

GÉNIE CIVIL

collection dirigée par Jacky Mazars

Fiabilité des structures

couplage mécano-fiabiliste statique

Maurice Lemaire

en collaboration avec

Alaa Chateaufneuf et Jean-Claude Mitteau

hermes

Lavoisier

Table des matières

Préface	15
Avant-propos	17
1 Introduction	21
1.1 Une histoire ancienne	21
1.2 Une attitude moderne	23
1.3 La fiabilité : une définition	26
1.4 Quel risque acceptable?	26
1.5 Aujourd'hui	31
1.6 Un peu de vocabulaire	33
1.7 Un plan pour cet ouvrage	35
2 Première approche de la fiabilité en mécanique	39
2.1 Généralités	39
2.1.1 Méthodes de fiabilité en mécanique	39
2.1.2 Une attitude nouvelle : vaincre des obstacles	40
2.2 Fiabilité théorique en mécanique	41
2.2.1 Approche fiabiliste en mécanique	41
2.2.2 Chaîne : variables - composant - système	42
2.2.3 Fiabilité théorique	42
2.3 Modélisation stochastique	44
2.3.1 Sur l'information disponible	44
2.3.2 Construction du modèle stochastique	45
2.3.3 Variable aléatoire ou processus stochastique	47
2.4 Modélisation mécanique	48
2.4.1 Modèle de représentation de la physique	48
2.4.2 Un équilibre entre ressources et besoins	50
2.5 Couplage mécano-fiabiliste	50
2.5.1 Analyse de sensibilité fiabiliste	50
2.5.2 Analyse de fiabilité	51
2.5.3 Complexité du couplage mécano-fiabiliste	53

6 Fiabilité des structures

2.5.4	Acteurs du couplage mécano-fiabiliste	54
2.6	Domaines d'application	55
2.6.1	Fiabilité des structures marines <i>offshore</i>	55
2.6.2	Mécanique des sols	56
2.6.3	Réglementation	56
2.6.4	Dynamique stochastique	56
2.6.5	Intégrité des structures	57
2.6.6	Stabilité	57
2.7	En conclusion	57
3	Cas élémentaire $R - S$	59
3.1	Présentation du problème	59
3.1.1	Variables	59
3.1.2	Modèle de dimensionnement	60
3.1.3	Illustration	61
3.2	Définitions et hypothèses	62
3.3	Vecteur aléatoire : rappel	64
3.3.1	Vecteur aléatoire	64
3.3.2	Densité conjointe de probabilité	64
3.3.3	Moments et corrélation	65
3.3.4	Indépendance et corrélation	67
3.4	Expressions de la probabilité de défaillance	68
3.4.1	Probabilité de défaillance	68
3.4.2	Lois de R et S et probabilité P_f	68
3.4.3	Première expression de P_f	69
3.4.4	Deuxième expression de P_f	70
3.4.5	Illustration	70
3.4.6	Généralisation de la probabilité de défaillance	73
3.5	Calcul de la probabilité de défaillance	73
3.5.1	Calcul de P_f par intégration directe	73
3.5.2	Calcul de P_f par intégration numérique	74
3.5.3	Calcul de P_f par simulation	74
3.5.4	Calcul de P_f par échantillonnage et intégration	75
3.6	Tige en traction	77
3.6.1	Données	77
3.6.2	Probabilité de défaillance	78
3.6.3	Intégration analytique	78
3.6.4	Simulation	80
3.7	Notion d'indice de fiabilité	80
3.7.1	Indice de Rjanitzyne-Cornell	81
3.7.2	Indice de Hasofer et Lind	83
3.7.3	A propos de la désignation du point P^*	84
3.7.4	Application au cas élémentaire Gaussien	85

3.7.5	Tige en traction : indice de Hasofer et Lind	86
3.8	Relation $P_f = \Phi(-\beta)$	88
3.9	Exercices d'illustration	89
3.9.1	Etude d'un portique	89
3.9.2	Problème Résistance - Sollicitation	92
4	Transformation isoprobabiliste	97
4.1	Rappel du problème et des notations	97
4.2	Cas des variables indépendantes	99
4.2.1	Variables Gaussiennes	99
4.2.2	Variables quelconques indépendantes	100
4.3	Transformation de Rosenblatt	102
4.3.1	Rappel	102
4.3.2	Formulation	103
4.3.3	Calcul de P_f	105
4.3.4	Exemple : exponentielle double	105
4.3.5	Attention aux notations!	107
4.3.6	Couple de variables Gaussiennes	107
4.4	Approximation selon une loi normale	109
4.4.1	Principe	109
4.4.2	Cas des variables non corrélées	109
4.4.3	Cas des variables corrélées	110
4.5	Transformation de Nataf	111
4.5.1	Cas de 2 variables aléatoires	111
4.5.2	Calcul de la corrélation $\rho_{0,ij}$	113
4.5.3	Généralisation à n variables	117
4.6	Exemple : charges corrélées sur une poutre	117
4.6.1	Etat-limite et dimensionnement	117
4.6.2	Décorrélacion des variables	118
4.6.3	Application de la transformation de Rosenblatt	119
4.6.4	Application de la transformation de Nataf	120
4.6.5	De l'inutilité de ces calculs	120
4.6.6	Etat-limite linéaire et variables Gaussiennes	120
4.7	Transformation de Nataf : exemple	121
4.8	Transformation par polynômes d'Hermite	122
4.8.1	Polynômes d'Hermite	122
4.8.2	Transformation isoprobabiliste	124
4.8.3	Approximation de Winterstein [Win87], [Win88]	126
4.8.4	Exemple : cas des 2 lois uniformes	128
4.8.5	Conclusion sur la transformation d'Hermite	130
4.9	Conclusion	131

5	Indice de fiabilité	133
5.1	Un problème d'optimisation	133
5.1.1	Couplage mécano-fiabiliste	133
5.1.2	Formulation du problème d'optimisation	134
5.1.3	Conditions d'optimalité	136
5.2	Notions sur les algorithmes d'optimisation	137
5.2.1	Convergence [PW88]	137
5.2.2	Critères de qualité	138
5.2.3	Principe des algorithmes d'optimisation	139
5.3	Méthodes du premier ordre	142
5.3.1	Méthode du gradient projeté [HK85]	142
5.3.2	Méthodes de pénalité [HK85]	144
5.3.3	Lagrangien augmenté [PW88]	146
5.4	Algorithmes de premier ordre pour la RPC	146
5.4.1	Algorithme de Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler	146
5.4.2	Compléments sur les méthodes du premier ordre	150
5.5	Algorithmes de second ordre pour la RPC	154
5.5.1	Méthode de Newton [PW88, HK85]	154
5.5.2	Programmation quadratique séquentielle (SQP)	155
5.5.3	Méthodes hybrides	155
5.6	Problèmes particuliers	156
5.6.1	Etat-limite à plusieurs minimums	156
5.6.2	Stratégie de recherche des contraintes actives	157
5.7	Illustration sur un exemple simple	159
5.7.1	Algorithme de HLRF	160
5.7.2	Algorithmes SQP, Abdo-Rackwitz et contrôle de pas	162
5.8	Conclusion	163
6	Produits de l'analyse de fiabilité	165
6.1	Facteurs de sensibilité	165
6.1.1	Définitions	165
6.1.2	Sensibilité mécanique	166
6.2	Facteurs d'importance en fiabilité	167
6.2.1	Sensibilité de l'indice de fiabilité	167
6.2.2	Sensibilité de β aux paramètres $p_{i,\gamma}$ des lois de distribution	170
6.2.3	Sensibilité de β aux paramètres de la fonction de performance	173
6.2.4	Sensibilité de la probabilité de défaillance [MKL86]	174
6.2.5	Elasticité des paramètres	174
6.3	Facteurs d'omission	174
6.3.1	Etat-limite linéaire	175
6.3.2	Etat-limite non linéaire	176
6.4	Représentation des résultats : un exemple	178

6.5	Conclusion	180
7	Probabilité de défaillance	181
7.1	Cadre méthodologique	183
7.2	Approximation par un hyper-plan : FORM	184
7.2.1	Principe de l'approximation linéaire	185
7.2.2	Expression de la probabilité de défaillance	186
7.2.3	Contre exemple	188
7.2.4	Précision de l'approximation	189
7.2.5	Exemple conducteur	190
7.3	Approximation par une hyper-surface d'ordre 2	191
7.3.1	Courbure au point de conception	191
7.3.2	Principe des approximations	193
7.3.3	Approximation quadratique	195
7.3.4	Éléments de la quadrique d'approximation	197
7.3.5	Approximation parabolique	199
7.3.6	Approximation quadratique	200
7.3.7	Exemple conducteur	201
7.3.8	Complément sur les approximations quadratiques	202
7.3.9	Conclusion	205
7.4	Méthode SORM « asymptotique »	206
7.4.1	Formule de Breitung	206
7.4.2	Exemple conducteur	210
7.4.3	Approximation de Hohenbichler	210
7.4.4	Approximation de Tvedt	211
7.4.5	Commentaires et conclusion	211
7.5	Méthode SORM exacte sur forme quadratique	212
7.5.1	Fonction caractéristique	213
7.5.2	Fonctions caractéristiques des formes quadratiques	214
7.5.3	Résultats	215
7.5.4	Inversion de la fonction caractéristique	216
7.5.5	Optimisation du calcul numérique	217
7.5.6	Exemple conducteur	219
7.6	Méthode RGMR	219
7.6.1	Motivation	220
7.6.2	Introduction à RGMR	220
7.6.3	Notion d'angle solide	221
7.6.4	Intégrale de l'angle solide	222
7.6.5	Intégrale SORM	223
7.6.6	Calcul de l'angle solide	225
7.6.7	Aspects numériques	227
7.6.8	Angle solide dans l'approximation FORM	228
7.6.9	Cas particulier de la dimension 2	230

10 Fiabilité des structures

7.6.10	Exemple fil conducteur	231
7.6.11	Conclusion	232
7.7	Exemples numériques	234
7.7.1	Exemple conducteur : conclusions	234
7.7.2	Tige en traction	235
7.7.3	Défaillance plastique d'une section	236
7.7.4	Approximations de la probabilité de défaillance	238
7.7.5	Exemple : exponentielle double	243
7.8	Conclusions	247
8	Méthodes de simulation	249
8.1	Introduction	249
8.2	Nombres pseudo-aléatoires uniformes	250
8.2.1	Générateur congruentiel mixte	250
8.2.2	Générateur multiplicatif	252
8.2.3	Générateur congruentiel additif	253
8.2.4	Quelques générateurs à titre d'exemples	253
8.2.5	Comment tester un générateur	255
8.2.6	Conclusion	255
8.3	Générateurs de distributions non uniformes [Rub81, Déa90]	256
8.3.1	Méthode de la transformation inverse	256
8.3.2	Méthode de composition [But56]	257
8.3.3	Méthode de rejet-acceptation [VN51]	257
8.3.4	Distribution Gaussienne	258
8.3.5	Distribution log-normale	260
8.3.6	Distribution de Weibull à 2 paramètres	260
8.3.7	Génération d'un vecteur aléatoire	261
8.3.8	En conclusion	263
8.4	Méthodes de simulation	263
8.4.1	Généralités	264
8.4.2	Simulations de Monte-Carlo classique (MC)	265
8.4.3	Simulations directionnelles (<i>Directional Sampling</i> – DS) [Déa80],[DHBO88], [DMG90], [Bje88]	269
8.5	Méthodes de tirage utilisant P^*	271
8.5.1	Tirages d'importance (<i>Importance Sampling</i> – IS) [Mel90]	271
8.5.2	Tirages conditionnés (<i>Conditional Sampling</i> – CS) [BF87]	273
8.5.3	Méthode du pavé – hyper-cube latin (<i>Latin hyper-cube</i> – LH)	274
8.5.4	Tirages adaptatifs (<i>Adaptive Sampling</i> – AS) [Buc88]	275
8.5.5	Méthode du tirage d'importance conditionné	276
8.5.6	Méthode du tirage stratifié [Rub81]	276
8.6	Illustration des méthodes	276
8.6.1	Monte-Carlo classique (MC)	277

8.6.2	Simulations directionnelles (DS)	277
8.6.3	Tirages conditionnés par la connaissance de P^* (IS, CS, LH)	278
8.6.4	Bilan de l'illustration	279
8.7	Conclusion	279
9	Fiabilité des systèmes	283
9.1	Combinaison des modes de défaillance	284
9.1.1	Combinaison série	284
9.1.2	Combinaison parallèle	285
9.1.3	Combinaison série de systèmes parallèles	286
9.1.4	Combinaison parallèle de systèmes séries	286
9.1.5	Combinaison parallèle conditionnelle	287
9.1.6	Mise en œuvre et application	287
9.2	Bornes de la probabilité de défaillance d'un système	292
9.2.1	Hypothèses	292
9.2.2	Une approximation classique	292
9.2.3	Corrélation des indicatrices des événements E_i et E_j	292
9.2.4	Bornes uni-modales	294
9.2.5	Bornes bi-modales	295
9.3	Bornes en approximation de premier ordre	296
9.3.1	Hypothèses	296
9.3.2	Bornes de la probabilité de l'intersection $P(E_i \cap E_j)$	296
9.3.3	Hyper-plan équivalent	298
9.4	Probabilité système au premier ordre	300
9.4.1	Système parallèle	300
9.4.2	Système série	301
9.4.3	Fonction de répartition multi-normale	301
9.5	Probabilité système au deuxième ordre	304
9.6	Système de 2 barres en parallèle	307
9.6.1	Position du problème et données	307
9.6.2	Solution	309
9.6.3	Solution au premier ordre	311
9.6.4	Solution au second ordre	314
9.6.5	Conclusion	315
9.7	En conclusion	315
10	Coefficients de « sécurité »	317
10.1	Bases du dimensionnement	317
10.1.1	Généralités	317
10.1.2	Valeurs associées à une variable	319
10.1.3	Règle de dimensionnement	322
10.1.4	Niveaux de l'approche du dimensionnement.	323

12 Fiabilité des structures

10.1.5	Illustration	324
10.2	Coefficients de « sécurité » – cas élémentaire	325
10.2.1	Dimensionnement probabiliste	325
10.2.2	Coefficient caractéristique global	328
10.2.3	Dimensionnement par coefficients partiels	333
10.3	Définition générale des coefficients partiels	337
10.3.1	Cas des variables indépendantes	337
10.3.2	Cas des variables dépendantes	339
10.3.3	Commentaires	340
10.4	Calibration des coefficients partiels	340
10.4.1	Principe de la calibration	341
10.4.2	Une méthode de calibration	342
10.4.3	Un exemple de mise en œuvre	345
10.5	Exemples d'application	349
10.5.1	Mécanique linéaire de la rupture	350
10.5.2	Flexion composée pour un matériau fragile	354
10.6	En conclusion	358

11 Couplage mécano-fiabiliste 359

11.1	Introduction	359
11.2	Généralités sur le couplage avec un code MEF	361
11.2.1	Pilotage du code MEF	361
11.2.2	Variables aléatoires	362
11.2.3	Variables mécano-fiabilistes	362
11.2.4	Dialogue entre les procédures MEF et fiabilistes	365
11.2.5	Implémentation des procédures	366
11.2.6	Evaluation numérique des gradients	367
11.3	Méthode directe	370
11.3.1	Description de la méthode	370
11.3.2	Bilan	371
11.4	Méthode par surface de réponse	372
11.4.1	Introduction : surface de réponse polynômiale	372
11.4.2	Description de la méthode	372
11.4.3	Calcul des coefficients d'une SRQ	378
11.4.4	Comment valider ?	379
11.4.5	Construction d'un réseau de neurones	383
11.4.6	Récapitulation	385
11.5	Deux applications pour illustrer	388
11.5.1	Sphère sous pression	388
11.5.2	Deux lois uniformes corrélées	391
11.5.3	Conclusion	395
11.6	Méthode par optimisation	396
11.6.1	Description de la méthode	396

11.6.2	Bilan	399
11.6.3	Application	400
11.7	Exemple : treillis isostatique	400
11.7.1	Données	400
11.7.2	Analyse mécanique	401
11.7.3	Analyse fiabiliste	402
11.8	Conclusion	408
12	Éléments finis stochastiques	411
12.1	Introduction	411
12.1.1	Définition et objet	411
12.1.2	Variables aléatoires et champs aléatoires	412
12.1.3	Plan du chapitre	413
12.2	Discrétisation spatiale d'un champ aléatoire	414
12.2.1	Champ aléatoire [Cau88], [CL67]	414
12.2.2	Maillage stochastique	418
12.2.3	Quelques méthodes de discrétisation	419
12.2.4	Conclusion	421
12.3	Développement en série d'un champ aléatoire	421
12.3.1	Décomposition de Cholesky	421
12.3.2	Développement de Karhunen-Loève [GS91]	422
12.3.3	Chaos polynomial	423
12.3.4	Conclusion	425
12.4	Méthode des éléments finis et calcul des gradients	425
12.4.1	Hypothèses et notations	426
12.4.2	Relations de la MEF en hypothèse de linéarité	426
12.4.3	Calcul des gradients à maillage constant	427
12.4.4	Calcul des dérivées à maillage variable	428
12.5	Méthode des perturbations	430
12.5.1	Développement de Taylor	430
12.5.2	Moyenne et covariance	432
12.5.3	Exemple : flèche d'une poutre	433
12.5.4	Développement de Neumann	437
12.6	Développement sur le chaos polynomial	439
12.6.1	Développement d'une v.a.	439
12.6.2	Application à la méthode des éléments finis	441
12.6.3	Nouvelles perspectives	444
12.6.4	Conclusion	445
12.7	Méthodes à champ aléatoire continu	445
12.7.1	Méthode des intégrales pondérées	446
12.7.2	Méthode spectrale	448
12.7.3	Conclusion	452
12.8	Un exemple d'illustration	453

14 Fiabilité des structures

12.8.1	Position du problème	453
12.8.2	Cas 1 : 4 variables aléatoires	454
12.8.3	Cas 2 : la rigidité EA est un champ aléatoire	455
12.9	Conclusion	457
12.9.1	Combinaison du couplage et des éléments finis stochastiques	458
12.9.2	En conclusion	459
13	Quelques applications	461
13.1	Conception d'un panneau de contreventement	461
13.2	Modélisation d'un mandrin	462
13.3	Défaillance d'une pièce fissurée	462
13.4	Refroidissement d'une pièce fissurée	462
13.5	Paroi d'une chaudière soumise à un champ thermique	463
13.6	Réservoir sous pression	463
13.7	Stabilité d'une coque de sous-marin	463
13.8	Sensibilité de la marge d'un aéroréfrigérant	464
13.9	Durée de vie d'un collecteur d'échappement	464
13.10	Exemples industriels	464
14	En forme de conclusion	475
14.1	Sur les méthodes de fiabilité en mécanique	475
14.2	Sur la mise en œuvre des méthodes	480
14.2.1	Pour la conception et la maintenance	480
14.2.2	Sur les outils logiciels	480
14.3	Sur les perspectives	482
14.3.1	Les éléments finis stochastiques	482
14.3.2	Le facteur temps	483
14.3.3	Acquisition et traitement des données	484
14.3.4	Optimisation mécano-fiabiliste	484
14.4	Sur l'analyse de fiabilité et l'analyse de sensibilité	485
	Bibliographie	487
	Annotations	503
A.1	Vecteurs et matrices	503
A.2	Opérateurs	503
A.3	Grandeurs aléatoires	504
A.3.1	Grandeurs scalaires et couples de v.a.	504
A.3.2	Grandeurs statistiques	504
A.3.3	Grandeurs vectorielles	505
A.3.4	Grandeurs mécaniques	506