

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT  
SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE**



**UNIVERSITE DE BLIDA 1  
FACULTE DE TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT DE MECANIQUE**

**Mémoire de fin d'études  
Pour l'obtention du diplôme de Master en  
Construction Mécanique**

**THÈME :  
CALCUL DES FACTEURS D'INTENSITÉ DES CONTRAINTES D'UN DISQUE FISSURÉ POUR  
PLUSIEURS CHARGEMENTS AVEC ABAQUS**

**Présenté par:**

**LAMRAOUI LYES ABDERRAOUF  
ALLAL MOHAMED SEGHIR**

**Promoteur : Dr. HICHEME FERDJANI**

**Session : Juin 2024**

## Résumé :

L'objectif de cette étude est de calculer les facteurs d'intensité de contrainte d'un disque fissuré à l'aide de la méthode des éléments finis, en utilisant le logiciel ABAQUS. Le calcul est basé sur l'intégrale de Rice J. Nous étudions trois cas de chargement : forces imposées, déplacements imposés et chargement mixte. La procédure de modélisation avec ABAQUS est présentée en détail.

**Mots clés :** Mécanique de la rupture, Facteur d'intensité de contrainte (FIC), ABAQUS, Intégrale de Rice, Eléments singuliers, Fissure, Mode I.

## Abstract :

The objective of this study is to calculate the stress intensity factors of a cracked disc using the finite element method, using ABAQUS software. The calculation is based on the Rice J integral. We study three loading cases: imposed forces, imposed displacements and mixed loading. The modeling procedure with ABAQUS is presented in detail.

**Keywords:** Fracture mechanics, Stress intensity factor (FIC), ABAQUS, Rice integral, Singular elements, Crack, Mode I.

## ملخص :

الهدف من هذه الدراسة هو حساب عوامل شدة الإجهاد للقرص المشقوق باستخدام طريقة العناصر المحدودة باستخدام برنامج ABAQUS يعتمد الحساب على تكامل Rice J حيث قمنا بدراسة ثلاث حالات تحميل: القوى المفروضة، والإزاحات المفروضة، والتحميل المختلط. يتم عرض إجراء النمذجة باستخدام ABAQUS بالتفصيل.

**الكلمات المفتاحية:** ميكانيكا الكسر، عامل شدة الإجهاد (FIC)، ABAQUS، تكامل Rice، العناصر المفردة، الكراك، الوضع الأول.

# *Remerciements*

On remercie **Allah** tout puissant qui par sa miséricorde et sa clémence nous a guidé  
jusqu'à la fin de notre travail.

Un très grand merci à notre promoteur Dr. **Hicheme FERDJANI** pour ses conseils et  
orientations.

On remercie nos **Parents** pour le soutien qui nous ont donnés, et pour la grande patience.

On remercie aussi tous ceux qui ont participé de près ou de loin dans ce modeste travail.

## *Dédicace*

*Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et dédier ce travail à des personnes  
qui ont joué un rôle essentiel dans ma vie et qui m'ont soutenu de manière  
inconditionnelle.*

*Tout d'abord à mes chers parents qui on me donne de l'énergie, le courage et  
pousses dans les bonnes conditions pour terminer ce travail, et à tous la famille  
qui sont proches de moi  
à mon binôme Mohamed, avec qui j'ai partagé tous les difficultés de ce  
travaille.*

*A tous mes amis et mes collègues de blida qui ont partage cette expérience avec moi Mo-  
hamed, Sami,*

*Oussama, Yousra, cherchal, Walid, Sofiane, Wassim, Ghano ,Aziz, Sabrina, Anfel, Ahmed  
, waiel, Ismail et Reghioui*

*Mes chers amis de meftah, nouh, djamel, fouad, rayane, kingo, soheib, jhonney et karim,  
hano*

*Et tous ce qui mont supporter moralement de loin nabil et tarek pnl, Dystinct  
, YoYo, Madrid , Carlo ancелotti, Vini jr et CR7 .*

**LAMRAOUI Lyes Abderraouf**

## *Dédicace*

*Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et dédier ce travail à des personnes  
qui ont joué un rôle essentiel dans ma vie et qui m'ont soutenu de manière  
inconditionnelle.*

*Tout d'abord à mes chers parents qui on me donne de l'énergie, le courage et  
pousses dans les bonnes conditions pour terminer ce travail, et à tous la famille  
qui sont proches de moi*

*Deuxièmes, je souhaite dédier ce travail à mon binôme Lamraoui Lyes Abderraouf, avec  
qui*

*j'ai partagé tous les difficultés de ce travaille.*

*A tous mes amis qui ont partage cette expérience avec moi Sami, Sifou,  
Sofiane, Wassim, Ghano, Walid, Meziane, Reghioui, Ismail, Sabrina, Benfares et Rahim  
et Sibastian*

*Mes chers amis de Ouled Yaich, Islam joe, Imad, Stalin, Dope, Rami, Imap, Zaki et Billel,  
Badis et Riad dalton, Cheezy, John, Hmitcha, Ayoub, tarek, sidahmed, Yaacob  
Et tous ce qui mont supporter moralement de loin Valverde, Carvajal, Bellingham, Vini jr,  
Madrid*

***ALLAL Mohamed Seghir***

## *Liste des figures*

Figure 1-1 : Exemple de rupture fragile .....	4
Figure 1-2 : Exemple de rupture ductile.....	4
Figure I-3 Courbe de Rupture (Fragile et Ductile).....	4
Figure 1-4 : Définition des modes d'ouverture .....	5
Figure 1-5 : Définition du système de repère avec origine en pointe de fissure .....	6
Figure 1-6 : Contour de l'intégrale de Rice J .....	9
Figure II.1 : Quelques éléments parmi les plus utilisés.....	12
Figure II-2 : Disque fissuré (Problème Mixte). .....	13
Figure II-3 : Création de la géométrie. ....	14
Figure II-4 : Géométrie avec l'emplacement de la fissure .....	14
Figure II-5 : Définition du matériau. ....	15
Figure II-6 : Définition de la section .....	16
Figure II-7 : Attribution de la section.....	16
Figure II-8 : Création de l'assemblage .....	17
Figure II-9 : Création de l'étape « step-1 ».....	17
Figure II-10 : Création de la fissure.....	18
Figure II-11 : Pointe de fissure.....	18
Figure II-12 : Direction de propagation.....	19
Figure II-13 : Singularité. ....	19
Figure II-14 : Définition de la condition aux limites.....	21
Figure II-15 : Application de la charge. ....	22
Figure II-16 : Contrôle du maillage.....	23
Figure II-17 : Précision de maillage. ....	23
Figure II-18 : Précision de maillage. ....	24
Figure II-19 : Choix des éléments. ....	24
Figure II-20 : Maillage de la géométrie.....	25
Figure II-21 : Paramètres de sortie (1).....	25
Figure II-22 : Paramètre de sortie (2). ....	26
Figure II-23 : Les 5 contours d'intégral de J. ....	26
Figure II-24 : Création de « job ». ....	27
Figure II-25 : Résultats.....	28
Figure III-1 : Disque fissuré (Force imposée) .....	29
Figure III-2 Disque fissuré Modèle pour ABAQUS (Force imposée) .....	30
Figure III-3 : courbe de propagation d'une fissure k1 en fonction de taille de fissure (Force imposée).....	32
Figure IV -1 : Disque fissuré - Cas Déplacement imposé .....	33
Figure IV -2 : Disque fissuré Modèle pour ABAQUS (Déplacement) .....	34
Tableau IV-1 : Données de l'application numérique .....	34
Figure IV-3 : Create Partiton (nœuds fixes).....	36
Figure IV-4 : Application de Déplacement .....	37
Figure IV-5 : courbe de propagation d'une fissure k1 en fonction de taille de fissure (Déplacement imposé) .....	39
Figure V-1 : Disque fissuré (Modèle pour ABAQUS).....	40
Figure V -2 : courbe de propagation d'une fissure k1 en fonction de taille de fissure (problème mixte).....	42

## *Liste des tableaux*

Tableau II-1 : Données de l'application numérique.....	13
Tableau III -1 : résultats de K1 d'un cas Force-Force.....	31
Tableau IV-1 : Données de l'application numérique.....	34
Tableau IV -2 : résultats de K1 d'un cas déplacement imposé .....	39
Tableau V -1 : résultats de K1 d'un cas Force-Encastré .....	42

## *Liste symboles*

- $\sigma_{ij}$  Le tenseur des contraintes.
- $r, \theta$  Les coordonnées du système de repère polaire.
- $X, y$  Les coordonnées de repère global.
- $\xi, \eta$  Les coordonnées de repère local.
- $\epsilon_{xx}$  La déformation normale.
- FTC Facteur d'intensité des contraintes.
- K Le facteur d'intensité des contraintes dépendant du chargement et de la géométrie de la pièce.
- $f_{ij}$  Une fonction adimensionnelle, dépendant du mode de chargement et de la géométrie de la pièce.
- $k_I, k_{II}, k_{III}$  Facteurs d'intensité de contraintes en mode I, II et III .
- $u_x$  Déplacement suivant l'axe x.
- $u_y$  Déplacement suivant l'axe Y.
- $\mu$  Module de cisaillement
- Y Facteur de forme
- a Taille de la fissure
- $\partial\Pi$  La variation de l'énergie potentielle due à l'avancée de la fissure.
- $\partial A$  La variation de surface de l'aire fissurée.
- G Taux de restitution d'énergie élastique
- $\Gamma$  Contour fermé.
- W Densité de déformation d'énergie élastique (ou plastique pour les matériaux plastifiés).
- $\bar{n}$  La normale au contour.
- $\bar{T}$  Vecteur contraint en un point.
- $\bar{u}$  Vecteur déplacement au même point.
- E Module de Young.
- $\nu$  Coefficient de poisson.



R Rayon de la géométrie.

$\sigma$  Charge de traction

J Intégrale de Rice.

# Table des Matières

Introduction générale .....	1
<b>Chapitre I : Généralités sur la mécanique de la rupture et fissuration</b>	
I.1 Introduction.....	3
I.2 Définition de la mécanique de la rupture .....	3
I.3 Modes de rupture .....	5
I.4 Champs de contrainte et de déplacement.....	5
I.5 Facteur d'Intensité de Contrainte (FIC).....	7
I.6 Taux de restitution de l'énergie élastique .....	8
I.7 Intégrale de Rice .....	9
I.8 Conclusion .....	10
<b>Chapitre II : Processus de modélisation avec ABAQUS</b>	
II.1 Présentation d'ABAQUS .....	11
II.2 Introduction.....	13
II.3 Construction du modèle dans ABAQUS .....	13
II.4 Modélisation avec ABAQUS.....	13
II.4.1 Définition de la géométrie .....	13
II.4.2 Définition du matériau .....	15
II.4.3 Création et assignation d'une section.....	15
II.4.4 Création d'un assemblage .....	16
II.4.5 Définition des steps.....	17
II.4.6 Création de la fissure .....	18
II.4.7 Définir les conditions aux limites et le chargement .....	20
II.4.8 Création du maillage .....	22
II.4.9 Définir et lancer un job .....	27
II.5 Conclusion .....	28
<b>Chapitre III : Résultats pour disque fissuré Cas Force imposée</b>	
III.1 Introduction.....	29
III.2 Présentation du problème.....	29
III.3 Etude numérique .....	30
III.4 Résultats et discussions.....	30
III.5 Conclusion .....	32
<b>Chapitre IV : Résultat pour disque fissuré Cas déplacement imposé</b>	
IV.1 Introduction.....	33
IV.2 Présentation de problème .....	33
IV.3 Construction du modèle dans ABAQUS .....	34
IV.4 Modélisation avec ABAQUS.....	34
IV.6 Résultats et discussions.....	38
IV.7 Conclusion .....	39
<b>Chapitre V : Résultat pour disque fissuré (Problème Mixte)</b>	
V.1 Introduction.....	40
V.2 Présentation du problème.....	40
V.3 Etude numérique .....	40
V.4 Résultats et discussions.....	41
V.5 Conclusion .....	42

Conclusion générale.....	43
Bibliographie	

Annexe A : Résultats pour disque fissuré (Force Imposée)

Annexe B : Résultats pour disque fissuré (Déplacement Imposé)

Annexe C : Résultats pour disque fissuré (Problème Mixte)

## Introduction

---

La mécanique de la rupture est une science qui continue d'évoluer et de s'adapter aux nouveaux défis posés par les avancées technologiques et les exigences croissantes en matière de sécurité et de performance des matériaux et des structures. Elle reste un domaine d'étude essentiel pour les ingénieurs et les chercheurs qui cherchent à repousser les limites de ce qui est possible en termes de conception et d'analyse structurelle.

Historiquement, les premiers pas de la mécanique de la rupture ont été conceptualisés suite à la reconnaissance des limites des théories de résistance des matériaux classiques, qui ne pouvaient expliquer certaines défaillances catastrophiques. **A.A. Griffith**, en 1920, a introduit l'idée que les fissures préexistantes dans un matériau pouvaient être responsables de sa rupture sous des charges bien inférieures à sa résistance théorique.

Après les travaux de Griffith, la mécanique de la rupture a connu un développement significatif, notamment avec les contributions de **G.R. Irwin** dans les années 1950. Irwin a étendu la théorie de Griffith et introduit le concept de facteur d'intensité de contrainte (FIC), qui est devenu un outil essentiel pour l'analyse des fissures.

Le Facteur d'intensité de contrainte représente l'intensité des contraintes autour de la pointe d'une fissure. Plus le FIC est élevé, plus le risque de propagation de la fissure est important. D'où l'importance de son calcul. Il existe plusieurs méthodes, théoriques, et numériques de détermination des FIC. Parmi ces méthodes numériques, on a l'intégrale de RICE. Son calcul numérique par la méthode des éléments finis est plus précis avec l'utilisation des éléments singuliers.

L'objectif du présent travail est de calculer le FIC d'un disque fissuré à l'aide de la méthode des éléments finis et en utilisant le logiciel ABAQUS. Nous prenons comme applications les trois problèmes suivants :

1. Fissure dans un disque soumis à une charge de traction verticale appliquée à toute la surface du disque.
2. Fissure dans un disque soumis à un déplacement imposé à 14 nœuds répartis d'une manière homogène sur la surface du disque.
3. Fissure dans disque soumis à problème mixte (une charge de traction verticale sur le demi-cercle supérieur et un encastrement sur le demi-cercle inférieur).

Ce mémoire se compose de cinq chapitres :

**Le premier chapitre** offre un aperçu de la mécanique de la rupture d'un point de vue théorique, rappelant les diverses propriétés mécaniques près de la pointe de fissure en termes de FIC.

**Le deuxième chapitre** présente le programme d'ABAQUS et la procédure détaillée de la modélisation numérique pour le cas d'un disque fissuré.

**Le troisième chapitre** présente les différents résultats numériques pour un disque fissuré sous forces imposées avec différentes longueurs de fissure.

## **Introduction**

---

**Le quatrième chapitre** présente les différents résultats numériques pour un disque fissuré sous déplacements imposés avec différentes longueurs de fissure.

**Le cinquième chapitre** présente les résultats obtenus pour le cas d'une fissure dans un disque fissuré, dans le cad du chargement mixte, avec différentes longueurs de fissure.

On termine par une conclusion générale.

**Chapitre I :**  
Généralités sur la mécanique de la rupture et  
fissuration

## I.1 Introduction :

Jusque dans un passé récent, les ingénieurs mécaniciens se préoccupaient uniquement de prévenir l'apparition des fissures, et n'en étudiaient donc pas la propagation. Cependant, la multiplication des procédures de détection des fissures a entraîné la détection de ces défauts dans un très grand nombre de structures industrielles. Comme il est matériellement impossible de réparer toutes ces fissures, on cherche maintenant à les « justifier », c'est-à-dire à montrer qu'elles ne présentent pas de danger ; d'où le développement de la Mécanique de la Rupture, nouvelle discipline dont l'objet est d'étudier et de prévoir les conditions de propagation des fissures dans les matériaux solides. [1]

Dans ce chapitre, nous abordons les principes essentiels de la mécanique de la rupture qui ont été incorporés dans notre recherche. Plus précisément, on s'intéresse aux notions suivantes :

- Définition de la mécanique de la rupture.
- Modes de rupture.
- Champs de contrainte et de déplacement en pointe de fissure.
- Facteur d'Intensité de Contrainte (FIC).
- Taux de restitution de l'énergie élastique.
- Intégrale de Rice.

## I.2 Définition de la mécanique de la rupture :

La mécanique de la rupture s'intéresse à l'étude des processus mécaniques qui conduisent à la formation d'une discontinuité matérielle, dénommée fissure, au sein d'un matériau. Cette science permet de discerner les conditions sous lesquelles les matériaux cèdent sous l'effet de contraintes mécaniques. On y distingue principalement deux phénomènes distincts :

**Rupture fragile :** Ce mode de rupture se caractérise par une propagation rapide de la fissure, sans déformation plastique macroscopique observable, ce qui indique une faible absorption d'énergie avant la rupture (Figure I-1).

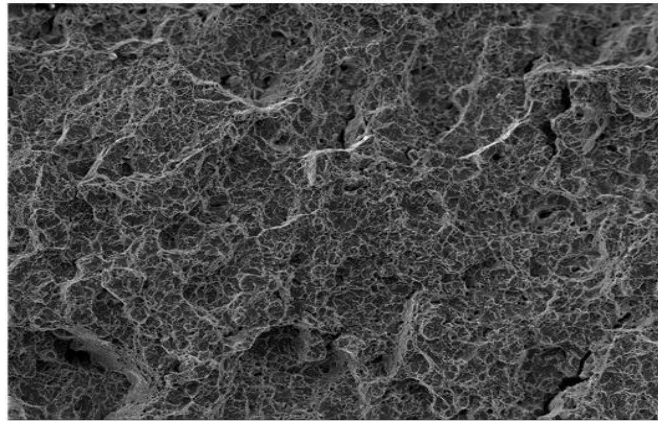


Figure 1-1 : Exemple de rupture fragile [4].

**Rupture ductile :** À l'inverse, la rupture ductile est marquée par une absorption d'énergie significative, avec une déformation plastique macroscopique notable, permettant ainsi une dissipation de l'énergie à travers le matériau avant la rupture finale (Figure I-2).

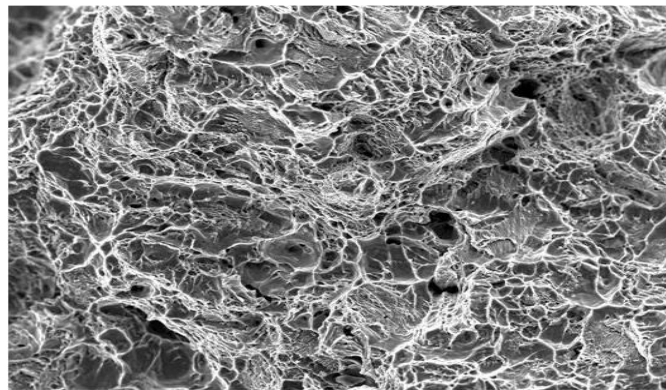


Figure 1-2 : Exemple de rupture ductile [4].

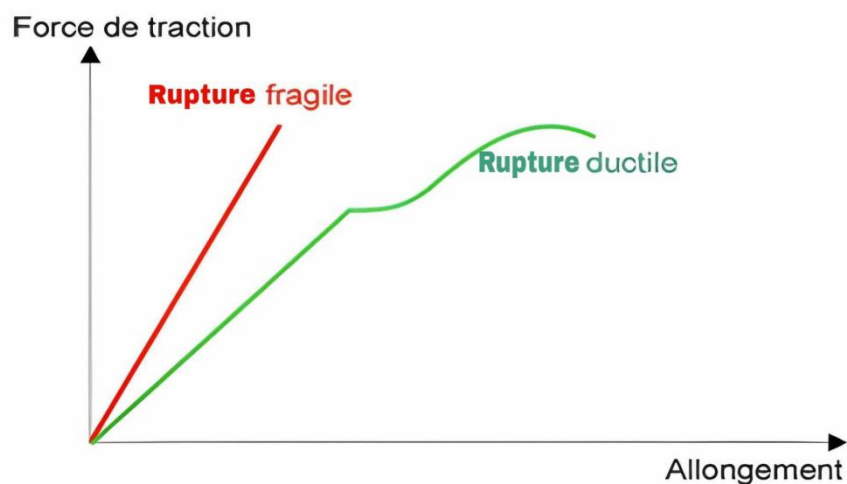


Figure I-3 Courbe de Rupture (Fragile et Ductile)



# Chapitre I : Généralités sur la mécanique de la rupture et fissuration

La figure I-3 présente deux courbes caractéristiques de rupture pour les deux cas de rupture. Notre travail s'effectue dans le cadre de la rupture fragile.

## I.3 Modes de rupture :

L'ouverture d'une fissure peut être caractérisée par trois principaux mécanismes de déplacement des lèvres appelés modes (Figure I-5). Ces modes sont définis de la manière suivante :

**\*Mode I\*(ouverture normale) :** Dans ce mode, les faces de la fissure bougent de manière perpendiculaire à la surface de fissuration.

**\*Mode II\*(glissement plan) :** Ce mode, se caractérise par le mouvement des faces de la fissure dans leur plan respectif, mais perpendiculairement à la ligne de fracture.

**\*Mode III\*(glissement anti-plan) :** dans ce mode, les faces de la fissure se meuvent parallèlement à la ligne de fracture, restant dans le même plan.

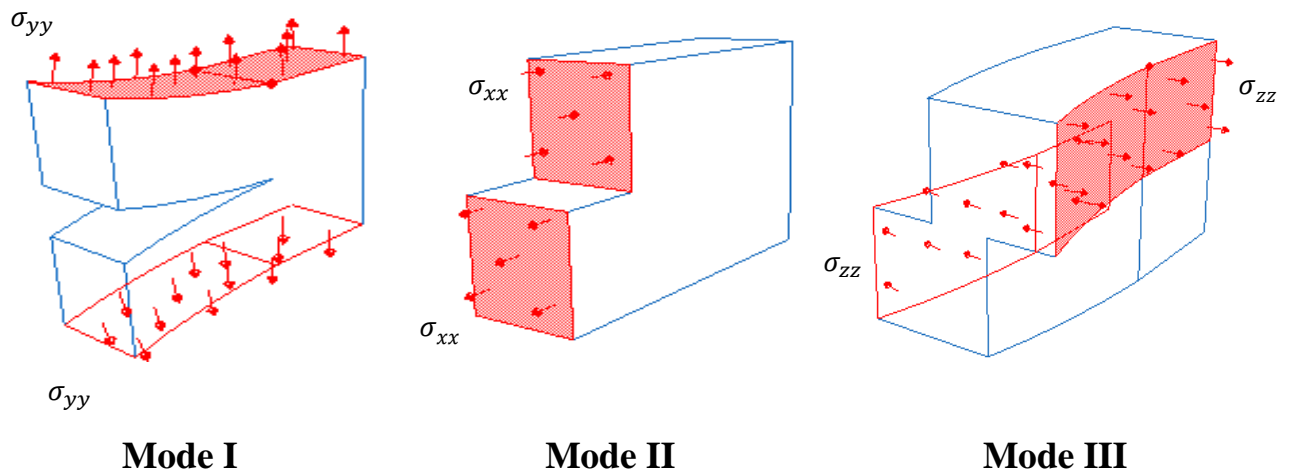


Figure 1-4 : Définition des modes d'ouverture [5]

Le mode I est considéré comme le plus dangereux en raison de l'ouverture par traction qui favorise l'initiation et la propagation des fissures. C'est le type le plus répandu dans le cas des matériaux fragiles. Par conséquent, il est le plus étudié. [2]

## I.4 Champs de contrainte et de déplacement :

Dans le contexte de la mécanique de la rupture fragile pour un matériau isotrope, des chercheurs tels que Westergaard, Irwin, Sneddon et Williams ont établi que, en adoptant un système de coordonnées polaires centré sur la pointe de la fissure (Figure 1-6), l'état de

# Chapitre I : Généralités sur la mécanique de la rupture et fissuration

contrainte peut être caractérisé par l'équation suivante :

$$\sigma_{ij} = \left( \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \right) f_{ij}(\theta) + \text{autres termes non singuliers.} \quad (\text{Equation I-1})$$

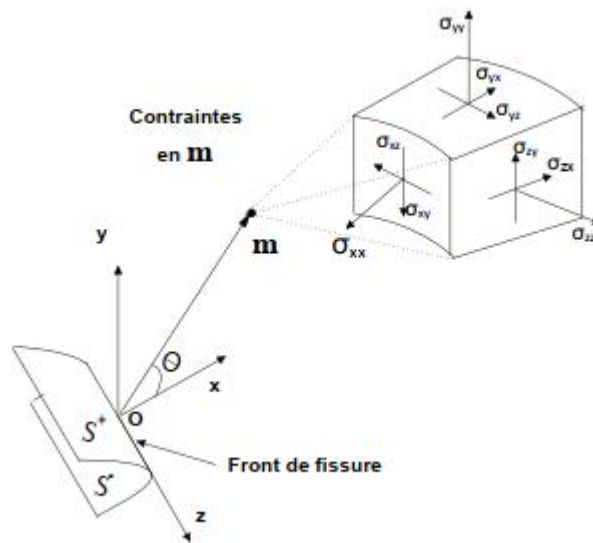
Où :

$\sigma_{ij}$  : Tenseur des contraintes.

$r, \theta$  : Coordonnées polaires.

$K$  : Facteur d'Intensité des Contraintes.

$f_{ij}$  : Une fonction adimensionnelle, dépendant du mode de chargement.



**Figure1-5 : Définition du système de repère avec origine en pointe de fissure**

Lorsque  $r$  tend vers zéro et que l'on s'approche du sommet de la fissure, le terme principal de l'Équation I-1 devient infini, alors que les termes restants demeurent inchangés ou tendent vers l'annulation. L'équation décrit alors une singularité qui prend la forme  $\frac{1}{\sqrt{r}}$ .

Indépendamment du type de chargement appliqué, la distribution des contraintes à proximité du sommet de la fissure est toujours caractérisée par l'Équation I.1. Les valeurs de  $K$  et de  $f_{ij}$  dépendent spécifiquement du chargement et de la géométrie de la pièce et de la longueur de la fissure en question. Le facteur d'intensité des contraintes  $K$  est typiquement désigné par un indice qui correspond au mode de chargement, tels que KI, KII, et KIII. Pour le mode I d'ouverture, **le champ de contraintes** peut être formulé comme suit :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \\ \sigma_{yy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \left( \frac{\theta}{2} \right) \sin \left( \frac{3\theta}{2} \right) \end{aligned} \quad (\text{Equation I-2})$$

$\sigma_{zz} = 0$  En état contrainte plane

$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})$  En état déformation plane

$\tau_{xz}, \tau_{yz} = 0$

De la même manière, le **champ de déplacement** est décrit par les relations :

$$u_x = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ k - 1 + 2 \cdot \sin^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (\text{Equation I-3})$$

$$u_y = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ k - 1 + 2 \cdot \cos^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right]$$

Où  $\mu$  est module de cisaillement,  $\nu$  le coefficient de poisson, et  $k = 3 - 4\nu$  en état de déformation plane et  $k = \left( \frac{3-\nu}{1+\nu} \right)$  état de contrainte plane. [3]

## I.5 Facteur d'Intensité de Contrainte (FIC) :

Le facteur d'intensité de contrainte (FIC), désigné par la lettre  $K$ , constitue l'unique paramètre pertinent pour évaluer les contraintes et les déformations à l'approche d'une fissure. Selon Irwin, ce facteur, qui caractérise le champ de contraintes près de la pointe d'une fissure, est dénommé "facteur d'intensité de contrainte". Lorsque la valeur de  $K$  atteint un seuil critique, connu sous le nom de  $K_c$  et spécifique à chaque matériau, cela indique la "ténacité" du matériau et le point de rupture. En mode I, le facteur d'intensité de contrainte est représenté de la manière suivante [3] :

$$K_I = Y\sigma\sqrt{\pi a} \quad (\text{Equation I-4})$$

Dans cette formulation, "a" représente la longueur initiale de la fissure, "σ" indique la contrainte appliquée de manière uniforme, et "Y" fait référence à un coefficient géométrique, aussi connu comme le coefficient de correction. Irwin a émis l'hypothèse que la rupture se produit lorsque le facteur d'intensité de contrainte  $K$  est supérieur ou égal à la valeur critique  $K_c$ , ce qui constitue un critère de rupture pour le matériau concerné.

### I.5.1 Méthode de calcul de Facteur d'Intensité de Contrainte (FIC) :

De nombreuses méthodes sont employées pour déterminer le facteur d'intensité des contraintes, et parmi les plus fréquemment utilisées, on peut mentionner :

- ✚ **La méthode du principe de superposition\*** : Elle repose sur l'addition des solutions de contraintes de plusieurs problèmes plus simples pour obtenir la solution du problème complexe, on a ainsi :

$$K_I^{total} = K_I^A + K_I^B + K_I^C \quad (\text{Equation I-5})$$

- ✚ **La méthode d'extrapolation des déplacements\*** : Cette technique utilise les déplacements mesurés loin de la pointe de la fissure et les extrapole vers la pointe pour estimer K.

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\Delta u_{2,\mu}}{k+1} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \quad (\text{Equation I-6})$$

- ✚ **La méthode de collocation de frontière\*** : La méthode de collocation de frontière est une approche utilisée pour calculer le facteur d'intensité des contraintes en se basant sur l'expansion asymptotique des contraintes près d'une fissure. En définissant les contraintes aux limites, on peut estimer les contraintes à des points spécifiques, les points de collocation, en utilisant des coefficients non encore déterminés. En établissant un nombre suffisant de points de collocation, on peut former et résoudre un système d'équations pour trouver ces coefficients. Le coefficient lié à la singularité de la contrainte est alors le facteur d'intensité de contrainte recherché. [4]

- ✚ **La méthode des éléments finis\*** : C'est une approche numérique qui divise le domaine en éléments discrets et résout les équations d'équilibre pour obtenir les contraintes et déplacements, Pour modéliser d'une manière précise le comportement du matériau au voisinage de la pointe, on doit utiliser des éléments qui intègrent cette singularité dans leurs fonctions d'interpolations. Ces éléments sont appelés "éléments singuliers" [7].

## I.6 Taux de restitution de l'énergie élastique :

Les approches énergétiques pour déterminer le facteur d'intensité des contraintes s'appuient sur le concept du taux de restitution d'énergie élastique, noté G, qui est défini comme suit :

$$G = - \frac{\partial \Pi}{\partial A} \quad (\text{Equation I-7})$$

Où  $\Pi$  est l'énergie potentielle élastique, et A surface de la fissure.

G est relié aux Facteurs d'intensité de contrainte par la formule d'Irwin :

$$J = G = \frac{1}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{K_{III}^2}{2\mu} (\text{Contraintes Planes}) \quad (\text{Equation I-8})$$

$$J = G = \frac{1-\nu^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{K_{III}^2}{2\mu} (\text{Déformations planes})$$

Avec :

$\mu = \frac{E}{2(1-\nu)}$  : Le module de cisaillement.

$E$  : Module de Young.

$\nu$  : Le coefficient de poisson.

## I.7 Intégrale de Rice :

Nous présenterons désormais une formulation alternative de  $G$  exprimée en tant qu'intégrale de contour. Cette formulation, attribuée à Rice en 1968, s'avère extrêmement pratique :

$$G = J = \int_{\Gamma} \left( W n_1 - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) ds \quad (\text{Equation I-9})$$

L'intégrale représentée sur le membre de droite est connue sous le nom d'intégrale de Rice, et est désignée par la lettre  $J$ .

Où :

$\Gamma$  : Un contour fermé quelconque entourant la pointe de fissure (Figure 1-8).

$u_i$  : Vecteur déplacement.

$W$  : La densité d'énergie de déformation.

$n_j$  : Composante sur l'axe  $X_j$ .

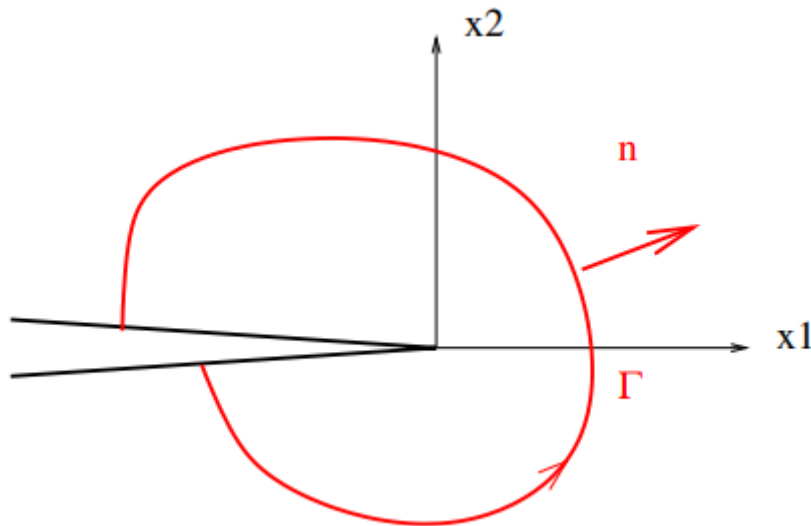


Figure 1-6 : Contour de l'intégrale de Rice J [1].

## **I.8 Conclusion :**

Dans ce chapitre, nous avons présenté un rappel théorique des quantités physiques utilisées dans notre étude, notamment le **Facteur d'Intensité de Contrainte (FIC)** et l'**intégrale de contour J**.

En outre, nous avons étudié la méthodologie de **la mécanique de la rupture**, en particulier comment calculer le facteur d'intensité des contraintes. Nous avons exploré certains des avantages de l'étude dans ce domaine et avons examiné le calcul du facteur d'intensité des contraintes à l'aide de **la méthode des éléments finis** que nous appliquerons au programme **ABAQUS**. Cette information supplémentaire enrichit notre compréhension de la mécanique de la rupture et de la manière dont elle peut être appliquée en pratique.

## **Chapitre II :**

**Processus de modélisation avec ABAQUS**

### II.1 Présentation d'ABAQUS :

Abaqus est un ensemble de logiciels de simulation pour l'analyse par éléments finis, développé par **Dassault Systèmes** sous la marque **SIMULIA**. Il est largement reconnu pour sa robustesse et sa capacité à traiter des problèmes complexes d'ingénierie. Voici une présentation détaillée d'Abaqus :



#### **ABAQUS/Standard :**

ABAQUS/Standard est un solveur d'éléments finis qui utilise une approche implicite pour résoudre des problèmes statiques et dynamiques modérés. Il est particulièrement adapté aux analyses linéaires et non linéaires, où il peut gérer des comportements matériels complexes, des contacts, et des réponses à des charges lentes ou modérées.

#### **ABAQUS/Explicit :**

ABAQUS/Explicit : est conçu pour les simulations dynamiques nécessitant une grande précision. Ce solveur explicite est idéal pour les problèmes de réponse transitoire rapide, tels que les impacts, les processus de fabrication à grande vitesse, et les simulations de crash-tests.

#### **ABAQUS/CAE :**

ABAQUS/CAE est l'environnement de modélisation et d'analyse de SIMULIA qui fournit une interface utilisateur graphique pour ABAQUS/Standard et ABAQUS/Explicit. Les utilisateurs peuvent créer des modèles complexes, analyser les résultats, et personnaliser les opérations grâce à des scripts Python. Applications et Industries Abaqus est utilisé dans une multitude d'industries, notamment l'automobile, l'aérospatiale, l'énergie, et la défense. Sa capacité à simuler le comportement des matériaux sous diverses conditions en fait un outil précieux pour la conception de produits et l'analyse de la performance [6].

### **II .1.1 Caractéristiques de logiciel ABAQUS**

Description succincte des possibilités d'ABAQUS.



## Chapitre II : Processus de modélisation avec ABAQUS

- Analyses.
- Éléments.
- Linéarités.

### II.1.2 Type d'analyse

Domaines physiques :

- Mécanique.
- Thermique.
- Electrique (Pièze et thermique)
- Problèmes couplés.
- Une bibliothèque de matériaux de pointe, y compris l'habituel élastique et solides plastique, élastique ; modèles pour les mousses, le béton, les sols, les géo synthétiques.

### II.1.3 Problèmes

- Statique et dynamique.
- Linéaires et non linéaires.
- Dynamique des corps rigides.

### II.1.4 Les éléments utilisés par ABAQUS

Sur les différentes grandes classes d'éléments :

- **Les éléments unidimensionnels (1D)** : barre ; poutre, rectiligne ou courbe
- **Les éléments bidimensionnels (2D)** : plan d'élasticité (contrainte ou déformation plan), plaques en flexion, coques courbes de forme triangulaire ou rectangulaire.
- **les éléments tridimensionnels (3D)** : de forme tétraédrique, hexaédrique... etc.
- **Les éléments axisymétriques** : (pour les pièces présentant une symétrie de révolution au niveau de la géométrie et du chargement).
- **Les autres éléments** : ressorts, amortisseurs, rigides. [4]

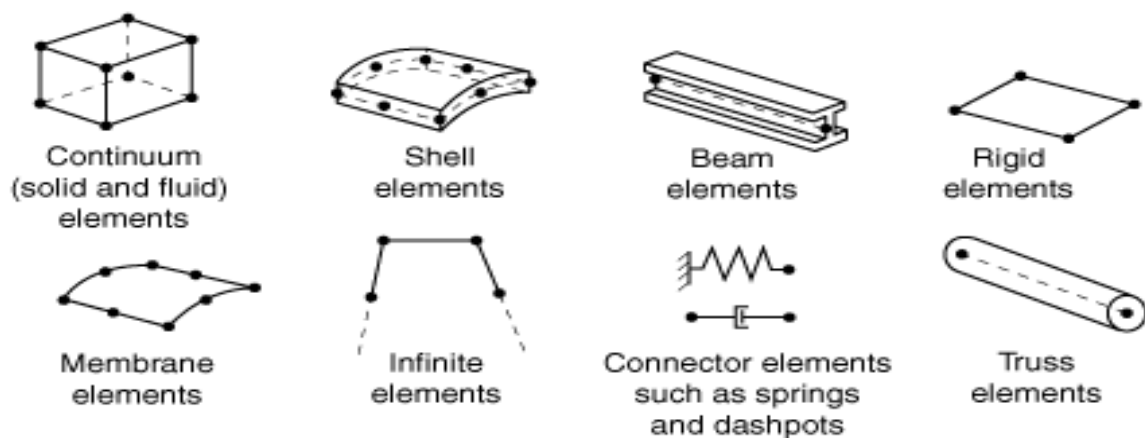


Figure II.1 : Quelques éléments parmi les plus utilisés

## II.2 Introduction :

Dans ce travail, nous allons calculer le FIC d'un disque fissuré sous trois types de chargement : force imposée, déplacement imposé et problème mixte. Dans ce chapitre, on va présenter la procédure de modélisation avec ABAQUS dans le cas du **Problème Mixte** (Figure II-1).

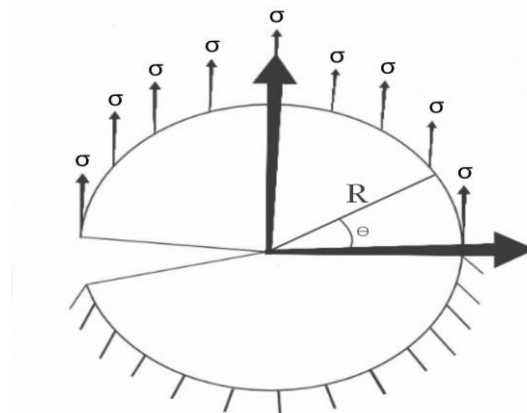


Figure II-2 : Disque fissuré (Problème Mixte).

## II.3 Construction du modèle dans ABAQUS :

Nous utilisons dans ce travail des quantités adimensionnalisées. Par conséquent, toutes les données et résultats sont adimensionnels.

Grandeur	Valeur
Charge de traction $\sigma$	1
Module de Young E	200e9
Coefficient de Poisson $\nu$	0.3
Rayons de cercle R	1

Tableau II-1 : Données de l'application numérique.

## II.4 Modélisation avec ABAQUS :

Dans ce paragraphe, nous expliquons comment nous avons utilisé ABAQUS pour modéliser le problème.

### II.4.1 Définition de la géométrie :

Les étapes à suivre sont les suivantes :

1. Lancez ABAQUS/CAE, puis accédez au module **Part** en sélectionnant **Part-Create**. (Figure II-3).

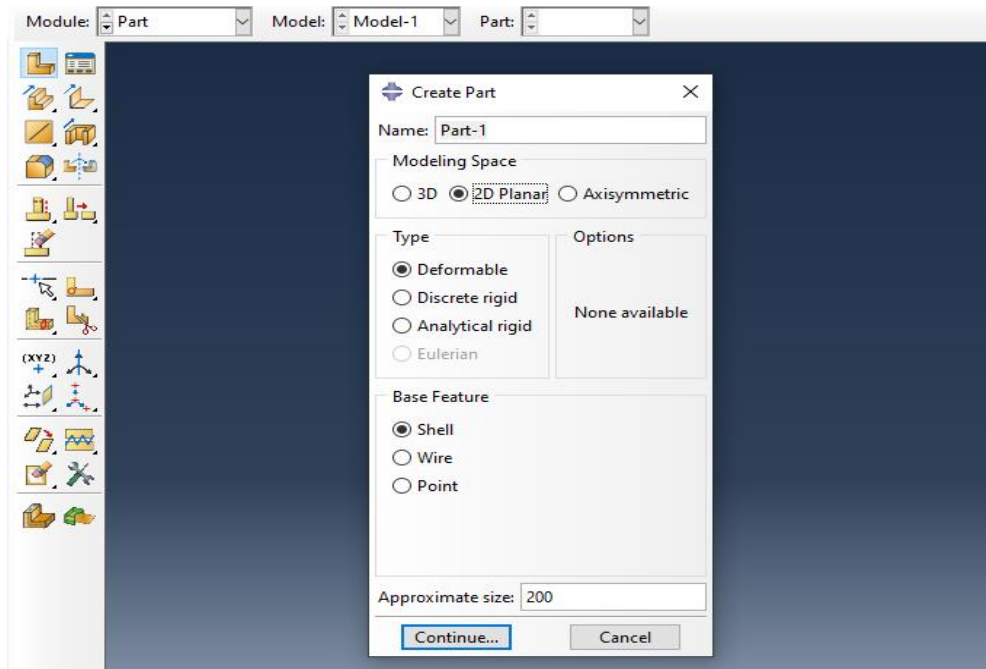






Figure II-3 : Création de la géométrie.

2. Au sein de la fenêtre de dialogue, créer un **2D, deformable, shell**.
3. Utiliser un **part size d'environ 200**.
4. Pour créer un cercle de rayon 1, sélectionner l'option "**Create Circle : Center and Perimeter**" dans le menu des icônes. Puis Cliquer sur l'icône , Puis entry la dimension de 1, enfin Cliquer sur Done.
5. Cliquer sur l'icône **partition face : sketch** , puis dessiner l'emplacement de la fissure. 
6. Cliquer sur l'icône **Create Circle : Center and Perimeter**  pour créer un cercle autour de la pointe de fissure nécessaire pour la création des contours (Figure II-4).

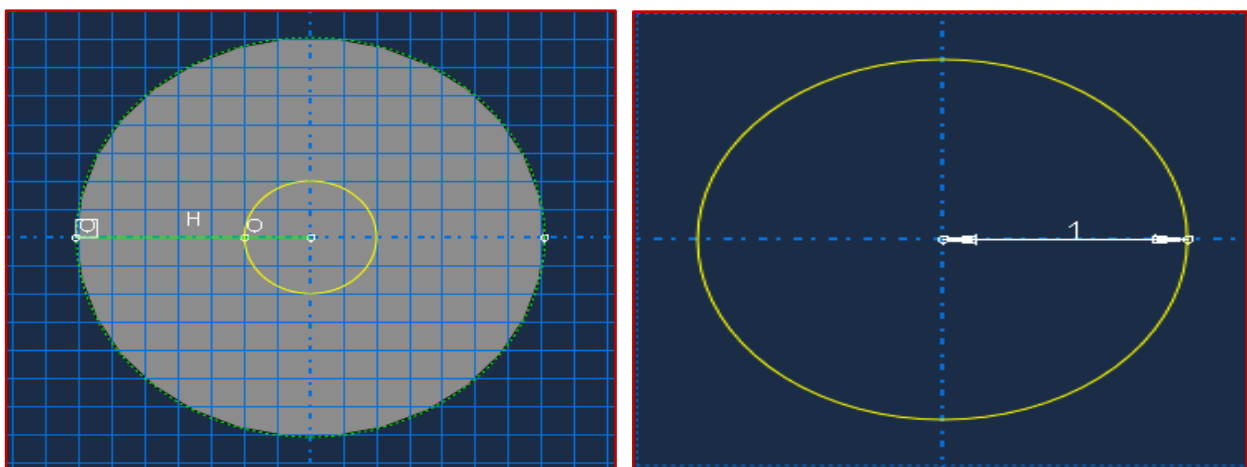



Figure II-4 : Géométrie avec l'emplacement de la fissure

### II.4.2 Définition du matériau :

1. Dans la partie **Module**, choisissez et appuyez sur l'option **Property** afin d'attribuer le matériau et d'établir les caractéristiques de la section.
2. Appuyez sur **Create Material**  pour ouvrir la fenêtre **EditMaterial**.
3. Dans le menu **Edit Material**, optez pour **Mechanical > Elasticity > Elastic** afin de spécifier les caractéristiques élastiques du matériau. Saisissez 200E9 pour le module d'Young et 0.3 en tant que coefficient de Poisson.
4. Ensuite appuyez sur **OK** (Figure II-4).

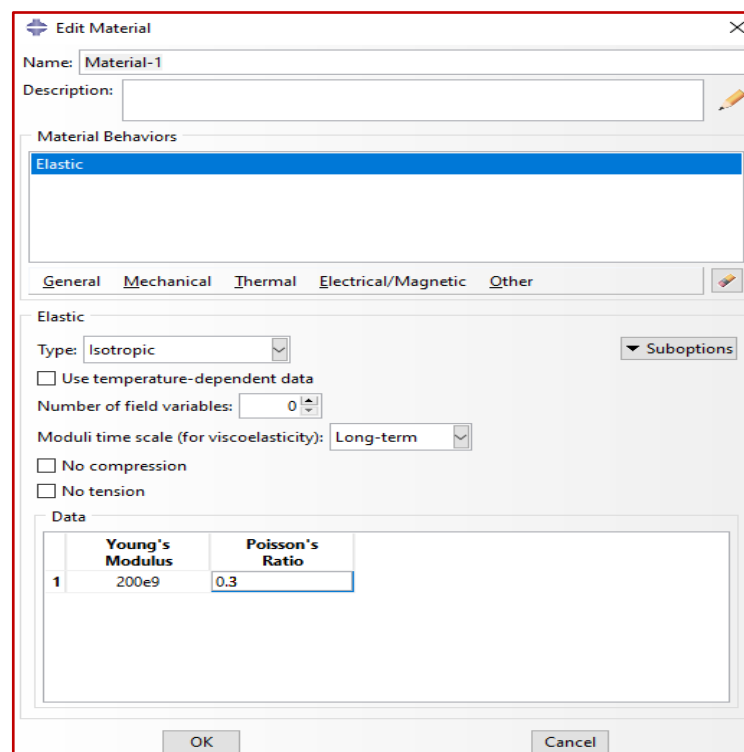



Figure II-5 : Définition du matériau.

### II.4.3 Création et assignation d'une section :

1. Accédez au module concerné et sélectionnez l'option **Create Section** .
2. Optez pour l'option **Solid Homogeneous** puis procédez. Lorsque la nouvelle interface s'affiche, sélectionnez le matériau que vous avez défini auparavant dans la section **Matériel** et validez en cliquant sur **OK** (Figure II-6).

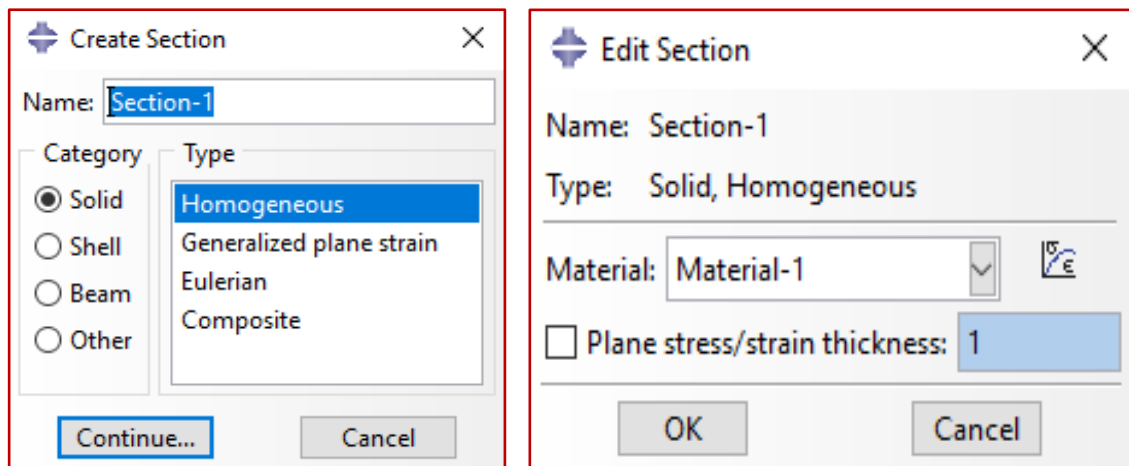



Figure II-6 : Définition de la section.

La phase antérieure se focalisait sur l'établissement de la section. Les instructions suivantes détaillent le processus d'attribution :

1. Sélectionnez **Assign section**  dans les options disponibles.
2. Choisissez la totalité de la géométrie comme zone d'attribution pour la section et confirmez en cliquant sur **OK**. (Figure II-7).

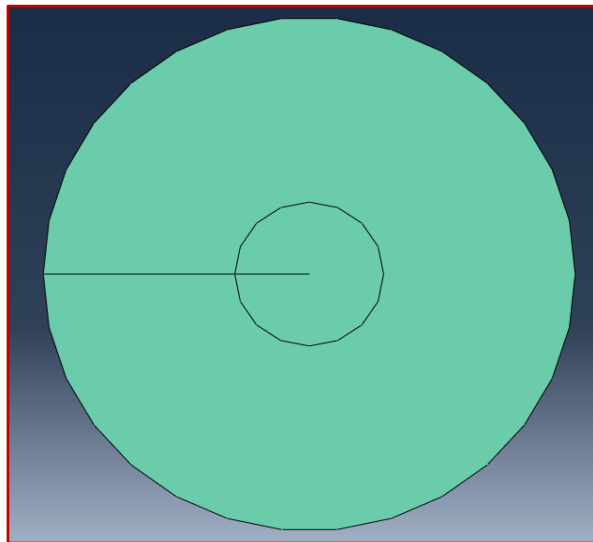



Figure II-7 : Attribution de la section.

### II.4.4 Création d'un assemblage :

1. Ouvrez le module **Assembly** et optez pour l'option **Instance Part** .
2. Définissez la géométrie souhaitée en tant que pièce, choisissez **Indépendant** et appliquez

le système de coordonnées standard (Figure II-8).

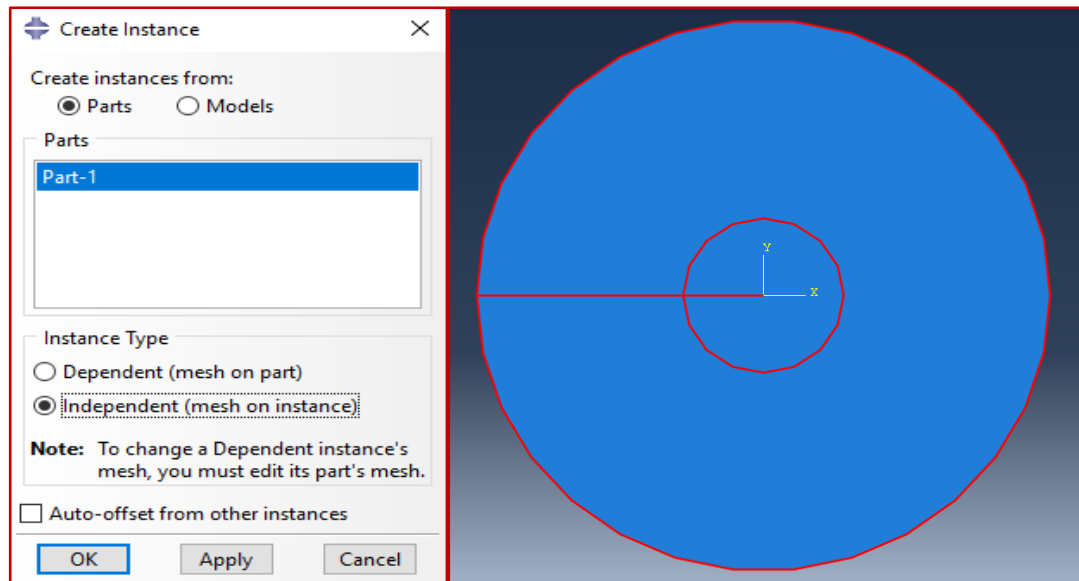



Figure II-8 : Création de l'assemblage.

### II.4.5 Définition des steps :

1. Lancez le module Step.
2. Choisir l'option **Step – Create** .
3. Attribuez le nom « **step-1-** » au nouveau step.
4. Sélectionnez l'option **Statique, Générale** et **Continue**. Dans la fenêtre **EditStep** qui apparaît, conservez les réglages initiaux et finalisez en cliquant sur **OK**. (Figure II-9).

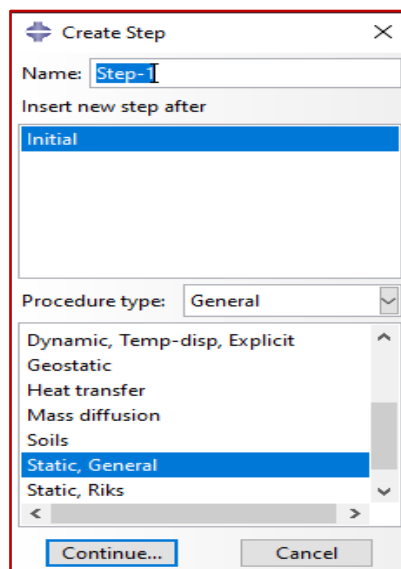


Figure II-9 : Création de l'étape « step-1 ».

### II.4.6 Création de la fissure :

1. Accédez au module **Interaction**. Utilisez la barre de menu pour naviguer vers **Special > Assign Seam** et indiquez l'emplacement souhaité pour une fissure.
2. Retournez dans le module **Interaction**. Dans la barre de menu, sélectionnez **Special > Crack > Create**.
3. Dans la fenêtre qui s'ouvre, procédez à la création d'une fissure. Sélectionnez **Type > Contour Integral** et cliquez sur Continuer pour avancer dans le processus.

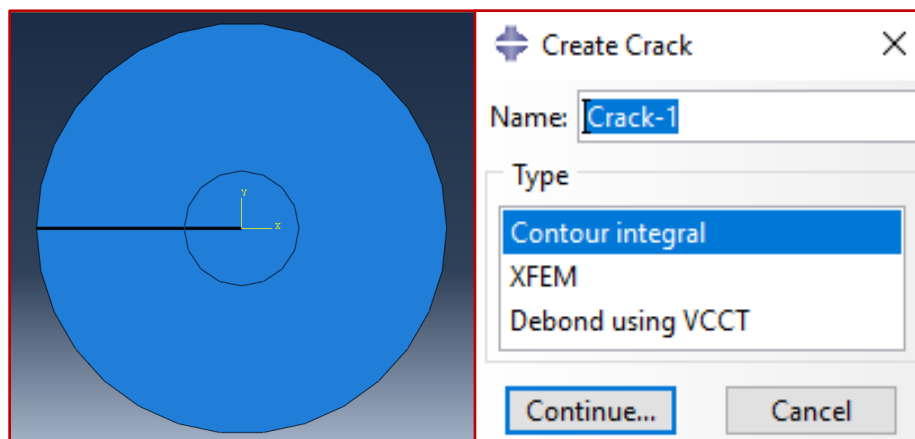


Figure II-10 : Création de la fissure.

4. Pour définir la position de la fissure, cliquez sur le centre du cercle (marqué d'un point rouge), puis validez en sélectionnant Terminé. Pour spécifier la direction de propagation de la fissure, choisissez **q vectors**. Utilisez la pointe de la fissure comme point de départ pour le vecteur de direction et désignez un point situé sur l'axe horizontal à droite pour en marquer l'extrémité.

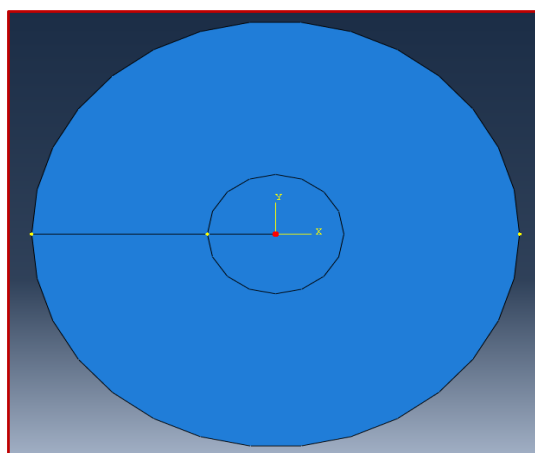


Figure II-11 : Pointe de fissure.

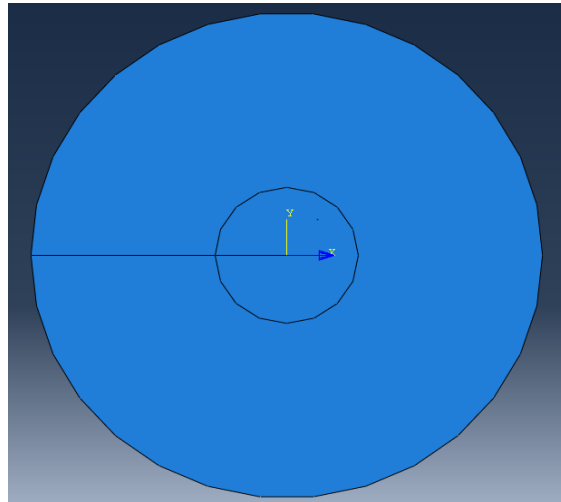


Figure II-12 : Direction de propagation.

5. Dans la nouvelle fenêtre **Edit Crack**, et dans l'onglet **singularity**, on va définir les paramètres de la singularité on met 0.25 dans **Midside node parameter ( $0 < t < 1$ )**, on choisit **collapsed element side, single node** et on termine par **ok**.

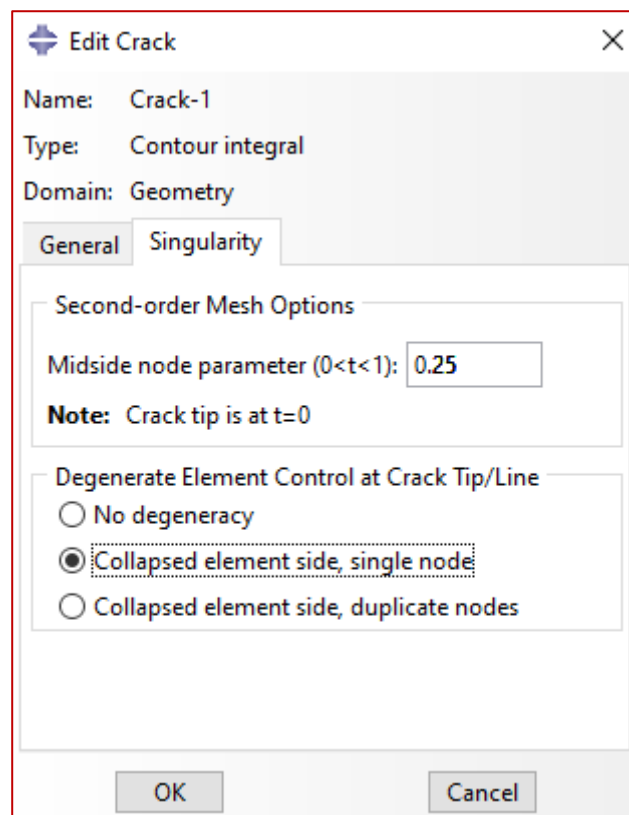

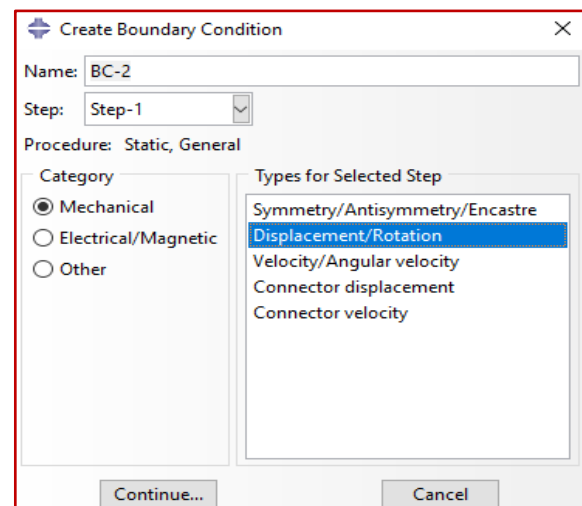
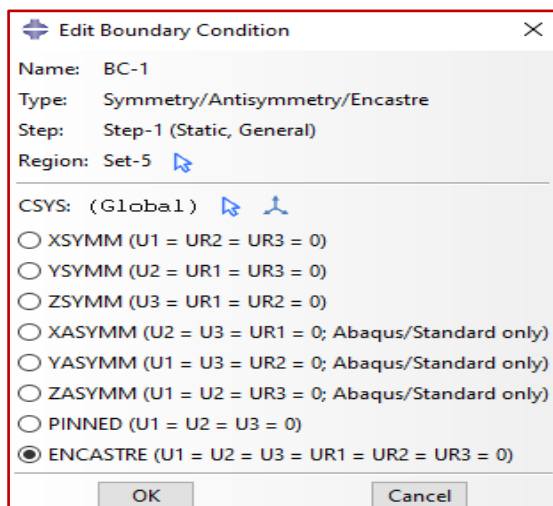
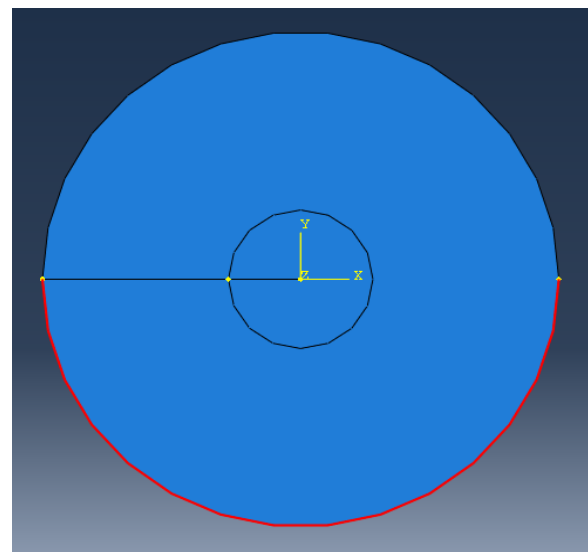
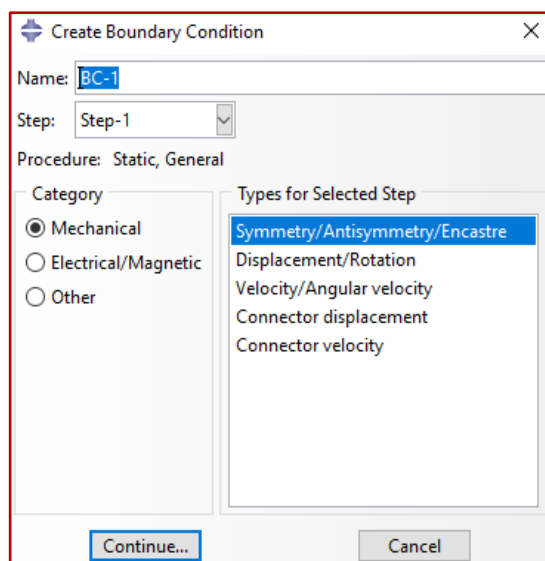


Figure II-13 : Singularité.



### II.4.7 Définir les conditions aux limites et le chargement :

1. Sélectionnez **boundary condition** .
2. Sélectionnez **Symmetry/Antisymmetry/Encastre**.
3. Sélectionnez demi-cercle inferieur appuyez sur **Done**.
4. Activer **ENCASTRE** ( $U1=U2=U3=UR1=UR2=UR3=0$ ).
5. Sélectionnez **Displacement/Rotation**.
6. Pour le point final de la fissure Activer le **displacement** ( $U1-U2$ ) avec de valeur de (Encasté).



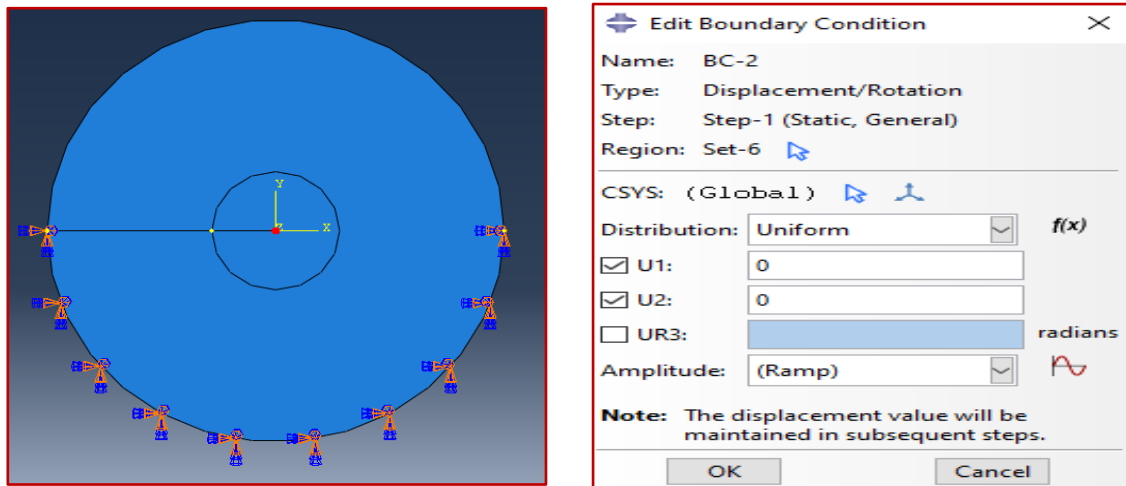


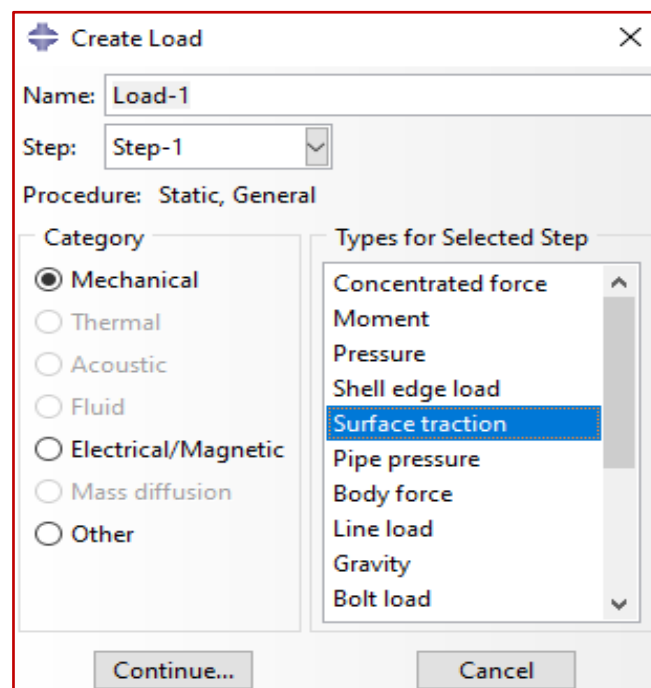


Figure II-14 : Définition de la condition aux limites.

7. Entrer dans le module **Load**.
8. Sélectionnez **create load**  .
9. Sélectionnez **Mechanical – surface traction** comme type de step.
10. Sélectionnez demi-cercle supérieur appuyez sur **Done**.
11. Sélectionnez , et cliquez sur le centre du Cercle, Pointez ensuite le point perpendiculaire vers le haut par rapport au centre pour déterminer la direction de la charge.
12. Cliquez sur **OK**.



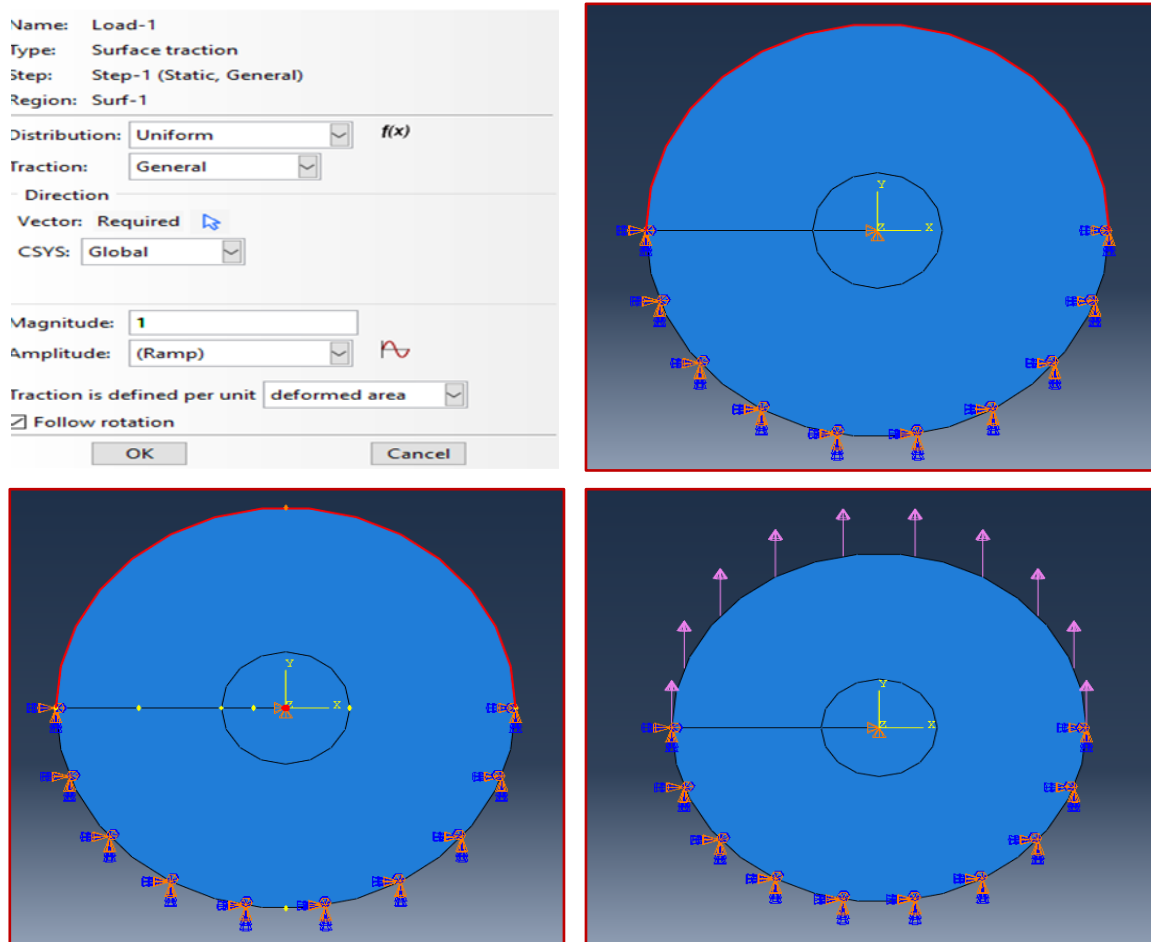

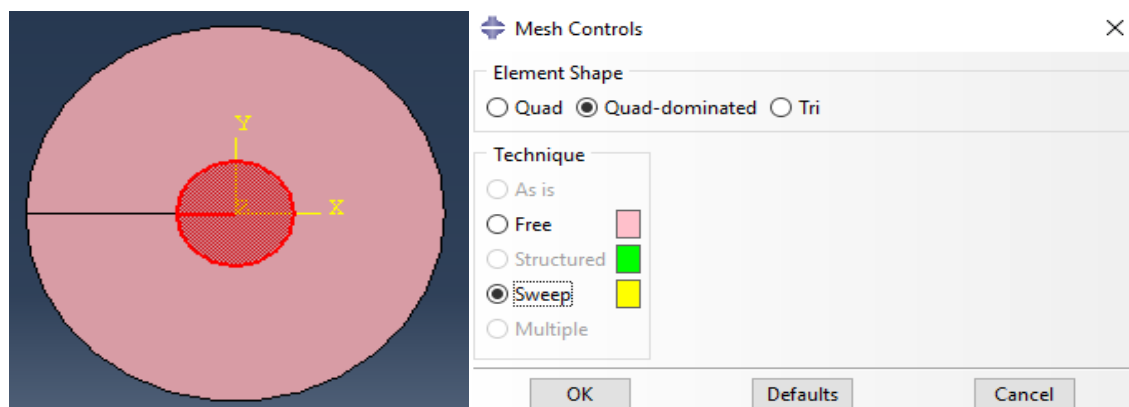


Figure II-15 : Application de la charge.

### II.4.8 Création du maillage :

1. Accédez au module **Mesh**.
2. Allez dans **Mesh > Controls**  et choisissez les options de maillage **Quad-Dominated**, **Sweep** et **Quad,Free, Medial axis**. Validez votre choix en cliquant sur **OK**.



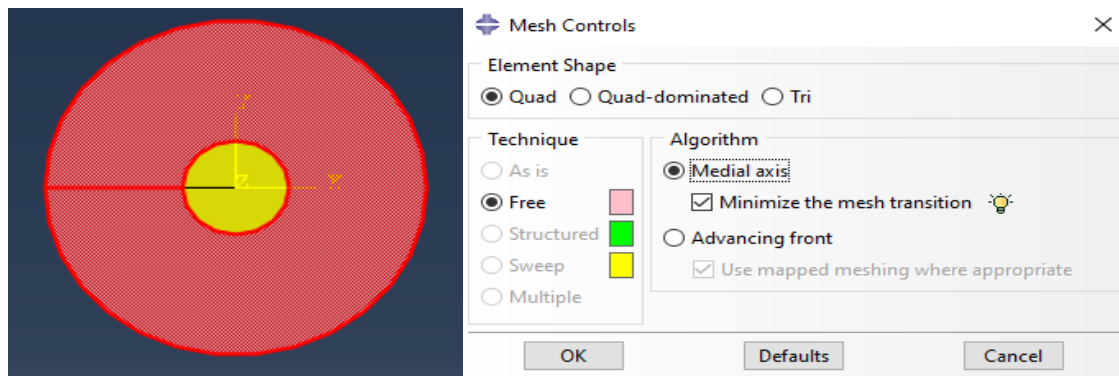



Figure II-16 : Contrôle du maillage.

3. Choisissez l'option **Seed-1 > Edge By Number**  et indiquez que 20 éléments seront générés sur le périmètre du cercle. Confirmez en cliquant sur OK. Appliquez la même procédure pour le rayon du cercle, saisissez 5 et validez à nouveau avec OK.

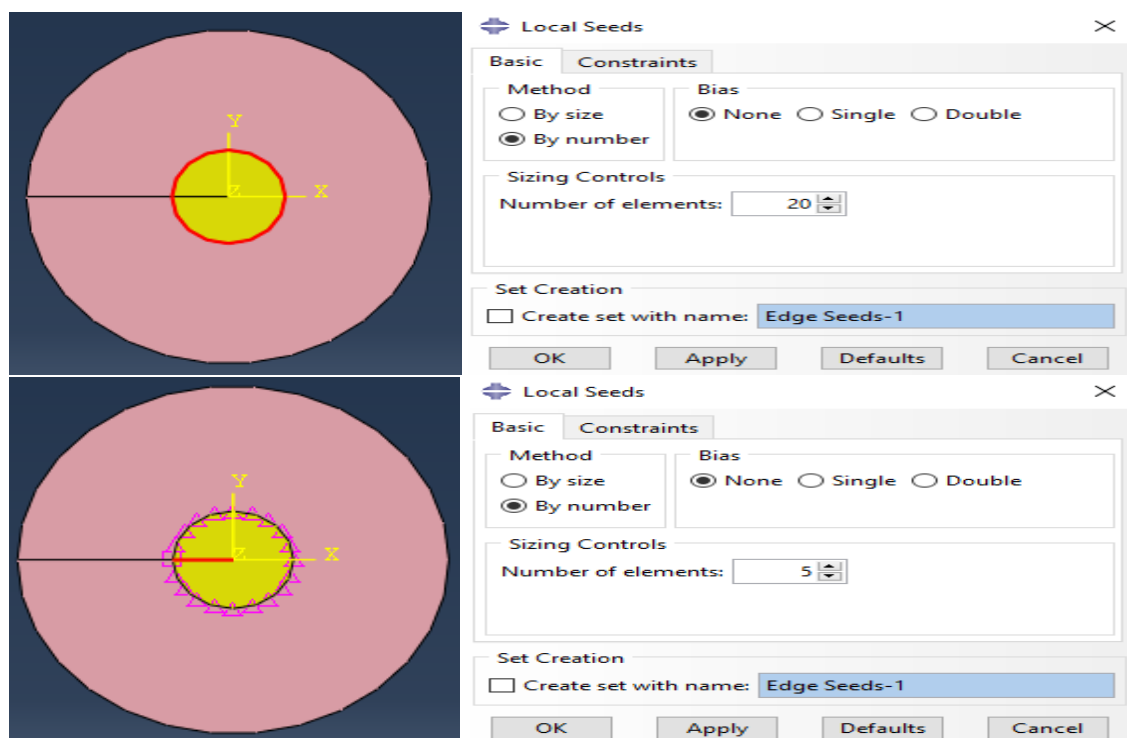



Figure II-17 : Précision de maillage.

4. Choisissez **Mesh part instance** , déterminez ensuite la dimension approximative des éléments, qui est de 0.2 dans ce cas, avant de valider en cliquant sur OK.

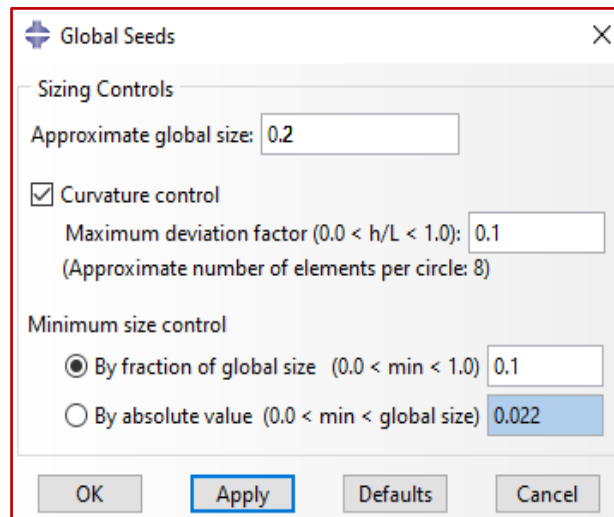


Figure II-18 : Précision de maillage.

5. Activez l'option **Mesh – Element Type** pour faire apparaître le menu contextuel. Dans ce menu, sélectionnez l'option Standard pour la collection d'éléments, **Quadratic** pour la configuration géométrique, et **plane Stress** pour le groupe d'éléments concerné. Pour conclure, appuyez sur **OK** pour confirmer votre choix.

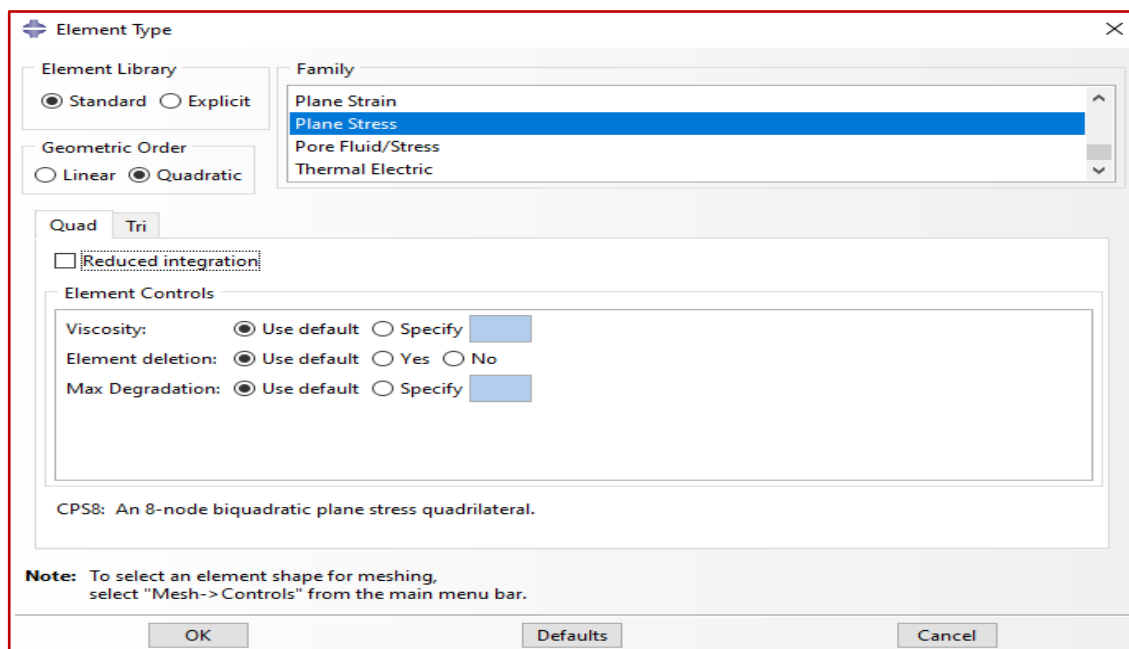


Figure II-19 : Choix des éléments.

7. Optez pour **Mesh-Part**  afin de procéder au maillage de la pièce, puis appuyez

sur **Yes** pour confirmer. Vous observerez le résultat suivant :

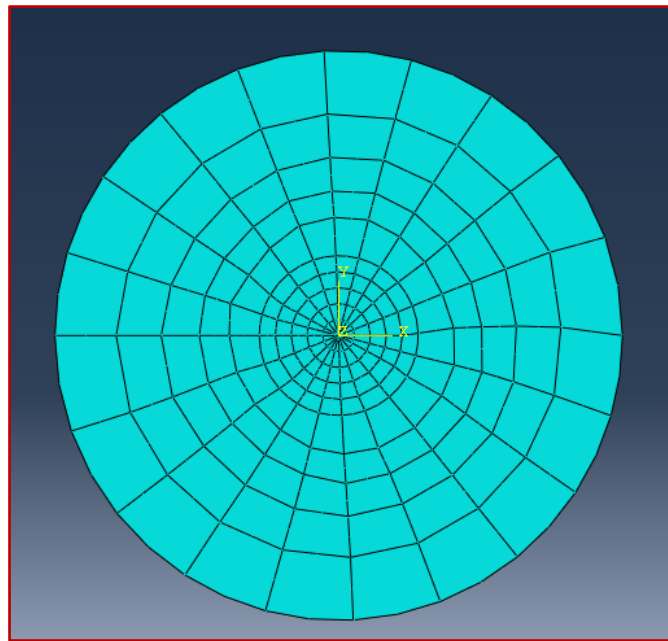



Figure II-20 : Maillage de la géométrie.

Maintenant :

1. Accédez au module **Step**.
2. Choisissez **History Output Manager**  et, dans la fenêtre qui s'ouvre, cliquez sur **Edit**.

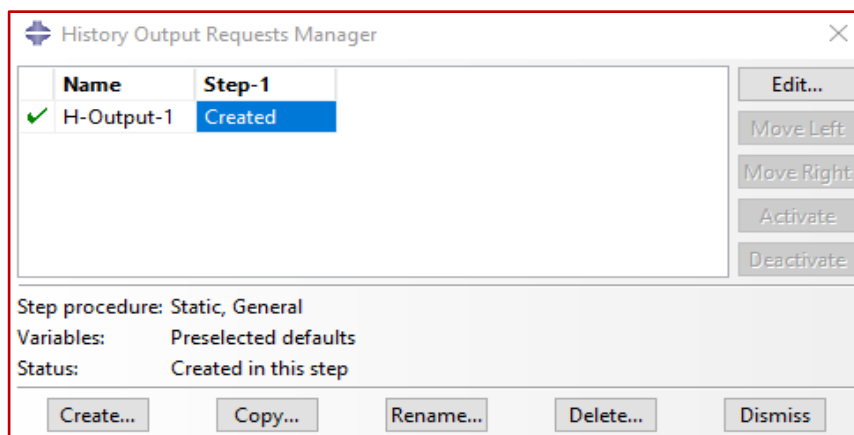


Figure II-21 : Paramètres de sortie (1).

3. Dans le menu qui s'affiche, optez pour l'option **Crack** dans la section **Domain**. Pour **Frequency**, sélectionnez '**Every n increments**' et indiquez le chiffre 5 pour le nombre de contours.
4. Poursuivez en sélectionnant **Type**, et choisissez **Stress intensity factors-maximum energy release rate**.

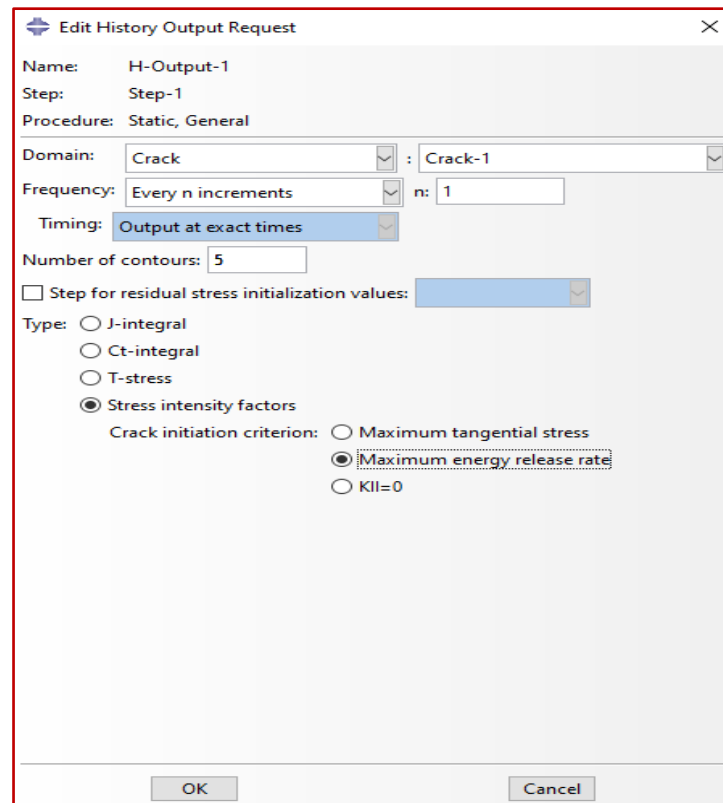


Figure II-22 : Paramètre de sortie (2).

Pour cinq contours, nous déterminerons 5 ensembles de valeurs pour J et K, qui seront visualisés en rouge sur la figure à venir :

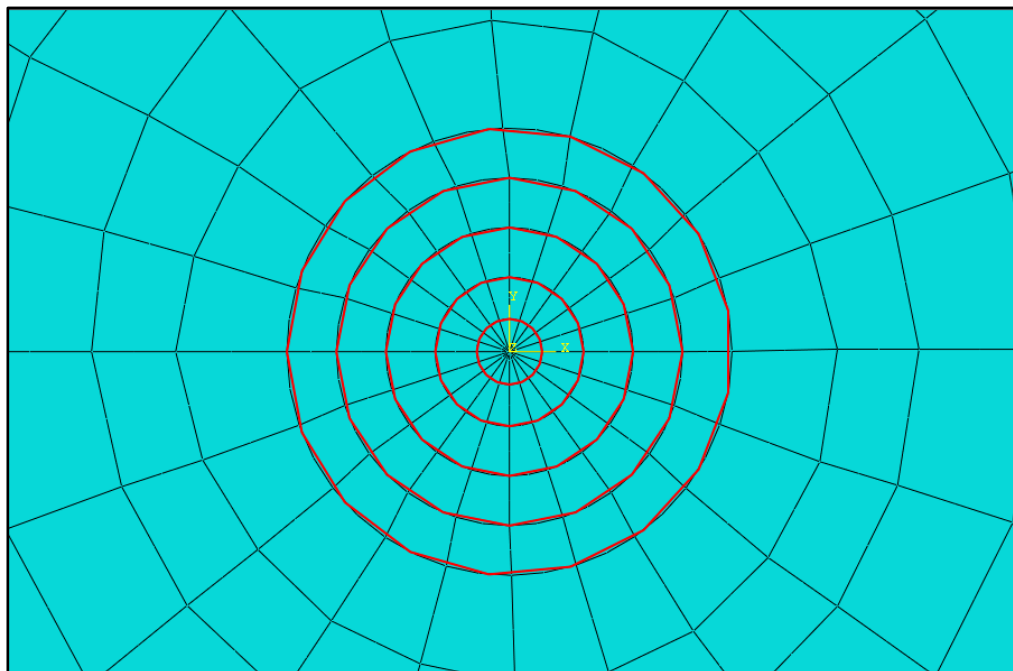


Figure II-23 : Les 5 contours d'intégral de J.

### II.4.9 Définir et lancer un job :

1. Accédez au module Job et procédez à la création d'un job nommé « Job-1 ».

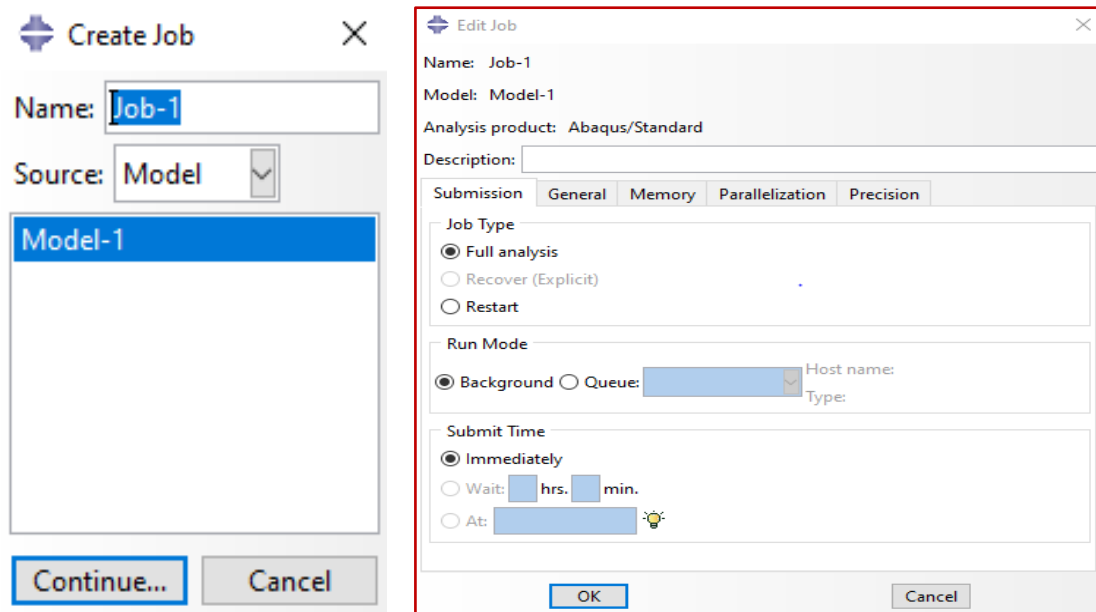
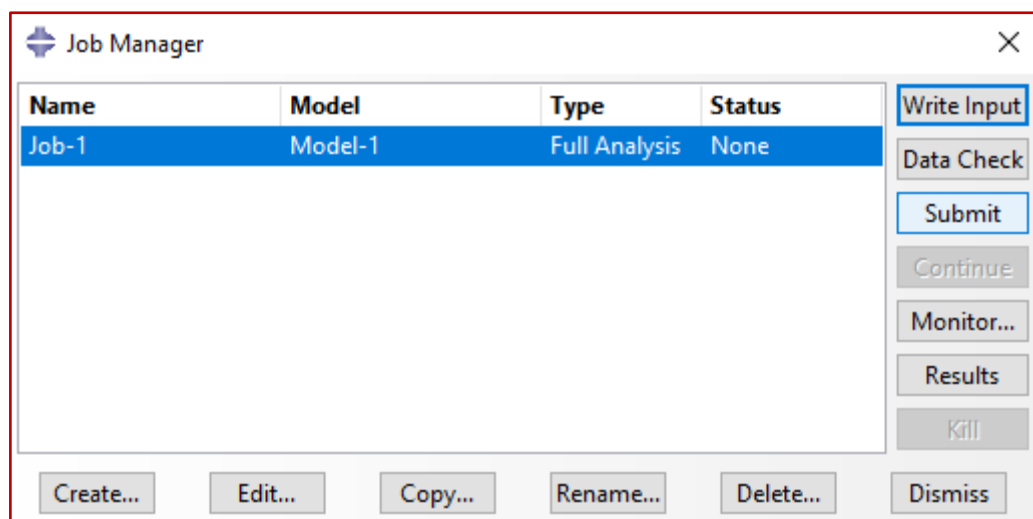
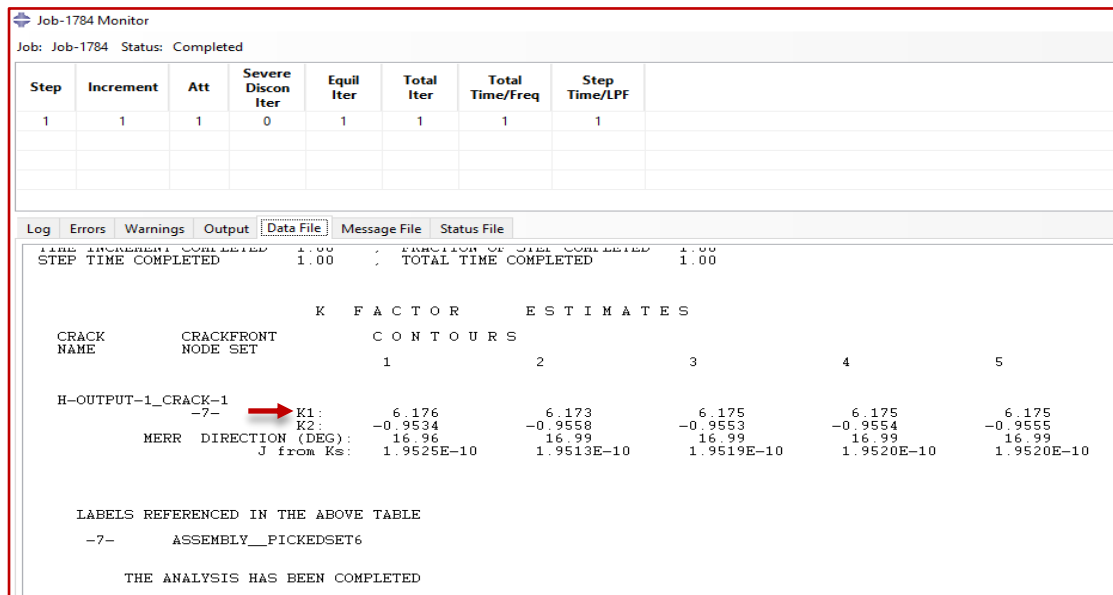


Figure II-24 : Création de « job ».

2. Enregistrez votre modèle puis (**Submit**) le job pour démarrer l'analyse. Consultez le **Monitor** pour suivre l'avancement de l'analyse, Lorsque l'analyse est terminée, on clique sur **Data File** pour afficher les résultats de  $K_I$  et  $K_{II}$  (Figure II-25).







**Figure II-25 : Résultats.**

Le calcul des FIC  $K_I$  repose sur l'intégrale de contour J qui devrait théoriquement rester constante quel que soit le contour sélectionné. Toutefois, au voisinage immédiat de la pointe de la fissure, les valeurs numériques tendent à être inexactes. Comme le montrent les résultats ci-dessus (**Figure II-25**), les valeurs des FIC varient pour les deux contours les plus proches de la pointe. Par conséquent, nous écartons les deux premières valeurs et ne prenons en compte que celles correspondant aux trois derniers contours.

## II.5 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté le logiciel ABAQUS. Nous avons également détaillé la procédure de la modélisation du disque fissuré. Nous présentons dans le prochain chapitre les résultats pour le cas force imposée.

**Chapitre III :**  
Résultats pour disque fissuré  
Cas Force imposée

## Chapitre III : Résultat pour disque fissuré (Force imposée)

---

### III.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous calculons le FIC pour un disque fissuré dans le cas de force imposée et pour plusieurs longueurs de fissure. Nous examinons également l'influence de la longueur de fissure sur les résultats.

### III.2 Présentation du problème :

Nous examinons un disque de forme circulaire présentant une fissure. Le disque a un rayon de  $1\text{et}$  la longueur de la fissure "a" varie, avec des valeurs comprises entre 0.1 et 1.9. Le matériau du disque est considéré comme isotrope, avec un module de Young noté  $E$  et un coefficient de Poisson noté  $\nu$ . Une charge de surface à traction constante, notée  $\sigma$ , est appliquée le long de demi-cercle supérieur et demi-cercle inférieur. La procédure de modélisation avec ABAQUS est similaire à celle du cas "problème mixte".

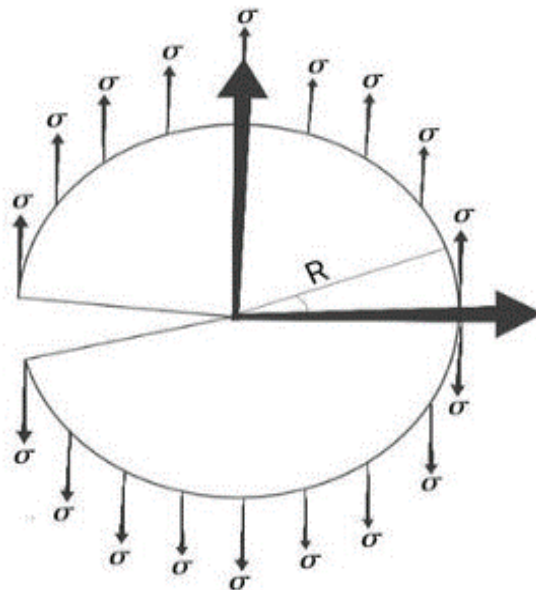


Figure III-1 : Disque fissuré (Force imposée)

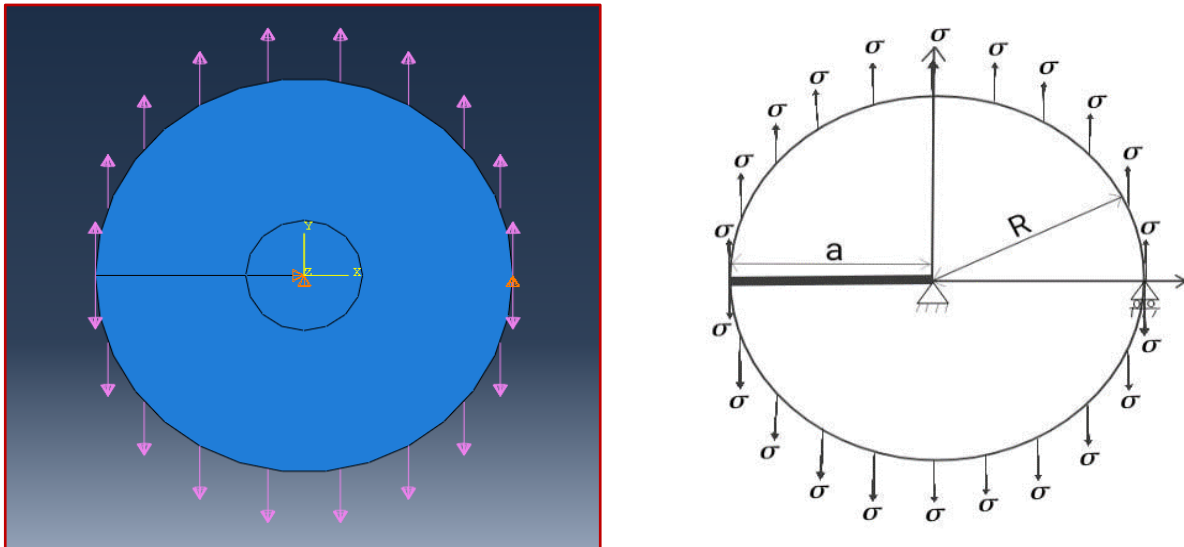


Figure III-2 Disque fissuré Modèle pour ABAQUS (Force imposée)

### III.3 Etude numérique :

La précision des résultats est tributaire de la finesse du maillage. Ainsi, une série de simulations a été réalisée pour chaque dimension de fissure, en accroissant progressivement le nombre d'éléments jusqu'à ce que les résultats se stabilisent. Vous trouverez les détails de ces simulations dans l'Annexe A (**Force imposée**). Les résultats définitifs, obtenus après stabilisation, sont exposés ci-après.

### III.4 Résultats et discussions :

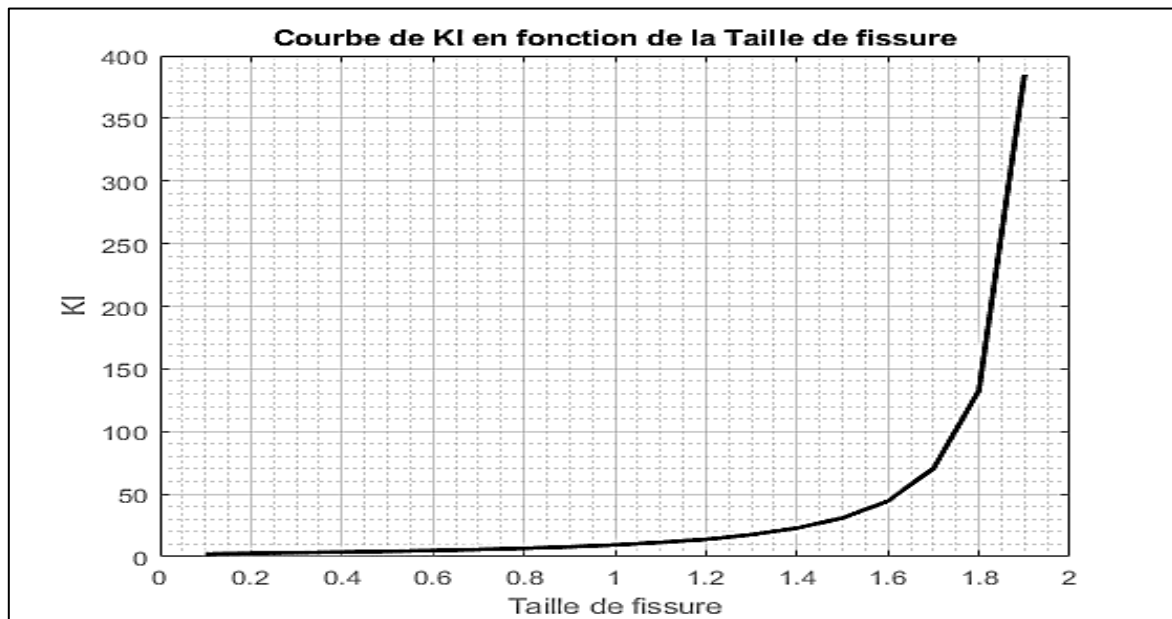
En raison de la symétrie du problème, on est en mode I. Ce résultat est vérifié par nos calculs (Annexe A). Nous exposons dans le document suivant l'évolution de  $K_I$  en fonction de  $a$ . Les données correspondantes sont synthétisées dans le Tableau III-1 présenté ci-dessous :

### Chapitre III : Résultat pour disque fissuré (Force imposée)

---

a	$K_I$
0.1	2.235
0.2	2.765
0.3	3.245
0.4	3.753
0.5	4.326
0.6	4.993
0.7	5.790
0.8	6.756
0.9	7.955
1	9.472
1.1	11.52
1.2	13.88
1.3	17.69
1.4	22.93
1.5	30.99
1.6	44.49
1.7	70.36
1.8	132.7
1.9	384.9

Tableau III -1 : résultats de  $K_I$  d'un cas Force-Force



**Figure III-3 : courbe de propagation d'une fissure  $k_I$  en fonction de taille de fissure (Force imposée)**

On observe que  $K_I$  est une fonction croissante de la longueur de la fissure, et que le taux de croissance est d'autant plus élevé que la longueur est importante. On en déduit que dans le cas force imposée la propagation de la fissure est très instable.

La valeur obtenue pour  $a=1$  (9.47) est très proche de celle trouvée par [8] (9.40). Ceci est une validation de notre travail.

### III.5 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons calculé le facteur d'intensité de contrainte ( $K_I$ ) dans le cas force imposée. Nous avons appliqué la méthodologie détaillée dans le chapitre 2 afin de déterminer le  $K_I$ . Les résultats ont été illustrés à l'aide du logiciel ABAQUS. Nous avons représenté la variation de  $K_I$  en fonction de la fissure dans l'intervalle  $[0.1, 1.9]$ .

**Chapitre IV :**  
Résultat pour disque fissuré  
Cas déplacement imposé

### IV.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous exposerons les différentes étapes dans le cas du **déplacement** par rapport au cas de la force (ABAQUS) et résultats relatifs au disque fissuré sous condition de Déplacement imposé et examinerons l'influence de la longueur de la fissure.

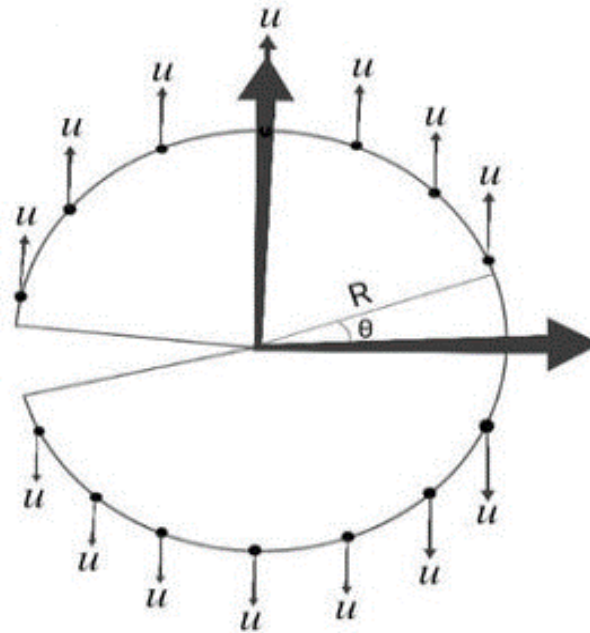
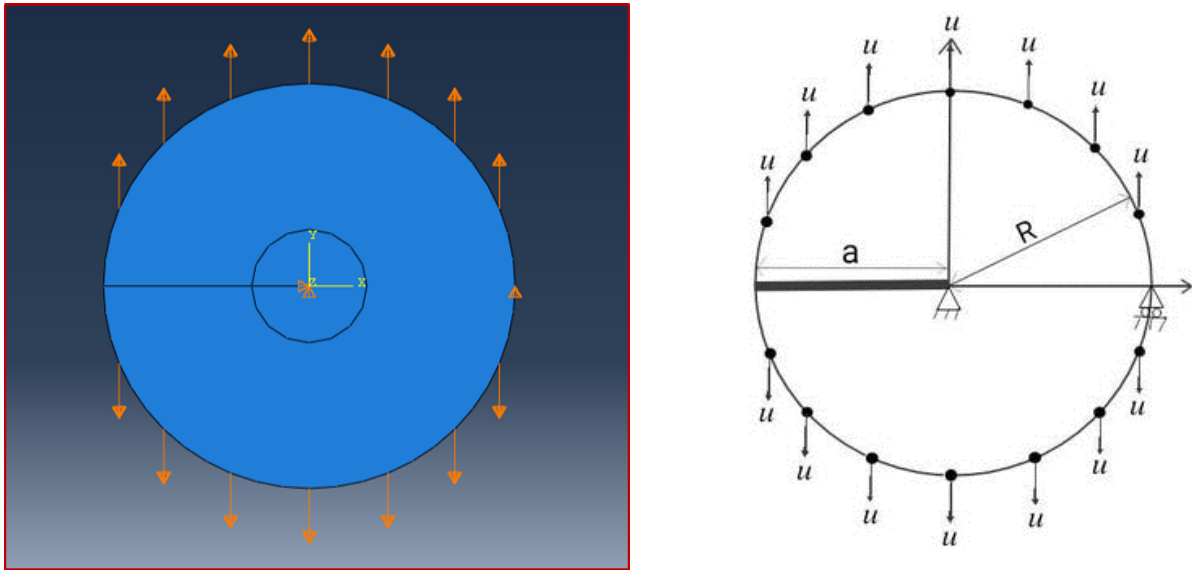


Figure IV -1 : Disque fissuré - Cas Déplacement imposé

### IV.2 Présentation de problème :

Nous examinons un disque de forme circulaire présentant une fissure. Le disque a un rayon de 1 et la longueur de la fissure “a” varie, avec des valeurs comprises entre 0.1 et 1.9. Le matériau du disque est considéré comme isotrope, avec un module de Young noté  $E$  et un coefficient de Poisson noté  $\nu$ . Un déplacement  $u$  orienté vers le haut est imposé sur 7 nœuds d’ancrage situés sur le demi-cercle supérieur, tandis qu’un déplacement similaire orienté vers le bas est appliqué aux 7 nœuds d’ancrage correspondants sur le demi-cercle inférieur. Les 7 points d’ancrage sont équidistants sur le demi-cercle. Nous avons également fixé le centre du cercle (Figure IV -2)





**Figure IV -2 : Disque fissuré Modèle pour ABAQUS (Déplacement)**

### IV.3 Construction du modèle dans ABAQUS :

Grandeur		Valeur
Déplacement	$u$	1
Module de Young	E	200e9
Coefficient de Poison	$\nu$	0.3
Rayons de cercle	R	1

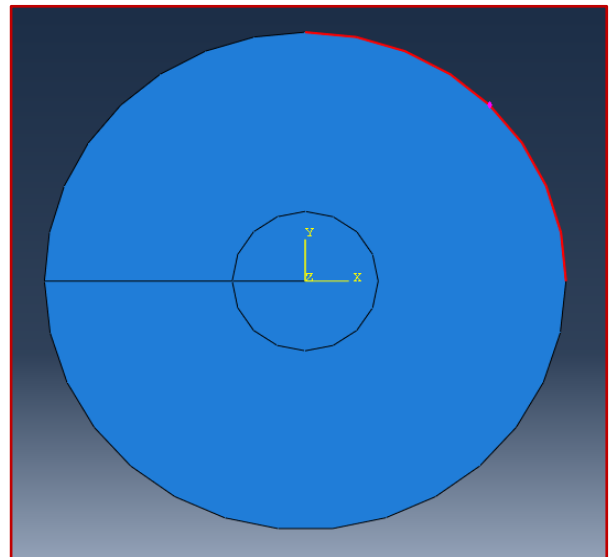
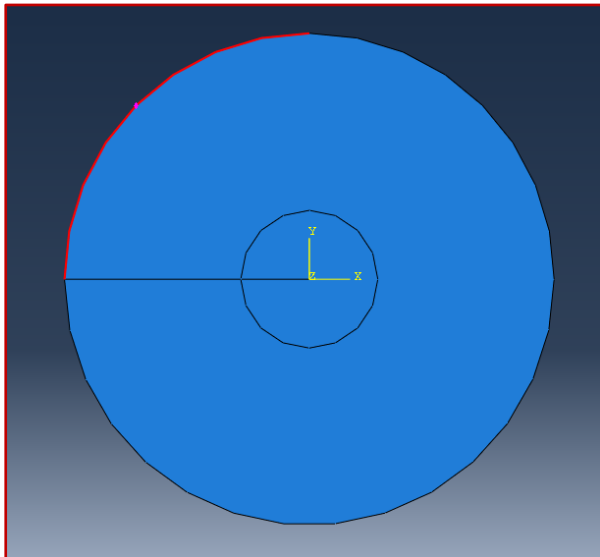
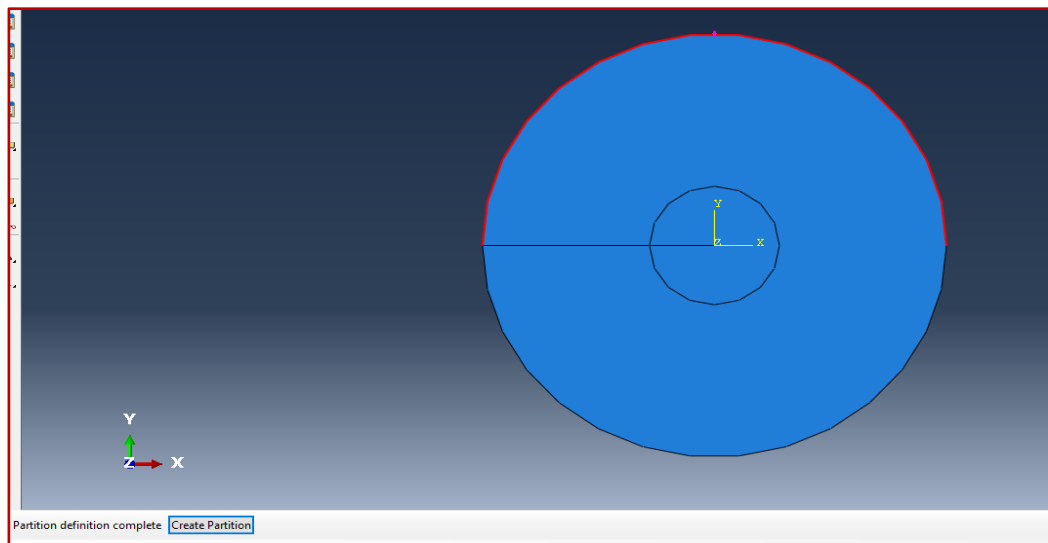
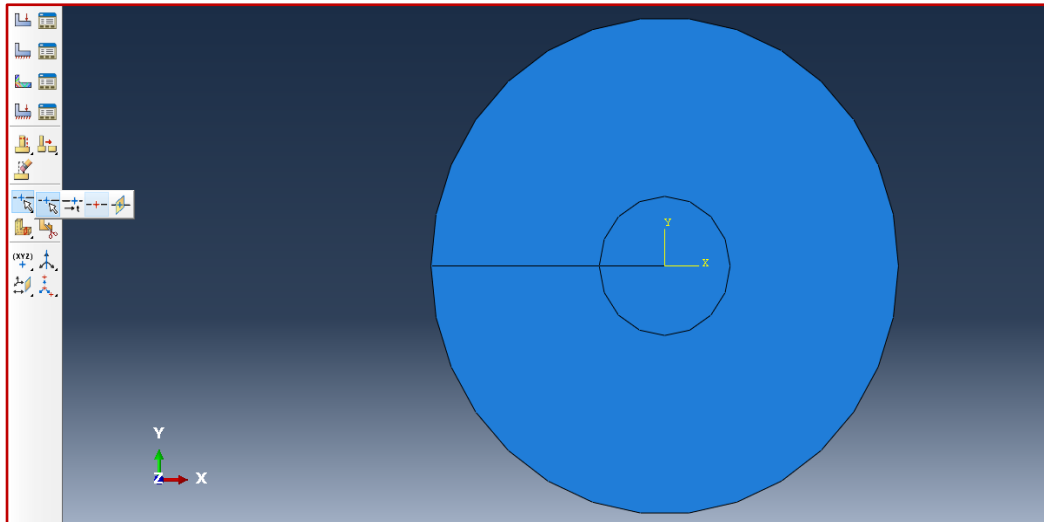
**Tableau IV-1 : Données de l'application numérique.**

### IV.4 Modélisation avec ABAQUS :

Les étapes de la modélisation pour déplacement imposé sont les mêmes que pour force imposée, excepté pour le module de **Load** :

1. Sélectionnez **Partition Edge : Select Midpoint/Datum Point** puis nous créons 7 nœuds fix sur Demi-cercle supérieur même les étapes pour demi-cercle inférieur. (Figure IV-4)

# Chapitre IV : Résultat pour disque fissuré (Déplacement imposé)



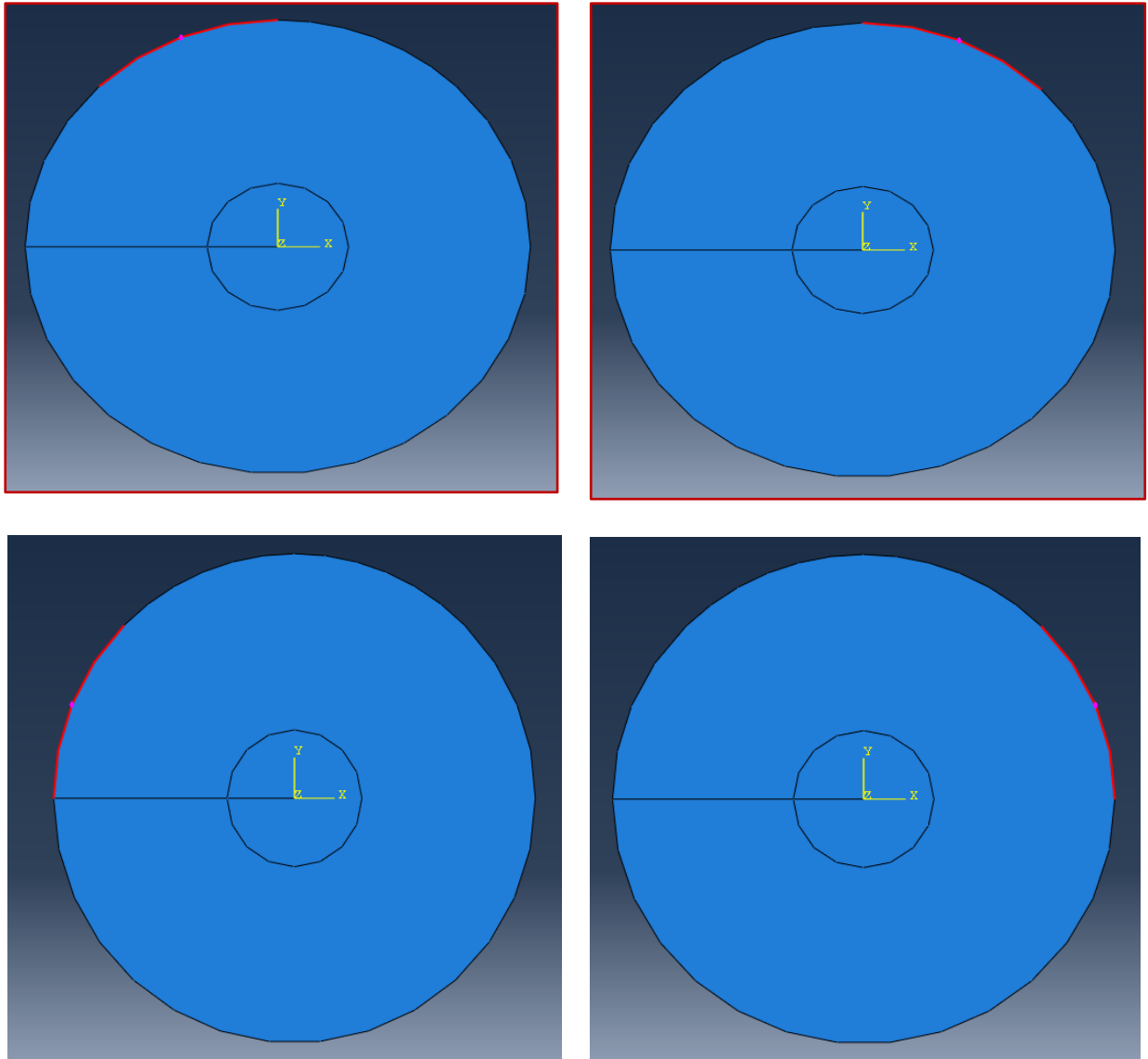



Figure IV-3 : Create Partiton (nœuds fixes).

2. Sélectionnez boundary condition  .
3. Sélectionnez **Displacement/Rotation**.
4. Sélectionnez les 7 nœuds de demi-cercle supérieur et Activer le **displacement** **U2=1** et 7 nœuds de demi-cercle inférieur activer **U2** avec de valeur de **(-1)**  
(Le signe (-) est due à la direction de la déplacement).

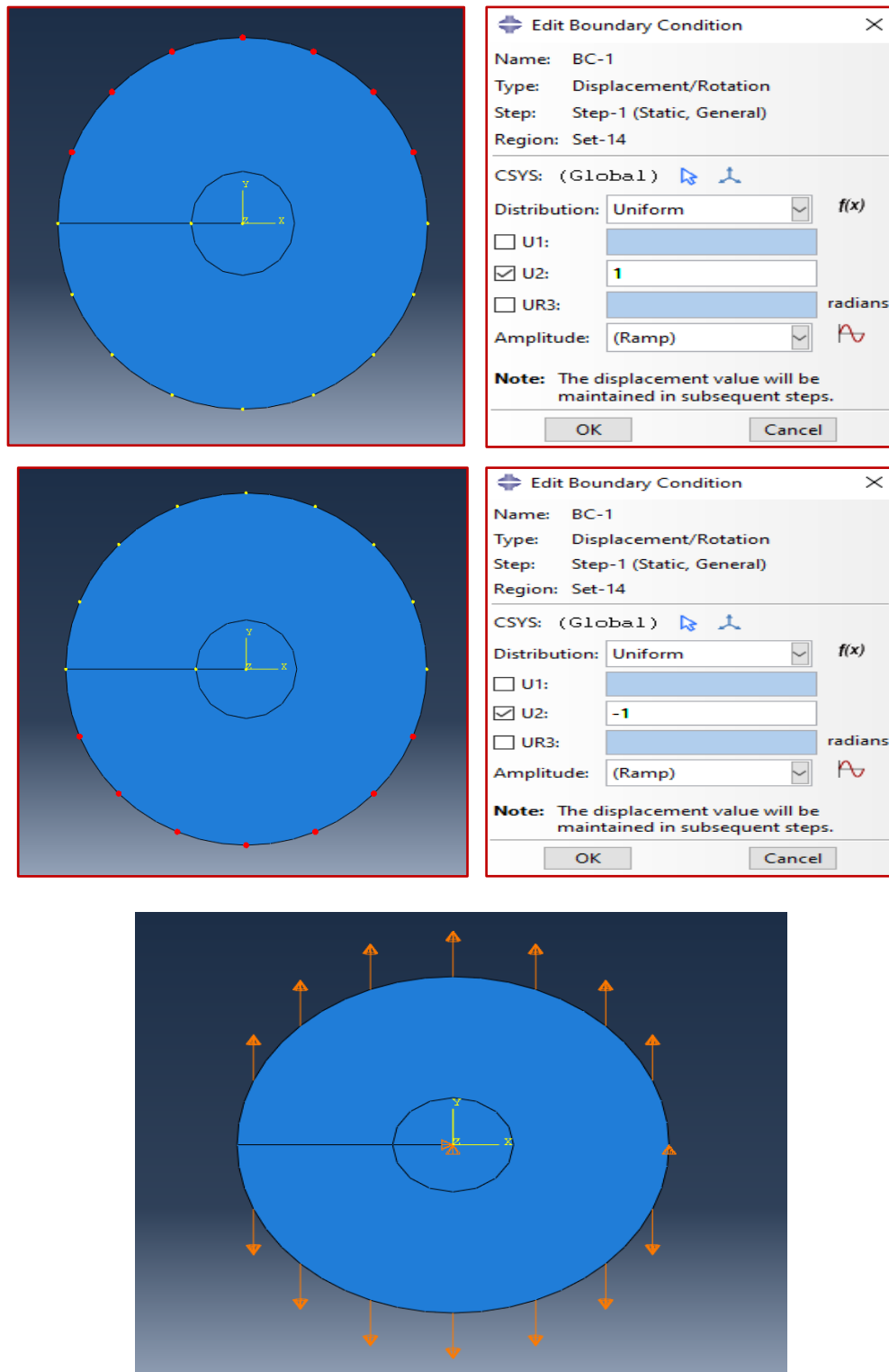


Figure IV-4 : Application de Déplacement

### IV.5 Etude numérique :

La précision des résultats est tributaire de la finesse du maillage. Ainsi, une série de simulations a été réalisée pour chaque dimension de fissure, en accroissant

## Chapitre IV : Résultat pour disque fissuré (Déplacement imposé)

progressivement le nombre d'éléments jusqu'à ce que les résultats se stabilisent. Vous trouverez les détails de ces simulations dans l'Annexe B (Déplacement imposé). Les résultats définitifs, obtenus après stabilisation, sont exposés ci-après.

### IV.6 Résultats et discussions :

À cause de la symétrie du problème, on est en mode I. Ceci est vérifié dans les résultats de l'Annexe B. Nous exposons ci-après l'évolution de  $K_I$  en fonction de  $a$ . Les données correspondantes sont synthétisées dans le Tableau III-1 présenté ci-dessous pour consultation :

$a$	$K_I$
0.1	$1.5471 \times 10^{11}$
0.2	$2.0390 \times 10^{11}$
0.3	$2.0487 \times 10^{11}$
0.4	$1.9467 \times 10^{11}$
0.5	$1.8845 \times 10^{11}$
0.6	$1.8164 \times 10^{11}$
0.7	$1.7536 \times 10^{11}$
0.8	$1.7689 \times 10^{11}$
0.9	$1.6995 \times 10^{11}$
1	$1.7300 \times 10^{11}$
1.1	$1.7393 \times 10^{11}$
1.2	$1.7371 \times 10^{11}$
1.3	$1.7628 \times 10^{11}$

## Chapitre IV : Résultat pour disque fissuré (Déplacement imposé)

1.4	$1.8324 \times 10^{11}$
1.5	$1.9175 \times 10^{11}$
1.6	$1.9988 \times 10^{11}$
1.7	$2.1646 \times 10^{11}$
1.8	$2.4515 \times 10^{11}$
1.9	$2.4587 \times 10^{11}$

Tableau IV -2 : résultats de  $K_I$  d'un cas déplacement imposé

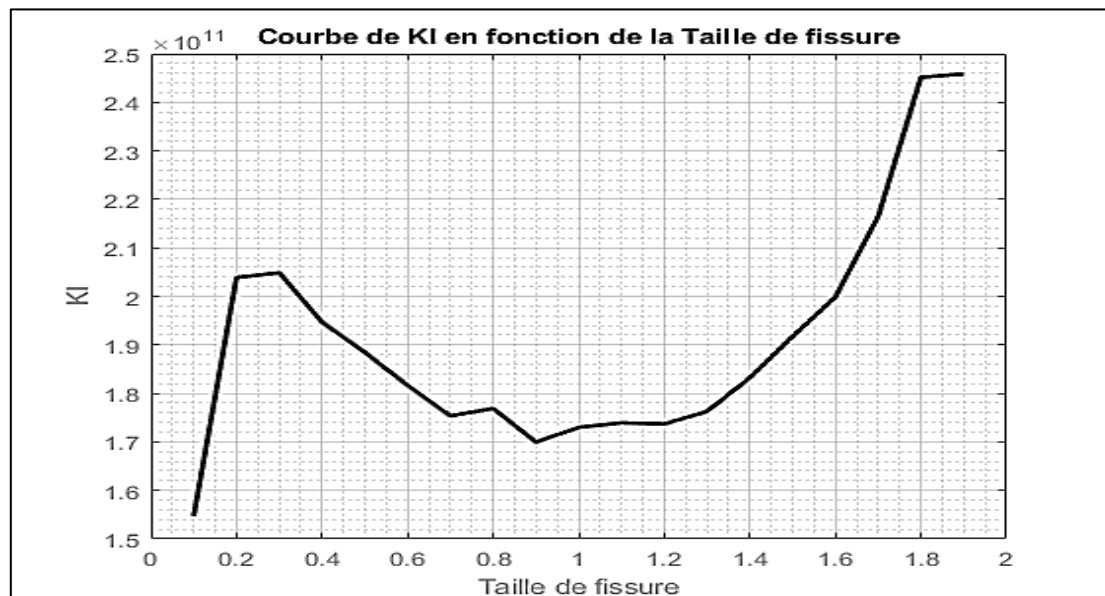


Figure IV-5 : courbe de propagation d'une fissure  $k_I$  en fonction de taille de fissure (Déplacement imposé)

On constate que la variation de  $K_I$  est d'abord croissante, ensuite décroissante, puis à peu près stable, finalement croissante lorsque la fissure s'approche du bord.

### IV.7 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons examiné d'un cas de déplacement imposé. Les résultats finaux ont été obtenus via le logiciel Abaqus et illustrés par des graphiques détaillant l'évolution de la fissure entre les valeurs de [0.1, 1.9].

**Chapitre V :**  
Résultats pour disque fissuré  
**(Problème Mixte)**

# Chapitre V : Résultats pour disque fissuré (Problème Mixte)

## V.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous exposerons les résultats relatifs au disque fissuré sous condition de deux problème (**Problème Mixte**) et examinerons l'impact de diverses longueurs de fissure.

Nous analyserons les données en lien avec le facteur d'intensité des contraintes.

## V.2 Présentation du problème :

Nous examinons un disque de forme circulaire présentant une fissure. Le disque a un rayon de 1 et une longueur de fissure "a" variable, avec des valeurs comprises entre 0.1 et 1.9. Le matériau du disque est considéré comme isotrope, avec un module de Young noté E et un coefficient de Poisson noté  $\nu$ . Une charge de surface à traction constante, notée  $\sigma$ , est appliquée le long du demi-cercle supérieur et encastré sur demi-cercle inférieur et fixé en son centre.

Dans ce chapitre, nous allons détailler les étapes du programme pour résoudre un problème de disque avec une fissure de longueur 1 (figure II-2).

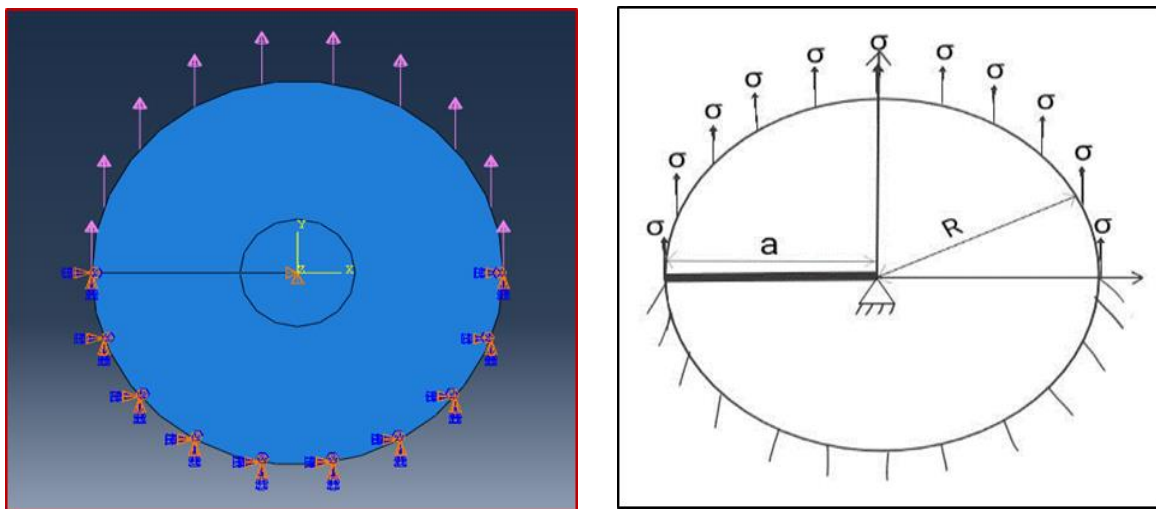


Figure V-1 : Disque fissuré (Modèle pour ABAQUS)

## V.3 Etude numérique ;

La précision des résultats est tributaire de la finesse du maillage. Ainsi, une série de simulations a été réalisée pour chaque dimension de fissure, en accroissant progressivement le nombre d'éléments jusqu'à ce que les résultats se stabilisent. Vous



## Chapitre V : Résultats pour disque fissuré (Problème Mixte)

---

trouvez les détails de ces simulations dans l'Annexe C (**Force-Encastrée**). Les résultats définitifs, obtenus après stabilisation, sont exposés ci-après.

### V.4 Résultats et discussions :

Nous exposons dans le document suivant l'évolution de  $K_I$  en fonction de  $a$ . Les données correspondantes sont synthétisées dans le Tableau III-1 présenté ci-dessous pour consultation :

$a$	$K_I$
0.1	1.902
0.2	2.148
0.3	2.388
0.4	2.741
0.5	3.088
0.6	3.508
0.7	4.029
0.8	4.612
0.9	5.434
1	6.392
1.1	7.587
1.2	9.181
1.3	11.49
1.4	12.01

## Chapitre V : Résultats pour disque fissuré (Problème Mixte)

1.5	17.59
1.6	24.92
1.7	44.50
1.8	83.61
1.9	239.6

Tableau V -1 : résultats de  $K_I$  d'un cas Force-Encastré

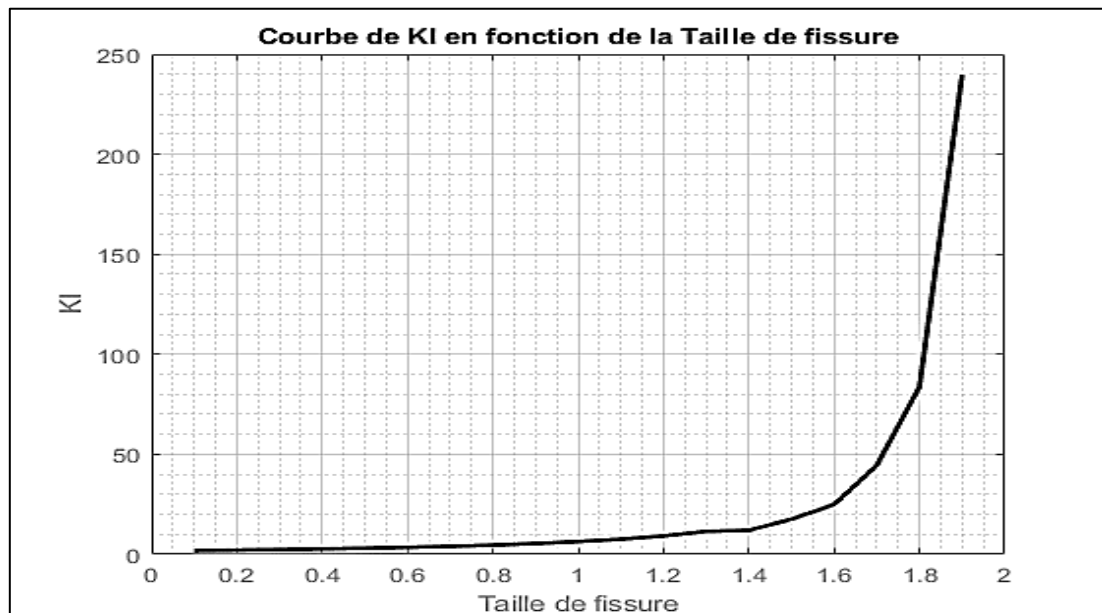


Figure V -2 : courbe de propagation d'une fissure  $k_I$  en fonction de taille de fissure (problème mixte)

On observe que  $K_I$  est une fonction croissante de la longueur de la fissure, et que le taux de croissance est d'autant plus élevé que la longueur est importante. On en déduit que dans le cas du problème mixte la propagation de la fissure est très instable.

### V.5 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons examiné le cas force-encastré (**Problème Mixte**). Pour ce cas, nous avons appliqué la méthodologie détaillée dans le chapitre 2 afin de déterminer  $K_I$ . Les résultats ont été illustrés à l'aide du logiciel ABAQUS, accompagnés de graphiques représentant la propagation de la fissure sur un intervalle de [0.1, 1.9].

Ce mémoire s'est focalisé sur la propagation des fissures dans un disque sous trois types de chargements différents : force imposée, déplacement imposé et problème mixte. L'objectif principal était de déterminer les facteurs d'intensité de contrainte (FIC) en utilisant la méthode des éléments finis avec le logiciel ABAQUS.

### Résultats et Discussions

#### 1. Force Imposée

- **Résumé des résultats** : Les simulations ont montré que la propagation des fissures sous une force imposée est fortement instable. Les FIC augmentent de manière significative avec l'augmentation de la longueur de la fissure, ce qui suggère un comportement de rupture rapide et imprévisible.
- **Implications** : Ces résultats soulignent l'importance de contrôler les forces appliquées sur les structures pour éviter des ruptures soudaines et catastrophiques.

#### 2. Déplacement Imposé

- **Résumé des résultats** : Dans le cas du déplacement imposé, les résultats ont indiqué une propagation moins instable des fissures. La variation du FIC est irrégulière.
- **Implications** : Cela suggère que les conditions de déplacement imposé peuvent permettre une meilleure prévisibilité et gestion de la propagation des fissures, réduisant ainsi le risque de défaillance structurelle soudaine.

#### 3. Problème Mixte

- **Résumé des résultats** : Pour le problème mixte, les simulations ont montré un comportement similaire au cas force imposée, et donc les mêmes implications.

En conclusion, cette étude démontre la complexité et l'importance de la mécanique de la rupture dans le domaine de l'ingénierie. Les résultats obtenus avec ABAQUS fournissent des insights cruciaux sur la propagation des fissures sous différentes conditions de chargement. En appliquant ces connaissances, il est possible de concevoir des structures plus sûres et plus durables, minimisant ainsi les risques de défaillances catastrophiques.

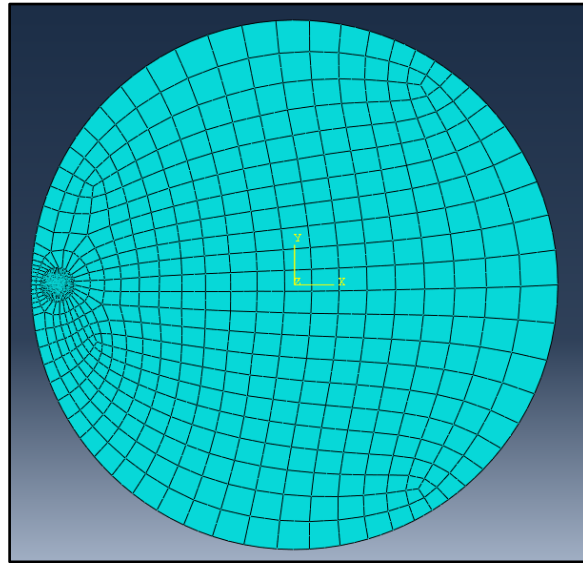
Les recherches futures pourraient se concentrer sur l'expansion de ces études à d'autres matériaux et configurations géométriques, ainsi que sur l'amélioration des techniques de modélisation pour intégrer des conditions de service encore plus réalistes.

# *Bibliographie*

- [1] Pr.Hicheme FERDJANI. Cours mécanique de la rupture fragile. Université Blida 1, Novembre 11, 2023
- [2] Youcef DJEBLOUN. Étude de la rupture en mode I d'ouverture des matériaux composites. Mémoire de Magister, Université Mohamed Khider de Biskra, 2004.
- [3] Saverio FIORDALISI. Modélisation tridimensionnelle de la fermeture induite par plasticité lors de la propagation d'une fissure de fatigue dans l'acier 304L. Thèse de doctorat, École nationale supérieure de mécanique et d'aérotechnique, 2014.
- [4] Jacques Besson - SIMULATION DE LA DÉCHIRURE DUCTILE, Centre des Matériaux, Mines ParisTech, 2012.
- [5] Tahar Neteche. Réhabilitation et Renforcement des Canalisations sous pression en présence des défauts de surfaces (Usto), Mémoire Pour l'obtention du grade de Docteur es-Science de l'Université des sciences et de la technologie Mohamed Boudiaf (Oran), 2015.
- [6] Dassault Systèmes, Logiciel Abaqus pour l'analyse par éléments finis, France : <https://www.3ds.com>
- [7] Alan T. Zehnder, "Lecture Notes on Fracture Mechanics", Cornell University 2007.
- [8] M. Reghioui, I. Rahim, "**Calcul de  $K_I$  pour une section circulaire fissurée, chargée en traction verticale, par la Méthode de collocation de frontière**", Master, Université de Blida, 2024.

**ANNEXE A :**  
Résultats pour disque fissuré  
(Force Imposée)

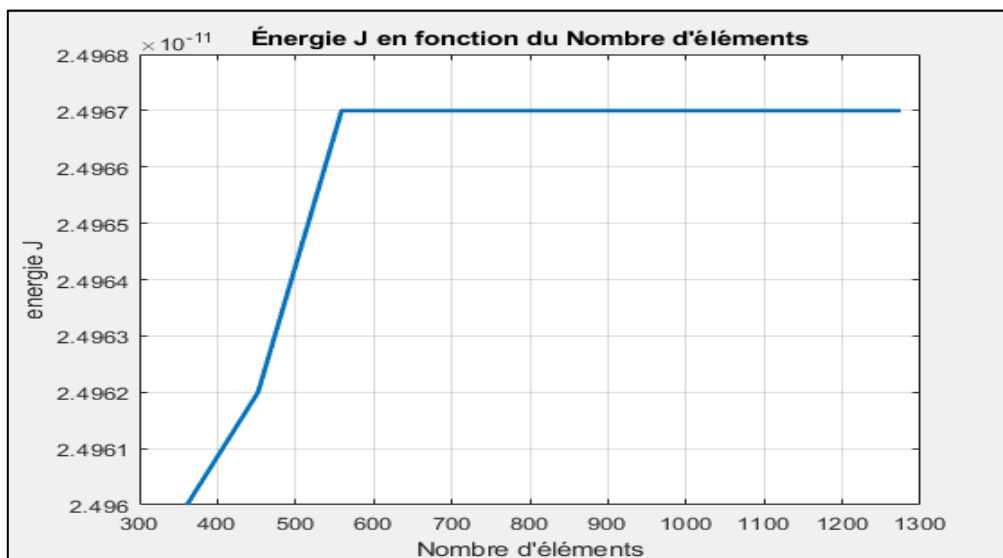
$a = 0.1$



**Figure A-1 :** Maillage pour  $a=0.1$  avec 1078 éléments (Force Imposée)

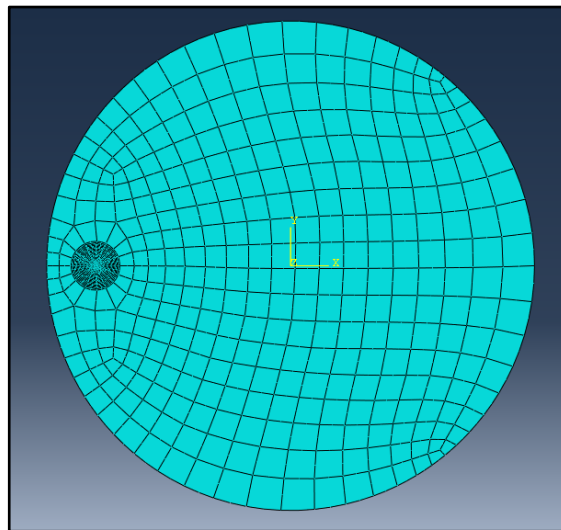
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-7-	K1: 2.235	2.234	2.235	2.235	2.235
		K2: 1.4051E-04	1.4054E-04	1.4064E-04	1.4069E-04	1.4071E-04
	MERR DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	2.4977E-11	2.4956E-11	2.4966E-11	2.4967E-11	2.4967E-11

**Figure A-2 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.1$  (Force Imposée)



**Figure A-3 :** Etude de convergence  $a=0.1$  (Force Imposée)

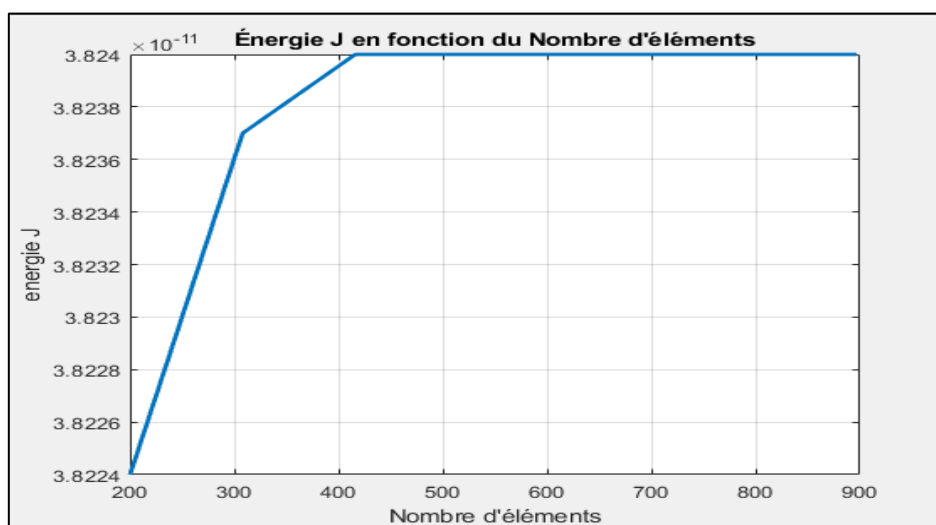
$a = 0.2$



**Figure A-4** : Maillage pour  $a=0.2$  avec 664 éléments (Force Imposée)

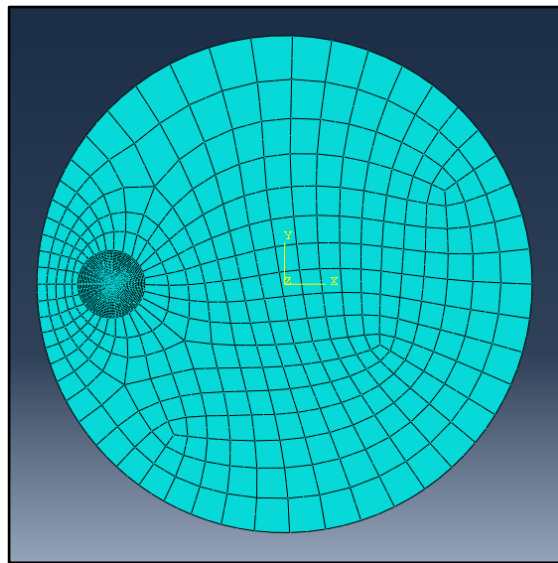
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-6-	K1: 2.766	2.765	2.765	2.765	2.766
		K2: 9.7457E-06	8.3802E-06	7.8668E-06	7.5383E-06	7.2942E-06
	MERR DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	3.8256E-11	3.8224E-11	3.8238E-11	3.8240E-11	3.8240E-11

**Figure A-5** : Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.2$  (Force Imposée)



**Figure A-6** : Etude de convergence  $a=0.2$  (Force Imposée)

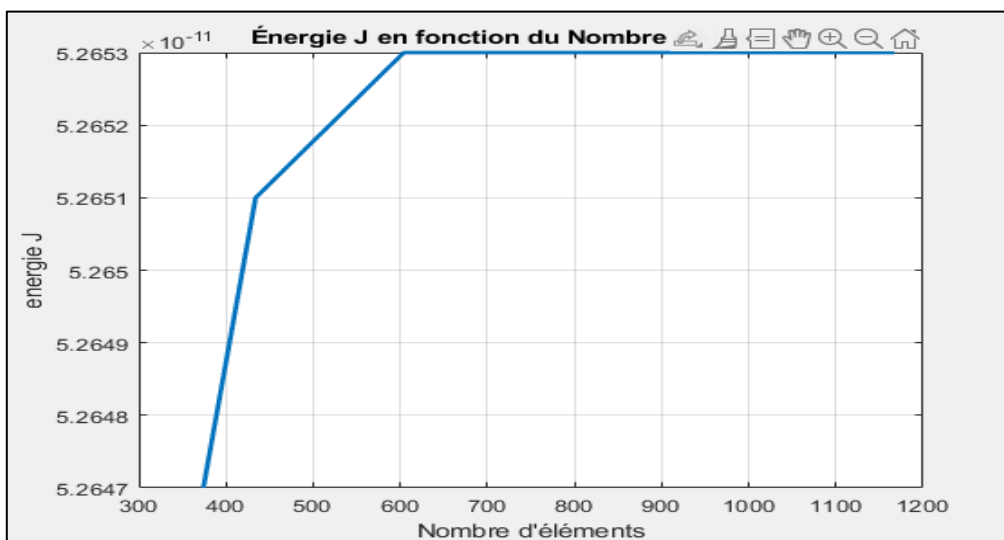
$a = 0.3$



**Figure A-7 :** Maillage pour  $a=0.3$  avec 957 éléments (Force Imposée)

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES					
		CONTOURS					
		1	2	3	4	5	
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-6-	K1:	3.246	3.244	3.245	3.245	3.245
		K2:	0.000	0.000	3.6000E-06	3.8449E-06	4.0360E-06
	MERR DIRECTION (DEG):		0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:		5.2675E-11	5.2631E-11	5.2651E-11	5.2653E-11	5.2653E-11

**Figure A-8 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.3$  (Force Imposée)



**Figure A-9 :** Etude de convergence  $a=0.3$  (Force Imposée)



$a = 0.4$

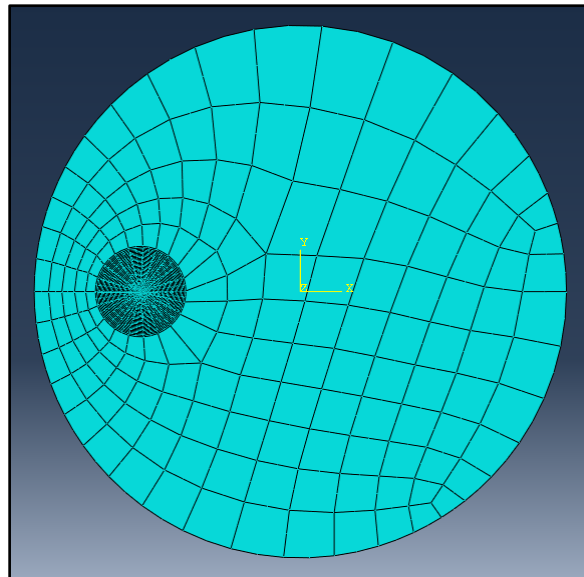


Figure A-10 : Maillage pour  $a=0.4$  avec 863 éléments (Force Imposée)

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-6-	K1: 3.754	3.752	3.753	3.753	3.753
		K2: -1.6871E-04	-1.5183E-04	-1.4570E-04	-1.4165E-04	-1.3863E-04
	MERR DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	7.0452E-11	7.0391E-11	7.0417E-11	7.0420E-11	7.0420E-11

Figure A-11 : Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.4$  (Force Imposée)

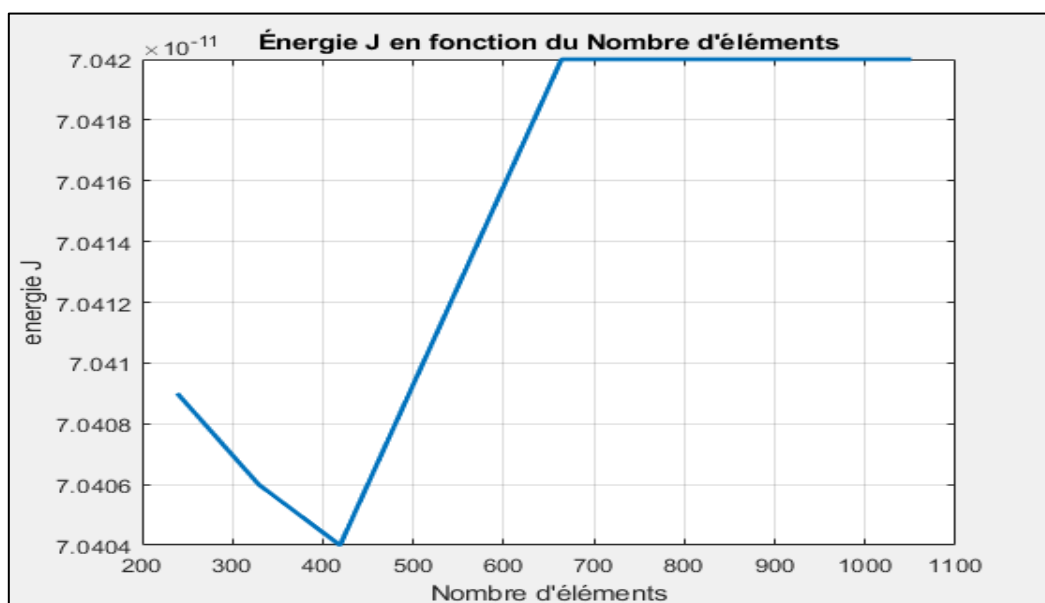
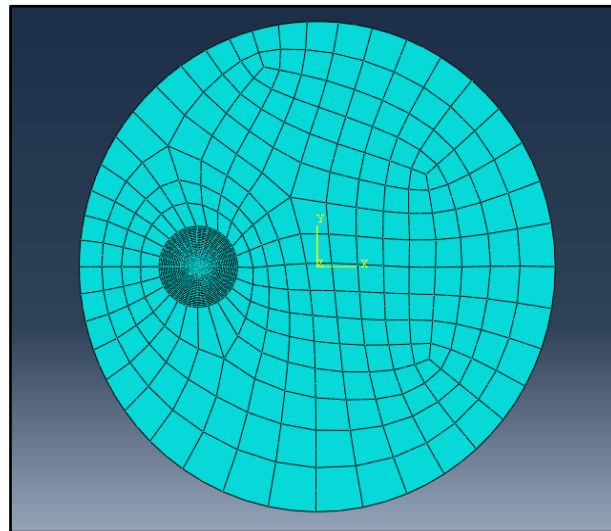


Figure A-12 : Etude de convergence  $a=0.4$  (Force Imposée)

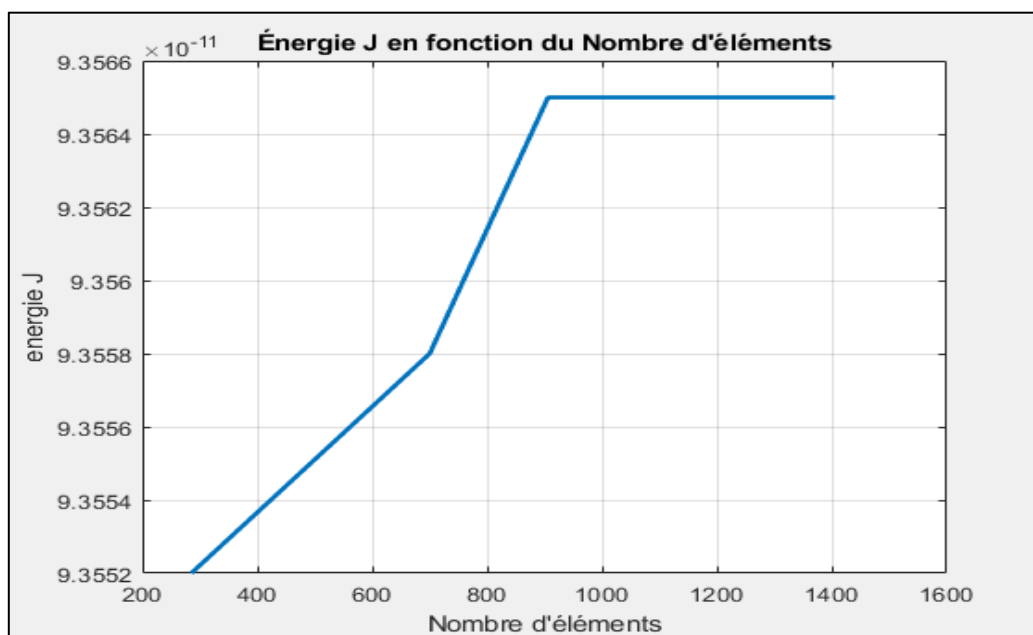
$a = 0.5$



**Figure A-13 :** Maillage pour  $a=0.5$  avec 906 éléments (Force Imposée )

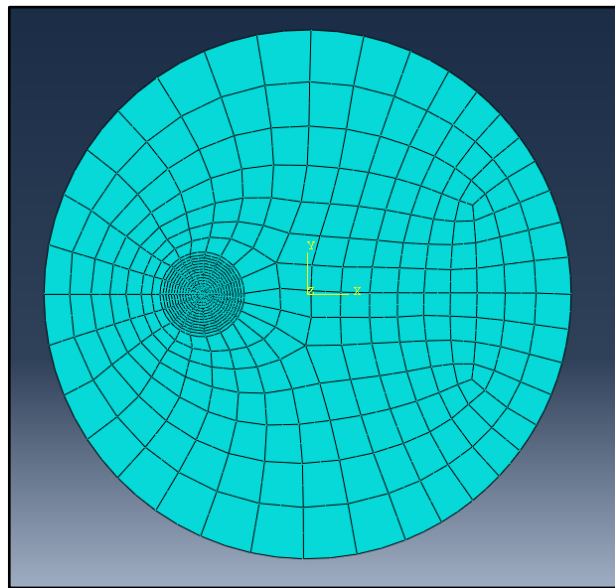
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-7-	K1: 4.328	4.325	4.326	4.326	4.326
		K2: 3.3854E-04	2.1572E-04	1.7014E-04	1.4029E-04	1.1794E-04
	MERR DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	9.3639E-11	9.3541E-11	9.3568E-11	9.3568E-11	9.3565E-11

**Figure A-14 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.5$  (Force Imposée)



**Figure A-15 :** Etude de convergence  $a=0.5$  (Force Imposée)

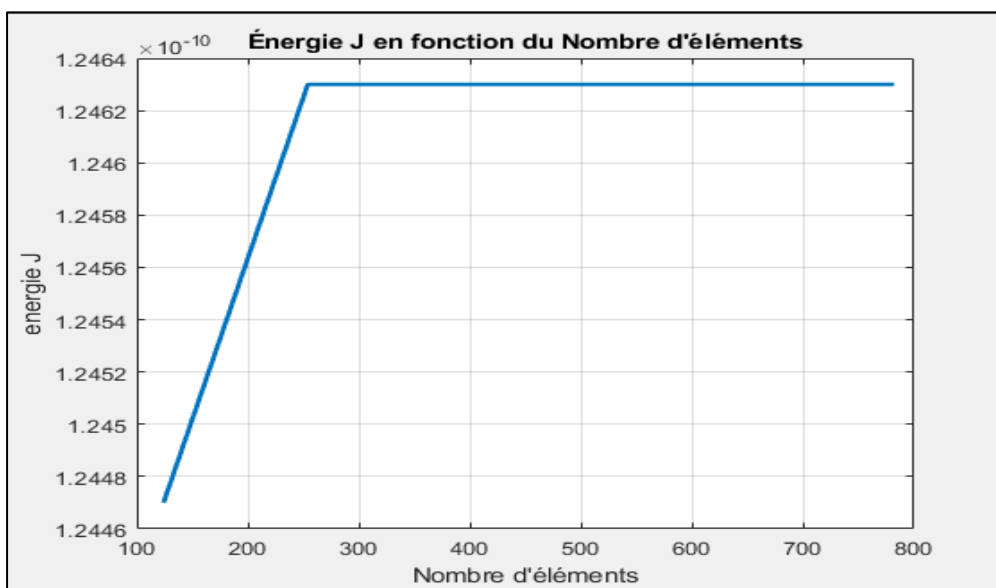
$a = 0.6$



**Figure A-16** : Maillage pour  $a=0.6$  avec 539 éléments (Force Imposée)

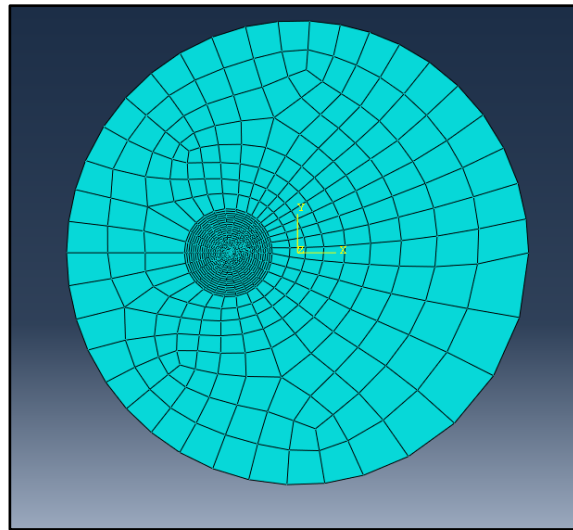
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
-6-	K1:	4.994	4.992	4.993	4.993	4.993
	K2:	9.9829E-05	8.2332E-05	7.6014E-05	7.1725E-05	6.8416E-05
MERR	DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	1.2469E-10	1.2458E-10	1.2463E-10	1.2463E-10	1.2463E-10

**Figure A-17** : Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.6$  (Force Imposée)



**Figure A-18** : Etude de convergence  $a=0.6$  (Force Imposée)

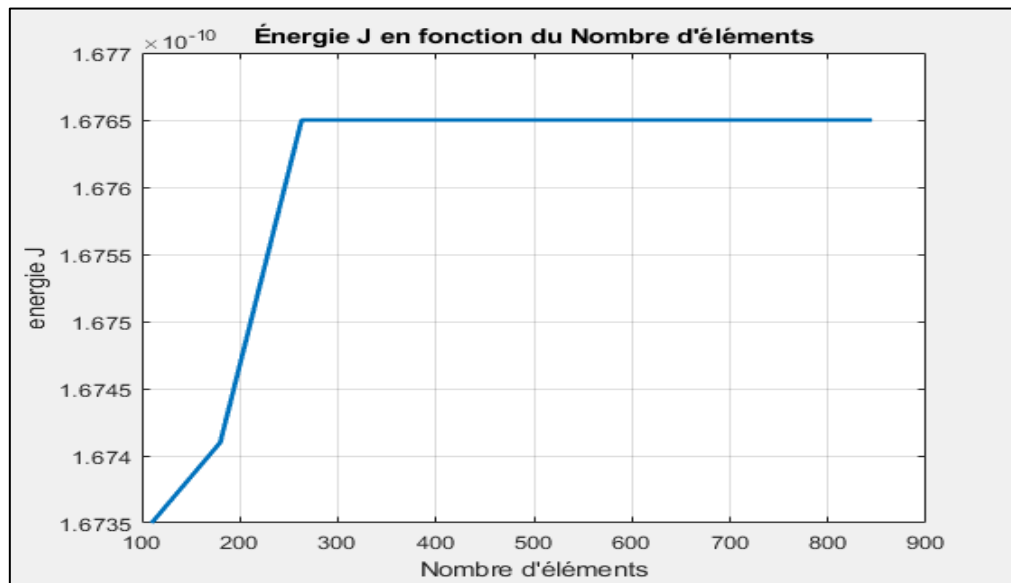
$a = 0.7$



**Figure A-19** : Maillage pour  $a=0.7$  avec 845 éléments (Force Imposée)

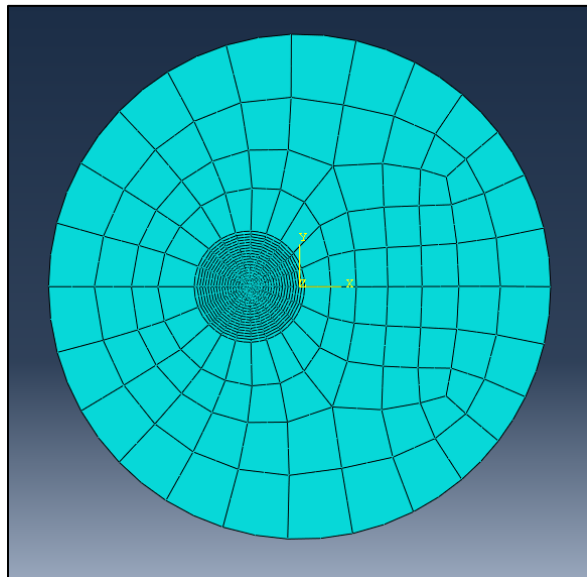
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
	-6-	K1: 5.567	5.770	5.788	5.791	5.790
		K2: -1.6909E-02	-1.5909E-02	-1.4910E-02	-1.4154E-02	-1.3563E-02
MERR	DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	1.5495E-10	1.6644E-10	1.6749E-10	1.6765E-10	1.6765E-10

**Figure A-20** : Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.7$  (Force Imposée)



**Figure A-21** : Etude de convergence  $a=0.7$  (Force Imposée)

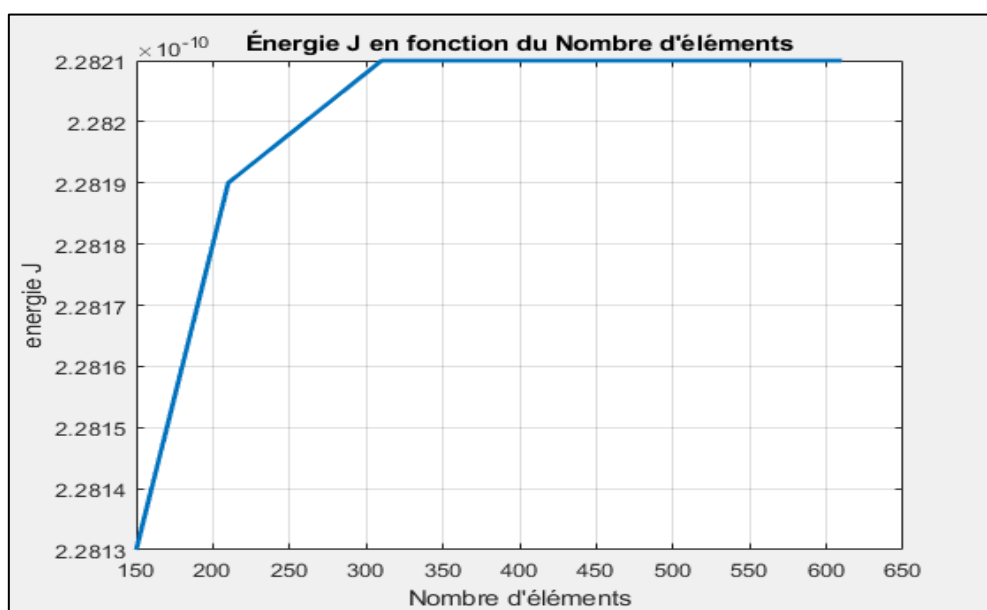
$a = 0.8$



**Figure A-22 :** Maillage pour  $a=0.8$  avec 510 éléments (Force Imposée)

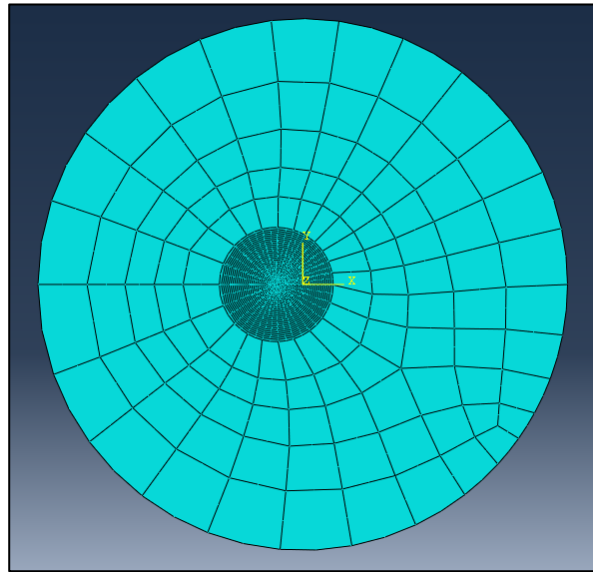
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-6-	K1: 6.758	6.755	6.756	6.756	6.756
		K2: 0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
MERR	DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	2.2833E-10	2.2813E-10	2.2821E-10	2.2821E-10	2.2821E-10

**Figure A-23 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.8$  (Force Imposée)



**Figure A-24 :** Etude de convergence  $a=0.8$  (Force Imposée)

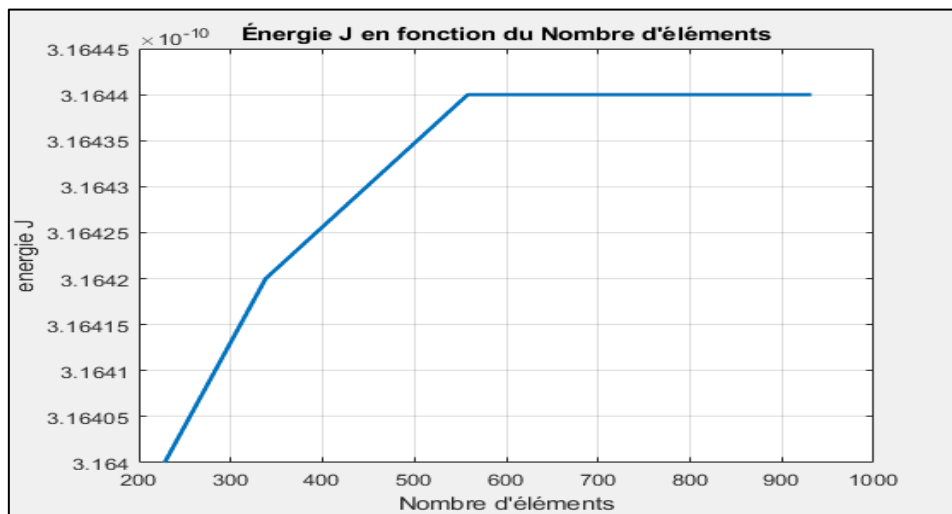
$a = 0.9$



**Figure A-25 :** Maillage pour  $a=0.9$  avec 778 éléments (Force Imposée)

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
	-6-	K1: 7.957	7.954	7.955	7.955	7.955
		K2: -1.6699E-04	-1.2040E-04	-1.0376E-04	-9.2709E-05	-8.4342E-05
	MERR DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	3.1661E-10	3.1632E-10	3.1643E-10	3.1644E-10	3.1644E-10

**Figure A-26 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.9$  (Force Imposée)



**Figure A-27 :** Etude de convergence  $a=0.9$  (Force Imposée)

a = 1

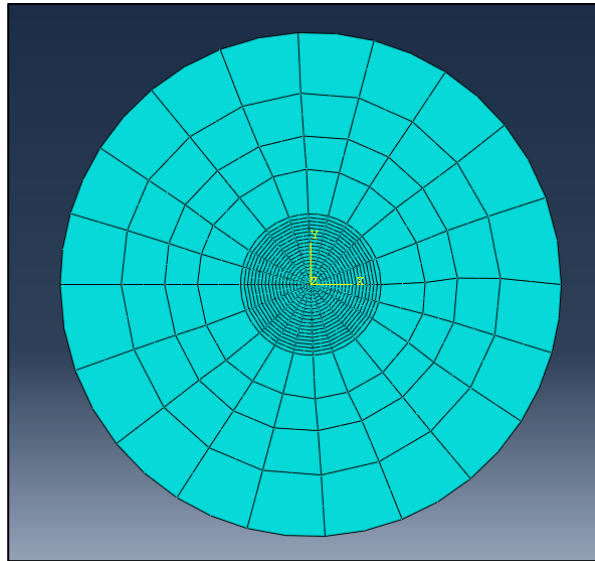


Figure A-28 : Maillage pour a=1 avec 480 éléments (Force Imposée)

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
-7-	K1:	9.474	9.470	9.472	9.472	9.472
	K2:	1.2489E-04	1.1217E-04	1.0404E-04	9.9878E-05	9.6934E-05
MERR	DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	4.4877E-10	4.4838E-10	4.4855E-10	4.4857E-10	4.4857E-10

Figure A-29 : Les valeur de J et  $K_I$  pour a=1 (Force Imposée)

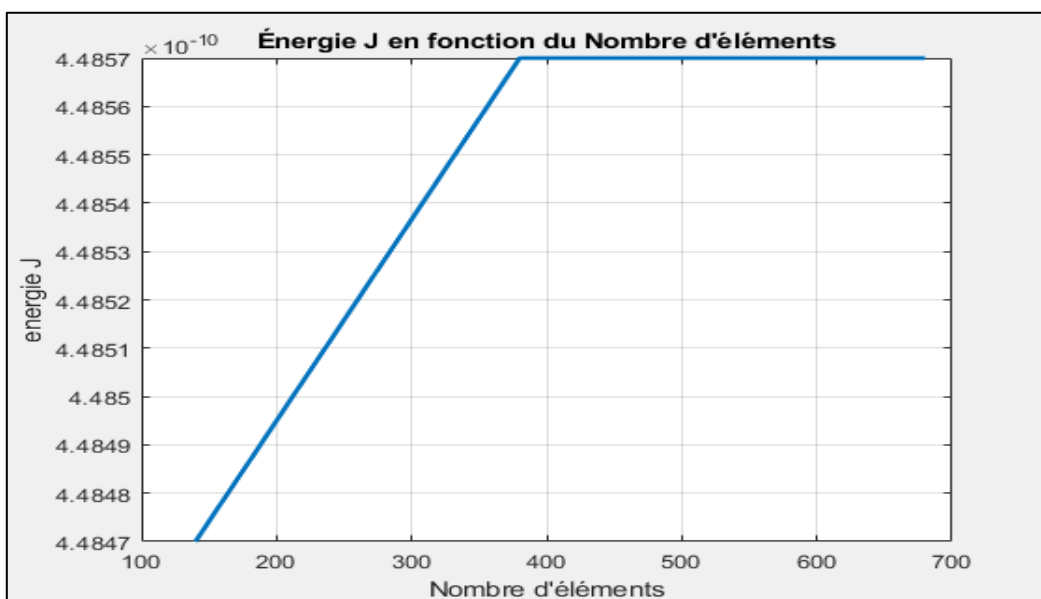
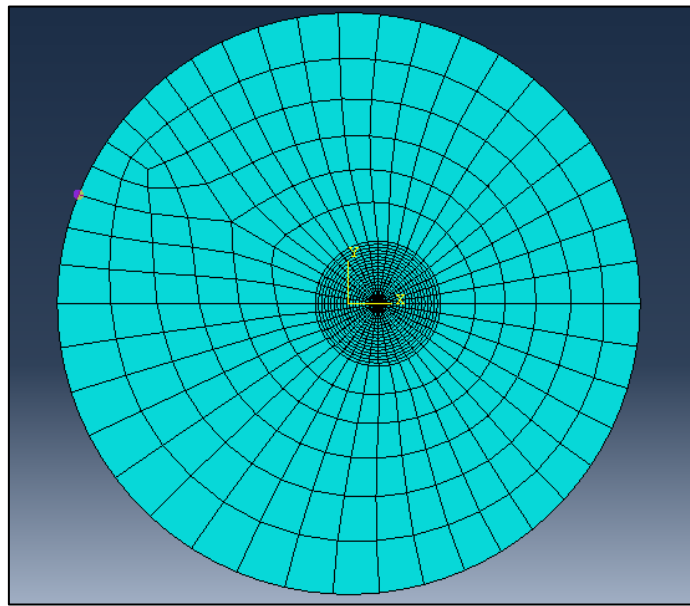


Figure A-30 : Etude de convergence a=1 (Force Imposée)

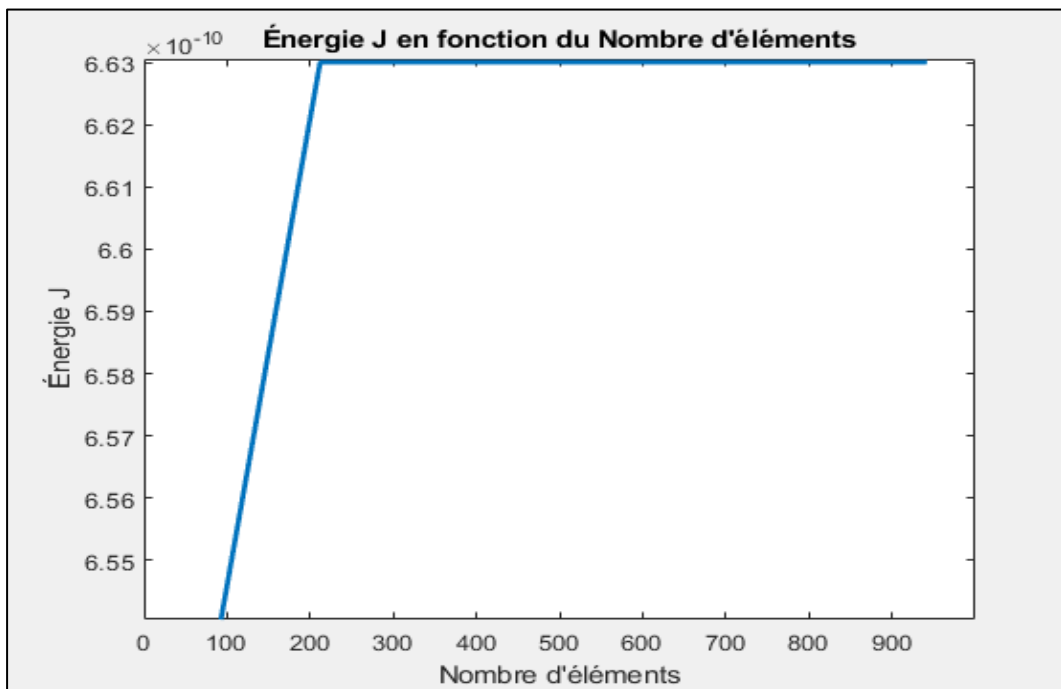
$a = 1.1$



**Figure A-31** : Maillage pour  $a=1.1$  avec 911 éléments (Force Imposée)

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
-8-	K1:	11.52	11.52	11.52	11.52	11.52
	K2:	5.4481E-05	5.4453E-05	5.4465E-05	5.4467E-05	5.4467E-05
MERR DIRECTION (DEG):		0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
J from Ks:		6.6358E-10	6.6304E-10	6.6329E-10	6.6331E-10	6.6332E-10

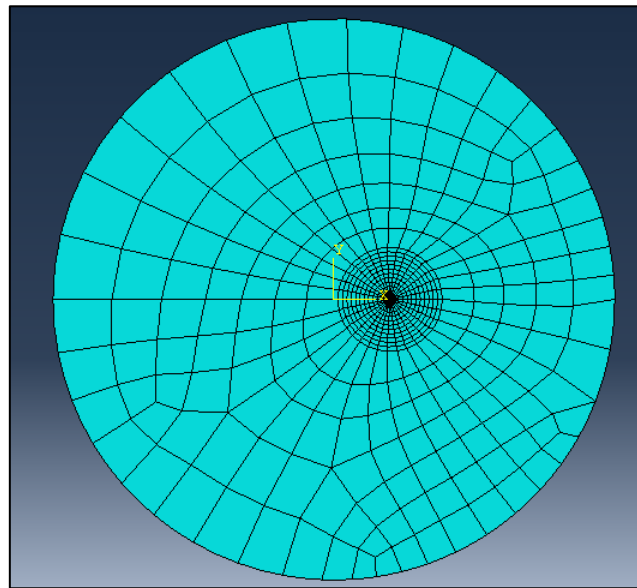
**Figure A-32** : Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.1$  (Force Imposée)



**Figure A-33** : Etude de convergence  $a=1.1$  (Force Imposée)



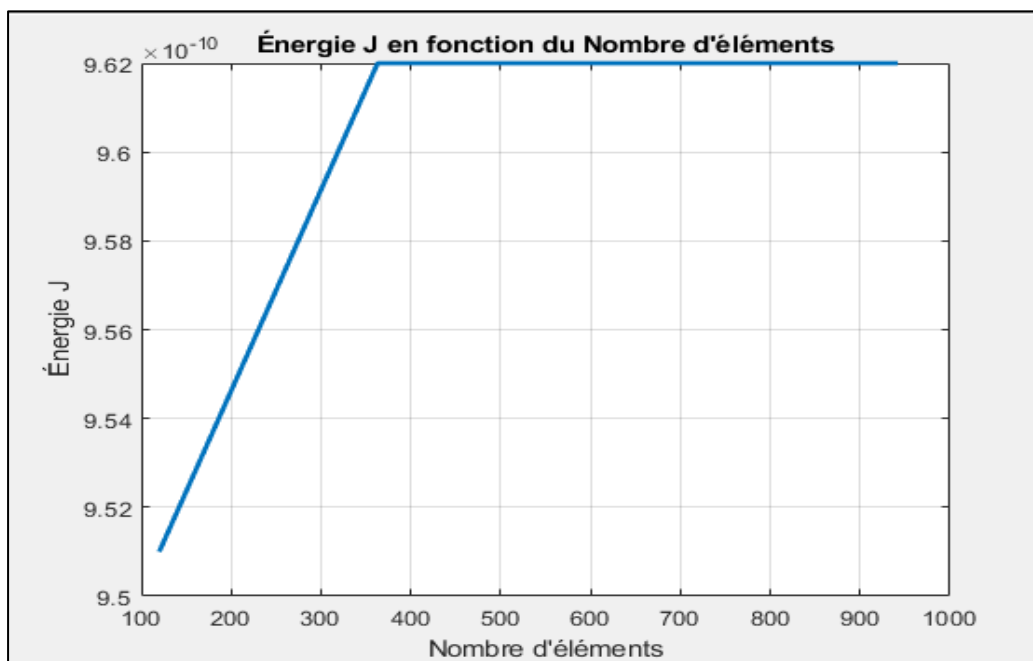
$a = 1.2$



**Figure A-34 :** Maillage pour  $a=1.2$  avec 765 éléments (Force Imposée)

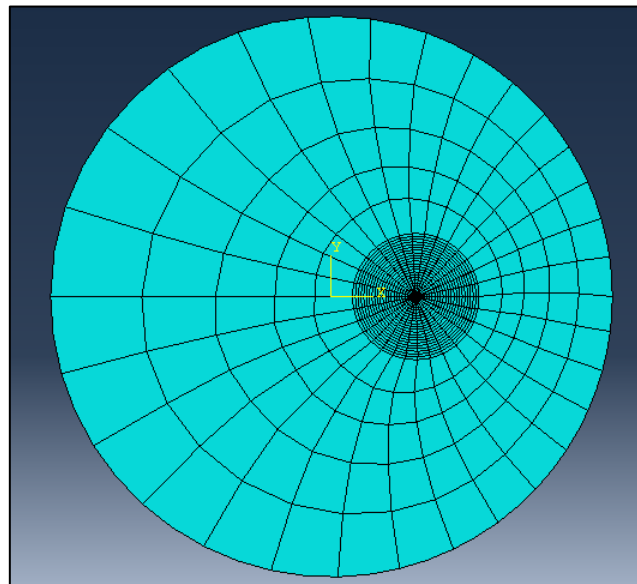
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-8-	K1: 13.88	13.87	13.88	13.88	13.88
		K2: -1.6801E-04	-3.6693E-05	0.000	3.2647E-05	5.3573E-05
	MERR DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	9.6337E-10	9.6251E-10	9.6286E-10	9.6289E-10	9.6290E-10

**Figure A-35 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.2$  (Force Imposée)



**Figure A-36 :** Etude de convergence  $a=1.2$  (Force Imposée)

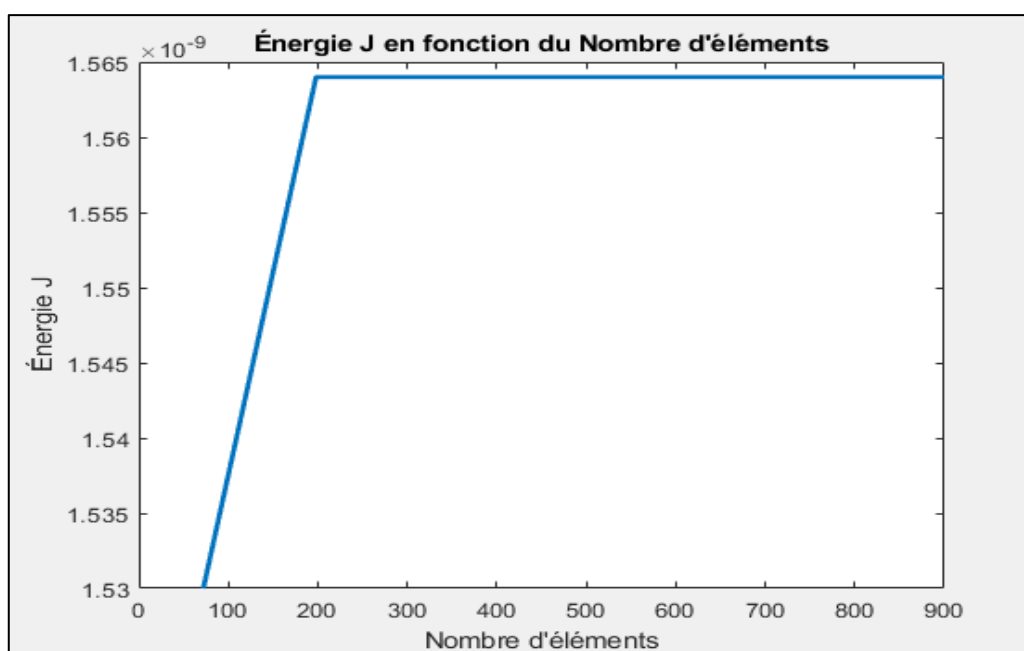
$a = 1.3$



**Figure A-37** : Maillage pour  $a=1.3$  avec 842 éléments (Force Imposée)

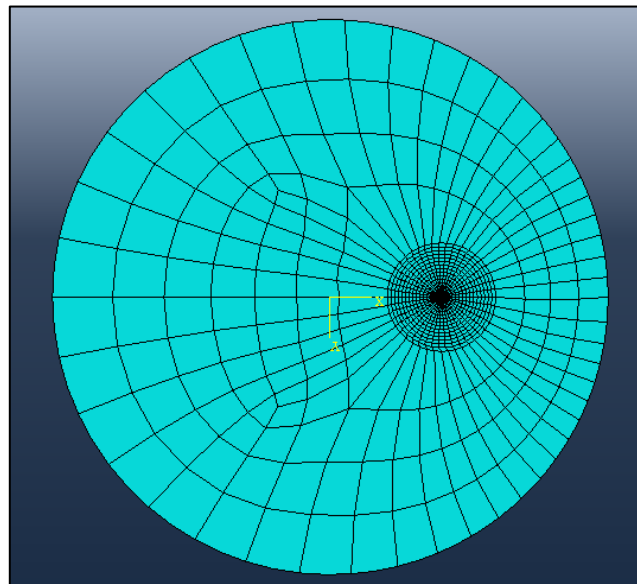
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-8-	K1: 17.69	17.68	17.69	17.69	17.69
		K2: -1.0948E-04	-1.0344E-04	-1.0161E-04	-1.0026E-04	-9.9122E-05
MERR DIRECTION (DEG):		0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
J from Ks:		1.5648E-09	1.5635E-09	1.5641E-09	1.5642E-09	1.5642E-09

**Figure A-38** : Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.3$  (Force Imposée)



**Figure A-39** : Etude de convergence  $a=1.3$  (Force Imposée)

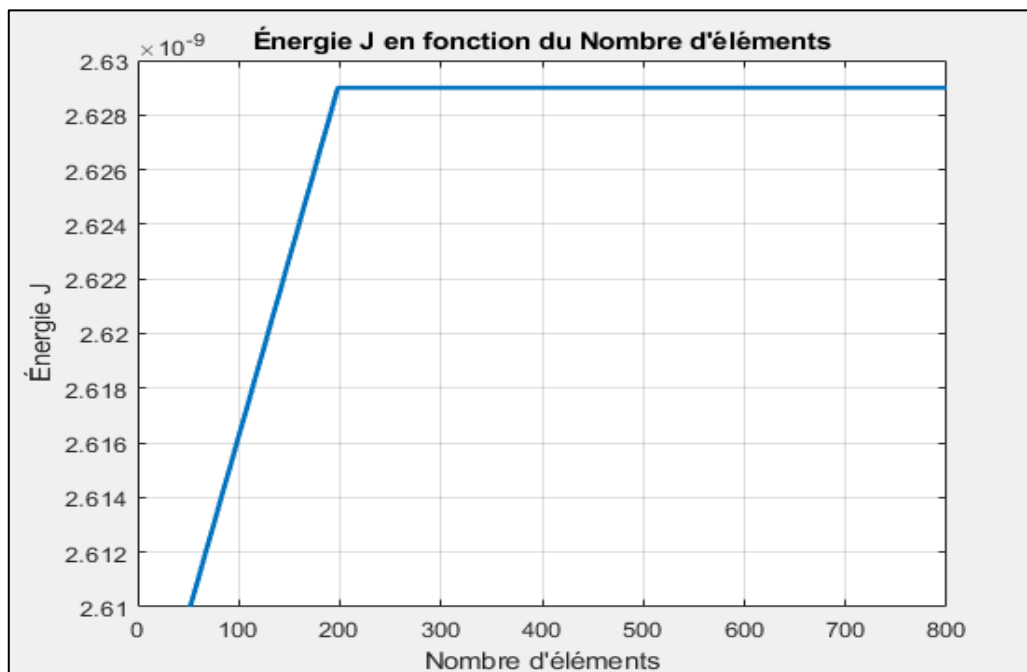
$$a = 1.4$$



**Figure A-40 :** Maillage pour  $a=1.4$  avec 822 éléments (Force Imposée)

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-8-	K1: 22.94	22.93	22.93	22.93	22.93
		K2: 0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
MERR	DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	2.6309E-09	2.6287E-09	2.6297E-09	2.6298E-09	2.6298E-09

**Figure A-41 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.4$  (Force Imposée)



**Figure A-42 :** Etude de convergence  $a=1.4$  (Force Imposée)

$a = 1.5$

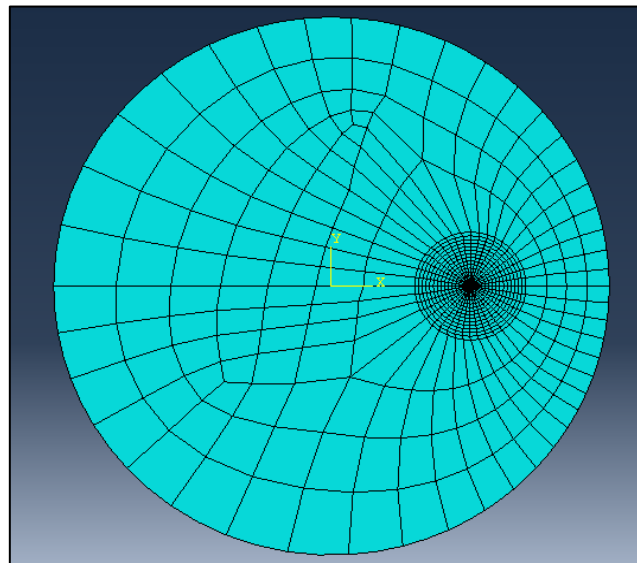


Figure A-43 : Maillage pour  $a=1.5$  avec 811 éléments (Force Imposée)

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-8-	K1: 31.00	30.99	30.99	30.99	30.99
		K2: 4.3077E-03	4.3051E-03	4.3060E-03	4.3060E-03	4.3060E-03
MERR	DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	4.8046E-09	4.8006E-09	4.8024E-09	4.8026E-09	4.8027E-09

Figure A-44 : Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.5$  (Force Imposée)

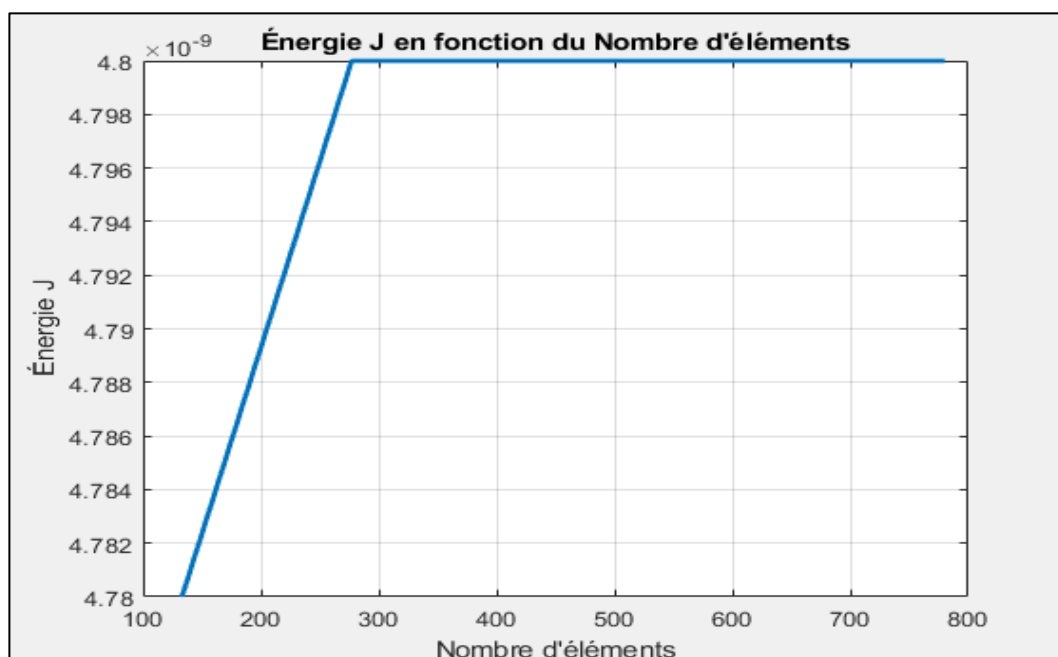
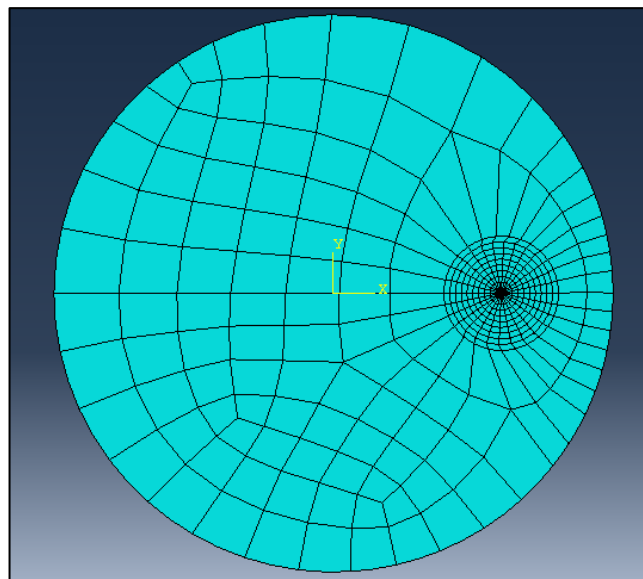


Figure A-45 : Etude de convergence  $a=1.5$  (Force Imposée)

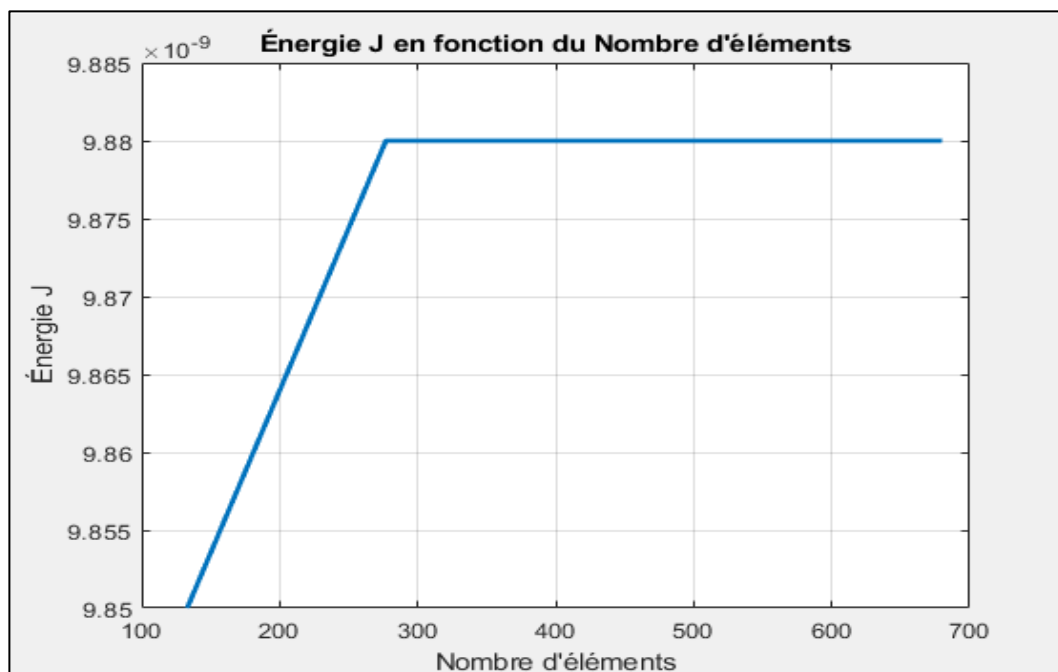
$$a = 1.6$$



**Figure A-46 :** Maillage pour a=1.6 avec 676 éléments (Force Imposée)

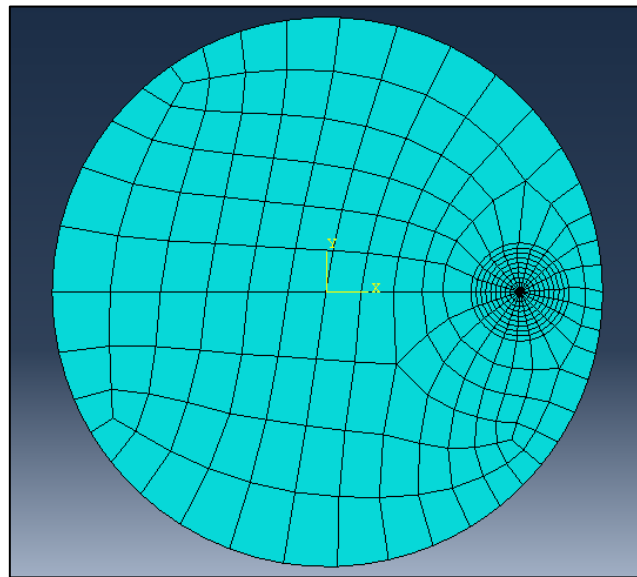
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
	-8-	K1: 44.50	44.49	44.49	44.49	44.49
		K2: -6.8974E-03	-6.8215E-03	-6.7897E-03	-6.7696E-03	-6.7539E-03
MERR	DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	9.9027E-09	9.8946E-09	9.8983E-09	9.8987E-09	9.8987E-09

**Figure A-47 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour a=1.6 (Force Imposée)



**Figure A-48 :** Etude de convergence a=1.6 (Force Imposée)

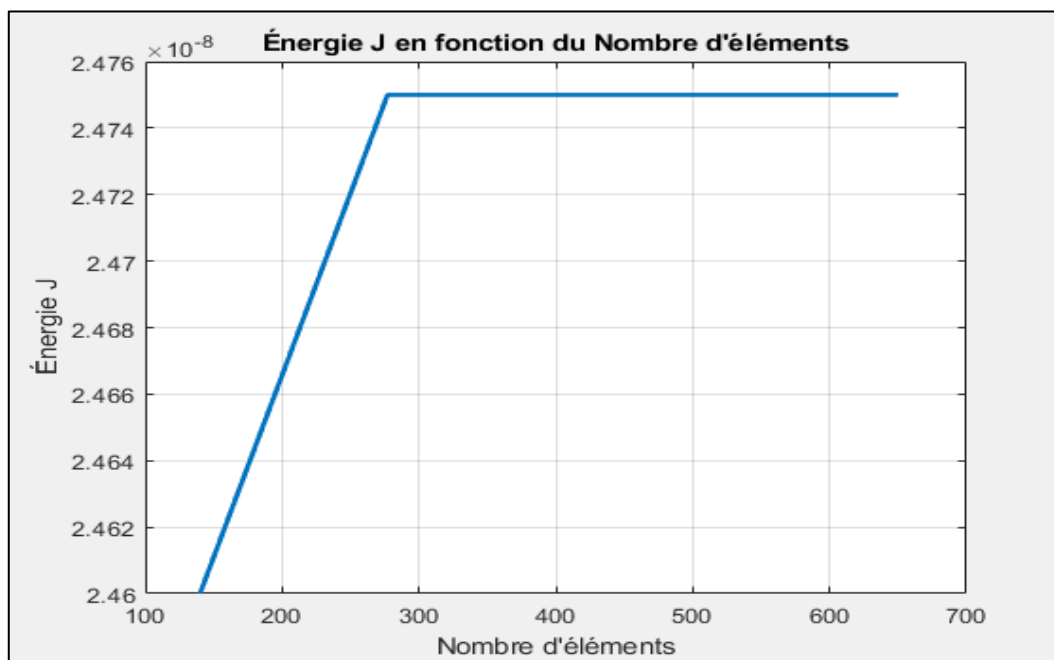
$$a = 1.7$$



**Figure A-49** : Maillage pour a=1.7 avec 657 éléments (Force Imposée)

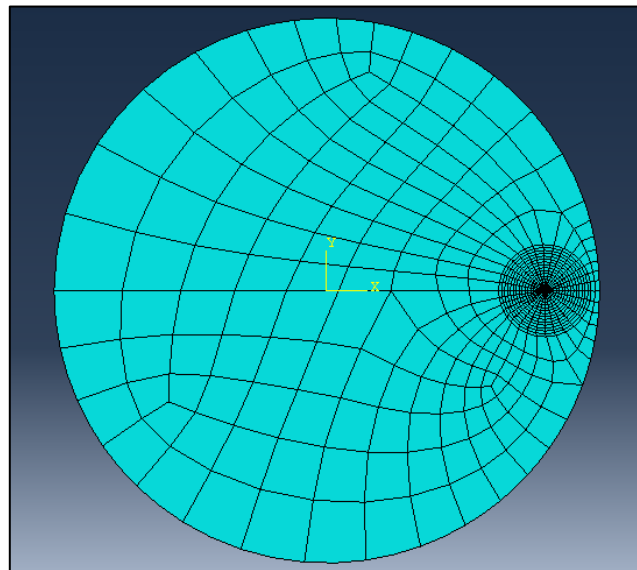
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		C O N T O U R S				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-8-	K1: 70.37	70.34	70.36	70.36	70.36
		K2: 3.7412E-03	3.2478E-03	3.0490E-03	2.9195E-03	2.8213E-03
MERR	DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	2.4761E-08	2.4741E-08	2.4750E-08	2.4751E-08	2.4751E-08

**Figure A-50** : Les valeur de J et  $K_I$  pour a=1.7 (Force Imposée)



**Figure A-51** : Etude de convergence a=1.7 (Force Imposée)

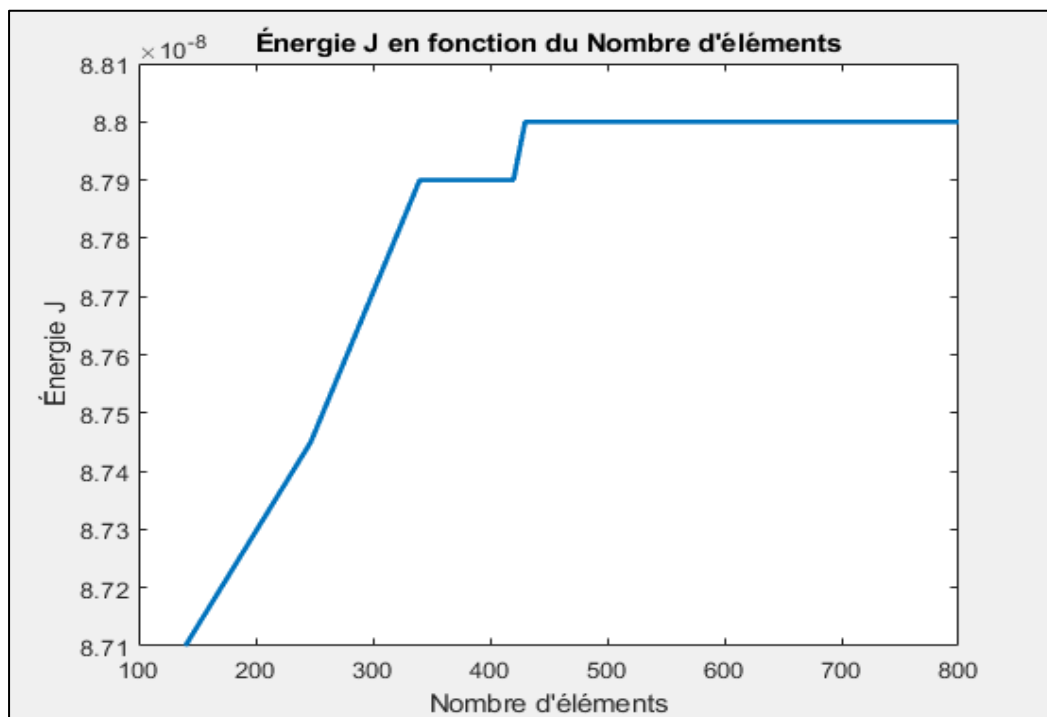
$$a = 1.8$$



**Figure A-52 :** Maillage pour a=1.8 avec 797 éléments (Force Imposée)

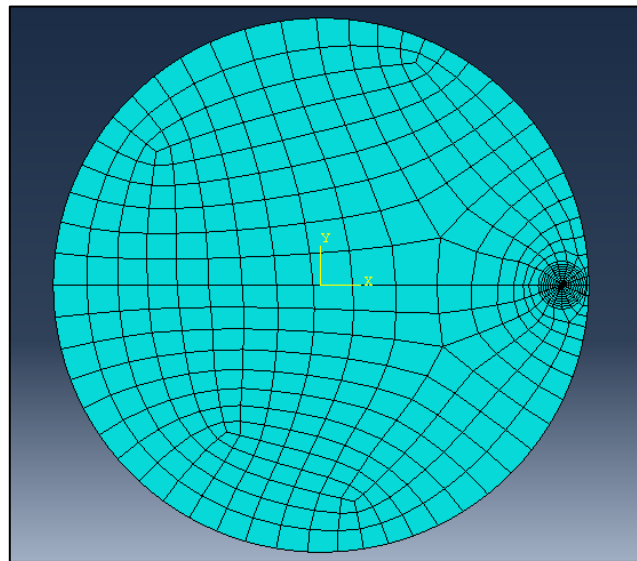
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
	-8-	K1: 132.7	132.7	132.7	132.7	132.7
		K2: 3.9911E-03	4.1683E-03	4.2527E-03	4.3023E-03	4.3413E-03
	MERR DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	8.8074E-08	8.8003E-08	8.8035E-08	8.8039E-08	8.8040E-08

**Figure A-53 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour a=1.8 (Force Imposée)



**Figure A-54 :** Etude de convergence a=1.8 (Force Imposée)

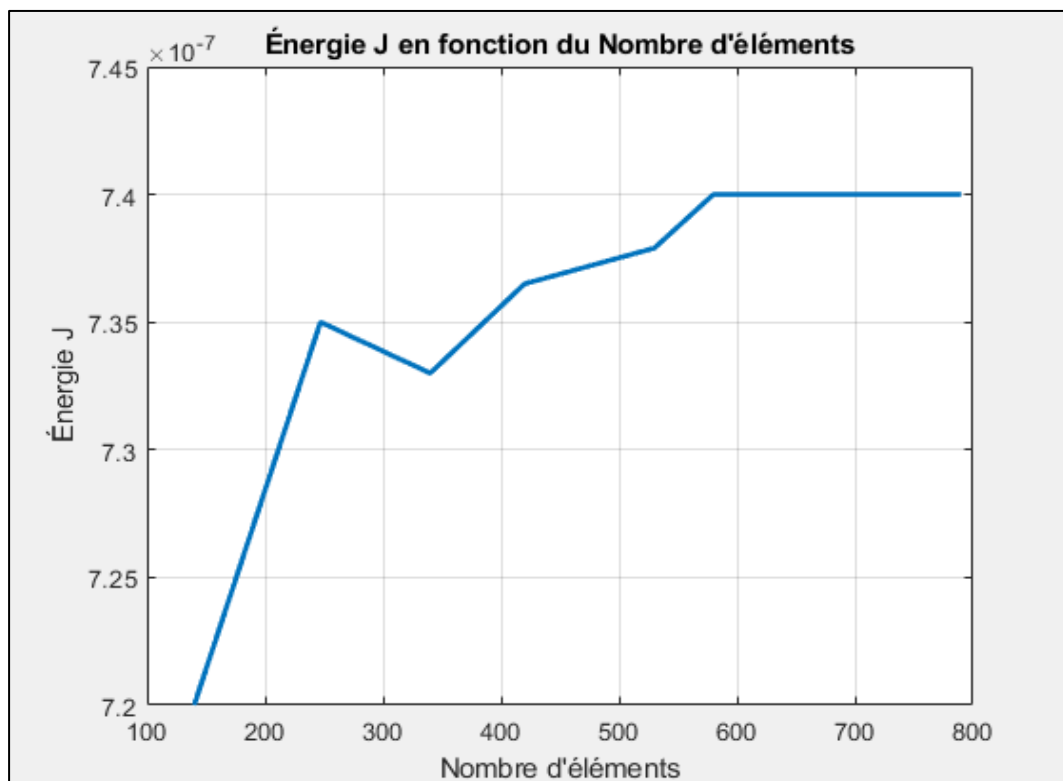
$$a = 1.9$$



**Figure A-55 :** Maillage pour  $a=1.9$  avec 761 éléments (Force Imposée)

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-9-	K1: 385.1	384.9	384.9	384.9	384.9
		K2: 2.8693E-02	5.1095E-03	-1.2548E-03	-4.5977E-03	-6.4752E-03
MEERR	DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	7.4152E-07	7.4072E-07	7.4093E-07	7.4092E-07	7.4089E-07

**Figure A-56 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.9$  (Force Imposée)

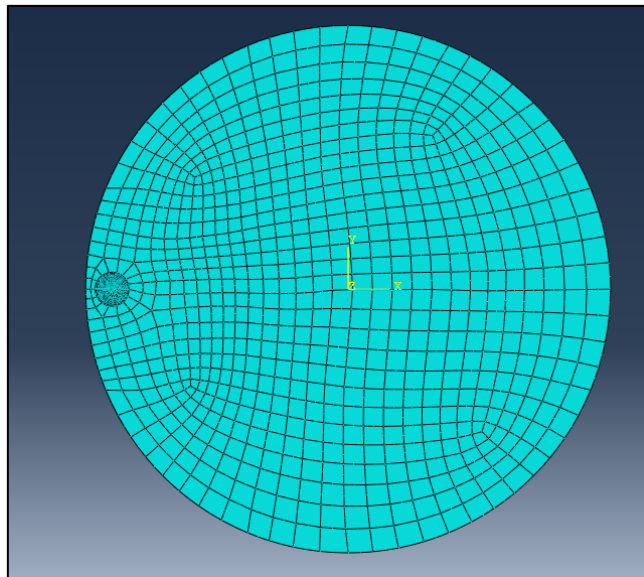


**Figure A-57 :** Etude de convergence  $a=1.9$  (Force Imposée)



**ANNEXE B :**  
Résultats pour disque fissuré  
(Déplacement Imposé)

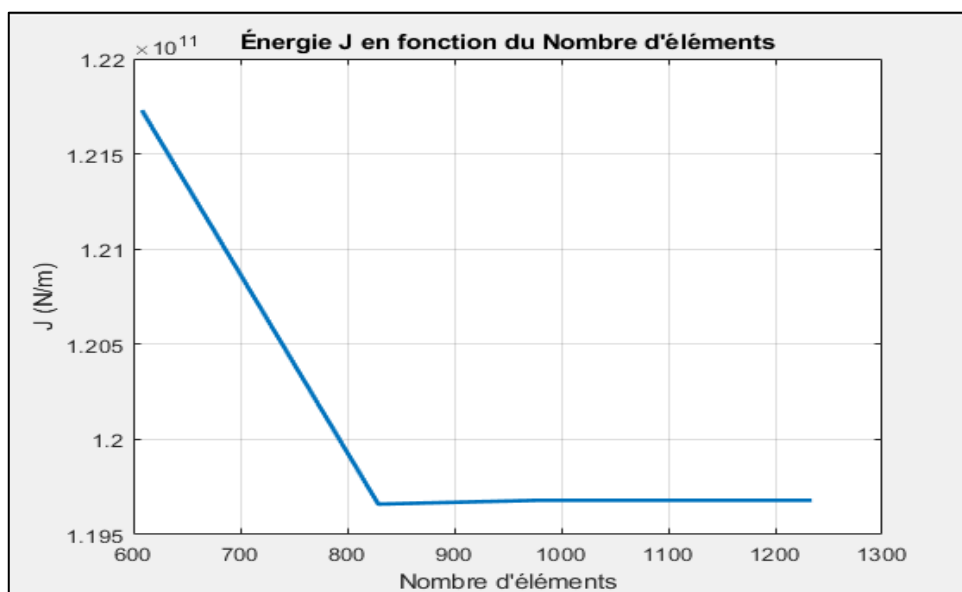
$a = 0.1$



**Figure B-1** : Maillage pour  $a=0.1$  avec 1129 éléments (Déplacement Imposée)

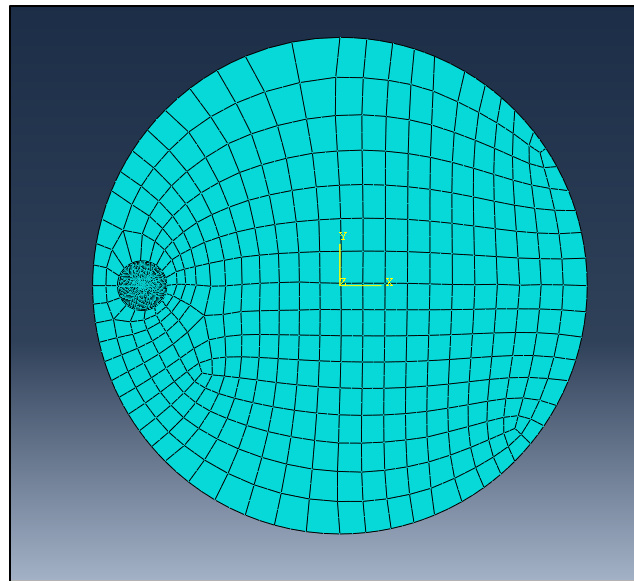
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-7-	K1: 1.5477E+11	1.5469E+11	1.5471E+11	1.5471E+11	1.5471E+11
		K2: -1.8876E+08	-1.8616E+08	-1.8539E+08	-1.8484E+08	-1.8443E+08
	MERR DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	1.1977E+11	1.1964E+11	1.1968E+11	1.1968E+11	1.1968E+11

**Figure B-2** : Les valeur de  $J$  et  $K_I$  pour  $a=0.1$  (Déplacement Imposée)



**Figure B-3** : Etude de convergence  $a=0.1$  (Déplacement Imposée)

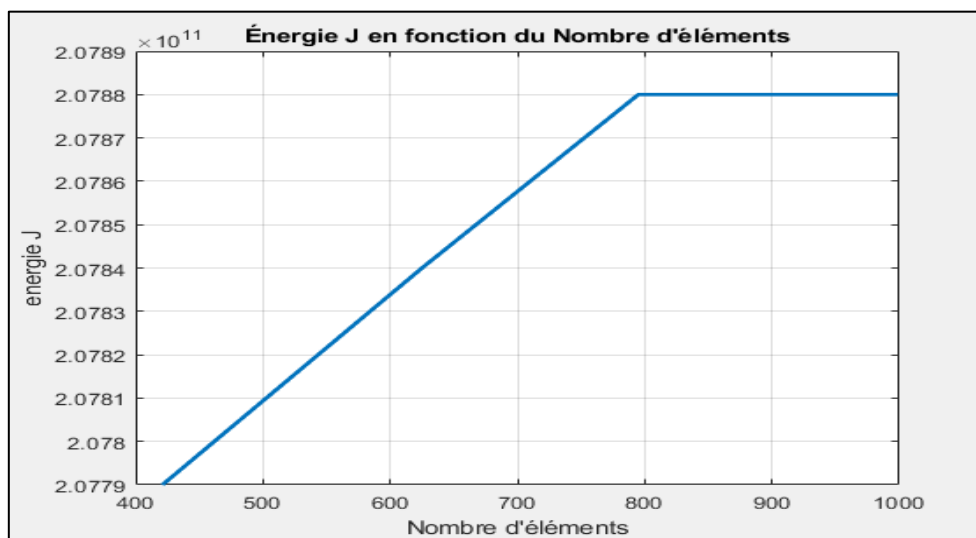
$a = 0.2$



**Figure B-4 :** Maillage pour  $a=0.2$  avec 880 éléments (Déplacement Imposée)

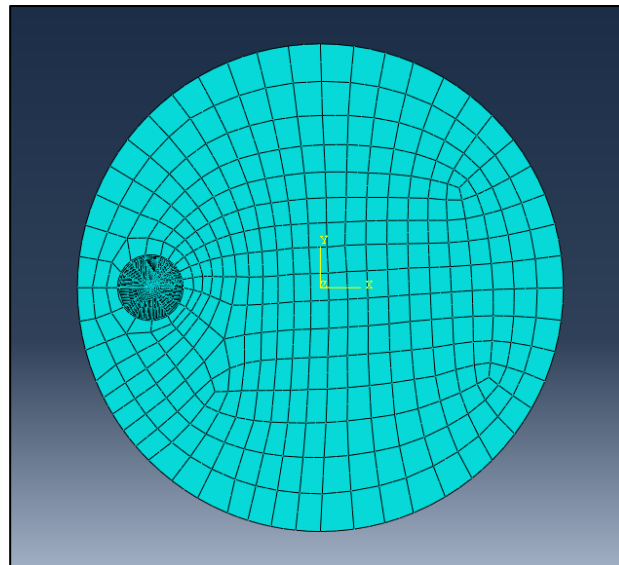
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
	-7-	K1: 2.0397E+11	2.0387E+11	2.0390E+11	2.0390E+11	2.0390E+11
		K2: 4.8192E+08	4.8095E+08	4.8534E+08	4.8684E+08	4.8794E+08
MERR	DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	2.0801E+11	2.0781E+11	2.0788E+11	2.0788E+11	2.0788E+11

**Figure B-5 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.2$  (Déplacement Imposée)



**Figure B-6 :** Etude de convergence  $a=0.2$  (Déplacement Imposée)

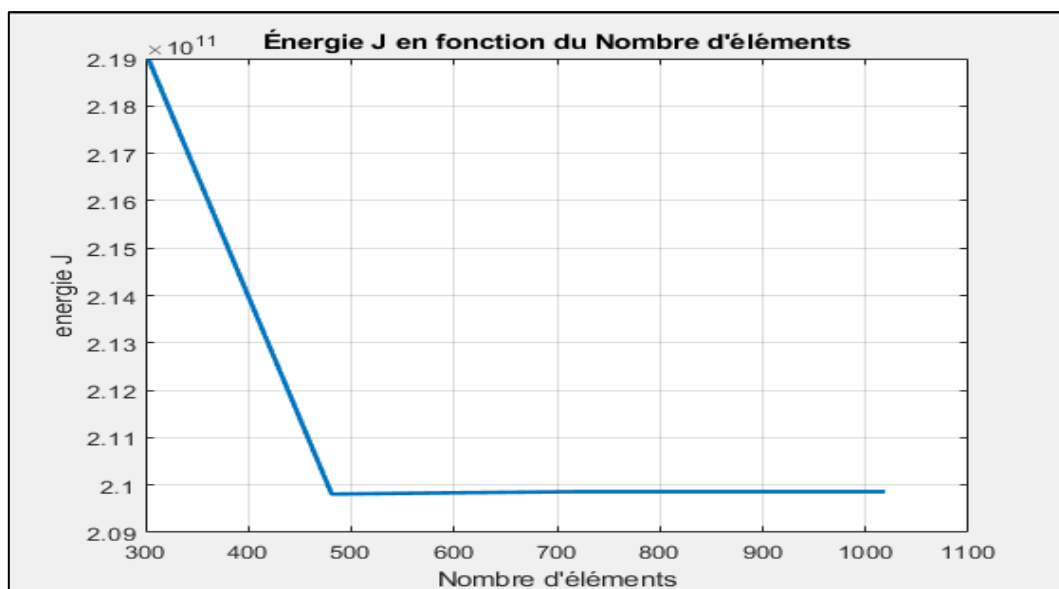
$a = 0.3$



**Figure B-7 :** Maillage pour  $a=0.3$  avec 869 éléments (Déplacement Imposée)

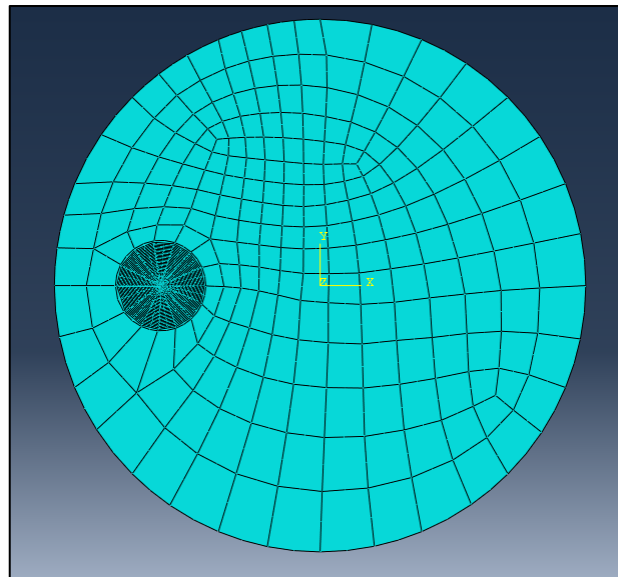
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		C O N T O U R S				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-7-	K1: 2.0498E+11	2.0486E+11	2.0488E+11	2.0488E+11	2.0487E+11
		K2: -3.9060E+07	-2.0652E+07	-1.1503E+07	-6.1129E+06	-2.0616E+06
MERR	DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	2.1007E+11	2.0983E+11	2.0988E+11	2.0987E+11	2.0986E+11

**Figure B-8 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.3$  (Déplacement Imposée)



**Figure B-9 :** Etude de convergence  $a=0.3$  (Déplacement Imposée)

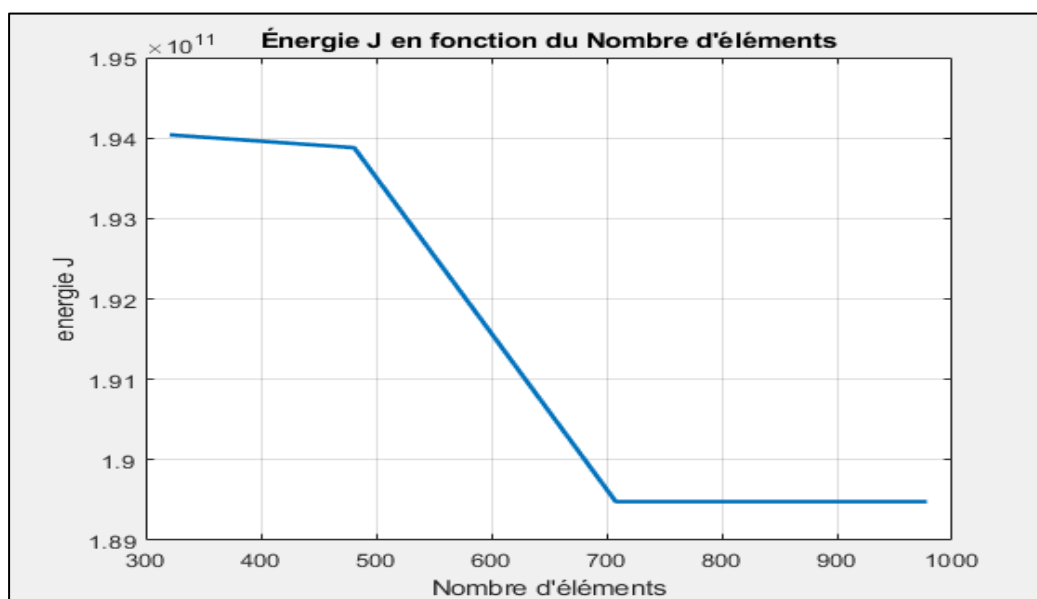
$a = 0.4$



**Figure B-10** : Maillage pour  $a=0.4$  avec 978 éléments (Déplacement Imposée)

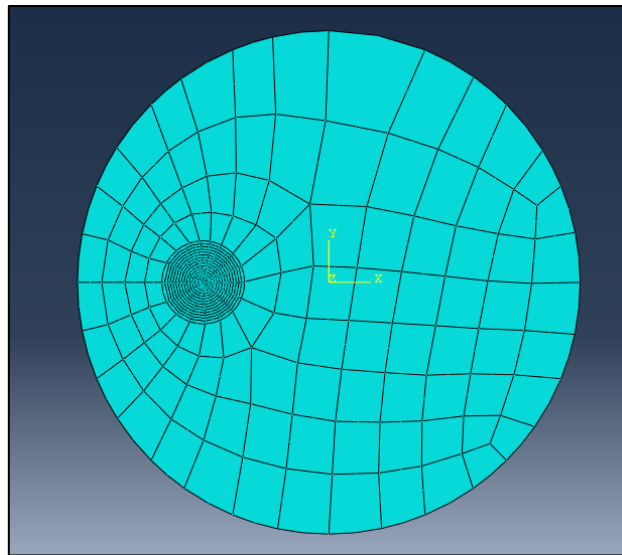
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
	-7-	K1: 1.9471E+11	1.9463E+11	1.9466E+11	1.9467E+11	1.9467E+11
		K2: -1.3407E+09	-1.3364E+09	-1.3377E+09	-1.3376E+09	-1.3375E+09
	MERR DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	1.8956E+11	1.8940E+11	1.8948E+11	1.8948E+11	1.8948E+11

**Figure B-11** : Les valeur de  $J$  et  $K_I$  pour  $a=0.4$  (Déplacement Imposée)



**Figure B-12** : Etude de convergence  $a=0.4$  (Déplacement Imposée)

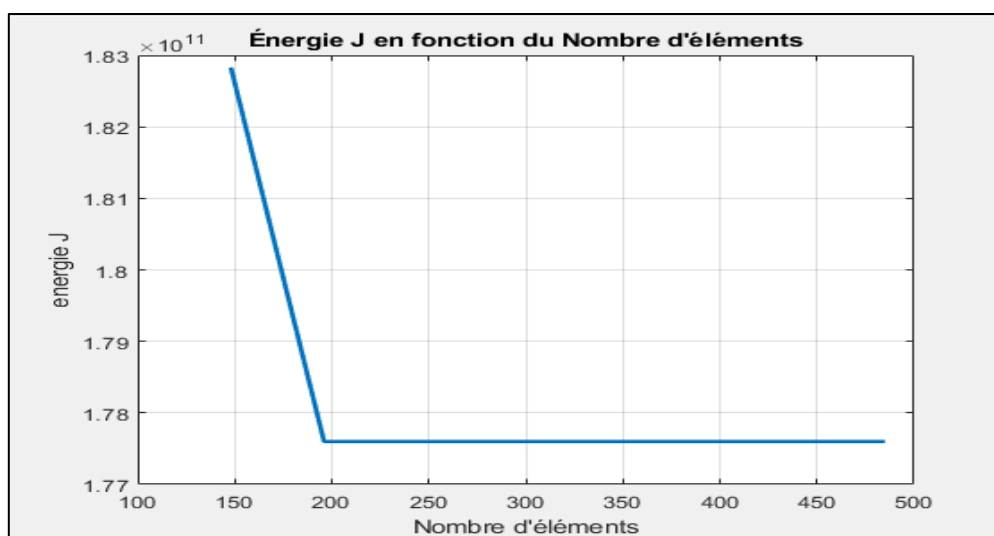
$a = 0.5$



**Figure B-13 :** Maillage pour  $a=0.5$  avec 366 éléments (Déplacement Imposée)

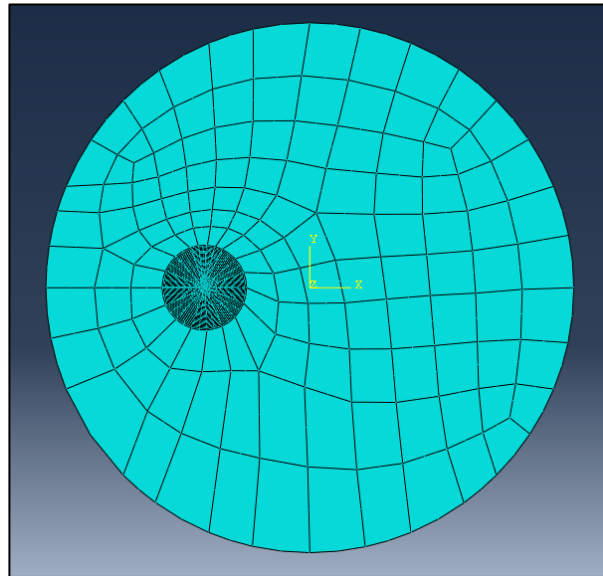
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
	-7-	K1: 1.8852E+11	1.8843E+11	1.8846E+11	1.8846E+11	1.8845E+11
		K2: 2.4936E+09	2.4917E+09	2.4946E+09	2.4955E+09	2.4961E+09
	MERR DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	1.7773E+11	1.7755E+11	1.7761E+11	1.7761E+11	1.7760E+11

**Figure B-14 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.5$  (Déplacement Imposée)



**Figure B-15 :** Etude de convergence  $a=0.5$  (Déplacement Imposée)

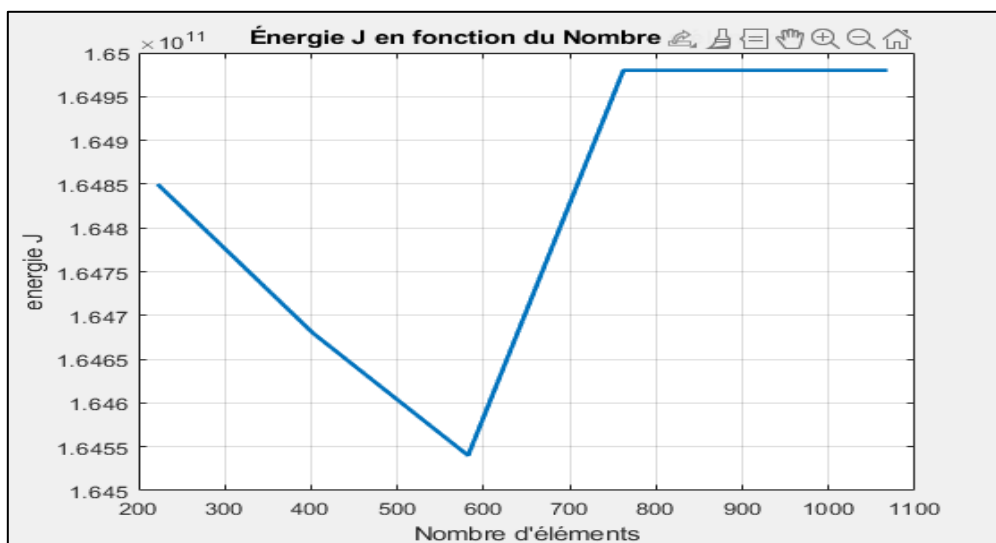
$a = 0.6$



**Figure B-16 :** Maillage pour  $a=0.6$  avec 762 éléments (Déplacement Imposée)

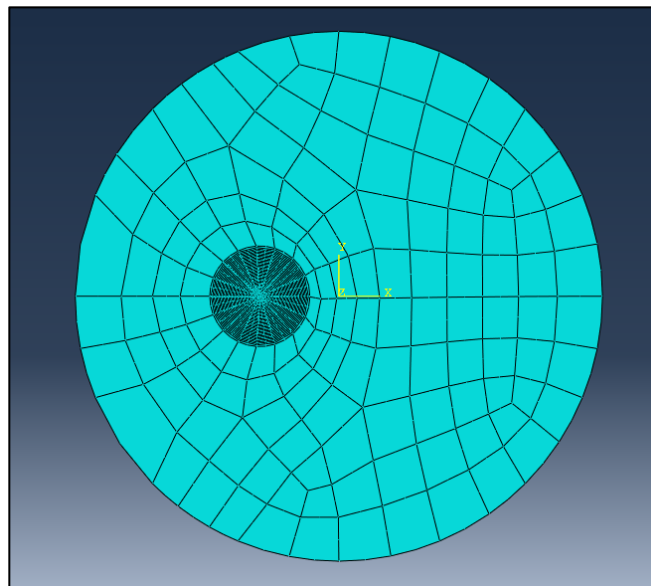
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-7-	K1: 1.8170E+11	1.8161E+11	1.8164E+11	1.8164E+11	1.8164E+11
		K2: -1.5615E+09	-1.5487E+09	-1.5487E+09	-1.5473E+09	-1.5463E+09
MERR DIRECTION (DEG):		0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
J from Ks:		1.6508E+11	1.6492E+11	1.6498E+11	1.6498E+11	1.6498E+11

**Figure B-17 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.6$  (Déplacement Imposée)



**Figure B-18 :** Etude de convergence  $a=0.6$  (Déplacement Imposée)

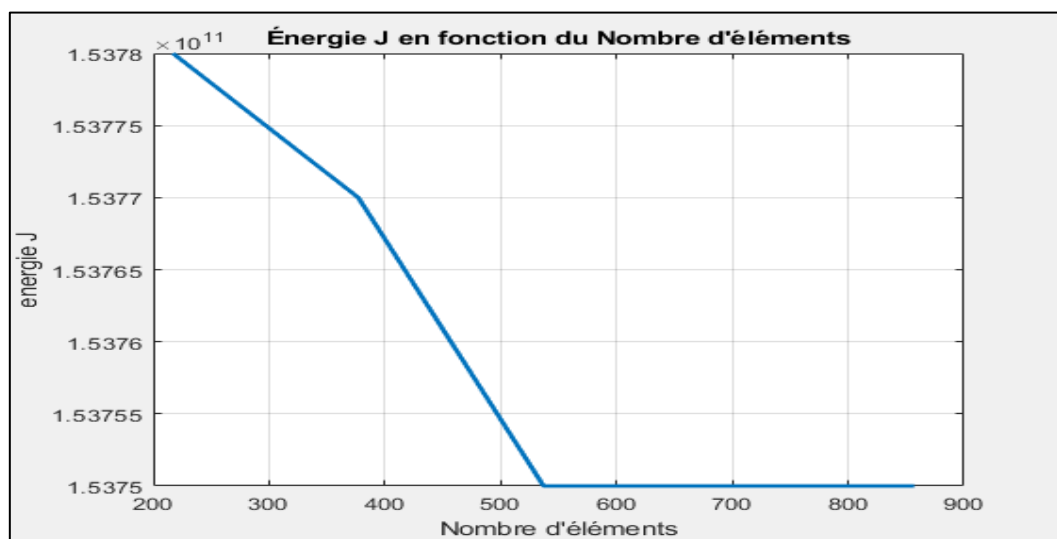
$a = 0.7$



**Figure B-19 :** Maillage pour  $a=0.7$  avec 697 éléments (Déplacement Imposée)

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-7-	K1: 1.7539E+11	1.7532E+11	1.7535E+11	1.7536E+11	1.7536E+11
		K2: 3.4904E+08	3.4854E+08	3.4866E+08	3.4866E+08	3.4865E+08
MERR	DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	1.5381E+11	1.5368E+11	1.5374E+11	1.5375E+11	1.5375E+11

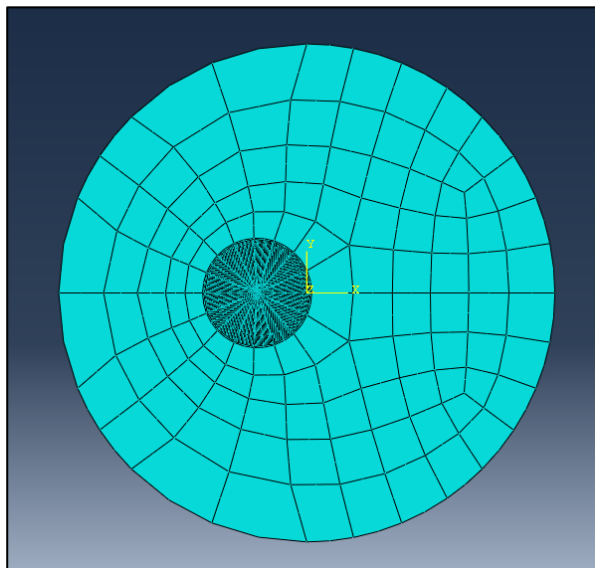
**Figure B-20 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.7$  (Déplacement Imposée)



**Figure B-21 :** Etude de convergence  $a=0.7$  (Déplacement Imposée)



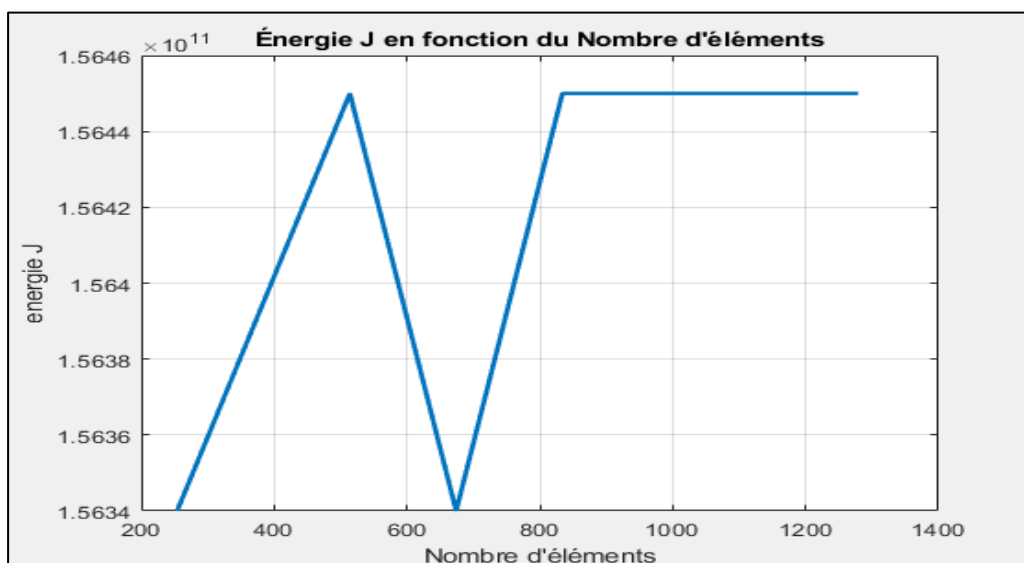
$a = 0.8$



**Figure B-22 :** Maillage pour  $a=0.8$  avec 994 éléments (Déplacement Imposée)

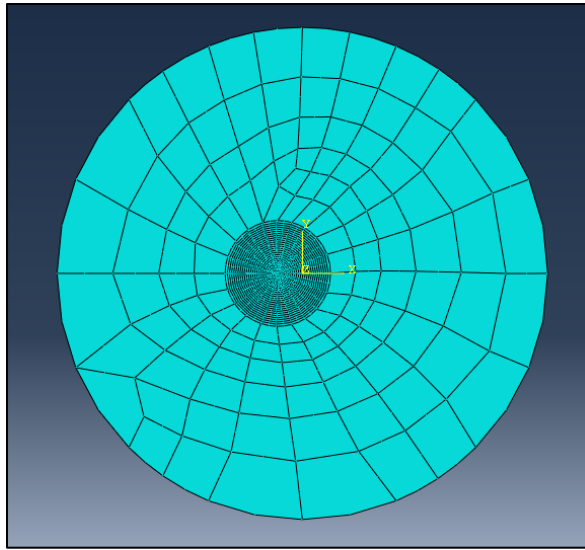
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES					
		1	2	3	4	5	
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-7-	K1:	1.7692E+11	1.7685E+11	1.7689E+11	1.7689E+11	1.7689E+11
		K2:	-4.9339E+07	-4.9013E+07	-4.9066E+07	-4.9055E+07	-4.9047E+07
	MERR DIRECTION (DEG):		0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:		1.5651E+11	1.5638E+11	1.5644E+11	1.5645E+11	1.5645E+11

**Figure B-23 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.8$  (Déplacement Imposée)



**Figure B-24 :** Etude de convergence  $a=0.8$  (Déplacement Imposée)

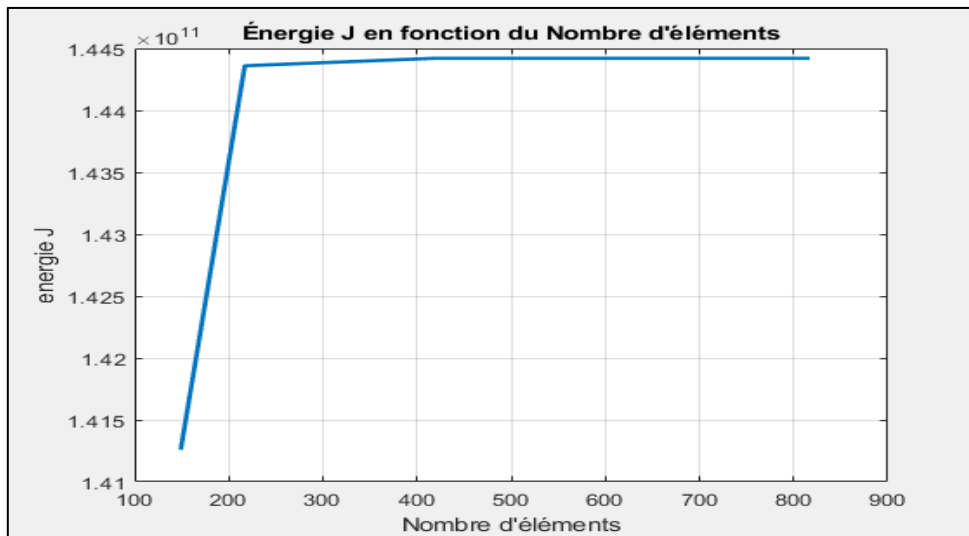
$a = 0.9$



**Figure B-25 :** Maillage pour  $a=0.9$  avec 617 éléments (Déplacement Imposée)

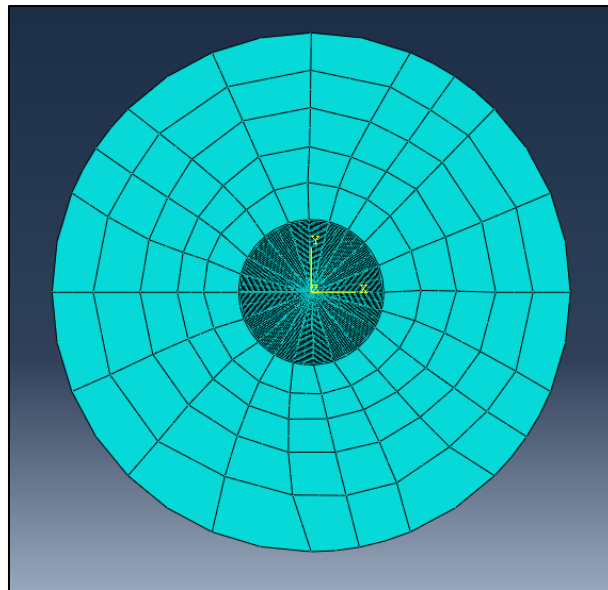
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
	-7-	K1: 1.7001E+11	1.6990E+11	1.6994E+11	1.6995E+11	1.6995E+11
		K2: -1.3808E+09	-1.3787E+09	-1.3792E+09	-1.3792E+09	-1.3791E+09
	MERR DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	1.4452E+11	1.4435E+11	1.4442E+11	1.4442E+11	1.4442E+11

**Figure B-26 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.9$  (Déplacement Imposée)



**Figure B-27 :** Etude de convergence  $a=0.9$  (Déplacement Imposée)

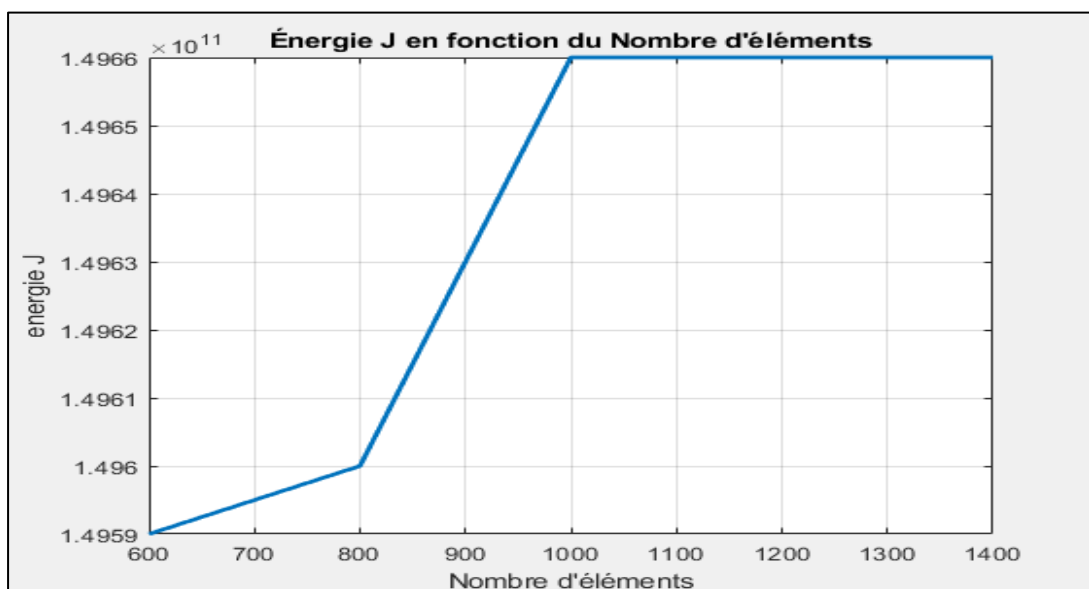
a = 1



**Figure B-28 :** Maillage pour a=1 avec 1200 éléments (Déplacement Imposée)

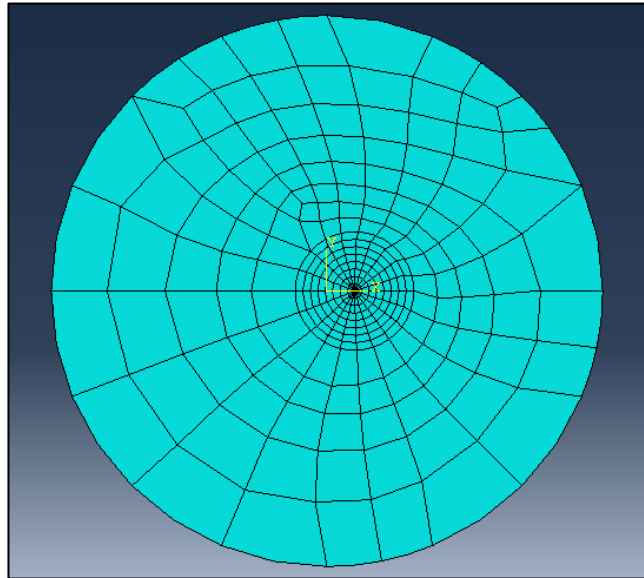
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
	-7-	K1: 1.7304E+11	1.7297E+11	1.7300E+11	1.7300E+11	1.7300E+11
		K2: -1.2971E+09	-1.2939E+09	-1.2950E+09	-1.2951E+09	-1.2951E+09
	MERR DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	1.4973E+11	1.4960E+11	1.4965E+11	1.4966E+11	1.4966E+11

**Figure B-29 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour a=1 (Déplacement Imposée)



**Figure B-30 :** Etude de convergence a=1 (Déplacement Imposée)

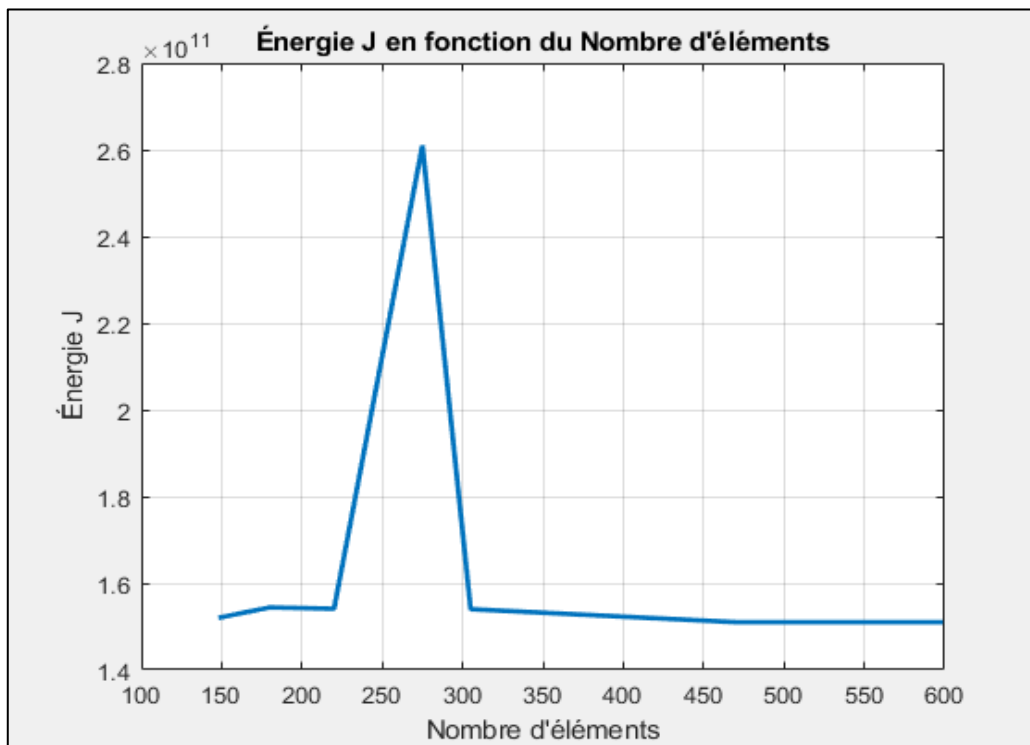
$a = 1.1$



**Figure B-31 :** Maillage pour  $a=1.1$  avec 456 éléments (Déplacement Imposée)

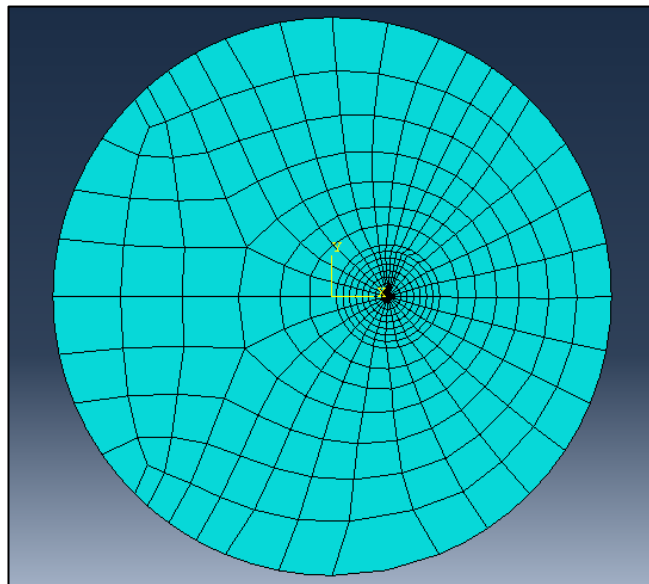
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-8-	K1: 1.7397E+11	1.7390E+11	1.7393E+11	1.7393E+11	1.7393E+11
		K2: -2.9136E+09	-2.9081E+09	-2.9099E+09	-2.9099E+09	-2.9098E+09
	MERR DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	1.5138E+11	1.5124E+11	1.5129E+11	1.5130E+11	1.5130E+11

**Figure B-32 :** Les valeur de  $J$  et  $K_I$  pour  $a=1.1$  (Déplacement Imposée)



**Figure B-33 :** Etude de convergence  $a=1.1$  (Déplacement Imposée)

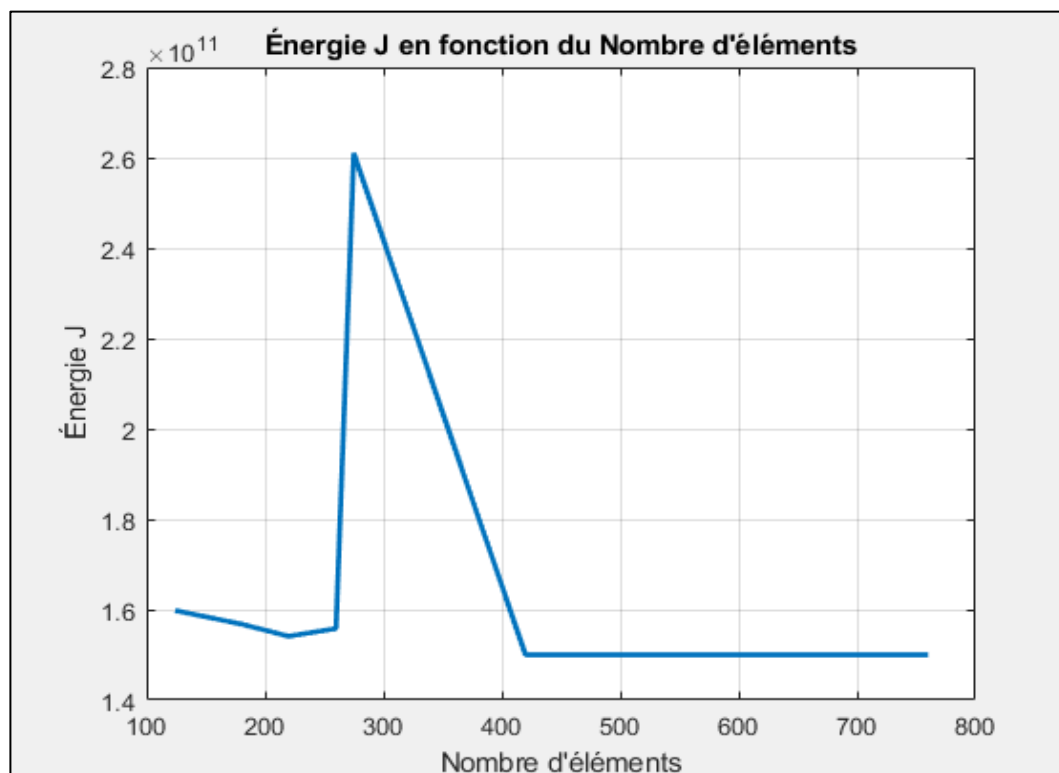
$a = 1.2$



**Figure B-34 :** Maillage pour  $a=1.2$  avec 574 éléments (Déplacement Imposée)

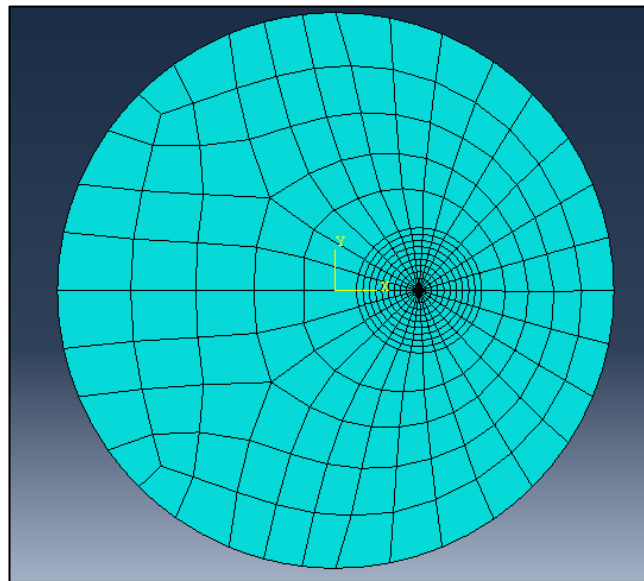
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	C O N T O U R S				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-8-	K1: 1.7375E+11	1.7368E+11	1.7371E+11	1.7371E+11	1.7371E+11
		K2: -1.3916E+09	-1.3884E+09	-1.3890E+09	-1.3888E+09	-1.3886E+09
MERR	DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	1.5095E+11	1.5083E+11	1.5089E+11	1.5089E+11	1.5089E+11

**Figure B-35 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.2$  (Déplacement Imposée)



**Figure B-36 :** Etude de convergence  $a=1.2$  (Déplacement Imposée)

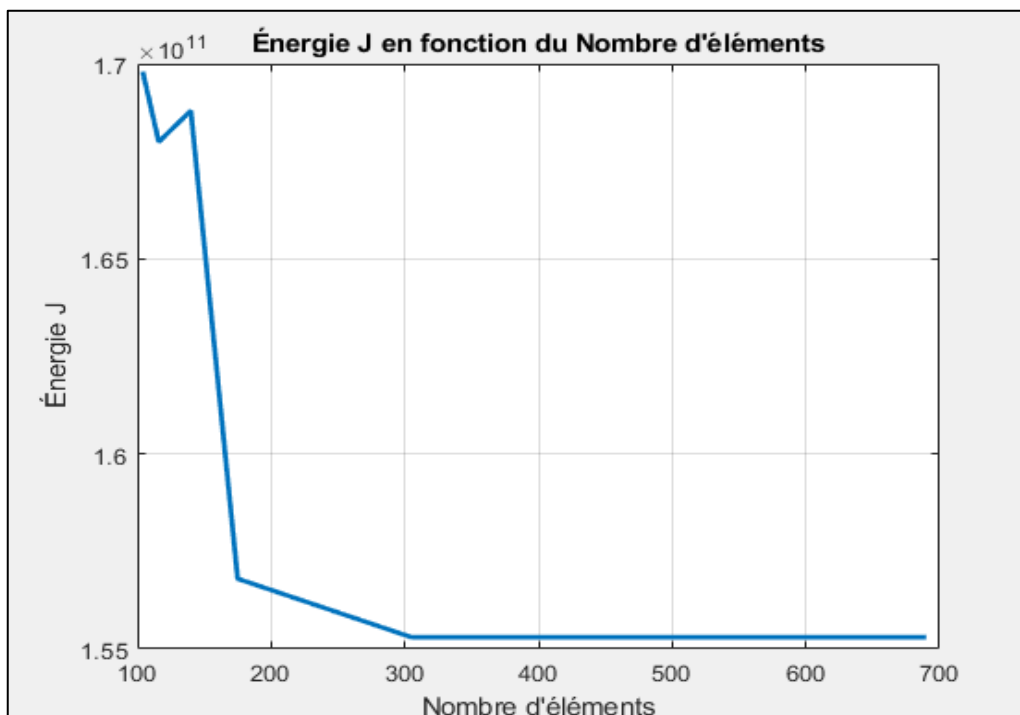
$a = 1.3$



**Figure B-37** : Maillage pour  $a=1.3$  avec 456 éléments (Déplacement Imposée)

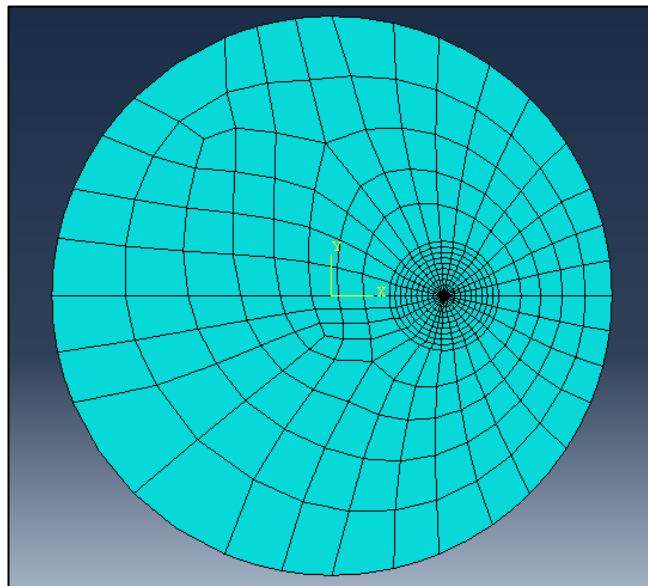
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		C O N T O U R S				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
	-9-	K1: 1.7632E+11	1.7624E+11	1.7628E+11	1.7628E+11	1.7628E+11
		K2: -1.0067E+08	-1.0083E+08	-1.0078E+08	-1.0078E+08	-1.0078E+08
MERR	DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	1.5544E+11	1.5531E+11	1.5536E+11	1.5537E+11	1.5537E+11

**Figure B-38** : Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.3$  (Déplacement Imposée)



**Figure B-39** : Etude de convergence  $a=1.3$  (Déplacement Imposée)

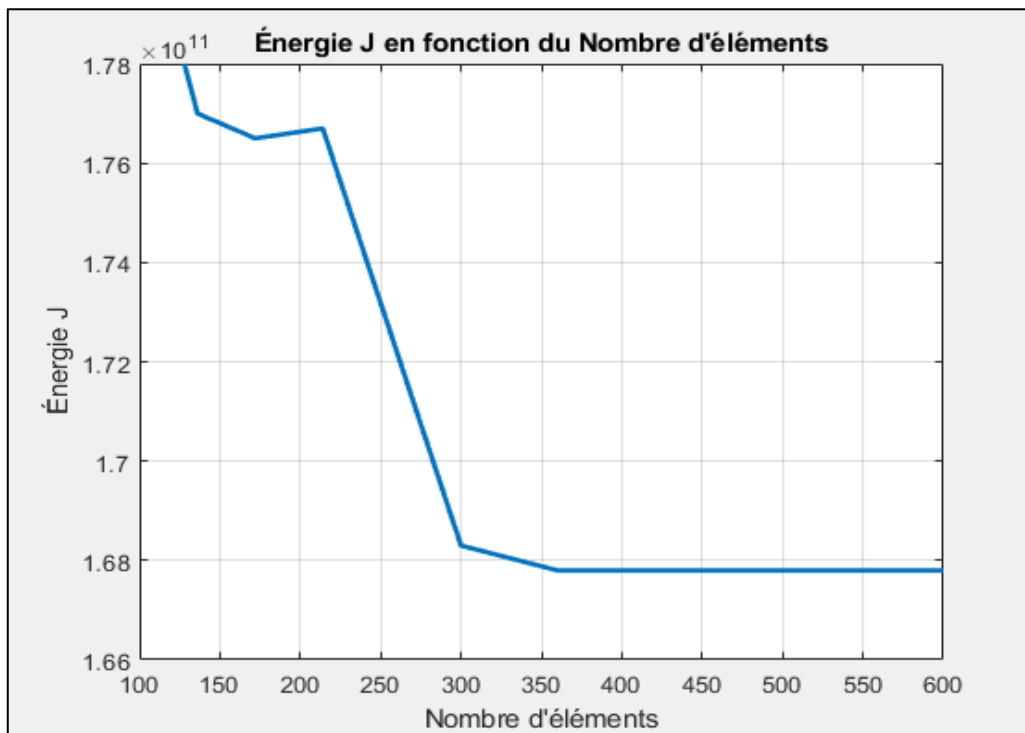
$a = 1.4$



**Figure B-40 :** Maillage pour  $a=1.4$  avec 580 éléments (Déplacement Imposée)

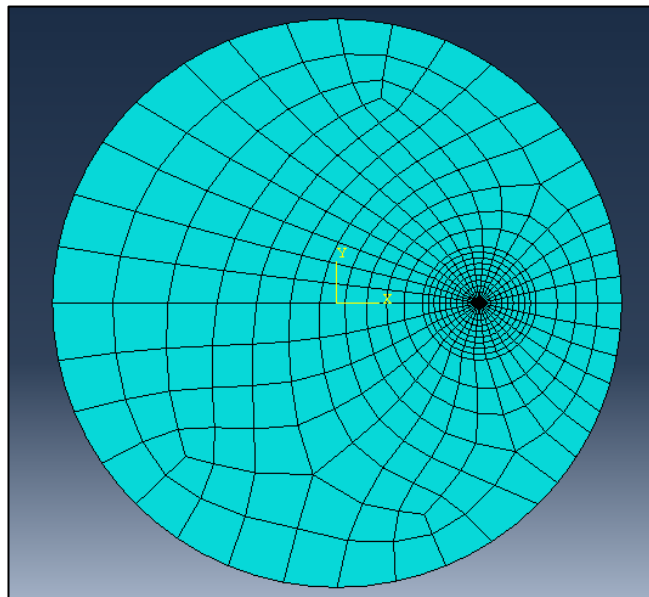
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-8-	K1: 1.8328E+11	1.8320E+11	1.8323E+11	1.8324E+11	1.8324E+11
		K2: -7.9816E+07	-7.9460E+07	-7.9508E+07	-7.9482E+07	-7.9457E+07
MERR	DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	1.6795E+11	1.6781E+11	1.6787E+11	1.6788E+11	1.6788E+11

**Figure B-41 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.4$  (Déplacement Imposée)



**Figure B-42 :** Etude de convergence  $a=1.4$  (Déplacement Imposée)

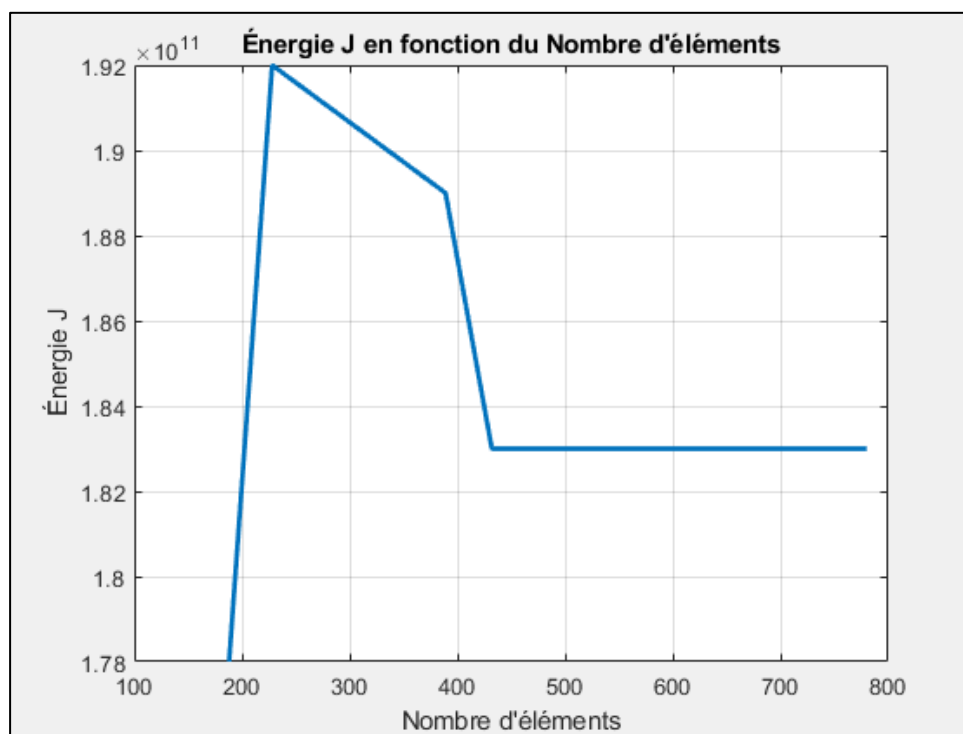
$a = 1.5$



**Figure B-43 :** Maillage pour  $a=1.5$  avec 693 éléments (Déplacement Imposée)

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-8-	K1: 1.9179E+11	1.9171E+11	1.9175E+11	1.9175E+11	1.9175E+11
		K2: 7.5676E+07	7.5002E+07	7.5493E+07	7.5581E+07	7.5631E+07
MERR	DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	1.8392E+11	1.8376E+11	1.8383E+11	1.8384E+11	1.8384E+11

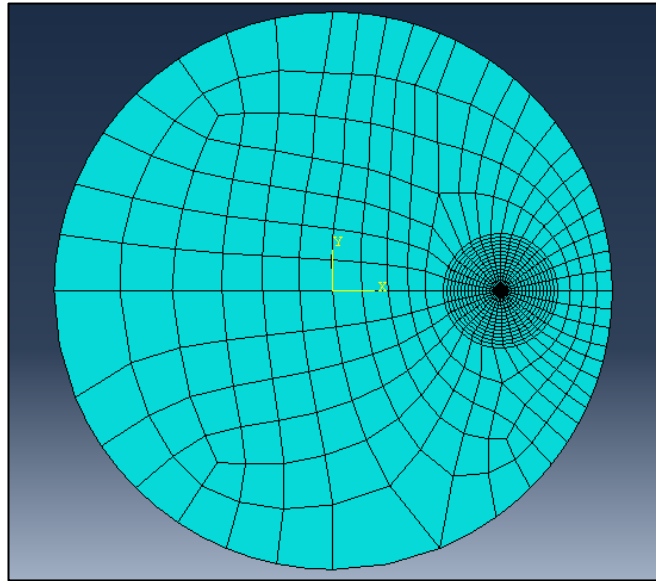
**Figure B-44 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.5$  (Déplacement Imposée)



**Figure B-45 :** Etude de convergence  $a=1.5$  (Déplacement Imposée)



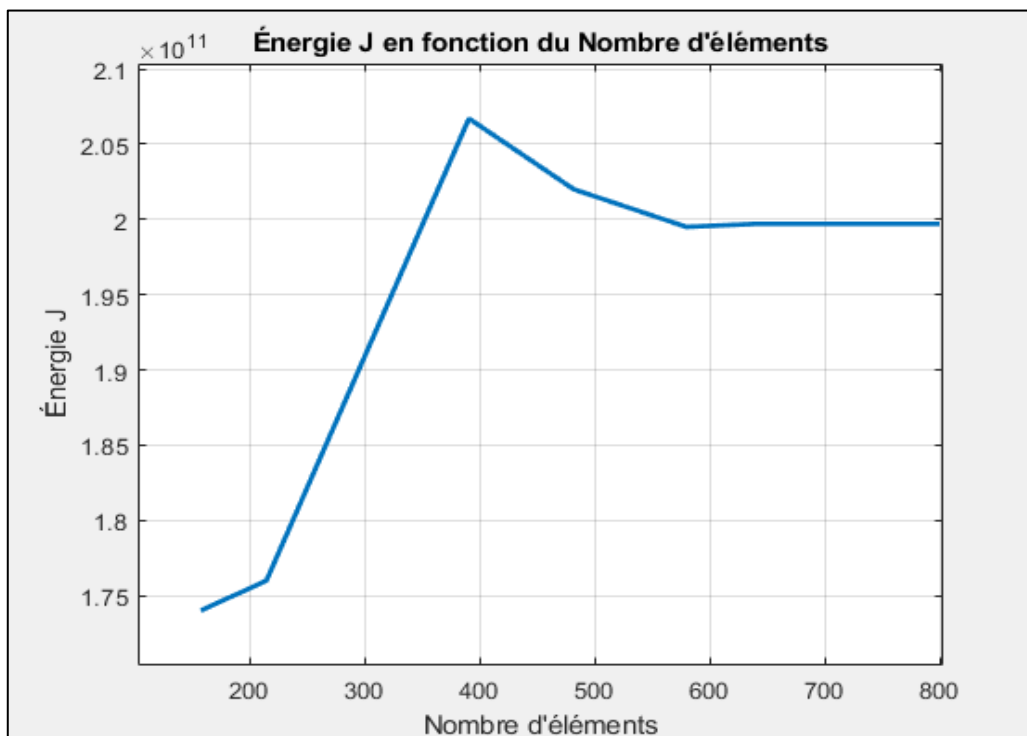
$a = 1.6$



**Figure B-46 :** Maillage pour  $a=1.6$  avec 776 éléments (Déplacement Imposée)

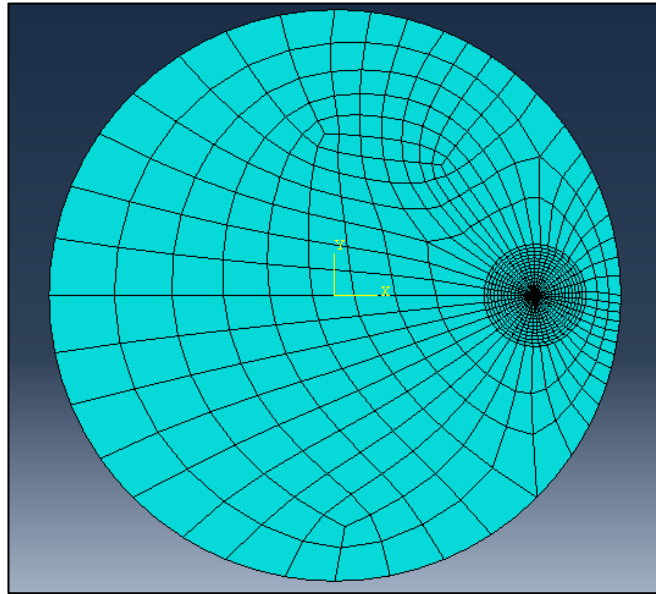
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
-8-	K1:	1.9993E+11	1.9984E+11	1.9988E+11	1.9988E+11	1.9988E+11
	K2:	-2.4451E+08	-2.4384E+08	-2.4406E+08	-2.4405E+08	-2.4404E+08
MERR	DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	1.9985E+11	1.9968E+11	1.9976E+11	1.9977E+11	1.9977E+11

**Figure B-47 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.6$  (Déplacement Imposée)



**Figure B-48 :** Etude de convergence  $a=1.6$  (Déplacement Imposée)

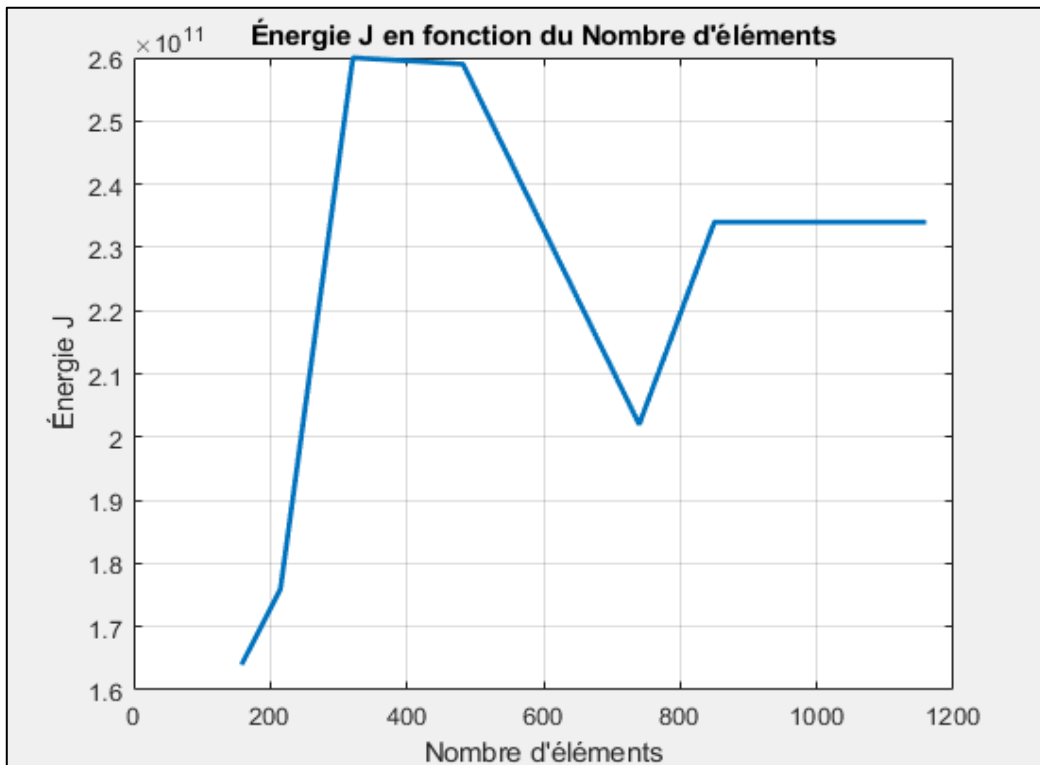
$a = 1.7$



**Figure B-49 :** Maillage pour  $a=1.7$  avec 1016 éléments (Déplacement Imposée)

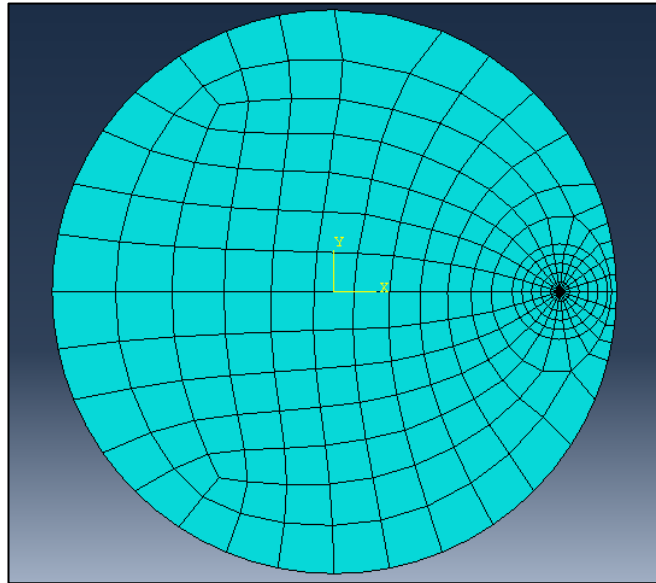
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-8-	K1: 2.1651E+11	2.1642E+11	2.1646E+11	2.1646E+11	2.1646E+11
		K2: -6.4728E+08	-6.4578E+08	-6.4652E+08	-6.4660E+08	-6.4662E+08
	MERR DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	2.3438E+11	2.3418E+11	2.3427E+11	2.3428E+11	2.3428E+11

**Figure B-50 :** Les valeur de  $J$  et  $K_I$  pour  $a=1.7$  (Déplacement Imposée)



**Figure B-51 :** Etude de convergence  $a=1.7$  (Déplacement Imposée)

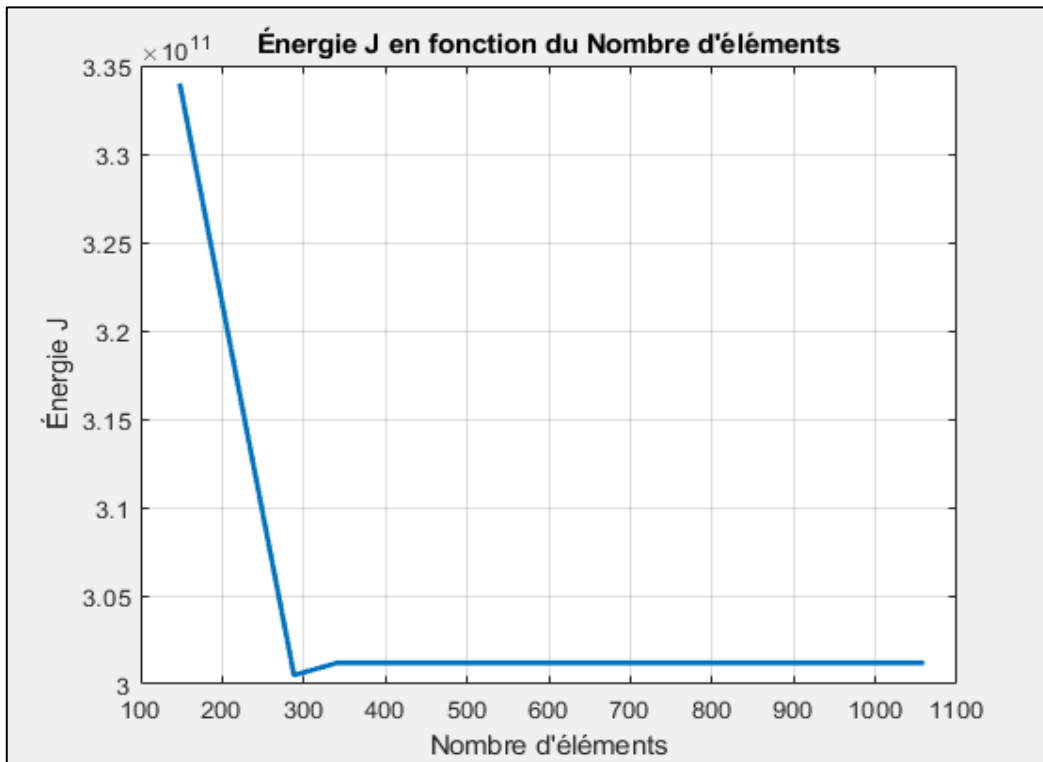
$a = 1.8$



**Figure B-52 :** Maillage pour  $a=1.8$  avec 973 éléments (Déplacement Imposée)

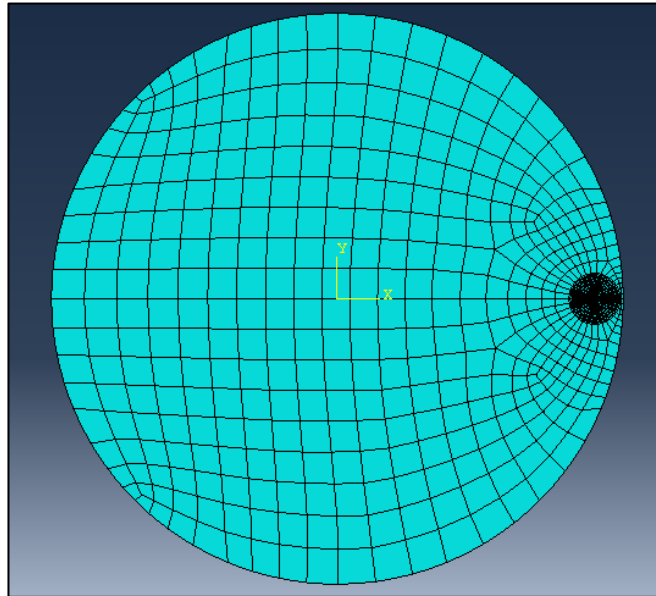
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
-8-	K1:	2.4520E+11	2.4510E+11	2.4515E+11	2.4515E+11	2.4515E+11
	K2:	2.4990E+06	2.3814E+06	2.4168E+06	2.4225E+06	2.8818E+06
	MERR DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	3.0063E+11	3.0037E+11	3.0049E+11	3.0050E+11	3.0050E+11

**Figure B-53 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.8$  (Déplacement Imposée)



**Figure B-54 :** Etude de convergence  $a=1.8$  (Déplacement Imposée)

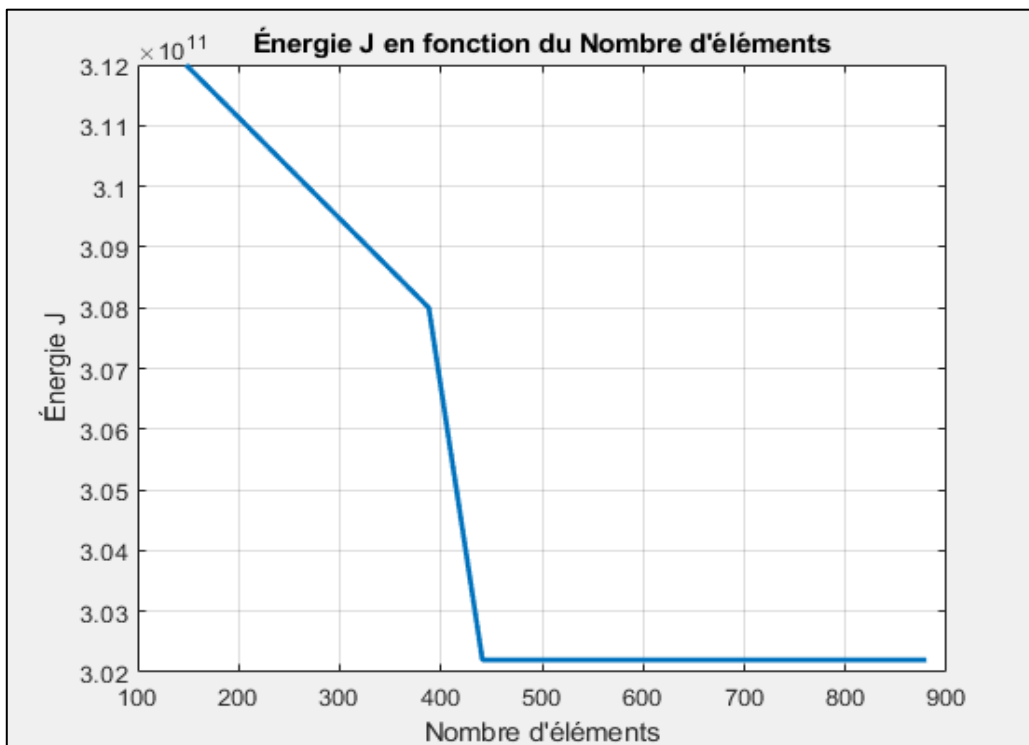
$a = 1.9$



**Figure B-55 :** Maillage pour  $a=1.9$  avec 873 éléments (Déplacement Imposée)

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
	-9-	K1: 2.4592E+11	2.4582E+11	2.4587E+11	2.4587E+11	2.4587E+11
		K2: 1.4714E+08	1.4672E+08	1.4693E+08	1.4696E+08	1.4697E+08
	MERR DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	3.0239E+11	3.0214E+11	3.0225E+11	3.0227E+11	3.0227E+11

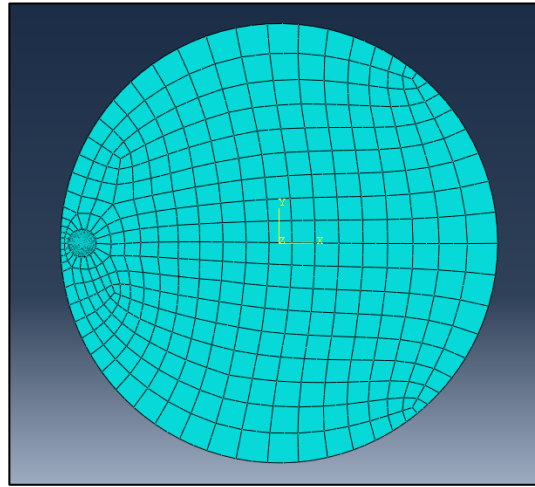
**Figure B-56 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.9$  (Déplacement Imposée)



**Figure B-57 :** Etude de convergence  $a=1.9$  (Déplacement Imposée)

**ANNEXE C :**  
Résultat pour disque fissuré  
(Problème mixte)

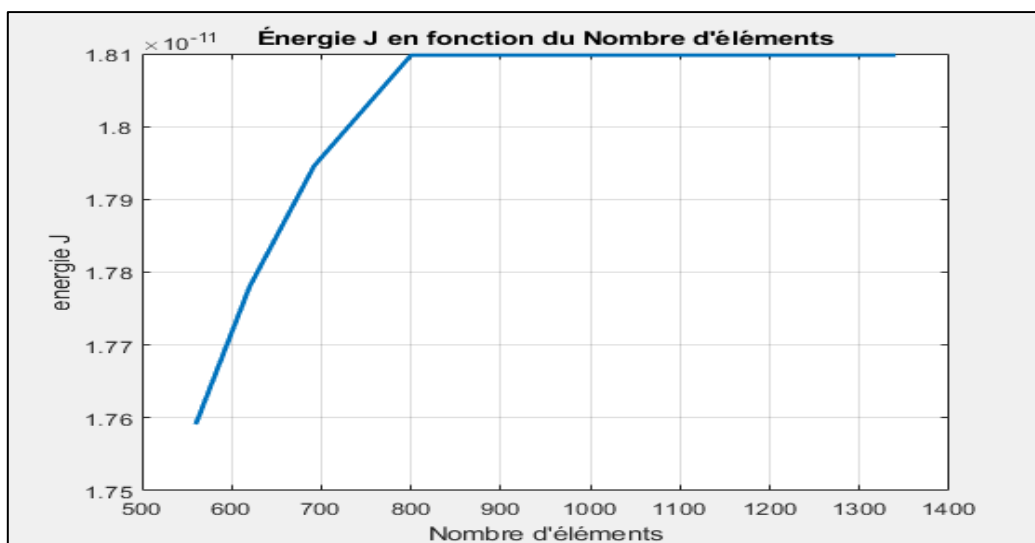
$a = 0.1$



**Figure C-1 :** Maillage pour  $a=0.1$  avec 962 éléments (Problème mixte)

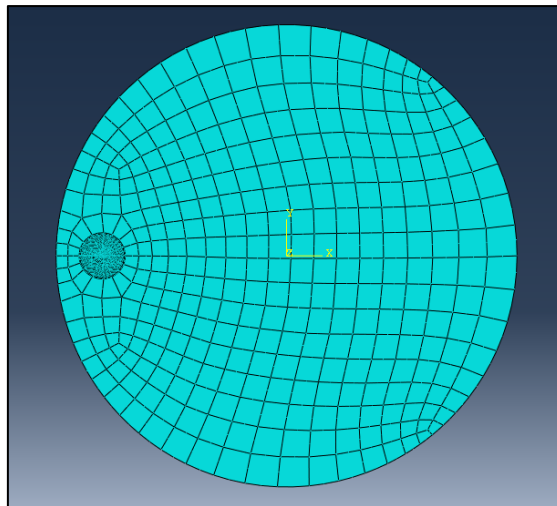
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-7-	K1: 1.903	1.902	1.902	1.902	1.902
		K2: 2.8299E-02	2.5769E-02	2.6483E-02	2.6461E-02	2.6426E-02
	MERR DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	1.8106E-11	1.8090E-11	1.8097E-11	1.8098E-11	1.8098E-11

**Figure C-2 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.1$  (Problème mixte)



**Figure C-3 :** Etude de convergence  $a=0.1$  (Problème mixte)

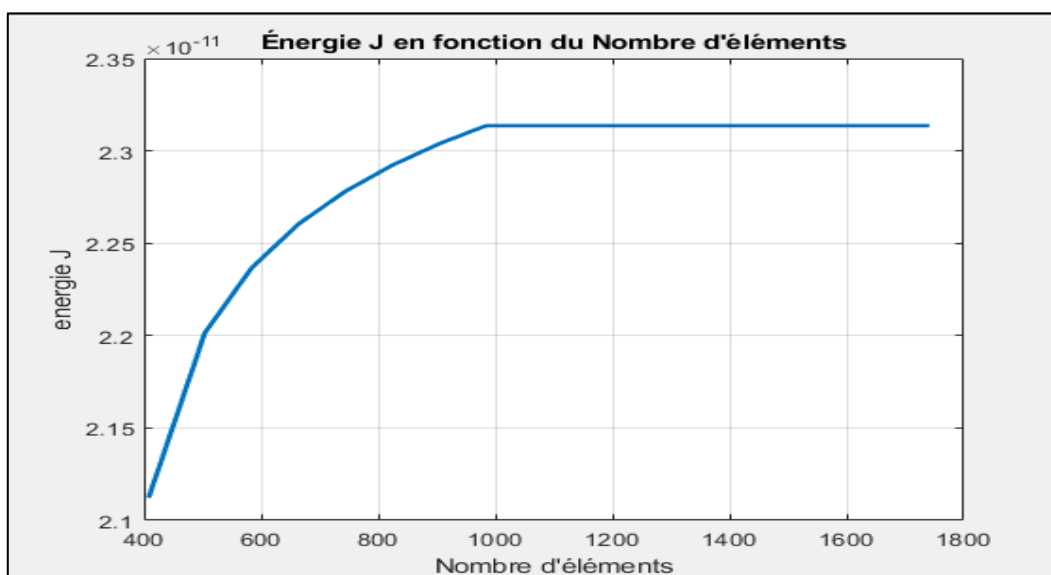
$a = 0.2$



**Figure C-4 :** Maillage pour  $a=0.2$  avec 1064 éléments (Problème mixte)

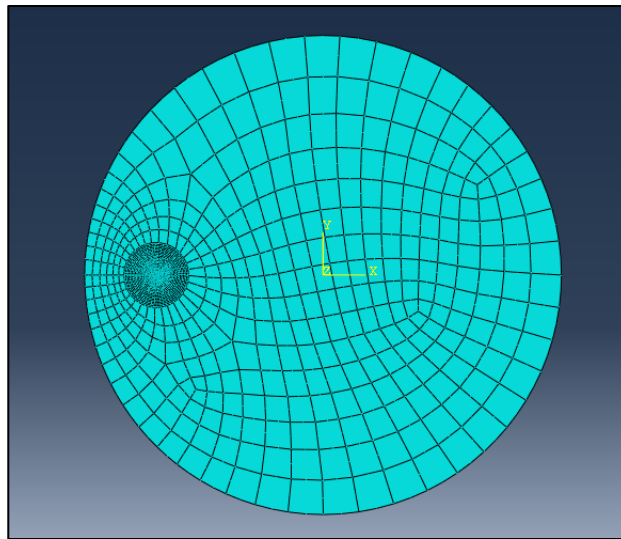
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-6-	K1: 2.149	2.148	2.148	2.148	2.148
		K2: -0.1108	-0.1157	-0.1152	-0.1154	-0.1156
MERR DIRECTION (DEG):		6.552	6.768	6.768	6.768	6.768
J from Ks:		2.3143E-11	2.3128E-11	2.3135E-11	2.3136E-11	2.3136E-11

**Figure C-5 :** Les valeur de  $J$  et  $K_I$  pour  $a=0.2$  (Problème mixte)



**Figure C-6 :** Etude de convergence  $a=0.2$  (Problème mixte)

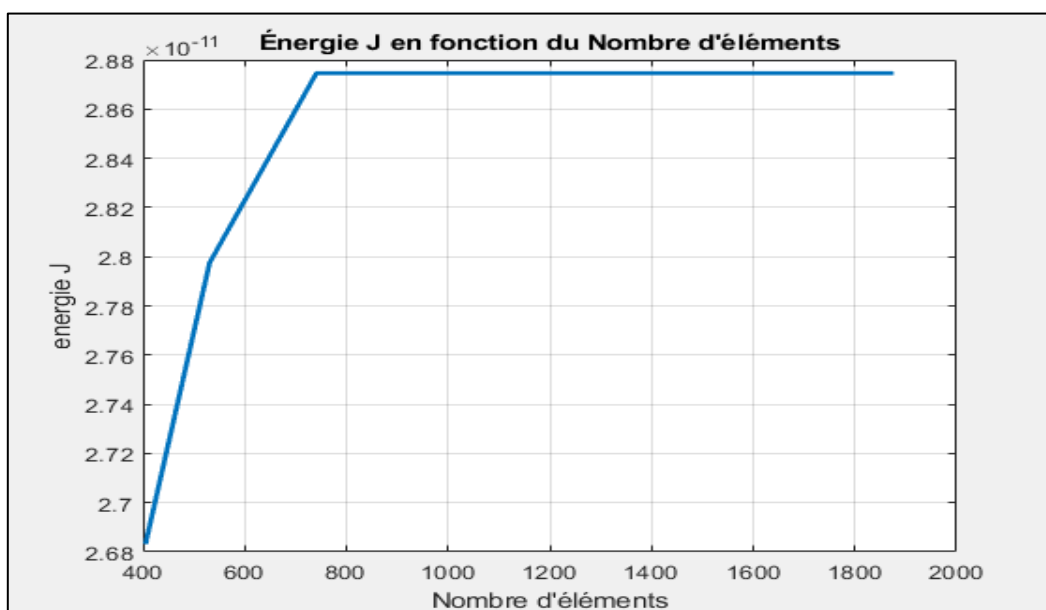
$a = 0.3$



**Figure C-7 :** Maillage pour  $a=0.3$  avec 995 éléments (Problème mixte)

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
-6-	K1:	2.389	2.388	2.388	2.388	2.388
	K2:	-0.2146	-0.2164	-0.2157	-0.2157	-0.2157
MERR	DIRECTION (DEG):	10.12	10.19	10.15	10.15	10.15
	J from Ks:	2.8758E-11	2.8736E-11	2.8745E-11	2.8746E-11	2.8746E-11

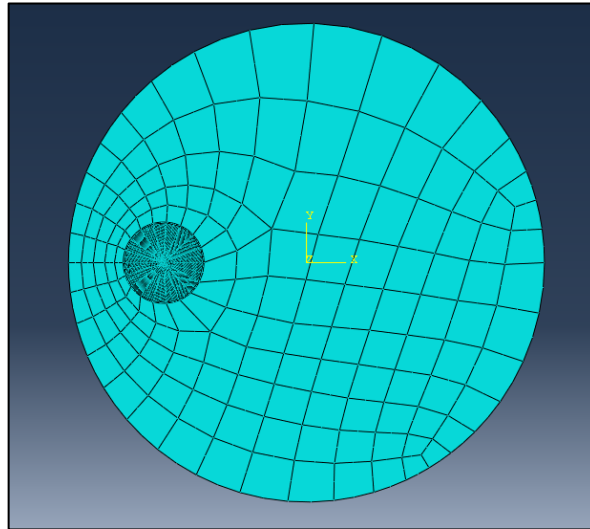
**Figure C-8 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.3$  (Problème mixte)



**Figure C-9 :** Etude de convergence  $a=0.3$  (Problème mixte)



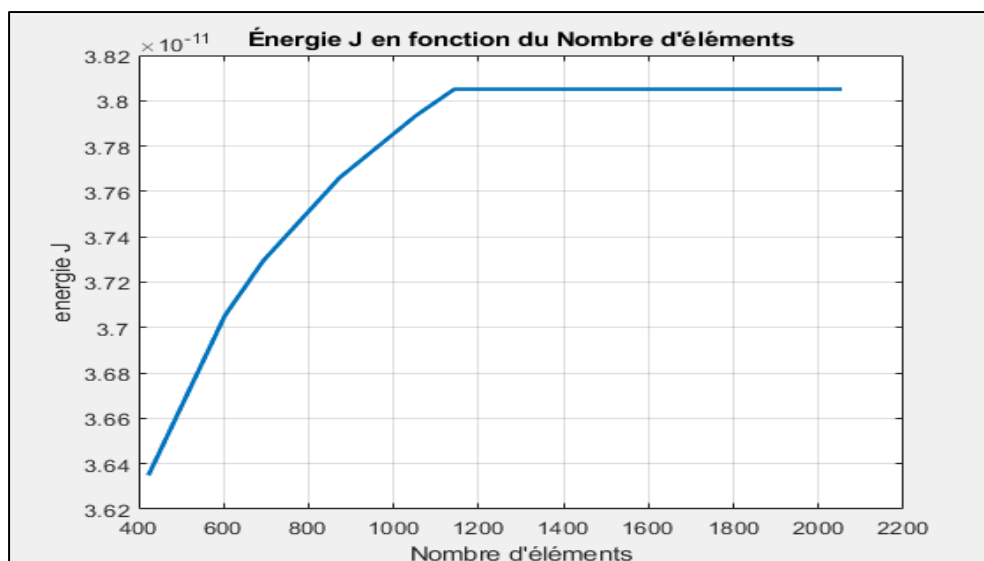
$a = 0.4$



**Figure C-10** : Maillage pour  $a=0.4$  avec 1143 éléments (Problème mixte)

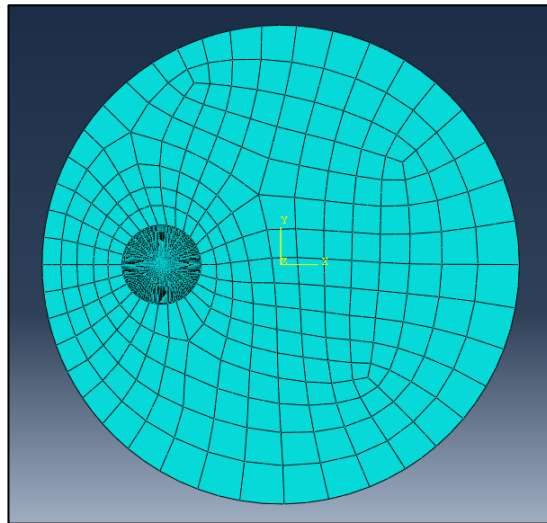
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-6-	K1: 2.741	2.740	2.741	2.741	2.741
		K2: -0.3081	-0.3138	-0.3129	-0.3131	-0.3133
	MERR DIRECTION (DEG):	12.38	12.60	12.56	12.56	12.60
	J from Ks:	3.8047E-11	3.8034E-11	3.8047E-11	3.8049E-11	3.8051E-11

**Figure C-11** : Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.4$  (Problème mixte)



**Figure C-12** : Etude de convergence  $a=0.4$  (Problème mixte)

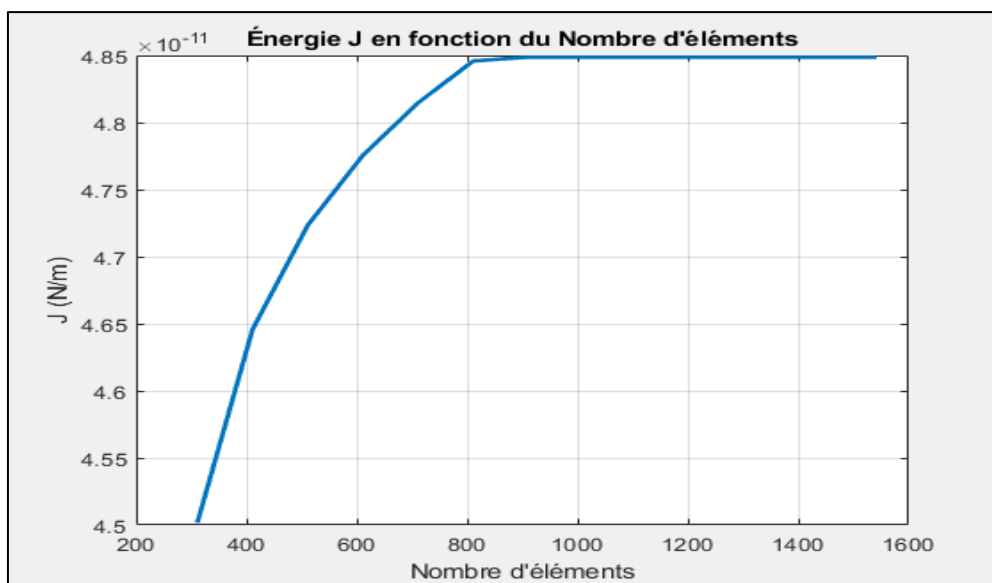
$a = 0.5$



**Figure C-13 :** Maillage pour  $a=0.5$  avec 1429 éléments (Problème mixte)

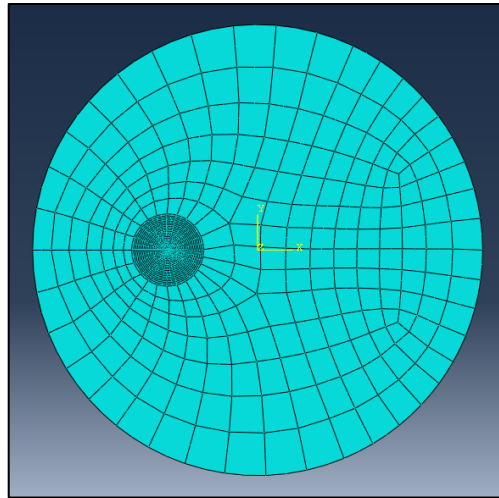
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		C O N T O U R S				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-7-	K1: 3.091	3.088	3.089	3.089	3.088
		K2: -0.3951	-0.3991	-0.3981	-0.3982	-0.3983
MERR	DIRECTION (DEG):	14.04	14.22	14.18	14.18	14.18
	J from Ks:	4.8539E-11	4.8480E-11	4.8489E-11	4.8487E-11	4.8485E-11

**Figure C-14 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.5$  (Problème mixte)



**Figure C-15 :** Etude de convergence  $a=0.5$  (Problème mixte)

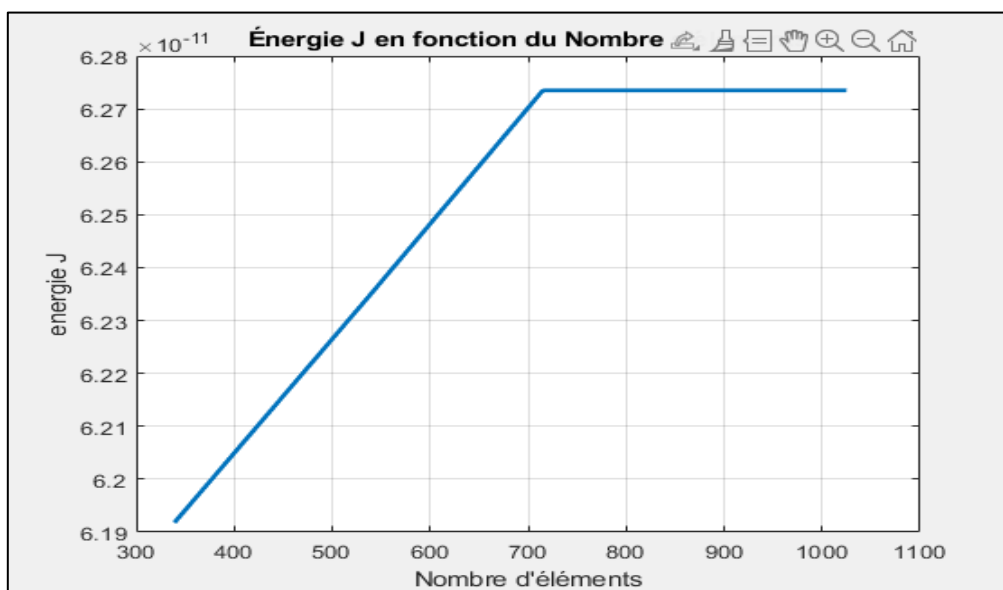
$a = 0.6$



**Figure C-16 :** Maillage pour  $a=0.6$  avec 715 éléments (Problème mixte)

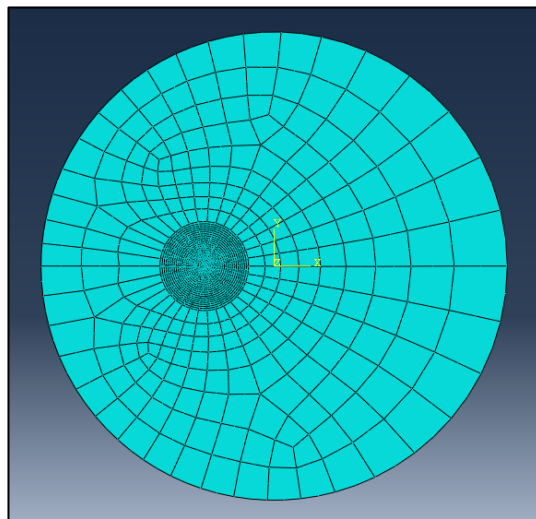
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
	-6-	K1: 3.509	3.508	3.508	3.508	3.508
		K2: -0.4860	-0.4891	-0.4882	-0.4882	-0.4883
MERR	DIRECTION (DEG):	15.23	15.34	15.30	15.30	15.30
	J from Ks:	6.2763E-11	6.2718E-11	6.2734E-11	6.2735E-11	6.2735E-11

**Figure C-17 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.6$  (Problème mixte)



**Figure C-18 :** Etude de convergence  $a=0.6$  (Problème mixte)

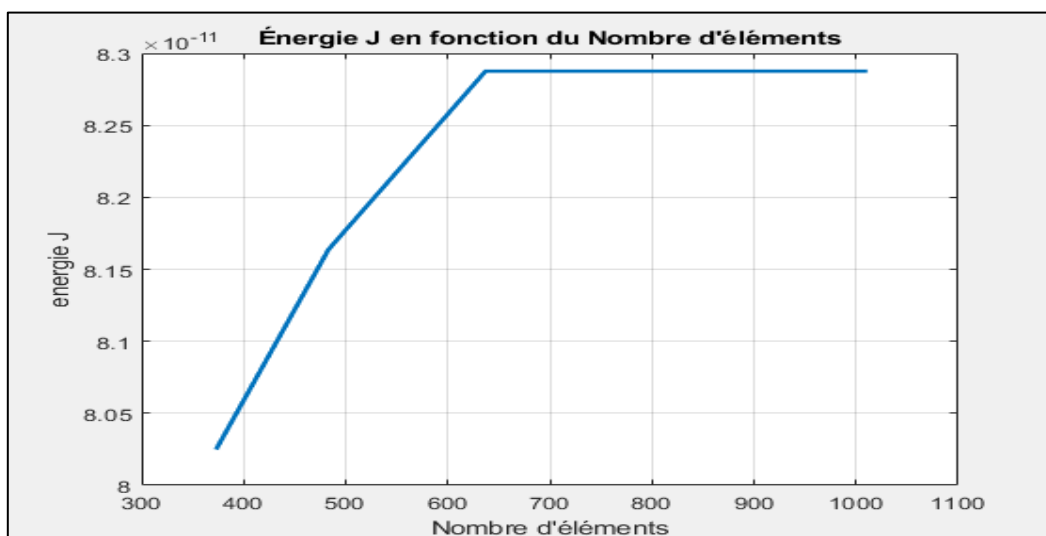
$a = 0.7$



**Figure C-19 :** Maillage pour  $a=0.7$  avec 1011 éléments (Problème mixte)

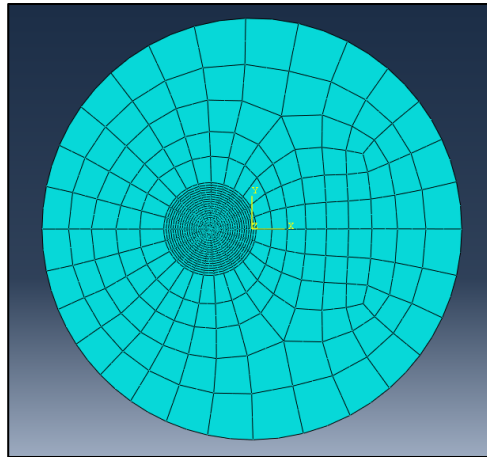
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
-6-	K1:	4.030	4.028	4.029	4.029	4.029
	K2:	-0.5826	-0.5860	-0.5851	-0.5851	-0.5851
MERR DIRECTION	(DEG):	15.91	16.02	15.98	15.98	15.98
	J from Ks:	8.2892E-11	8.2847E-11	8.2872E-11	8.2875E-11	8.2876E-11

**Figure C-20 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.7$  (Problème mixte)



**Figure C-21 :** Etude de convergence  $a=0.7$  (Problème mixte)

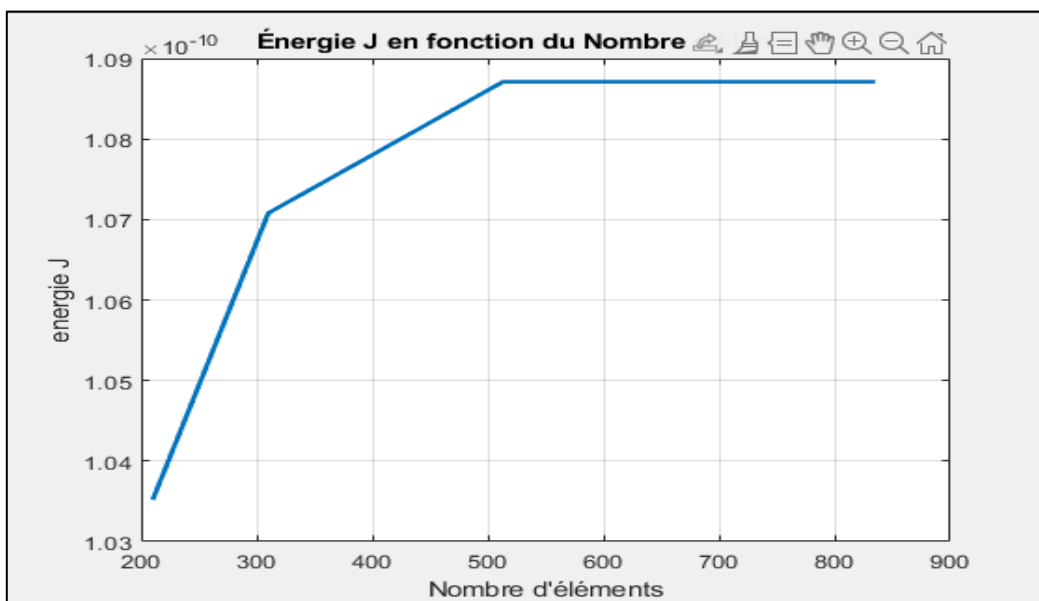
$a = 0.8$



**Figure C-22 :** Maillage pour  $a=0.8$  avec 663 éléments (Problème mixte)

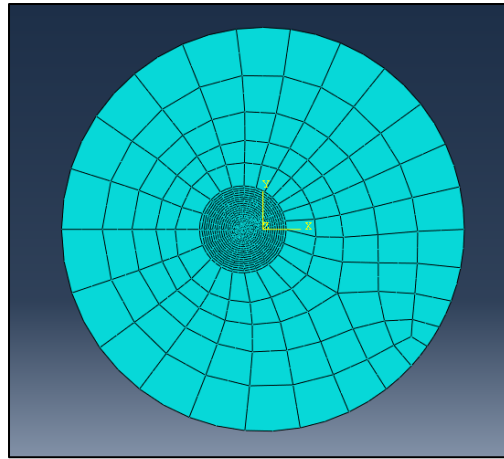
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-6-	K1: 4.613	4.611	4.612	4.612	4.612
MERR DIRECTION (DEG):		K2: -0.6881	-0.6905	-0.6897	-0.6896	-0.6897
J from Ks:		16.42	16.45	16.45	16.45	16.45
		1.0876E-10	1.0868E-10	1.0871E-10	1.0871E-10	1.0871E-10

**Figure C-23 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.8$  (Problème mixte)



**Figure C-24 :** Etude de convergence  $a=0.8$  (Problème mixte)

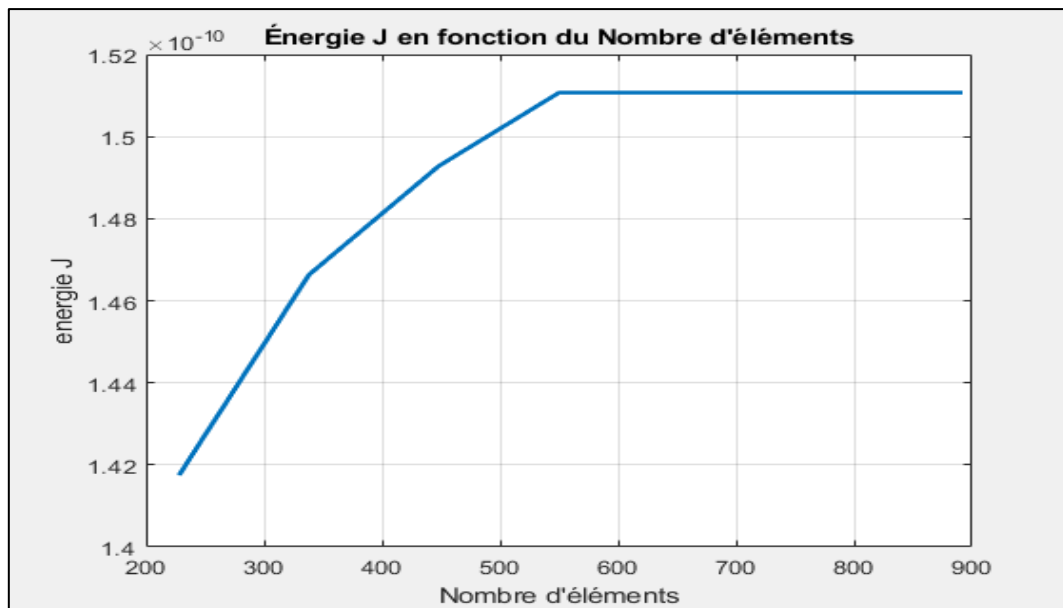
$a = 0.9$



**Figure C-25 :** Maillage pour  $a=0.9$  avec 558 éléments (Problème mixte)

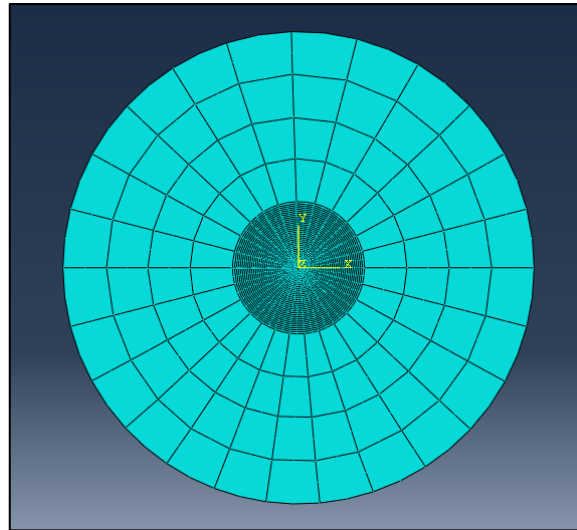
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-6-	K1: 5.435	5.433	5.434	5.434	5.434
		K2: -0.8251	-0.8286	-0.8274	-0.8274	-0.8274
	MERR DIRECTION (DEG):	16.67	16.74	16.74	16.74	16.74
	J from Ks:	1.5111E-10	1.5102E-10	1.5107E-10	1.5107E-10	1.5107E-10

**Figure C-26 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=0.9$  (Problème mixte)



**Figure C-27 :** Etude de convergence  $a=0.9$  (Problème mixte)

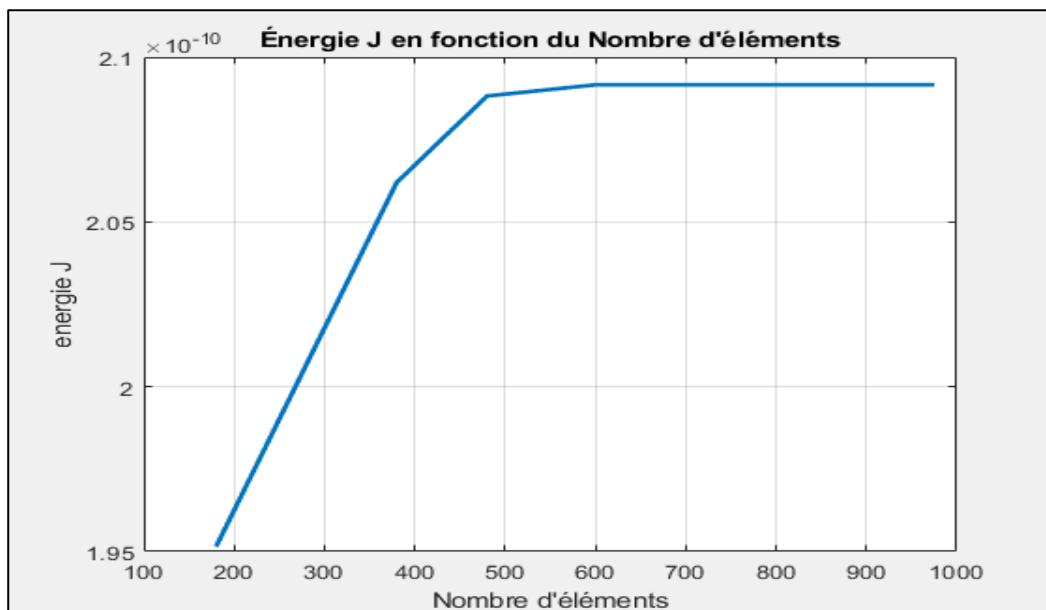
$$a = 1$$



**Figure C-28** : Maillage pour  $a=1$  avec 975 éléments (Problème mixte)

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
	-7-	K1: 6.394	6.391	6.392	6.392	6.392
		K2: -0.9815	-0.9850	-0.9837	-0.9837	-0.9838
	MERR DIRECTION (DEG):	16.85	16.92	16.88	16.88	16.88
	J from Ks:	2.0924E-10	2.0908E-10	2.0915E-10	2.0915E-10	2.0916E-10

**Figure C-29** : Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1$  (Problème mixte)



**Figure C-30** : Etude de convergence  $a=1$  (Problème mixte)

$a = 1.1$

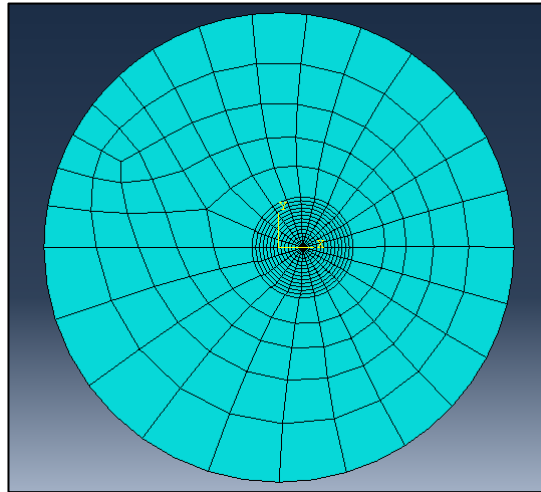


Figure C-31 : Maillage pour  $a=1.1$  avec 862 éléments (Problème mixte)

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-7-	K1: 7.589	7.585	7.587	7.587	7.587
		K2: -1.089	-1.092	-1.090	-1.090	-1.090
MERR	DIRECTION (DEG):	15.77	15.84	15.80	15.80	15.80
	J from Ks:	2.9391E-10	2.9362E-10	2.9375E-10	2.9377E-10	2.9377E-10

Figure C-32 : Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.1$  (Problème mixte)

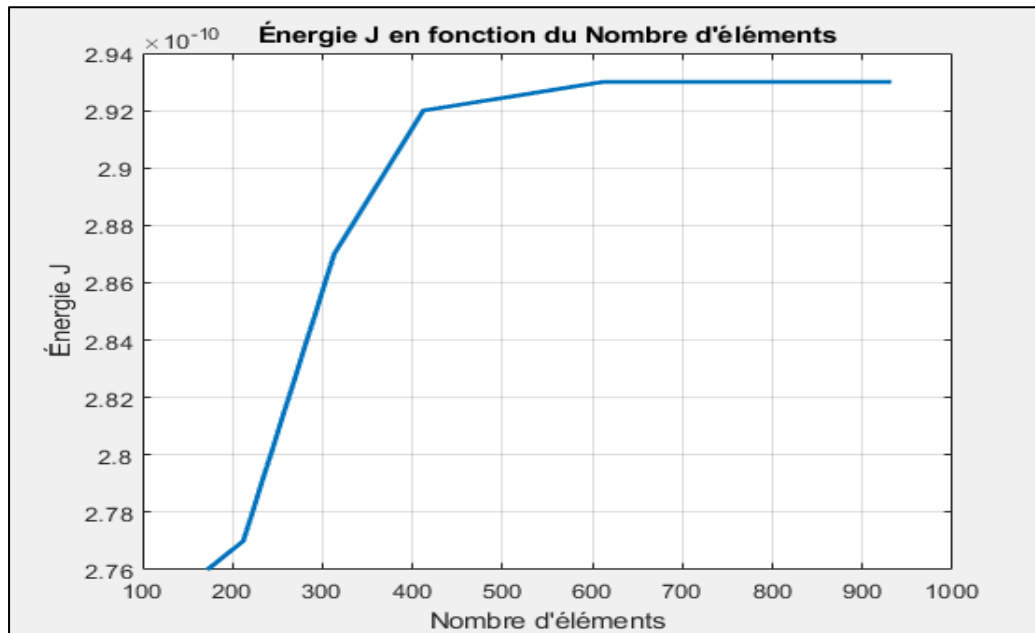
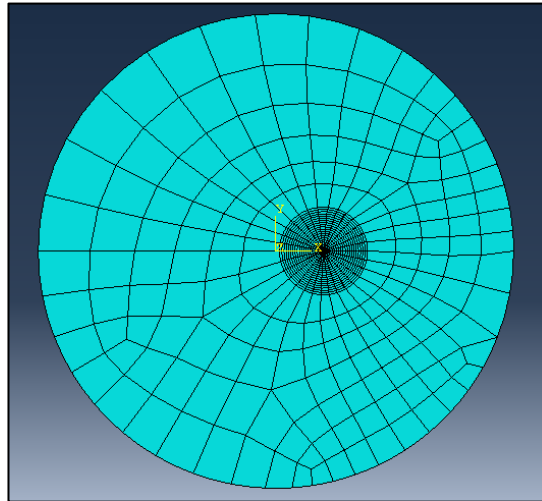


Figure C-33 : Etude de convergence  $a=1.1$  (Problème mixte)



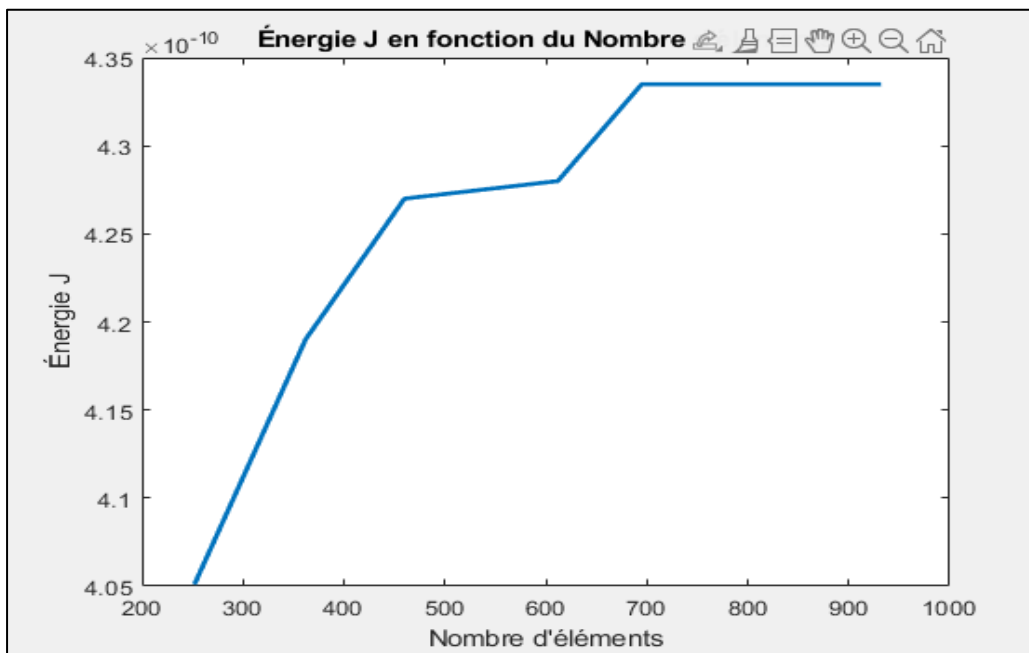
$a = 1.2$



**Figure C-34 :** Maillage pour  $a=1.2$  avec 934 éléments (Problème mixte)

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
	-7-	K1: 9.184	9.178	9.181	9.181	9.181
		K2: -1.405	-1.409	-1.407	-1.407	-1.407
MERR	DIRECTION (DEG):	16.81	16.85	16.85	16.85	16.85
	J from Ks:	4.3155E-10	4.3113E-10	4.3132E-10	4.3134E-10	4.3135E-10

**Figure C-35 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.2$  (Problème mixte)



**Figure C-36 :** Etude de convergence  $a=1.2$  (Problème mixte)

$a = 1.3$

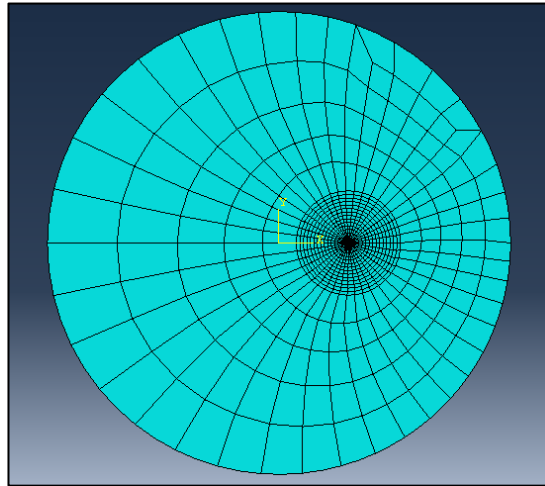


Figure C-37 : Maillage pour  $a=1.3$  avec 962 éléments (Problème mixte)

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-7-	K1: 11.50	11.49	11.49	11.49	11.49
		K2: -1.741	-1.745	-1.743	-1.743	-1.743
MERR DIRECTION (DEG):		16.63	16.70	16.67	16.67	16.67
J from Ks:		6.7588E-10	6.7523E-10	6.7552E-10	6.7556E-10	6.7556E-10

Figure C-38 : Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.3$  (Problème mixte)

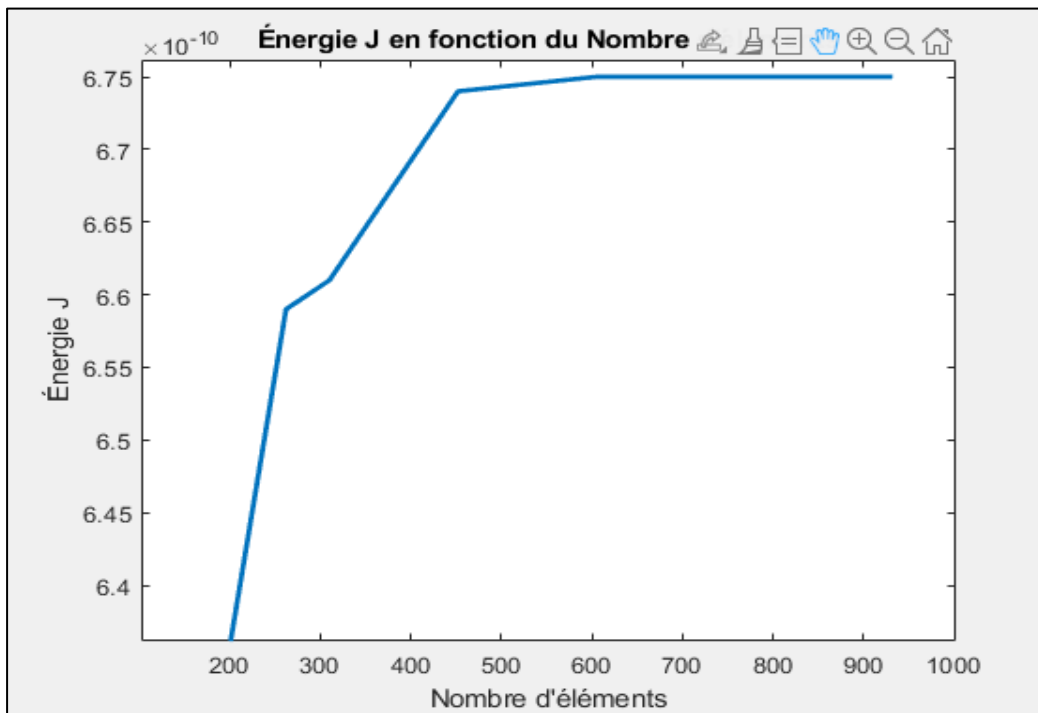
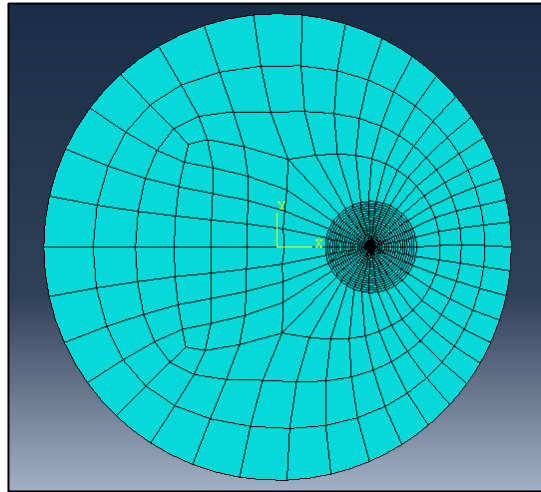


Figure C-39 : Etude de convergence  $a=1.3$  (Problème mixte)

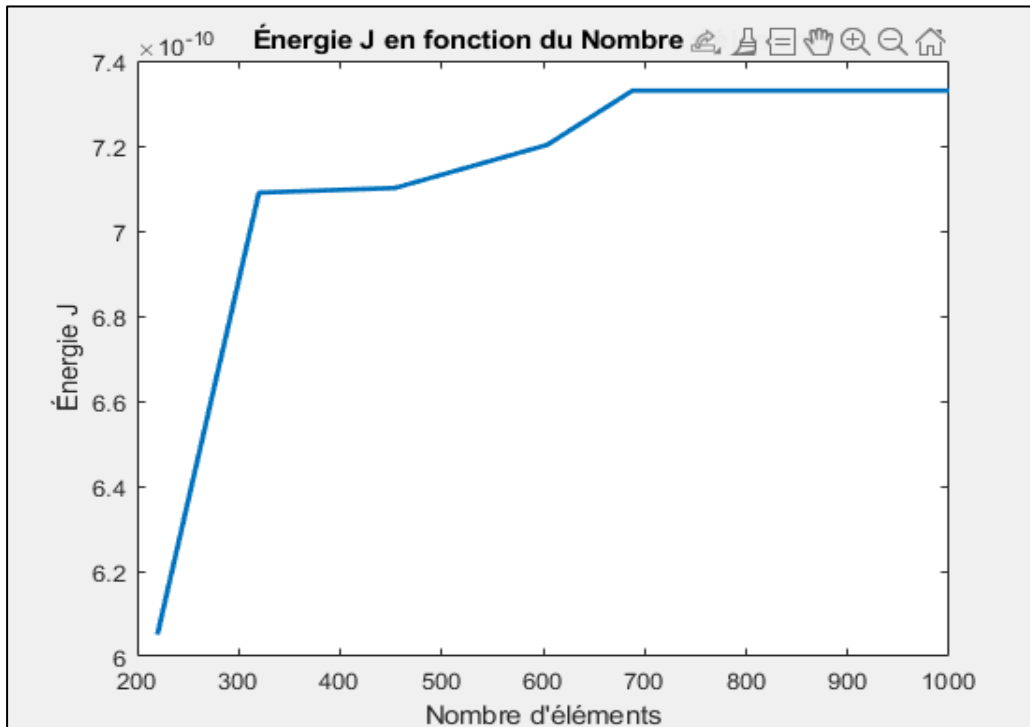
$a = 1.4$



**Figure C-40** : Maillage pour  $a=1.4$  avec 924 éléments (Problème mixte)

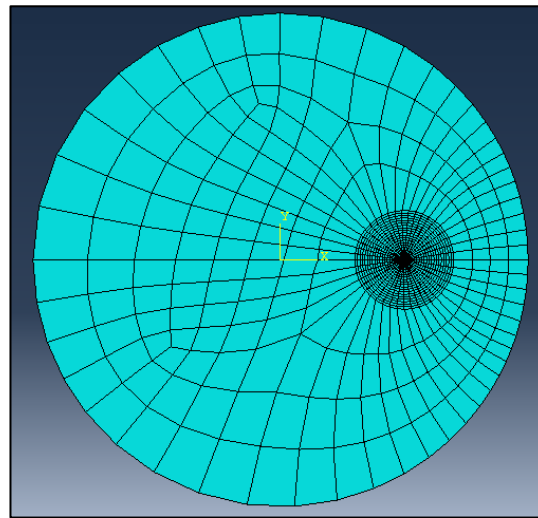
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
	-7-	K1: 11.51	11.95	11.99	12.00	12.01
		K2: -1.497	-1.552	-1.559	-1.561	-1.552
MERR	DIRECTION (DEG):	14.29	14.29	14.29	14.29	14.22
	J from Ks:	6.7324E-10	7.2568E-10	7.3114E-10	7.3256E-10	7.3346E-10

**Figure C-41** : Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.4$  (Problème mixte)



**Figure C-42** : Etude de convergence  $a=1.4$  (Problème mixte)

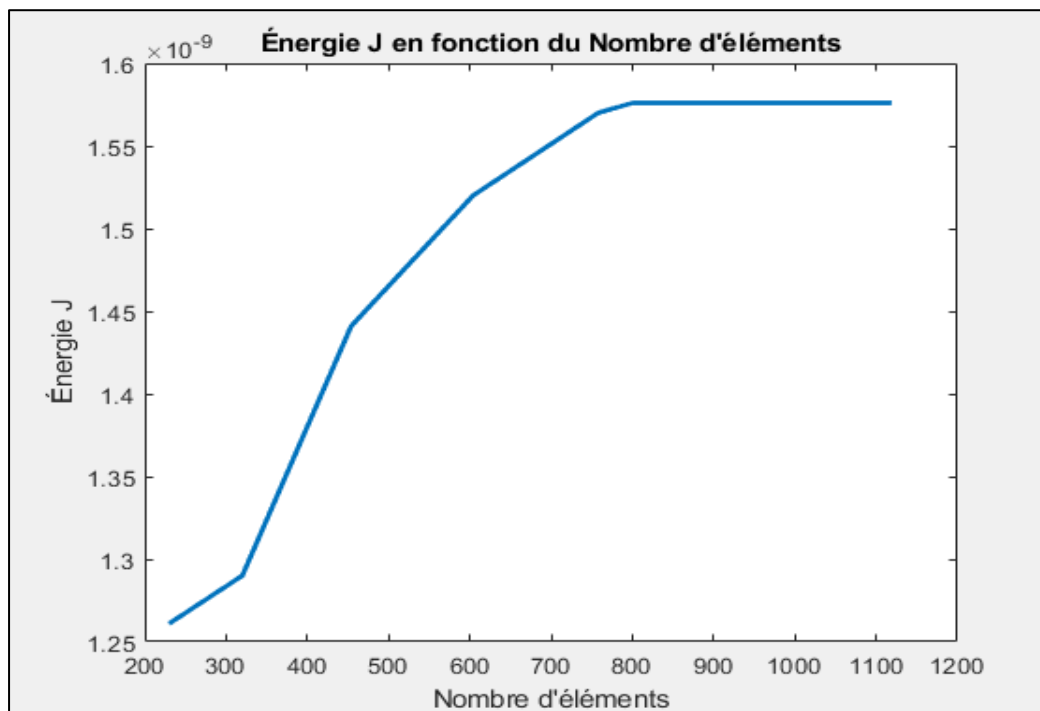
$a = 1.5$



**Figure C-43 :** Maillage pour  $a=1.5$  avec 1111 éléments (Problème mixte)

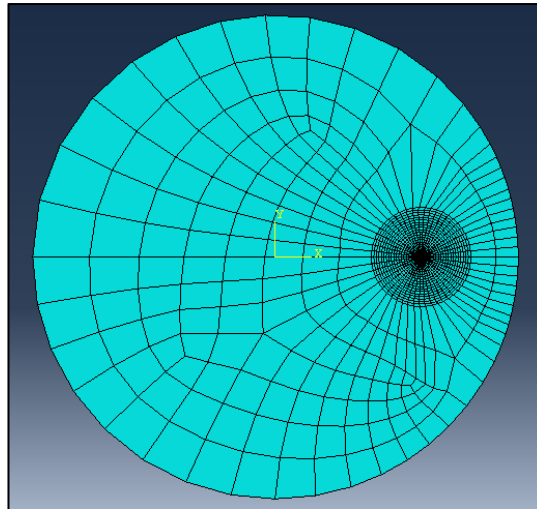
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-7-	K1: 16.86	17.50	17.57	17.59	17.59
		K2: -2.313	-2.396	-2.403	-2.404	-2.404
	MERR DIRECTION (DEG):	15.08	15.05	15.05	15.05	15.05
	J from Ks:	1.4477E-09	1.5608E-09	1.5725E-09	1.5755E-09	1.5765E-09

**Figure C-44 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.5$  (Problème mixte)



**Figure C-45 :** Etude de convergence  $a=1.5$  (Problème mixte)

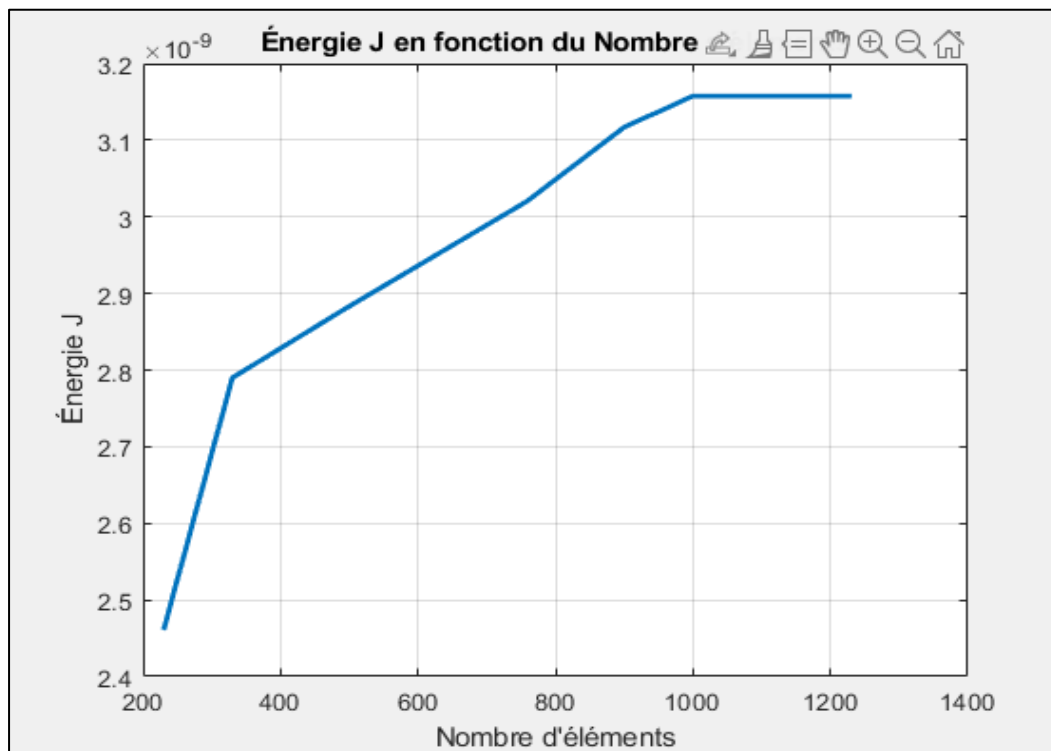
$a = 1.6$



**Figure C-46 :** Maillage pour  $a=1.6$  avec 1031 éléments (Problème mixte)

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1						
	-7-	K1: 23.88	24.80	24.90	24.92	24.93
		K2: -3.293	-3.410	-3.421	-3.424	-3.424
MERR DIRECTION (DEG):		15.19	15.12	15.12	15.12	15.12
J from Ks:		2.9060E-09	3.1335E-09	3.1574E-09	3.1637E-09	3.1660E-09

**Figure C-47 :** Les valeur de  $J$  et  $K_I$  pour  $a=1.6$  (Problème mixte)



**Figure C-48 :** Etude de convergence  $a=1.6$  (Problème mixte)

$a = 1.7$

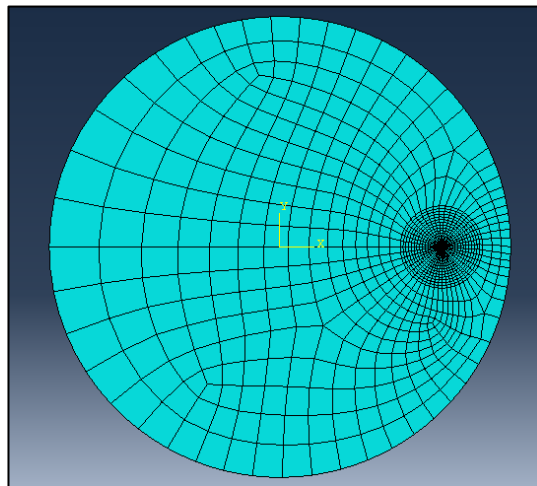


Figure C-49 : Maillage pour  $a=1.7$  avec 1097 éléments (Problème mixte)

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-7-	K1: 44.51	44.48	44.49	44.50	44.50
		K2: -6.960	-6.971	-6.966	-6.966	-6.965
MERR DIRECTION (DEG):		17.17	17.21	17.17	17.17	17.17
J from Ks:		1.0147E-08	1.0137E-08	1.0141E-08	1.0142E-08	1.0142E-08

Figure C-50 : Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.7$  (Problème mixte)

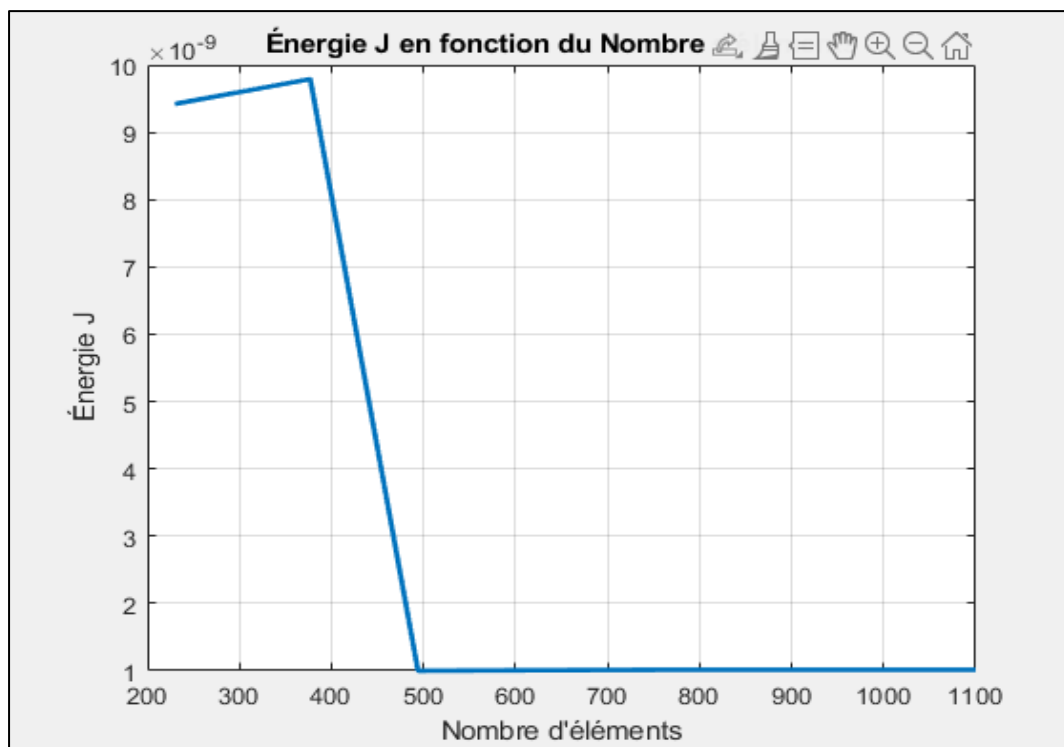
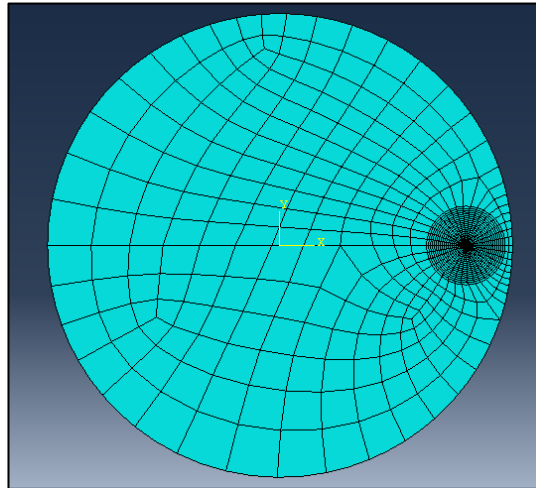


Figure C-51 : Etude de convergence  $a=1.7$  (Problème mixte)

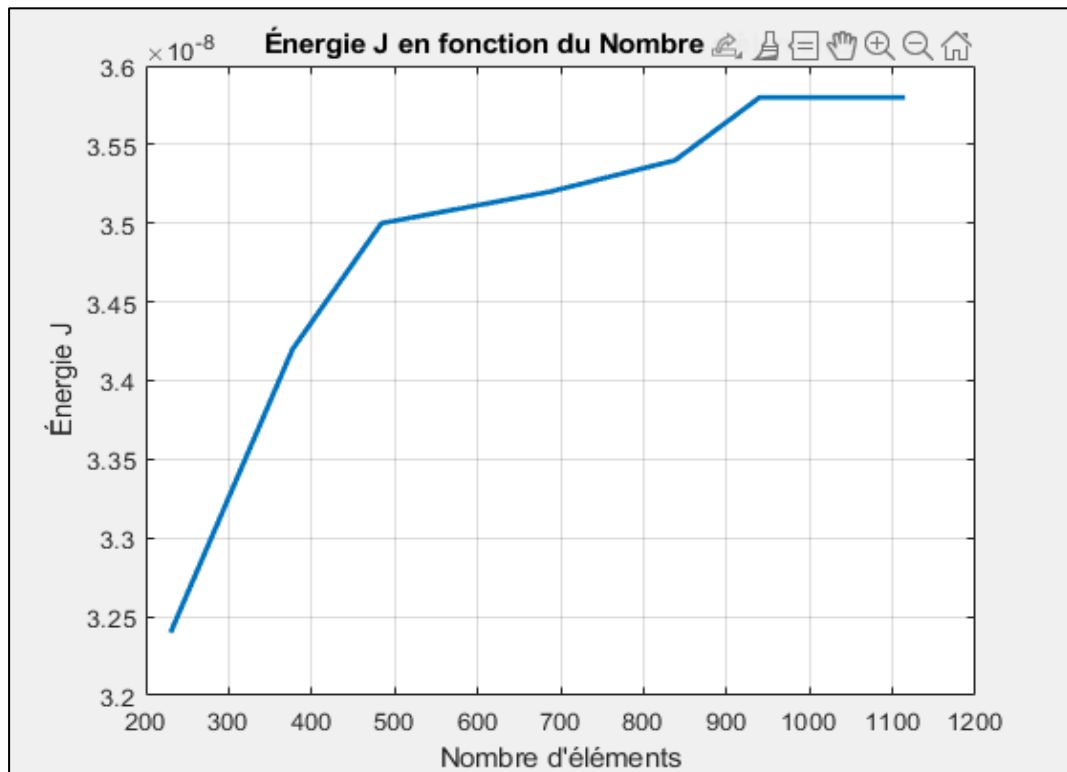
$$a = 1.8$$



**Figure C-52 :** Maillage pour  $a=1.8$  avec 1109 éléments (Problème mixte)

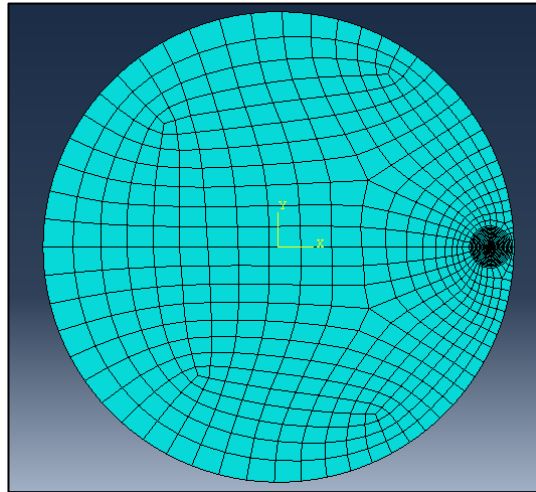
CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES				
		CONTOURS				
		1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-7-	K1: 83.63	83.59	83.61	83.61	83.61
		K2: -13.10	-13.13	-13.12	-13.12	-13.12
MERR DIRECTION (DEG):		17.21	17.24	17.21	17.21	17.21
J from Ks:		3.5832E-08	3.5799E-08	3.5813E-08	3.5815E-08	3.5815E-08

**Figure C-53 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.8$  (Problème mixte)



**Figure C-54 :** Etude de convergence  $a=1.8$  (Problème mixte)

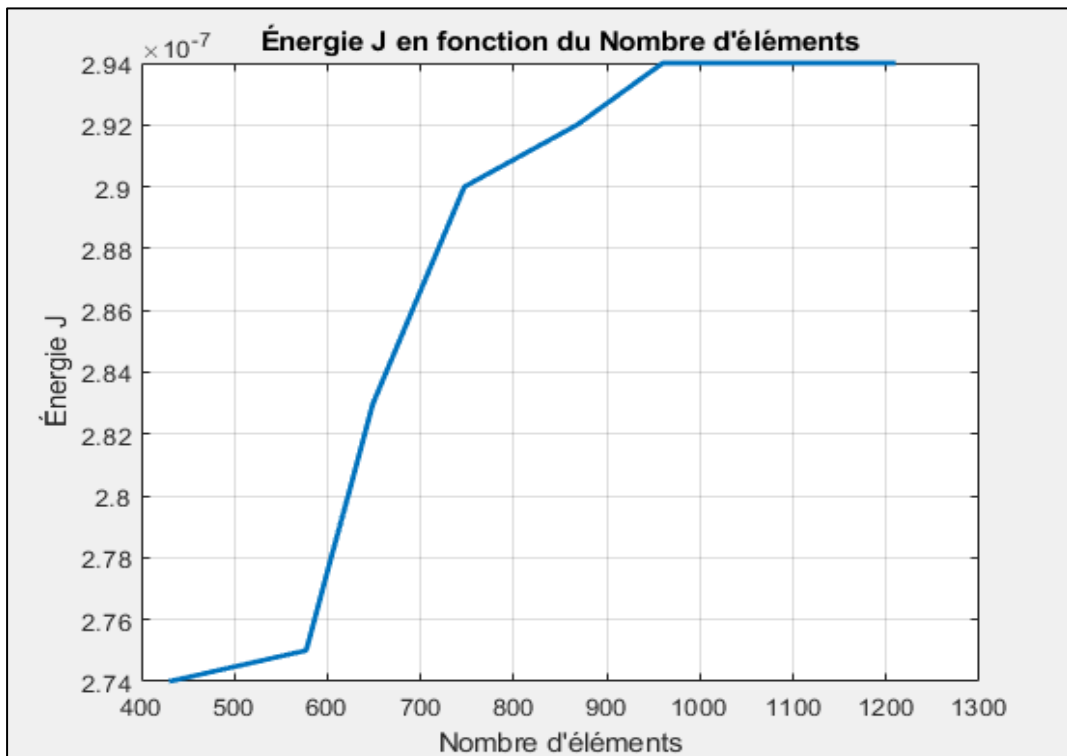
$a = 1.9$



**Figure C-55 :** Maillage pour  $a=1.9$  avec 1111 éléments (Problème mixte)

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K FACTOR ESTIMATES					
		CONTOURS					
		1	2	3	4	5	
H-OUTPUT-1_CRACK-1	-8-	K1:	239.7	239.6	239.6	239.6	239.6
		K2:	-37.71	-37.77	-37.75	-37.75	-37.75
	MERR DIRECTION (DEG):		17.24	17.32	17.28	17.28	17.28
	J from Ks:		2.9434E-07	2.9406E-07	2.9418E-07	2.9420E-07	2.9420E-07

**Figure C-56 :** Les valeur de J et  $K_I$  pour  $a=1.9$  (Problème mixte)



**Figure C-57 :** Etude de convergence  $a=1.9$  (Problème mixte)