) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(\theta) \\ \sin(\phi)\cos(\theta) \\ \cos(\phi)\cos(\theta) \end{pmatrix} m g \quad \text{I-32}$$

I. 4. 6 Force de poussé :

La force de poussée est une force aérodynamique qui agit sur un avion en vol et qui est générée par les moteurs de l'aéronef. Elle est dirigée dans la direction de l'axe longitudinal de l'aéronef et est composée de deux composantes : la poussée axiale et la poussée latérale. La poussée axiale est la composante de la force de poussée qui agit dans la direction de l'axe longitudinal de l'aéronef, tandis que la poussée latérale est la composante de la force de poussée qui agit dans la direction de l'axe transversal de l'aéronef.

Donc maintenant on peut récrire les équations de mouvement d'un avion sur cette façon :

$$\begin{aligned} m(-V_1 R_1 + W_1 Q_1) &= -m g \sin \theta_1 + F_{A_{x_1}} + F_{T_{x_1}} \\ m(U_1 R_1 - W_1 P_1) &= m g \sin \phi_1 \cos \theta_1 + F_{A_{y_1}} + F_{T_{y_1}} \\ m(-U_1 Q_1 + V_1 P_1) &= m g \cos \phi_1 \cos \theta_1 + F_{A_{z_1}} + F_{T_{z_1}} \end{aligned} \quad \text{I-33}$$

$$\begin{aligned} -I_{xz} P_1 Q_1 + (I_{zz} - I_{yy}) R_1 Q_1 &= L_{A_1} + L_{T_1} \\ \text{Et des moments : } (I_{xx} - I_{zz}) P_1 R_1 + I_{xz} (P_1^2 - R_1^2) &= M_{A_1} + M_{T_1} \\ (I_{yy} - I_{xx}) F_1 Q_1 + I_{xz} Q_1 R_1 &= N_{A_1} + N_{T_1} \end{aligned} \quad \text{I-34}$$

I.5 La théorie des petites perturbations :

La théorie des petites perturbations, telle qu'elle se rapporte aux trajectoires des avions, n'est pas directement applicable à la trajectoire globale d'un aéronef. Cependant, la théorie des petites perturbations peut être utilisée pour analyser les effets de petites perturbations sur des aspects spécifiques du comportement d'un avion, tels que l'écoulement autour d'un profil d'aile ou l'interaction entre un avion et son environnement.

La théorie des petites perturbations peut être utilisée pour analyser les changements dans le champ de vitesse causés par la présence du profil d'aile. La théorie suppose que les vitesses induites sont relativement faibles, ce qui permet le développement d'une solution approximative en développant les équations gouvernantes en fonction d'un petit paramètre, tel que l'épaisseur du corps ou la pente.

La théorie des petites perturbations n'est pas directement applicable à la trajectoire globale d'un avion, mais elle peut être utilisée pour analyser des aspects spécifiques du comportement des avions,

tels que les effets de petites perturbations sur l'écoulement autour des ailes ou l'interaction entre un avion et son environnement. Ces informations peuvent ensuite être utilisées pour améliorer la conception et les performances des avions.

$$\begin{array}{llll}
 \bar{v}: & u = u_0 + \Delta u & v = v_0 + \Delta v & \omega = \omega_0 + \Delta\omega & \text{Linear speed} & \text{I-35} \\
 \bar{\omega}: & p = p_0 + \Delta p & q = q_0 + \Delta q & r = r_0 + \Delta r & \text{Angular speed} & \\
 \bar{F}: & X = X_0 + \Delta X & Y = Y_0 + \Delta Y & Z = Z_0 + \Delta Z & \text{Forces} & \\
 \bar{M}: & N = M_0 + \Delta M & N = N_0 + \Delta N & L = L_0 + \Delta L & \text{Torques} &
 \end{array}$$

La condition de vol de référence est supposée symétrique et les forces propulsives sont supposées constantes (c'est-à-dire une condition d'équilibre). Cela implique que :

$$v_0 = \omega_0 = p_0 = q_0 = r_0 = \phi_0 = \psi_0 = 0 \quad \text{I-36}$$

Donc les équations de forces perturbées sont :

$$\begin{array}{ll}
 X_0 + \Delta X = m(\dot{u}_0 + \Delta\dot{u} + (q_0 + \Delta q)(\omega_0 + \Delta\omega) - (r_0 + \Delta r)(v_0 + \Delta v)) & \text{I-37} \\
 Y_0 + \Delta Y = m(\dot{v}_0 + \Delta\dot{v} + (r_0 + \Delta r)(u_0 + \Delta u) - (p_0 + \Delta p)(\omega_0 + \Delta\omega)) & \\
 Z_0 + \Delta Z = m(\dot{\omega}_0 + \Delta\dot{\omega} + (p_0 + \Delta p)(v_0 + \Delta v) - (q_0 + \Delta q)(u_0 + \Delta u)) &
 \end{array}$$

Quand on néglige les termes inconsidérables on aura :

$$\begin{array}{ll}
 \Delta X = m(\Delta\dot{u} + \Delta q\Delta\omega - \Delta r\Delta v) = m\Delta\dot{u} & \text{I-38} \\
 \Delta Y = m(\Delta\dot{v} + \Delta r\Delta u - \Delta p\Delta\omega) = m\Delta\dot{v} + m\Delta r\Delta u \\
 \Delta Z = m(\Delta\dot{\omega} + \Delta p\Delta v - \Delta q\Delta u - \Delta q\Delta u_0) = m\Delta\dot{\omega} - m\Delta q\Delta u_0
 \end{array}$$

Aussi on peut avoir des changements dans l'équation de rotation :

$$\text{-A l'état d'équilibre : } \vec{\omega} = \begin{pmatrix} p_0 \\ q_0 \\ r_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \vec{v} = \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ \omega_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{I-39}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{-Après la perturbation : } \vec{\omega}_{\text{new}} = \begin{pmatrix} \Delta p \\ \Delta q \\ \Delta r \end{pmatrix}; (\vec{v}_{\text{new}})^B = \begin{pmatrix} \Delta u + u_0 \\ \Delta v \\ \Delta\omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \text{I-40} \\
 \theta_{\text{new}} = \theta_0 + \Delta\theta, \phi_{\text{new}} = \Delta\phi \text{ and } \psi_{\text{new}} = \Delta\psi &
 \end{array}$$

Dans leur travail de 1911, Bryan propose l'hypothèse selon laquelle les forces et les moments perturbateurs proviennent d'effets aérodynamiques. Ce principe fait partie de la théorie des petites perturbations, qu'il a élaborée, qui suppose que les forces aérodynamiques sont linéaires et permettent une analyse simplifiée des phénomènes de stabilité et de performance des avions. Par conséquent, la théorie de Bryan de 1911 a eu une influence majeure sur le développement de

l'aviation, notamment en offrant un cadre mathématique pour l'analyse des effets des forces aérodynamiques sur la stabilité et le mouvement des aéronefs.

Veut supposer que les forces perturbatrices et les moments proviennent de divers effets aérodynamiques, gravitationnels, contrôles aérodynamiques, effets de puissance et les perturbations atmosphériques. Ces facteurs ont tous influencé la dynamique de vol des aéronefs et ont conduit à une meilleure compréhension et à l'amélioration continue de l'aviation [1].

$$\begin{aligned}
 \Delta X &= X_a + X_g + X_c + X_p & \Delta L &= L_a + L_g + L_c + L_p \\
 \Delta Y &= Y_a + Y_g + Y_c + Y_p & \Delta M &= M_a + M_g + M_c + M_p \\
 \Delta Z &= Z_a + Z_g + Z_c + Z_p & \Delta N &= N_a + N_g + N_c + N_p
 \end{aligned}
 \tag{I-41}$$

NB : pour le reste on enlève le signe Δ pour la simplicité des choses les nouvelles variables de perturbation sont : $u, v, \omega, p, q, r, \phi, \psi$ and θ .

Les forces et moments aérodynamiques sont considérés comme dépendant uniquement des variations des variables de mouvement et de leurs taux de variation. Lorsque ces variations de perturbation sont petites, nous pouvons linéariser les équations pour simplifier l'analyse :

$$\begin{aligned}
 X_a &= X_{a0} + \frac{\partial X}{\partial u} u + \frac{\partial X}{\partial v} v + \frac{\partial X}{\partial \omega} \omega + \frac{\partial X}{\partial p} p + \frac{\partial X}{\partial q} q + \frac{\partial X}{\partial r} r + \frac{\partial X}{\partial \dot{\omega}} \dot{\omega} \\
 Y_a &= Y_{a0} + \frac{\partial Y}{\partial u} u + \frac{\partial Y}{\partial v} v + \frac{\partial Y}{\partial \omega} \omega + \frac{\partial Y}{\partial p} p + \frac{\partial Y}{\partial q} q + \frac{\partial Y}{\partial r} r + \frac{\partial Y}{\partial \dot{\omega}} \dot{\omega} \\
 Z_a &= Z_{a0} + \frac{\partial Z}{\partial u} u + \frac{\partial Z}{\partial v} v + \frac{\partial Z}{\partial \omega} \omega + \frac{\partial Z}{\partial p} p + \frac{\partial Z}{\partial q} q + \frac{\partial Z}{\partial r} r + \frac{\partial Z}{\partial \dot{\omega}} \dot{\omega} \\
 L_a &= L_{a0} + \frac{\partial L}{\partial u} u + \frac{\partial L}{\partial v} v + \frac{\partial L}{\partial \omega} \omega + \frac{\partial L}{\partial p} p + \frac{\partial L}{\partial q} q + \frac{\partial L}{\partial r} r + \frac{\partial L}{\partial \dot{\omega}} \dot{\omega} \\
 M_a &= M_{a0} + \frac{\partial M}{\partial u} u + \frac{\partial M}{\partial v} v + \frac{\partial M}{\partial \omega} \omega + \frac{\partial M}{\partial p} p + \frac{\partial M}{\partial q} q + \frac{\partial M}{\partial r} r + \frac{\partial M}{\partial \dot{\omega}} \dot{\omega} \\
 N_a &= N_{a0} + \frac{\partial N}{\partial u} u + \frac{\partial N}{\partial v} v + \frac{\partial N}{\partial \omega} \omega + \frac{\partial N}{\partial p} p + \frac{\partial N}{\partial q} q + \frac{\partial N}{\partial r} r + \frac{\partial N}{\partial \dot{\omega}} \dot{\omega}
 \end{aligned}
 \tag{I-42}$$

Remarque importante : ces équations sont développées en utilisant la série de Taylor et les coefficients $\frac{\partial X}{\partial u}, \frac{\partial X}{\partial v}, \frac{\partial X}{\partial \omega}$ sont appelés les dérivés de stabilité

I. 5. 1 Les termes de control aérodynamique :

Les termes de contrôle aérodynamique font référence aux composantes des forces et des moments exercées sur un aéronef en réponse aux actions de ses surfaces de contrôle, telles que les ailerons, les gouvernes de profondeur et les gouvernes de direction. Ces termes sont essentiels pour contrôler l'attitude, la trajectoire et la stabilité de l'aéronef en vol.

$$X_c = \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_a} \delta_a + \frac{\partial X}{\partial \delta_r} \delta_r \quad \text{I-43}$$

I. 5. 2 Les termes gravitationnels après perturbation :

$$\begin{aligned} \vec{F}_g &= \begin{pmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{pmatrix} = \{T_1(\Delta\phi)T_2(\Delta\theta)T_3(\Delta\psi)\}(\vec{F}_g)^B = \begin{pmatrix} 1 & \Delta\psi & -\Delta\theta \\ -\Delta\psi & 1 & \Delta\phi \\ \Delta\theta & -\Delta\phi & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -m g \sin(\theta_0) \\ 0 \\ m g \cos(\theta_0) \end{pmatrix} \quad \text{I-44} \\ \vec{F}_g &= \begin{pmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{pmatrix} = m g \begin{pmatrix} -\sin(\theta_0) - \Delta\theta \cos(\theta_0) \\ \Delta\psi \sin(\theta_0) - \Delta\phi \cos(\theta_0) \\ \cos(\theta_0) - \Delta\theta \sin(\theta_0) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

I. 5. 3 Les termes de poussée :

Ils sont contrôlés par le changement de la poussée moteur

$$X_p = \frac{\partial X}{\partial \tau} \tau, \quad Y_p = \frac{\partial Y}{\partial \tau} \tau, \quad Z_p = \frac{\partial Z}{\partial \tau} \tau, \quad L_p = \frac{\partial L}{\partial \tau} \tau, \quad M_p = \frac{\partial M}{\partial \tau} \tau, \quad N_p = \frac{\partial N}{\partial \tau} \tau \quad \text{I-45}$$

Donc on peut réécrire les équations en petites perturbation qui contient les termes de gravité, aérodynamique et de poussée avec les termes de control :

$$\begin{aligned} X_a + X_g + X_c + X_p &= m\dot{u} \\ Y_a + Y_g + Y_c + Y_p &= m\dot{v} + mru_0 \\ Z_a + Z_g + Z_c + Z_p &= m\dot{w} - mqu_0 \\ L_a + L_g + L_c + L_p &= \dot{p}I_x - \dot{r}I_{xz} \\ M_a + M_g + M_c + M_p &= \dot{q}I_y \\ N_a + N_g + N_c + N_p &= \dot{r}I_z - \dot{p}I_{xz} \end{aligned} \quad \text{I-46}$$

Les mouvements longitudinaux et latéraux font référence à des mouvements autour des axes de tangage et de roulis de l'aéronef, respectivement.

I.6 Mouvement Longitudinal :

- Il concerne le mouvement de l'avion autour de son axe de tangage.
- Ce mouvement est contrôlé par la gouverne de profondeur, qui influence l'incidence de l'avion et donc son angle d'attaque.
- L'incidence est l'angle entre la corde de profil de l'aile et l'axe longitudinal de l'aéronef.

I. 6. 1 Mouvement longitudinal de l'avion

- Le mouvement longitudinal est un mouvement qui s'effectue autour de l'axe (Y_B) dans le plan de symétrie de l'avion (X_B, Z_B)
- Le mouvement longitudinal n'est pas couplé avec les mouvements latéral (autour de X_B) et directionnel (autour de Z_B)
- Les principales variables mesurées dans la dynamique du vol longitudinal sont :
 - L'angle de tangage (θ)
 - L'angle d'attaque (α)
 - La vitesse V (u, w)
 - La déflexion de la profondeur (δ_e)

Aérodynamique dérivative :

$$\frac{\partial X}{\partial v} = \frac{\partial X}{\partial p} = \frac{\partial X}{\partial r} = \frac{\partial Z}{\partial v} = \frac{\partial Z}{\partial p} = \frac{\partial Z}{\partial r} = \frac{\partial M}{\partial v} = \frac{\partial M}{\partial p} = \frac{\partial M}{\partial r} = 0 \quad \text{I-47}$$

Control dérivatives :

$$\frac{\partial X}{\partial \delta_a} = \frac{\partial X}{\partial \delta_r} = \frac{\partial Z}{\partial \delta_a} = \frac{\partial Z}{\partial \delta_r} = \frac{\partial M}{\partial \delta_a} = \frac{\partial M}{\partial \delta_r} = 0 \quad \text{I-48}$$

Dans l'état qu'on a étudié $X_{a0} = mg \sin(\theta_0)$ et $Z_{a0} = -mg \cos(\theta_0)$, donc les équations de mouvement longitudinal seront :

$$\begin{aligned}
m\dot{u} - \left[\frac{\partial X}{\partial u} u + \frac{\partial X}{\partial \omega} \omega + \frac{\partial X}{\partial q} q + \frac{\partial X}{\partial \dot{\omega}} \dot{\omega} \right] + mg\theta \cos(\theta_0) &= \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \tau} \tau & \text{I-49} \\
m\dot{\omega} - mqu_0 - \left[\frac{\partial Z}{\partial u} u + \frac{\partial Z}{\partial \omega} \omega + \frac{\partial Z}{\partial q} q + \frac{\partial Z}{\partial \dot{\omega}} \dot{\omega} \right] + mg\theta \sin(\theta_0) &= \frac{\partial Z}{\partial \delta_e} \delta_e + \frac{\partial Z}{\partial \tau} \tau \\
\dot{q}l_y - \left[\frac{\partial M}{\partial u} u + \frac{\partial M}{\partial \omega} \omega + \frac{\partial M}{\partial q} q + \frac{\partial M}{\partial \dot{\omega}} \dot{\omega} \right] &= \frac{\partial M}{\partial \delta_e} \delta_e + \frac{\partial M}{\partial \tau} \tau
\end{aligned}$$

Hypothèses :

Poussée constante : $\Delta\delta_T = 0$

- L'angle de tangage initial est nul : $\theta_0 = 0$

$$- \Delta q = \frac{d}{dt}(\Delta\theta) = \Delta\dot{\theta}$$

$$- \Delta\ddot{\theta} = \Delta\dot{q}$$

$$- w = U_1\alpha$$

Comment peut-on résoudre les équations du mouvement longitudinal ?

- Comme des équations différentielles du 1^{er} ordre
- Par le transformé de Laplace
- Intégration numérique
- $x = Ax + Bu$

- Les équations du mouvement s'écrivent sous la forme d'espace d'état suivante :

$$x = Ax + Bu \quad \text{I-50}$$

Avec :

$$x = \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta q \\ \Delta\theta \end{bmatrix} \quad \text{I-51}$$

$$u = \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta\delta_T \end{bmatrix} \quad \text{I-52}$$

La matrice A pour l'étude de mouvement longitudinal de l'avion est [] :

$$A = \begin{bmatrix} X_U & X_w & 0 & -g \\ Z_U & Z_w & u_1 & 0 \\ M_U + M_{\dot{w}}Z_u & M_w + M_{\dot{w}}Z_w & M_q + M_{\dot{w}}u_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{I-53}$$

$$B = \begin{bmatrix} X_\delta & X_{\delta T} \\ Z_\delta & Z_{\delta T} \\ M_\delta + M_w Z_\delta & M_{\delta T} + M_w Z_{\delta T} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{I-54}$$

I.7 Mouvement Latéral :

- Il concerne le mouvement de l'avion autour de son axe de roulis plus le rudder autour l'axe de lacet.

- Ce mouvement est contrôlé par les ailerons, qui permettent de contrôler le roulis de l'avion, c'est-à-dire son inclinaison sur l'axe longitudinal.

Les différentes surfaces de contrôle d'un avion sont conçues pour influencer ces mouvements. Par exemple, les ailerons contrôlent le roulis, la gouverne de profondeur contrôle le tangage, et la gouverne de direction contrôle le lacet. Ces surfaces de contrôle permettent aux pilotes de manœuvrer l'avion selon les trois axes (longitudinal, latéral et vertical) pour assurer un vol stable et contrôlé.

I. 7. 1 Mouvement latéral :

Comme le mode longitudinal

Les dérivés de couplage aérodynamique et les dérivés de commande sont tous négligeables et peuvent être pris nuls [1].

$$\frac{\partial Y}{\partial u} = \frac{\partial Y}{\partial \omega} = \frac{\partial Y}{\partial \dot{\omega}} = \frac{\partial Y}{\partial q} = \frac{\partial L}{\partial u} = \frac{\partial L}{\partial \omega} = \frac{\partial L}{\partial \dot{\omega}} = \frac{\partial L}{\partial q} = \frac{\partial N}{\partial u} = \frac{\partial N}{\partial \omega} = \frac{\partial N}{\partial \dot{\omega}} = \frac{\partial N}{\partial q} = 0 \quad \text{I-55}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \delta_e} = \frac{\partial Y}{\partial \tau} = \frac{\partial L}{\partial \delta_e} = \frac{\partial L}{\partial \tau} = \frac{\partial N}{\partial \delta_e} = \frac{\partial N}{\partial \tau} = 0$$

$$m\dot{v} = \left[\frac{\partial Y}{\partial v} v + \frac{\partial Y}{\partial p} p + \left(\frac{\partial Y}{\partial r} - mu_0 \right) r \right] + mg\phi \cos(\theta_0) + mg\psi \sin(\theta_0) + \frac{\partial Y}{\partial \delta_a} \delta_a + \frac{\partial Y}{\partial \delta_r} \delta_r \quad \text{I-56}$$

$$\dot{p}I_x - \dot{r}I_{xz} = \left[\frac{\partial L}{\partial v} v + \frac{\partial L}{\partial p} p + \frac{\partial L}{\partial q} r \right] + \frac{\partial L}{\partial \delta_a} \delta_a + \frac{\partial L}{\partial \delta_r} \delta_r$$

$$\dot{r}I_z - \dot{p}I_{xz} = \left[\frac{\partial N}{\partial v} v + \frac{\partial N}{\partial p} p + \frac{\partial N}{\partial q} r \right] + \frac{\partial N}{\partial \delta_a} \delta_a + \frac{\partial N}{\partial \delta_r} \delta_r$$

Les vecteurs d'état \mathbf{x} et la commande \mathbf{u} sont :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Delta\beta \\ \Delta p \\ \Delta r \\ \Delta\phi \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta\delta_a \\ \Delta\delta_r \end{bmatrix} \quad \text{I-57}$$

L'équation de mouvement latéral-directionnelle est mise sous la forme d'espace d'état :

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

Les matrices A et B [2]:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{Y_\beta}{u_0} & \frac{Y_p}{u_0} & -\left(1 - \frac{Y_r}{u_0}\right) & \frac{g}{u_0} \cos \theta_0 \\ L_\beta & L_p & L_r & 0 \\ N_\beta & N_p & N_r & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{Y_{\delta a}}{u_0} \\ L_{\delta a} & L_{\delta r} \\ N_{\delta a} & N_{\delta rr} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{I-58}$$

On fait l'application sur *Airbus A300* en vol latérale. D'après les caractéristiques de l'avion et les valeurs de coefficients de stabilité (voir l'annexe A), les matrices A et B sont :

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \\ \dot{p} \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.18063 & -0.9978 & 0.668 & 0.0404 \\ 2.8056 & -0.3269 & -0.06187 & 0 \\ -5.4416 & 0.33165 & -1.4776 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \\ p \\ \Phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0060211 & 0.036127 \\ -0.19639 & -1.5985 \\ -1.3759 & 1.0528 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta a \\ \delta r \end{bmatrix} \quad \text{I-59}$$

Tableau I-1

	Angles	Forces et Moments	Variables	Control inputs
Mouvement lateral	Roll ϕ Yaw ψ	Ride forces Y Roll moment L Yaw moment N (Y, L, N)	v, p, r, ϕ, ψ $\dot{v}, \dot{p}, \dot{r}, \dot{\phi}, \dot{\psi}$	Ailerons δ_a Rudder δ_r
Mouvement Longitudinal	Pitch θ	Axial force X Normal forces Z Pitching moment M (X, Z, M)	u, ω, q, θ $\dot{u}, \dot{\omega}, \dot{q}, \dot{\theta}$	Elevator δ_e Thrust τ

CHAPITRE 2 :

GÉNÉRALITÉ SUR

LA COMMANDE

II.1 Etat de l'art sur les lois de commande :

La théorie du contrôle traite de l'analyse et de la synthèse de la logique pour le contrôle d'un système. En termes généraux, un système peut être considéré comme une collection de composants ou de parties qui travaillent ensemble pour accomplir une fonction particulière.

La théorie du contrôle a des racines historiques profondes. James Clerk Maxwell a posé les bases de la théorie du contrôle en 1868 avec son analyse de la gouverne centrifuge, qui était utilisée pour réguler la vitesse des moulins à vent. Par la suite, Edward Routh, Charles Sturm et Adolf Hurwitz ont contribué à l'établissement des critères de stabilité du contrôle. À partir de 1922, Nicolas Minorsky a développé la théorie du contrôle PID. Pendant la Seconde Guerre mondiale, le contrôle aérien est devenu crucial, et Irmgard Flügge-Lotz a développé la théorie des systèmes de contrôle automatique discontinus pour l'équipement de contrôle automatique des avions. Le contrôle a également été appliqué dans d'autres domaines tels que les systèmes de guidage, l'électronique et les stabilisateurs de navires. Cette théorie a évolué avec l'avènement des ordinateurs numériques et continue d'être utilisée dans des domaines variés tels que l'économie et l'intelligence artificielle.

L'avion est un exemple d'un système complexe conçu pour transporter des personnes et des marchandises. Ce que l'on appelle aujourd'hui la théorie du contrôle s'est développé selon deux approches analytiques différentes. La première approche était basée sur des méthodes de réponse en fréquence, la technique du lieu des racines, les fonctions de transfert et les transformées de Laplace, et a débuté à la fin des années 1930. Cette approche est parfois appelée théorie du contrôle classique ou conventionnelle. Avec l'avènement des ordinateurs numériques haute vitesse, des méthodes d'analyse des systèmes de contrôle ont été développées sur la base de la formulation en espace d'état du système, ce qui a donné naissance à ce que l'on appelle communément la théorie moderne du contrôle depuis les années 1960. Il est important pour un concepteur de systèmes de contrôle de connaître à la

fois les approches classique et moderne. Les deux approches ont leurs forces et leurs faiblesses et sont largement acceptées et utilisées par les concepteurs de systèmes de contrôle.

À partir des années 60, les efforts de recherche se sont focalisés sur la création de lois de commande visant à minimiser les critères énergétiques, donnant ainsi naissance à la commande optimale. Les premières approches, comme la commande linéaire quadratique (LQ), ont permis le calcul d'un gain de retour d'état. Par la suite, des techniques telles que le filtrage de Kalman ou la synthèse linéaire quadratique gaussienne (LQG) ont été développées pour traiter le bruit d'état ou de sortie. Toutes ces méthodes reposent sur une modélisation précise représentant fidèlement la dynamique réelle du système.

Dans les années 70, le concept de robustesse a commencé à être étudié de manière approfondie. La robustesse se réfère à la capacité d'un système à maintenir sa stabilité et ses performances face à diverses incertitudes, qu'elles soient fréquentielles, paramétriques, etc. Récemment, des méthodes de synthèse prenant explicitement en compte la robustesse, comme la commande H_∞ , ont été développées

Au fil du temps, la discipline de l'automatique s'est principalement concentrée sur les systèmes linéaires en raison de leur compréhension mathématique approfondie et de leur facilité de contrôle. Cependant, avec les exigences croissantes de performances dans de nombreux domaines, notamment l'aérospatiale, l'industrie, la robotique, et d'autres applications avancées, de nouvelles contraintes de commande sont apparues. Ces contraintes sont souvent liées à des systèmes présentant des comportements non linéaires, les rendant plus difficiles à modéliser et à contrôler efficacement en utilisant des approches traditionnelles basées sur la linéarité.[4]

II. 1. 1 les techniques de commande non linéaire :

Les exigences de performances croissantes ont entraîné un virage vers des modèles mathématiques non linéaires pour représenter de manière plus précise le comportement des systèmes complexes. Les systèmes non linéaires sont souvent caractérisés par des phénomènes tels que des boucles de rétroaction, des saturations, des effets de seuil, des instabilités, et d'autres comportements dynamiques complexes qui ne peuvent pas être pleinement capturés par des modèles linéaires.

L'essor des techniques de commande non linéaires est une réponse aux exigences croissantes de performance et de complexité des systèmes modernes. Bien qu'elles offrent des avantages significatifs en termes de précision et de robustesse, elles nécessitent également une expertise approfondie pour leur conception et leur mise en œuvre. Le choix entre la commande linéaire et non linéaire dépendra donc des spécifications et des contraintes spécifiques de chaque système.

L'objectif de cette section est de fournir une synthèse concise de ces méthodes, en soulignant à la fois leurs points forts et leurs limites.

II.2 Technique de la commande :

II. 2. 1 Les commandes linéaires :

Sont une branche importante de la théorie du contrôle, qui se concentre sur la modélisation et la commande de systèmes linéaires. Ces systèmes sont caractérisés par des équations différentielles linéaires et des relations entre les entrées et les sorties qui sont également linéaires. Les commandes linéaires sont largement utilisées dans de nombreux domaines, tels que l'aéronautique et

Les avantages des commandes linéaires incluent leur simplicité mathématique, leur stabilité et leur facilité à être modélisés et contrôlés. Les techniques de commande linéaire, telles que la commande linéaire quadratique (LQ) et la commande linéaire minimum de variance (LVM), le **Contrôle Proportionnel-Intégral-Dérivé (PID)**, sont largement utilisées dans l'industrie pour optimiser les performances des systèmes.

Cependant, les commandes linéaires ont également leurs limites. Elles ne peuvent pas être appliquées à tous les systèmes, car certains systèmes sont non linéaires ou ont des incertitudes qui ne peuvent pas être modélisées de manière linéaire. De plus, les commandes linéaires peuvent être sensibles aux perturbations et aux incertitudes, ce qui peut affecter leur performance.

II. 2. 1. 1Correcteur PID :

L'objectif de la commande des systèmes linéaire ou non linéaire est de modifier ses performances pour qu'il suive une consigne et satisfaire un cahier des charges bien déterminé préalablement. Il est donc nécessaire d'ajouter dans la boucle d'asservissement un élément de commande que l'on appelle contrôleur, régulateur ou encore correcteur qui sont basés principalement sur la notion de la contre-réaction (Feedback). Le contrôleur calcule la valeur d'erreur correspondant à la différence entre la sortie du système et sa consigne. Il essaie ensuite de minimiser l'erreur en augmentant ou en diminuant la commande afin que la sortie se déplace plus près du point de consigne.[5]

PID : Proportionnel Intégrale Dérivée

A Correcteur proportionnel :

Ce correcteur est un simple amplificateur de gain réglable $C(p) = K_p$ qui a pour mission de modifier le gain statique initial du système. La relation entre la sortie $u(t)$ et le signal d'erreur

$$\text{Consigne } (t) = K_p \cdot \varepsilon(t)$$

Ce qui en Laplace donne :

$$\text{Consigne } (p) = K_p \cdot E(p)$$

B Correcteur à action intégrale (I) :

L'erreur entre la consigne et la mesure est ici intégrée par rapport au temps et multipliée par une constante qu'il faudra aussi déterminer en fonction du système

Et la relation entre la sortie $u(t)$ et le signal d'erreur $\varepsilon(t)$ est :

$$\text{Consigne } (t) = K_p \cdot \varepsilon(t) + K_i \cdot \int_0^t \varepsilon(\tau) \cdot d\tau$$

Ce qui en Laplace donne :

$$\text{Consigne } (p) = K_p \cdot \varepsilon(p) + K_i \cdot \frac{\varepsilon(p)}{p}$$

C Correcteur à action dérivée (D) :

Pour obtenir un contrôle en PID_s il nous faut encore rajouter un terme. Celui-ci consiste à dériver l'erreur entre la consigne et la mesure par rapport au temps et à le multiplier lui aussi par une constante.

$$\text{Consigne } (t) = Kp \cdot \varepsilon(t) + Ki \cdot \int_0^t \varepsilon(\tau) \cdot d\tau + Kd \cdot \frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau}$$

Ce qui en Laplace donne :

$$\text{Consigne } (t) = Kp \cdot \varepsilon(p) + Ki \cdot \frac{\varepsilon(p)}{p} + Kd \cdot p \cdot \varepsilon(p) = \varepsilon(p) \cdot \left[Kp + Ki \cdot \frac{1}{p} + Kd \cdot p \right]$$

K_d appelé « gain dérivé »,

T_d appelée « constante de temps de dérivation »

K_p « gain proportionnel »

K_i « gain intégral »

II. 2. 1. 2 Commande Optimale (Contrôle Linéaire Quadratique) :

Ce régulateur est encore connu sous le nom de "Gain de Kalman". Il consiste à trouver une loi de commande optimale $u(t)$ en boucle fermée qui permet d'assurer les performances désirées.

La commande LQR en boucle fermée possède les avantages suivants :

- Robustesse par rapport aux perturbations et à l'incertitude sur les paramètres.
Méthode
- Autorégulée.
- Réduction de la sensibilité.

II. 2. 1. 3 Commande Optimale LQR :

L'objectif de cette commande est de minimiser une fonction de cout quadratique basée sur les énergies de commande et énergie de sortie. Cette fonction de coût est définie selon l'expression suivante :

$$J = \frac{1}{2} \int (x^T Q x + u^T R u) dt \quad \text{II-1}$$

R et Q sont des matrices de pondération. Ces matrices sont définies positives et leurs éléments sont choisis de sorte à assurer une pondération relative aux variables d'état individuelles et à la loi de commande à l'entrée du système.

Le système contrôlé par le gain de Kalman ainsi calculé, est illustré en schéma bloc à la figure Suivante :

II. 2. 1. 4 Commande Linéaire Quadratique LQG :

En automatique, la commande linéaire quadratique gaussienne dite commande LQG est une méthode qui permet de calculer le gain d'une commande par retour d'état dans un souci particulier de réduire les bruits blancs.

La commande LQG réunit un contrôleur LQ (linéaire quadratique) et un estimateur de Kalman pouvant être calculé indépendamment suivant le principe de séparation La commande LQ garantit une certaine robustesse de la boucle fermée, ce qui n'est pas le cas de la boucle LQG.

II. 2. 1. 5 La commande H_∞ :

La commande H_∞ , une technique de synthèse de contrôle robuste basée sur la norme H_∞ , a été développée dans les années 80 pour minimiser les effets des perturbations sur le comportement des systèmes. Cette approche est devenue de plus en plus importante dans la conception de contrôleurs en raison de sa capacité à gérer efficacement les incertitudes non structurées dans les modèles.

La méthode de synthèse H_∞ est fondamentalement une méthode d'optimisation qui vise à définir mathématiquement les contraintes pour le comportement désiré en boucle fermée. Elle offre un avantage majeur en intégrant les concepts de commande robuste dans un même cadre de synthèse. [6]

Considérons un système augmenté $P(s)$ composé de 4 fonctions de transfert multi-variables entre les entrées u et w et les sorties y et z . Dans ce système :

- W représente les entrées extérieures, telles que le vecteur de consigne de commande, les perturbations et les bruits ;
- U et Z représentent les sorties à optimiser pour obtenir un bon comportement de la commande ;

- V représente les mesures disponibles utilisées par le contrôleur pour calculer la commande.

En général, toutes ces données sont représentées par des vecteurs et les matrices P et K sont impliquées dans la décomposition de $P(s)$.

Cette approche permet de décomposer $P(s)$ de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} Z(s) \\ Y(s) \end{bmatrix} = P(s) \cdot \begin{bmatrix} W(s) \\ U(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W(s) \\ U(s) \end{bmatrix} \quad \text{II-2}$$

Cette représentation permet de calculer, avec les outils appropriés, le correcteur K de manière à optimiser, selon un critère donné, la fonction de transfert $T_{zw}(s)$ entre les entrées exogènes $w(t)$ et les sorties régulées $z(t)$. Par ailleurs, pour une loi de commande $u = K \cdot y$ connue, $T_{nv}(s)$ peut se calculer de la façon suivante :

$$T_{zw}(s) = F_l(P, K) = P_{11}(s) + P_{12}(s) \cdot K(s) (sI - P_{12}(s)K(s))^{-1} P_{21}(s). \quad \text{II-3}$$

II-4

$$\text{Où : } K = D_K + C_K (sI - A_K)^{-1} B_K$$

II. 2. 2 Les systèmes non linéaires :

Ils se présentent comme un ensemble d'équations (différentielles par exemple) non linéaires, décrivant l'évolution temporelle des variables constitutives du système sous l'action d'un nombre fini de variables indépendantes appelées entrées ou variables de commandes, d'où simplement commandes, que l'on peut choisir librement pour réaliser certains objectifs.

Les entrées peuvent être choisies en boucle ouverte c'est-à-dire ne dépendant que du temps, ou en boucle fermée, c'est-à-dire comme des fonctions des variables mesurées, appelées observations.

Les systèmes linéaires peuvent être le lieu de plusieurs phénomènes. Par exemple, ils peuvent converger, en régime permanent, à différents points d'équilibres, contrairement aux systèmes linéaires, qui n'en possèdent qu'un seul. En effet un système non linéaire peut être défini simplement par le fait que c'est là où le théorème de superposition cesse d'être appliqué.

Les non linéarités d'un système peuvent être naturels telle la saturation dans une machine électrique ou artificielle introduite par le concepteur des structures de commande.

Les points d'équilibre à la différence des systèmes linéaires qui possèdent un point d'équilibre unique, les systèmes non linéaires peuvent posséder plusieurs points d'équilibre. Soit donc un système, $\dot{x} = f(x)$ et un point d'équilibre x_e de telle sorte que,

$$\dot{x} = 0 = f(x_e) \quad (I-5)$$

Avec le même exemple, bien que $x_e = 0$ soit un point d'équilibre, il n'est pas unique. En effet, Il existe d'autres points d'équilibre qui sont obtenus en résolvant :

$$\dot{x} = -x + x^2 \quad (I-6)$$

$$-x + x^2 = 0 \quad (I-7)$$

II. 2. 2. La commande Backstepping :

La technique de Backstepping est relativement une nouvelle méthode de contrôle méthode.

Il permet séquentiellement et systématiquement, par choisir une fonction de Lyapunov pour déterminer le système loi de contrôle [I-5]. Cette méthode de backstepping est donc une méthodologie de synthèse récursive conjointe d'une fonction de Lyapunov et de la loi de commande associée. Elle met à profit les relations causales successives pour les construire de manière itérative et systématique. Avec cette méthodologie, la construction de la loi de commande de type retour d'état et de la fonction de Lyapunov associée se fait de façon systématique et en même temps. Elle transforme un problème de conception de la commande d'un système complet en une séquence de problème de conception pour des systèmes d'ordre inférieur (la plupart du temps scalaire) [I-5].

Le backstepping peut souvent résoudre les problèmes de stabilisation, de poursuite, et les problèmes de commande robuste dans des conditions moins restrictives que celles d'autres méthodes. Ainsi, que la méthode de linéarisation entrée-sortie exige des modèles définis et compense souvent des non-linéarités utiles, la méthode backstepping offre un choix d'outils de synthèse permettant de s'accommoder d'incertitudes et peut éviter des éliminations des non linéarités utiles pour la performance et la robustesse de la commande [I-6]

II. 2. 2. 2 La commande adaptative :

C'est l'ensemble des techniques utilisés pour l'ajustement automatique en ligne et en temps réel des régulateurs des boucles de commande, afin de réaliser ou de maintenir un certain niveau de performances, quand les paramètres du procédé à commander sont soit inconnus soit/et variables dans le temps.

Les techniques de commande adaptative ont été utilisées avec succès pour un grand nombre d'applications : Asservissements à moteurs électriques ; robots manipulateurs ; cimenteries ; réacteurs chimiques ; colonnes à distiller ; machines à papier ; régulation de Ph ; échangeur de chaleur ; systèmes d'armes ; ... etc. L'utilisation des systèmes de commande adaptative connaît aujourd'hui un essor certain, d'une part, à cause de leur complexité raisonnable et, d'autre part, à cause du développement des cartes à microprocesseurs pouvant servir de support pour leur mise en œuvre. En ce qui concerne la rentabilité, les éléments suivants sont à prendre en compte Amélioration de la qualité des produits, augmentation de la production, économie d'énergie, espacement des arrêts d'entretien et détection précoce des anomalies Dans ce contexte deux approches principales existent pour la commande adaptative (des processus à paramètres inconnues ou variable dans le temps) [I-6]:

1- La commande adaptative directe : dont laquelle les paramètres du régulateur sont ajustés directement et en temps réel à partir d'une comparaison entre les performances réelles et les performances désirées.

2- La commande adaptative indirecte : qui suppose une estimation des paramètres du processus par une procédure d'identification (c'est le cas des régulateurs auto-ajustables).[3]

II. 2. 2. 3 La commande prédictive :

La commande prédictive (MPC pour Model Predictive Control) est devenue de plus en plus populaire ces dernières années dans le milieu industriel pour sa tolérance envers différents types de systèmes et le respect des contraintes imposées, ainsi que la compatibilité avec le matériel peut être utilisée pour commander des systèmes complexes comportant plusieurs entrées et sorties où le simple régulateur PID est insuffisant. Cette technique est particulièrement intéressante lorsque les systèmes possèdent des retards importants, des réponses inverses et de nombreuses perturbations. Les principaux utilisateurs de la commande

prédictive sont les raffineries de pétroles, l'industrie chimique et agro-alimentaire, la métallurgie, l'aérospatiale... [I-7].[8]

II. 2. 2. 4 La commande Robuste :

La commande robuste est une autre technique FTC (commande tolérante aux defaults) passive ayant pour objectif la conception d'un régulateur robuste garantissant les performances désirées dans des conditions normales mais aussi en présence de certains défauts. Ces techniques sont basées en générale sur la théorie de l'asservissement quantitative (quantitative feedback theory), ou bien elles sont basées sur la conception d'un régulateur robuste au sens H_∞ [7].

II. 2. 2. 5 La commande par mode glissant :

La commande par mode glissant remonte aux années 1970 avec les travaux d'Utkin actuellement, cette technique de commande connaît une large gamme d'applications dans des domaines très variés tels que la robotique, la mécanique et l'électrotechnique. L'algorithme de commande par mode de glissement est classifié dans les systèmes de contrôle à structure variable VSS (Variable Structure System dans la littérature anglo-saxonne).

La technique des modes glissants consiste à amener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et à commuter par une logique de communication appropriée autour d'elle jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement.

Parmi les propriétés des modes glissant :

- La trajectoire de l'état du système en mode de glissement appartient à une variété (surface) de dimension inférieure à celle de l'espace d'état. Par conséquent l'ordre des équations différentielles régissant le fonctionnement du système en mode de glissement est réduit.
- La dynamique du système en mode de glissement est déterminée uniquement par le choix des coefficients de la surface de glissement.
- Sous certaines conditions similaires aux systèmes dont la commande est fort gain, la technique des modes glissants est robuste par rapport aux variations de certains paramètres.

L'idée de base de la commande par régime glissant est premièrement d'attirer les états du système dans une région convenablement sélectionnée, puis de concevoir une loi de commande qui maintiendra toujours le système dans cette région. En résumé, une commande par régime glissant est divisée en deux parties [8] :

$$u = u_{eq} + u_{gliss} \quad \text{II-5}$$

u_{eq} : la commande équivalente ou nominale est déterminée par le modèle du système. Cette partie est conçue avec la méthode de la commande équivalente, dont le principe est basé sur la détermination du comportement du système lorsqu'il est sur la surface de glissement \mathbf{s} .

u_{gliss} : le glissement est utile pour compenser les incertitudes du modèle. Il est constitué de la fonction signe « sign » de la surface de glissement \mathbf{s} , multipliée par une constante \mathbf{K} glisse la surface de glissement est définie dans l'espace d'état des erreurs afin de garantir la convergence des états.

II. 2. 2. 6 La commande floue :

L'utilisation de la logique floue dans la commande des systèmes nécessite d'avoir des connaissances approfondies sur cette théorie et son utilisation dans la commande, d'où la nécessité de présenter quelques bases générales de la logique floue : Théorie des ensembles flous, les relations floues, principe de réglage par logique floue ainsi que la structure de commande par logique floue des systèmes multi-variables. La logique floue est à l'image de logique binaire, clairement et logiquement étayée à l'aide de théorie mathématique [9].

La commande floue est un domaine d'application de la théorie des ensembles flous qui a été proposé par L.A. Zadeh puis son principe a été appliqué par Mamdani et Assilian sur la commande des processus industriels.

Les applications industrielles basées sur cette technique ont commencé en Europe au Début des années 1980 avec le contrôle d'un four à ciment [10], pour déboucher sur le célèbre boom de la logique floue au Japon au début des années 1990 dans les secteurs industriels (L'énergie

–les transports – l'aérospatial – la robotique...etc.) [13].

La commande floue a pour but de traiter des problèmes de commande classique de processus à partir uniquement de connaissances de comportement que les spécialistes du procédé doivent formuler sous forme linguistique (floue)

CHAPITRE 3 :
COMMANDES LINÉAIRES
DES SYSTÈMES
MULTIVARIABLES

III.1 Introduction :

Lors de la détermination d'une commande, plusieurs aspects doivent être pris en compte. Tout d'abord, il est essentiel de s'assurer que les sorties 'y' suivent les références 'r' en générant les commandes 'u'.

Cette étude portera sur deux types de commandes linéaires parmi les plus couramment utilisées, à savoir :

- La commande linéaire par retour d'état.
- La commande linéaire par retour d'état avec action intégrale.

III. 1. 1 COMMANDE PAR RETOUR D'ETAT (SANS OBSERVATEUR) **Etant donné un système en boucle ouverte défini par :**

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad \text{III-1}$$

Le système est supposé commandable. Le principe de la méthode consiste à utiliser une loi de commande par retour d'état de la forme[5] :

$$u(t) = -Kx(t) \quad \text{III-2}$$

$K = [k_0 \quad k_1 \quad k_{n-1}]$: est un vecteur ligne de n composantes appelé vecteur des gains du retour d'état.

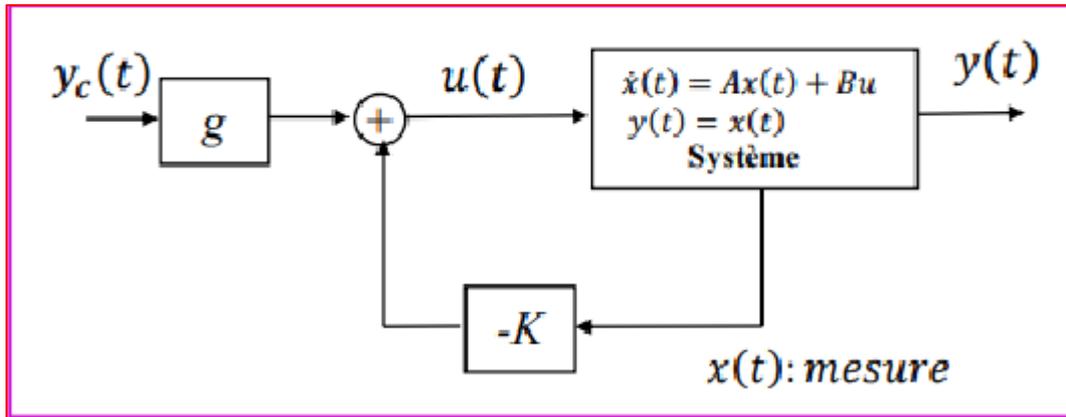


Figure III-1 schéma bloc de la commande par retour d'état

Etant donné un système en boucle ouverte défini par :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

La commande par retour d'état à appliquer au système est : $u(t) = rK_r - Kx$

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= Ax(t) + Bu(t) = Ax + BrK_r - BKx \quad \text{III-3} \\ \dot{X}(t) &= (A - BK)x + BK_r r ; \begin{cases} A_{cl} = A - BK \\ B_{cl} = BK_r r \end{cases} \end{aligned}$$

III.2 Détermination des gains K et K_r :

III. 2. 1 Calcul de k :

Dans le langage MATLAB on utilise la fonction "place" pour l'application de la méthode du placement des pôles dans le but d'avoir la matrice k .

III. 2. 2 Calcul de K_r :

Pour que $y \rightarrow r$, pour le cas stationnaire (steady state) on a : $\dot{X}(t) = 0$ et $y = r$

$$(A - BK)x + BK_r r = 0 \Rightarrow x = -(A - BK)^{-1} BK_r r \quad \text{III-4}$$

$$\text{Puisque } y = Cx = -C(A - BK)^{-1} BK_r r \quad \text{III-5}$$

$$\text{Pour que } y = r, \text{ il faut que : } -C(A - BK)^{-1}BK_r = I \quad \text{III-6}$$

$$K_r = (-C(A - BK)^{-1}B)^{-1} \quad \text{III-7}$$

III.3 Description générale d'un A300 :

L'Airbus A300 est un avion de ligne gros-porteur bimoteur, conçu pour les trajets moyen-courriers. Premier modèle produit par Airbus, il a effectué son premier vol en 1972 et est entré en service commercial en 1974.

Caractéristique principale de cet avion :

- **Capacité** : Environ 250 à 300 passages.
- **Dimensions** : Longueur de 54 mètres, envergure de 44 mètres, et hauteur de 17 mètres.
- **Motorisation** : Deux moteurs turbofan.
- **Vitesse de croisière** : Environ 850 km/h.
- **Autonomie** : Entre 4 000 et 7 500 km selon les modèles.

On va consacrer notre étude sur le modèle latéral de cet avion qui est représenté par les matrices suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} -0.18063 & -0.9978 & 0.668 & 0.0404 \\ 2.8056 & -0.3269 & -0.06187 & 0 \\ -5.4416 & 0.33165 & -1.4776 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0.0060211 & 0.036127 \\ -0.19639 & -1.5985 \\ -1.3759 & 1.0528 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{III-8}$$

III. 3. 1 Etude du mouvement latéral :

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \\ \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.18063 & -0.9978 & 0.668 & 0.0404 \\ 2.8056 & -0.3269 & -0.06187 & 0 \\ -5.4416 & 0.33165 & -1.4776 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \\ p \\ \phi \end{bmatrix} \quad \text{III-9}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0.0060211 & 0.036127 \\ -0.19639 & -1.5985 \\ -1.3759 & 1.0528 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta a \\ \delta r \end{bmatrix}$$

Les racines de l'équation caractéristique sont :

- $\lambda_{1,2} = -0.5681 \pm 2.4436i$ Deux pôles complexe conjugués dont la pulsation propre est $w_n = 2.51\text{rad/s}$, le coefficient d'amortissement $\xi = 0.226$ temps de réponse $T_s = 615.4$ s caractérise le mode roulis hollandais.
- $\lambda_3 = -0.8426$ Caractérise le mode roulis.
- $\lambda_4 = -0.0065$ Caractérise le mode spiral.

A l'aide du langage MTLAB ; bloc Simulink, on va pour générer une perturbation externe sévère due à une rafale de vent, puis à chaque fois on change son amplitude pour tester la robustesse de la commande et la réponse du system des différentes commandes.

III. 3. 2 Simulation et interprétation :

Après avoir les lois de commande et à l'aide du logiciel MATLAB, on va simuler la réponse du système soumis à un signal de référence (échelon unité) $r_1 = 15^\circ$ pour l'angle de dérapage β et ensuite on rajoute une perturbation externe pour tester la réponse de la commande, en imposant à chaque fois des pôles différents.

Figure **III -3**

Elle représente la réponse du system a la commande du placement des pôles.

$$P_1 = [-1-i ; -1+i ; -1 ; -2]$$

Après avoir utilisé Matlab les matrices des gains k et K_r sont les suivants :

$$k = \begin{bmatrix} 2.9962 & -1.4444 & -0.6457 & -1.8130 \\ -1.0628 & -1.2884 & -0.1866 & -0.6187 \end{bmatrix} \quad \text{III-10}$$

$$k_r = \begin{bmatrix} -0.2843 & \\ 0.7821 & \end{bmatrix} \quad \text{III-11}$$

On voit clairement que la sortie d'angle de dérapage β suit la valeur souhaitée après **5secondes**

Avec un overshoot de **2 degrés**, le système est dit stable.

Le temps maximal de simulation est fixé à **10 secondes**.

Pour étudier l'effet de coefficient d'amortissement on augmente la partie réelle des pôles et voir la réponse du système. Figure **III -4**

Les nouveaux pôles proposés :

$$P_2 = [-1.5-i ; -1.5+i ; -1 ; -2]$$

Les nouvelles matrices des gains k et Kr sont les suivants :

$$k = \begin{bmatrix} 2.8707 & -1.3114 & -0.9953 & -2.0887 \\ -0.8774 & -1.4175 & 0.1295 & -0.3087 \end{bmatrix} \quad \text{III-12}$$

$$kr = \begin{bmatrix} -0.2153 & \\ 1.2196 & \end{bmatrix} \quad \text{III-13}$$

Comparant au première études l'overshot est disparu, avec l'augmentation de la partie réelle des pôles, un système plus stable avec moins d'oscillations.

Figure **III -5**

Dans le reste du travail on va appliquer une perturbation externe qui présente une rafale

Et on va évaluer la réponse du système avec différentes amplitudes.

On va commencer par une perturbation d'amplitude 2° . Une erreur statique va se créer, cette erreur va s'évoluer à chaque fois en augmentant l'amplitudes de cette rafale.

Cette évolution d'erreur va se présenter dans les figures qui suivent

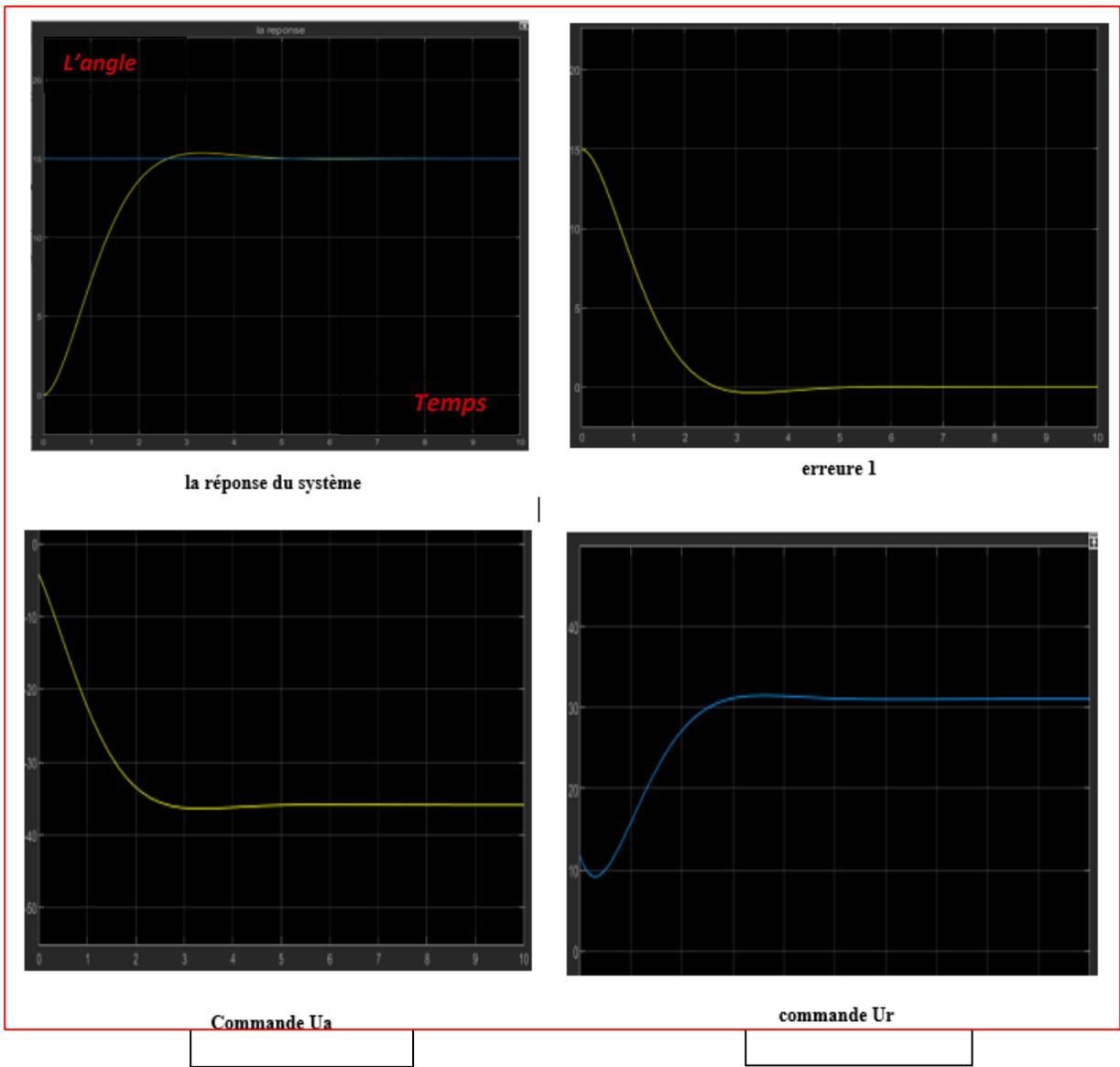


Figure III-2 $P1 = [-1-i \ -1+i \ -1 \ -2]$

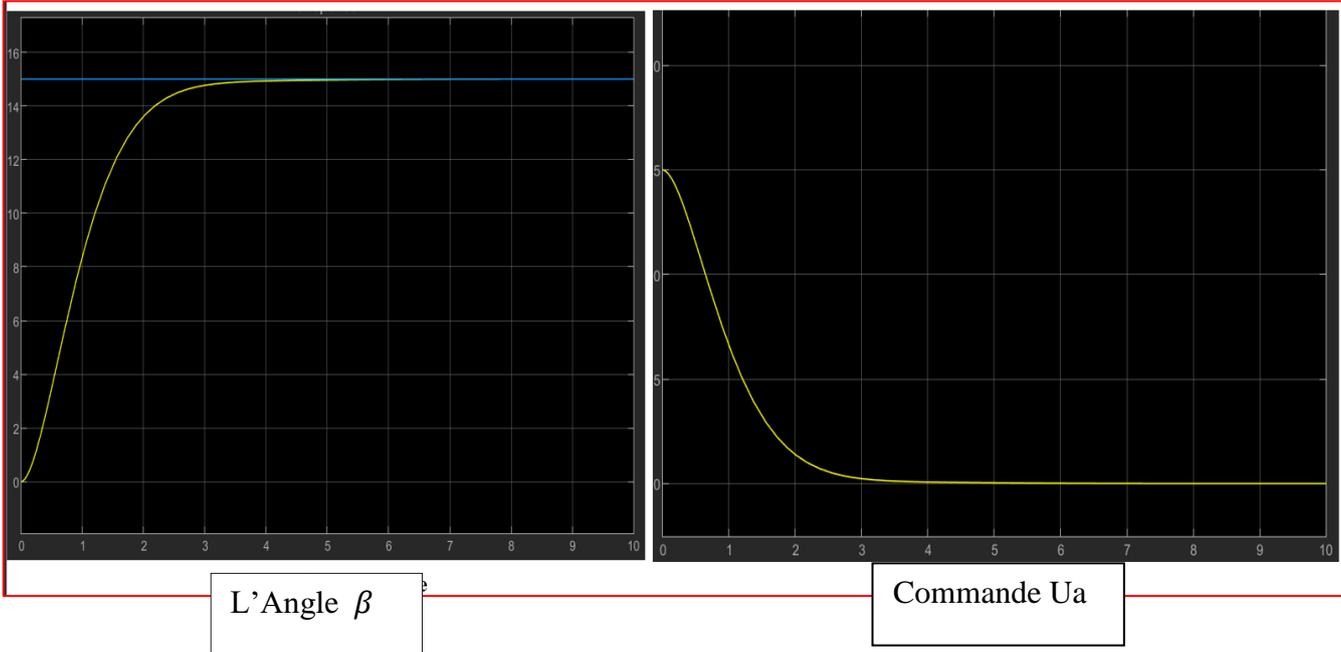
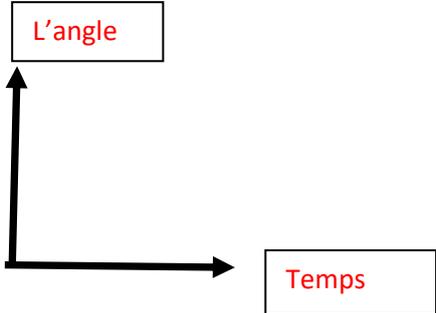


Figure III-3 $P2 = [-1.5-i \ -1.5+i \ -1 \ -2]$



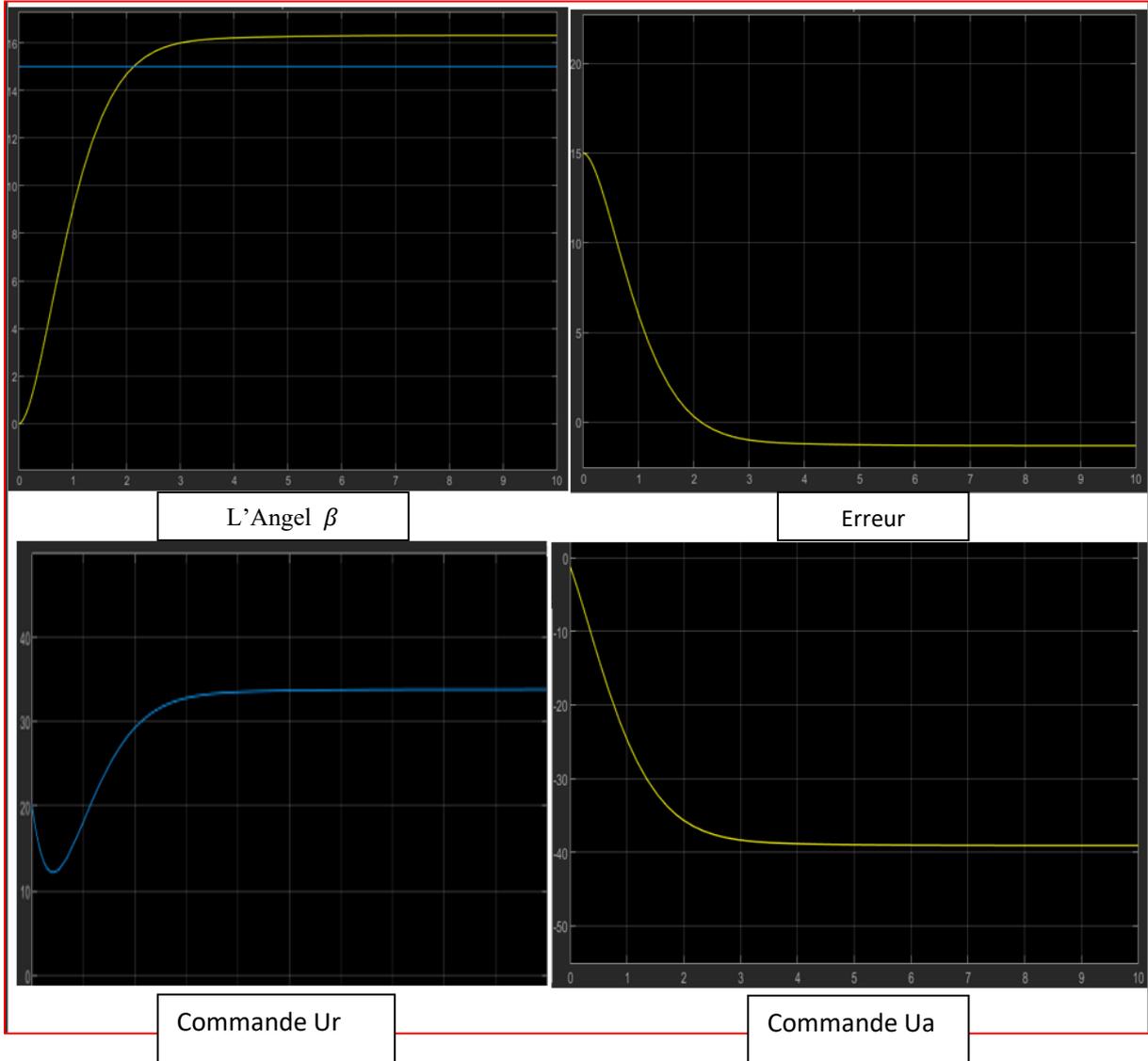
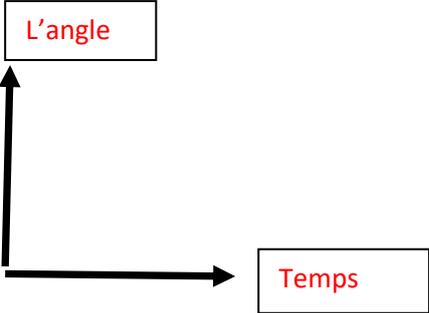


Figure III-4 perturbation cte d'amplitude = 2



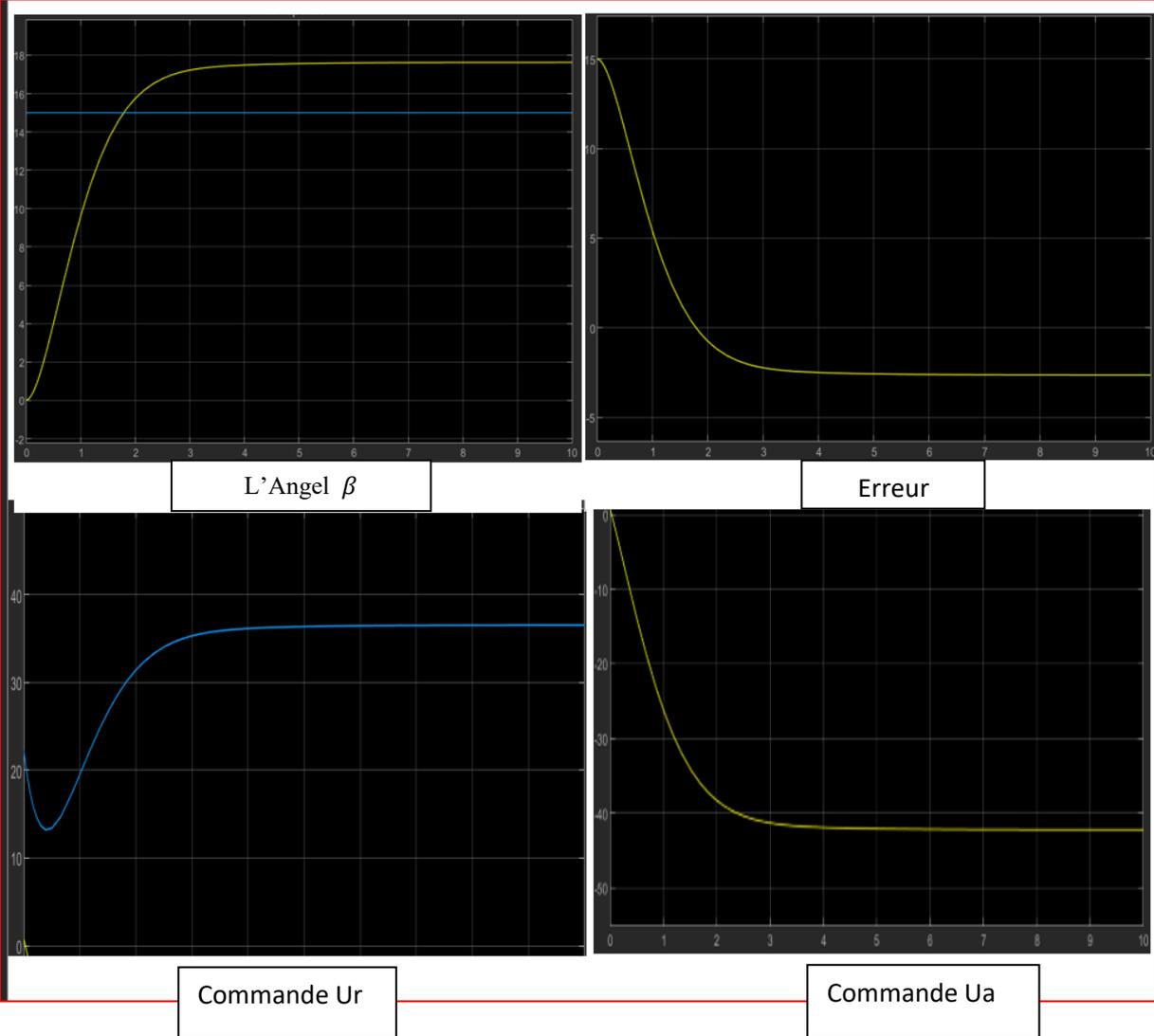
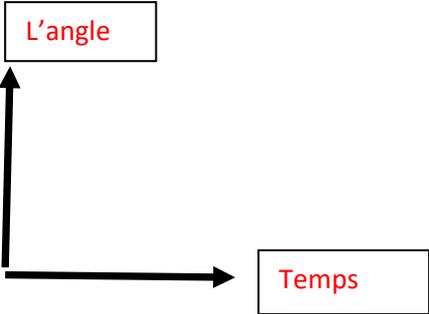


Figure III-5 perturbation cte d'amplitude = 4



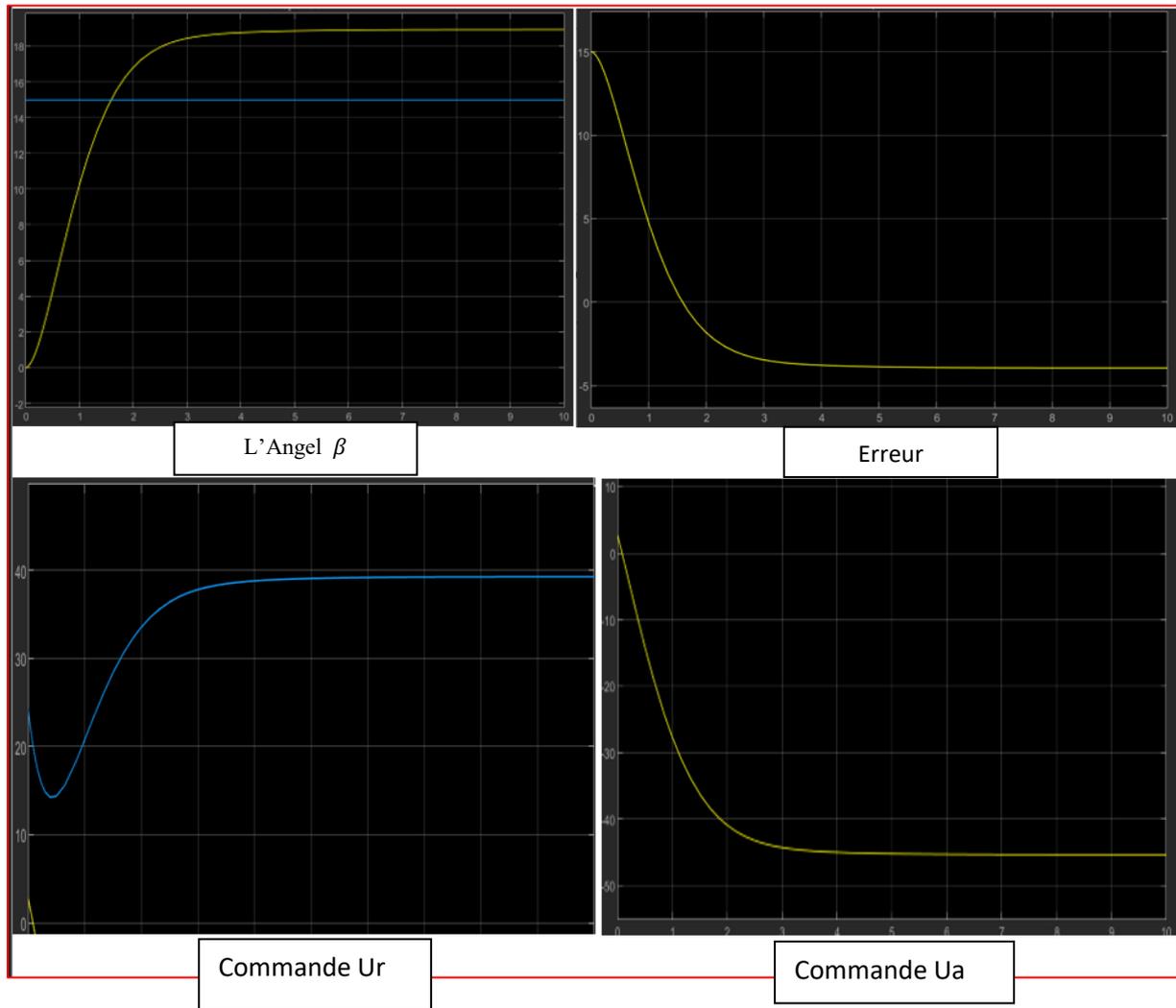
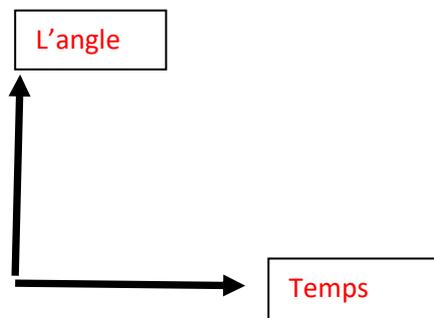


Figure III-6 perturbation cte d'amplitude = 6



Là on veut éliminer cette erreur en passant à un autre type de control linéaire qui l'action **intégral avec le retour d'état**.

III. 3. 3 Commandes par action intégral avec retour d'état :

La commande par retour d'état avec action intégrale est une méthode de contrôle qui combine un retour d'état classique avec une action intégrale. Cette approche permet de résoudre le problème des erreurs statiques qui peuvent survenir avec une commande par retour d'état simple.

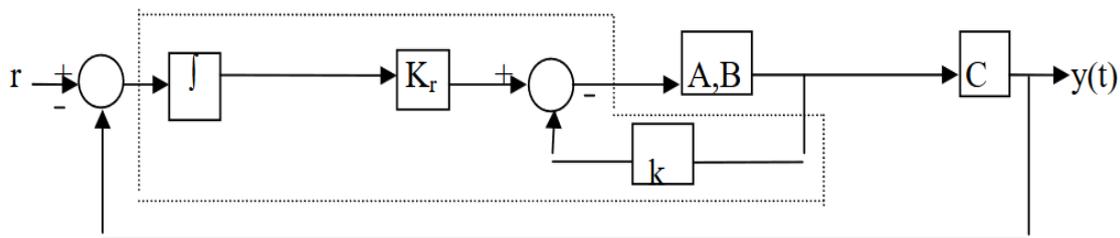


Figure III-7 Commande par retour d'état avec action intégral

III. 3. 3. 1 Étapes de la commande :

A) Définition du Système Augmenté :

-On définit un nouveau vecteur d'état augmenté qui inclut l'intégrale de l'erreur :

$$X' = [x, x_i]^T \quad \text{III-14}$$

Où $x_i = \int (r - Cx) dt$ est l'intégrale de l'erreur entre la référence r et la sortie $y = Cx$.

B) Définition de la Loi de Commande :

La loi de commande devient :

$$u = -Kx - K_i x_i \quad \text{III-15}$$

Où K est le gain du retour d'état et K_i est le gain de l'action intégrale.

C) Détermination des Gains :

Le choix des gains K et Ki se fait généralement par placement de pôles sur le système augmenté, afin d'obtenir les performances désirées.

Soit le système augmenté :

$$\begin{bmatrix} X' \\ X'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0_{4 \times 2} \\ -C & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} U(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ r(t) \end{bmatrix} \quad \text{III-16}$$

Le choix de K et Ki est dicté par l'utilisation du nouveau système augmenté qui est de la forme :

$$X^* = A^*X^* + B^*U \quad \text{III-17}$$

Avec $AU(t) = -K^*X^*$ III-18

Ou $K^* = [K: Ki]$ III-19

Toujours avec Matlab avec la fonction place on propose des gains, et on détermine le ki.

III. 3. 3. 2 Simulation et interprétation :

Comme l'ancien cas, on va appliquer un signal de référence $r_1 = 15^\circ \beta$, et on rajoute

Une perturbation externe pour tester la réponse et la robustesse de la commande.

Figure **III -9**

Elle représente la réponse du système augmenté sans aucune perturbation avec un placement

Du pôle proposé :

$$P_4 = [-0.9+i \ -0.9-i \ -2 \ -5 \ -15 \ -20]$$

On a trouvé que

$$k^* = \begin{bmatrix} -9.1060 & -6.8174 & -16.0312 & -65.8405 & 46.1787 & 48.9704 \\ 28.8064 & -9.6753 & 1.8681 & -7.6435 & -28.3775 & 18.5301 \end{bmatrix}$$

Avec $k = [-9.1060 \quad -6.8174 \quad -16.0312 \quad -65.8405$

$28.8064 \quad -9.6753 \quad 1.8681 \quad -7.6435]$

Et $k_i = [46.1787 \quad 48.9704$

$-28.3775 \quad 18.5301]$

-On remarque que le signal de sortie β suit le signal de référence parfaitement sans dépassement Avec un très bon amortissement.

Figure III -10 , III-11 :

Dans les figures qui suivent on va appliquer les mêmes perturbations qu'on a déjà Appliqué avec le retour d'état dans les premières simulations.

On voit clairement que quel que soit la valeur de la perturbation le système va toujours atteindre et la valeur souhaitée grâce à cette commande.

Figure III-12 :

On remarque qu'après l'application d'une rafale qui est modélisé par un bruit blanc, le système suit la référence mais avec des oscillations importantes autour de la valeur souhaité, donc elle est légèrement sensible à cette perturbation

Figure III-13 :

Par une observation, on trouve que le système suit la référence après chaque signal carré avec une très bonne poursuite sans oscillations donc cette commande est robuste par rapport un signal carré.

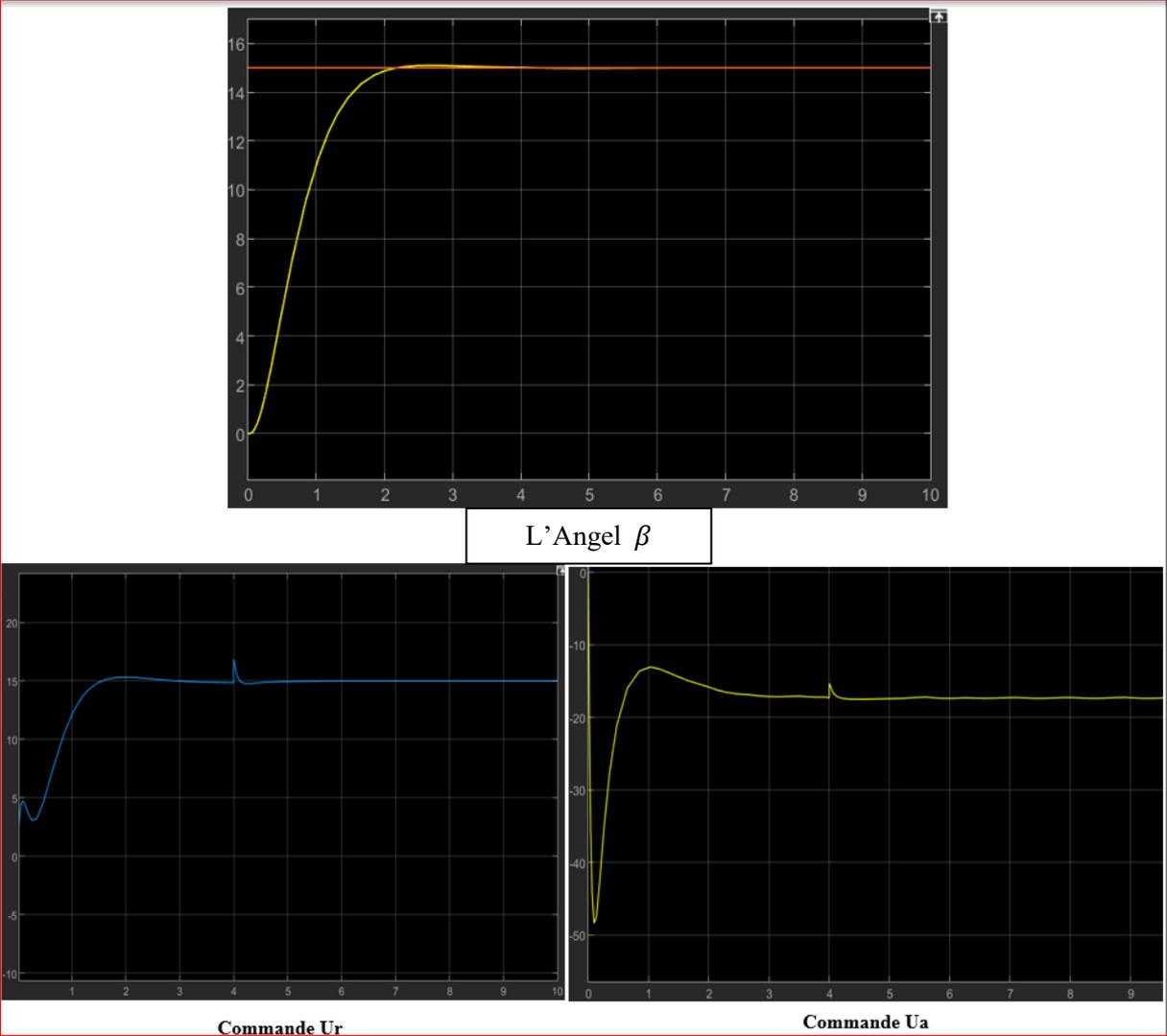


Figure III-8 $P4 = [-0.9+i \ -0.9-i \ -2 \ -5 \ -15 \ -20]$

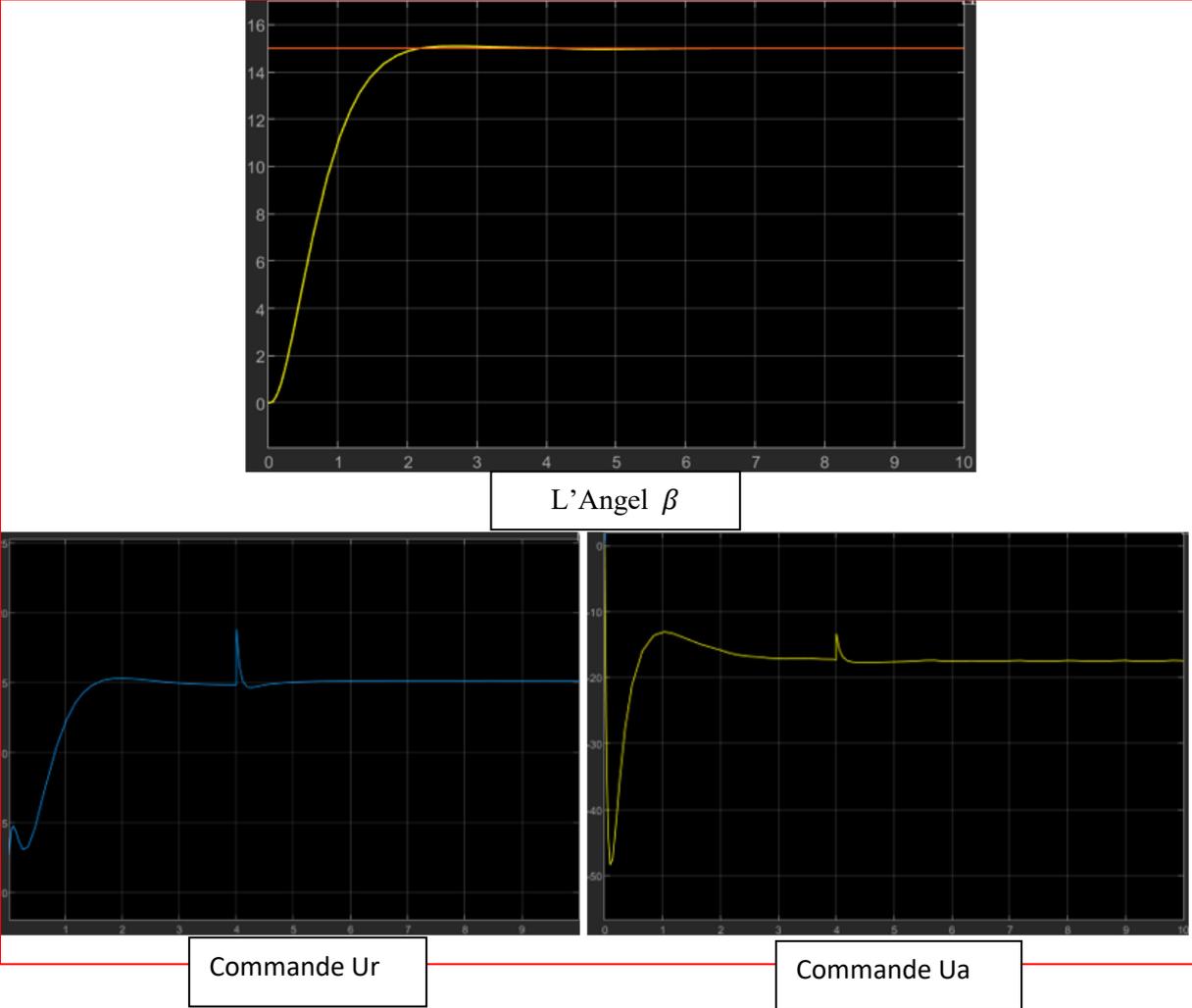


Figure III-9 la réponse du system a une perturbation constante d'une amplitude 2

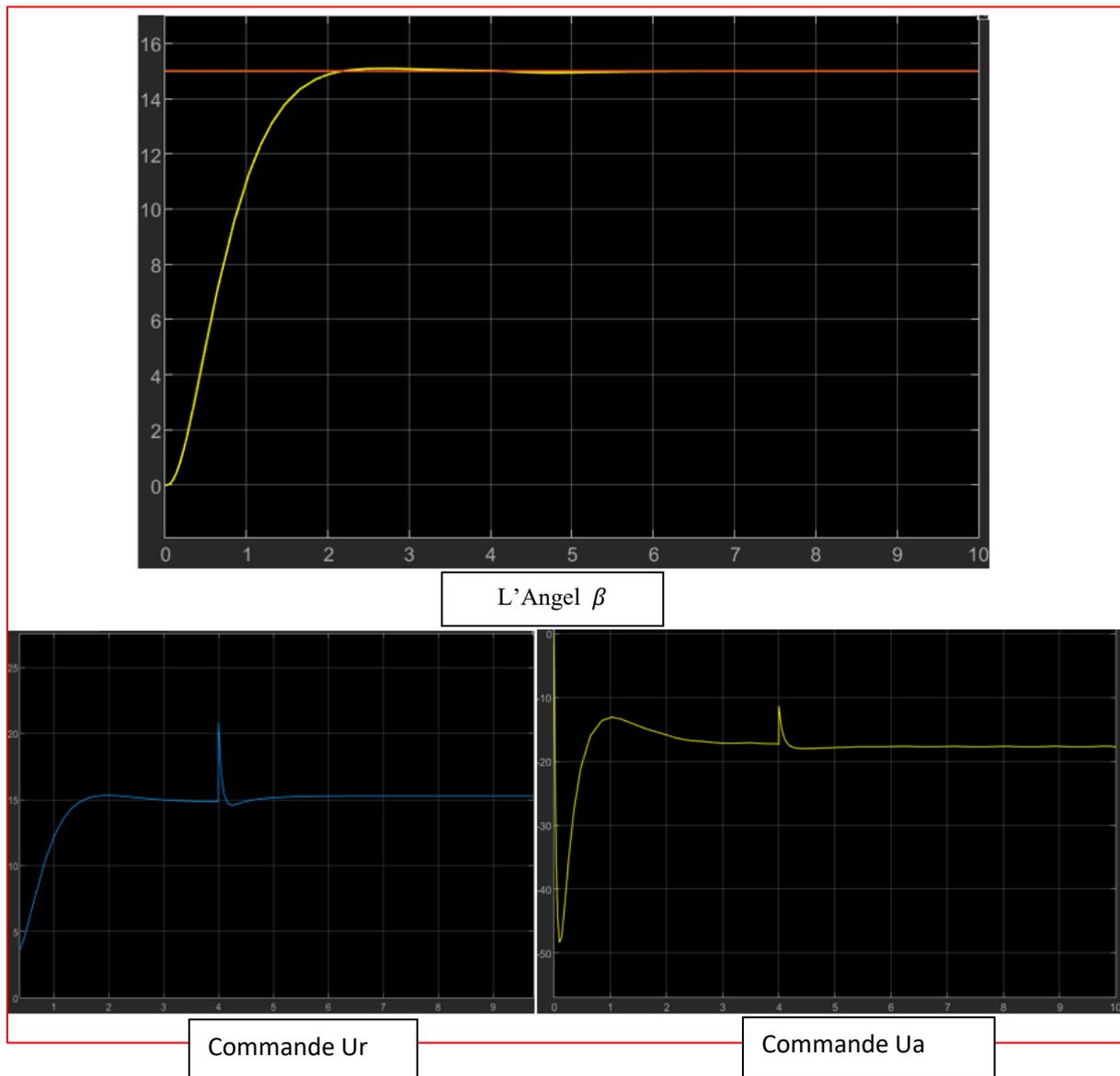


Figure III-10 la réponse du system a une perturbation constante d'une amplitude 6

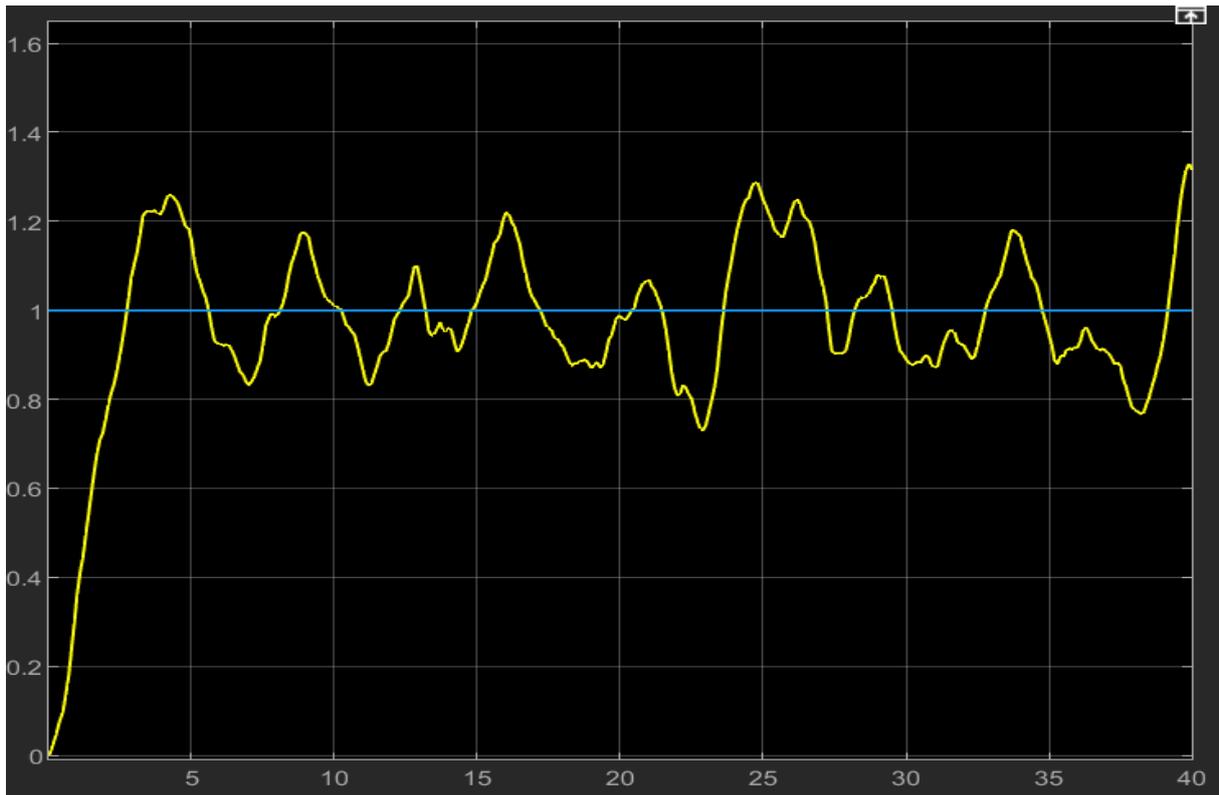


Figure III-11 Action intégral avec une perturbation bruit blanc

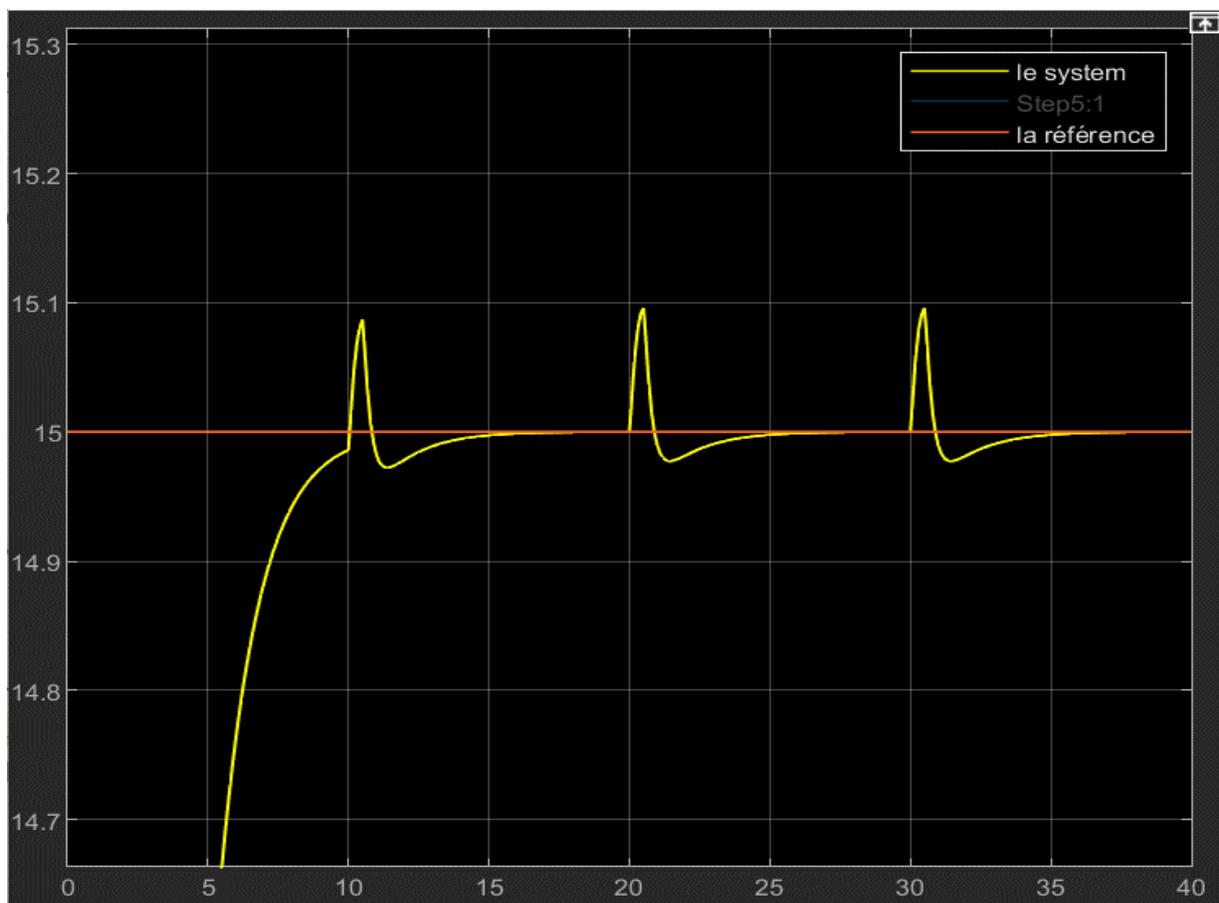


Figure III-12 Action intégral avec une perturbation carrée

III.4 Exemples et Applications

- **Exemple :**
 - La commande par retour d'état avec action intégrale est souvent utilisée dans les systèmes de contrôle de position, de vitesse et de température.
- **Applications :**
 - Elle est utilisée dans de nombreux domaines, tels que l'automatisation des processus industriels, les systèmes de navigation, les systèmes de commande de véhicules, etc.

III.5 Conclusion

La commande par retour d'état avec action intégrale est une méthode efficace pour asservir des systèmes linéaires en rejetant les perturbations constantes. Cependant, elle nécessite une bonne connaissance des paramètres du système et une adaptation appropriée des gains pour obtenir les performances désirées.

CHAPITRE 4 :

MRAC

IV.1 Introduction

Ce chapitre examine la synthèse de lois de commande adaptatives en utilisant un modèle de référence, basé sur les concepts de positivité et d'hyper-stabilité, pour les systèmes soumis à diverses perturbations externes ou à des variations des paramètres internes. La commande adaptative avec modèle de référence est une des techniques les plus fréquemment employées dans les systèmes industriels. Les performances souhaitées du système physique sont définies par le modèle de référence. En déterminant une loi de commande adaptative appropriée, on permet à la réponse du système de suivre celle du modèle, même en présence de perturbations, assurant ainsi le maintien des performances dynamiques du système.

IV.2 La théorie de l'hyper-stabilité

En 1973, Popov a proposé pour la première fois le concept d'hyper-stabilité, qui est basé sur l'analyse de la stabilité des systèmes dynamiques avec une contre-réaction non linéaire en utilisant la théorie des systèmes passifs. En fait, la passivité est étroitement liée à la théorie de l'hyper-stabilité, selon Lyapunov pour les systèmes linéaires considérant des fonctions candidates du type d'état quadratique. Pour cela, on considère la représentation d'état d'un système linéaire avec sa fonction de transfert $G(s)$ et un bloc non linéaire $\phi(y_e)$, où le bloc linéaire est donné par le système d'équations suivant :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) - B\phi(y_e) \quad \text{IV-1}$$

$$y_e(t) = C_e x_e(t) \quad \text{IV-2}$$

Avec $\phi(y_s)$ représente la fonction de transfert du bloc non-linéaire et

$G(s) = C_s(sI - A)^{-1}B$ est la matrice de transfert du bloc linéaire.

La structure générale de notre système hyper-stable est représentée par la figure (IV-1).

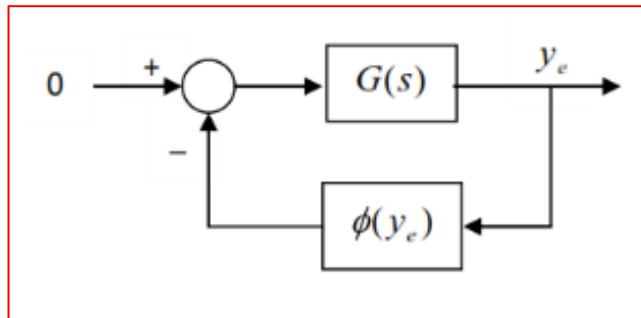


Figure IV-1 Système hyper-stable

Les résultats obtenus par Popov prouvant la stabilité de ce système est basé sur L'inégalité suivante :

$$\eta(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \phi^\top(y_e)y_s(t)dt \geq -\gamma_0^2 \quad \text{IV-3}$$

L'intégralité de (IV-3) est dite l'intégralité de Popov où $\gamma_0^2 = \sqrt{\frac{1}{2}x^\top(t_0)x(t_0)}$ est une constante indépendante du temps. Donc lorsqu'un système en boucle fermée décrit par les équations (IV-1) et (IV-2) est globalement asymptotiquement stable pour toutes les chaînes de retour vérifiant l'intégralité de Popov (IV-3), alors le système en boucle fermée sera appelé asymptotiquement hyper-stable [11].

Théorème 1

La condition nécessaire et suffisante pour le système décrit par (IV-1) et (IV-2) satisfaisant l'inégalité (IV-3) soit stable (globalement stable) est la matrice de transfert $G(s)$ doit être positive et réelle.

Théorème 2

Si $G(s)$ est strictement positive réelle alors le système est dit asymptotiquement stable (ou globalement asymptotiquement stable).

Théorème 3

Soit la fonction (matrice) de transfert $G(s) = C_\varepsilon(sI - A)^{-1}B$ d'un système linéaire qui à la fois commandable et observable, où (A, B, C_2) est une réalisation minimale de $G(s)$ avec

$G(\infty) = 0$, sous ces hypothèses, la fonction de transfert $G(s)$ est SPR, si et seulement si.

Existe deux matrices symétriques définies positives P et Q telle que :

Et

$$\begin{aligned}A^T P + P A &= -Q \quad (Q > 0) \\ C_e &= B^T P\end{aligned}$$

On Générale, on choisit :

$$Q = I$$

En résumé, ce concept donne une condition nécessaire et suffisante pour déterminer la stabilité. Il suffit d'examiner une fonction de transfert et vérifier l'inégalité de Popov. Par conséquent, Il n'est donc pas nécessaire de rechercher une fonction de Lyapunov.

Finalement, le critère d'hyper-stabilité est plus facile à utiliser que les fonctions de Lyapunov et demeure ainsi un outil puissant d'analyse pour les systèmes non-linéaires, et avec l'inégalité de Popov (IV-3), il est possible d'étudier la stabilité d'un système physique quelconque sans faire recours à la résolution de l'équation différentielle qui gouverne sa dynamique. La Vérification de cette inégalité permet de savoir si le système est stable ou non et avec quel type de stabilité.

IV.3 Commande adaptative avec un modèle de référence

IV. 3. 1 Commande adaptative

La commande adaptative est une technique qui permet de fournir une approche systématique pour l'ajustement des correcteurs en temps réel. Le schéma de commande adaptative par modèle de référence a été proposé à l'origine par Whittaker, Yamron et Kezer

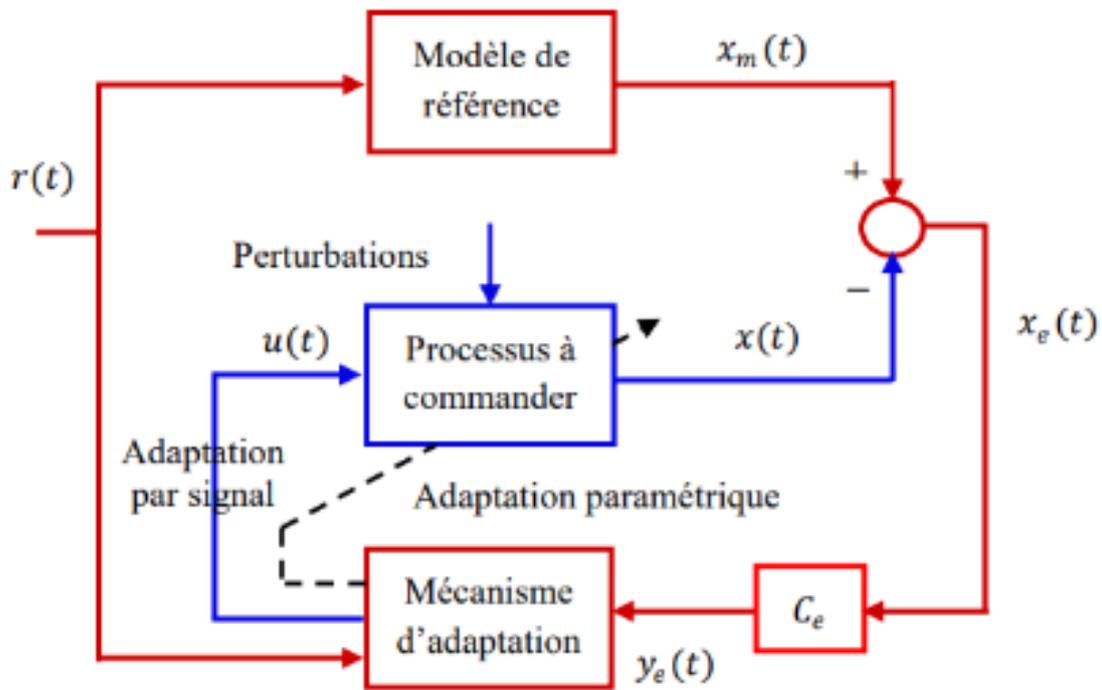


Figure IV-2 Commande adaptative avec modèle de référence

Élaborèrent la stratégie d'identification du type gradient, connue communément sous la règle du MIT (méthode du gradient), l'idée d'adapter en continu des paramètres dans le but d'améliorer les performances du procédé [12].

IV. 3. 2 Système adaptatif avec modèle de référence

La stratégie du MRAC est utilisée pour concevoir le contrôleur adaptatif qui fonctionne sur le principe d'ajustement des paramètres du contrôleur de sorte que la sortie du processus suit la sortie d'un modèle de référence ayant la même entrée de référence. La structure d'un système adaptatif avec modèle de référence est donnée par la figure ci-dessous

IV. 3. 3 Choix du modèle de référence

Pour définir le modèle de référence, on doit déterminer les matrices A_m et B_m . Pour cela, on va [13]

Calculer les gains K_1 et K_2 par la méthode du placement de pole [13], on aura :

$$A_m = \begin{bmatrix} -0.1599 & -0.9418 & 0.6784 & 0.0748 \\ 1.6844 & -2.7073 & -0.4779 & -1.3967 \\ -0.2729 & -0.2218 & -2.1327 & -1.7864 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{IV-4}$$

$$B_m = \begin{bmatrix} 0.0466 & -0.0370 \\ -2.0103 & 1.5055 \\ 0.2462 & 1.7954 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

IV.4 Synthèse des lois de commande adaptatives avec modèle de référence

IV. 4. 1 MRAC sans perturbation extérieure :

Considérons un système décrit par l'équation d'état suivants [13][14] :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad \text{IV-5}$$

Avec $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ vecteur d'état de dimension n , $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ vecteur de commande de dimension m :

39

Chapitre 3 La commande adaptative avec un modele de référence

$A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ matrice de dimension $n \times n$

$B \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ matrice de dimension $n \times m$

Le modèle de référence est décrit par :

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m r(t) \quad \text{IV-6}$$

Avec $A_m \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $B_m \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ sont des matrices constantes respectivement.

Le dynamique de l'erreur est

$$x_e(t) = x_m(t) - x(t) \quad \text{IV-7}$$

Est réagi par l'équation d'état suivante :

$$\dot{x}_e(t) = \dot{x}_m(t) - \dot{x}(t) \quad \text{IV-8}$$

On obtient l'équation d'état suivant

$$\dot{x}_e(t) = A_m x_e(t) + (A_m - A)x(t) + B_m r(t) - Bu(t) \quad \text{IV-9}$$

D'après les conditions d'Erzberger voire l'Annex B [15]

$$A_m - A = BB^+(A_m - A) \quad \text{IV-10}$$

$$B_m = BB^+ B_m \quad \text{IV-11}$$

Où $B^+ = (B^T B)^{-1} B^T$ est appelé : Pseudo inverse gauche de Penrose.

A partir des équations (IV-9), (IV-10) et (IV-11), on obtient :

$$\dot{x}_e(t) = A_m x_e(t) - B\phi \quad \text{IV-12}$$

$$y_e(t) = C_e x_e(t) \quad \text{IV-13}$$

$$\text{Avec :} \quad \phi = [B^+(A - A_m)x(t) - B^+ B_m r(t) + u(t)] \quad \text{IV-14}$$

La méthode de l'hyper-stabilité à la synthèse des lois de commandes adaptatives consiste à ramener le problème de synthèse à un problème d'hyper-stabilité. En effet, on cherche à élaborer un mécanisme d'adaptation des paramètres variables de façon que le système de commande adaptative soit asymptotiquement stable c'est-à-dire l'erreur x_a tend vers à zéro en régime permanent. Donc il suffit de choisir les éléments variables de système linéaire de façon que sa fonction de transfert soit strictement réelle positive de façon que le bloc de contre réaction à caractéristique non linéaire vérifie l'inégalité de popov.

Notons que le système équivalent peut être partitionné en une partie invariante de temps linéaire décrite par (IV-12), (IV-13) et une partie non-linéaire variable dans le temps décrite par (IV-14).

Pour le système de commande avec un modèle de référence, l'entrée du système peut être exprimée par :

$$u(t) = k_x(t, x_2)x(t) + k_r(t, x_e)r(t) \quad \text{IV-15}$$

Avec $k_x(t, x_e)$ et $k_r(t, x_s)$ sont des matrices dépendantes du temps et de l'erreur $x_s(t)$ A partir des équations (IV-12), (IV-13), (IV-14) et (IV-15), on obtient la présentation d'hyperstable

$$\dot{x}_e(t) = A_m x_a(t) - B\phi \quad \text{IV-16}$$

$$y_z(t) = C_e x_e(t) \quad \text{IV-17}$$

$$\text{Avec } \phi = [k_x(t, x_z) + B^+(A_m - A)]x(t) + [k_r(t, x_s) - B^+B_m]r(t) \quad \text{IV-18}$$

On applique l'intégral de Popov

$$\eta(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} y_z^T(t)\phi dt \geq -\gamma_0^2 \forall t_1 \geq t_0 \quad \text{IV-19}$$

En remplace l'équation (IV-18) dans l'équation (IV-19), on obtient :

$$\eta(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_2} y_z^T(t)\{[k_x(t, x_s) + B^+(A_m - A)]x(t) + [k_r(t, x_s) - B^+B_m]r(t)\}dt \geq -\gamma_0^2 \quad \text{IV-20}$$

Le choix particulier qui satisfait l'inégalité de Popov est :

$$k_x(t, x_s) + B^+(A_m - A) = \alpha_x \int_0^t y_s(t)x^T(t)dt + \beta_x y_z(t)x^T(t) \quad \text{IV-21}$$

$$k_r(t, x_s) - B^+B_m = \alpha_r \int_0^t y_\varepsilon(t)r^T(t)dt + \beta_r y_\varepsilon(t)r^T(t) \quad \text{IV-22}$$

Où α_x, β_x et α_r, β_r sont des matrices définies positives de dimension appropriée. Maintenant, nous devons définir les expressions suivantes comme se suit :

$$k_x(t, x_e) = -k_x + \Delta k_x(t, x_e) \quad \text{IV-23}$$

$$k_r(t, x_e) = k_r + \Delta k_r(t, x_e) \quad \text{IV-24}$$

En outre, les matrices constantes k_x et k_r sont conçues pour certaines valeurs spécifiques des paramètres du système qui sont données par :

$$k_x = B^+(A_m - A) \quad \text{IV-25}$$

$$k_r = B^+B_m \quad \text{IV-26}$$

Et les gains d'adaptations ;

$$\Delta k_x(t, x_e) = \alpha_x \int_0^t y_z(t)x^T(t)dt + \beta_x y_z(t)x^T(t) \quad \text{IV-27}$$

$$\Delta k_r(t, x_e) = \alpha_r \int_0^t y_z(t)r^T(t)dt + \beta_r y_z(t)r^T(t) \quad \text{IV-28}$$

Cependant, la loi de contrôle nominal, est donnée par :

$$u_1(t) = -k_x x(t) + k_r r(t) \quad \text{IV-29}$$

Et la loi de contrôle adaptatif, est donnée par ;

$$u_2(t) = \Delta k_x(t, x_2)x(t) + \Delta k_r(t, x_x)r(t) \quad \text{IV-30}$$

$$\text{avec } u(t) = u_1(t) + u_2(t) \quad \text{IV-31}$$

La structure d'un système de commande avec un modèle référence est illustrée à la **figure (IV-3)**.

IV. 4. 1. 1 MRAC avec une perturbation extérieure :

De manière similaire au cas du MRAC en l'absence de toute perturbations extérieures. Cependant il suffit de connaître la valeur maximale de la perturbation.

Nous examinons ici le système physique décrit par les équations d'état ci-dessous :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Bd(t) \quad \text{IV-32}$$

Où $d(t)$ représente la perturbation extérieure qui affecte le système considéré. On définit la commande $u(t)$ comme étant :

$$u(t) = k_x(t, x_z)x(t) + k_r(t, x_z)r(t) + k_\alpha \quad \text{IV-33}$$

L'équation (3.18) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\phi_\alpha = [k_x(t, x_a) + B^+(A_m - A)]x(t) + [k_r(t, x_a) - B^+B_m]r(t) + [k_\parallel + d(t)] \quad \text{IV-34}$$

$$\begin{aligned} \eta_d(t_0, t_1) = & \int_{t_0}^{t_1} y_{x_2}^T(t) \{k_x(t, x_a) - B^+(A_m - A)]x(t) + [k_r(t, x_e) - B^+B_m]r(t) \\ & + [k_d + d(t)]\} dt \geq -\gamma_0^2 \end{aligned} \quad \text{IV-35}$$

En utilisant le critère de Popov ;

Si nous regardons attentivement, nous voyons que l'équation (IV-35) ci-dessus peut être transformée en deux termes :

$$\eta_d(t_0, t_1) = \eta(t_0, t_1) + \int_{t_0}^{t_2} y_d^T(t) [k_d + d(t)] dt \geq -\gamma_0^2 \quad \forall t_1 \geq t_0 \quad \text{IV-36}$$

Où le premier terme exprime la condition pour un système MRAC asymptotiquement hyperstable sans perturbation, et admet pleinement même solution que (IV-27) et (IV-28) précédemment.

Si $d(t)$ est une perturbation bornée inconnue, le second terme de (IV-36) permet la solution suivante satisfaisant l'inégalité de Popov,

$$k_d = \sigma \text{sign}(y_s(t)) \quad \text{IV-37}$$

$$\text{Avec} \quad \sigma \geq d_{\max} \text{ et } d_{\max} = \max|d(t)| \quad \text{IV-38}$$

L'inconvénient de cette approche est que le bruit de mesure et les imprécisions de mise en œuvre peuvent faire osciller la variable contrôlée autour de la valeur souhaitée.

De plus, l'analyse de la stabilité du système en boucle fermée nécessite d'améliorer les performances du contrôleur en réduisant le gain pour de petites valeurs d'erreur de signal.

Ceci peut être réalisé grâce à une stratégie de rétroaction continue :

$$k_d = \alpha y_e^p(t) \quad \text{IV-39}$$

Où α est une matrice définie positive et p est un entier impair.

IV.5 Simulations et interprétations

IV. 5. 1 Commande MRAC sans perturbation avec des gains fixe

On applique une commande adaptative avec un modèle de référence (MRAC) avec et sans action intégrale dans un environnement non perturbé pour différentes valeurs des gains a et b .

Le signal de référence r est choisi comme étant un signal échelon unité.

Les signaux de sortie du système (avion) sont : l'angle de dérapage latéral β une commande u et l'erreur de sortie

➤ **Figures (IV-3, IV-4)**

Dans la figure 4.1 on observe que l'angle de dérapage β suit le modèle de référence mais avec un petit retard au début et une petite excitation dans la partie transitoire.

Comme l'erreur converge vers une constante nulle donc le système est asymptotiquement stable.

L'excitation qui a été apparue dans la phase transitoire, on peut l'éliminer mais avec une augmentation remarquable des deux gains

La valeur élevée de ces gains conduit à une énergie de loi de contrôle élevée, et l'erreur de sortie est asymptotiquement stable.

- Pour corriger l'excitation dans la phase transitoire, on va rajouter un proportionnel intégrateur puis on visualise la réponse de système

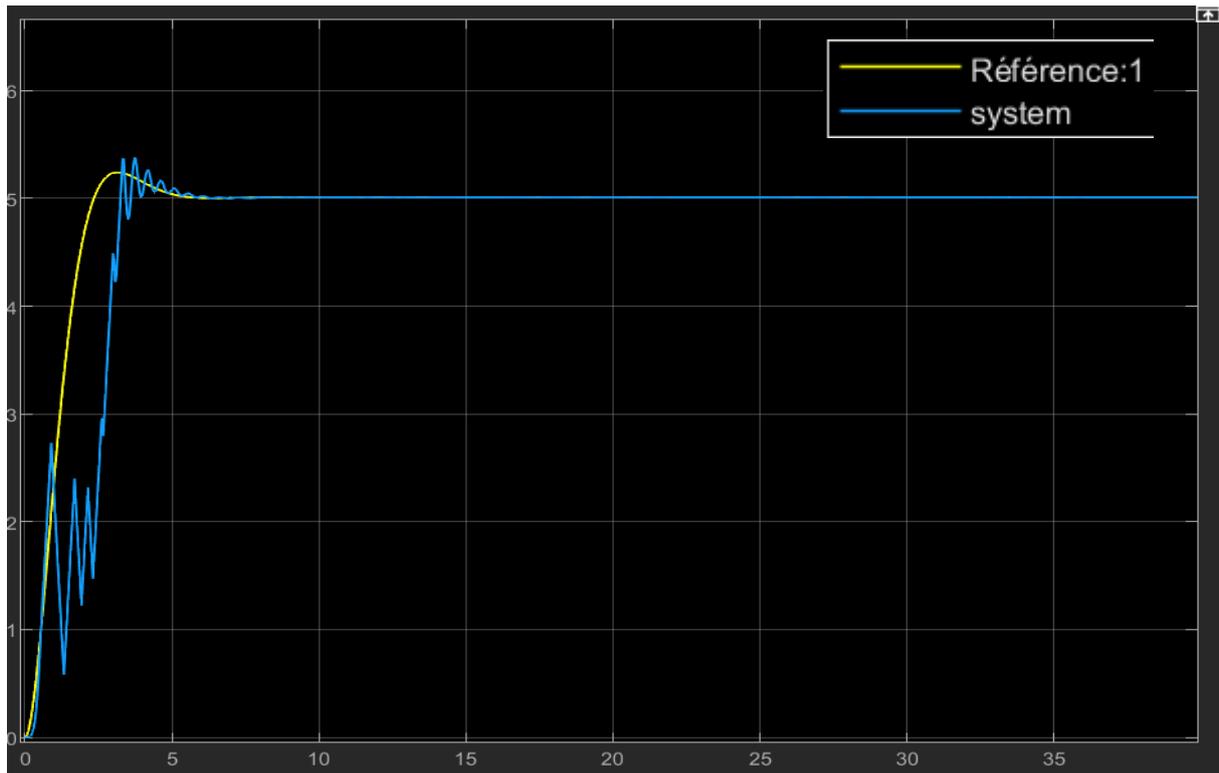


Figure IV-3 pour le gain $a=10$ $b=10$ (qui présente l'angle de dérapage β)

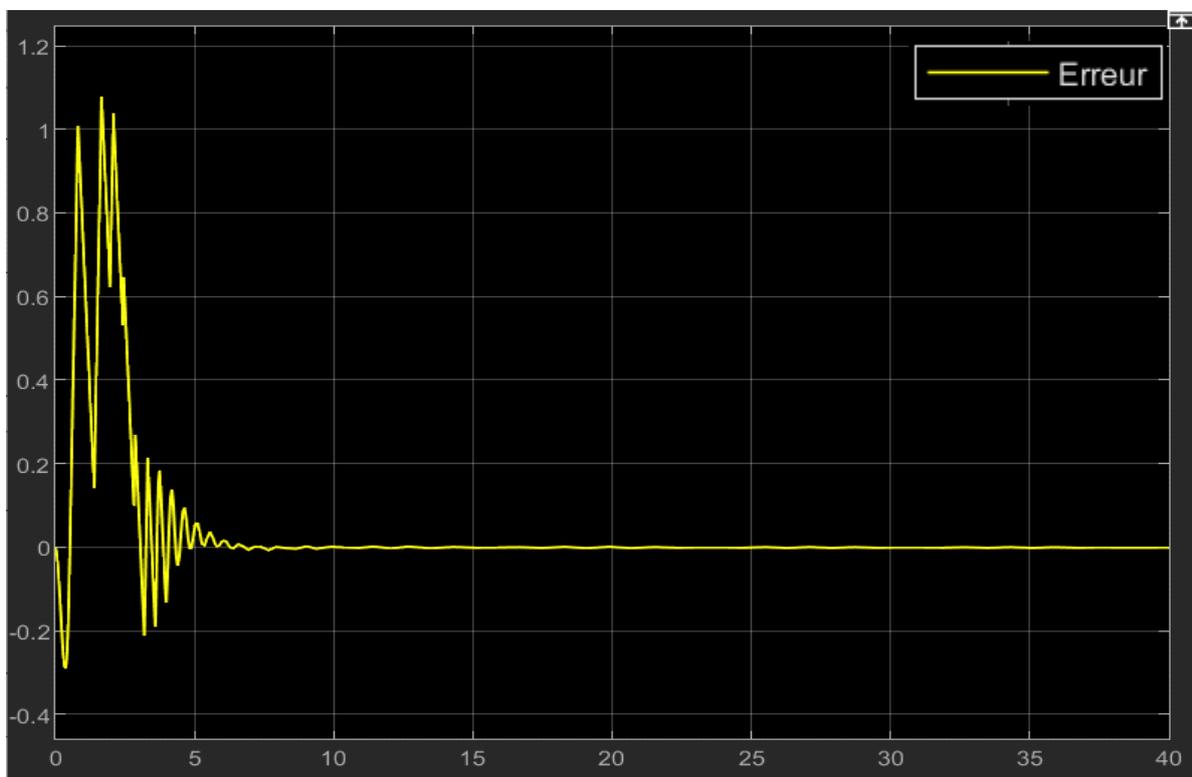


Figure IV-4 Erreur pour $a=10$, $b=10$

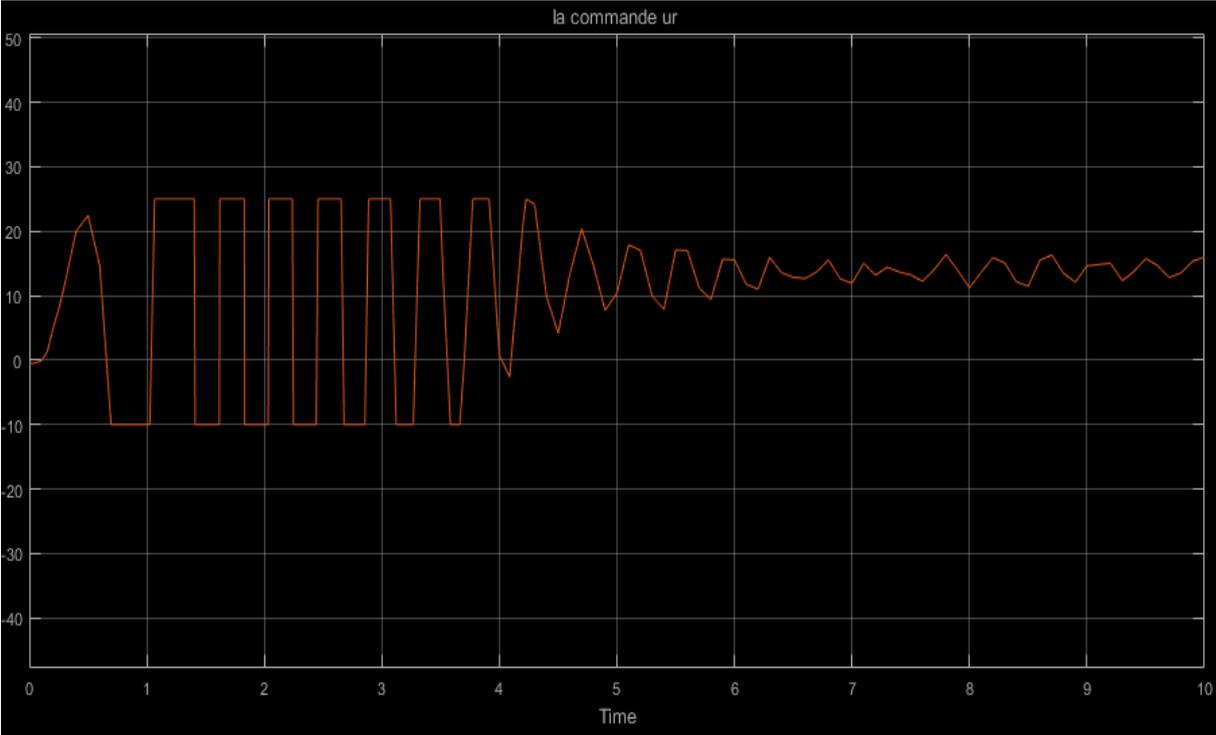


Figure IV-5 la commande ur

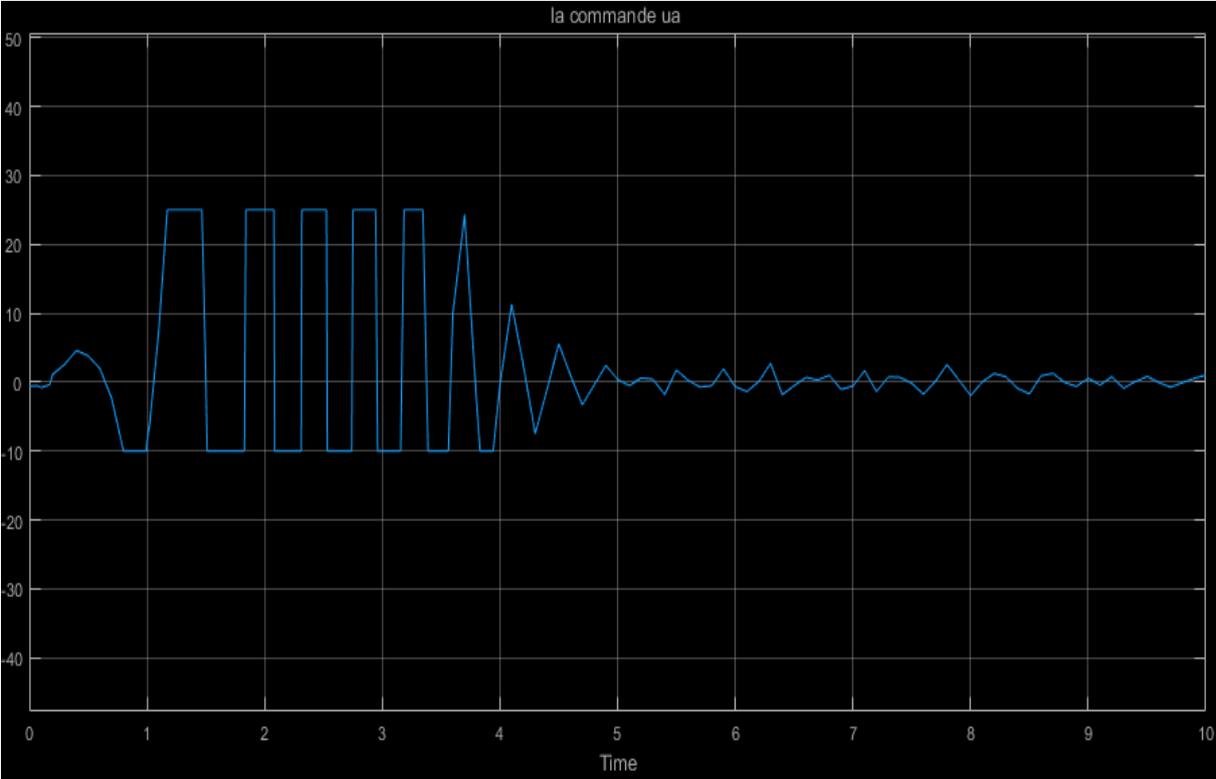


Figure IV-6 la commande ua

IV. 5. 2 Commande MRAC avec action intégrale (PI)

On applique une commande adaptative avec un modèle de référence sans aucune perturbation extérieure avec une forme Proportionnelle Intégrateur du gain de commande, pour la même valeur de **a** et **b**.

IV. 5. 3 Combinaison du MRAC et du PI

Pour combiner le MRAC et le PI, nous allons faire en sorte que les gains du PI (K_p et K_i) soient ajustés en temps réel par le MRAC pour minimiser l'erreur entre la sortie réelle $y(t)$ et la sortie du modèle de référence $y_m(t)$.

L'erreur de suivi est définie comme :

$$e(t) = y_m(t) - y(t)$$

Le signal de contrôle $u(t)$ avec PI et MRAC est alors :

$$u(t) = K_p(t)e(t) + K_i(t)\int_0^t e(\tau)d\tau$$

Les lois d'adaptation du MRAC ajustent $K_p(t)$ et $K_i(t)$ en fonction de l'erreur $e(t)$ et de ses dérivées. Une loi d'adaptation typique pour les gains peut être définie comme :

$$\dot{K}_p(t) = a e(t) \dot{e}(t)$$

$$\dot{K}_i(t) = b e(t)$$

où a et b sont des constantes d'adaptation positives.

➤ **Figures IV-7, IV-8, IV-9, IV-10**

On remarque que le signal de sortie suit le modèle de référence r avec une erreur très petite et constante. Les commandes u_a et u_r sont stables, la fréquence d'oscillation est très faible.

Dans ce cas l'erreur est très petite et converge vers zéro.

On remarque aussi que le signal de sortie suit le modèle de référence r avec une erreur nulle car l'effet de l'intégrateur joue un rôle très important pour obtenir une meilleure performance, la commande u est stable, la fréquence d'oscillation est très faible.

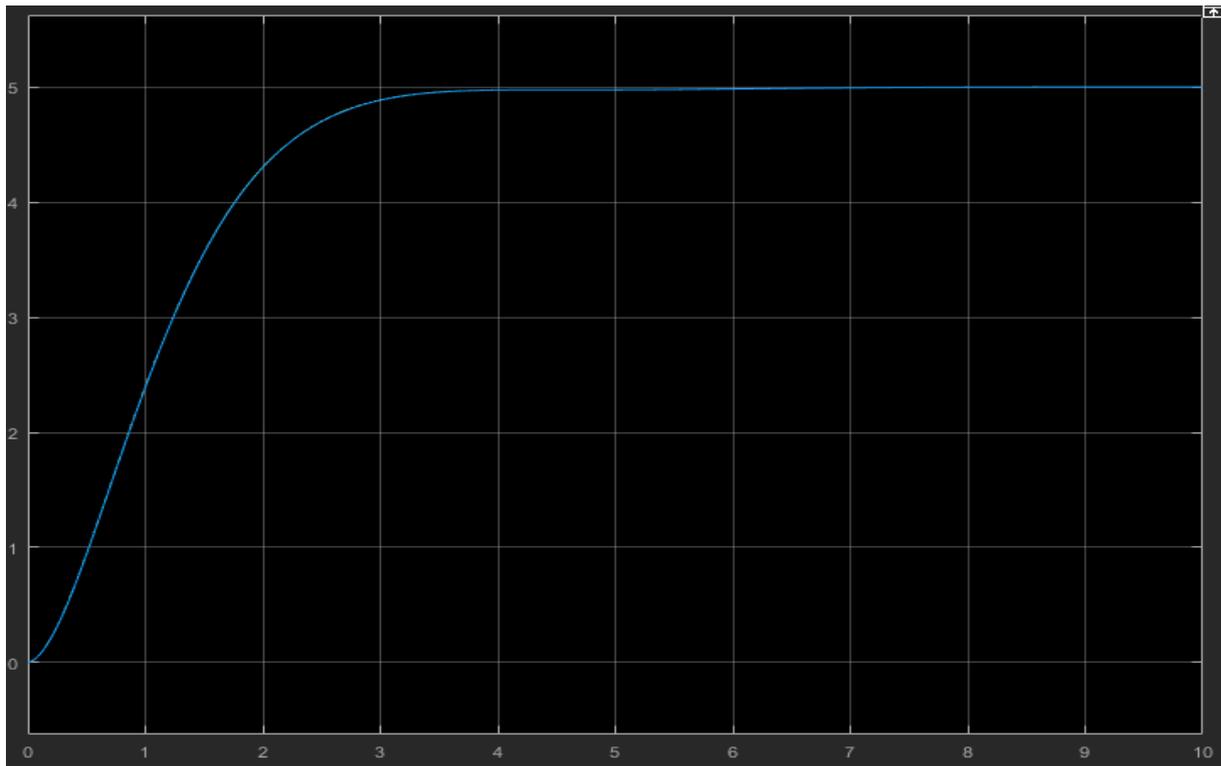


Figure IV-7 pour le gain $a=10$ $b=10$ (qui présente l'angle de dérapage β)

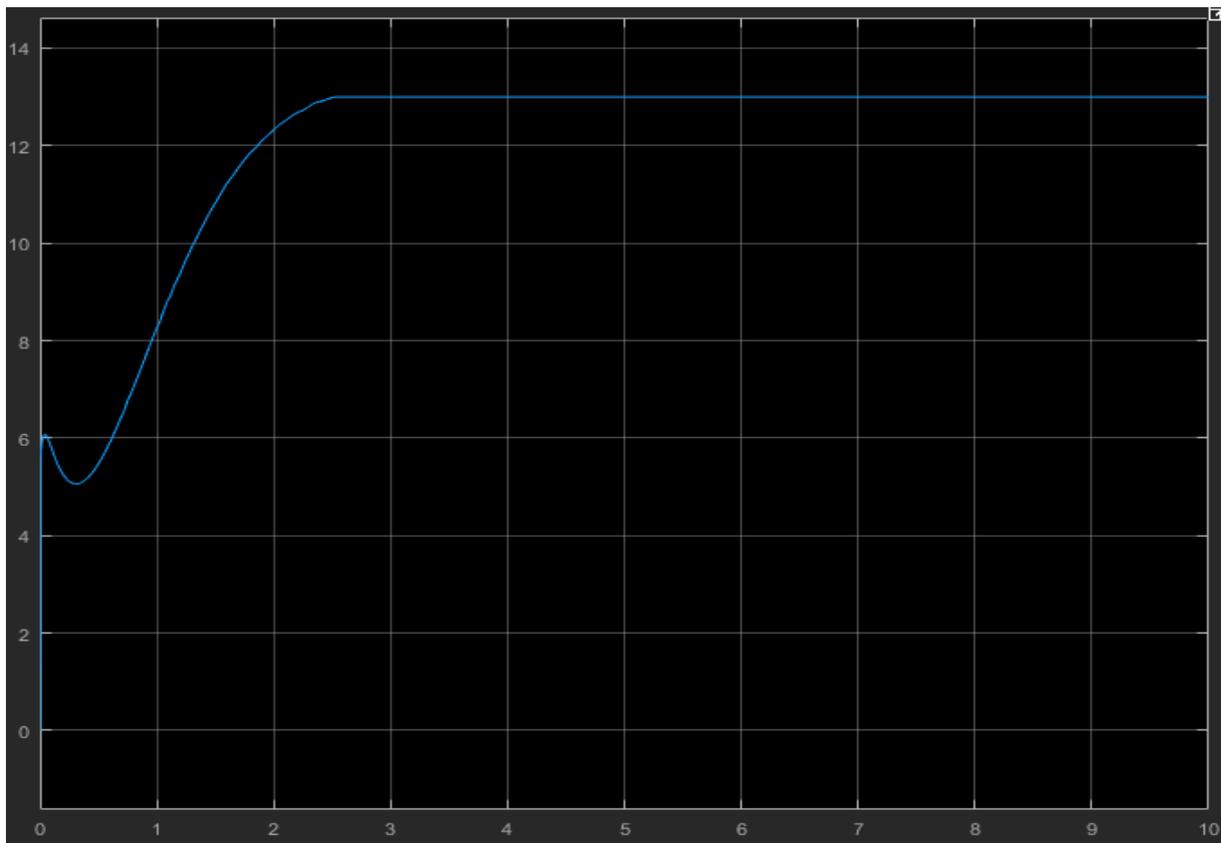


Figure IV-8 la commande ur

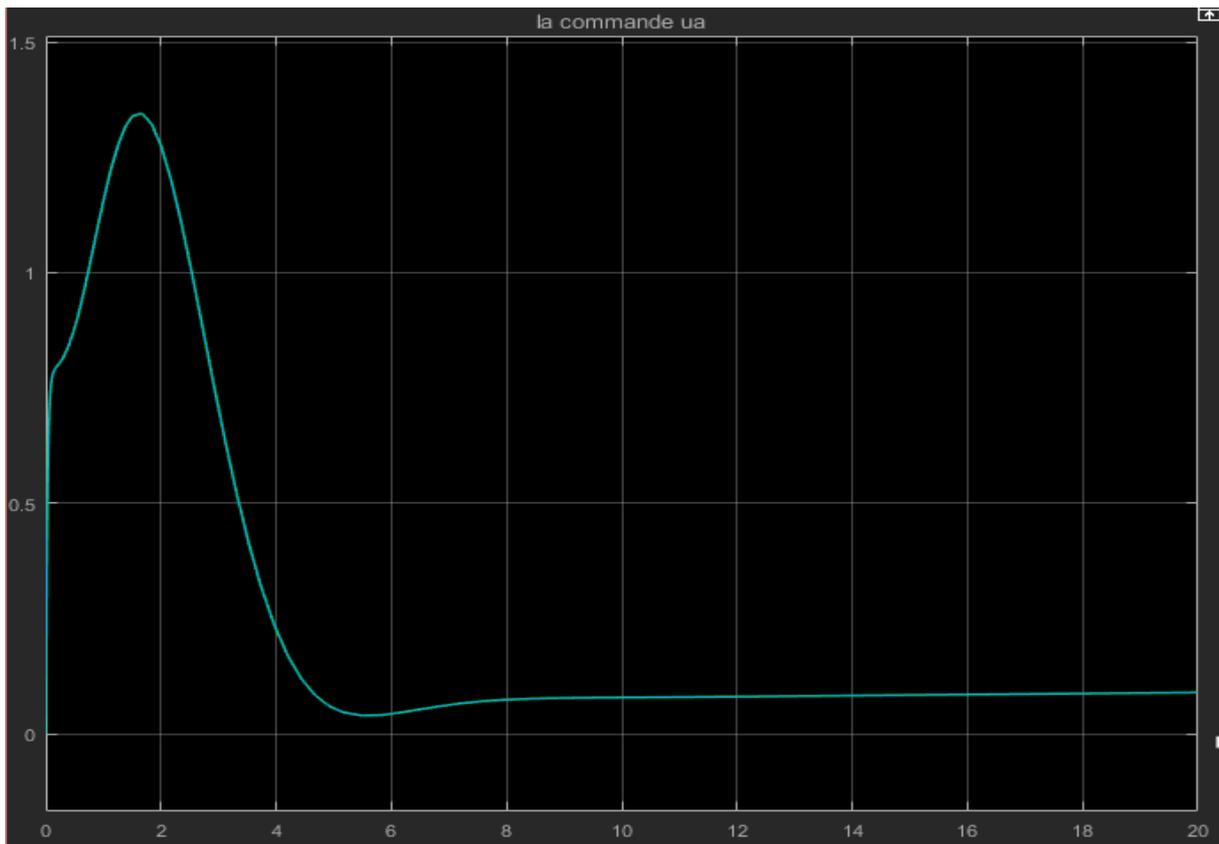


Figure IV-9 la commande u_a

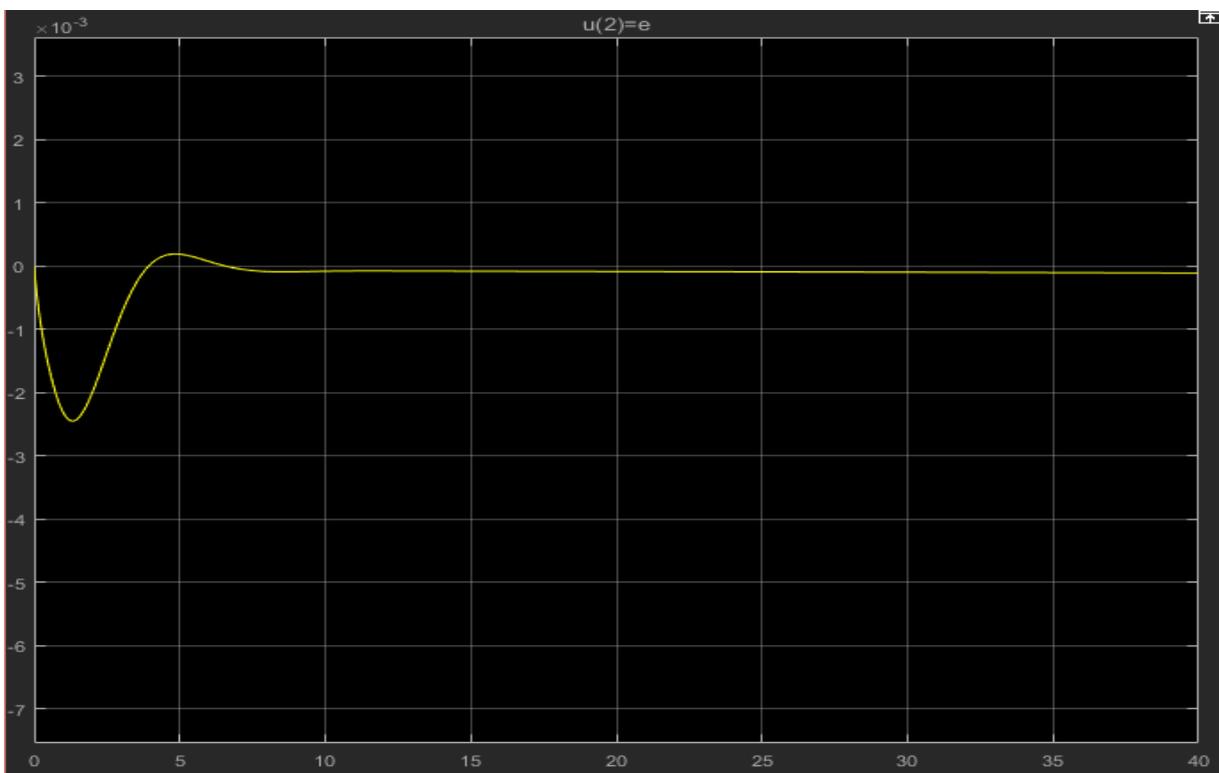


Figure IV-10 Erreur pour $a=10$, $b=10$

IV. 5. 4 Commande MRAC avec une perturbation extérieure :

On applique une commande adaptative avec un modèle de référence MRAC avec perturbation extérieure. Pour tester les performances de la commande, on prend trois types de perturbations :

- Perturbations sinusoïdal (Sine-wave)
- un bruit blanc
- un signal carré de période 10s.

➤ **Figures IV-11, IV-12, IV-13 :**

Après l'application d'un signal sinusoïdale on observe que l'angle de dérapage du système suit le modèle de référence \mathbf{r} . La commande \mathbf{u}_a et \mathbf{u}_r sont stables, et l'erreur tend vers 0.

➤ **Figures IV-16, IV-17, IV-18**

Après l'application d'un signal bruit blanc, on voit que l'angle de dérapage suit le modèle de référence \mathbf{r} parfaitement avec une commande \mathbf{u}_a et \mathbf{u}_r sont robustes et une erreur qui pratiquement nulle.

➤ **Figures IV-21, IV-22, IV-23**

Après chaque période d'un signal carré, le système suit la valeur souhaitée et il a supporté la perturbation, avec une erreur qui tends toujours vers zéro.



Figure IV-11 pour le gain $a=10$ $b=10$ (qui présente l'angle de dérapage β avec perturbation Sine-wave)

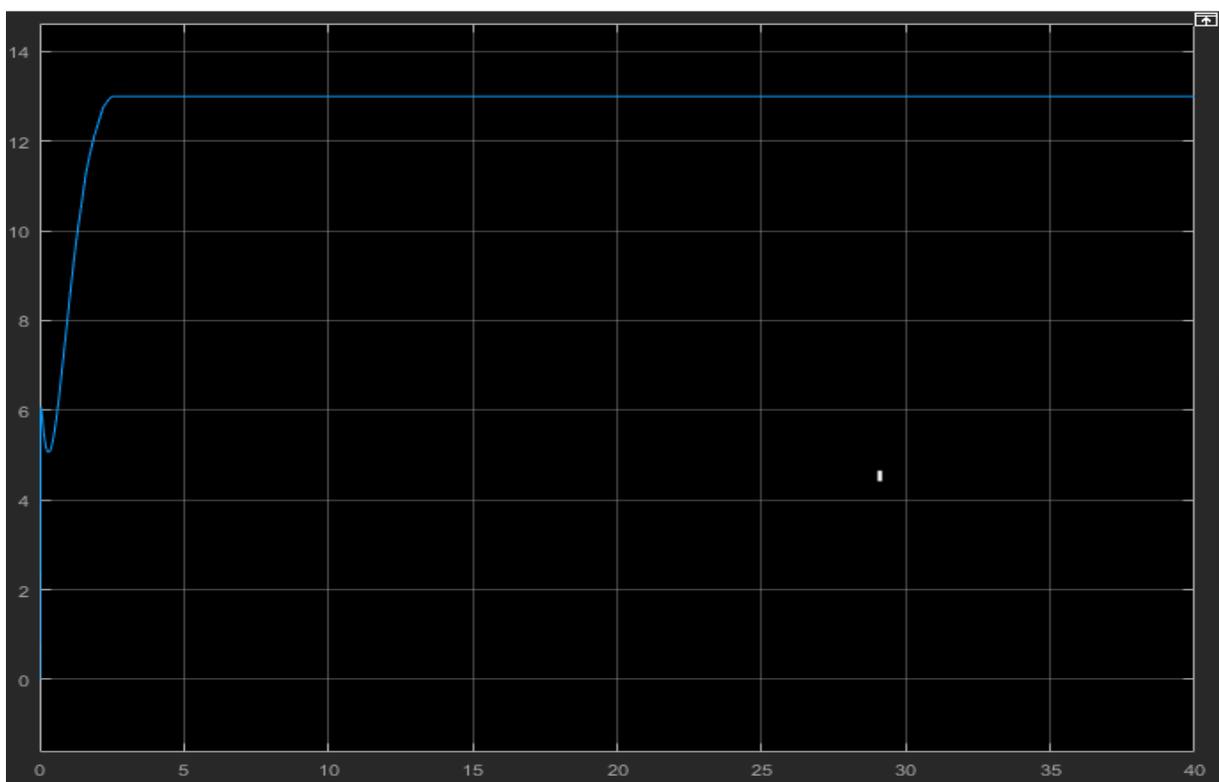


Figure IV-12 la commande U avec perturbation Sine-wave

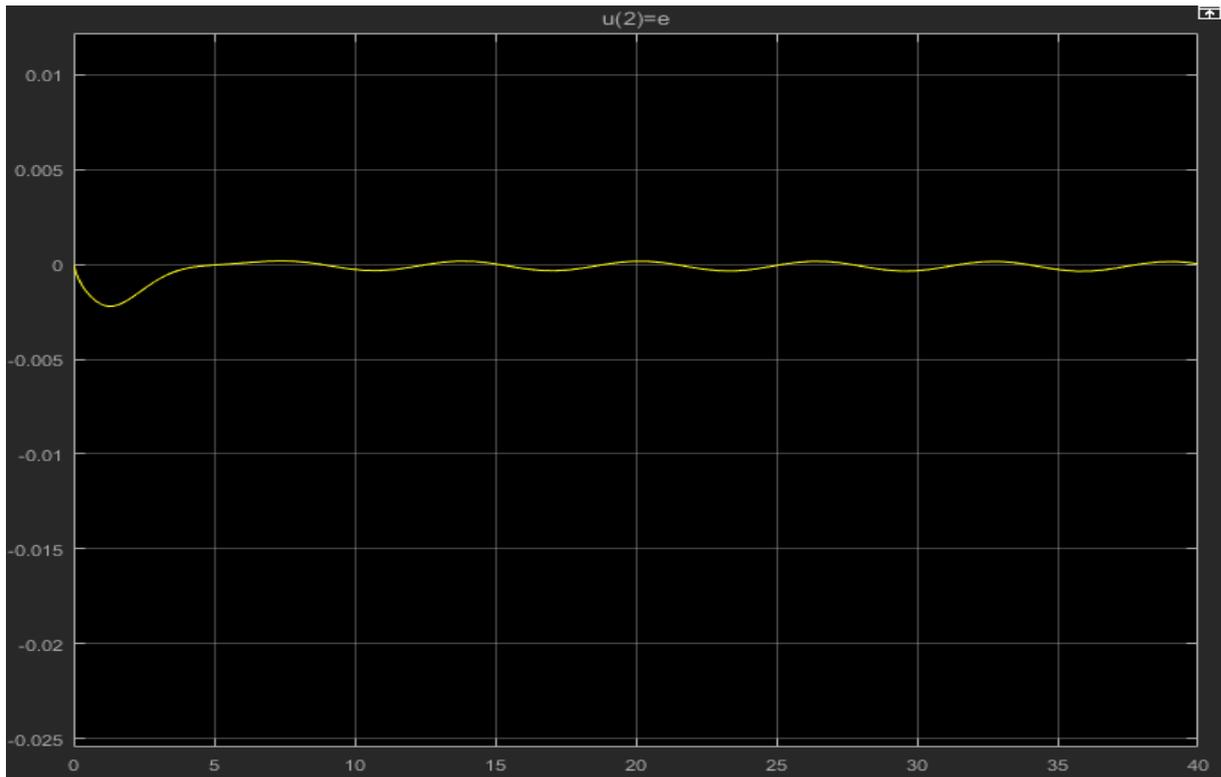


Figure IV-13 Erreur avec perturbation Sine-wave

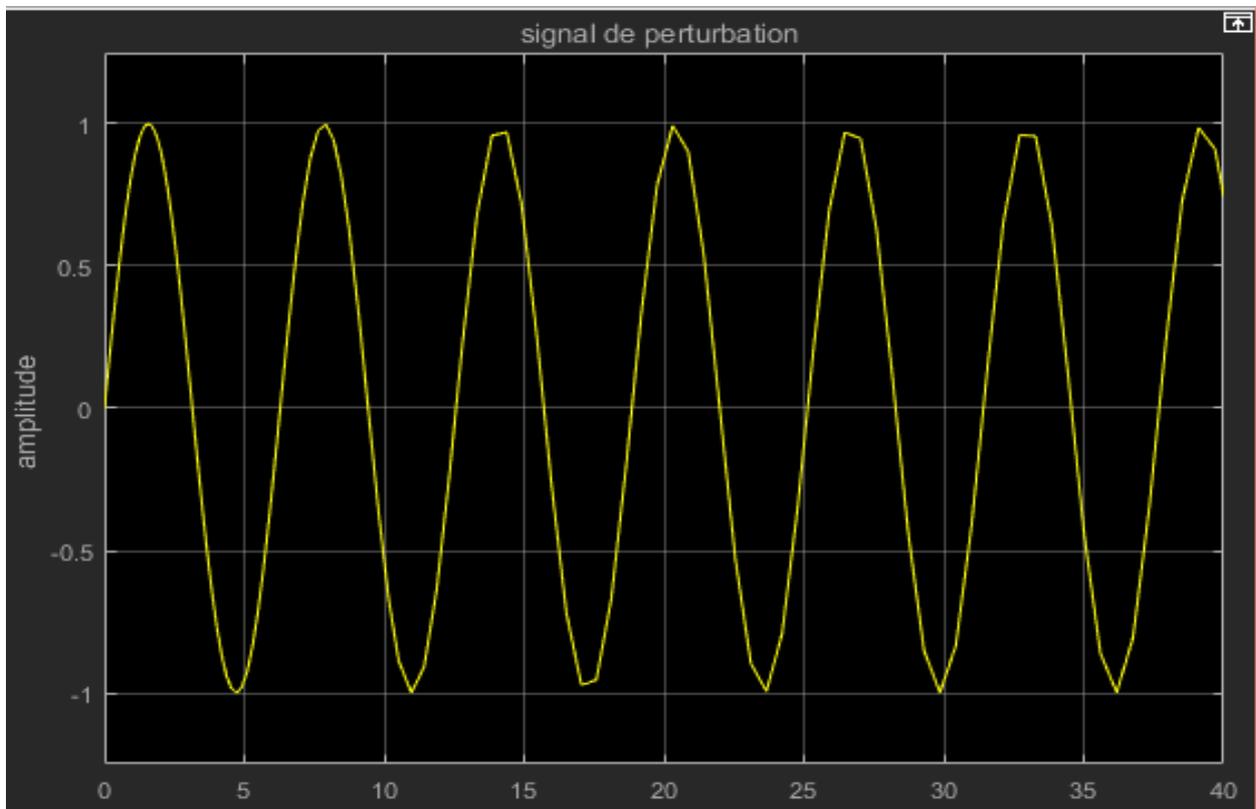


Figure IV-14 signal de perturbation sine wave

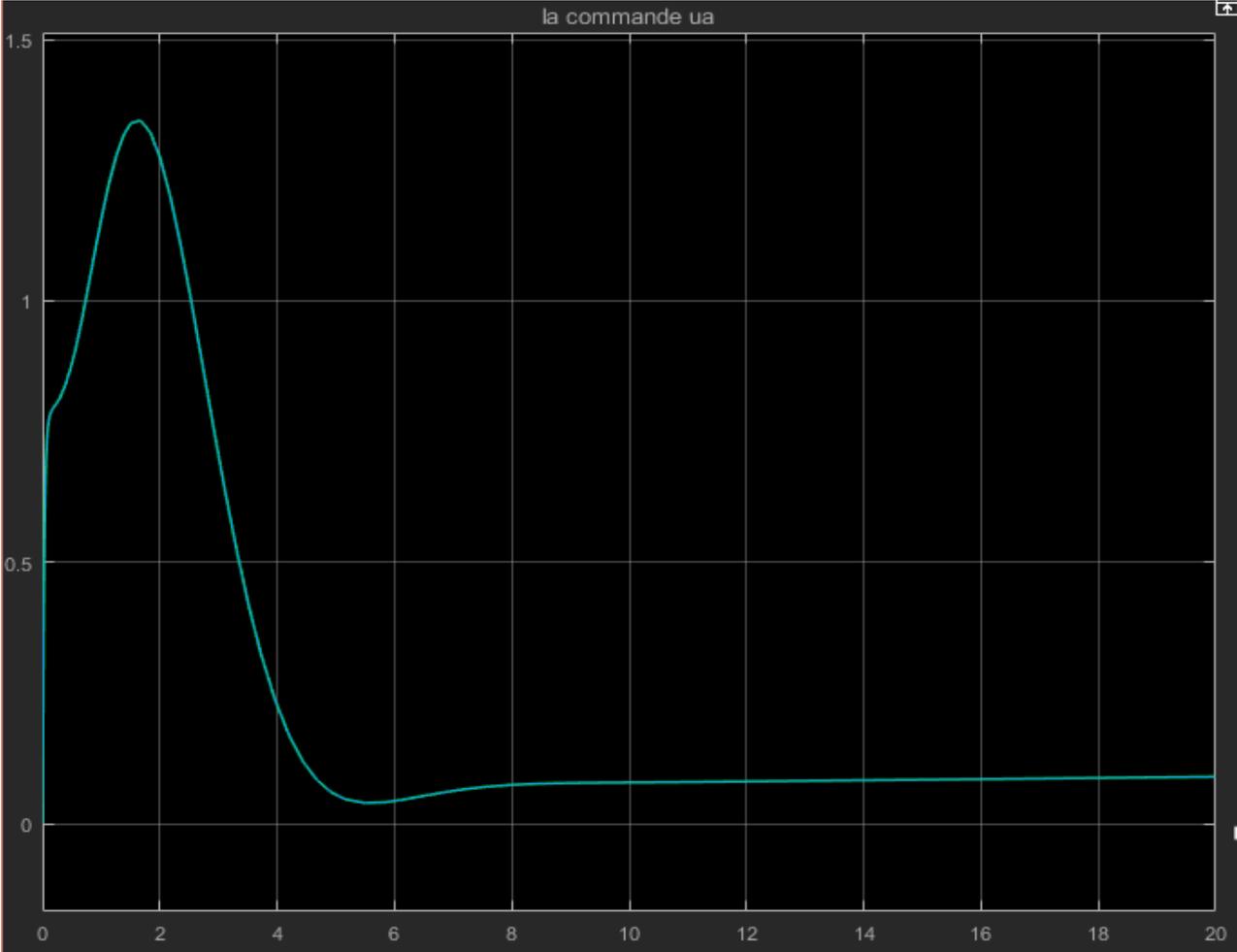


Figure IV-15 la commande ua

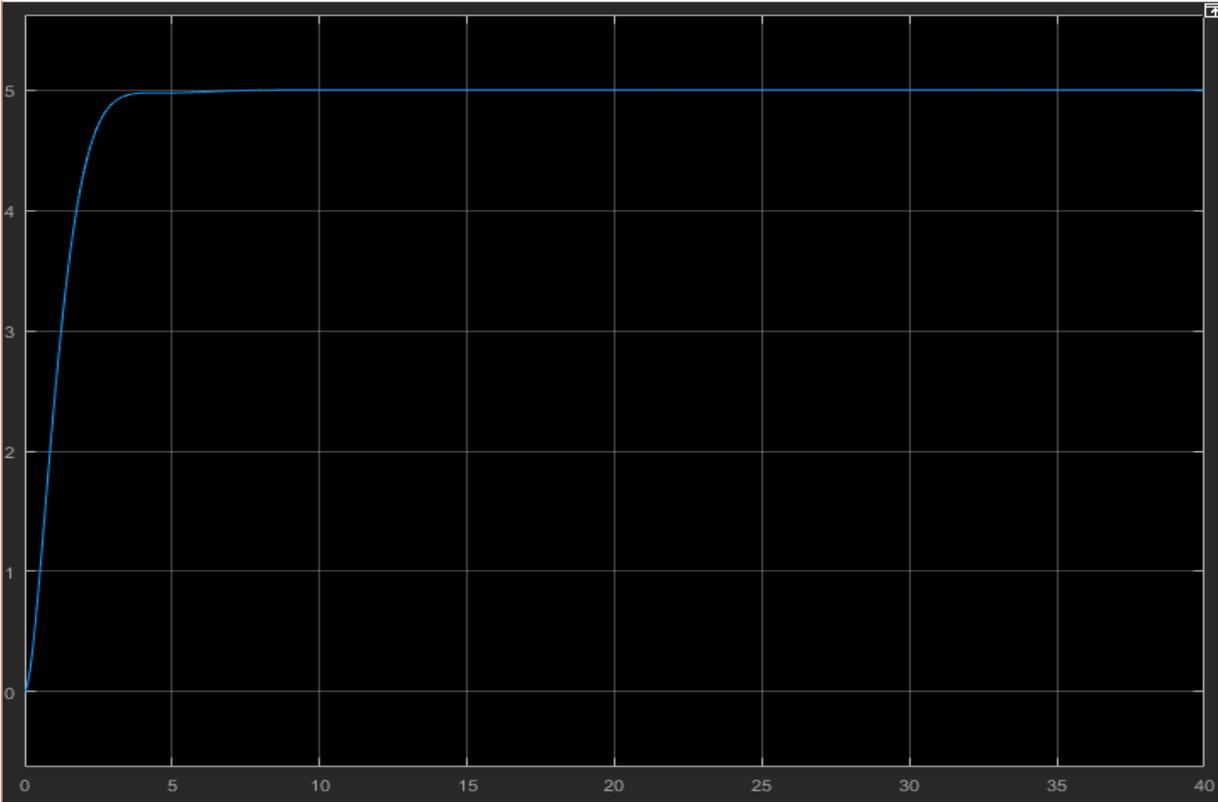


Figure IV-16 pour le gain $a=10$ $b=10$ (qui présente l'angle de dérapage β avec perturbation bruit blanc)

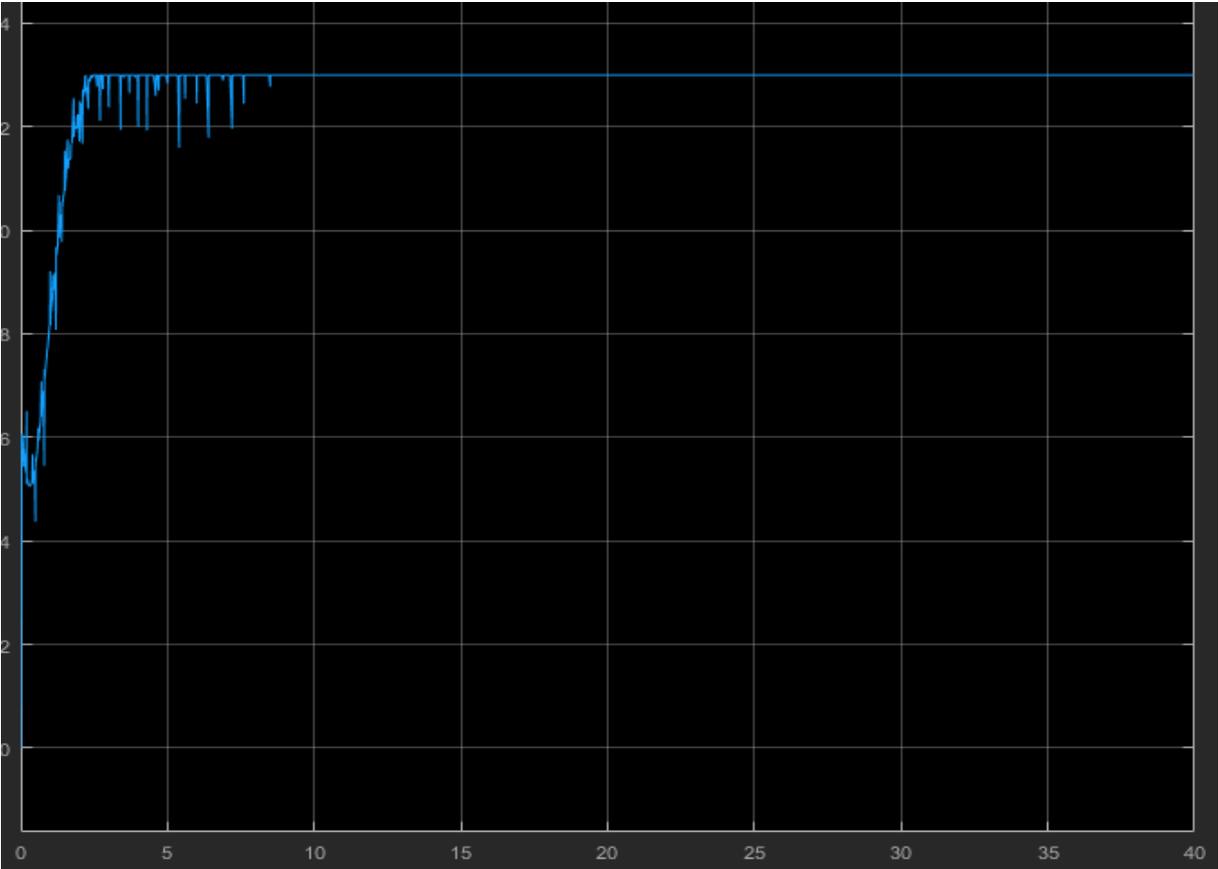


Figure IV-17 la commande U avec perturbation bruit blanc

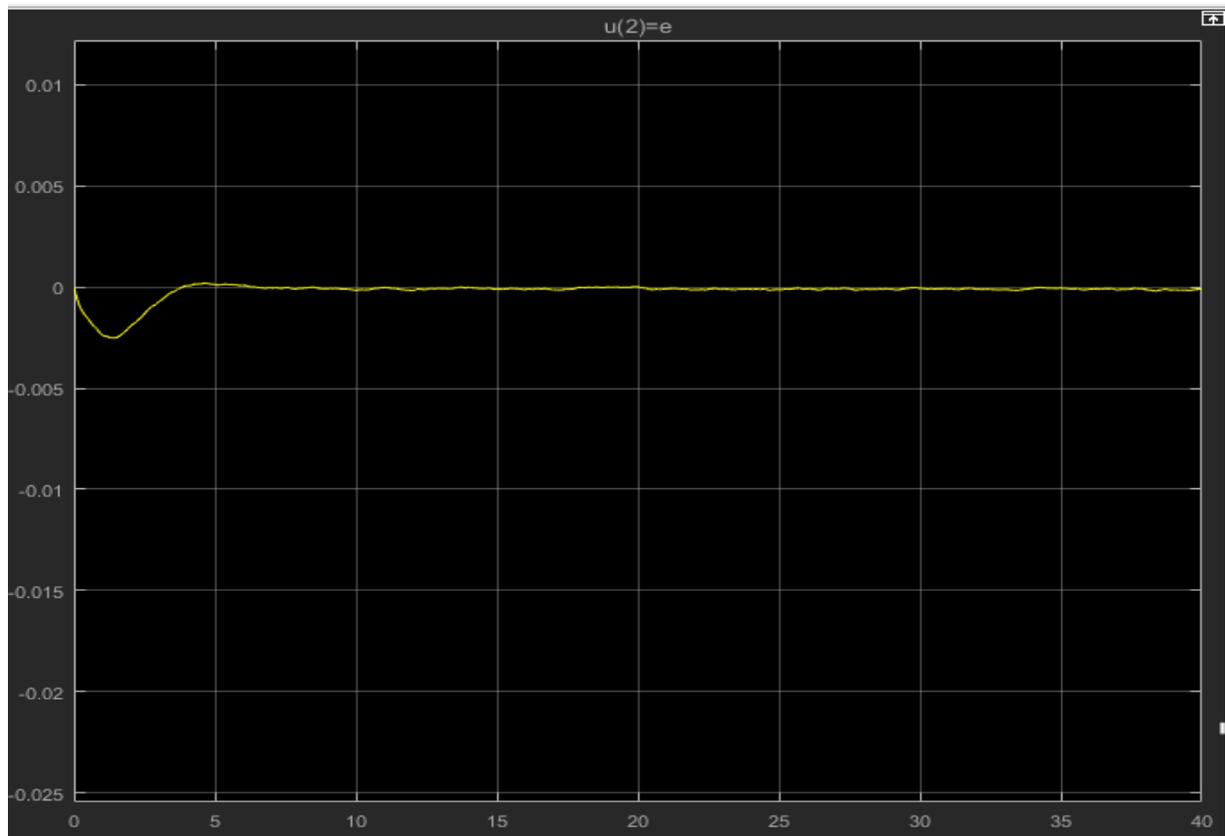


Figure IV-18 Erreur avec perturbation bruit blanc

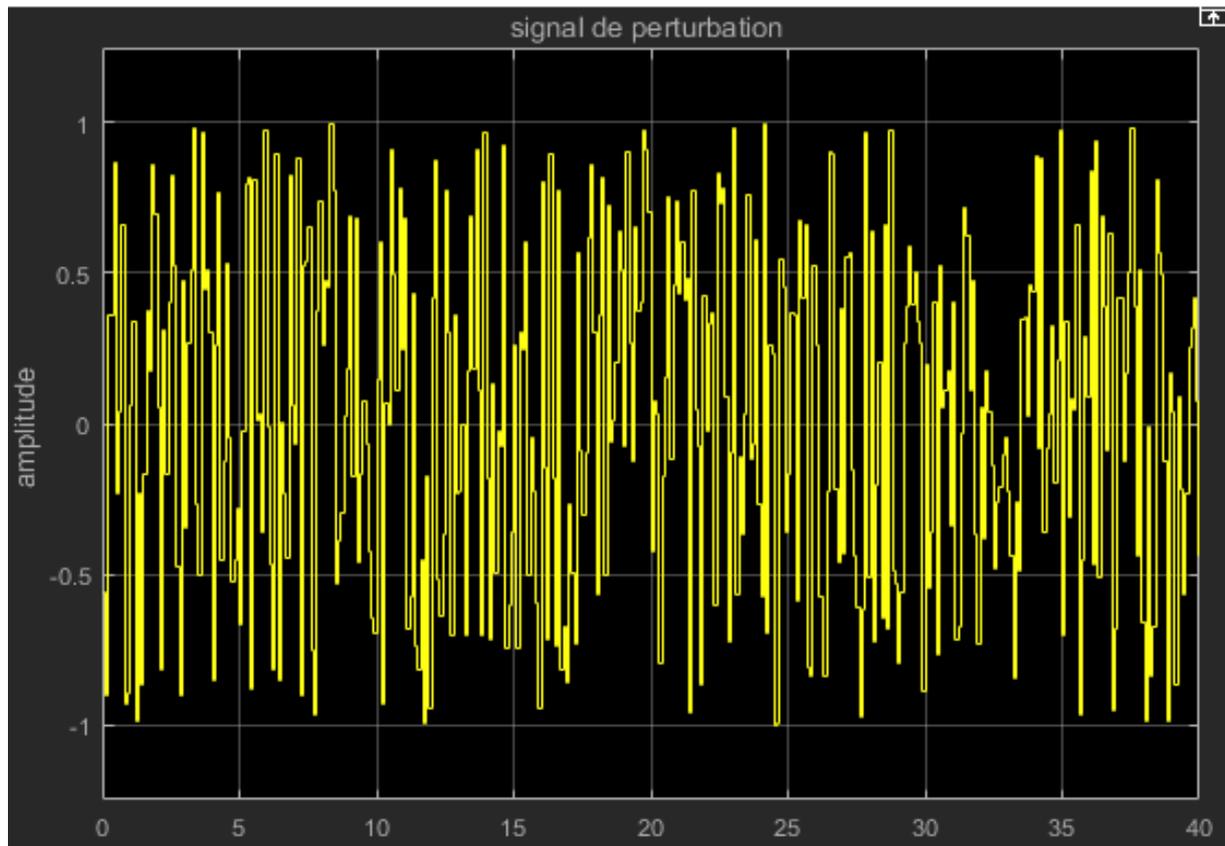


Figure IV-19 signal de perturbation bruit blanc

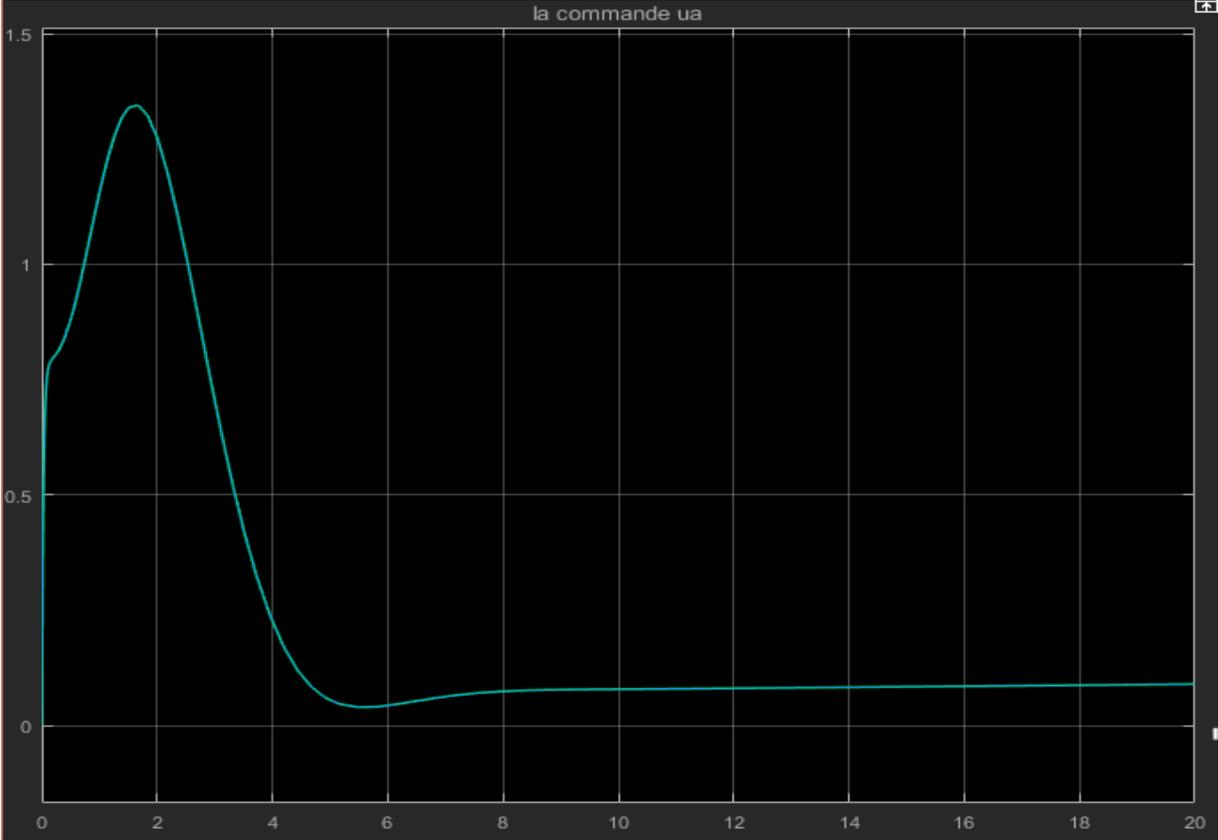


Figure IV-20 la commande ua

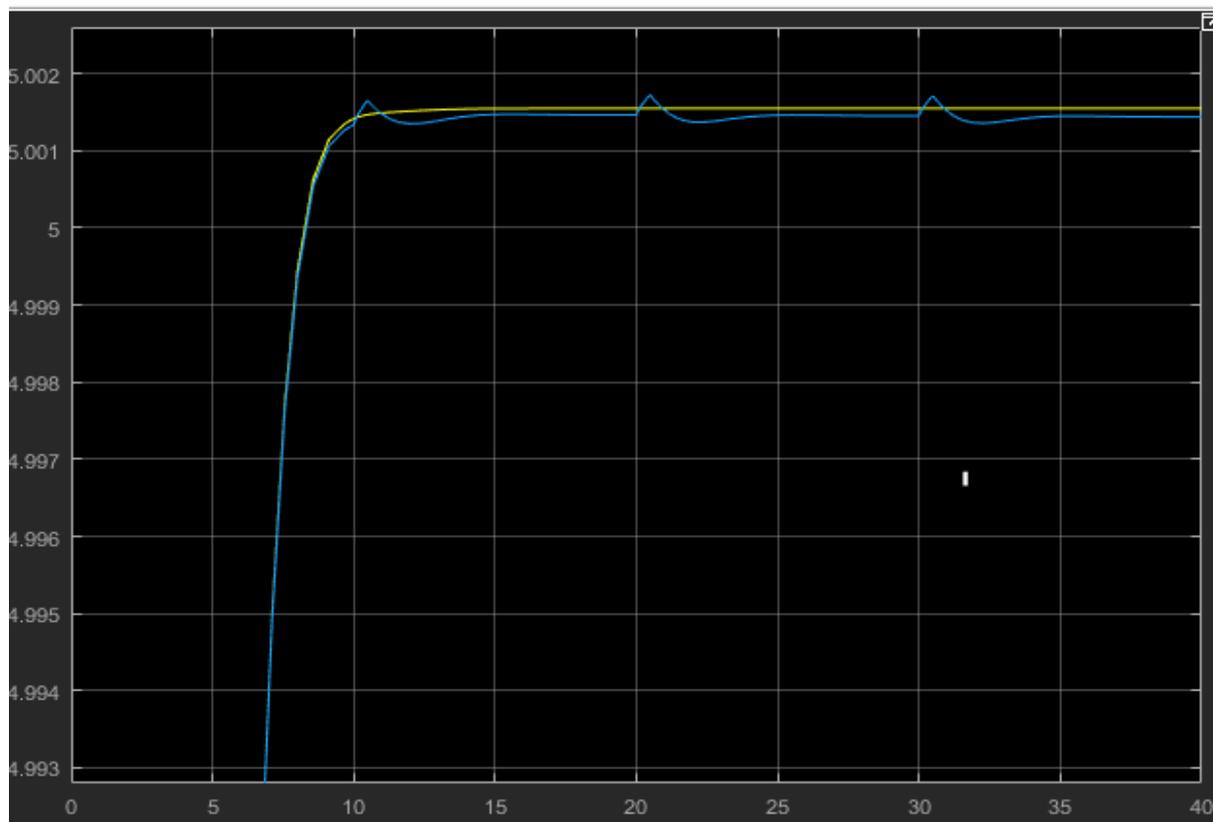


Figure IV-21 pour le gain $a=10$ $b=10$ (qui présente l'angle de dérapage β avec perturbation signal carré)

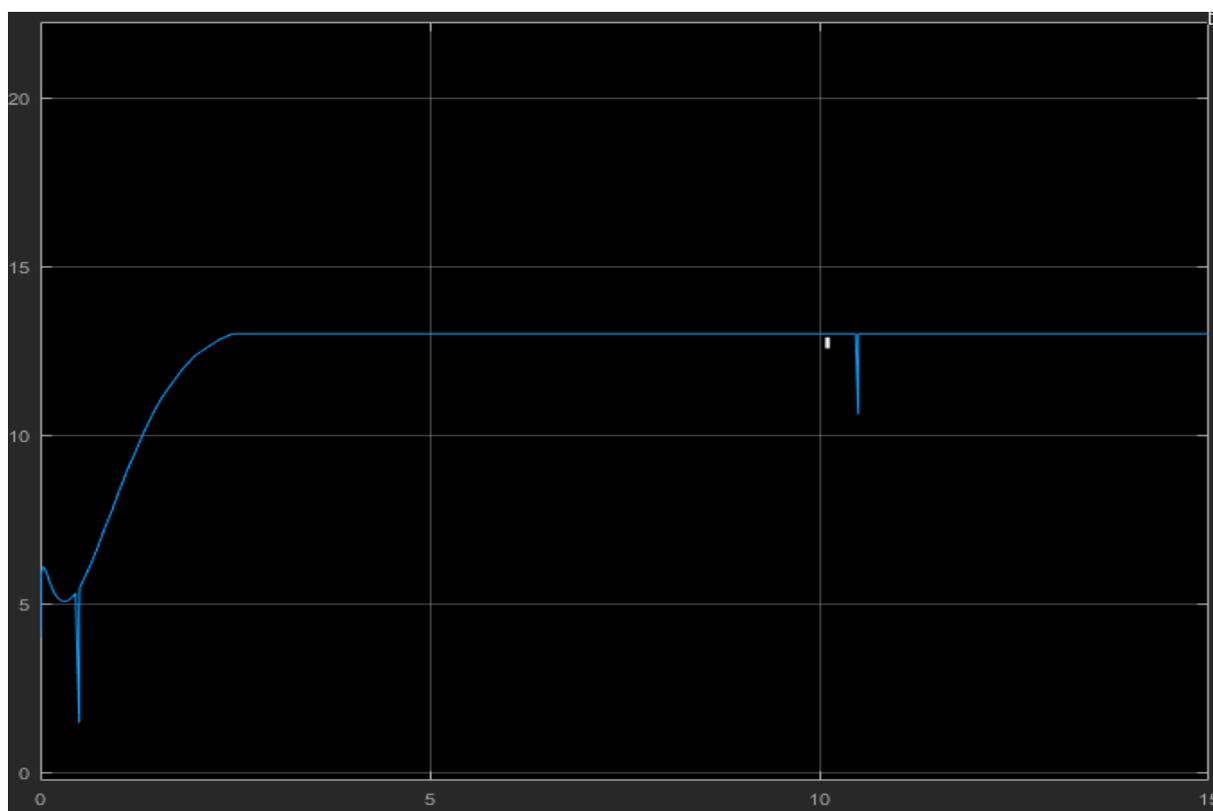


Figure IV-22 la commande U avec perturbation signal carré

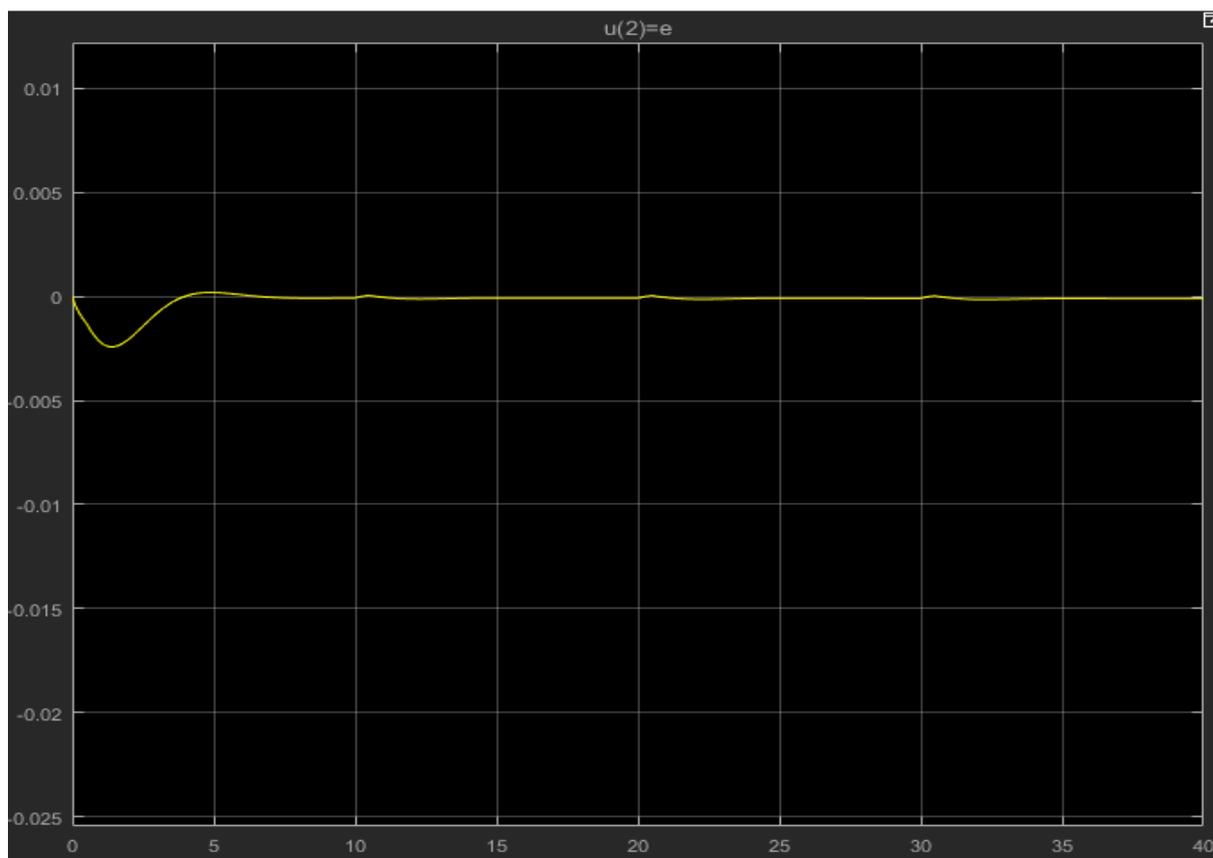


Figure IV-23 Erreur avec perturbation signal carrée

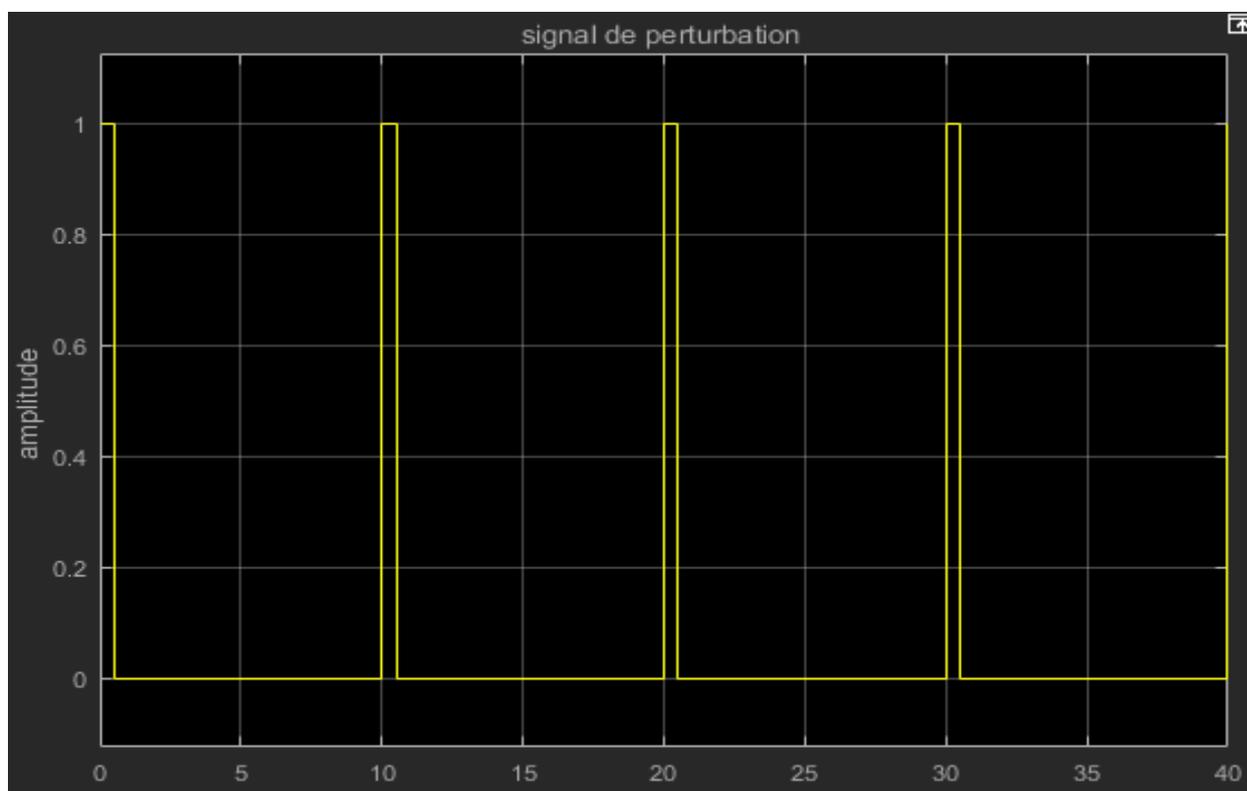


Figure IV-24 signal de perturbation carrée

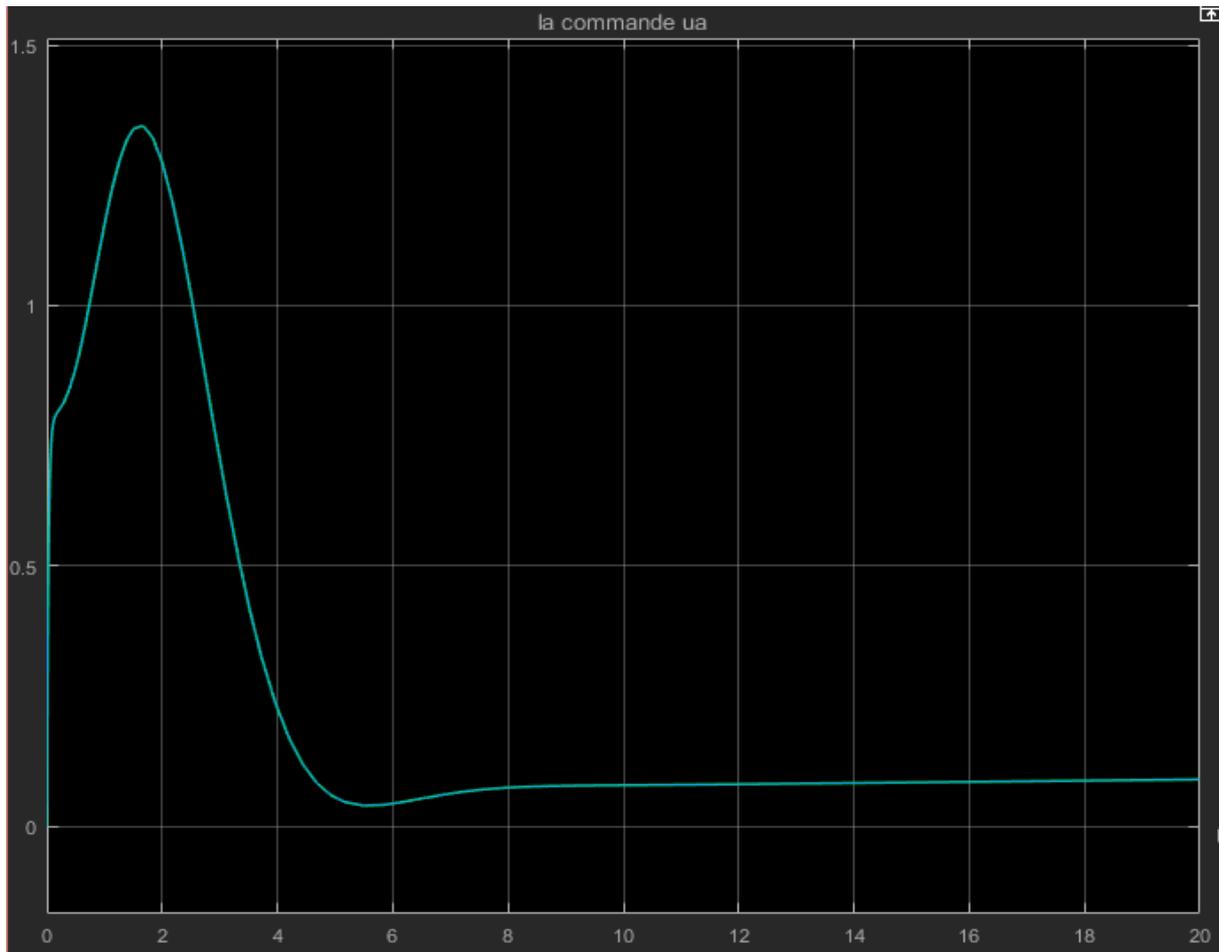


Figure IV-25 la commande ua

IV.6 Conclusion

Les résultats obtenus par les systèmes MRAC avec adaptation PI sont meilleures que les systèmes MRAC avec des gains fixes. Les gains ont une influence importante sur la convergence des erreurs d'état ou de sorties. La valeur élevée de ces coefficients conduit à une énergie de loi de contrôle élevée, et l'erreur de sortie est asymptotiquement stable

La commande adaptative avec modèle de référence (MRAC) avec correcteur PI donne de très bons résultats, quel que soit le type perturbations extérieures sinusoïdales, carré, ou un bruit blanc d'amplitude. N'affectent en rien sur la stabilité, une bonne poursuite avec une erreur restreinte améliorée par rapport la commande précédente Cependant, on obtient des commandes qui vérifient les Caractéristique de l'avion.

Conclusion Générale

Dans ce travail de mémoire, quelques notions de stabilité, systèmes hyperstables et le modèle mathématique d'un avion ont été présentés. En effet, le modèle mathématique obtenu est représenté par un système d'équations non-linéaires couplées, cependant nous ferons appel aux méthodes de linéarisation autour d'un point de fonctionnement (vol stationnaire) pour obtenir deux systèmes d'équations linéaires, le premier système gouverne le mouvement latéral.

Ensuite, on applique La commande avec un retour d'état et le retour d'Etat avec action intégral qui sont basées sur le choix des pôles ont été présentées en présence de différentes sortes de perturbations extérieures. Les résultats après l'application d'une action intégrale étaient satisfaisants mais avec une légère sensibilité par rapport au bruit blanc donc on a opté pour la commande MRAC. Plusieurs tests de simulations ont été effectués sur différents types de commande grâce au langage MATLAB (SIMULINK) ainsi que leurs interprétations physiques, cette étude nous donne de très bons résultats. Avec un rafale vent présentée par un bruit blanc, le problème de la sensibilité envers le signal bruit blanc qui était présent dans la commande par action intégrale a été réglé par la commande MRAC.

L'ajout du correcteur PI à la commande MRAC nous a permis d'utiliser des gains moins élevés avec une très bonne poursuite dans phase oscillatoire et permanente.

Finalement, l'ensemble des résultats obtenus confirme l'apport très significatif de ce type de commande et sa souplesse pour tenir compte des caractéristiques géométriques des gouvernes et le confort des passagers. Mais l'inconvénient majeur de ce genre de commande réside au niveau des gains importants qu'on doit les ajuster pour compenser des importantes perturbations, qui vont être difficiles à réaliser pratiquement surtout quand il s'agit d'une importante augmentation des gains.

Parmi les perspectives de ce travail, nous souhaitons améliorer la qualité de contrôle par l'application d'autres méthodes et l'utilisation d'autres approches comme la commande prédictive. Un second objectif porte sur l'extension des méthodes précédentes au cas des modèles non linéaires dans un contexte bruité.

Conclusion générale

Enfin, Nous espérons que notre travail va enrichir la recherche du domaine de commande et de control de vol

Annexe A

Les dérivées dimensionnelles de la stabilité latérale-directionnelles.

$Y_\beta = \frac{\bar{q}_1 s c_{y_\beta}}{m} \quad (ft \quad sec^{-2})$	$Y_v = \frac{Y_\beta}{U_0}$	$L_{\delta_A} = \frac{\bar{q}_1 s b c_{l_{\delta_A}}}{I_{XX}} \quad (sec^{-2})$
$Y_p = \frac{\bar{q}_1 s b c_{y_p}}{2mU_1} \quad (ft \quad sec^{-1})$		$L_{\delta_R} = \frac{\bar{q}_1 s b c_{l_{\delta_R}}}{I_{XX}} \quad (sec^{-2})$
$Y_r = \frac{\bar{q}_1 s b c_{y_r}}{2mU_1} \quad (ft \quad sec^{-1})$	$N_v = \frac{N_\beta}{U_0}$	$N_\beta = \frac{\bar{q}_1 s b c_{n_\beta}}{I_{ZZ}} \quad (sec^{-2})$
$Y_{\delta_A} = \frac{\bar{q}_1 s c_{y_{\delta_A}}}{m} \quad (ft \quad sec^{-2})$		$N_{T_\beta} = \frac{\bar{q}_1 s b c_{n_{T_\beta}}}{I_{ZZ}} \quad (sec^{-2})$
$Y_{\delta_R} = \frac{\bar{q}_1 s c_{y_{\delta_R}}}{m} \quad (ft \quad sec^{-2})$		$N_p = \frac{\bar{q}_1 s b^2 c_{n_p}}{2I_{ZZ}U_1} \quad (sec^{-1})$
$L_\beta = \frac{\bar{q}_1 s b c_{l_\beta}}{I_{XX}} \quad (sec^{-2})$	$L_v = \frac{L_\beta}{U_0}$	$N_r = \frac{\bar{q}_1 s b^2 c_{n_r}}{2I_{ZZ}U_1} \quad (sec^{-1})$
$L_p = \frac{\bar{q}_1 s b^2 c_{l_p}}{2I_{XX}U_1} \quad (sec^{-2})$		$N_{\delta_R} = \frac{\bar{q}_1 s b c_{n_{\delta_R}}}{I_{ZZ}} \quad (sec^{-2})$

Tableau IV-1 Caractéristique aérodynamique latéral

	β	P	R	∂_1	∂_n
C_y	-1.5	0	0	0.05	0.3
C_l	-1.3	-1.3	2.9	-0.33	0.25
C_n	1.75	-1.5	-7.5	-0.125	-1.0

Annexe B

Conditions d'Erzberger

Dans cette section, nous présentons les conditions d'Erzberger permettant de vérifier l'existence des gains régulateurs k_x et k_r .

La première condition est obtenue en substituant l'expression de k_x donnée par (IV-26) dans l'équation (IV-10), telle que :

$$BB^+(A - A_m) - A + A_m = 0$$

Avec

$$B^+ = (B^T B)^{-1} B^T$$

Nous obtenons ainsi :

$$(I_n - BB^+)(A - A_m) = 0$$

La deuxième condition est déterminée à partir de (IV-11) en utilisant l'expression de k_r dans (IV-27):

$$B_m - BB^+B_m = 0$$

De façon plus simple :

$$(I_n - BB^+)B_m = 0$$

Références

- [1] : Dr Bekhiti Aeronautical Systems and control.
- [2] : Nelson R.C., "Flight Stability and Automatic Control"
- [3] : Généralités sur la Commande Adaptative, Université Mohammed Seddik BenyahiaJJEL, 2016 .
- [4] : Salmi F., Halimi N., , "Commandes linéaires et non linéaires dédiées au pilotage d'un aéronef en présence de perturbations spécifiques", Mémoire de master, DAB, Blida, 2013.
- [5] : Daniel Ross, Etienne deguine, Mickael Camus 'cours asservissement par PID'.
- [6] : Grilles Duc et Stéphane Font, commande H infini et μ -analyse _ des outils pour la robustesse, Hermès-Science, 1999 .
- [7] : IMAD BOUSTANI " Analyse d'un système de commande d'allégement à une rafale sur un avion à commande électrique".
- [8]: J.J.E. Slotine and W. Li. "Applied non-linear control", Book Prentice-Hall, Inc, 1991.
- [9]: COOK, M.V. (1997). "Flight dynamics principles".
- [10] : Saussié. David. Alexandre "contrôle du vol longitudinal d'un avion civil" thèse de doctorat (Génie électrique) août, 2010.
- [11] : Olivier Pages, "'Etude et comparaison de différentes Structures de commande multi contrôleur application a un axe robotise'", l'Ecole d'Ingénieurs d'Annecy, université de Savoie, Juillet 2001.
- [12] : Landau. I.D. Et Dugard. L, "commande adaptative aspects pratiques et théoriques", Editions Masson, Parie, 1996.
- [13] : J.GUO, G. TAOA, Y. LIU. «A multivariable MRAC scheme with application to a nonlinear aircraft model», Department of Electrical and Computer Engineering, University of Virginia, United States 2011
- [14]: A. Maddi, A. Guessoum and D. Berkani, "Applying Model Reference Adaptive controller for Lateral Motion of Aircraft", American Journal of Applied Sciences, Issue 7, volume 2, 2010, ISSN 1546-9239, pp235-240.
- [15]: A. L. GONZALEZ. BLAZQUEZ. "Mathematical modelling for analysis of non-linear aircraft dynamics" computers of structures. Vol 37. N°. PP : 193.July01990.