

SCIENCES SUP

*Cours*

2<sup>e</sup> cycle/Master • Écoles d'ingénieurs

# TRAITEMENT NUMÉRIQUE DU SIGNAL

## Théorie et pratique

7<sup>e</sup> édition

*Préface de Pierre Aigrain*

*Maurice Bellanger*

DUNOD

# TABLE DES MATIÈRES

(Contents see p. 12)

PRÉFACE .....	5
AVANT-PROPOS .....	13
INTRODUCTION .....	15
CHAPITRE PREMIER. – LA NUMÉRISATION DU SIGNAL. ÉCHANTILLONNAGE ET CODAGE .....	23
I. 1 L'analyse de Fourier .....	23
I. 2 Les distributions .....	28
I. 3 Principaux signaux traités .....	30
I. 4 Normes d'une fonction .....	38
I. 5 L'opération d'échantillonnage .....	39
I. 6 L'échantillonnage en fréquence .....	40
I. 7 Le théorème de l'échantillonnage .....	41
I. 8 Échantillonnage de signaux sinusoïdaux et de signaux aléatoires .....	43
I. 9 L'opération de quantification .....	48
I.10 La dynamique du codage .....	51
I.11 Codage non linéaire suivant une loi segmentée .....	53
I.12 Optimisation du codage .....	56
I.13 Quantité d'information et capacité d'un canal .....	58
I.14 Les représentations binaires .....	60
ANNEXE I – La fonction $I(x)$ .....	61
ANNEXE II – La loi normale réduite .....	62
<i>Bibliographie</i> .....	63
<i>Exercices</i> .....	64
CHAPITRE II. – LA TRANSFORMATION DE FOURIER DISCRÈTE .....	66
II.1 Définition et propriétés de la TFD .....	67
II.2 La Transformation de Fourier Rapide (TFR) .....	69
II.2.1 TFR avec entrelacement temporel .....	70
II.2.2 TFR avec entrelacement fréquentiel .....	73
II.2.3 Algorithme de TFR en base 4 .....	75
II.2.4 Algorithme de TFR en base double .....	77

II.3	Dégradations dues aux limitations dans le calcul . . . . .	79
II.3.1	Effets de l'arrondi des coefficients. . . . .	79
II.3.2	Bruit de calcul dans la TFR . . . . .	80
II.4	Calcul de spectres par TFD . . . . .	83
II.4.1	Fonction de filtrage remplie par la TFD. . . . .	83
II.4.2	Résolution spectrale . . . . .	86
II.5	La convolution rapide. . . . .	88
II.6	Calcul d'une TFD par convolution . . . . .	89
II.7	Réalisation . . . . .	90
ANNEXE I – Programme de calcul de TFR avec inversion binaire . . . . .		93
ANNEXE II – Programme de calcul de TFR sans inversion binaire . . . . .		95
<i>Bibliographie</i> . . . . .		96
<i>Exercices</i> . . . . .		96
CHAPITRE III. – AUTRES ALGORITHMES DE CALCUL RAPIDE DE LA TFR . . . . .		99
III.1	Le produit de Kronecker des matrices . . . . .	99
III.2	Factorisation de la matrice de l'algorithme d'entrelacement fréquentiel . . . . .	101
III.3	Les Transformées partielles . . . . .	103
III.3.1	Transformée de nombres réels et TFD impaire . . . . .	105
III.3.2	La Transformée doublement impaire . . . . .	108
III.3.3	Les Transformées discrètes en cosinus et sinus . . . . .	111
III.3.4	La transformée en cosinus discrète à 2 dimensions . . . . .	113
III.4	Transformée avec recouvrement. . . . .	114
III.5	Autres algorithmes de calcul rapide . . . . .	116
III.6	Les transformations algébriques . . . . .	119
<i>Bibliographie</i> . . . . .		122
<i>Exercices</i> . . . . .		123
CHAPITRE IV. – LES SYSTÈMES LINÉAIRES DISCRETS INVARIANTS DANS LE TEMPS . . . . .		124
IV.1	Définition et propriétés . . . . .	124
IV.2	La transformation en Z. . . . .	126
IV.3	Énergie et puissance des signaux discrets. . . . .	129
IV.4	Filtrage des signaux aléatoires. . . . .	130
IV.5	Systèmes définis par une équation aux différences. . . . .	131
IV.6	Analyse par les variables d'état . . . . .	134
<i>Bibliographie</i> . . . . .		136
<i>Exercices</i> . . . . .		136
CHAPITRE V. – LES FILTRES A RÉPONSE IMPULSIONNELLE FINIE (RIF) . . . . .		138
V.1	Présentation des filtres RIF . . . . .	138
V.2	Fonctions de transfert réalisables et filtres à phase linéaire . . . . .	141
V.3	Calcul des coefficients par développement en série de Fourier pour des spécifications en fréquence . . . . .	144

V.4	Calcul des coefficients par la méthode des moindres carrés .....	149
V.5	Calcul des coefficients par TFD .....	153
V.6	Calcul des coefficients par approximation de Tchebycheff .....	154
V.7	Relations entre nombre de coefficients et gabarit de filtre .....	157
V.8	Filtre à transition en cosinus surélevé et cosinus .....	160
V.9	Structures pour la réalisation des filtres RIF .....	162
V.10	Limitations du nombre de bits des coefficients .....	164
V.11	Limitation du nombre de bits des mémoires internes .....	168
V.12	Fonction de transfert en Z d'un filtre RIF .....	171
V.13	Filtres à déphasage minimal .....	172
V.14	Calcul des filtres à très grand nombre de coefficients .....	176
V.15	Filtres RIF à deux dimensions .....	177
V.16	Calcul des coefficients des filtres RIF-2D par la méthode des moindres carrés .....	181
	ANNEXE – Exemple de calcul d'un filtre RIF .....	187
	<i>Bibliographie</i> .....	188
	<i>Exercices</i> .....	188
 CHAPITRE VI. – CELLULES DE FILTRES A RÉPONSE IMPULSIONNELLE INFINIE .....		190
VI.1	La cellule élémentaire du premier ordre .....	190
VI.2	La cellule du second ordre purement récursive .....	195
VI.3	La cellule du second ordre générale .....	204
VI.4	Structures pour la réalisation .....	208
VI.5	Limitation du nombre de bits des coefficients .....	212
VI.6	Limitation du nombre de bits des mémoires de données .....	213
VI.7	Stabilité et auto-oscillations .....	215
	<i>Bibliographie</i> .....	218
	<i>Exercices</i> .....	218
 CHAPITRE VII. – LES FILTRES A RÉPONSE IMPULSIONNELLE INFINIE (RII)		220
VII. 1	Expressions générales pour les caractéristiques .....	220
VII. 2	Calcul direct des coefficients par les fonctions modèles .....	222
	VII.2.1 Invariance impulsionnelle .....	223
	VII.2.2 La transformation bilinéaire .....	224
	VII.2.3 Les filtres de Butterworth .....	226
	VII.2.4 Les filtres elliptiques .....	229
	VII.2.5 Calcul d'un filtre quelconque par transformation d'un passe-bas .....	233
VII. 3	Techniques itératives pour le calcul des filtres RII .....	235
	VII.3.1 Minimisation de l'erreur quadratique .....	236
	VII.3.2 Approximation au sens de Tchebycheff .....	237
VII. 4	Filtres basés sur les fonctions sphéroïdales .....	239
VII. 5	Les structures représentant la fonction de transfert .....	241
	VII.5.1 Les structures directes .....	241
	VII.5.2 Les structures décomposées .....	244
	VII.5.3 Structures à base de déphaseurs .....	245

VII.6	Limitation du nombre de bits des coefficients .....	247
VII.7	Nombre de bits des coefficients en structure cascade .....	251
VII.8	Bruit de calcul .....	254
VII.9	Détermination de la capacité des mémoires internes .....	261
VII.10	Auto-oscillations .....	264
VII.11	Comparaison entre les filtres RII et RIF .....	265
ANNEXE – Programme de calcul des coefficients d'un filtre elliptique (CERII) ..		268
<i>Bibliographie</i> .....		272
<i>Exercices</i> .....		273
CHAPITRE VIII. – LES STRUCTURES DE FILTRES EN CHAÎNE .....		275
VIII.1	Propriétés des quadripôles .....	275
VIII.2	Les filtres en échelle simulée .....	279
VIII.3	Les dispositifs à commutation de capacités (DCC) .....	284
VIII.4	Les filtres d'onde .....	287
VIII.5	Les filtres en treillis .....	293
VIII.6	Éléments de comparaison .....	299
<i>Bibliographie</i> .....		299
<i>Exercices</i> .....		300
CHAPITRE IX. – SIGNAUX COMPLEXES – FILTRES DE QUADRATURE – INTERPOLATEURS .....		302
IX.1	Transformée de Fourier d'une suite réelle et causale .....	302
IX.2	Signal analytique .....	305
IX.3	Calcul des coefficients d'un filtre de quadrature RIF .....	310
IX.4	Déphaseur à 90° de type récursif .....	312
IX.5	Modulation à bande latérale unique .....	314
IX.6	Les filtres à déphasage minimal .....	315
IX.7	Filtre différentiateur .....	317
IX.8	Interpolation par filtre RIF .....	318
IX.9	Interpolation de Lagrange .....	319
IX.10	Interpolation par bloc – Splines .....	321
<i>Bibliographie</i> .....		323
<i>Exercices</i> .....		324
CHAPITRE X. – FILTRAGE MULTICADENCE .....		326
X.1	Compléments sur l'échantillonnage .....	327
X.2	Décomposition d'un filtre RIF passe-bas .....	330
X.3	Le filtre demi-bande .....	333
X.4	Décomposition avec filtres demi-bande .....	337
X.5	La fonction de déphaseur .....	342
X.6	Filtrage multicadence à éléments RII .....	347
X.7	Banc de filtrage multicadence par réseau polyphasé et TFD .....	349

X.8 Conclusion .....	351
<i>Bibliographie</i> .....	352
<i>Exercices</i> .....	352
CHAPITRE XI. – BANCS DE FILTRES .....	354
XI.1 Décomposition et reconstitution .....	354
XI.2 Analyse des éléments du réseau polyphasé .....	356
XI.3 Calcul des fonctions inverses .....	359
XI.4 Les filtres QMF .....	362
XI.5 Bancs de filtres pseudo-QMF .....	365
XI.6 Calcul des coefficients du filtre prototype .....	371
XI.7 Réalisation d'un banc de filtres réels .....	375
XI.8 Bancs de filtres à décomposition et reconstitution parfaite .....	378
<i>Bibliographie</i> .....	380
CHAPITRE XII. – FILTRAGE ADAPTATIF .....	381
XII. 1 Calcul des coefficients d'un filtre RIF pour des spécifications dans le temps .....	381
XII. 2 Autocorrélation et intercorrélation .....	384
XII. 3 Matrice d'autocorrélation. Valeurs propres .....	386
XII. 4 Estimation récursive .....	389
XII. 5 L'algorithme du gradient .....	391
XII. 6 Conditions de convergence .....	395
XII. 7 Constante de temps .....	397
XII. 8 Erreur résiduelle .....	398
XII. 9 Paramètres de complexité .....	402
XII.10 Algorithmes normalisés. Algorithmes du signe .....	404
XII.11 Filtre RIF adaptatif en structure cascade .....	406
XII.12 Filtrage adaptatif RII .....	408
XII.13 Prédiction linéaire .....	411
XII.14 Conclusion .....	416
<i>Bibliographie</i> .....	417
<i>Exercices</i> .....	417
CHAPITRE XIII. – CIRCUITS ET ÉLÉMENTS DE COMPLEXITÉ .....	420
XIII. 1 Représentations binaires .....	420
XIII. 2 Les types de circuits .....	423
XIII. 3 Le multiplieur série .....	425
XIII. 4 Le multiplieur série-parallèle .....	427
XIII. 5 Le multiplieur parallèle .....	428
XIII. 6 Comparaison. Arithmétiques distribuée et résiduelle .....	430
XIII. 7 Les mémoires et les circuits annexes .....	433
XIII. 8 Les processeurs .....	434

XIII. 9	Choix de paramètres de complexité .....	436
XIII.10	Architecture des systèmes.....	438
	<i>Bibliographie</i> .....	439
	<i>Exercices</i> .....	440
CHAPITRE XIV. – APPLICATIONS AUX TÉLÉCOMMUNICATIONS .....		442
XIV. 1	Avantages et limitations des techniques numériques .....	442
XIV. 2	Détection d'une fréquence .....	444
XIV. 3	Boucle à verrouillage de phase.....	446
XIV. 4	Multiplexage à répartition temporelle MIC.....	448
XIV. 5	Codage MIC-Différentiel.....	449
XIV. 6	Multiplexage à répartition en fréquence. Transmultiplexeur.....	453
XIV. 7	Codage du son .....	454
XIV. 8	Synthétiseur de parole.....	455
XIV. 9	Modems.....	456
XIV.10	Annulation d'écho .....	457
XIV.11	Traitement des images de Télévision .....	458
XIV.12	Transmission multiporteuse-OFDM .....	461
BIBLIOGRAPHIE.....		464
EXERCICES – ÉLÉMENTS DE RÉPONSE ET INDICATIONS .....		466
INDEX ALPHABÉTIQUE .....		475
AIDE-MÉMOIRE – FILTRES NUMÉRIQUES .....		482

## CONTENTS

CHAPTER I	: Signal Digitization – Sampling and Coding.....	23
CHAPTER II	: Discrete Fourier Transform and FFT algorithms.....	66
CHAPTER III	: Other Fast Algorithms for the DFT .....	99
CHAPTER IV	: Time Invariant Discrete Linear Systems.....	124
CHAPTER V	: Finite Impulse Response Filters (FIR) .....	138
CHAPTER VI	: Infinite Impulse Response Filter Sections.....	190
CHAPTER VII	: Infinite Impulse Response Filters (IIR) .....	220
CHAPTER VIII	: Two-Port Filter Structures .....	275
CHAPTER IX	: Complex Signals – Quadrature Filters – Interpolators.....	302
CHAPTER X	: Multirate Filtering.....	326
CHAPTER XI	: Filter banks .....	354
CHAPTER XII	: Adaptive Filters.....	381
CHAPTER XIII	: Circuits and Complexity Parameters.....	420
CHAPTER XIV	: Applications in Telecommunications .....	442
EXERCISES	: Hints and answers .....	466
INDEX	.....	475