

OUINAS Djamel

APPLICATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

**Cours et exercices corrigés
A l'usage des ingénieurs**

Tome 1



OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES

Table des Matières

Introduction	7
Chapitre I	
Rappels sur Calcul Matriciel, Energie de Déformation	
1.1. Définition d'une matrice	11
1.2. Matrice ligne et colonne.....	11
1.3. Opérations matricielles	11
1.3.1. Egalité des matrices.....	11
1.3.2. Addition et soustraction de deux matrices.....	12
1.3.3. Produit d'une matrice par un scalaire.....	13
1.3.4. Produit de deux matrices.....	13
1.4. Transposée d'une matrice	16
1.5. Matrices spéciales.....	18
1.5.1. Matrice carrée.....	18
1.5.2. Matrice nulle	18
1.5.3. Matrice diagonale.....	18
1.5.4. Matrice identité (matrice d'unité).....	18
1.5.5. Matrice scalaire.....	19
1.5.6. Matrice triangulaire.....	19
1.5.7. Sous-matrices.....	19
1.6. Matrice inverse	20
1.7. Puissance d'une matrice.....	21
1.8. Valeur absolue et norme d'une matrice.....	22
1.9. Matrice orthogonale	22
1.10. Déterminant d'une matrice.....	23
1.11. Rang d'une matrice.....	27
1.12. Valeurs propres et vecteurs propres d'une matrice.....	29
1.13. Changement de repère.....	31
1.14. Energie de déformation	33
1.14.1. Définitions	33
1.14.2. Traction pure (ou de compression).....	34
1.14.2.1. Travail des forces extérieures W_{ext} (poids propre négligé).....	34
1.14.2.2. Énergie de déformation.....	35
1.14.3. Sollicitation de torsion.....	36
1.14.3.1. Travail des forces extérieures (Poids propre négligé).....	36
1.14.3.2. Énergie de déformation.....	36
1.14.4. Sollicitation de flexion.....	37
1.14.4.1. Travail des forces extérieures (Poids propre négligé).....	37
1.14.4.2. Énergie de déformation.....	37
1.14.5. Sollicitation de cisaillement.....	38
1.14.5.1. Travail des forces extérieures.....	38

1.14.5.2. Énergie de déformation	38
1.15. Récapitulation des Formules de l'énergie de déformation.....	39
1.16. Travaux virtuels.....	39
1.17. Principe du travail virtuel complémentaire (dû à la force virtuelle)	41
1.18. Premier théorème de Castigliano	41
1.19. Second théorème de Castigliano.....	42
Exercices non résolus.....	46

Chapitre II Traction-Compression

2.1. Introduction.....	49
2.2 Ressort linéaire.....	50
2.2.1. Assemblages des éléments dans le système des coordonnées globales.....	52
2.3. Ressort spirale.....	57
2.4. Élément de barre élastique.....	58
2.5. Charges variables	72
2.5. Charges thermiques	85
Exercices non résolus.....	89

Chapitre III Structures Treillis

3.1 Introduction	93
3.2 Équations nodales d'équilibre	94
3.3. Transformation d'élément.....	98
3.4. Forces axiales.....	100
3.5. Allongement dû aux forces axiales.....	101
Exercices non résolus.....	127

Chapitre IV Flexion par éléments finis

4.1. Introduction	131
4.2. Théorie de Flexion	131
4.3. Equation différentielle pour une poutre en flexion.....	133
4.4. Conditions de frontière pour les poutres.....	134
4.5. Élément de flexion	136
4.6. Charge répartie.....	152
4.7. Poutre fixée aux deux extrémités chargée uniformément.....	154
4.8. Poutre d'extrémités fixes avec une charge trapézoïdale.....	155
4.9. Élément de flexion avec un effort axial le long de l'axe x.....	159
4.9.1. Transformation des coordonnées.....	161
Exercices non résolus.....	197

Chapitre V
Vibration par éléments finis

5.1. Introduction.....	201
5.2. Principe de la méthode.....	201
5.3. Vibration forcée	203
5.4. Système à plusieurs degrés de liberté.....	205
5.5. Élément de barre.....	210
5.6. Flexion de l'élément.....	223
5.7. Vibration des structures Treillis.....	230
5.8. Vibration composée (axial-flexion) de l'élément barre	233
5.8.1. Vibration axiale.....	234
5.8.2. Vibration par flexion.....	235
Exercices non résolus.....	249

Chapitre VI
Méthode des Résidus pondérés

6.1. Introduction.....	253
6.2. Concept de base de la MEF	254
6.3. Forme de l'intégral pondérée	254
6.4. Méthode des résidus pondérés	256
6.4.1. Approximation polynomiale.....	259
6.5. Méthode de Galerkin par éléments finis	266
Exercices non résolus.....	278
Bibliographie.....	281