
MATHÉMATIQUES AU FIL DES ÂGES

Textes choisis et commentés par
J. Dhombres, A. Dahan-Dalmedico, R. Bkouche,
C. Houzel et M. Guillemot.

I.R.E.M. Groupe Epistémologie et Histoire



Table des matières

Avant propos	XIII
Pratique de cet ouvrage	1
Chapitre 1 : OBJET ET UTILITÉ DES MATHÉMATIQUES	3
La valeur intellectuelle des mathématiques	4
PLATON, le rôle assigné à la mathématique	5
PLATON, les objets des mathématiciens	10
PLATON, connaissance discursive et dialectique	10
Utilité des mathématiques	11
PLUTARQUE, mathématiques pures, mathématiques utiles, mathématiques serviles	12
PAN LEI, les mathématiques sont passées de mode	14
Mathématisation du monde physique	16
GALILÉE, le monde est écrit en langue mathématique	16
GALILÉE, la chute des corps	18
La recherche de la vérité	18
DESCARTES, la méthode	19
PASCAL, celui qui a de la géométrie l'emporte	22
Les mathématiques et les lumières	27
d'ALEMBERT, les mathématiques ont des limites temporaires	28
d'ALEMBERT, l'évidence des notions mathématiques	29
CONDILLAC, la langue des calculs	31
Comment progressent les mathématiques ?	32
FOURIER, l'étude de la nature fait progresser les mathématiques	33
GALOIS, grouper les opérations	34
L'architecture des mathématiques	36
BOURBAKI, la méthode axiomatique	37

Chapitre 2 : ARITHMÉTIQUE ET THÉORIE DES NOMBRES	41
Numération	42
Les numérations anciennes.	42
Calcul pratique	44
STEVIN, nombres décimaux	45
LEIBNIZ, j'ai employé la progression la plus simple	47
Nombres figurés	50
NICOMAUQUE DE GÉRASE, le nombre triangle	51
NICOMAUQUE DE GÉRASE, le nombre tétragone	52
NICOMAUQUE DE GÉRASE, l'impair est cause d'identité	53
NICOMAUQUE DE GÉRASE, crible d'Eratosthène et nombres premiers	54
Arithmétique grecque	56
EUCLIDE, algorithme du p.g.c.d.	56
EUCLIDE, existence d'un diviseur premier	58
EUCLIDE, l'ensemble des nombres premiers est infini	59
Équations diophantiennes	60
Triplets pythagoriciens	60
DIOPHANTE, partager un nombre carré donné en deux carrés	62
Le renouveau de la théorie des nombres	63
FERMAT, la descente infinie	63
FERMAT, je trouvai enfin une route tout à fait singulière	66
Caractères de divisibilité	69
PASCAL, je justifierai les caractères de divisibilité	69
Congruences	73
GAUSS, des nombres congrus en général	73
Le raisonnement par récurrence	76
PASCAL, ramener l'infini au fini	77
POINCARÉ, le passage du fini à l'infini	77
PEANO, les axiomes	79
 Chapitre 3 : ALGÈBRE	 81
Les méthodes de fausse position	82
PAPYRUS RHIND, décomposition d'une fraction	82
RECORDE, prêcher le faux pour savoir le vrai	84
Neuf chapitres sur l'art du calcul : méthode de fausse position	85
Neuf chapitres sur l'art du calcul : procédé de l'excédent et du déficit	87
LIU HUI, on homogénéise les essais	88

Table des matières

VII

Problèmes du second degré	88
Tablette 13901 : le second degré en base soixante	88
EUCLIDE, une identité remarquable	89
Les calculs algébriques de Diophante	91
DIOPHANTE, la manière d'ajouter les expressions positives et négatives	91
DIOPHANTE, système d'équations à inconnue rationnelle	92
Algèbre indienne	93
BRAHMAGUPTA, équation du second degré	93
BRAHMAGUPTA, une autre règle pour le second degré	94
BHASKARA, équations du second degré et autres	94
BHASKARA, et le singe?	95
BHASKARA, ô homme instruit!	96
Algèbre arabe	96
KHWARIZMI (AL-), équations du second degré	96
Développement de l'algèbre des équations	97
SAMAW'AL (AL-), calcul de la racine carrée d'une fonction	98
OMAR KHAYYAM, les solutions en algèbre s'effectuent par équation	101
TARTAGLIA, résolution de l'équation du troisième degré	103
CARDAN, règle	104
Introduction des nombres imaginaires	105
BOMBELLI, cette sorte de racine carrée	105
BOMBELLI, une comptine	105
Le théorème fondamental de l'algèbre	106
GIRARD, l'équation serait impossible	106
GIRARD, à quoi servent les solutions impossibles?	107
DESCARTES, nature des équations	108
Représentation géométrique des nombres complexes	111
CARNOT, un labyrinthe de paradoxes	111
CARNOT, comment concevoir une quantité négative	111
ARGAND, combiner l'idée de grandeur avec celle de direction	112
Chapitre 4 : ANALYSE	117
La mesure des grandeurs continues	117
Mesures et fractions dans le Papyrus Rhind	117
La théorie des rapports : une mesure des grandeurs	120
EUCLIDE, avoir même raison	120
EUCLIDE, échange des termes moyens	123
EUCLIDE, le théorème de Thalès et sa réciproque	125
ARISTOTE, distinguer les genres	126

Éviter l'infini	127
ARISTOTE, critique des paradoxes de Zénon	128
ARISTOTE, existence de l'infini	130
ARISTOTE, l'infini mathématique	130
La méthode d'exhaustion	131
ARCHIMÈDE, la mesure du cercle	133
La numérisation des raisons	134
STEVIN, grandeurs incommensurables	134
DESCARTES, interprétation géométrique de la multiplication	135
HÉRON D'ALEXANDRIE, pour extraire une racine carrée	137
STEVIN, calcul approché des racines d'une équation	138
EULER, on tenterait en vain d'avoir une valeur plus exacte	140
La construction des nombres réels	144
DEDEKIND, un fondement purement arithmétique	145
Des calculs au calcul : genèse du calcul infinitésimal	149
STEVIN, allègements de la méthode d'exhaustion	150
Les objections de Galilée : les indivisibles, le continu et l'infini	152
GALILÉE, paradoxes de l'infini	153
La géométrie par les indivisibles	157
CAVALIERI, toutes les lignes d'une figure plane	157
CAVALIERI, il y a même proportion entre deux figures planes	158
CAVALIERI, proportion entre lignes, proportion entre figures	161
La méthode cinématique des tangentes	162
TORRICELLI, du mouvement	163
Adégalisation, limite et méthode des tangentes	165
FERMAT, recherche du maximum et du minimum	166
NEWTON, la méthode des premières et dernières raisons	168
NEWTON, calcul de la courbure	170
Le calcul différentiel et intégral	171
NEWTON, la méthode des fluxions	171
LEIBNIZ, la théorie du triangle caractéristique	172
Les mécanismes du calcul	176
DE L'HOSPITAL, appliquer le calcul	176
Les fonctions	178
L'apparition de la notion de fonction	178
ORESME, la représentation graphique des fonctions	178

EUCLIDE, définitions et demandes	236
EUCLIDE, premières propositions	238
EUCLIDE, la méthode des aires	239
Les grands problèmes de la géométrie grecque	242
PAPPUS, classification des problèmes géométriques	243
PAPPUS, la trisection de l'angle	243
ARISTOTE, la science et la démonstration	247
La géométrie analytique	248
APOLLONIUS, la parabole	249
VIÈTE, la science de bien trouver en mathématiques	249
PAPPUS, voilà donc ce qui en est concernant l'analyse et la synthèse	250
DESCARTES, la méthode des coordonnées	251
DESCARTES, la classification des courbes	252
FERMAT, la méthode des coordonnées	254
La représentation de l'espace	258
La représentation du peintre et de l'architecte	258
VITRUVÉ, les trois manières de représenter	259
EUCLIDE, supposons ...	259
DÜRER, si je veux tracer une ellipse	261
L'émergence de la géométrie projective	264
PASCAL, un plan est une surface conique pouvant se rencontrer de six façons	265
DESARGUES, passer du relief au plan	266
LAMBERT, règles et principes universels	268
LAMBERT, construire une parallèle	269
La géométrie projective	271
CHASLES, représenter et déduire	272
CHASLES, multiplier à l'infini les vérités géométriques	273
Les parallèles	274
Euclide et le problème des parallèles	274
EUCLIDE, les angles alternes-internes	274
Des énoncés équivalents au postulat des parallèles	275
HEATH, énoncés équivalents au cinquième postulat	276
Histoire d'un quadrilatère	277
Les géométries non euclidiennes	278
LOBATCHEVSKI, les parallèles	279
Une nouvelle conception de la géométrie	282
Géométrie, physique et mathématique	283
La géométrie et le mouvement	283
HOUËL, sur le mouvement géométrique	283

Table des matières

XI

NEWTON, la géométrie est fondée sur la mécanique pratique	284
GONSETH, la géométrie élémentaire est un chapitre de la physique	284
De la géométrie aux géométries	284
GAUSS, lettre à Olbers	285
LOBATCHEVSKI, recourir à l'expérience	285
RIEMANN, empêcher que ce travail ne soit entravé par des vues trop strictes	286
La géométrie et l'expérience	286
EINSTEIN, la raison peut-elle découvrir les propriétés des objets réels?	287
Biographies	289
Bibliographie	306
Orientation bibliographique	315
Liste des textes cités	320

Pour apprécier pleinement les mathématiques, il faut en connaître l'histoire...

Mais n'est-il pas plus séduisant et plus stimulant d'accomplir ce parcours en compagnie des œuvres elles-mêmes ? Voici donc, pour la première fois, mieux qu'un cours magistral, un recueil de grands textes mathématiques composé par les meilleurs spécialistes.

L'appareil critique qui le complète – commentaires, repères chronologiques, index biographique – fait de *Mathématiques au fil des âges* un exceptionnel outil de travail pour les enseignants désireux d'illustrer et d'animer leurs cours et pour les étudiants qui ne peuvent plus ignorer la dimension culturelle des mathématiques.

Crayon à la main, esprit en éveil, laissez-vous entraîner dans un passionnant voyage... au fil des mathématiques.

Fruit du travail de plus de 30 auteurs, ce livre a été réalisé avec la collaboration des IREM. Les Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques ont été créés au début des années 1970 après la réforme dite des "mathématiques modernes" pour favoriser une réflexion sur les problèmes et les difficultés rencontrés dans l'enseignement de cette discipline.

Le Groupe Epistémologie et Histoire fonctionne en leur sein depuis plus de dix ans, réunissant des enseignants des collèges, des lycées et des universités, et des chercheurs du CNRS. Il a largement contribué par ses brochures, ses colloques, ses Universités d'Été, au développement de l'histoire des mathématiques et à la diffusion des recherches effectuées dans ce domaine.



ISBN 2-04-016448-0

Michel Méline
Éditions