

**J.M. Monier**

*mathématiques supérieures*

**Algèbre**  
**Tome 1**  
**(Algèbre générale)**

**600 exercices résolus**  
**et 24 sujets d'étude**

*Classes préparatoires*  
*1<sup>er</sup> cycle universitaire*

**Dunod Université**

## TABLE DES MATIERES

Avant-propos

			Enoncés page	Solutions page
		Chapitre 1 - VOCABULAIRE DE LA THEORIE DES ENSEMBLES	1	109
Exercices	1-1	Calculs dans $\mathbf{P}(E)$	1	109
	1-2	Relations	2	111
	1-3	Applications	6	114
	1-4	Cardinaux	11	120
Sujets d'Etude	SE 1-1	Généralisation aux relations des notions d'injectivité et surjectivité	12	122
	SE 1-2	Images directes et images réciproques de parties par une application	14	123
	SE 1-3	Théorème de Bernstein	15	124
	SE 1-4	Addition et multiplication des ordinaux	15	125
		Chapitre 2 - STRUCTURES ALGEBRIQUES	17	127
Exercices	2-1	Lois de composition interne	17	127
	2-2	Groupes	21	131
	2-3	Anneaux	29	142
	2-4	Corps	34	148
Sujets d'Etude	SE 2-1	Un théorème de Cauchy sur les groupes finis	37	152
	SE 2-2	Quasi-groupes	38	152
	SE 2-3	Groupes ordonnés	39	153
	SE 2-4	Pseudo-anneaux tels que $xy$ soit idempotent, ou tels que $xy-yx$ soit idempotent	41	157
	SE 2-5	Idempotents d'un anneau	42	157
	SE 2-6	Opérations sur les idéaux d'un anneau commutatif	42	158
	SE 2-7	Éléments infiniment grands, éléments infiniment petits dans un anneau totalement ordonné	44	159



	Chapitre 3 - NOMBRES ENTIERS NATURELS	47	161
Exercices	3-1 Propriétés de $\mathbb{N}$	47	161
	3-2 Coefficients binômiaux	49	165
	3-3 Le groupe symétrique	52	170
	3-4 Problèmes de dénombrement	54	173
Sujet d'Etude	SE 3-1 Un système générateur de $(E^E, o)$ lorsque $E$ est fini	55	174
	SE 3-2 Identités d'Abel	56	175
	Chapitre 4 - NOMBRES ENTIERS RELATIFS, ARITHMETIQUE	57	179
Exercices	4-1 Calculs dans $\mathbb{Z}$ , divisibilité, congruences	57	179
	4-2 Pgcd, ppcm, nombres premiers entre eux	61	189
	4-3 Nombres premiers, factorialité de $\mathbb{Z}$	64	194
	4-4 Le corps $\mathbb{Q}$ des nombres rationnels	68	202
Sujet d'Etude	SE 4-1 Mélanges de pgcd et ppcm formés à partir de quatre nombres	70	205
	SE 4-2 $\frac{(2m)!(2n)!}{m!n!(m+n)!}$ est un entier	71	205
	SE 4-3 Nombres parfaits	71	206
	SE 4-4 Equations $x^2+y^2=z^2$ , $x^4+y^4=z^2$ dans $\mathbb{N}^*3$	72	207
	SE 4-5 Indicateur $\varphi$ d'Euler	73	208
	SE 4-6 Tout nombre premier $\equiv 1 [4]$ est somme de deux carrés	74	210
	SE 4-7 Théorème de Tchebycheff	75	210
	Chapitre 5 - POLYNOMES, FRACTIONS RATIONNELLES	79	215
Exercices	5-1 Algèbre $K[X]$	79	215
	5-2 Arithmétique des polynômes	81	217
	5-3 Zéros des polynômes	84	222
	5-4 Polynômes à plusieurs indéterminées	92	237
	5-5 Equations algébriques	94	240
	5-6 Fractions rationnelles	100	253
Sujets d'Etude	SE 5-1 Un exemple de corps ordonné non-archimédien	103	259
	SE 5-2 Une caractérisation des polynômes à coefficients dans $\mathbb{Q}$	103	260
	SE 5-3 Théorème de Mason	104	260
	SE 5-4 Polynômes primitifs, lemme de Gauss, critère d'Eisenstein	105	261

**J.M. Monier**

# **Algèbre - Tome 1 (Algèbre générale)**

**600 exercices résolus et 24 sujets d'étude**

Ce recueil d'exercices et de sujets d'étude, avec leurs solutions, porte sur les ensembles, les structures algébriques, les entiers naturels, les entiers relatifs et l'arithmétique, les polynômes, les équations algébriques et les fractions rationnelles, et couvre ainsi le programme d'algèbre *générale* des 1<sup>re</sup> et 2<sup>ème</sup> années d'enseignement supérieur mathématique.

La première partie comporte *les énoncés*, dont la difficulté est graduée, ainsi que les sujets d'étude. Ces derniers ne sont pas des problèmes de concours mais des "ouvertures" qui viennent éclairer et compléter le cours magistral.

La deuxième partie donne *les indications de résolution* ainsi que *toutes les réponses* aux questions posées. Les indications sont plus ou moins développées suivant la difficulté de l'exercice. Ce ne sont pas des corrigés mais plutôt des jalons destinés à guider le lecteur vers la bonne réponse et à lui rendre familiers les mécanismes mathématiques, tout en restant dans les limites des programmes.

Jean-Marie Monier est professeur en classe de Mathématiques Spéciales au lycée La Martinière - Monplaisir à Lyon.

*Déjà parus :*

- ANALYSE - Tome 1 (mathématiques supérieures)
- ANALYSE - Tome 2 (mathématiques supérieures et mathématiques spéciales)
- ALGÈBRE - Tome 1 (algèbre générale)
- ALGÈBRE - Tome 2 (algèbre linéaire)
- GEOMETRIE (mathématiques supérieures et mathématiques spéciales)



Code 031005  
ISBN 2 10 000005 5



