

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ SAAD DAHLEB BLIDA 1



INSTITUT D'AERONAUTIQUE ET DES ETUDES SPATIALES
Département Construction Aéronautique

Projet de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme de Master en **Aéronautique**

Spécialité : Structures Aéronautiques

Thème

**Contribution de la loi de Fick dans l'analyse du comportement
hygrothermique des stratifiés composite à matrice polymère**

Réalisé par :

SAHEB MOUHAMED ISLAM

TOUATI ABDERRAOUF

Dirigé par :

Encadreur : B. BOUKERT

Co-encadreur : M. KHODJET KESBA

2023 / 2024

Remerciements

Avant tout nous remercions ALLAH tout-puissant pour nous avoir donné la santé, la volonté, le courage pour accomplir ce présent travail.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à l'élaboration de ce mémoire.

*Je tiens à remercier, en premier lieu, notre encadreur **Dr. BOUKERT Billel** et notre Co-encadreur monsieur **KHOJET Kesba Mohamed**. Leur expertise, leur patience et leur bienveillance ont été des guides précieux tout au long de cette aventure intellectuelle. Leurs conseils éclairés et leur soutien constant ont permis de donner une direction et une profondeur à ce travail.*

Nous sommes également reconnaissants envers l'ensemble de nos professeurs et collègues. Leurs critiques constructives, leurs encouragements et leurs échanges stimulants ont enrichi notre réflexion et nous ont poussés à donner le meilleur de nous-mêmes.

Un immense merci à nos familles, qui ont su nous soutenir avec amour et compréhension. Leur présence et leurs encouragements ont été une source inestimable de force et de motivation. À nos amis, qui ont su apporter des moments de joie et de légèreté, nous sommes profondément reconnaissants.

Nous n'oublions pas les institutions et les personnes qui ont contribué, par leurs données, leurs ressources ou leurs conseils, à la réalisation de ce mémoire. Leur générosité et leur collaboration ont été déterminantes.

Enfin, à toutes celles et ceux qui, de près ou de loin, ont participé à cette aventure, nous vous adressons nos plus sincères remerciements. Votre soutien a été le socle sur lequel ce travail a pu se construire.

Avec toute notre gratitude,

Dédicace :

À mes chers parents,

Votre amour inconditionnel et votre soutien sans faille ont été les fondations solides sur lesquelles j'ai construit ma vie.

Chaque jour, je suis reconnaissant(e) pour les valeurs que vous m'avez inculquées et pour les sacrifices que vous avez faits pour moi. Vous êtes une source infinie d'inspiration et de force, et je vous aime infiniment.

À mes deux frères et ma sœur bien-aimée,

Votre présence dans ma vie est un cadeau précieux. Merci pour votre soutien constant et vos sourires qui illuminent mes journées.

À mes chères tantes,

Votre affection et votre soutien ont enrichi ma vie de façon extraordinaire. Votre présence bienveillante et vos conseils précieux sont pour moi une source constante d'inspiration.

Merci d'être toujours là, je vous aime beaucoup.

À mes chers amis de l'université, devenus mes frères et sœurs,

Je pense spécialement à [Riad, Abdou, Hamza, Khalido, Ibrahim, Amazigh, Islam, Khayri, Samy, Ahmed, Busquets, Hakou, Benchikh, Mesli, Amir, Monaim], dont l'amitié sincère et le soutien indéfectible ont enrichi ma vie d'une manière exceptionnelle. Chaque instant passé à vos côtés a été une source de bonheur et de force. Merci d'être non seulement des amis, mais aussi une famille choisie qui compte énormément pour moi.

ABDERRAOUF

Dédicace

Je dédie ce modeste travail,

*A mes chers parents, pour leur soutien leur patience et
sacrifices pour me voir réussir.*

*A mon frère et mes sœurs, qui m'ont toujours soutenu et
encouragé.*

*A mes aimable amis, collègues d'étude qui m'ont
accompagné durant mon chemin d'études supérieures.*

Med. Islam

المخلص

يهدف هذا المشروع إلى دراسة سلوك المواد المركبة ذات المصفوفة البوليمرية مع مراعاة العوامل البيئية التي تؤثر على هذه المواد. تشمل الدراسة توزيعاً انتقالياً لتركيز الماء الممتص بواسطة المركب، والذي يتم تحديده بواسطة معادلة فيك. كما تدرس الدراسة تأثير درجة الحرارة والرطوبة على عملية الامتصاص ونشر المادة. يتم التخطيط لإجراء محاكاة لظاهرة الامتصاص في حالات مختلفة: القصوى، المتوسطة، والمنخفضة.

تم تطوير برنامج حاسوبي لمحاكاة المشكلة الموضحة في الفقرة السابقة.

الكلمات المفتاحية: الهيدروميكانيكا - معادلة فيك - الانتشار

RESUME

Ce projet vise l'étude du comportement des stratifiés composites à matrice polymère avec la prise en compte des paramètres environnementaux dans lesquels travaille le stratifié. L'étude considère une distribution transitoire de la concentration d'eau absorbée par le composite, cette dernière étant donnée par l'équation de Fick. L'influence de la température et de l'humidité sur le processus d'absorption et la diffusivité est également étudiée. Des simulations du phénomène d'absorption dans différents cas sont prévues : extrême, moyen et faible.

Un programme informatique a été développé pour simuler le comportement hygrothermique des stratifiés composites à matrice polymère en tenant compte de la distribution transitoire de la concentration d'eau, de l'influence de la température et de l'humidité sur l'absorption et la diffusivité.

Mots Clés : Hygrothermie - Equation de Fick -Diffusion

ABSTRACT

This project aims to study the behavior of polymer matrix composite laminates with consideration of environmental parameters in which the laminate operates. The study considers a transient distribution of the concentration of water absorbed by the composite, which is given by Fick's equation. The influence of temperature and humidity on the absorption process and diffusivity is also studied. Simulations of the absorption phenomenon in different scenarios are planned: extreme, medium, and low.

A computer program is developed to simulate the problem explained in the previous paragraph.

Keywords: Hygrothermy - Fick's Equation -Diffusion

TABLEAU DES MATIERES

RESUME	5
LISTE DES FIGURES	10
LISTE DES TABLEAUX	11
INTRODUCTION GENERALE.....	15
CHAPITRE I : GENERALITES SUR LES MATERIAUX COMPOSITES.....	2
I.1 INTRODUCTION.....	2
I.2 HISTORIQUE DES COMPOSITES	2
I.3 DEFINITION	2
I.4 CARACTERISTIQUES GENERALES	3
I.5 TYPES DE COMPOSITES	4
I.5.1 Grande diffusion	4
I.5.2 Haute performance.....	4
I.6 CONSTITUANT D'UN MATERIAU COMPOSITE	5
I.6.1 Matrice	5
I.6.1.1 Résines thermodurcissables.....	6
I.6.1.2 Résines thermoplastiques	6
I.6.2 Renforts	6
I.6.2.1 Fibres de verre	7
I.6.2.2 Fibres de carbone	7
I.6.2.3 Caractéristiques mécaniques des fibres	8
I.6.3 Les charges	8
I.6.4 Les additifs	8
I.7 CLASSIFICATION DES MATERIAUX COMPOSITES.....	9
I.7.1 Classification suivant la forme des constituants.....	9
I.7.1.1 Composites à fibres.....	9
I.7.1.2 Composites à particules	9
I.7.2 Classification suivant la nature des constituants	10
I.8 LES AVANTAGES DES MATERIAUX COMPOSITES.....	11
I.9 LES INCONVENIENTS DES MATERIAUX COMPOSITES.....	11
I.10 LA MISE EN ŒUVRE DES MATERIAUX COMPOSITES	12
I.10.1 Introduction.....	12
I.10.2 Le formage par moulage.....	12
I.10.2.1 Moulage sous vide	13
I.10.2.2 Moulage par compression	13
I.10.2.3 Moulage par enroulement filamentaire	14
I.10.3 Autres procédés de formage	15
I.10.3.1 Formage de profilés (Moulage par pultrusion).....	15
I.10.3.2 Formage de plaque (Moulage en continu)	15
I.11 ARCHITECTURE DES MATERIAUX COMPOSITES.....	16
I.11.1 Les monocouches	16
I.11.2 Les stratifiés	17
I.11.2.1 Définition des plis.....	17
I.11.3 Structure sandwich composite	18

I.12	LES REPERES PRINCIPAUX (PLAN LT ET PLAN XY)	19
I.13	LES COMPOSITES DANS L'AVIATION	19
I.13.1	Airbus A350 XWB	20
I.13.2	Boeing B787 Dreamliner	20
I.14	EFFET DE LA TEMPERATURE ET D'HUMIDITE SUR LES COMPOSITES	21
I.14.1	Vieillissement hygrothermique des composites à matrice polymère	21
I.14.2	Vieillissement physique	21
I.14.2.1	La plastification	21
I.14.2.2	Gonflement	22
I.14.3	Vieillissements hygroscopiques type dégradations irréversibles	23
I.14.3.1	Hydrolyse :	23
I.14.3.2	Lessivage :	24
I.14.4	Dégradations mécaniques	24
I.15	DEFINITION DU SUJET	25
CHAPITRE II THEORIE CLASSIQUE DES STRATIFIES		27
II.1	INTRODUCTION :	27
II.2	ARCHITECTURE :	27
II.3	NOTATIONS ET OBJECTIF :	28
II.4	CHAMP DES DEPLACEMENTS	29
II.4.1	Expressions générales :	29
II.4.2	Déformation d'une normale :	30
II.5	HYPOTHESES DE LA THEORIE CLASSIQUE DES STRATIFIES :	31
II.5.1	Expression du champ des déformations :	33
II.5.2	Champ des contraintes :	36
II.5.2.1	Forme du champ des contraintes :	36
II.5.2.2	Expression des contraintes :	37
II.5.2.3	Résultantes en membrane :	38
II.5.2.4	Moments de flexion et de torsion :	39
II.6	EQUATION DU COMPORTEMENT MECANIQUE D'UN STRATIFIE :	40
II.6.1	Equation constitutive :	40
II.6.2	Matrice de rigidité :	41
II.6.3	Détermination des déformations et des contraintes :	42
II.6.4	Déformations en membrane et courbures :	42
II.6.5	Champ des déformations :	43
II.6.6	Champ des contraintes :	43
II.7	PRISE EN COMPTE DE LA TEMPERATURE ET L'HUMIDITE DANS LA MODELISATION DES STRATIFIES COMPOSITE :	44
II.7.1	Equations du comportement des stratifiés tenant compte des phénomènes de dilatation :	44
II.7.1.1	Coefficient d'expansion thermique et hygroscopique pour les unidirectionnels :	44
II.7.1.2	Déformations hygrothermiques dans les stratifiés unidirectionnels	45
II.7.1.3	Relations hygrothermiques contrainte et déformations	46
II.7.2	Contraintes résiduelles :	48
II.7.3	Analyse des stratifiés multidirectionnels :	49

II.8	LA DIFFUSION D'EAU DANS LES POLYMERES ET COMPOSITES	50
II.9	MODELES DE DIFFUSION D'EAU	51
II.9.1	Modèle de Fick	51
CHAPITRE III CALCUL NUMERIQUE ET RESULTATS.....		55
III.1	INTRODUCTION.....	55
III.2	LE LOGICIEL MATLAB	55
III.3	POURQUOI LE MATLAB ?.....	55
III.4	LE MATERIAU COMPOSITE GRAPHITE EPOXY T300/5208.....	56
III.5	APPROCHE NUMERIQUE	56
III.6	SIMULATIONS.....	60
III.6.1	Profils de concentration à travers l'épaisseur du stratifier en T300/5208	60
III.6.2	L'influence de la température opérationnelle avec $\Delta C=0$:	63
III.6.3	L'influence de L'humidité relative HR% avec $\Delta T=0$	65
III.6.4	L'influence de Temps t.....	66
III.6.5	L'influence de la température :	68
III.6.5.1	L'influence de température opérationnelle avec $\Delta C \neq 0$	68
III.6.5.2	L'influence de la température référentielle T_0	69
III.6.6	L'influence de L'humidité relative HR% avec $\Delta T \neq 0$	70
III.6.7	L'influence de concentration initiale C_0	72
CONCLUSION GENERALE.....		74
BIBLIOGRAPHIE		75

LISTE DES FIGURES

FIGURE I. 1 MATERIAU COMPOSITE.....	4
FIGURE I. 2 TYPES DE MATRICE.	5
FIGURE I. 3 TYPES DE RENFORT.	7
FIGURE I. 4 TISSU COMPOSITE FIBRE DE VERRE.....	7
FIGURE I. 5 TISSUS DE CARBONE.....	8
FIGURE I. 8 LES PROCEDURES DE FORMAGE PAR MOULAGE	12
FIGURE I. 9 MOULAGE SOUS VIDE.	13
FIGURE I. 10 MOULAGE PAR INJECTION DE RESINE.	14
FIGURE I. 11 PRINCIPE DE L'ENROULEMENT CIRCONFERENTIEL.....	14
FIGURE I. 12 ENROULEMENT HELICOÏDAL CONTINU.....	14
FIGURE I. 13 MOULAGE PAR PULTRUSION.	15
FIGURE I. 14 MOULAGE EN CONTINU DE PLAQUES.	16
FIGURE I. 15 MOULAGE EN CONTINU DE PANNEAUX ONDULES.	16
FIGURE I. 16 CONSTITUTION D'UN STRATIFIE.....	17
FIGURE I. 17 ORIENTATION DES FIBRES DANS LE REPERE DE REFERENCE(XY).....	18
FIGURE I. 18 MATERIAUX SANDWICHES A AMES PLEINES.....	18
FIGURE I. 19 MATERIAUX SANDWICHES A AMES CREUSES.....	18
FIGURE I. 20 LE REPERE LOCAL ET GLOBALE D'UN STRATIFIE.	19
FIGURE I. 21 A350 XWB MATERIAUX DE CONSTRUCTION.	20
FIGURE I. 22MATERIAUX DE CONSTRUCTION DE BOEING B787 DREAMLINER	21
FIGURE II. 1 ÉLÉMENT DE PLAQUE.....	28
FIGURE II. 2 ELEMENT DE STRATIFIE.....	29
FIGURE II. 3 DEFORMEE D'UNE NORMALE AB AU PLAN MOYEN, PRENANT EN COMPTE LE GAUCHISSEMENT.	31
FIGURE II. 4 SCHEMATISATION DES DEFORMATIONS DANS LE CAS DE LA THEORIE CLASSIQUE DES STRATIFIES.	33
FIGURE II. 5 REPRESENTATION SCHEMATIQUE DES RESULTANTES EN MEMBRANE (DROITE) ET MOMENTS (GAUCHE).....	37
FIGURE II. 6 REPRESENTATION DES 5 CATEGORIES DE CINETIQUES D'EAU DECRITES PAR WEITSMAN.....	51
FIGURE III. 1 PROFILS DE CONCENTRATION A TRAVERS L'ÉPAISSEUR DU STRATIFIER EN T300/5208 POUR DIFFERENTES HUMIDITE RELATIVE (HR)	61
FIGURE III. 2 PROFILS DE CONCENTRATION A TRAVERS L'ÉPAISSEUR DU STRATIFIER EN T300/5208 POUR DIFFERENTES TEMPERATURE OPERATIONNELLE (T)	62
FIGURE III. 3 INFLUENCE DE LA TEMPERATURE OPERATIONNELLE AVEC DELTA C = 0.....	64
FIGURE III. 4 INFLUENCE DE L'HUMIDITE RELATIVE AVEC DELTA T = 0.....	66
FIGURE III. 5 L'INFLUENCE DE TEMPS T AVEC C ₀ =0.....	67
FIGURE III. 6 L'INFLUENCE DE TEMPERATURE OPERATIONNELLE AVEC C ₀ =0.....	69
FIGURE III. 7 L'INFLUENCE DE LA TEMPERATURE REFERENTIELLE T ₀ AVEC C ₀ =0	70

FIGURE III. 8 L'INFLUENCE DE L'HUMIDITE RELATIVE HR% AVEC DELTA T \neq 0.....	71
FIGURE III. 9 L'INFLUENCE DE CONCENTRATION INITIALE C ₀	73

LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU I. 1 EXEMPLES DE MATERIAUX COMPOSITES, PRIS AU SENS LARGE.....	4
TABLEAU I. 2 CARACTERISTIQUES DES RESINES THERMODURCISSABLES.....	6
TABLEAU I. 3 CARACTERISTIQUES DES RESINES THERMOPLASTIQUES.....	6
TABLEAU I. 4 CARACTERISTIQUES MECANQUES DES FIBRES	8
TABLEAU III. 1 CARACTERISTIQUES MECANIQUE DE T300/5208.....	60
TABLEAU III. 2 CARACTERISTIQUES DE DIFFUSION DU T300/5208.....	60
TABLEAU III. 3 LES DONNEES DE SIMULATION 1.....	60
TABLEAU III. 4 LES DONNEES DE SIMULATION 2.....	61
TABLEAU III. 5 INFLUENCE DE L'EPAISSEUR SUR LE TEMPS DE SATURATION	62
TABLEAU III. 6 INFLUENCE DE TEMPERATURE SUR LE TEMPS DE SATURATION	63
TABLEAU III. 7 INFLUENCE DE L'HUMIDITE RELATIVE SUR LE TEMPS DE SATURATION.....	63
TABLEAU III. 8 LES DONNEES DE SIMULATION D'INFLUENCE DE TEMPERATURE OPERATIONNELLE	63
TABLEAU III. 9 LES DONNEES DE SIMULATION D'INFLUENCE DE L'HUMIDITE RELATIVE	65
TABLEAU III. 10 LES DONNEES DE SIMULATION D'INFLUENCE DE TEMPS	66
TABLEAU III. 11 LES DONNEES DE SIMULATION D'INFLUENCE DE TEMPERATURE OPERATIONNELLE	68
TABLEAU III. 12 LES DONNEES DE SIMULATION D'INFLUENCE DE TEMPERATURE REFERENTIELLE T ₀	69
TABLEAU III. 13 LES DONNEES DE SIMULATION L'INFLUENCE DE L'HUMIDITE RELATIVE HR% AVEC DELTAT \neq 0.....	71
TABLEAU III. 14 LES DONNEES DE SIMULATION D'INFLUENCE DE C ₀	72

NOTATIONS ET SYMBOLES

- A PARAMETRES PHYSIQUES ;
- E MODULE D'ELASTICITE (PA) ;
- σ CONTRAINTE (PA) ;
- ε DEFORMATION (%) ;
- T TEMPERATURE (°C) ;
- [C] MATRICE DE RIGIDITE ;
- [S] MATRICE DE SOUPLESSE ;
- E_L MODULE DE YOUNG TRANSVERSAL ;
- E_T MODULE DE YOUNG LONGITUDINAL ;
- e L'EPAISSEUR DE STRATIFIE ;
- e_k L'EPAISSEUR DE LA COUCHE ;
- G_{ij} MODULE DE CISAILLEMENT ;
- V_{ij} COEFFICIENT DE POISSON ;
- ε_{ij} TENSEUR DE DEFORMATION ;
- σ_{ij} TENSEUR DE CONTRAINTE ;
- σ_L CONTRAINTE LONGITUDINALE ;
- σ_T CONTRAINTE TRANSVERSALE ;
- σ_{LT} CONTRAINTE DANS LE REPERE LT ;
- σ_x CONTRAINTE DANS LE REPERE X ;
- σ_y CONTRAINTE DANS LE REPERE Y ;
- σ_{xy} CONTRAINTE DANS LE REPERE XY ;
- θ L'ANGLE DE L'ORIENTATION ;
- Q_{ij} LES COEFFICIENTS DE RIGIDITE REDUITE ;
- M_x, M_y MOMENT DE FLEXION ;
- M_{xy} MOMENT DE TORSION ;
- N_x, N_y, N_{xy} RESULTANTES EN MEMBRANE PAR UNITE DE LONGUEUR ;

- t TEMPS ;
- u, v, w DEPLACEMENTS SUIVANT LES AXES X, Y ET Z ;
- A_{ij} MATRICE DES RIGIDITES EN MEMBRANE ;
- B_{ij} TERME DE COUPLAGE EN MEMBRANE/FLEXION-TORSION ;
- D_{ij} MATRICE DES RIGIDITES EN FLEXION ;
- N^{ht} RESULTANTES DES FORCES HYGROTHERMIQUES PAR UNITE DE LONGUEUR ;
- M^{ht} RESULTANTES DES MOMENTS HYGROTHERMIQUES ;
- α COEFFICIENT DE DILATATION THERMIQUE ;
- β COEFFICIENT D'EXPANSION ;
- ΔT GRADIENT DE TEMPERATURE ;
- ΔC Variation de l'humidité ;
- [] MATRICE ;
- { } VECTEUR ;
- T^* Température adimensionnelle ;
- T_0 Température référentielle ;
- T_{ops} Température opérationnelle (d'utilisation) ;
- C_m Coefficient de concentration d'humidité maximale ;
- C_0 Coefficient de concentration d'humidité d'élaboration ;
- C Coefficient de concentration d'humidité relative (de l'environnement) ;
- c $\cos()$
- s $\sin()$

UNITES

- N Newton.
- Pa Pascal.
- m Mètre.
- Kg Kilogramme.
- °C Degré Celsius.
- min Minute.

LISTE DES ABREVIATIONS

- CMO Composite à Matrice Organique.
- CMM Composite à Matrice Métallique.
- CMC Composite à Matrice Céramique.
- SMC Composé pour moulage en feuilles (Sheet Molding Compound)
- RTM Moulage par transfert de résine (Resin Transfer Molding)
- UV Ultraviolet.
- TD Thermodurcissable.
- TP Thermoplastique.
- UD Unidirectionnelle.
- GFRP Glass Fiber Reinforced Polymer (Polymère renforcé de fibre de verre)
- FAA Federal Aviation Administration

INTRODUCTION GENERALE

Dans le domaine des matériaux structuraux, les matériaux composites à matrice polymère représentent une classe fascinante et innovante, largement utilisés dans divers secteurs industriels tels que l'aérospatiale, l'automobile et le génie civil. Ce type de composite se compose de deux phases distinctes : une matrice polymère qui agit comme un liant et un renfort (fibres ou particules) qui améliore les propriétés mécaniques et physiques du matériau final.

Grâce à leur légèreté, leur résistance spécifique élevée et leur capacité à être façonnés dans des formes complexes, les composites à matrice polymère offrent une alternative prometteuse aux matériaux traditionnels tels que les métaux et les céramiques.

Pendant leur utilisation structurelle, les structures aérospatiales en composites subissent des variations de température et d'humidité. Ces changements induisent des contraintes complexes, souvent dues à des déformations hygrothermiques causées par l'absorption d'humidité par la matrice polymère. Cette absorption peut considérablement réduire la résistance du matériau au fil du temps. Ainsi, pour prédire avec précision leurs performances et durabilité, il est essentiel de caractériser de manière détaillée les paramètres de diffusion de l'eau à l'aide d'outils numériques.

L'analyse du comportement des stratifiés composites soumises à des sollicitations hygrothermiques est très importante et nécessite une modélisation, l'objectif de ce travail est d'étudier les stratifiés composites à matrice polymère avec la prise en compte des paramètres environnementales dans le quel travail le stratifié, l'étude considère une distribution transitoire de la concentration d'eau absorbée par le composite, cette dernière est donnée par l'équation de Fick. L'influence de la température et l'humidité sur le processus d'absorption et la diffusivité est aussi étudié.

Pour l'accomplissement de cette étude, les étapes successives suivantes ont été suivies :

Chapitre I : Introduction sur les matériaux composites.

Le premier chapitre présente quelques définitions des termes sur les matériaux composites .différents types, domaine d'utilisation, les avantages et les inconvénients.

Chapitre II : la théorie classique des stratifiés.

Le deuxième chapitre examine la théorie des matériaux composites en utilisant à la fois la théorie classique des stratifiés et la modélisation du comportement hygrothermique des

stratifiés composites. De plus, il présente les formulations et les équations essentielles pour l'analyse et le calcul hygrothermique basés sur la loi de Fick.

Chapitre III : résultats et interprétation.

Les résultats obtenus sont exposés dans le chapitre 3, lequel inclut la validation des résultats obtenus par le code de calcul développé sous MATLAB au cours de cette étude.

Nous terminerons par une conclusion générale et des perspectives.

CHAPITRE I :
GENERALITES SUR
LES MATERIAUX
COMPOSITES

CHAPITRE I : GENERALITES SUR LES MATERIAUX COMPOSITES

I.1 Introduction

Les matériaux ont toujours joué un rôle majeur dans le développement et la croissance de la civilisation humaine. Les matériaux composites ne font pas exception. L'avènement des composites avancés a influencé presque tous les aspects de la vie moderne et aujourd'hui, des impacts majeurs se font sentir dans le secteur de l'aérospatiale et de l'aviation, l'industrie automobile, l'industrie des articles de sport, les applications navales, le génie civil, etc. Les composites ont leurs propres caractéristiques uniques. Il y a des avantages mais aussi des inconvénients. Bien que des propriétés mécaniques et thermiques exceptionnellement élevées puissent être obtenues dans un matériau composite, la traduction de niveaux aussi élevés de propriétés matérielles en structures composites est tout aussi importante et très difficile. La science des matériaux de base, l'ingénierie des procédés, ainsi que la conception et l'analyse de matériaux et de structures composites sont intrinsèquement liées. [1]

I.2 Historique des composites

Les matériaux composites remontent à 2000 av. J.-C. (avant notre ère), utilisés en Égypte et en Mésopotamie avec des briques de boue et de paille, et dans l'ancienne Mongolie pour des arcs composites. Les samouraïs japonais utilisaient des métaux laminés. Les composites modernes ont évolué grâce aux avancées en renforts, résines et procédés de fabrication. La fibre de verre et les résines polyester sont apparues dans les années 1930, avec des applications dans les bateaux et voitures dès les années 1940. Les années 1950 ont vu l'essor du GFRP. Ensuite, les fibres de carbone, de bore et d'aramide ont marqué le développement de composites hautes performances, répondant aux besoins de l'aérospatiale et de la défense, avec des progrès technologiques notables. [1]

I.3 Définition

Comme l'indique le terme, (matériau composite) évoque un matériau différent des matériaux macroscopiquement homogènes habituels. On appelle maintenant de façon courante (matériaux composites) des arrangements des fibres continues ou non d'un matériau résistantes (le renfort) qui sont noyées dans une matrice dont la résistance mécanique est beaucoup plus faible. La matrice conserve leur disposition géométrique aux fibres et leur transmet les sollicitations auxquelles est soumise la pièce.

Le matériau ainsi obtenu est :

- Très hétérogène,

- Très fortement < anisotrope >. Disons simplement pour l'instant que ses propriétés mécaniques dépendent de la direction suivant laquelle on le sollicite. [2]

Des exemples de matériaux composites pris au sens large sont donnés au tableau I.1.

I.4 Caractéristiques générales

Un matériau composite consiste dans le cas le plus général d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue. Dans le cas de plusieurs phases discontinues de natures différentes, le composite est dit hybride. La phase discontinue est habituellement plus dure avec des propriétés mécaniques supérieures à celles de la phase continue. La phase continue est appelée la matrice. La phase discontinue est appelée le renfort ou matériau renforçant (figure I.1). Une exception importante à la description précédente est le cas de polymères modifiés par des élastomères, pour lesquels une matrice polymère rigide est chargée avec des particules élastomères. Pour ce type de matériau, les caractéristiques statiques du polymère (module d'Young, contrainte à la rupture, etc.) ne sont pratiquement pas modifiées par l'adjonction de particules élastomères, alors que les caractéristiques au choc sont améliorées.

Les propriétés des matériaux composites résultent :

- Des propriétés des matériaux constituants,
- De leur distribution géométrique,
- De leurs interactions, etc. [3]

Type de composite	Constituants	Domaines d'application
1. Composites à matrice organique : Papier, carton Panneaux de particules Panneaux de fibres Toiles enduites Matériaux d'étanchéité Pneumatiques Stratifiés Plastiques renforcés	Résine/charges/fibres cellulose-siques Résine/copeaux de bois Résine/fibres de bois Résines souples/tissus Elastomères/bitume/textiles Caoutchouc/toile/acier Résine/charges/fibres de verre, de carbone, etc. Résines/microsphères	Imprimerie, emballage, etc. Menuiserie Bâtiment Sports, bâtiment Toiture, terrasse, etc. Automobile Domaines multiples
2. Composites à matrice minérale : Béton Composite carbone-carbone Composite céramique	Ciment/sable/granulats Carbone/fibres de carbone Céramique/fibres céramiques	Génie civil Aviation, espace, sports, biomédecine, etc. Pièces thermomécaniques
3. Composites à matrice Métallique	Aluminium/fibres de bore Aluminium/fibres de carbone	Espace

4. Sandwiches { Peaux Ames	Métaux, stratifiés, etc. Mousses, nids d'abeilles, balsa, plastiques renforcés, etc.	Domaines multiples
----------------------------------	--	--------------------

Tableau I. 1 Exemples de matériaux composites, pris au sens large. [3]

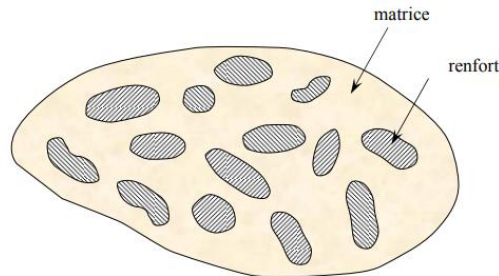


FIGURE I. 1 Matériau composite. [3]

Ainsi, pour accéder à la description d'un matériau composite, il sera nécessaire de spécifier :

- La nature des constituants et leurs propriétés,
- La géométrie du renfort, sa distribution,
- La nature de l'interface matrice-renfort. [3]

I.5 Types de composites

On distingue deux types de composites : les composites grandes diffusions et les composites hautes performances.

I.5.1 Grande diffusion

Les matériaux composites à grande diffusion offrent des avantages essentiels, qui sont : optimisation des coûts par diminution des prix de revient, sa composition de polyester avec des fibres de verre longues ou courtes (sous forme de mat ou tissu) et la simplicité du principe d'élaboration des matériaux (moulage par contact, SMC et injection). [4]

I.5.2 Haute performance

Les matériaux composites à hautes performances sont utilisés dans le domaine d'aéronautique où le besoin d'une grande performance déduite des hautes valeurs ajoutées.

Les renforts sont plutôt des fibres longues. Le taux de renfort est supérieur à 50%.

Ces composites sont élaborés par les procédures suivantes :

- Drapage autoclave, enroulement filamentaire, RTM.
- Beaucoup de procédés encore manuels.

- CMM, CMC... [4]

Que sont les composites avancés ?

Les composites avancés sont des matériaux composites traditionnellement utilisés dans les industries aérospatiales. Ces composites comportent des renforts haute performance d'un diamètre fin dans un matériau de matrice tel que l'époxy et l'aluminium. Des exemples sont les composites graphite/époxy, Kevlar/époxy et bore/aluminium. Ces matériaux trouvent désormais également des applications dans les industries commerciales. [5]

I.6 Constituant d'un matériau composite

Un matériau composite se compose comme suit : matrice + renfort + optionnellement (charge et/ou additif), par exemple : le béton armé. [6]

La liaison entre fibres et matrice est créée pendant la phase d'élaboration du matériau composite. Elle a une influence fondamentale sur les propriétés mécaniques de ce dernier. [2]

Nous présentons les différents types de matrices et renforts classiquement employés dans l'industrie. Les propriétés mécaniques de l'interface entre fibres et matrice sont très importantes dans la réalisation d'une structure composite. En effet, il ne doit y avoir ni glissement ni séparation entre les différentes phases de la structure pour obtenir de bonnes caractéristiques mécaniques élastiques. [7]

I.6.1 Matrice

Dans un grand nombre de cas, la matrice constituant le matériau composite est une résine polymère. Les résines polymères existent en grand nombre et chacune à un domaine particulier d'utilisation. Dans les applications où une tenue de la structure aux très hautes températures est requise, des matériaux composites à matrice métallique, céramique ou carbone sont utilisés. Dans le cas des matériaux en carbone des températures de 2200°C peuvent être atteintes. La classification des types de matrices couramment rencontrées est donnée sur la figure I.2. [7]

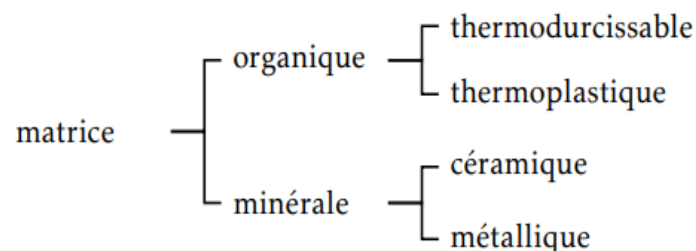


FIGURE I. 2 Types de matrice. [7]

I.6.1.1 Résines thermodurcissables

Les résines thermodurcissables ont des propriétés mécaniques élevées. Ces résines ne peuvent être mises en forme qu'une seule fois. Elles sont en solution sous forme de polymère non réticulé en suspension dans des solvants. Les résines polyesters insaturées, les résines de condensation (phénoliques, aminoplastes, furaniques) et les résines époxy sont des résines thermodurcissables. Les exemples de résines thermodurcissables classiquement rencontrées sont 914, 5208, 70, LY556. [7]

Les matériaux les plus performants ont des caractéristiques mécaniques élevées et une masse volumique faible. Ces caractéristiques sont présentées dans le tableau I.2.

Résines	T _f (°C)	ρ (Kg/m ³)	ε _t ^R (%)	σ _t ^R (MPa)	σ _c ^R (MPa)	E (GPa)
Polyesters	60 à 100	1140	2 à 5	50 à 85	90 à 200	2.8 à 3.6
Phénoliques	120	1200	2,5	40	250	3 à 5
Époxydes	290	1100 à 1500	2à5	60 à 80	250	3 à 5

Tableau I. 2 Caractéristiques des résines thermodurcissables. [7]

I.6.1.2 Résines thermoplastiques

Les résines thermoplastiques ont des propriétés mécaniques faibles. Ces résines sont solides et nécessitent une transformation à très haute température. Les polychlorures de vinyle (PVC), les polyéthylènes, polypropylène, polystyrène, polycarbonate polyamide sont quelques exemples de ces résines thermoplastiques. Les résines thermoplastiques classiquement rencontrées sont PEEK, K3B. [7]

De même que pour les résines thermodurcissables, les matériaux les plus performants ont des caractéristiques mécaniques élevées et une masse volumique faible : ces dernières sont présentées dans le tableau I.3.

Résines	T _f (°C)	ρ (kg/m ³)	ε _t ^R (%)	σ _t ^R (MPa)	σ _c ^R (MPa)	E (GPa)
Polyamide	65 à 100	1140		60 à 85		1.2 à 2.5
Polypropylène	900	1200		20 à 35		1.1 à 1.4

Tableau I. 3 Caractéristiques des résines thermoplastiques. [7]

I.6.2 Renforts

Les renforts assurent les propriétés mécaniques du matériau composite et un grand nombre de fibres sont disponibles sur le marché en fonction des coûts de revient recherchés pour la

structure réalisée. Les renforts constitués de fibres se présentent sous les formes suivantes : linéique (fils, mèches), tissus surfaciques (tissus, mats), multidirectionnelle (tresse, tissus complexes, tissage tridirectionnel ou plus). [7]

La classification des types de renforts couramment rencontrés est indiquée sur la figure I.3.

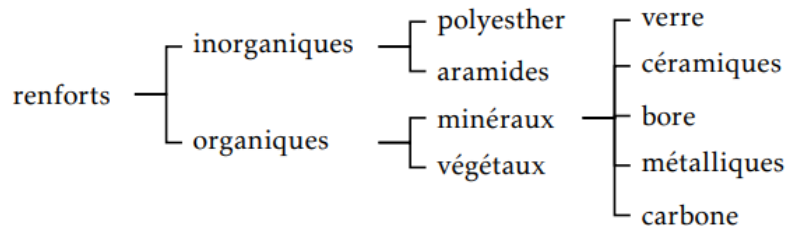


FIGURE I. 3 Types de renfort. [7]

I.6.2.1 Fibres de verre

Les fibres de verre ont un excellent rapport performance-prix qui les placent de loin au premier rang des renforts utilisés actuellement dans la construction de structures composites. [7]

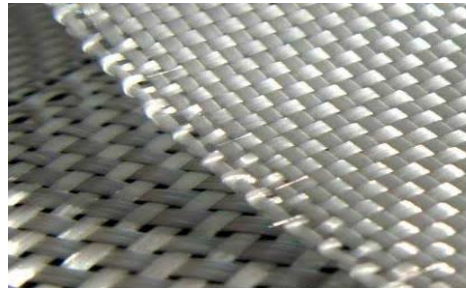


FIGURE I. 4 Tissu composite fibre de verre

I.6.2.2 Fibres de carbone

Les fibres de carbone ont de très fortes propriétés mécaniques et sont élaborées à partir d'un polymère de base, appelé précurseur. Actuellement, les fibres précurseur utilisées sont des fibres acryliques élaborées à partir du polyacrylnitrique (PAN). La qualité des fibres de carbone finales dépend fortement des qualités du précurseur.

Quelques exemples de fibres de carbone classiquement rencontrées : T300, T800, MR40, TR50, IM6, IM7, GY, M55J. [7]

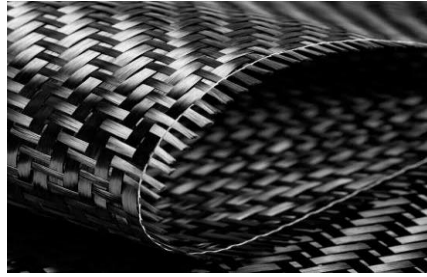


FIGURE I. 5 Tissus de carbone

I.6.2.3 Caractéristiques mécaniques des fibres

Il existe différents types de fibres. Elles peuvent être scindées en deux groupes, les fibres à haut module et les fibres à haute résistance. Les fibres à haut module ont une résistance faible et celles à forte résistance ont un module faible. [7]

Renforts	ρ (Kg/m ³)	σ_t^R (MPa)	σ_c^R (MPa)	E (GPa)
AS4	1800		3599	235
T300	1700	1.2	3654	231
IM6		0.88	1460	
IM8	1800		5171	310
Kevlar 49	1440	2.5	3620	124
Verre E	2580	3.5	3450	69

Tableau I. 4 Caractéristiques mécaniques des fibres [7]

I.6.3 Les charges

L'objet de la charge renforçant est d'améliorer les caractéristiques mécaniques de la résine, ou diminuer le coût des résines en conservant les performances des résines. En générales ces charges sont des microbilles ou des particules (poudre).

Les principales charges utilisées sont :

- Microbille en (verre, carbone, époxyde, phénolique, polystyrène, etc. ...)
- Des poudres ou paillettes métalliques : (cuivre, fer, aluminium, etc. ...)
- Des particules de carbone (noir de carbone). [4]

I.6.4 Les additifs

Ils sont nécessaires pour assurer une adhérence suffisante entre le renfort fibreux et la matrice et de modifier l'aspect ou les caractéristiques de la matière à laquelle ils sont ajoutés.

Les additifs se trouvent en faible quantité (quelques % et moins) et interviennent comme :

- Lubrifiants et agents de démoulage.
- Pigments et colorants.
- Agents anti-retraits.
- Agents anti-ultraviolets.
- Accélérateur.
- Catalyseur. [4]

I.7 Classification des matériaux composites

Les composites peuvent être classés suivant la forme des composants ou suivant la nature des composants. [3]

I.7.1 Classification suivant la forme des constituants

En fonction de la forme des constituants, les composites sont classés en deux grandes classes : les matériaux composites à particules et les matériaux composites à fibres. [3]

I.7.1.1 Composites à fibres

Un matériau composite est un composite à fibres si le renfort se trouve sous forme de fibres. Les fibres utilisées se présentent soit sous forme de fibres continues, soit sous forme de fibres discontinues : fibres coupées, fibres courtes, etc. L'arrangement des fibres, leur orientation permettent de moduler à la carte les propriétés mécaniques des matériaux composites, pour obtenir des matériaux allant de matériaux fortement anisotropes à des matériaux isotropes dans un plan.

Le concepteur possède donc là un type de matériau dont il peut modifier et moduler à volonté les comportements mécanique et physique en jouant sur :

- La nature des constituants,
- La proportion des constituants,
- L'orientation des fibres, suivant le cahier des charges imposées. [3]

I.7.1.2 Composites à particules

Un matériau composite est un composite à particules lorsque le renfort se trouve sous forme de particules. Une particule, par opposition aux fibres, ne possède pas de dimension privilégiée.

Les particules sont généralement utilisées pour améliorer certaines propriétés des matériaux ou des matrices, comme la rigidité, la tenue à la température, la résistance à l'abrasion, la diminution du retrait, etc. Dans de nombreux cas, les particules sont simplement utilisées comme charges pour réduire le coût du matériau, sans en diminuer les caractéristiques.

Le choix de l'association matrice-particules dépend des propriétés souhaitées.

Par exemple, des inclusions de plomb dans des alliages de cuivre augmenteront leur facilité d'usinage. Des particules de métaux fragiles tel le tungstène, le chrome et le molybdène, incorporé dans des métaux ductiles, augmenteront leurs propriétés à températures élevées, tout en conservant le caractère ductile à température ambiante.

Les cermets sont également des exemples de composites métal-céramique à particules, adaptés à des utilisations à températures élevées. Par exemple, les cermets à base d'oxydes sont utilisés pour les outils de coupe à vitesse élevée, et pour les protections à hautes températures.

Également, des particules d'élastomère peuvent être incorporées dans des matrices polymères fragiles, de manière à améliorer leurs propriétés à la rupture et au choc, par diminution de la sensibilité à la fissuration.

Ainsi, les composites à particules recouvrent un domaine étendu dont le développement s'accroît sans cesse. Toutefois, compte tenu de leurs diversités, ce type de matériaux ne sera pas étudié dans le cadre de cet ouvrage. [3]

I.7.2 Classification suivant la nature des constituants

Selon la nature de la matrice, les matériaux composites sont classés suivant des composites à matrice organique, à matrice métallique ou à matrice minérale.

Divers renforts sont associés à ces matrices. Seuls certains couples d'associations ont actuellement un usage industriel, d'autres faisant l'objet d'un développement dans les laboratoires de recherche. Parmi ces composites, nous pouvons citer :

A. Composites à matrice organique (résine, charges), avec :

- Des fibres minérales : verre, carbone, etc.
- Des fibres organiques : Kevlar, polyamides, etc.
- Des fibres métalliques : bore, aluminium, etc.

B. Composites à matrice métallique (alliages légers et ultra-légers d'aluminium, de magnésium, de titane), avec :

- Des fibres minérales : carbone, carbure de silicium (SiC),
- Des fibres métalliques : bore,
- Des fibres métallo-minérales : fibres de bore revêtues de carbure de silicium (BorSiC).

C. Composites à matrice minérale (céramique), avec :

- Des fibres métalliques : bore,
- Des particules métalliques : cermets,
- Des particules minérales : carbures, nitrures, etc.

Les matériaux composites à matrice organique ne peuvent être utilisés que dans le domaine des températures ne dépassant pas 200 à 300 °C, alors que les matériaux composites à matrices métallique ou minérale sont utilisés au-delà : jusqu'à 600 °C pour une matrice métallique, jusqu'à 1000 °C pour une matrice céramique. [3]

I.8 Les avantages des matériaux composites

Une structure en matériaux composites est théoriquement d'une à six fois plus légère que celle fabriquée avec des alliages métalliques, le gain de masse pratique se réduit à quelques dizaines de % (jusqu'à -45%), ce qui reste très avantageux pour des applications où ce paramètre est important (aéronautique, énergie, etc...)

- Plus fort : Le matériau est très résistant aux charges et aux chocs (flexion, torsion, pression interne, etc...) grâce au renfort.
- Plus résistant : Le matériau est également résistant aux intempéries et aux agressions chimiques grâce à la matrice.
- Meilleure durée de vie : La tenue du matériau à travers le temps est très bonne, les matériaux composites sont peu sensibles à corrosion.
- Liberté de forme : La matière est plus malléable et il est plus facile de créer des formes particulières
- La matière est également plus étanche, plus isolante, etc. [8]

I.9 Les inconvénients des matériaux composites

L'un des rares inconvénients est l'outillage spécial et la difficulté de réparation, en particulier lorsque le matériau est endommagé, bien qu'il existe une possibilité de délaminage ou de collage.

Un autre inconvénient est que les techniques de compoundage ne sont pas bien connues et maîtrisées en raison des développements récents, mais des formations ainsi que des livres techniques existent.

Étant donné que le matériau composite n'est pas facile à casser, il est difficile de juger si la structure interne a été endommagée, bien sûr, c'est le plus grand inconvénient de l'utilisation de

matériaux composites. Les dommages structurels, en revanche, sont faciles à détecter en raison des coudes et des renflements en aluminium.

De plus, les résines utilisées dans les composites s'affaiblissent à des températures aussi basses que 150 degrés, Il est important que ces avions prennent des précautions supplémentaires pour éviter les incendies, des températures supérieures à 300 degrés peuvent entraîner une défaillance structurelle.

Enfin, les composites peuvent être coûteux, bien que le coût initial élevé soit souvent compensé par des économies à long terme. [9]

I.10 La mise en œuvre des matériaux composites

I.10.1 Introduction

La plupart des méthodes de mise en œuvre consistent à élaborer les pièces en matériaux composites par couches successives comportant matrice et renfort. Cette technique générale appelée stratification, conduisant à l'élaboration de stratifiés, nous amènera ensuite à nous intéresser à l'architecture des matériaux composites. [3]

Le mélange renfort/résine ne devient un véritable matériau composite résistant qu'au terme de la dernière des phases de la fabrication, c'est-à-dire le durcissement de la matrice.

Dans le cas des composites à matrice résineuse, cette dernière doit être polymérisée. [2]

Les pages qui suivent illustrent les principaux procédés de mise en forme des pièces composites les plus utilisées dans le domaine aéronautique.

I.10.2 Le formage par moulage

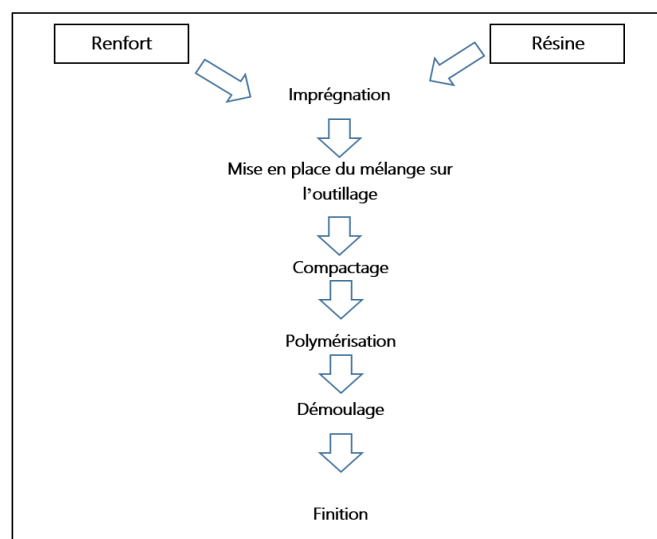


FIGURE I. 6 les procédures de formage par moulage [2]

Les procédés de formage par moulage varient en fonction de la nature des pièces, de l'importance des séries, du prix de revient. Les formes et moules sont en matériaux divers : métal, résine, bois, plâtre. [2]

I.10.2.1 Moulage sous vide

Ce procédé est encore appelé moulage en dépression ou moulage au sac. On utilise un moule ouvert sur lequel on dispose les couches de renfort imprégné, ainsi éventuellement que les âmes de remplissage lorsqu'il s'agit de matériaux sandwiches. [2]

Ce procédé de moulage convient pour la fabrication de pièces en petites et moyennes séries. Il permet d'obtenir de bonnes qualités mécaniques, grâce à une proportion de résine uniforme et à une diminution des inclusions d'air. [3]

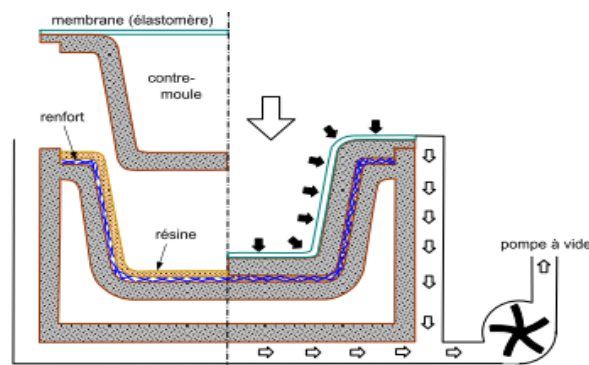


FIGURE I. 7 Moulage sous vide. [3]

I.10.2.2 Moulage par compression

Le moulage par compression est un procédé de mise en forme par moulage de pièces en matériaux plastiques ou composites.

Ces matériaux peuvent être à base de thermoplastiques et surtout de thermodurcissables, on distingue :

I.10.2.2.1 Moulage par injection de résine

Le moulage consiste, par injection de résine sous pression, à imprégner un renfort placé à l'intérieur d'un ensemble moule et contre-moule très rigide et fermé. L'alimentation automatique des résines élimine leur manipulation. La proportion de renfort peut être élevée, d'où l'obtention de pièces à caractéristiques mécaniques élevées. [3]

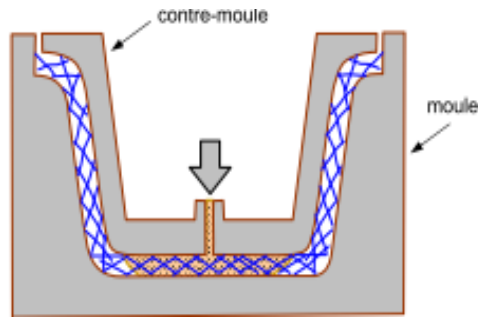


FIGURE I. 8 Moulage par injection de résine. [3]

I.10.2.3 Moulage par enroulement filamentaire

La technique de moulage par enroulement filamentaire est utilisée pour fabriquer des pièces cylindriques et sphériques sur des mandrins en rotation, en guidant des fibres de carbone ou de verre imprégnées de résine le long du mandrin pour créer des pièces composites creuses.

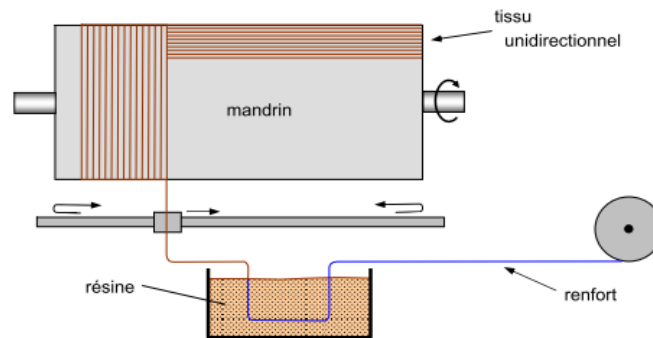


FIGURE I. 9 Principe de l'enroulement circonférentiel. [3]

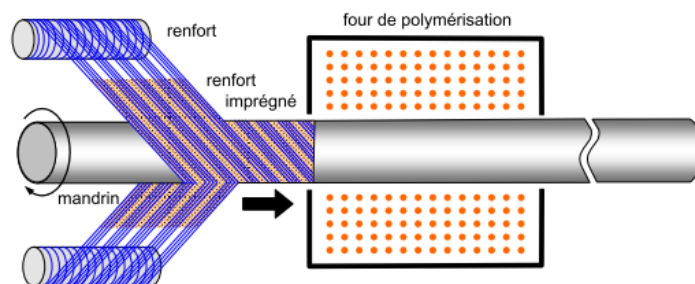


FIGURE I. 10 Enroulement hélicoïdal continu. [3]

I.10.3 Autres procédés de formage

I.10.3.1 Formage de profilés (Moulage par pultrusion)

Le procédé vise à fabriquer en continu des profilés de sections constantes. Des renforts continus, comme des mats et des tissus en bandes de largeurs appropriées, sont précisément disposés, imprégnés de résine et formés à travers une filière chauffée où la résine durcit. [10]

Ce procédé est applicable aux résines thermoplastiques et thermodurcissables. Les profilés obtenus ont des caractéristiques mécaniques élevées, compte tenu de la possibilité d'obtenir des proportions de renfort élevées jusqu'à 80 % en volume. Le procédé est adapté aux productions d'assez grandes séries (vitesse de défilement jusqu'à 20 m/h). Il nécessite un investissement important de matériel. Exemples de fabrication : cannes à pêche, profilés divers, raidisseurs, etc. [3]

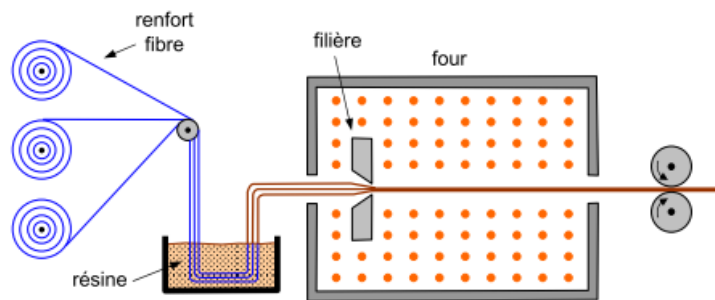


FIGURE I. 11 Moulage par pultrusion. [3]

I.10.3.2 Formage de plaque (Moulage en continu)

Ce procédé permet, au prix d'investissements importants, d'obtenir des plaques ou raidies par ondulations ou nervures. [2]

Schématiquement, ce procédé peut être séparé en plusieurs phases.

1. Une phase d'imprégnation des renforts : fibres, mats ou tissus. La résine catalysée et le renfort sont véhiculés sur un film de démoulage (cellophane, mylar, polyéthylène, etc.).
2. Une phase de mise en forme.
3. Une phase de polymérisation, effectuée dans une étuve (60 à 150 °C) en forme de tunnel, dont la longueur est fonction de la température et de la résine (15 à 50 m de long).
4. Une phase de refroidissement et découpage.

Dans le cas de la fabrication de plaques planes (figure I.14), la mise en forme est simplement réalisée par une mise à l'épaisseur de la plaque, par pressage entre des rouleaux de calandrage.

Dans le cas de panneaux ondulés, la mise en forme intervient au cours de la polymérisation (figure I.15), par l'intermédiaire de rouleaux mobiles. [3]

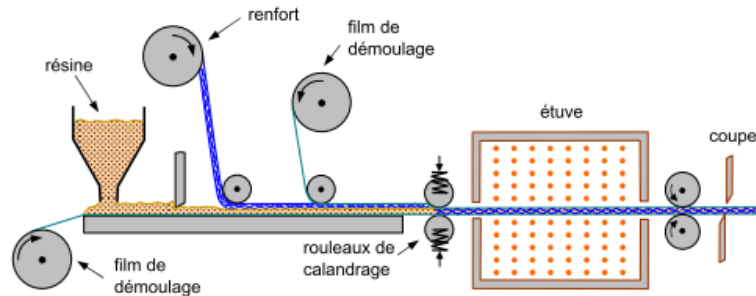


FIGURE I. 12 Moulage en continu de plaques. [3]

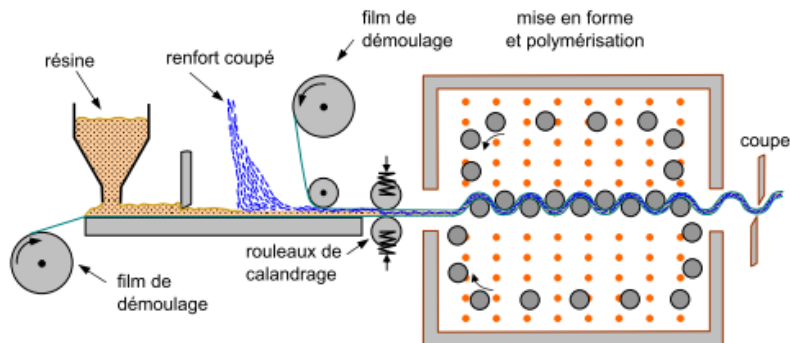


FIGURE I. 13 Moulage en continu de panneaux ondulés. [3]

I.11 Architecture des matériaux composites

Les structures des matériaux composites peuvent être classées en trois types :

- Les monocouches.
- Les stratifiées.
- Structures sandwiches

I.11.1 Les monocouches

Les monocouches, également appelées plis, constituent l'élément fondamental des structures composites. Elles sont composées de fibres disposées en couches extrêmement fines, de l'ordre de quelques dixièmes de millimètre. On distingue différents types de monocouches :

- **Monocouches unidirectionnelles (UD)** : Les fibres sont alignées dans une seule direction, procurant une résistance maximale dans cette direction.

- **Monocouches à fibres réparties aléatoirement** : Les fibres sont disposées de manière aléatoire, offrant une résistance homogène dans toutes les directions.
- **Monocouches à fibres courtes** : Les fibres sont courtes et dispersées dans la matrice, conférant une ductilité accrue à la structure.
- **Monocouches tissées** : Les fibres sont entrelacées selon un motif précis, créant une structure robuste et résistante à la déformation. [6]

I.11.2 Les stratifiés

Les stratifiés sont des composites formés de couches successives, appelées plis, de renforts (fils, stratifils, mats, tissus) imprégnés de résines.

Il existe quatre principaux types de stratifiés :

- **Stratifié Unidirectionnel** : l'orientation des fibres est la même dans tous les plis. Exemple : un stratifié unidirectionnel à 0° , $\theta = 0^\circ$ dans les différents plis.
- **Stratifié à Plis Orientés $\pm\theta$ (angle ply)** : l'orientation des fibres est alternée d'un pli à l'autre, (+ θ / $-\theta$ /, avec θ différent de 0 ou de 90°).
- **Stratifié à Plis Croisés (cross ply)** : l'orientation des fibres est alternée d'un pli à l'autre. $0/90^\circ/0/90^\circ$.
- **Stratifié Symétrique** : l'orientation des fibres est symétrique par rapport à la ligne centrale du stratifié, c.à.d. pour chaque pli à angle θ au-dessus du plan médian il y a un pli à angle égal de l'autre côté du plan médian, $\theta(z)=\theta(-z)$.

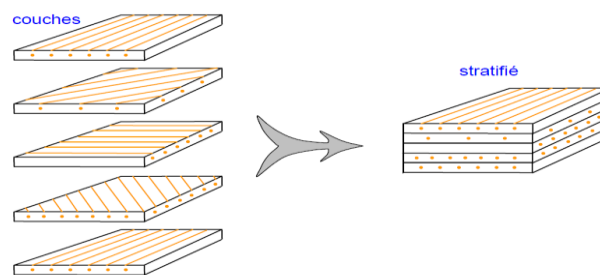


FIGURE I. 14 Constitution d'un stratifié. [3]

I.11.2.1 Définition des plis

Le pli, composé d'une seule couche de fibres et de matrice, présente une orientation des fibres d'angle (θ) par rapport à l'horizontale. [11]

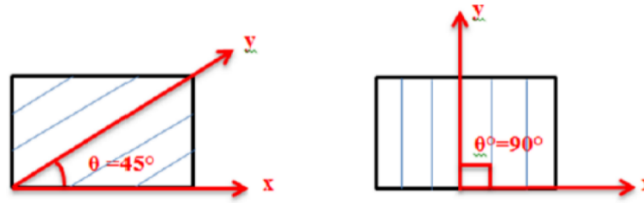


FIGURE I. 15 Orientation des fibres dans le repère de référence(XY). [11]

I.11.3 Structure sandwich composite

Une structure sandwich est un type de matériau composite constitué de trois couches distinctes, se compose d'une âme insérée entre deux peaux en matériaux composites. L'assemblage est réalisé par collage avec une résine compatible avec les matériaux utilisés. Les âmes les plus courantes sont de type nid d'abeilles, ondulées ou en mousse. Les peaux sont généralement constituées de structures stratifiées.

Ces structures offrent une grande rigidité en flexion et en torsion. L'âme de la structure sandwich résiste principalement aux contraintes de cisaillement et de compression hors plan, tandis que les peaux supérieures et inférieures supportent les efforts dans leur plan [7]

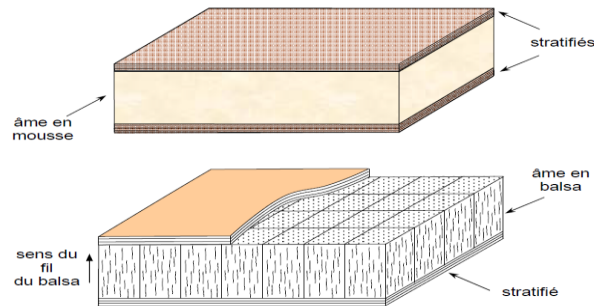


FIGURE I. 16 Matériaux sandwichs à âmes pleines. [3]

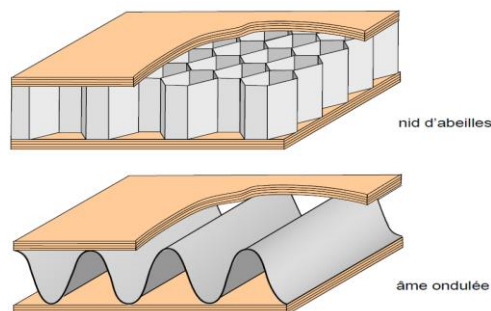


FIGURE I. 17 Matériaux sandwichs à âmes creuses. [3]

I.12 Les repères principaux (Plan LT et plan XY)

Le repère principal (L, T) est lié à chaque couche de composite. La direction L est parallèle à la fibre (direction longitudinal) et la direction normale est perpendiculaire à la direction de fibre T est appelé direction transversale.

Les stratifiées étant élaborés par couches suivant des directions de fibre décalées d'une couche à une autre d'un angle θ , il est nécessaire de rapporter le comportement élastique de chaque couche à un système d'axe noté (X, Y, Z) appelé repère de stratifié.

Avec θ est l'angle que fait le repère (L, T) et le repère (X, Y). [12]

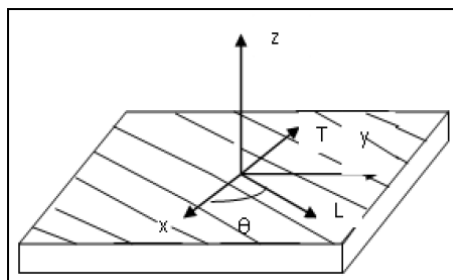


FIGURE I. 18 Le repère local et globale d'un stratifié. [12]

I.13 Les composites dans l'aviation

D'après la FAA, les matériaux composites sont utilisés depuis la Seconde Guerre mondiale. Au fil des ans, ces matériaux hybrides uniques ont gagné en popularité et sont maintenant couramment utilisés dans divers types d'avions et de planeurs. Les structures des aéronefs sont généralement constituées de 50 à 70 % de matériaux composites. Selon leur rôle dans l'intégrité structurelle de l'appareil, on distingue :

Pièces de structures primaires :

- Caissons de la voilure
- Caissons d'empennage
- Caissons de fuselage

Gouvernes :

- Ailerons
- Volets de direction de profondeur
- Volets hypersustentateurs
- Spoilers aérofreins

Habillage extérieur :

- Carénages
- Portes de soutes
- Portes de trains d'atterrissage
- Radomes

Habillage intérieur :

- Planchers
- Cloisons
- Portes, etc.

Ces composants jouent des rôles variés et essentiels pour assurer la solidité et la fonctionnalité des aéronefs.

I.13.1 Airbus A350 XWB

C'est la première fois qu'Airbus produit un avion avec 53% de fibre de carbone. Le fuselage est entièrement réalisé en composites. Le titane rentre aussi pour 14% dans la composition de la structure. Moins de poids signifie moins de consommation de carburant. L'A350 embarque également la plus grande aile en fibre de carbone du monde d'une envergure de presque 32 mètres. Au total, la structure est composée à 70% de matériaux avancés combinant composites, titane et de l'aluminium moderne. [13]

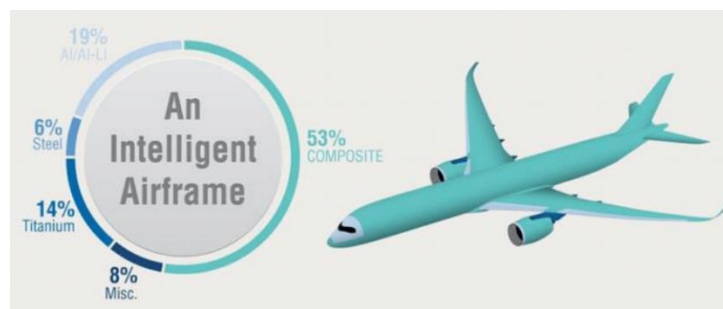


FIGURE I. 19 A350 XWB matériaux de construction.

I.13.2 Boeing B787 Dreamliner

Le Boeing 787, également connu par son surnom Dreamliner, est un avion long-courrier produit depuis 2009 par la société Boeing. Sa composition structurale en pourcentage est : 50% composite, 20% aluminium, 15% titane, 10% acier et 5% autres. [14]

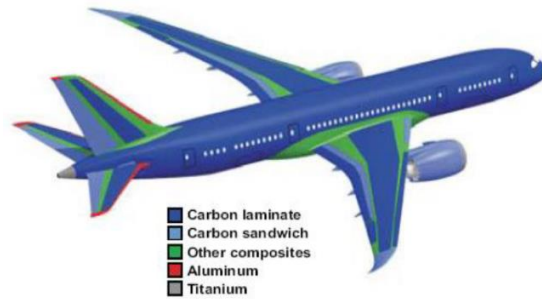


FIGURE I. 20 Matériaux de construction de Boeing B787 Dreamliner

I.14 Effet de la température et d'humidité sur les composites

Les propriétés des composites varient en fonction de l'environnement, notamment à cause des changements de température, de l'absorption d'eau ou de gaz par la matrice. Ces variations induisent des déformations et contraintes qui affectent le comportement mécanique des structures en composites (rigidité, flambement, vibrations).

Étude des équations des stratifiés : Cette partie analyse l'impact de ces phénomènes de dilatation sur les équations des stratifiés et leur influence sur le comportement mécanique des plaques composites.

L'eau et les changements de température peuvent faire changer la forme des composites sans qu'on les force, ce qui peut affecter la façon dont ils se comportent sous contrainte.

I.14.1 Vieillessement hygrothermique des composites à matrice polymère

Des études menées dans des environnements complexes, simulant les conditions réelles d'utilisation des matériaux composites (variations climatiques, cycles de vol d'avion), ont révélé que les cycles hygrothermiques, même sans sollicitations mécaniques, accélèrent et amplifient l'endommagement et la fissuration de ces matériaux. [15]

I.14.2 Vieillessement physique

I.14.2.1 La plastification

L'eau absorbée par les composites à matrice polymère peut ramollir la résine (plastification), en augmentant la mobilité des chaînes macromoléculaires.

Explication :

- **Mobilité accrue des chaînes :** L'eau peut briser les liaisons hydrogène entre les chaînes de la résine, les rendant plus mobiles.

- **Plastification** : Cette augmentation de mobilité ramollit la résine, diminuant sa rigidité.
- **Température de transition vitreuse (Tg) et seuil de plasticité** : La plastification abaisse la Tg et le seuil de plasticité, indiquant un ramollissement général du matériau.

Mécanismes :

- **Rupture des liaisons hydrogène** : Les molécules d'eau s'insèrent dans le réseau polymère et rompent les liaisons hydrogène entre les chaînes.
- **Liaisons hydrogène avec l'eau** : Les groupes polaires du polymère se lient préférentiellement à l'eau, affaiblissant les liaisons entre les chaînes.

Conséquences :

- **Propriétés mécaniques** : La plastification diminue le module d'Young et le module de cisaillement, indiquant une diminution de la rigidité et de la résistance à la déformation.
- **Gonflement** : L'absorption d'eau peut faire gonfler le composite, ce qui peut entraîner des décohésions entre les fibres et la matrice.
- **Réversibilité** : La plastification est généralement réversible, la résine reprenant ses propriétés après séchage.

Les propriétés mécaniques les plus étudiées lors de la plastification des composites à matrice polymère sont le module d'Young et le module de cisaillement, ainsi que la température de transition vitreuse (Tg). [15]

I.14.2.2 Gonflement

Lors de la diffusion d'eau dans les résines polymères, les molécules d'eau s'attachent aux sites hydrophiles des chaînes macromoléculaires, provoquant une augmentation du volume appelée gonflement ou dilatation hygroscopique.

Observations et hypothèses :

- **Gonflement par absorption d'eau** : Le volume du polymère augmente suite à l'absorption d'eau.
- **Hypothèse initiale** : Certains chercheurs ont supposé que l'augmentation de volume était égale au volume d'eau absorbé.

- **Expérimentations et observations** : Des expériences ont montré que l'augmentation de volume était en réalité inférieure au volume d'eau absorbé.

Explication de la différence :

- **Existence du volume libre** : Le polymère contient un "volume libre" qui peut se remplir d'eau sans que le matériau ne se dilate de manière significative.
- **Relation linéaire** : D'autres études ont démontré une relation linéaire entre l'augmentation du volume et la quantité d'eau absorbée.

Introduction du coefficient de dilatation hygroscopique (β) :

- **Définition** : Le coefficient de dilatation hygroscopique (β) est le rapport entre l'augmentation relative de longueur et l'augmentation relative de poids.
- **Utilité** : Ce coefficient permet de quantifier la sensibilité d'un matériau au gonflement hygroscopique. [15]

I.14.3 Vieillissements hygroscopiques type dégradations irréversibles

I.14.3.1 Hydrolyse :

L'hydrolyse, une réaction chimique irréversible déclenchée par l'eau, fragilise les résines polymères en brisant les chaînes macromoléculaires et diminuant leur masse moléculaire.

Mécanisme de dégradation :

- **Remplacement des liaisons hydrogène** : Au cours de l'absorption d'eau, les molécules d'eau peuvent se substituer aux liaisons hydrogène existantes entre les chaînes macromoléculaires de la résine, créant de nouvelles liaisons avec le polymère.
- **Dégradation à long terme** : Ces interactions chimiques permanentes entraînent une dégradation progressive de la résine et de l'interface par hydrolyse.

Facteurs d'activation :

- **Température** : L'hydrolyse est activée par la chaleur, ce qui signifie que le processus s'accélère avec l'augmentation de la température.
- **Catalyseurs** : Divers agents chimiques peuvent accélérer l'hydrolyse en agissant comme catalyseurs, augmentant ainsi la vitesse de la réaction.

Conséquences de l'hydrolyse :

- **Diminution de la masse moléculaire :** La rupture des chaînes macromoléculaires réduit la masse moléculaire de la résine, affectant ses propriétés mécaniques et sa résistance.
- **Fragilisation de la résine :** La dégradation par hydrolyse fragilise la résine, la rendant plus susceptible aux fissures et à la rupture. [15]

I.14.3.2 Lessivage :

Le lessivage du réseau polymère est une perte de masse progressive du polymère lorsqu'il est exposé à une atmosphère humide sur une longue période.

Observations :

- **Perte de masse :** Le polymère perd de la masse après une exposition prolongée à l'humidité.
- **Moments d'observation :** La perte de masse peut être observée pendant la diffusion de l'eau après saturation, ou sur un polymère vieilli et séché à nouveau.

Explication possible :

- **Dissolution des constituants solubles :** L'eau peut dissoudre certains constituants du polymère, entraînant une perte de masse.
- **Dégradation des chaînes macromoléculaires :** L'humidité peut également dégrader les chaînes macromoléculaires du polymère, ce qui peut conduire à une fragmentation et à une perte de masse.

Conséquences :

- **Diminution des propriétés mécaniques :** La perte de masse peut affecter les propriétés mécaniques du polymère, le rendant plus fragile et moins résistant.
- **Changements dimensionnels :** Le lessivage peut également entraîner des changements dimensionnels du polymère, ce qui peut affecter sa forme et sa fonction. [15]

I.14.4 Dégradations mécaniques

En plus d'étudier l'absorption d'eau et les mécanismes de vieillissement, le travail est concentré sur l'impact de l'eau sur les propriétés thermomécaniques des matériaux, notamment la température de transition vitreuse, les propriétés élastiques, visqueuses et les propriétés à la rupture. [15]

I.15 Définition du Sujet

L'étude considère une distribution transitoire de la concentration d'eau absorbée par le composite, cette dernière est donnée par l'équation de Fick, l'influence de la température et l'humidité sur le processus d'absorption et la diffusivité est aussi étudié, des simulations du phénomène d'absorption dans différents cas est prévu : extrême, moyen et faible.

CHAPITRE II :
THEORIE CLASSIQUE
DES STRATIFIERS

CHAPITRE II THEORIE CLASSIQUE DES STRATIFIES

II.1 Introduction :

Ce chapitre fournit une description complète et détaillée du comportement mécanique des stratifiés, ces matériaux composites constitués de couches superposées de différents matériaux. L'objectif est d'établir les équations qui régissent leur comportement mécanique de manière progressive, en s'appuyant sur des concepts fondamentaux de la mécanique des matériaux.

Dans un premier temps, les équations du comportement mécanique d'un stratifié homogène, c'est-à-dire présentant des propriétés constantes dans tout le volume, sont établies de manière détaillée. Cela implique de prendre en compte les propriétés élastiques des matériaux constitutifs, leur disposition dans le stratifié et les conditions de sollicitations appliquées.

Par la suite, l'analyse s'étend à l'influence des phénomènes de dilatation sur le comportement mécanique des stratifiés. Ces phénomènes, liés aux variations de température, peuvent induire des contraintes internes et modifier les déformations du matériau. Les équations du comportement mécanique sont alors modifiées pour tenir compte de ces effets de dilatation. Les équations établies et les analyses menées permettent de mieux comprendre le comportement des structures composites et d'optimiser leur conception pour une performance et une durabilité accrue.

II.2 Architecture :

En mécanique des solides, Une plaque est un élément structural tridimensionnel particulier, caractérisé par deux faces planes parallèles et une épaisseur relativement faible par rapport à ses autres dimensions. Pour simplifier l'analyse de son comportement mécanique, on considère généralement que l'une de ces faces sert de plan de référence (plan xOy) et que l'axe perpendiculaire à ces faces (axe z) représente l'épaisseur de la plaque. [16]

Une plaque composite est constituée d'un empilement de différentes couches. La théorie des plaques considérée est basée sur :

1. L'hypothèse dite des sections droites (ou planes) : les points matériels, situés sur une normale à la surface moyenne non déformée, restent sur une droite dans la configuration déformée. Les déplacements u et v suivant x et y d'un point quelconque $M(x, y, z)$, varient alors linéairement en fonction de z . et déplacement transversal w suivant z , n'est fonction que de x et y . cette hypothèse a été proposée par plusieurs auteurs, dont les plus connus sont **Reissner**, **Hencky**, **Bollé**, **Mindlin**.

Elle a été initialement proposée pour les plaques isotropes, mais a ensuite été appliquée aux plaques orthotropes et multicouches.

2. L'hypothèse d'une déformation transversale. ε_z nulle (pas de variation d'épaisseur).
3. L'hypothèse des contraintes planes : dans les relations de comportement, la contrainte σ_z est négligeable par rapport aux autres composantes, du tenseur de contraintes.
4. . L'hypothèse d'anisotropie plane pour chaque couche, dans le cas d'une plaque composite. [16]

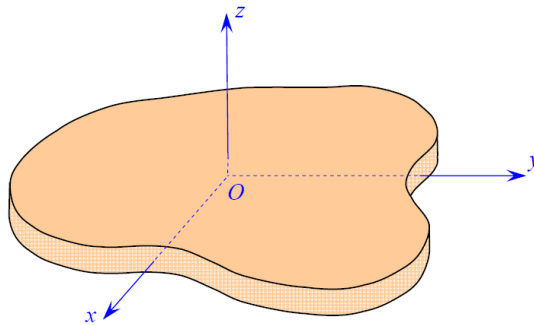


FIGURE II.1 Élément de plaque. [3]

II.3 Notations et objectif :

Les notations utilisées pour analyser le comportement mécanique d'un stratifié sont reportées sur la figure II.2, le stratifié est composé de "n" couches superposées. La surface moyenne entre les faces inférieure et supérieure sert de plan de référence (xOy), tandis que l'axe z est dirigé dans le sens croissant des numéros de couche. Chaque couche est identifiée par les cotes algébriques de sa face inférieure (h_{k-1}) et de sa face supérieure (h_k).

L'étude du comportement mécanique d'une structure en composite se déroule en trois étapes principales :

1. Analyse micromécanique des couches individuelles : Cette étape consiste à déterminer le comportement mécanique de chaque couche séparément, en tenant compte de ses propriétés intrinsèques et de sa microstructure.
2. Modélisation du comportement local du stratifié (analyse macromécanique) : A partir des résultats de l'analyse micromécanique, on construit un modèle pour prédire le comportement mécanique du stratifié dans son ensemble. Ce modèle prend en

compte l'agencement des couches, leurs propriétés respectives et les interactions entre elles.

3. Analyse de la structure en composite : Une fois le comportement du stratifié compris, on peut analyser la structure complète en tenant compte de sa géométrie, des conditions aux limites et des sollicitations appliquées.

Pour simplifier l'analyse, on ramène le problème initialement tridimensionnel (x, y, z) à un problème bidimensionnel (x, y) . Cette simplification repose sur l'hypothèse que la déformation transversale (dans la direction z) est négligeable par rapport aux déformations dans le plan (x, y) . Cette hypothèse est généralement valable pour les plaques minces, où l'épaisseur est petite par rapport aux autres dimensions.

La théorie des stratifiés utilise les mêmes hypothèses que la théorie générale des plaques, qui sont développées en détail dans ce chapitre. Ces hypothèses permettent de simplifier les équations régissant le comportement du stratifié et de faciliter l'analyse. [17]

II.4 Champ des déplacements

II.4.1 Expressions générales :

L'hypothèse de base de la théorie générale des plaques réside dans l'expression des déplacements en tout point M d'une plaque, de coordonnées (x, y, z) , sous la forme de polynômes en z , généralement limités au degré 3, et de coefficients dépendant de (x, y) . [3]

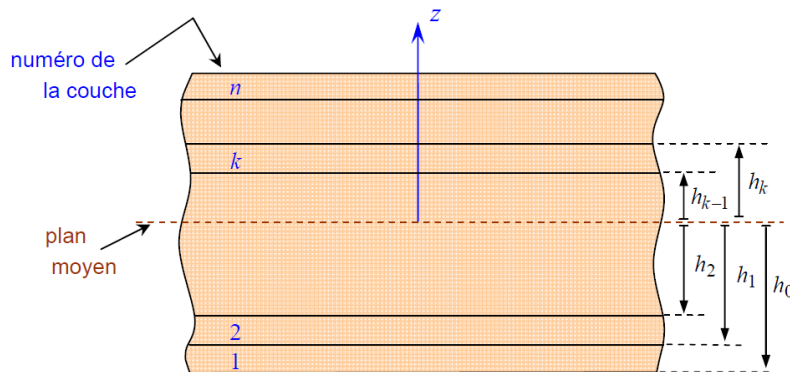


FIGURE II.2 Elément de stratifié.[3]

Le champ des déplacements est alors écrit sous la forme :

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= u(x, y, 0) + z\varphi_x(x, y) + z^2\psi_x(x, y) + z^3\phi_x(x, y), \\
 v(x, y, z) &= v(x, y, 0) + z\varphi_y(x, y) + z^2\psi_y(x, y) + z^3\phi_y(x, y), \\
 w(x, y, z) &= w(x, y, 0) + z\varphi_z(x, y) + z^2\psi_z(x, y).
 \end{aligned}
 \tag{II.1}$$

Le déplacement d'un point quelconque $M(x, y, z)$ est donc développé, suivant (équation II.1), en série de la variable z à coefficients en (x, y) , à partir du point de référence $M_0(x, y, 0)$ du plan (Oxy) .

Le champ de déplacement du point M sera noté par la suite suivant l'une des notations :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) = u(x, y, 0) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) = v(x, y, 0) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) = w(x, y, 0) \end{aligned} \quad \text{(II.2)}$$

II.4.2 Déformation d'une normale :

On cherche la déformée d'une normale AB au plan de la plaque, définie par $(x = a, y = b)$. (Figure II.2)

Tout point M appartenant à la normale AB à pour coordonnées (a, b, z) et son déplacement s'écrit :

$$\begin{aligned} u(a, b, z) &= u(a, b, 0) + z\varphi_x(a, b) + z^2\psi_x(a, b) + z^3\phi_x(a, b), \\ v(a, b, z) &= v(a, b, 0) + z\varphi_y(a, b) + z^2\psi_y(a, b) + z^3\phi_y(a, b), \\ w(a, b, z) &= w(a, b, 0) + z\varphi_z(a, b) + z^2\psi_z(a, b). \end{aligned} \quad \text{(II.3)}$$

L'équation de la déformée de la normale AB s'écrit donc, avec des notations évidentes, sous la forme polynomiale en z :

$$\begin{aligned} u(a, b, z) &= A_u + B_u z + C_u z^2 + D_u z^3, \\ v(a, b, z) &= A_v + B_v z + C_v z^2 + D_v z^3, \\ w(a, b, z) &= A_w + B_w z + C_w z^2. \end{aligned} \quad \text{(II.4)}$$

Le champ de déplacements de la normale AB , lors de la déformation de la plaque, peut être décomposé en deux parties :

- Une translation sans déformation suivant $A'B'$, composée d'une translation :

$[A_u = u(a, b, 0), A_v = v(a, b, 0)]$ Dans le plan (Oxy) et perpendiculairement à ce plan d'une translation $[A_w = w(a, b, 0)]$, suivant l'axe Oz ;

- Une déformation suivant $A''B''$, exprimée par les termes en z du champ de déplacements et dont la forme dépend du degré en z

Le champ des déplacements prend donc en compte un gauchissement éventuel des normales lors de la déformation de la plaque. [3]

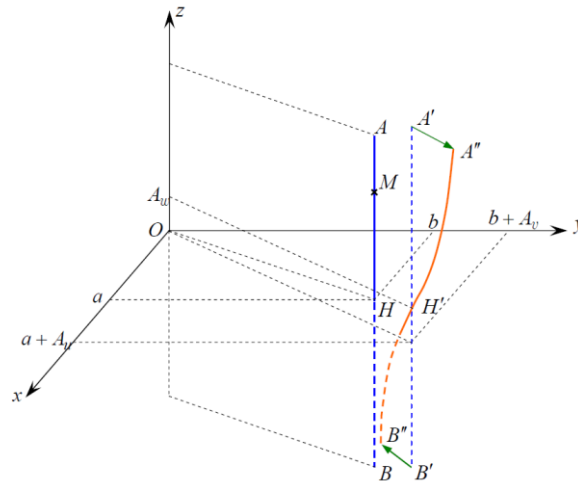


FIGURE II.3 Déformée d'une normale AB au plan moyen, prenant en compte le gauchissement. [3]

II.5 Hypothèses de la théorie classique des stratifiés :

Dans la théorie classique des stratifiés, le schéma de déplacements utilisé pour décrire la déformation d'une plaque est basé sur le schéma de Kirchhoff du premier degré. Ce schéma est défini à partir d'un point de référence $M_0(x, y, 0)$ (équation II.5) et suppose que les déformations dans le plan de la plaque (déformations longitudinales et transversales) suivent une relation linéaire avec la distance au plan moyen (équation II.6). De plus, cette théorie néglige le cisaillement transverse, c'est-à-dire la déformation dans le plan perpendiculaire à la plaque, en supposant qu'elle soit nulle (équation II.7). Soit [16] [18]:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \tag{II.5}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}, \\
\varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial y}, \\
\varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial z} = 0, \\
\gamma_{xy} &= 2\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) + z \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right), \\
\gamma_{xz} &= 2\varepsilon_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \varphi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x}, \\
\gamma_{yz} &= 2\varepsilon_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \varphi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y},
\end{aligned} \tag{II.6}$$

$$\gamma_{yz} = 0 \quad \text{Et} \quad \gamma_{zy} = 0 \tag{II.7}$$

Cette hypothèse (équation II.7) implique d'après (équation II.6) :

$$\begin{aligned}
\varphi_x(x, y) &= -\frac{\partial w_0}{\partial x} \\
\varphi_y(x, y) &= -\frac{\partial w_0}{\partial y}
\end{aligned} \tag{II.8}$$

Le champ des déplacements (équation II.5), s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x}(x, y), \\
v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z \frac{\partial w_0}{\partial y}(x, y), \\
w(x, y, z) &= w_0(x, y).
\end{aligned} \tag{II.9}$$

Après déformation, la normale au plan moyen (Oxy) se transforme en un segment de droite qui reste perpendiculaire à la surface déformée du plan. Les notations utilisées pour décrire ce phénomène sont illustrées dans la figure II.4.

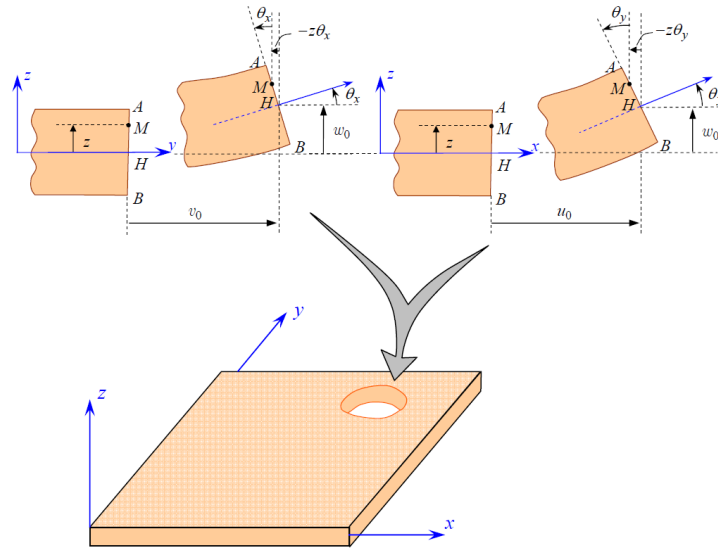


FIGURE II.4 Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des stratifiés. [3]

II.5.1 Expression du champ des déformations :

Le champ de déformations, qui décrit la façon dont la plaque se déforme, peut être exprimé à l'aide des équations (II.6 et II.8) :

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}, \\
 \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}, \\
 \varepsilon_{zz} &= 0, \\
 \gamma_{yz} &= 0, \\
 \gamma_{xz} &= 0, \\
 \gamma_{xy} &= \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}
 \end{aligned}
 \tag{II.10}$$

Le tenseur des déformations en un point M est :

$$\varepsilon(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \tag{II.11}$$

Et la matrice des déformations se réduit à trois composantes non nulles :

$$\varepsilon(M) = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.12})$$

Le champ des déformations est la superposition :

✓ Des déformations en membrane :

$$\varepsilon(M) = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.13})$$

S'exprimant seulement en fonction des déplacements (u_0, v_0) dans le plan (Oxy) des points de ce plan :

✓ Des déformations en flexion et torsion :

$$\varepsilon_f(M) = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^f \\ \varepsilon_{yy}^f \\ \gamma_{xy}^f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.14})$$

La déformation de la plaque est décrite par les angles de rotation de la surface déformée du plan moyen et par la distance (cote z) d'un point M par rapport à ce plan. Cette relation, permet de déterminer, les déformations en flexion et en torsion de la plaque exprimée par l'équation suivante :

$$\varepsilon_f(M) = zk(x, y), \quad (\text{II.15})$$

En posant :

$$k(x, y) = \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.16})$$

La matrice $k(x, y)$ est appelée matrice des courbures de la plaque sollicitée en flexion.

Les angles de rotation de la déformée du plan moyen au point $H(x, y, 0)$ s'expriment (figure II.4) en fonction du déplacement transversal $w_0(x, y)$ de ce point par :

$$\theta_x = \frac{\partial w_0}{\partial y} \text{ Suivant la direction } \vec{i} \quad (\text{II.17})$$

$$\theta_y = \frac{\partial w_0}{\partial x} \text{ Suivant la direction } \vec{j}$$

Le champ des déplacements (équation II.9) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z\theta_y, \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z\theta_x, \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y). \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

Finalement, le champ des déformations s'écrit :

$$\varepsilon(M) = \varepsilon_m(M) + \varepsilon_f(M), \quad (\text{II.19})$$

Où

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.20})$$

Avec :

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x}(x, y), & k_x &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}(x, y), \\
\varepsilon_{yy}^0 &= \frac{\partial v_0}{\partial y}(x, y), & k_y &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}(x, y), \\
\gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}, & k_{xy} &= -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}(x, y).
\end{aligned} \tag{II.21}$$

Sous forme abrégée, le champ des déformations s'écrit donc :

$$\varepsilon(M) = \varepsilon(x, y, z) = \varepsilon_m(x, y, z) + zk(x, y) \tag{II.22}$$

Les déformations en membrane $\varepsilon_m(x, y)$ et courbures $k(x, y)$ ne dépendent que des coordonnées (x, y) du point H du plan moyen du stratifié.

II.5.2 Champ des contraintes :

II.5.2.1 Forme du champ des contraintes :

Le champ des contraintes est obtenu à l'aide de l'équation :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}' & Q_{12}' & Q_{16}' \\ Q_{12}' & Q_{22}' & Q_{26}' \\ Q_{16}' & Q_{26}' & Q_{66}' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \tag{II.23}$$

En appliquant les principes de la théorie classique des stratifiés, nous obtenons, pour la couche k :

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= Q_{11}'\varepsilon_{xx} + Q_{12}'\varepsilon_{yy} + Q_{16}'\gamma_{xy} \\
\sigma_{yy} &= Q_{12}'\varepsilon_{xx} + Q_{22}'\varepsilon_{yy} + Q_{26}'\gamma_{xy} \\
\sigma_{xy} &= Q_{16}'\varepsilon_{xx} + Q_{26}'\varepsilon_{yy} + Q_{66}'\gamma_{xy} \\
\sigma_{yz} &= 0 \\
\sigma_{xz} &= 0
\end{aligned} \tag{II.24}$$

Le tenseur des contraintes en M est donc de la forme :

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{II.25}$$

Le champ des contraintes se limite aux seules contraintes en membrane : σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{xy} .

II.5.2.2 Expression des contraintes :

Les relations (II.24) montrent que les contraintes dans la couche k s'expriment par :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = Q'_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \tag{II.26}$$

Avec :

$$Q'_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \tag{II.27}$$

Les contraintes dans la couche k s'expriment suivant :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon^0_{xx} \\ \varepsilon^0_{yy} \\ \gamma^0_{xy} \end{Bmatrix} + z \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix}, \tag{II.28}$$

Où :

$$\sigma_k(M) = \sigma_k(x, y, z) = Q'_k \varepsilon_m(x, y) + z Q'_k k(x, y) \tag{II.29}$$

La matrice $\sigma_k(M)$ représente la matrice des contraintes dans la couche k : $h_{k-1} \leq z \leq h_k$.

La matrice de rigidité réduite Q'_k varie d'une couche à l'autre. Ce qui crée des discontinuités du champ des contraintes au niveau des joints entre couches successives.

11.5.3. Expression des résultantes et moments :

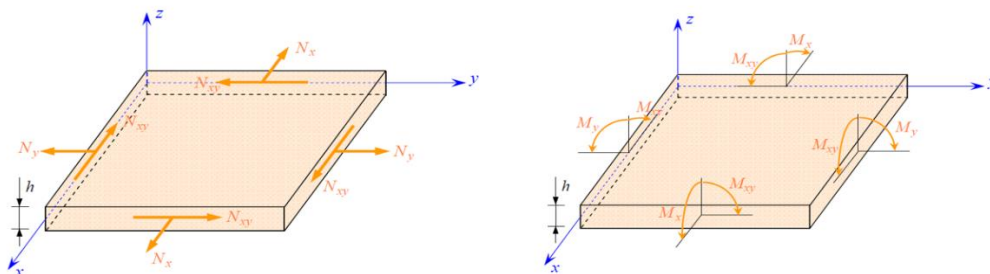


FIGURE II.5 Représentation schématique des résultantes en membrane (droite) et moments (gauche). [3]

II.5.2.3 Résultantes en membrane :

Le champ des résultantes en membrane, noté $N(x, y)$, est défini par :

$$N(x, y) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_k(M) dz \quad (\text{II.30})$$

Soit dans le stratifié :

$$N(x, y) = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad (\text{II.31})$$

En combinant l'équation (II.31) avec l'une des relations (II.28) ou (II.29), on obtient l'expression des résultantes en membrane, selon la théorie classique des plaques stratifiées.

Nous obtenons :

$$\begin{aligned} N(x, y) &= \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [Q'_k \varepsilon_m(x, y) + z Q'_k k(x, y)] dz, \\ N(x, y) &= \sum_{k=1}^n \left[Q'_k \varepsilon_m(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} dz + Q'_k k(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz \right], \\ N(x, y) &= \left[\sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) Q'_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \frac{1}{2} \left[\sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k \right] k(x, y), \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

Soit en définitive :

$$N(x, y) = A \varepsilon_m(x, y) + B k(x, y), \quad (\text{II.33})$$

Sachant que :

$$A = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) Q'_k \quad (\text{II.34})$$

$$A = [A_{ij}] \quad \text{Avec :} \quad A_{ij} = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) (Q'_{ij})_k$$

Et :

$$B = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k \quad (\text{II.35})$$

$$B = [B_{ij}] \quad \text{Avec :} \quad B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h^2_k - h^2_{k-1}) (Q'_{ij})_k$$

L'expression développée des résultantes en membrane s'écrit donc :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon^0_{xx} \\ \varepsilon^0_{yy} \\ \gamma^0_{xy} \end{Bmatrix} + z \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (\text{II.36})$$

Ces équations montrent que dans le cas d'un stratifié, les résultantes en membrane (N_x, N_y, N_{xy}) ne sont pas seulement fonctions des déformations en membrane, mais sont également fonctions des courbures en flexion et en torsion (k_x, k_y, k_{xy}) .

II.5.2.4 Moments de flexion et de torsion :

Les moments de flexion et de torsion, sont définis par :

$$M_f(x, y) = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} z \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_k dz \quad (\text{II.37})$$

M_x Et M_y sont les moments de flexion, et M_{xy} les moments de torsion. Le champ des moments, s'explicité en introduisant l'expression (II.29) des contraintes dans l'expression (II.37), soit :

$$M_f(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [z Q'_k \varepsilon_m(x, y) + z^2 Q'_k k(x, y)] dz, \quad (\text{II.38})$$

Où :

$$M_f(x, y) = \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h^2_k - h^2_{k-1}) Q'_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \left[\frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h^3_k - h^3_{k-1}) Q'_k \right] k(x, y), \quad (\text{II.39})$$

La matrice des moments de flexion s'écrit donc suivant :

$$M_f(x, y) = B \varepsilon_m(x, y) + D k(x, y), \quad (\text{II.40})$$

En introduisant la nouvelle matrice :

$$D = \sum_{k=1}^n \frac{1}{3} (h^3_k - h^3_{k-1}) Q'_k \quad (\text{II.41})$$

$$D = [D_{ij}] \quad \text{Avec :} \quad D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) (Q'_{ij})_k$$

L'expression développée des moments s'écrit sous la forme :

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon^0_{xx} \\ \varepsilon^0_{yy} \\ \gamma^0_{xy} \end{Bmatrix} + z \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.42})$$

Les moments de flexion et torsion sont donc fonctions des courbures en flexion et en torsion, mais sont également fonctions des déformations en membrane.

II.6 Equation du comportement mécanique d'un stratifié :

II.6.1 Equation constitutive :

Pour décrire le comportement mécanique d'une plaque stratifiée, il est nécessaire d'établir une relation entre les forces et moments qui agissent sur la plaque et la façon dont elle se déforme. C'est ce que permet l'équation constitutive.

L'équation constitutive d'une plaque stratifiée exprime les résultantes et moments en fonction des déformations en membrane et des courbures. L'obtention de cette équation implique le regroupement des expressions (II.36) et (II.42) suivant une seule expression matricielle plus concise sous la forme [16] [18] :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0_{xx} \\ \varepsilon^0_{yy} \\ \gamma^0_{xy} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.43})$$

Cette équation constitutive peut également être écrite sous forme contractée suivant :

$$\begin{Bmatrix} N \\ \dots \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & \vdots & B \\ \dots & \vdots & \dots \\ B & \vdots & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_m \\ \dots \\ k \end{Bmatrix} \quad (\text{II.44})$$

Les termes des matrices introduites A, B et D sont donnés par les expressions (II.34), (II.35) et (II.41). Ils peuvent être également exprimés, en introduisant l'épaisseur e_k la cote z_k du centre de la couche k, sous la forme :

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (Q_{ij}')_k e_k \quad (\text{II.45})$$

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^n (Q_{ij}')_k e_k z_k \quad (\text{II.46})$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^n (Q_{ij}')_k \left(e_k z_k^2 + \frac{e_k^3}{12} \right) \quad (\text{II.47})$$

Les coefficients A_{ij} , B_{ij} , D_{ij} de l'équation constitutive (II.43) d'un stratifié s'expriment donc à partir des constantes de rigidité réduites des couches, obtenues, pour chaque couche, en fonction des modules de l'ingénieur à l'aide des expressions :

$$\begin{aligned} Q_{11}' &= Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ Q_{12}' &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \\ Q_{16}' &= (Q_{11} - Q_{22} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ Q_{22}' &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\ Q_{26}' &= (Q_{11} - Q_{22} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ Q_{66}' &= [(Q_{11} + Q_{22} - 2(Q_{12} + Q_{66}))] \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \end{aligned} \quad (\text{II.48})$$

Avec :

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_L}{1 - \nu_{LT} \nu_{TL}} = \frac{E_L}{1 - \nu_{LT}^2 \frac{E_T}{E_L}} \\ Q_{22} &= \frac{E_T}{1 - \nu_{LT} \nu_{TL}} = \frac{E_T}{1 - \nu_{LT}^2 \frac{E_T}{E_L}} = \frac{E_T}{E_L} Q_{11} \end{aligned} \quad (\text{II.49})$$

$$\begin{aligned} Q_{12} &= \nu_{LT} Q_{22} \\ Q_{22} &= G_{LT} \end{aligned}$$

II.6.2 Matrice de rigidité :

La matrice intervenant dans l'expression (II.43) est la matrice de rigidité du stratifié, décrivant le comportement élastique macroscopique du stratifié au point $M_0(x, y) = M(x, y, 0)$.

La matrice A est la matrice de rigidité en membrane, D est la matrice de rigidité en flexion et B la matrice de couplage membrane-flexion-torsion.

Ce couplage existe même si les couches sont composées de matériaux identiques (isotropes), Il résulte de la structure en couches de matériaux de caractéristiques mécaniques différentes. Le couplage est nul ($B=0$), seulement lorsque la plaque stratifiée est parfaitement symétrique. La symétrie implique une symétrie des propriétés des couches, de leurs côtes et de leurs orientations.

Divers couplages peuvent être observés. Le couplage traction-cisaillement provient des termes A_{16} et A_{26} . Le couplage membrane-flexion résulte des termes B_{11} , B_{12} et B_{22} , alors que le couplage membrane- torsion résulte des termes B_{16} et B_{26} . Enfin, le couplage flexion-torsion résulte des coefficients D_{16} et D_{26} . [16]

II.6.3 Détermination des déformations et des contraintes :

Dans les stratifiées multidirectionnels (multicouches), où les contraintes ne sont pas uniformes (caractérisés par une discontinuité) à travers l'épaisseur à cause des plis, il est plus pertinent de se baser sur les déformations, qui restent continues à travers l'épaisseur. L'inversion de l'équation (II. 43) permet d'exprimer les déformations en membrane et en courbures.

II.6.4 Déformations en membrane et courbures :

L'expression des déformations en fonction des caractéristiques du stratifié, et des efforts et moments extérieurs est :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{16} & a_{16} & b_{11} & b_{12} & b_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} & b_{12} & b_{22} & b_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} & b_{16} & b_{26} & b_{66} \\ c_{11} & c_{12} & c_{16} & d_{11} & d_{12} & d_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{26} & d_{12} & d_{22} & d_{26} \\ c_{16} & c_{26} & c_{66} & d_{16} & d_{26} & d_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.50})$$

Où :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ \dots \\ k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a & \vdots & b \\ \dots & \vdots & \dots \\ c & \vdots & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ \dots \\ M \end{Bmatrix} \quad (\text{II.51})$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 a &= A^{-1} - B^* D^{-1} C^* \\
 b &= B^* D^{*-1} \\
 c &= -D^{*-1} C = B'^t \\
 d &= D^{*-1}
 \end{aligned} \tag{II.52}$$

Sachant que :

$$\begin{aligned}
 A^* &= A^{-1} \\
 B^* &= -A^{-1} B \\
 C^* &= B A^{-1} \\
 D^* &= D - B A^{-1} B
 \end{aligned} \tag{II.53}$$

II.6.5 Champ des déformations :

Le champ des déformations au point M (x, y, z) est déterminé à partir des déformations en membrane et des courbures à l'aide de l'expression :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \tag{II.54}$$

On remarque une variation linéaire suivant l'épaisseur.

Les déformations, exprimées dans les axes principaux de la couche d'orientation par rapport aux axes du stratifié, s'expriment :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{Bmatrix}_k = T \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \tag{II.55}$$

Où la matrice de changement d'axes est exprimée suivant :

$$T = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ -2 \sin \theta \cos \theta & 2 \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \tag{II.56}$$

II.6.6 Champ des contraintes :

Le champ de contraintes dans le repère XY, est donné par l'équation :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{11}' & Q_{12}' & Q_{16}' \\ Q_{12}' & Q_{22}' & Q_{26}' \\ Q_{16}' & Q_{26}' & Q_{66}' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.57})$$

Le champ des contraintes dans le repère LT :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{Bmatrix}_k = T' \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_k \quad (\text{II.58})$$

Avec :

$$T' = [T(-\theta)]^t = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (\text{II.59})$$

Soit finalement :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{Bmatrix}_k \quad (\text{II.60})$$

II.7 Prise en compte de la température et l'humidité dans la modélisation des stratifiés composite :

II.7.1 Equations du comportement des stratifiés tenant compte des phénomènes de dilatation :

Cette section analyse l'impact des phénomènes de dilatation sur les équations de comportement des structures composites, et les conséquences qui en découlent sur leur comportement mécanique.

II.7.1.1 Coefficient d'expansion thermique et hygroscopique pour les unidirectionnels :

Le coefficient hygrothermique des stratifiés unidirectionnels est caractérisé par :

Deux coefficients d'expansion thermique α_L, α_T et deux coefficients d'expansion hygroscopique β_L et β_T , qui sont reliés aux propriétés des constituants. [11] [18]

Les coefficients d'expansion hygrothermique, sont obtenus par mesure des déformations en fonction de la température, les coefficients (α_L) et (α_T) ne sont pas constants, et varient avec la température.

Dans le repère (x, y) :

Les coefficients de dilatation thermique s'expriment :

$$\begin{aligned}\alpha_x &= \alpha_L c^2 + \alpha_T s^2 \\ \alpha_y &= \alpha_L s^2 + \alpha_T c^2 \\ \alpha_{xy} &= 2(\alpha_L - \alpha_T) cs\end{aligned}\tag{II.61}$$

Et les coefficients d'expansion hygroscopique sont :

$$\begin{aligned}\beta_x &= \beta_L c^2 + \beta_T s^2 \\ \beta_y &= \beta_L s^2 + \beta_T c^2 \\ \beta_{xy} &= 2(\beta_L - \beta_T) cs\end{aligned}\tag{II.62}$$

II.7.1.2 Déformations hygrothermiques dans les stratifiés unidirectionnels

Lorsque le stratifié est soumis à un changement de température et d'humidité dans un environnement quelconque, alors $\Delta T = T - T_0$ et $\Delta C = C - C_0$ ou T_0 et C_0 sont les conditions de l'état de référence hygrothermique.

Les déformations hygrothermiques, dans les axes principaux du stratifié sont :

$$\begin{aligned}e_L(i) &= \varepsilon_L^{ht}(i) = \alpha_L \Delta T + \beta_L \Delta C(i) \\ e_T(i) &= \varepsilon_T^{ht}(i) = \alpha_T \Delta T + \beta_T \Delta C(i) \\ e_{LT}(i) &= \gamma_L^{ht}(i) = 0\end{aligned}\tag{II.63}$$

Les déformations hygrothermiques, dans les axes du stratifié sont définis par :

$$\begin{aligned}e_x(i) &= \varepsilon_x^{ht}(i) = \alpha_x \Delta T + \beta_x \Delta C(i) \\ e_y(i) &= \varepsilon_y^{ht}(i) = \alpha_y \Delta T + \beta_y \Delta C(i) \\ e_{xy}(i) &= \gamma_{xy}^{ht}(i) = \alpha_{xy} \Delta T + \beta_{xy} \Delta C(i)\end{aligned}\tag{II.64}$$

(i): les sous couches

II.7.1.3 Relations hygrothermiques contrainte et déformations

Lorsqu'un stratifié multidirectionnel soumis à des charges hygrothermiques (changements de température ΔT et d'humidité ΔC), l'état principal hygrothermiques dans le stratifié, est égale à la somme des déformations produites par les contraintes dans le stratifié.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_i = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xs} \\ S_{ys} & S_{yy} & S_{ys} \\ S_{sx} & S_{sy} & S_{ss} \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_i + \begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_{xy} \end{Bmatrix}_i \quad (\text{II.65})$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} - e_x \\ \varepsilon_{yy} - e_y \\ \gamma_{xy} - e_{xy} \end{Bmatrix}_i \quad (\text{II.66})$$

En introduisant l'équation :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \varepsilon^0_{xx} + z_i k_x - e_x \\ \varepsilon^0_{yy} + z_i k_y - e_y \\ \gamma^0_{xy} + z_i k_{xy} - e_{xy} \end{Bmatrix}_i \quad (\text{II.67})$$

Soit finalement :

$$[\sigma]_{x,y}^i = [Q]_{x,y}^i [\varepsilon^0]_{x,y} + [Q]_{x,y}^i [k]_{x,y} z_i - [Q]_{x,y}^i [e]_{x,y}^i \quad (\text{II.68})$$

L'intégration des contraintes à travers l'expression de chaque sous couche, donne la résultante en force :

$$\begin{aligned} [N]_{x,y} &= \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \int_{h_{i-1}}^{h_i} [Q]_{x,y}^i dz \\ [N]_{x,y} &= \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} [Q]_{x,y}^i \left\{ [\varepsilon^0]_{x,y} + z_i [k]_{x,y} - [e]_{x,y}^i \right\} dz \end{aligned} \quad (\text{II.69})$$

Ce qui donne :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \end{Bmatrix}_k = \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \int_{h_{i-1}}^{h_i} \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_i \left[\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \end{Bmatrix} + z_i \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_s \end{Bmatrix}_i \right] dz \quad (\text{II.70})$$

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix}_i + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ N_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.71})$$

[A] Et [B], sont les matrices de rigidité définies en (II.45) et (II.46).

$[N^{HT}]_{x,y}$ Représentent les résultantes des forces hydrothermiques :

$$\begin{Bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ N_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{ys} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_s \end{Bmatrix}_i t_i \quad (\text{II.72})$$

$t_i = dz = h_i - h_{i-1}$, est l'épaisseur de la sous couche i.

Les moments résultants à travers les plis dus stratifié sont :

$$\begin{aligned} [M]_{x,y} &= \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \int_{h_{i-1}}^{h_i} [\sigma]_{x,y}^i z_i dz \\ [M]_{x,y} &= \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \int_{h_{i-1}}^{h_i} [Q]_{x,y}^i \left\{ [\varepsilon^0]_{x,y} + z_i [k]_{x,y} - [e]_{x,y}^i \right\} z_i dz \end{aligned} \quad (\text{II.73})$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix}_i + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} M_x^{HT} \\ M_y^{HT} \\ M_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.74})$$

[B]Et [D] sont les matrices de rigidité définie en (II.46) (II.47).

$[M^{HT}]_{x,y}$ Sont les moments hydrothermiques définis comme suit :

$$\begin{Bmatrix} M_x^{HT} \\ M_y^{HT} \\ M_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{ys} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_s \end{Bmatrix}_i z_i t_i \quad (\text{II.75})$$

Les équations (II.36) et (II.42) sont réécrites sous la forme :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ N_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \overline{N_x} \\ \overline{N_y} \\ \overline{N_{xy}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.76})$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} M_x^{HT} \\ M_y^{HT} \\ M_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \overline{M}_x \\ \overline{M}_y \\ \overline{M}_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.77})$$

Finalemment :

$$\begin{aligned} [\overline{N}]_{x,y} &= [N]_{x,y} + [N^{HT}]_{x,y} = [A][\varepsilon^0]_{x,y} + [B][k]_{x,y} \\ [\overline{M}]_{x,y} &= [M]_{x,y} + [M^{HT}]_{x,y} = [A][\varepsilon^0]_{x,y} + [D][k]_{x,y} \end{aligned} \quad (\text{II.78})$$

$[N]$ Et $[M]$: sont respectivement, les résultantes en forces et en moment, égales respectivement à la somme des composantes mécaniques et hygrothermiques.

Les relations forces déformations et contraintes déformations, pour un stratifié soumis à des charges hygrothermiques (température et humidité) sont identiques à celles obtenues pour un chargement mécanique, la seule différence c'est que les forces et moments hygrothermiques, sont ajoutée aux forces et moments mécaniques appliquées.

II.7.2 Contraintes résiduelles :

Les stratifiés multidirectionnels présentent des contraintes résiduelles, introduites durant leur fabrication. Ces contraintes apparaissent à deux niveaux :

- Au niveau microscopique : Des imperfections dans les propriétés thermiques des matériaux constitutifs des couches unidirectionnelles génèrent des contraintes résiduelles autour des fibres.
- Au niveau macroscopique : L'anisotropie du stratifié, c'est-à-dire la différence de ses propriétés dans différentes directions, entraîne également le développement de contraintes résiduelles dans les couches.

En l'absence de forces externes appliquées, $[N] = 0$ et $[M] = 0$; les relations hygrothermique (II.17) et (II.17) se réduisent à :

$$\begin{Bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ N_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.79})$$

$$\begin{Bmatrix} M_x^{HT} \\ M_y^{HT} \\ M_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.80})$$

L'intervention de ces relations, donne les déformations en membrane $[\varepsilon^0]$ et courbures $[k]$, produits par un changement hygrothermique seulement. Dans ce cas ces déformations sont aussi appelées, les déformations non mécaniques.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ N_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{16} \\ b_{12} & b_{22} & b_{26} \\ b_{16} & b_{26} & b_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_x^{HT} \\ M_y^{HT} \\ M_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.81})$$

$$\begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{26} \\ c_{16} & c_{26} & c_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ N_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{16} \\ d_{12} & d_{22} & d_{26} \\ d_{16} & d_{26} & d_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_x^{HT} \\ M_y^{HT} \\ M_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.82})$$

Les déformations hygrothermiques dans la sous couche sont obtenues par l'équation (II.45) :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z_i \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.83})$$

Les déformations résiduelles dans chaque sous couche i sont données par :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_{\text{résiduelles}} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_{xy} \end{Bmatrix}_i \quad (\text{II.84})$$

Les contraintes résiduelles dans chaque sous couche i sont données par :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_{\text{résiduelles}} = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_{\text{résiduelles}} \quad (\text{II.85})$$

II.7.3 Analyse des stratifiés multidirectionnels :

Les effets hygrothermiques représentent la superposition de l'effet de température et de l'humidité.

Les efforts et les moments hygrothermiques sont définis par :

$$\begin{aligned}
N_x^{HT} &= N_x^H + N_x^T \\
N_y^{HT} &= N_y^H + N_y^T \\
N_{xy}^{HT} &= N_{xy}^H + N_{xy}^T
\end{aligned} \tag{II.86}$$

$$\begin{aligned}
M_{xy}^{HT} &= M_x^H + M_x^T \\
M_y^{HT} &= M_y^H + M_y^T \\
M_{xy}^{HT} &= M_{xy}^H + M_{xy}^T
\end{aligned} \tag{II.87}$$

$$\begin{aligned}
N_x^{HT} &= \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \left(Q_{11}^i \alpha_x + Q_{12}^i \alpha_y + Q_{16}^i \alpha_{xy} \right) \Delta T t_i + \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \left(Q_{11}^i \beta_x + Q_{12}^i \beta_y + Q_{16}^i \beta_{xy} \right) \Delta C(i) \\
N_x^{HT} &= \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \left(Q_{12}^i \alpha_x + Q_{22}^i \alpha_y + Q_{26}^i \alpha_{xy} \right) \Delta T t_i + \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \left(Q_{12}^i \beta_x + Q_{22}^i \beta_y + Q_{26}^i \beta_{xy} \right) \Delta C(i) \\
N_x^{HT} &= \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \left(Q_{16}^i \alpha_x + Q_{26}^i \alpha_y + Q_{66}^i \alpha_{xy} \right) \Delta T t_i + \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \left(Q_{16}^i \beta_x + Q_{26}^i \beta_y + Q_{66}^i \beta_{xy} \right) \Delta C(i)
\end{aligned} \tag{II.88}$$

$$\begin{aligned}
M_x^{HT} &= \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \left(Q_{11}^i \alpha_x + Q_{12}^i \alpha_y + Q_{16}^i \alpha_{xy} \right) \Delta T t_i z_i + \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \left(Q_{11}^i \beta_x + Q_{12}^i \beta_y + Q_{16}^i \beta_{xy} \right) \Delta C(i) t_i \\
M_y^{HT} &= \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \left(Q_{12}^i \alpha_x + Q_{22}^i \alpha_y + Q_{26}^i \alpha_{xy} \right) \Delta T t_i z_i + \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \left(Q_{12}^i \beta_x + Q_{22}^i \beta_y + Q_{26}^i \beta_{xy} \right) \Delta C(i) t_i \\
M_{xy}^{HT} &= \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \left(Q_{16}^i \alpha_x + Q_{26}^i \alpha_y + Q_{66}^i \alpha_{xy} \right) \Delta T t_i z_i + \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \left(Q_{16}^i \beta_x + Q_{26}^i \beta_y + Q_{66}^i \beta_{xy} \right) \Delta C(i) t_i
\end{aligned}$$

II.8 La diffusion d'eau dans les polymères et composites

Divers modèles de diffusion d'eau existent dans la littérature, permettant de prédire la quantité d'eau absorbée par un matériau composite soumis à une température et une humidité constante. Ces modèles visent à déterminer la cinétique de diffusion, c'est-à-dire l'évolution de la teneur en eau du matériau (notée $C(t)$) en fonction du temps. Le modèle de Fick, le plus connu, prédit une cinétique en deux parties : une augmentation linéaire de la teneur en eau jusqu'à saturation (C_s), puis un plateau correspondant à cette saturation (Fig. II.6, courbe 0). Cependant, de nombreux matériaux composites et matrices polymères présentent une cinétique de diffusion non-Fickienne. Après une absorption rapide d'eau initiale, la reprise en eau se poursuit de manière continue, mais à un rythme plus lent. Contrairement au modèle de Fick, la saturation n'est jamais atteinte. La cinétique de diffusion non-Fickienne présente une première partie

linéaire suivie d'une seconde partie linéaire de pente moindre (Fig. II.6, courbe 1). Cela suggère qu'après une phase initiale de diffusion rapide (quelques jours), un processus de diffusion plus lent prend place. [19]

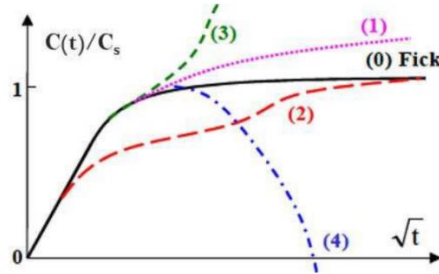


FIGURE II.6 Représentation des 5 catégories de cinétiques d'eau décrites par Weitsman [19] L'analyse de matériaux composites peut parfois nécessiter l'identification de leurs propriétés à partir de données de cinétique incomplètes, c'est-à-dire lorsque l'absorption d'eau n'atteint pas la saturation. Cela peut être le cas pour des processus très longs ou présentant des anomalies de diffusion.

II.9 Modèles de diffusion d'eau

II.9.1 Modèle de Fick

Dans les cas de diffusion d'eau simple à l'intérieur d'une matrice polymère, le modèle de Fick est la référence pour prédire la distribution de l'eau au fil du temps. Pour une situation unidimensionnelle avec un coefficient de diffusion constant (D), la seconde loi de Fick est écrite telle que [15]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \tag{II.89}$$

Où la teneur en eau C'est fonction de l'espace et du temps.

Si l'échantillon étudié est une plaque fine d'épaisseur e, les conditions initiales et aux limites sont :

$$t = 0 \quad -\frac{h}{2} < z < \frac{h}{2} \rightarrow C = C_0 \tag{II.90}$$

$$t > 0 \quad z = \pm \frac{h}{2} \rightarrow C = C_s$$

Avec C₀ la teneur en eau initiale et C_s la teneur en eau aux limites.

Crank [15] [20] [21] a proposé une solution analytique pour le cas spécifique de la diffusion Fickienne dans une plaque mince avec un coefficient de diffusion constant. Cette solution permet de prédire la distribution de l'eau au sein de la plaque en fonction du temps et de la position.

On utilise la transformation de Laplace pour résoudre cette équation, en posant $\bar{C}(z, p) = L(C(z, t))$

On a :

$$L\left(\frac{\partial C}{\partial t}\right) = \int_0^{\infty} e^{-pt} \frac{\partial C}{\partial t} dt = p\bar{C}(z, p) - C(z, 0) = p\bar{C} - C_0 \quad (\text{II.91})$$

Et aussi :

$$L\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}\right) = \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial x^2} \quad (\text{II.92})$$

Donc le système devient :

$$\begin{cases} \frac{d^2 \bar{C}}{dx^2} - \frac{p}{D_z} \bar{C} = -\frac{C_0}{D_z} \\ \frac{d\bar{C}}{dx} = 0 \rightarrow z = -\frac{h}{2} \\ \bar{C} = \frac{C_s}{p} \rightarrow z = +\frac{h}{2} \end{cases} \quad (\text{II.93})$$

On résout l'équation différentielle, alors :

$$\bar{C} = \frac{C_0}{p} + \frac{C_s - C_0}{p} \frac{\cosh z \sqrt{\left(\frac{p}{D_z}\right)}}{\cosh \frac{h}{2} \sqrt{\left(\frac{p}{D_z}\right)}} \quad (\text{II.94})$$

Et grâce à transformation inverse :

$$\bar{C} = C_s + \frac{C_s - C_0}{2i\pi} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{\lambda t} \frac{\cosh z \sqrt{\left(\frac{p}{D_z}\right)}}{\cosh \frac{h}{2} \sqrt{\left(\frac{p}{D_z}\right)}} \frac{d\lambda}{\lambda} \quad (\text{II.95})$$

C'est une intégrale avec deux (02) pôles :

$$\lambda = 0$$

$$\lambda = -D_z \left(\frac{2n-1}{2} \right) \frac{\pi^2}{\left(\frac{h}{2} \right)^2}, n = 1, 2, \dots \quad (\text{II.96})$$

En utilisant les trigonométries et à l'aide du théorème de Cauchy, on obtient :

$$\frac{1}{2i\pi} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{\lambda t} \frac{\cosh z \sqrt{\left(\frac{\lambda}{D_z} \right)}}{\cosh \frac{h}{2} \sqrt{\left(\frac{\lambda}{D_z} \right)}} \frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{4(-1)^n}{\pi(2n-1)} e^{-D_z \left(n - \frac{1}{2} \right)^2 \pi^2 t / h^2} \cos \frac{(2n-1)\pi z}{h} \quad (\text{II.97})$$

Donc la solution finale de l'équation de diffusion 1D avec les conditions initiales et les conditions aux limites qu'on a eues est :

$$C = C_s + \frac{4(C_s - C_0)}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)} \cos \frac{(2n+1)\pi z}{h} \exp \left[\frac{-D_z \left(n - \frac{1}{2} \right)^2 \pi^2 t}{h^2} \right] \quad (\text{II.98})$$

Donc :

$$\frac{C - C_0}{C_s - C_0} = 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)} \cos \frac{(2n+1)\pi z}{h} \exp \left[\frac{-D_z (2n+1)^2 \pi^2 t}{h^2} \right] \quad (\text{II.99})$$

Si la plaque ne contient initialement pas d'humidité $C_0 = 0$ et avec $C_L = C_s$, après intégration sur l'épaisseur, on obtient [14] :

$$C(t) = \left(1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp \left[D \left(\frac{2n+1}{e} \right)^2 \pi^2 t \right] \right) C_s \quad (\text{II.100})$$

Où $C(t)$ est la teneur en eau globale (%) à l'instant t et C_s la teneur en eau globale à saturation (%).

CHAPITRE III :
CALCUL NUMERIQUE
ET RESULTATS

CHAPITRE III CALCUL NUMERIQUE ET RESULTATS

III.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons présenter les résultats des simulations obtenues à travers le programme de calcul développé par le logiciel MATLAB, Pour l'étude du comportement des stratifiés composites à matrice polymère basé sur la théorie classique des stratifiés expliquée dans le chapitre précédant, en tenant compte la contribution de la loi de Fick dans l'analyse du comportement hygrothermique des stratifiés composite à matrice polymère.

III.2 Le Logiciel MATLAB

Matlab est un logiciel de calcul numérique et de programmation développé par la société Math Works. Son nom est une contraction de "Matrix Laboratoire" (Laboratoire de matrices), en référence à sa fonctionnalité principale : la manipulation des matrices. Matlab est largement utilisé dans les domaines scientifiques, techniques et de l'ingénierie pour effectuer des calculs complexes, analyser des données, modéliser des systèmes, développer des algorithmes et créer des interfaces graphiques. [22]

Le langage de programmation utilisé dans Matlab est également appelé Matlab. Il est conçu pour être convivial et intuitif, permettant aux utilisateurs de manipuler facilement des données numériques, d'effectuer des opérations mathématiques avancées et de créer des graphiques et des visualisations.

Matlab propose une large gamme de fonctionnalités, telles que des outils pour l'algèbre linéaire, l'optimisation, le traitement du signal, la modélisation et la simulation, la vision par ordinateur, la reconnaissance de formes, la robotique, le contrôle de systèmes, l'apprentissage automatique, et bien d'autres. Il est également extensible grâce à l'utilisation de boîtes à outils supplémentaires, ce qui permet aux utilisateurs de personnaliser et d'étendre les fonctionnalités de base de Matlab. [23]

III.3 Pourquoi le MATLAB ?

MATLAB est un environnement de programmation et de modélisation largement utilisé dans le domaine des matériaux composites. Il offre de nombreuses fonctionnalités et outils qui peuvent être utilisés pour analyser, modéliser et simuler le comportement des matériaux composites.

Simulation du comportement des matériaux composites MATLAB permet de simuler le comportement des matériaux composites dans différentes conditions de chargement. Vous

pouvez créer des modèles numériques qui simulent le comportement des matériaux sous différentes contraintes, températures, taux de chargement, etc. Ces simulations peuvent aider à comprendre le comportement des matériaux composites et à optimiser leur utilisation dans des applications spécifiques. [22]

III.4 LE MATERIAU COMPOSITE GRAPHITE EPOXY T300/5208

Est un matériau de haute performance largement utilisé dans l'industrie aérospatiale pour la fabrication de structures légères et rigides. Il est constitué de fibres de carbone imprégnées de résine époxy, ce qui lui confère une grande résistance mécanique, une faible densité, une résistance à la corrosion et une faible dilatation thermique. Le T300/5208 est un composite de qualité supérieure de la famille des composites à fibres de carbone et résine époxy. Les fibres de carbone T300 sont des fibres de haute performance, extrêmement rigides et résistantes, tandis que la résine époxy 5208 est une résine de qualité aérospatiale utilisée pour assurer une adhérence et une résistance à la délamination. Le matériau composite graphite époxy T300/5208 est largement utilisé dans la construction d'avions, de fusées, de satellites et de structures de soutien pour les télescopes spatiaux. Il offre une excellente stabilité dimensionnelle, une résistance à la fatigue et une longue durée de vie, ce qui en fait un matériau idéal pour les applications de haute performance dans l'industrie aérospatiale. [24]

III.5 Approche numérique

Au cours de ce travail nous avons développé un programme pour simuler le comportement des stratifiés composites avec la prise en compte de la température et l'humidité, des matériaux composites (T300/5208).

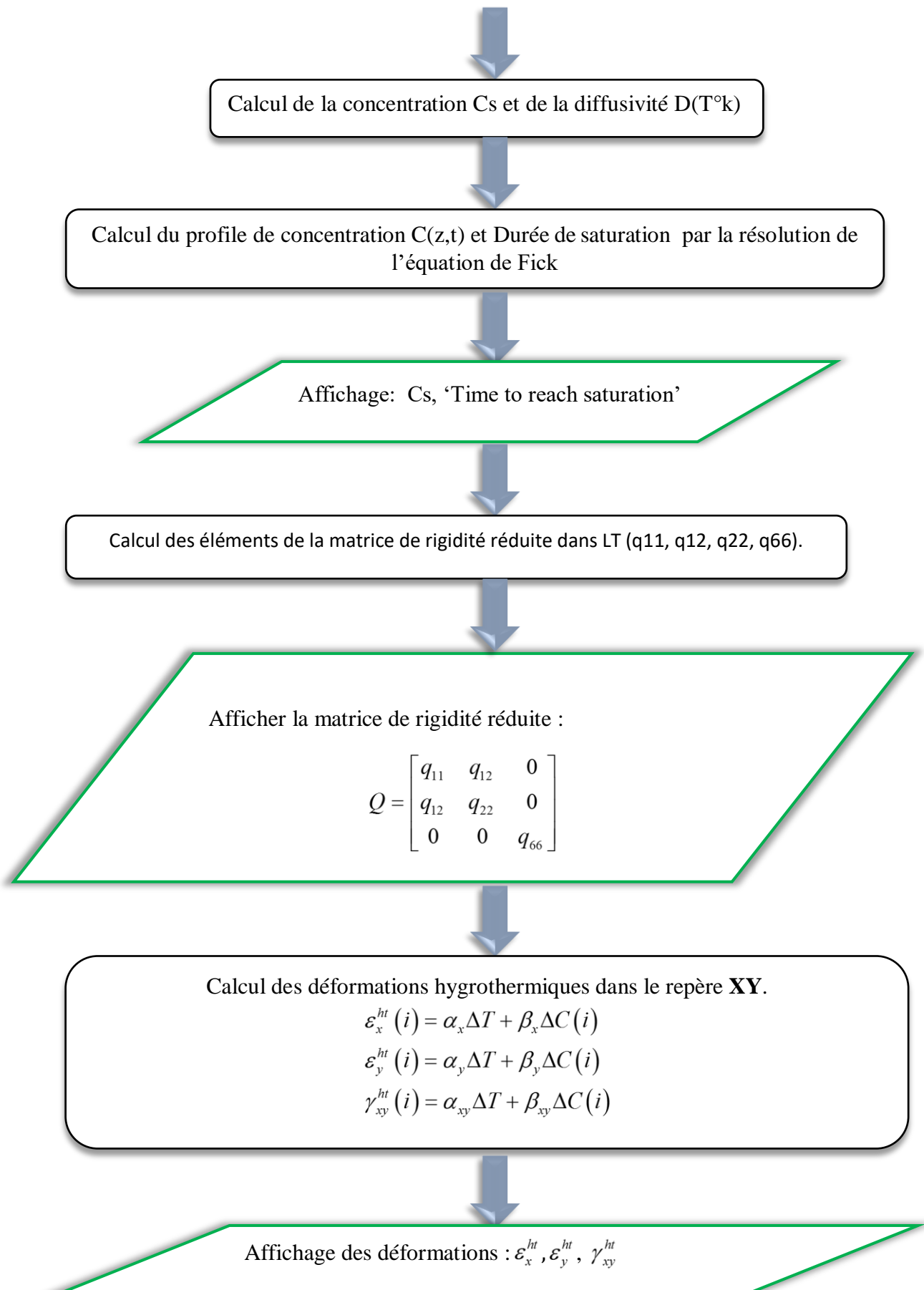
Les étapes de calcul sont expliquées dans l'organigramme ci-dessous :



Propriétés géométriques : Demander le nombre de couches (n_{layers}), l'orientation (θ) et l'épaisseur de chaque couche (τ_{layer}), nombre de divisions par couches ($n_{divisions_per_layer}$)

Propriétés mécaniques : Les modules d'élasticités longitudinal et transversal (E_L , E_T), le coefficient de poisson (ν_{LT}) et le module de cisaillement (GLT).

Propriétés hygrothermiques : Les coefficients de dilatation thermique (α_L , α_T), les températures (T), les coefficients de dilatation hygroscopique (β_L , β_T), le temps ($time$), humidité relative ($HR\%$), l'agent hygroscopiques (C_0)



Calcul de la matrice de rigidité réduite dans **XY** (Q'_{11} , Q'_{12} , Q'_{16} , Q'_{22} , Q'_{21} , Q'_{26} , Q'_{66}).

Afficher : $Q' = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_i$ en GPa

Calcul de A, B et D :

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) (Q'_{ij})_k$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) (Q'_{ij})_k$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) (Q'_{ij})_k$$

A (N/m), B (N), D (N.m) :

$$ABD = \begin{bmatrix} A \times 10^9 & B \times 10^9 \\ B \times 10^9 & D \times 10^9 \end{bmatrix}, \quad ABBD = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix}$$

Affichage de ABBD : $ABD = \begin{bmatrix} A \times 10^9 & B \times 10^9 \\ B \times 10^9 & D \times 10^9 \end{bmatrix}$

Calcul des déformations membrane et courbure :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = [abd] * \begin{Bmatrix} \overline{N}_x \\ \overline{N}_y \\ \overline{N}_{xy} \\ \overline{M}_x \\ \overline{M}_y \\ \overline{M}_{xy} \end{Bmatrix}$$

Sachant que :

$$\begin{aligned} \{\overline{N}\}_{x,y} &= \{N^{HT}\}_{x,y} + \{N\}_{x,y} & \{N^{HT}\}_{x,y} &= \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [Q']_k * \{\varepsilon^{ht}\}_{x,y} dz \\ \{\overline{M}\}_{x,y} &= \{M^{HT}\}_{x,y} + \{M\}_{x,y} & \{M^{HT}\}_{x,y} &= \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [Q']_k * \{\varepsilon^{ht}\}_{x,y} * z dz \end{aligned}$$

Et :

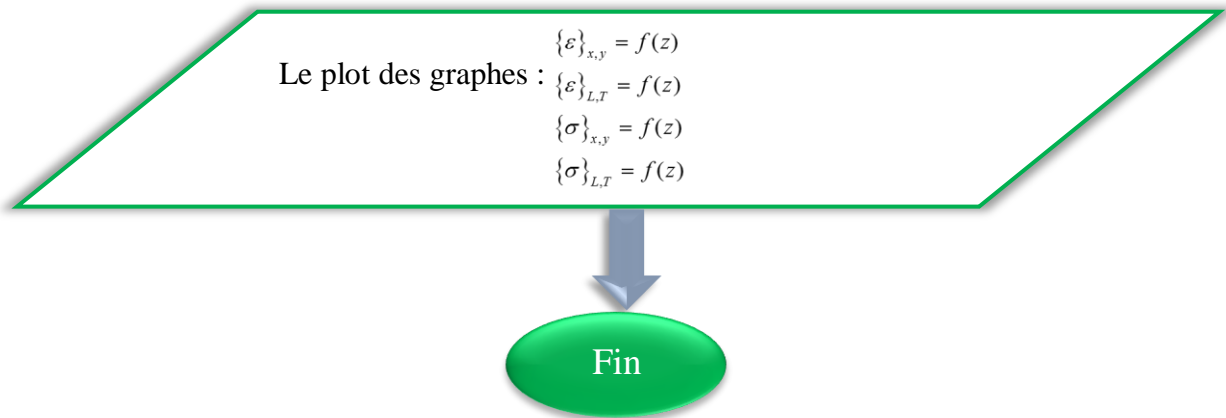
Affichage de $\varepsilon_{xx}^0, \varepsilon_{yy}^0, \gamma_{xy}^0, k_x, k_y, k_{xy}$.

Calcul des déformations et contraintes dans LT et XY :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{ht} \\ \varepsilon_{yy}^{ht} \\ \gamma_{xy}^{ht} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{Bmatrix}_k$$

Affichage de $\{\varepsilon\}_{x,y}, \{\varepsilon\}_{L,T}, \{\sigma\}_{x,y} (GPa), \{\sigma\}_{L,T} (GPa)$.



III.6 Simulations

Pour évaluer l'effet de la température et l'humidité, on a simulé le comportement d'un stratifié de matériau T300/5208 dont les caractéristiques sont :

Tableau III. 1 Caractéristiques mécanique de T300/5208. [25]

$\alpha_L(10^{-6}k^{-1})$	$\alpha_T(10^{-6}k^{-1})$	β_L	β_T	E_L (Gpa)	E_T (Gpa)	G_{LT} (Gpa)	V_{LT}
0.02	22.5	0	0.6	181	10.3	7.1	0.28

Tableau III. 2 Caractéristiques de diffusion du T300/5208.

	Concentration saturation
T300/5208	$C_s = 0.015HR$

- ❖ Le stratifié étudié est de cinq couches (-45°/30°/0°/30°/-45) d'une épaisseur totale 1mm (0.2 mm pour chaque couche).

Les résultats du programme ont été validés avec la référence [3].

III.6.1 Profils de concentration à travers l'épaisseur du stratifier en T300/5208

❖ Simulation 1 : Influence d'humidité relative

Tableau III. 3 les données de simulation 1

T(C°)	Time (s)	Time (heure)	C_0	HR%
40	3780000	1050	0	20% 40% 90%

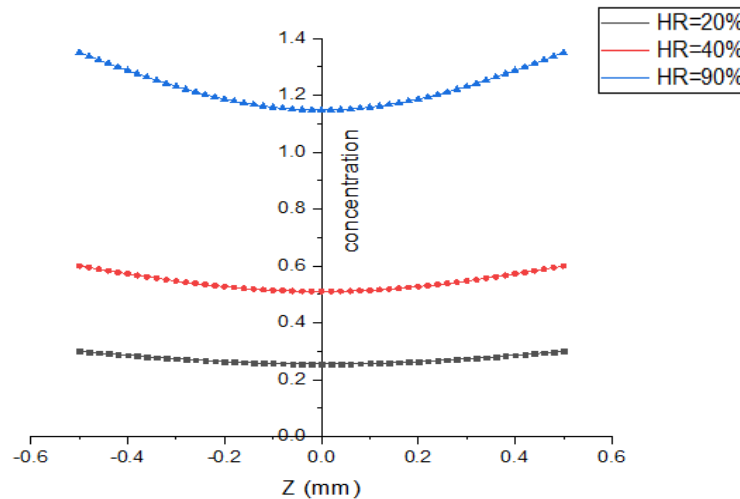


FIGURE III. 1 Profils de concentration à travers l'épaisseur du stratifier en T300/5208 pour différentes humidité relative (HR)

Interprétation et commentaires :

Les graphes montrent la variation de la concentration en fonction de la position (Z) à travers un matériau pour trois niveaux d'humidité relative (HR = 20%, 40%, 90%). Les courbes représentées en noir, rouge et bleu correspondent respectivement à des humidités relatives de 20%, 40% et 90%.

Ces courbes illustrent clairement l'impact de l'humidité relative sur la concentration de l'humidité au sein d'un matériau, avec une relation directe entre l'augmentation de HR et l'augmentation de la concentration d'humidité, ainsi qu'une distribution parabolique de cette concentration à travers le matériau.

❖ Simulation 2 : Influence de la température opérationnelle

Tableau III. 4 les données de simulation 2

T(C°)	Time (h)	C ₀	HR%
25°	1050	0	40%
40°			
60°			

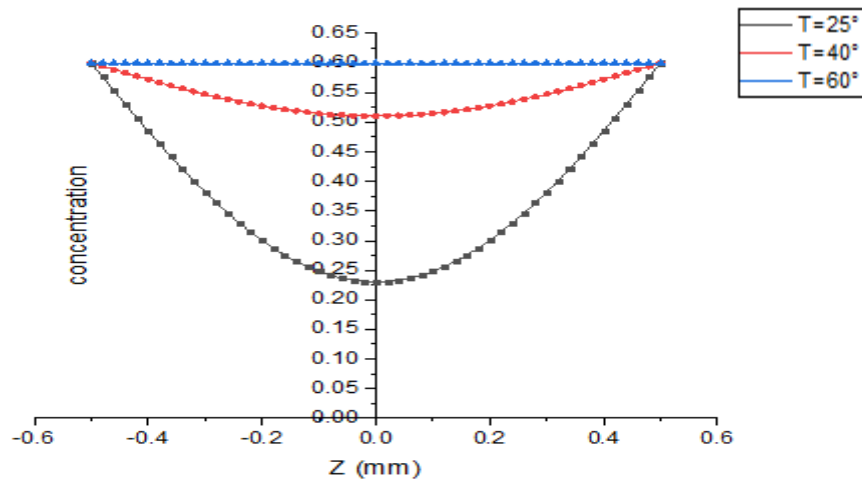


FIGURE III. 2 Profils de concentration à travers l'épaisseur du stratifier en T300/5208 pour différentes température opérationnelle (T)

Interprétation et commentaire :

Les graphes présente la variation de la concentration en fonction de la position (Z) à travers un matériau pour trois températures différentes ($T = 25^{\circ}\text{C}$, 40°C , 60°C). Les courbes représentées en noir, rouge et bleu correspondent respectivement aux températures de 25°C , 40°C et 60°C .

Ces graphes illustrent clairement l'impact de la température sur la concentration de l'humidité au sein d'un matériau, avec une relation directe entre l'augmentation de la température et l'augmentation de la concentration d'humidité, ainsi qu'une distribution parabolique inversée de cette concentration à travers le matériau.

❖ Simulation 3 : Variation de l'épaisseur (H)

Tableau III. 5 Influence de l'épaisseur sur le temps de saturation

H (mm)	Cs	T (c°)	HR%	Temps de saturation(h)	%
H1=1mm	0.6	25°	40%	10360 h	25/100
H2=2mm	0.6	25°	40%	41439 h	100/100
H2=3mm	0.6	25°	40%	93237 h	224.99/100

❖ Simulation 4 : Variation de la température (T)

Tableau III. 6 Influence de température sur le temps de saturation

H (mm)	Cs	T (c°)	HR%	Temps de saturation (h)	%
H1=1mm	0.6	25 c°	40%	10360 h	100/100
H2=1mm	0.6	40 c°	40%	10360 h	33.81/100
H3=1mm	0.6	60 c°	40%	960 h	9.27/100

❖ Simulation 5 : Influence d'humidité relative

Tableau III. 7 Influence de l'humidité relative sur le temps de saturation

H (mm)	Cs	T (c°)	HR%	Temps de saturation (h)	%
H1=1mm	0.3	25°	20%	10360 h	100/100
H2=1mm	0.6	25°	40%	10360 h	100/100
H3=1mm	1.35	25°	90%	10360 h	100/100

Interprétation et commentaires :

Dans cette simulation, nous calculons le temps de saturation à partir de l'équation de Fick. Nous faisons varier l'épaisseur du stratifié ($H = 1, 2, 3$ mm) tandis que la température opérationnelle (T) et l'humidité relative (HR) restent constantes. Les résultats montrent que l'augmentation de l'épaisseur entraîne une augmentation du temps de saturation. Ensuite, nous fixons l'épaisseur et faisons varier la température opérationnelle. Lorsque la température augmente, le temps de saturation diminue.

Dans le dernier cas, nous faisons varier l'humidité relative tout en fixant les autres paramètres. Malgré les variations de l'humidité relative, le temps de saturation reste inchangé.

III.6.2 L'influence de la température opérationnelle avec $\Delta C=0$:

Pour montrer l'effet de température opérationnelle, on a simulé le comportement du Stratifiés dans plusieurs cas de température :

Tableau III. 8 les données de simulation d'influence de température opérationnelle

T0 (C°)	Tops (C°)	DeltaC
180 C°	20 C°	0
	40 C°	
	60 C°	

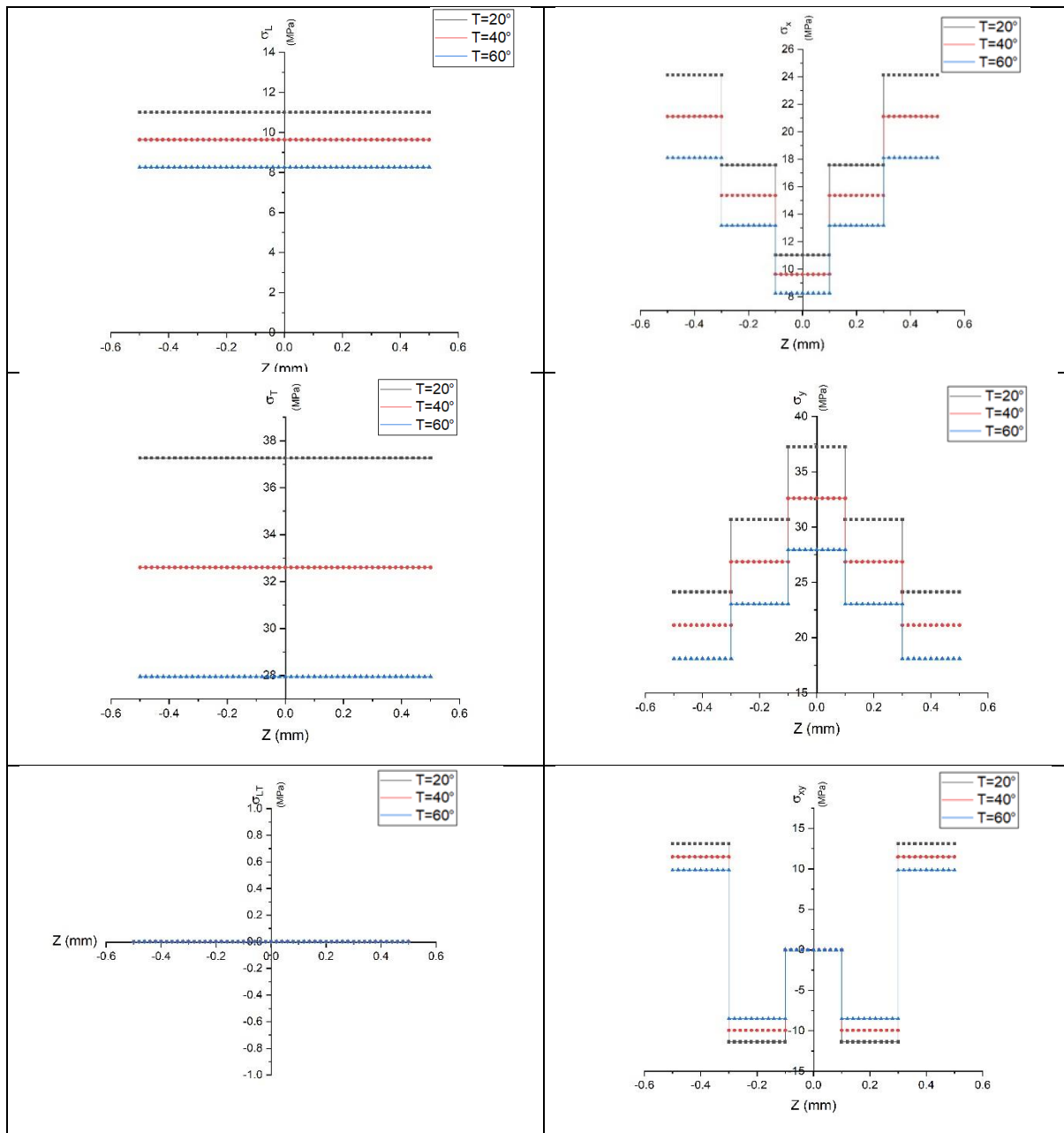


FIGURE III. 3 influence de la température opérationnelle avec Delta C = 0

Interprétation et commentaires :

La Figure III .3 montre l'influence de la température opérationnelle sur les contraintes dans un stratifié composite, avec $\Delta C = 0$. Les graphiques affichent les contraintes à travers l'épaisseur du stratifié pour trois températures ($T=20^\circ\text{C}$, $T=40^\circ\text{C}$, et $T=60^\circ\text{C}$). À mesure que la température augmente, les contraintes normales σ_x et σ_y ainsi que les contraintes longitudinales σ_L et transversales σ_T diminuent, indiquant que l'expansion thermique réduit les contraintes de traction dans ces directions. La contrainte de σ_{xy} montre une diminution en mode compression dans les couches extérieures ($-0,5 < z < -0,3$ et $0,3 < z < 0,5$) et en mode traction dans les couches intérieures ($-0,3 < z < -0,1$ et $0,1 < z < 0,3$), suggérant une interaction complexe entre

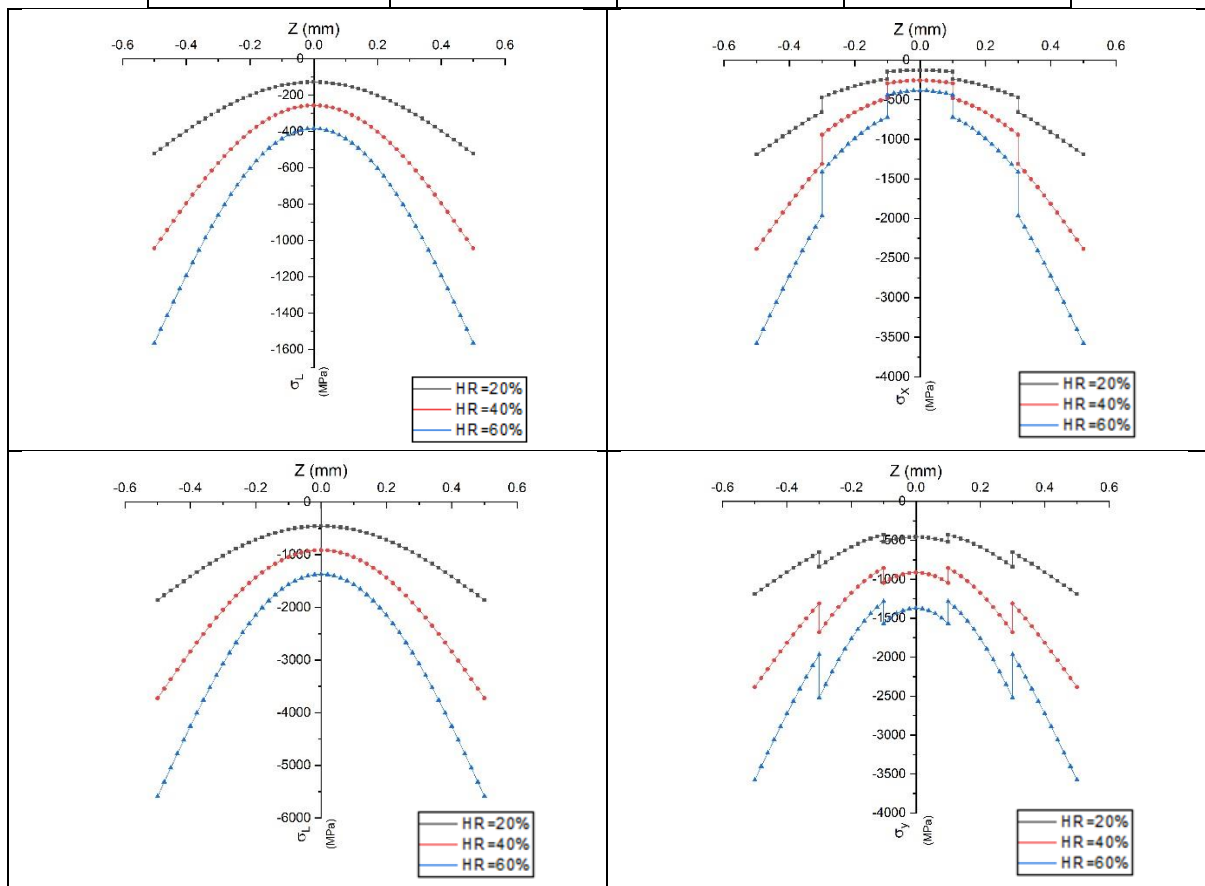
l'expansion thermique et les contraintes mécaniques. En résumé, l'augmentation de la température réduit les contraintes dans le stratifié composite, avec des effets plus prononcés dans les couches extérieures.

III.6.3 L'influence de L'humidité relative HR% avec delta T=0

Dans cette simulation on fera varier le taux d'humidité relative, pour voir l'influence de ce dernier, avec un ΔT et une C_0 égale à 0, et un temps d'exposition égale à 750 heures

Tableau III. 9 les données de simulation d'influence de L'humidité relative

T (C°)	DeltaT	time	HR
25 C°	0	750 h	20%
			40%
			60%



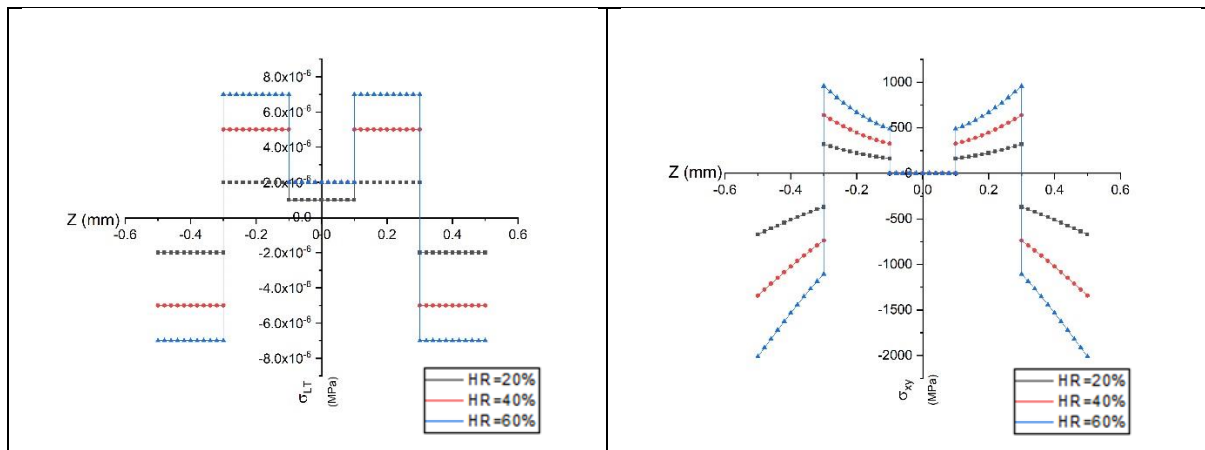


FIGURE III. 4 influence de l’humidité relative avec Delta T = 0

Interprétation et commentaires :

Les graphiques de la Figure III.4 illustrent l'impact de l'humidité relative (HR%) sur les contraintes dans un stratifié composite, avec $\Delta T = 0$. Ils montrent les contraintes à travers l'épaisseur du stratifié pour trois niveaux d'humidité relative différents (HR=20%, HR=60%, et HR=80%). Les observations indiquent que les contraintes (σ_x , σ_y , σ_L , et σ_T) augmentent en valeur absolue avec une humidité plus élevée, ce qui correspond à une augmentation des contraintes de compression le long des directions x, y, longitudinale et transversale. En revanche, les contraintes (σ_{xy} et σ_{LT}) restent relativement stables, avec une légère augmentation observée pour la contrainte σ_{LT} à mesure que l'humidité augmente. Globalement, une humidité relative plus élevée accentue significativement les contraintes de compression normales à travers le stratifié, tandis que son effet sur les contraintes de σ_{LT} est minime.

III.6.4 L’influence de Temps t

Dans cette simulation on fera varier le temps (Time) pour voir l’influence de ce dernier. Avec une température opérationnelle $T_{op}=25^{\circ}C$ constante et l’humidité relative HR=40%

Tableau III. 10 les données de simulation d’influence de Temps

T0	T(C°)	HR%	Time	C0
180 C°	25 C°	40%	550 h	0
			750 h	
			1050 h	

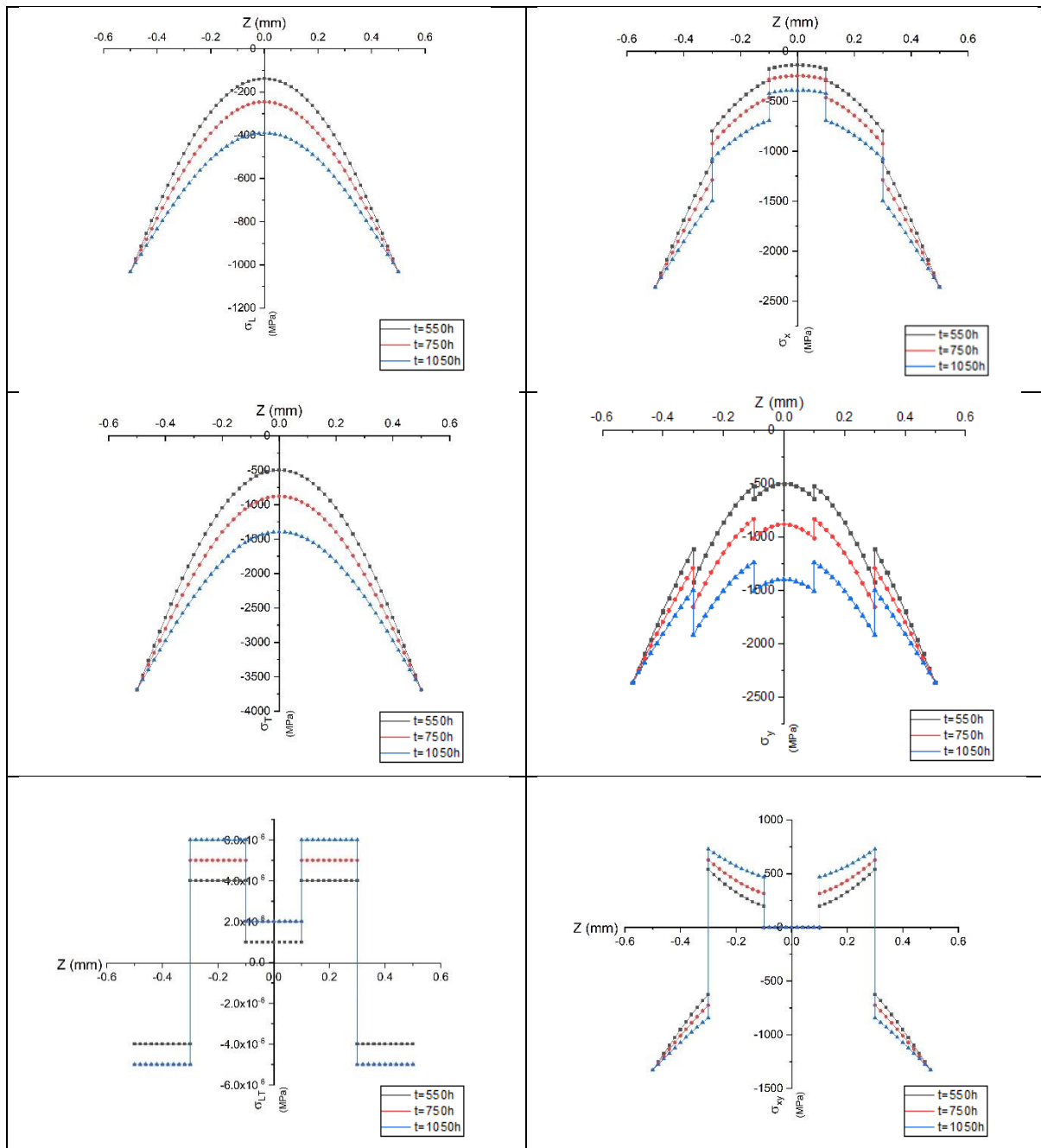


FIGURE III. 5 l'influence de Temps t avec $C_0=0$

Interprétation et commentaires :

La Figure III.5 illustre l'évolution des contraintes dans un stratifié composite à différents moments dans le temps, avec l'humidité relative et la température fixées. Les courbes montrent les contraintes à travers l'épaisseur du stratifié pour $t = 550$ heures, $t = 750$ heures, et $t = 1050$ heures. Les contraintes (σ_x , σ_y , σ_L , et σ_T) augmentent avec le temps, atteignant des valeurs maximales avant de diminuer, indiquant une évolution symétrique. Les contraintes (σ_{xy} et σ_{LT}) restent relativement stables au fil du temps, avec des variations minimales. En somme, le temps influence davantage les contraintes (σ_x , σ_y , σ_L , et σ_T) que les contraintes (σ_{xy} et σ_{LT}) dans le

stratifié composite, avec des valeurs maximales des contraintes normales atteignant leur pic à $t = 1050$ heures.

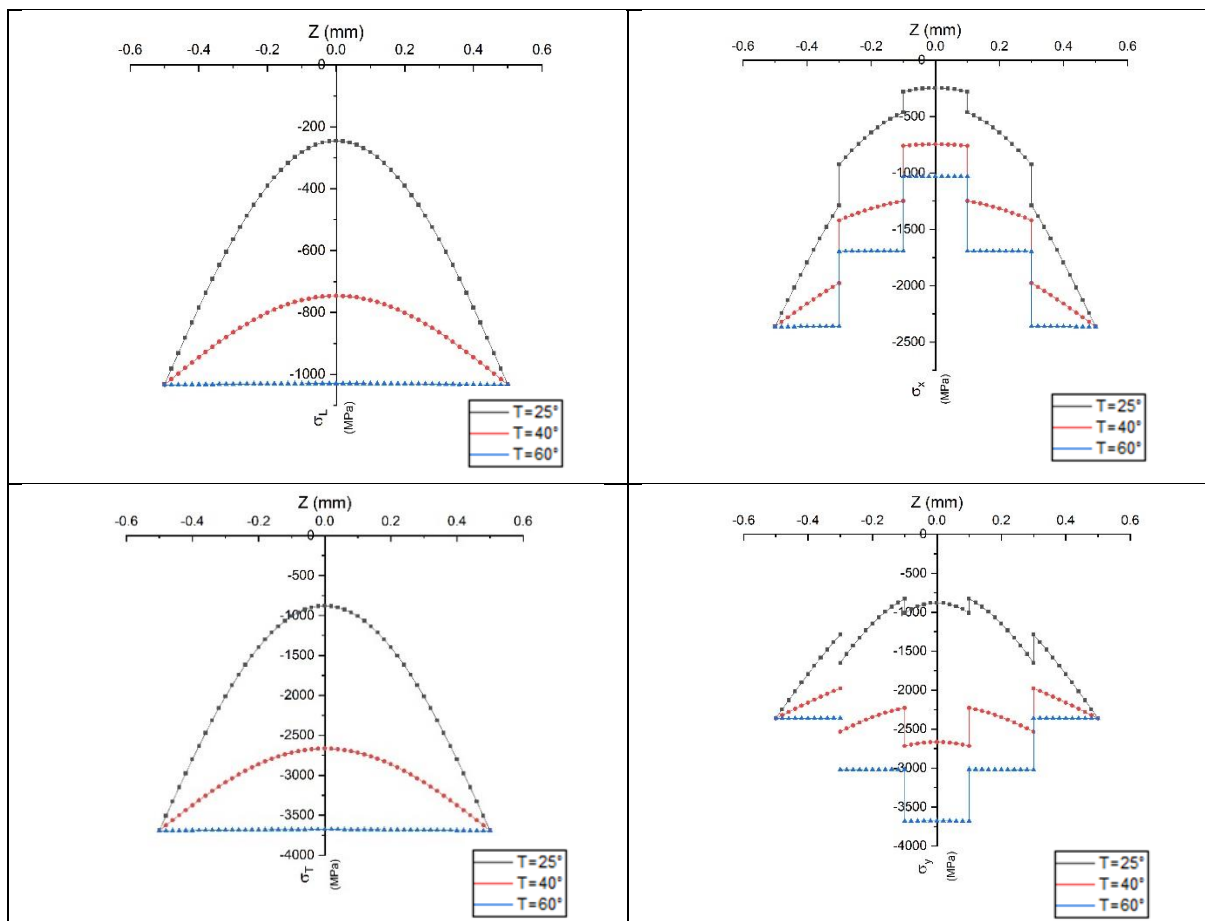
III.6.5 L'influence de la température :

III.6.5.1 L'influence de température opérationnelle avec $\Delta C \neq 0$

Dans cette simulation on fera varier le temps opérationnelle Time=750h pour voir l'influence de ce dernier. Avec l'humidité relative HR=40%

Tableau III. 11 les données de simulation d'influence de Température opérationnelle

T0	T(C°)	HR%	Time	C0
180 C°	25 C°	40%	750 h	0
	40 C°			
	60 C°			



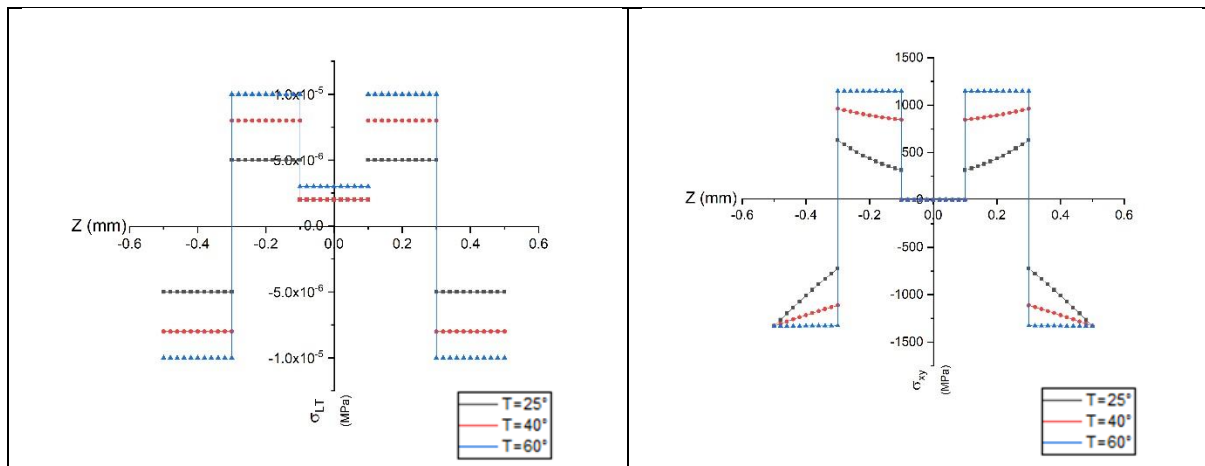


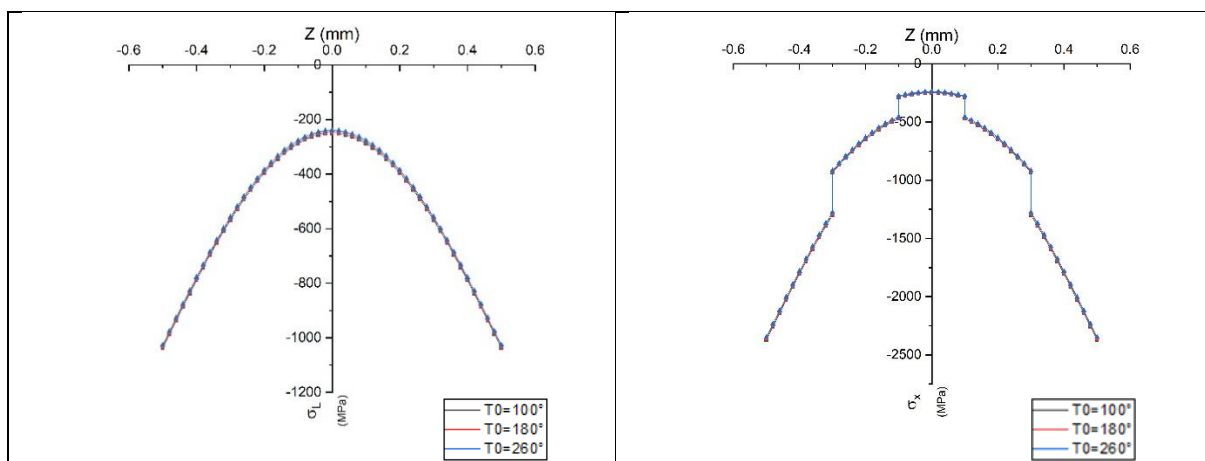
FIGURE III. 6 l'influence de température opérationnelle avec $C_0=0$

III.6.5.2 L'influence de la température référentielle T_0

Dans cette simulation on fera varier la température référentielle T_0 pour voir l'influence de ce dernier. Avec une température opérationnelle $T=25^\circ\text{C}$ constante et l'humidité relative $HR=40\%$

Tableau III. 12 les données de simulation d'influence de Température référentielle T_0

T_0	$T(^\circ\text{C})$	HR%	Time	C_0
100 $^\circ\text{C}$	25 $^\circ\text{C}$	40%	750 h	0
180 $^\circ\text{C}$				
260 $^\circ\text{C}$				



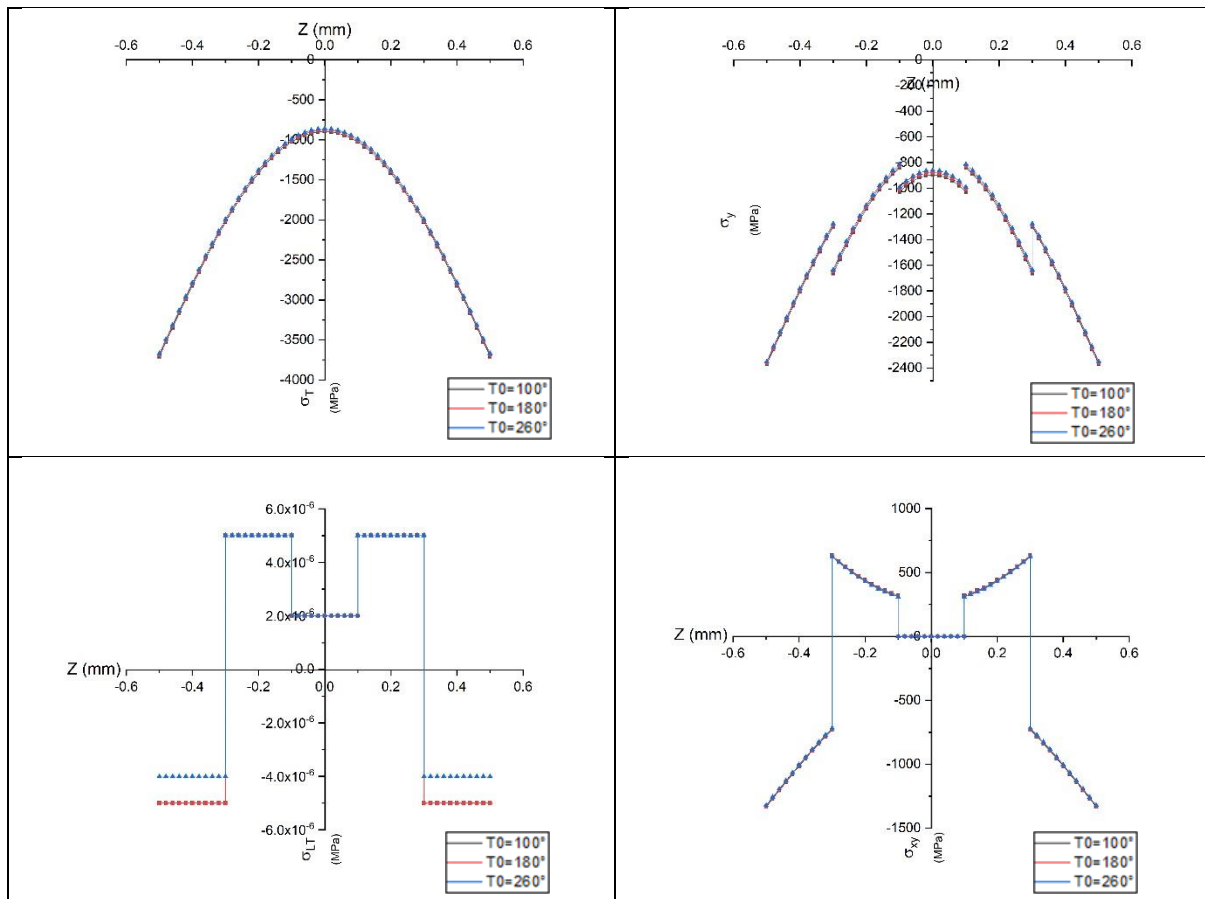


FIGURE III. 7 L'influence de la température référentielle T0 avec C0=0

Interprétation et commentaires :

La Figure III.6 examine l'influence de la température opérationnelle sur les contraintes dans un stratifié composite. Chaque sous-graphe illustre les variations des contraintes normales ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_L, \sigma_T$) et (σ_{xy}, σ_{LT}) à travers l'épaisseur du stratifié pour les températures spécifiques de 60°C, 40°C, et 25°C. Les contraintes ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_L, \sigma_T$) montrent une augmentation significative avec la température, atteignant des valeurs maximales plus élevées à 60°C, tandis que les contraintes (σ_{xy}, σ_{LT}) demeurent relativement stables. Ces résultats soulignent l'importance de considérer l'impact de la température pour assurer la durabilité et la performance des composites dans diverses applications.

Dans le cas du changement de température référentielle T0 on voit une influence moins sur les contraintes par rapport à la température opérationnelle quelle que soient les variations de T0

III.6.6 L'influence de L'humidité relative HR% avec delta T ≠ 0

Dans cette simulation on fera varier le taux d'humidité relative, pour voir l'influence de ce dernier, avec un ΔT différent de zéro, une C0=0 et un temps d'exposition égale à 750 heures

Tableau III. 13 les données de simulation L'influence de L'humidité relative HR% avec $\Delta T \neq 0$

T0	T(C°)	HR%	Time	C ₀
180	25 C°	20%	750 h	0
C°		40%		
		60%		

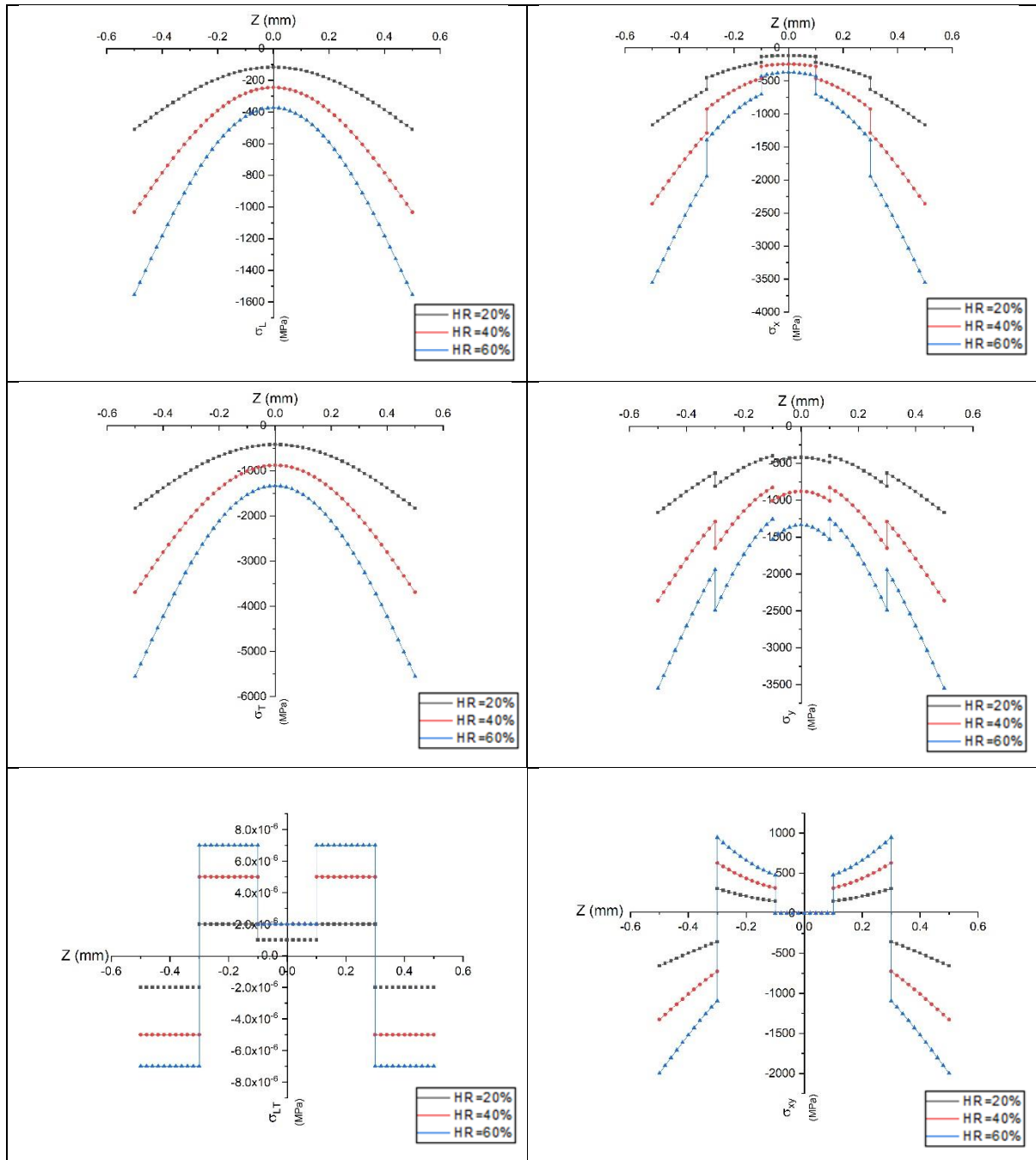


FIGURE III. 8 L'influence de L'humidité relative HR% avec $\Delta T \neq 0$

Interprétation et commentaires :

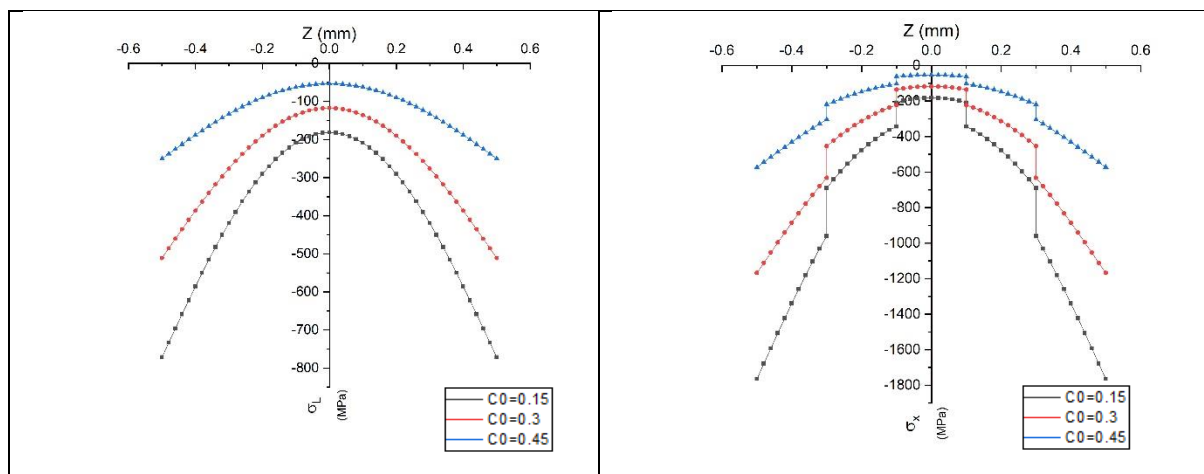
La figure III.8 montre l'influence de l'humidité relative (HR%) sur les contraintes dans un stratifié composite. Les graphiques comparent les contraintes pour HR=20%, HR=40% et HR=60%. À mesure que l'humidité augmente, les contraintes (σ_x , σ_y , σ_L , et σ_T) montrent une augmentation, indiquant un effet stimulant de l'humidité sur le matériau. Les courbes des contraintes (σ_{xy} et σ_{LT}) Afficher une augmentation en mode compression dans les couches extérieures et en mode traction dans les couches intérieures. En résumé, l'augmentation de l'humidité relative augmente globalement les contraintes dans le stratifié composite, avec des effets plus marqués dans les couches extérieures.

III.6.7 L'influence de concentration initiale C_0

Dans cette simulation on fera varier la concentration initiale C_0 défèrent de zéro, avec un temps d'exposition égale à 750 heures et HR= 40%

Tableau III. 14 les données de simulation d'influence de C_0

T0	T(C°)	HR%	Time	C_0
180 C°	25 C°	40%	750 h	0.15
				0.3
				0.45



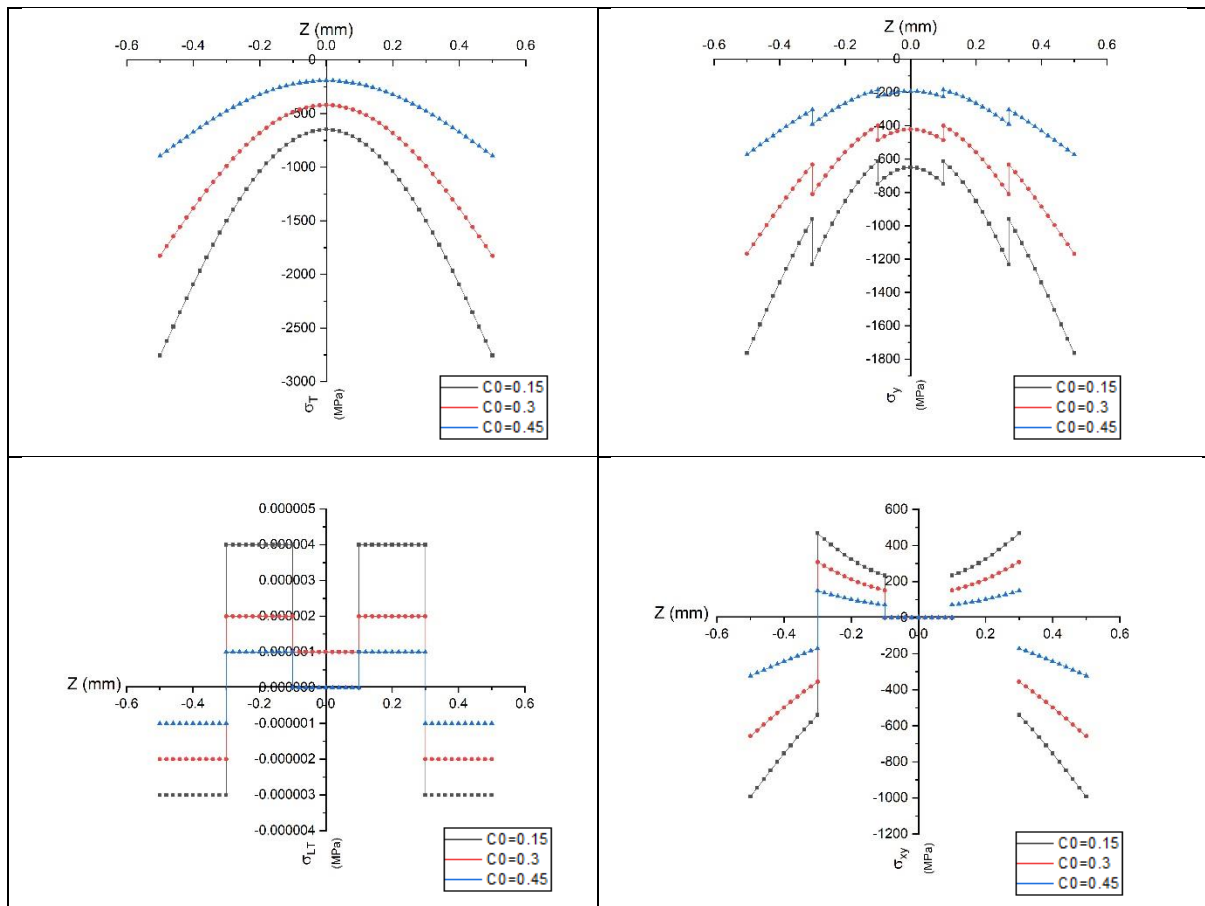


FIGURE III. 9 L'influence de concentration initiale C_0

Interprétation et commentaires :

La figure III.9 montre l'influence de C_0 sur les contraintes dans un stratifié composite pour trois valeurs : $C_0=0.15$, $C_0=0.3$, et $C_0=0.45$. À mesure que C_0 augmente, les contraintes (σ_x , σ_y , σ_L , et σ_T) diminuent, avec des valeurs maximales aux extrémités du stratifié pour $C_0=0.15$. Pour $C_0=0.3$ et $C_0=0.45$, les contraintes diminuent progressivement, indiquant que des valeurs plus élevées de C_0 réduisent les contraintes de traction et de compression. Les contraintes (σ_{xy} et σ_{LT}) montrent des variations complexes, diminuant en mode compression dans les couches extérieures et en mode traction dans les couches intérieures. En résumé, l'augmentation de C_0 réduit les contraintes dans le stratifié composite, avec des effets plus marqués dans les couches extérieures.

Conclusion Générale

Ce Projet de Fin d'Études a permis de réaliser une analyse approfondie du comportement des stratifiés composites à matrice polymère en tenant compte des paramètres environnementaux dans lesquels ces matériaux opèrent. En particulier, l'étude s'est focalisée sur la distribution transitoire de la concentration d'eau absorbée par le composite, modélisée par l'équation de Fick.

Les résultats obtenus montrent que la température et l'humidité ont une influence significative sur le processus d'absorption et la diffusivité de l'eau dans les composites.

La simulation révèle que le temps de saturation augmente avec l'épaisseur du stratifié, diminue avec la température, et reste inchangé avec les variations de l'humidité relative.

L'augmentation de la température réduit les contraintes normales et longitudinales dans un stratifié composite, avec des effets plus prononcés dans les couches extérieures et des variations complexes des contraintes transversales.

Les contraintes normales dans le stratifié composite augmentent progressivement avec le temps jusqu'à atteindre leur pic à $t = 1050$ heures, tandis que les contraintes transversales restent stables, mettant en évidence l'effet prédominant du temps sur les propriétés mécaniques du matériau.

Les résultats montrent que les paramètres de référence de fabrication (T_0 , C_0) ont une influence sur l'état de contrainte.

L'utilisation de MATLAB pour simuler ces phénomènes a permis de développer des outils numériques robustes capables de prédire le comportement hygrothermique des stratifiés composites. Ces simulations sont cruciales pour la conception et l'optimisation des composites dans des applications où les conditions environnementales peuvent varier considérablement.

Finalement, cette étude fournit une meilleure compréhension des interactions entre les composites à matrice polymère et leur environnement, ouvrant ainsi la voie à des matériaux plus durables et performants dans des conditions variées. Les résultats obtenus peuvent servir de base pour des études futures et pour l'amélioration des méthodes de conception et de fabrication des composite.

Bibliographie

- [1] M. Buragohain, Composite Structures: Design, Mechanics, Analysis, Manufacturing, and Testing (1st ed.) (2017).
- [2] D. Gay, Matériaux composites, (4th ed.) (Matériaux), Paris : Hermès,, 1997.
- [3] J.-M. Berthelot, " Mécanique des Matériaux et Structures Composites"., Paris Milan Barcelone Bonn : IUT, université de technologie. Université du Maine. Le Mans et institut supérieur des matériaux et mécaniques avancés du Mans, , Novembre 2010.
- [4] D. Youcef, étude de la rupture en mode I d'ouverture des matériaux composites,, Université Mohamed Khoukri Biskra,, 2003-2004.
- [5] A. Kaw, Mechanics of Composite Materials (2nd ed.). CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781420058200> (2005)..
- [6] M. A. B. Henni, Contribution a l'étude de la vibration des plaques en matériaux composites sous charge mécanique et thermomécanique, (Doctoral dissertation, Université Ibn Khaldoun-Tiaret-), (2019)..
- [7] L. Gornet., Généralités sur les matériaux composites., Engineering school. France., 2008. (cel-00470296)
- [8] Pierre Bardonnnet, Technique de l'ingénieur, IngénieurECAM..
- [9] Comportement des matériaux composites, Technologies de mise en œuvre, Caractérisation mécanique des matériaux composites..
- [10] Glossaire des matériaux composites – CARMA –, Actualisation octobre 2006.
- [11] H.A. Anouar et B. Abderraouf, prise en compte de l'équation de Fick dans l'analyse du comportement hygrothermomécanique des plaques composites épaisses,, institut d'aéronautique et études spatiales-Blida. : Mémoire de Master, , septembre 2022..
- [12] T. Djellel, Etude thermoélastique composites avec la prise en compte de l'effet de température sur les propriétés mécaniques, 2007.Chap01 P16.
- [13] «Toulous Pourquoi l'A350 est révolutionnaire,» chez *La Dépêche du Midi*, Décembre 2014.
- [14] «https://www.appropedia.org/Composites_in_the_Aircraft_Industry#cite_note-F-1,» [En ligne].
- [15] B.Boukert, Prise en compte du vieillissement hygrothermique dans l'analyse du comportement des composites hybrides,, Institut d'aéronautique et des études spatiales-Blida. : Mémoire de Magister,, juillet 2011..
- [16] O.Khalifaoula.Aibeche, "Analyse des contraintes hygrothermiques dans les stratifiés composite mince à matrice polymère avec élaboration d'une interface de calcul", Mémoire du projet de fin d'étude,, Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales, Blida, Algérie., 2019.
- [17] Z.Sereir. E.A. Adda-Bedia, "Use of hybrid composites for the reduction of hygroscopic stresses at edges of plates exposed to the symmetrical environmental conditions", Elsevier, , October 2005..

- [18] JN.Reddy, "Mechanics of laminated composite plates and shells theory and analysis",, CRC Press, second edition, 2004,.
- [19] S. F. A. C. F. J.Cocaud, ," Vers une méthodologie d'identification des paramètres de diffusion d'eau dans polymères et composites"., Conference Paper, Université de Nantes. Nantes, France, , 2017..
- [20] H.S Carslaw and J.C Jaeger, Operational methods in applied mathematics»,,, Clarendon Press, Oxford..
- [21] J. CRANK, «The mathematics of diffusion»,, 2nd edition., Oxford England: Clarendon Press, , 1975..
- [22] «<https://www.bing.com/search?pglt=41&q=MATLAB+dans+les+mat%C3%A9riaux+composites+pdf&>
[En ligne].
- [23] ««MathPourTous,»[En ligne]. Available : <https://matlabpourtous.com/presentation/presentation-de-matlab/>
[Accès le 2019].,» [En ligne].
- [24] «Matériau composite à fibre de carbone et matrice époxy (T300 /5208),» [En ligne]. Available:
<https://www.bing.com +matériau+t300/5208+characteristics>.
- [25] S. W. Tsai, “Composites Design” Think Composites, Dayton, Paris, Tokyo, 1987.
- [26] J.-M. Berthelot, "Matériaux composites, Comportement mécanique et analyse des structures"., Paris Mil
Barcelone Bonn : Institut universitaire de technologie. Université du Maine. Le Mans et institut supérieur
matériaux du Mans, , 1992..