

COLLECTION
LE COURS
DE MATHÉMATIQUE

UNIVERSITÉ
DE
SIDI-BEL-ABBES

MECHAB . M

COURS D'ANALYSE MATHÉMATIQUE

(avec exercices d'applications)



OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$$

$$\frac{x}{\sqrt{1+x}}$$

$\cos x,$

+

$\Delta y_i,$

\leq

$\sin x$

Φ

$\frac{\pi}{2}$

=

y'

x

0

(x)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$$

$$\frac{x}{\sqrt{1+x}}$$

$\cos x,$

+

$\Delta y_i,$

\leq

$\sin x$

Φ

$\frac{\pi}{2}$

TABLE DE MATIERES

1.ELEMENTS DE LA THEORIE DES ENSEMBLES

1.1 Généralités	1
1.2 Applications	3
1.3 Relations Binaires	8
1.4 Décomposition Canonique d'une fonction	11
1.5 Exercices d'applications	15

2.STRUCTURES ELEMENTAIRES

2.1 Lois de Compositions Internes	18
2.2 Structure de Groupe	21
2.3 Groupes quotients	23
2.4 Homomorphisme de groupes	24
2.5 Structure d'anneaux	26
2.6 Regles de calcul dans un anneau	27
2.7 Homomorphismes d'anneaux	30
2.8 Idéaux	32
2.8 Anneaux quotients	33
2.9 Corps	34
2.10 Exercices d'applications	37

3.ENSEMBLES DE NOMBRES

3.1 Ensemble des entiers naturels \mathbb{N}	40
3.2 Représentations des entiers naturels	41
3.3 Passage d'une base à une autre	42
3.4 Ensemble des entiers relatifs \mathbb{Z}	43
3.5 Ensemble des nombres rationnels	44
3.6 Ensemble des nombres réels	46
3.7 Caractérisation des bornes sup et inf dans \mathbb{R}	48
3.8 Valeur absolue - Partie entière	49
3.9 Intervalles	50
3.10 Exercices d'applications	53

4.NOMBRES COMPLEXES

4.1 Généralités	54
4.2 Représentations des nombres complexes	55
4.3 Conjugué d'un nombre complexe	56
4.4 Formule de Moivre	57
4.5 Racine n-ième d'un nombre complexe	58
4.6 Résolution des équations du second degré dans \mathbb{C}	60
4.7 L'exponentielle complexe	62
4.8 Logarithmes complexes	63
4.9 Exercices d'application	65

5. POLYNOMES ET FRACTIONS RATIONNELLES

5.1 Généralités	67
5.2 Polynôme dérivé	69
5.3 Racines d'un polynôme	71
5.4 Division euclidienne	73
5.5 P.G.C.D de deux polynômes	76
5.6 Algorithme d'Euclide	78
5.7 Corps des fractions rationnelles	79
5.8 Décomposition en éléments simples	80
5.9 Exercices d'applications	83

6. SUITES NUMERIQUES

6.1 Généralités	86
6.2 Suites monotones	89
6.3 Suites convergentes	90
6.4 Suites à termes complexes	93
6.5 Opérations sur les limites	94
6.7 Comparaison des limites de certaines suites	97
6.8 Convergence des suites monotones	99
6.9 Suites adjacentes	100
6.10 Suites de Cauchy	101
6.11 Suites contractantes	102
6.12 Exercices d'applications	104

7. FONCTIONS REELLES D'UNE VARIABLE REELLE

4.1 Généralités	107
4.2 Fonctions paires et fonctions impaires	109
4.3 Fonctions périodiques	109
4.4 Fonctions bornées	111
4.5 Fonctions monotones	112
4.6 Limite d'une fonction	113
4.7 Calcul de la limite de $\sin x/x$, $x \rightarrow 0$	119
4.7 Limites de fonctions monotones	120
4.8 Comparaison des fonctions, et notation de Landau	121

8. FONCTIONS CONTINUES

8.1 Généralités	124
8.2 Opérations sur les fonctions continues	127
8.3 Prolongement par continuité	127
8.4 Fonctions uniformément continues	128
8.5 Fonctions continues sur un intervalle	129
8.6 Théorème des valeurs intermédiaires	131
8.7 Fonctions monotones sur un intervalle	133
8.8 Points fixes d'une fonction	136

8.9 Résolution pratique de l'équation $f(x) = 0$	137
8.9 Exercices d'applications	140

9.FONCTIONS DERIVABLES

9.1 Généralités	142
9.2 Opérations sur les fonctions dérivables	145
9.3 Fonctions dérivables sur un intervalle	147
9.4 Formule de Leibnitz	148
9.5 Dérivée d'une fonction réciproque	148
9.6 Extrémum d'une fonction	150
9.7 Théorème de Rolle	151
9.8 Théorème des valeurs intermédiaires pour les dérivées	153
9.9 Règle de L'HOPITAL	154
9.10 Exercices d'applications	158

10.DEVELOPPEMENT LIMITES

10.1 Formule de Taylor	161
10.2 Application à la recherche d'extrémums	165
10.3 Développement limités	166
10.4 Opérations sur les développements limités	168
10.5 Application au calcul des limites	172
10.6 Recherche d'extrémums	174
10.7 Développements limités à l'infini	175
10.8 Développements limités généralisés	175
10.9 Exercices d'applications	176

11.FONCTIONS INTEGRABLES

11.1 Généralités	179
11.2 Sommes de Darboux	180
11.3 Fonctions intégrables	183
11.4 Sommes de Riemann	185
11.5 Propriétés des fonctions intégrables	188
11.6 Relation de Chasles	190
11.7 Integrales impropres	194
11.8 Primitives et integrales	197
11.9 Techniques de calculs de primitives	200
11.10 Exercices d'applications	204