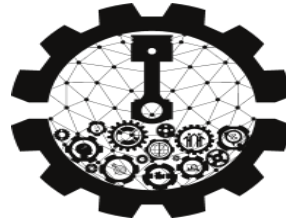


REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULIQUE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE SAAD DAHLEB BLIDA 1

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE MECANIQUE



Projet de Fin d'Etudes

Pour l'obtention de Diplôme de Master en Génie Mécanique

Spécialité construction mécanique

Simulation Numérique D'une Plaque Acier Entaillé

Promoteur :

Mr KIRAD Abdelkader

Réalisé par :

DERRICHE Hakim

TAOURIRI Oussama

Promotion : 2023/2024

ملخص

تعد دراسة سلوك الصفائح موضوعًا مهمًا جدًا ليس فقط في مجال الهندسة المدنية ولكن أيضًا في مجال الميكانيكا والطيران والميكانيكا الحيوية وما إلى ذلك. وتحتل دراسة اللوحات مكانًا مهمًا جدًا في عالم الأبحاث. قدم العمل محاكاة رقمية للوحة فولاذية محززة بواسطة برنامج ABACUS

الكلمات المفتاحية: النمذجة، الصفائح الرقيقة، العناصر المنتهية، الإزاحة، التشوهات.

RESUME

L'étude du comportement des plaques est un sujet très important non seulement dans le domaine de génie civil mais aussi dans le domaine de mécanique, aéronautique, biomécanique etc.....

L'étude des plaques occupe une place très importante dans la recherche scientifique.

Le travail présenté une Simulation numérique d'une plaque acier entaillé par le logiciel ABACUS

Mots clés : Modélisation, plaques minces et épaisses, éléments finis, champs de déplacement, champs de déformations.

ABSTRACT

The study of the behavior of plates is a very important subject not only in the field of civil engineering but also in the field of mechanics, aeronautics, biomechanics etc..... The study of plates occupies a very important place in scientific research.

The work presented a Numerical simulation of a notched steel plate by ABACUS software

Keywords: Modeling, thin plates, finite elements, displacement, deformations.

Remerciements

Au terme de la rédaction de se mémoire, c'est un devoir agréable d'exprimer en quelque lignes la reconnaissance qu'on doit à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de cette étude.

Nous remercions en premier lieu dieu tout puissant pour nous avoir accordé la puissance et la volonté de terminer ce travail.

*Nous attribuons nos chaleureux et vifs remerciements à notre promoteur Docteur **KIRAD Abdelkader** pour l'honneur qu'il nous a fait en dirigeant ce travail et à notre chef département Docteur **KETFI OMAR**.*

Nous voulons adresser nos sincères remerciements à tous les membres du jury pour l'honneur qu'ils nous ont accordé.

Nous exprimons notre gratitude envers notre famille, nos amis et tous ceux qui ont joué un rôle déterminant dans notre parcours jusqu'à présent. Votre soutien et votre présence ont été inestimables. Merci du fond du cœur.

Dédicace

A mon cher père (ربي يرحمو) et à ma chère mère

A mes trois frères et ma chère Sœur

A mes jolis fils ILYAS, HIND et MOUAD

A mes tous mes familles et mes amis

OUSSAMA

A mon cher père et à ma chère mère

A ma chère femme

A mes frères

A ma jolie fille ARWA

A mes tous ma famille mes amis

HAKIM

SOMMAIRE

RESUME	I
Remerciements.....	II
LISTES FIGURES	V
LISTES TABLEAUX	VII
INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITE I : GENERALITES SUR LES PLAQUES.....	2
I-1 : introduction :	2
I-2 : Analyse Des Plaques :	3
I-3 : Historique:.....	3
I-4 :Définition des plaques :	6
I-5 :Différents types de plaques :.....	6
I-6 : types d'éléments finis :	7
I-7 : Solution par éléments finis des problèmes physiques :.....	7
I-8 : Attributs d'un élément finis :	9
I-9.Conclusion :	9
CHAPITRE II: GENERALITE SUR LA METHODES	10
DES ELEMENTS FINIS DES PLAQUES	10
II.1 : Elément des plaques :	10
II.2 : hypothèses fondamentales :	10
II.4 :élément basé sur la théorie de Kirchhoff :	
II.5 :matrice de rigidité de flexion basé sur la théorie de Kirchhoff :.....	16
CHAPITRE III : RESULTAT ET DISCUSSION	29
III.1.Introduction.....	29
III.2.Introduction au logiciel de modélisation et de calcul ABACUS	29
III.2.1.Définition	29
III.2.2.les domaines d'ABAQUS	29
III.2.3.Les unités	29
III.3.realisation d'une flexion d'une plaque dans ABAQUS.....	30
IV.4.realisation d'une flexion d'une plaque entaillé dans ABAQUS.....	34
CONCLUSION GENERALE.....	47
BIBLIOGRAPHIE	48

LISTES FIGURES

Figure I.1 : Processus de l'analyse par élément finis.....	9
Figure II .1 : plaque en 3D.....	10
Figure II .2 : variation des contraintes suivant l'axe OZ.....	10
Figure II .3 : Déformation d'une plaque	11
Figure II .4 : Notation d'une plaque.....	12
Figure II.5 : Eléments de plaque en flexion.....	15
Figure II .6 : Repère cartésien.....	16
Figure II .7 : Repère adimensionnel.....	16
Figure III.1 : la géométrie de la plaque.....	31
Figure III.2 : les propriétés physiques de la plaque	31
Figure III.3 : les conduisons aux limites.....	32
Figure III.4 : maillage de plaque	32
Figure III.5 : Déformation maximale de plaque	32
Figure III.6 : Déformation minimale de plaque	33
Figure III.7 : les contraintes de plaque	33
Figure III.8 : Déplacement de la plaque	33
Figure III.9 : la flèche suivant Z	34
Figure III.10 : la géométrie de la plaque entaillé $V=2$	34
Figure III.11 : les conduisons aux limites(la plaque entaillé $V=2$).....	35
Figure III.12 : maillage de plaque entaillé $V=2$	35
Figure III.13 : Déformation maximale de plaque entaillé $V=2$	35
Figure III.14 : Déformation minimale de plaque entaillé $V=2$	36
Figure III.15 : les contraintes de plaque entaillé $V=2$	36
Figure III.16 : Déplacement de la plaque entaillé $V=2$	36
Figure III.17 : la flèche suivant Z (la plaque entaillé $V=2$).....	37
Figure III.18 : la géométrie de la plaque entaillé $V=4$	37
Figure III.19 : les conduisons aux limites(la plaque entaillé $V=4$).....	38

Figure III.20 : maillage de plaque entaillé V=4.....	38
Figure III.21 :Déformation maximale de plaque entaillé V=4.....	38
Figure III.22 :Déformation minimale de plaque entaillé V=4.....	39
Figure III.23 :Les contraintes de plaque entaillé V=4.....	39
Figure III.24 : Déplacement de la plaque entaillé V=4.....	39
Figure III.25 : La flèche suivant Z (la plaque entaillé V=4).....	40
Figure III.26 : La géométrie de la plaque entaillé V=6.....	40
Figure III.27 :Les conduisons aux limites(la plaque entaillé V=6).....	41
Figure III.28 : Maillage de plaque entaillé V=6.....	41
Figure III.29 :Déformation minimale de plaque entaillé V=6.....	41
Figure III.30 :Déformation maximale de plaque entaillé V=6.....	42
Figure III.31 :Les contraintes de plaque entaillé V=6.....	42
Figure III.32 : Déplacement de la plaque entaillé V=6.....	42
Figure III.33 : La flèche suivant Z (la plaque entaillé V=6).....	43
Figure III.34 : La géométrie de la plaque entaillé V=8.....	43
Figure III.35 :Les conduisons aux limites(la plaque entaillé V=8).....	44
Figure III.36 : Maillage de plaque entaillé V=8.....	44
Figure III.37 :Déformation minimale de plaque entaillé V=8.....	44
Figure III.38 :Déformation maximale de plaque entaillé V=8.....	45
Figure III.39 :Les contraintes de plaque entaillé V=8.....	45
Figure III.40 : Déplacement de la plaque entaillé V=8.....	45
Figure III.41 : La flèche suivant Z (la plaque entaillé V=8).....	46

LISTES TABLEAUX

Tableau IV.1 : Les unités utilisées dans l'ABAQUS.....	21
--------------------------------------------------------	----

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Le calcul des structures complexes nécessite de mettre en place des outils de modélisation du comportement mécanique de plus en plus sophistiqués, et prenant en compte les spécifications de ces matériaux-structures. Du point de vue pratique, les méthodes numériques, notamment le calcul par la méthode des éléments finis est indispensable pour le dimensionnement et la vérification des structures complexes. La méthode des éléments finis (MEF) est une technique d'analyse numérique permettant à obtenir des solutions approximatives à une large variété des sciences de l'ingénieur. Le principe de base de la MEF consiste à remplacer le domaine réel par un ensemble d'éléments discrets, qui peuvent être réunis de plusieurs manières, et donc les employer pour représenter les formes les plus complexes. La MEF avec l'apparition des ordinateurs, est devenue pour la première fois en 1956, une formulation générale d'approximation de la mécanique des structures lorsqu'elle fut utilisée chez Boeing par Turner, Clough, Martin et Topp, pour calculer des parties de la structure d'un avion, ces travaux marquèrent la naissance de la méthode des Eléments Finis. Les applications de la méthode des éléments finis se scindent selon la nature du problème à résoudre en trois catégories. Dans la première catégorie, on y trouve le problème d'équilibre qui s'inscrit dans le domaine de la mécanique des solides, où on a besoin de connaître les déplacements, les déformations et les contraintes pour un chargement mécanique ou thermique donné, dont on trouve la majorité des applications de la MEF. Dans la deuxième catégorie, on retrouve les problèmes des valeurs propres, ceux-ci, sont des problèmes stationnaires dont la solution nécessite souvent la détermination des fréquences naturelles et les modes de vibrations des solides et des fluides. Quant à la troisième catégorie, le facteur temps est intégré aux problèmes des deux premières catégories. Les domaines d'application de la MEF s'étendent à toutes les disciplines de l'ingénieur, mais reste que les ingénieurs en génie civil, mécanique et spatiaux sont les utilisateurs les plus fréquents de cette méthode. Parmi certaines applications de la méthode des éléments finis, on retrouve la modélisation des plaques; sa géométrie, les conditions aux limites (appuyé ou encastré), l'épaisseur (mince ou épaisse), le matériau utilisé (homogène ou isotrope), tous ces paramètres devraient être bien connus au préalable et leur prise en considération dans la conception du programme d'éléments finis est indispensable.

Ce mémoire organise en trois chapitres :

CHAPITRE I : GÉNÉRALITÉS SUR LES PLAQUES.

CHAPITRE II: GÉNÉRALITÉ SUR LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS.

CHAPITRE III: MODÉLISATION DES PLAQUES PAR LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS.

CHAPITE I :
GENERALITES SUR LES PLAQUES

CHAPITE I : GENERALITES SUR LES PLAQUES

I-1 : introduction :

Une plaque est une structure solide limitée par deux plans parallèles. Les faces de la plaque et un bord cylindrique qui est perpendiculaire aux faces, c'est-à-dire le bord de la plaque. La distance entre les faces de la plaque est l'épaisseur h de la plaque et la surface équidistance des deux faces de la plaque est connue sous le nom de la surface moyenne. Les éléments de plaques peuvent être utilisés pour des modélisations variées :

- Soit pour présenter des solides dont une dimension reste petite devant les autres et pour lesquels la surface moyenne peut être assimilée à un plan, ou à un ensemble des plans.
- Soit pour approcher des surfaces moyennes modérément courbes par des assemblages de facette planes.

Les plaques sont sollicitées dans leur plan, de façon membranaire, ou dans la direction perpendiculaire au plan moyen, c'est à dire en flexion. Elles constituent certainement le type de structures le plus répandu et servent au calcul des tôles planes, des hourdis, des dalles, des planchers, des semelles des fondations et des radiers. Les plaques peuvent avoir des formes très compliquées et présenter des conditions d'appuis ou des liaisons (appui simple, articulation et encastrement) et des chargements quelconques (charges concentrés ou réparties, charges appliquées dans le plan ou perpendiculairement au plan), tout ça pour des raisons liées à la destination des ouvrages,

Les hypothèses cinématiques et statiques aboutissent à trois familles d'éléments finis de plaques.

- 1- Les éléments finis des plaques minces, basées sur l'hypothèse de Kirchhoff, l'énergie de déformation due aux cisaillements transversaux est négligée.
- 2- Les éléments finis des plaques d'épaisseur modérée vérifier l'hypothèse Mindlin-Reissner
- 3- les éléments finis des plaques très épaisses (éléments de volumes). Le développement des éléments finis du type déplacement en utilisant la théorie classique des plaques (théorie des plaques minces) induit une difficulté supplémentaire. Cette difficulté supplémentaire provient des hypothèses qui ont été introduites pour de convertir les équations élastiques tridimensionnelles en un modèle théorique de plaque dans lequel la déformation de toute la plaque est exprimée uniquement en fonction de la flèche w de la surface moyenne. La plus importante de ces hypothèses est l'hypothèse de Kirchhoff concernant les lignes droites qui sont normales avant déformation et qui restent droites et normales à la surface moyenne après déformation. Du fait que la théorie classique des plaques est caractérisée par une seule variable w a des avantages considérables mais implique aussi que la théorie classique des plaques diffère d'une manière significative de la théorie élastique bidimensionnelle ou tridimensionnelle. Par exemple les équations différentielles d'équilibre quand elles sont exprimées en fonction des déplacements sont d'ordre deux pour la théorie élastique alors qu'elles le sont d'ordre quatre pour dans la théorie des plaques. Pour être admissible, le champ des déplacements des éléments développés dans le cadre de la théorie classique des plaques doit avoir une continuité $C1$ c'est

à dire que w et les dérivées premières de w doivent être continus, ceci complique considérablement le développement des éléments et dans certains cas cette condition de continuité peut être assouplie tout en permettant le développement d'éléments utiles (non conformes).

I-2 : Analyse Des Plaques :

L'analyse numérique des plaques par la méthode des éléments finis a connu ces dernières années une évolution considérable. La formulation des éléments ne se limite pas à l'utilisation du champ des déplacements, mais récemment, à l'utilisation du champ de déformation pour la formulation des nouveaux éléments, qui a connu également une nouvelle évolution.

Dans cette recherche, premièrement, on s'intéresse à l'étude de certains éléments à travers diverses applications et la détermination des problèmes rencontrés (blocage) dans le domaine

D'application. Deuxièmement, une nouvelle contribution dans la formulation des éléments à base du champ de déformation dans le but d'enrichir la bibliothèque existante.

I-3 : Historique:

La première impulsion ayant un énoncé mathématique de problèmes de plaque a été probablement faite par Euler, qui en 1776, a effectué une analyse des problèmes des vibrations libres de plaque. Chladni, physicien allemand a découvert les différents modes de vibrations libres. Dans les expériences sur les plaques horizontales, il a utilisé une poudre uniformément répartie, qui faisait régulièrement des schémas après induction d'une vibration.

La poudre accumulée le long des lignes nodales, où il n'y a pas eu lieu des déplacements verticaux. J. Bernoulli a tenté de justifier en théorie, les résultats de ces expérimentations acoustiques. La solution de Bernoulli est basée sur les précédents travaux aboutissant à la théorie de la flexion de faisceau d'Euler-D. Bernoulli a présenté la plaque en tant que système de bandes droites perpendiculaires l'une à l'autre, chaque bande considérée fonctionnant comme un faisceau. Mais l'équation différentielle régissant, à distinguer des approches actuelles, ne contient pas le moyen terme.

Le mathématicien français Germain a développé une équation différentielle de plaque, dans laquelle le phénomène de voilement est négligé, il a reçu un prix par l'Académie de Paris en 1816 pour ce travail. Le chercheur Lagrange, a été l'un des commentateurs de ce travail, il a corrigé les résultats de Germain en ajoutant le terme manquant, donc, il fut la première personne qui à présenter correctement l'équation de plaque.

Cauchy et Poisson étaient les premiers à formuler le problème de plaque en flexion sur la base des équations générales de la théorie de l'élasticité. Expansion toutes les grandeurs caractéristiques en série, ils ont conservé seulement les termes du premier ordre de petitesse.

De cette manière, ils ont obtenu l'équation différentielle régissant pour la flexion qui coïncide entièrement avec la célèbre équation de Germain-Lagrange. En 1829, Poisson élargi avec succès l'équation de plaque de Germain-Lagrange à la solution d'une plaque sous charge statique. Dans cette solution, cependant, la rigidité de la plaque en flexion D est définie comme étant égale à un terme constant.

Poisson a également suggéré l'établissement de trois conditions aux limites pour n'importe quel point sur une frontière libre. Les conditions aux limites dérivées de Poisson et la question sur le nombre et la nature de ces conditions a fait l'objet de beaucoup de controverses et a fait l'objet d'une recherche plus poussée.

La première théorie de la flexion des plaques est associée au chercheur Navier, qui a examiné l'équation générale de plaque en fonction de la rigidité « D » de plaque épaisse. Il a également mis en place une méthode "exacte" qui transforme l'équation différentielle en expressions algébriques par l'utilisation des séries trigonométriques de Fourier.

En 1850, Kirchhoff a présenté une thèse sur la théorie des plaques minces. Dans cette thèse, Kirchhoff a énoncé deux hypothèses de bases indépendantes, qui sont désormais largement

Reconnues dans la théorie de la flexion des Plaques et sont connues sous le nom « hypothèses de Kirchhoff ». En utilisant ces hypothèses, Kirchhoff a simplifié, l'énergie fonctionnelle 3D de la théorie d'élasticité des plaques pliées. En exigeant qu'elle soit stationnaire, il a obtenu l'équation de Lagrange-Germain comme l'équation d'Euler. Il a également fait observer qu'il existe seulement deux conditions aux limites sur le bord d'une plaque. D'autres contributions importantes de Kirchhoff sont la découverte l'équation de la fréquence des plaques et de l'introduction de la méthode des déplacements virtuels dans la solution des problèmes de plaque. Kirchhoff a contribué à la théorie physique clarifiée de la théorie de flexion de plaque et a promu son utilisation très répandue dans la pratique.

Lord Kelvin (Thomson) et Tait ont donné un aperçu supplémentaire relatif à la condition de la limite d'équation en convertissant les moments de torsion, le long d'une plaque dans les forces de cisaillement. Ainsi, les bords ne sont soumis qu'aux deux forces : cisaillement et moment. Un livre de Kirchhoff qui contient la traduction de nombreux commentaires précieux par Saint-Venant : Le plus important étant l'extension de l'équation différentielle des plaques minces de Kirchhoff, qui a considéré, d'une manière mathématique exacte, l'action combinée de la flexion et de l'effort tranchant. Saint-Venant a également souligné que la série proposée par Cauchy et Poisson en règle générale, sont divergentes.

La solution de plaques rectangulaires, avec deux simples appuis en parallèle et les deux autres appuis arbitraires, a été résolue par Levy à la fin du 19ème siècle.

A la fin du 19ème et début du 20ème siècle, les chantiers navals ont changé leurs méthodes de construction avec le bois en le remplaçant par l'acier. Ce changement dès les matériaux de structure, a été extrêmement fructueux dans le développement des différentes théories de plaque. Des scientifiques russes ont apporté une contribution significative à l'architecture navale en étant les premiers à remplacer les anciennes traditions commerciales avec les théories mathématiques de solides. En particulier, Krylov et son élève Boubnov ont largement contribué à la théorie des plaques minces en flexion et en extension des rigidités.

Boubnov a mis les bases de la théorie des plaques souples, et il a été le premier qui a introduire une classification moderne de plaque. Boubnov a proposé une nouvelle méthode d'intégration des équations différentielles de l'élasticité et il a composé des tables des déplacements maximaux et de moment de flexion maximal pour les plaques de diverses propriétés. Ensuite, Galerkin a développé cette méthode et l'appliquée à l'analyse de plaque en flexion. Galerkin a recueilli de nombreux problèmes de flexion pour les plaques de forme arbitraire dans une monographie.

Timoshenko (1921) a apporté une importante contribution à la théorie et à l'application de l'analyse de plaque en flexion. La théorie de Timoshenko est parmi les nombreuses contributions importantes de solutions de plaques circulaires compte tenu de grands déplacements et la formulation des problèmes de stabilité élastique. Timoshenko et Woinowsky-Krieger ont publié une monographie fondamentale qui représentait une profonde analyse de divers problèmes de la flexion des plaques.

Des études vastes dans le domaine de la théorie des plaques en flexion et de ses diverses applications ont été effectuées par des savants éminents, tels que Hencky, Huber, von Karman, Nadai, Foppl. Hencky a fait une contribution à la théorie des grandes déformations et à la théorie générale de la stabilité élastique des plaques minces. Nadai a largement associé la théorie et l'expérimentale à une vérification de l'exactitude de la théorie de plaque de Kirchhoff. Il a traité les différents types de singularités de plaques a raison d'une application de la force concentrée, des effets de point d'appui, etc. Les équations générales pour les grands déplacements des plaques de très mince épaisseur ont été simplifiées par Foppl qui a utilisé la fonction de contrainte agissant dans le plan médian de la plaque. La forme définitive de l'équation différentielle de la théorie de grand déplacement, cependant, a été développée par von Karman. Il a aussi fait des recherches sur le comportement en voilement de plaques.

Huber, a développé une théorie de l'approximation de plaques orthotropes et a soumis à résoudre les plaques ayant une distribution non symétrie des charges et des moments ponctuels. Les bases de la théorie générale des plaques anisotropes ont été élaborées par Gehring et de Boussinesq. Lekhnitskii a apporté une contribution essentielle au développement de la théorie et l'application des analyses linéaires et non linéaires des plaques anisotropes. Il a également mis au point la méthode des variables complexes appliquée à l'analyse des plaques anisotropes.

Le développement de l'industrie aéronautique moderne a donné une autre impulsion forte vers des recherches analytiques plus rigoureuse des problèmes des plaques. Les plaques soumises à une force dans plan, le comportement en voilement, et des problèmes de vibration, les plaques raidies, etc., ont été analysés par un certain nombre de scientifiques et d'ingénieurs.

E.Reissner a mis au point une théorie rigoureuse de plaque qui a considère les déformations provoquées par les forces de cisaillement transversal.

Les œuvres de Volmir et Panov ont été consacrés essentiellement à la solution des problèmes non linéaires de plaque en flexion.

L'équation gouvernante d'une plaque mince rectangulaire soumise à des forces de compression directe N_x a d'abord été retirée par Navier. Le problème pour un voilement de plaque simplement appuyée et soumis directement à la compression constante des forces agissant dans un seul et deux directions a été résolu par Bryan en utilisant la méthode de l'énergie. Cox, et Hartmann, ont présenté des solutions de divers problèmes de voilement des plaques minces rectangulaires en compression, tandis que Dinnik Nadai, Meissner, etc., ont achevé le problème de flambement des plaques circulaires compressées. Un effet des forces de cisaillement direct sur le flambement d'une plaque rectangulaire simplement appuyée a d'abord été étudié par Skan et Southwell. Le comportement d'un voilement d'une plaque rectangulaire sous une charge non uniforme et des forces de compression, ont été étudiés par Timoshenko, Gere et Boubnov. Le comportement en voilement des plaques de différentes formes on été analysées par Kannan et al. Levy, Marguerre,... Une analyse complète de flambement linéaire

et non-linéaire pour les problèmes des plaques minces de différentes formes dans le cadre de divers types de charges, ainsi que d'une présentation de résultats disponibles pour la critique des forces et les modes de Flambement, qui peut être utilisé dans la conception technique, ont été présentés par Timoshenko et Gere, Gerard et Becker, Volmir, Cox.

Une équation différentielle du mouvement des plaques minces peut être obtenue en appliquant soit le principe D'Alambert ou la formulation de travail basé sur la conservation de l'énergie. La première solution exacte du problème des vibrations libres pour les plaques rectangulaires, dont deux côtés opposés sont simplement appuyés, a été réalisée par Voight. Ritz a utilisé le problème de vibration d'une plaque rectangulaire avec des bords libres et à démontrer la fameuse méthode libre de Rayleigh pour l'extension du principe d'obtention de bornes supérieures sur les fréquences de vibration. Poisson a analysé l'équation des vibrations libres de plaques circulaires. Les monographies par Timoshenko et Young, Den Hanog, Thompson, etc., contiennent une analyse et de conception des vibrations libres et forcées des plaques de différentes formes. Un ouvrage de référence par Leissa présente une série de résultats disponibles pour les fréquences et les modes des formes des vibrations libres de plaques pourraient être fournis pour la conception et pour un chercheur dans le domaine de vibrations des plaques.

La tendance récente dans le développement des théories de plaque se caractérise par une forte dépendance moderne des ordinateurs à grande vitesse et le développement de l'ordinateur le plus complet axée sur les méthodes numériques, ainsi que par l'introduction de plus de rigueur les théories à l'égard de divers effets physiques, types de chargement, etc. Le résumé ci-dessus est un très bref aperçu de l'historique de la plaque de flexion théorie et son application.

I-4 :Définition des plaques :

Une plaque est un solide bidimensionnel, défini par une surface de référence plane (plan) et par une petite épaisseur (notée h) par rapport aux autres dimensions (longueur et largeur), elle peut être constituée d'un matériau homogène ou peut être obtenue par l'empilement de différentes couches de matériaux orthotropes. Une analyse élastique des plaques consiste à une analyse d'un modèle mathématique bidimensionnel ce qui nous conduit à une analyse d'un problème en élasticité plane.

I-5 :Différents types de plaques :

En fonction de la nature des matériaux qui les constituent et de la géométrie de leur section transversale, les plaques peuvent être classées en trois catégories.

1) Les plaques isotrope : elles sont constituées d'un matériau isotrope (acier, béton) et leur section transversale est homogène. Elles sont définies par deux paramètres élastiques (: respectivement le module d'élasticité et le coefficient de Poisson). On les retrouve dans les constructions mécaniques.

2) Les plaques orthotropes : leurs propriétés élastiques sont différentes dans deux directions perpendiculaires. L'orthotrope peut être naturelle (bois) ou techniques (dalles rédiées). Le comportement de ces dalles est défini par quatre paramètres élastiques et on les retrouve dans les constructions navales, aéronavales, de réservoirs de l'industrie chimique. Des bâtiments et d'ouvrages d'art .

3) Les plaques anisotropes : leurs propriétés élastiques sont différentes dans toutes les directions. Neuf paramètres élastiques sont suffisants pour les devenir. Elles sont souvent constituées de matériaux composites et sont surtout utilisées dans l'industrie aéronavale.

I-6 : types d'éléments finis :

Les différents types d'éléments finis sont classés selon leur forme géométrique. On distingue :

- les éléments unidimensionnels : barres, poutres, rectiligne...
- les éléments bidimensionnels : élasticité plan (contrainte plane, déformation plane), plaque de flexion, coque courbes de forme triangulaire ou quadrangulaire,
- les éléments tridimensionnels : éléments de volume, coques épaisses
- les éléments axisymétriques : qui consistent une classe bien particulière : tores à section triangulaire ou quadrangulaire, coques coniques.

I-7 : Solution par éléments finis des problèmes physiques :

La méthode des éléments finis est employée pour résoudre des problèmes physiques en engineering et de conception. Les structures complexes que l'on étudie couramment sont constituées des ensembles aux géométries diverses : barres, poutres, plaque, coques, etc....

Le schéma 1 récapitule le processus de l'analyse par la M.E.F. le problème physique implique typiquement une structure réelle ou un composant structural soumis à certaines charges. L'idéalisation du problème physique a un modèle mathématique exige certaines prétentions qui mènent à un ensemble d'équation régissant le modèle mathématique l'analyse par éléments résout ce modèle mathématique. La procédure numérique des éléments finis nécessite d'évaluer l'exactitude de la solution.

Il est clair que la solution par éléments finis résoudra seulement le modèle mathématique choisi et que toutes les hypothèses du modèle seront reflétées dans la réponse prévue. Nous ne pouvons-nous attendre à plus d'information dans la prévision des phénomènes physiques que l'information contenue dans le modèle mathématique. Par conséquent le choix d'un modèle mathématique approprié est crucial et détermine complètement l'aperçu du phénomène physique réel.

Soulignons que, par notre analyse, nous pouvons seulement obtenir un aperçu du problème physique à considérer : nous ne pouvons pas prévoir la réponse exacte du problème physique parce qu'il est impossible de reproduire dans le modèle mathématique toutes les informations qui sont présentes et contenue dans le problème physique naturel.

Une fois le modèle mathématique a été résolu exactement et les résultats ont été interprétés, nous pouvons raffiner ce modèle mathématique afin d'augmenter notre perspicacité dans la réponse du problème physique. En outre, un changement du problème physique peut être

nécessaire, et celui-ci a son tour mènera également aux modèles mathématiques additionnels et aux solutions des éléments finis (voir le figureI- 1).

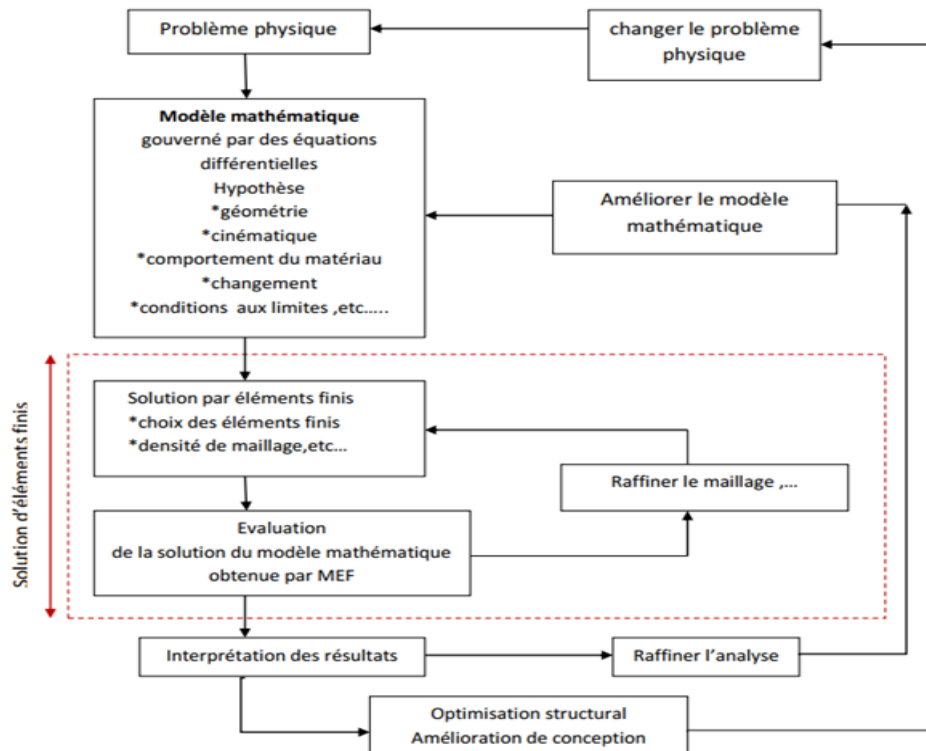


Figure I.1 : Processus de l'analyse par élément finis

L'étape principale dans l'analyse de l'ingénieur est le choix des modèles mathématiques appropriés. Ces modèles seront clairement choisis en fonction des phénomènes à prévoir, et il est plus important de choisir les modèles mathématiques qui sont fiables et efficaces en prévoyant les quantités recherchées. Pour définir la fiabilité et l'efficacité d'un modèle choisi, nous pensons à un modèle mathématique complet du problème physique et mesurons la réponse de notre modèle choisi par rapport à la réponse du modèle complet. En général, le modèle mathématique complet est une description entièrement tridimensionnelle qui inclut également des effets non-linéaires.

a) Efficacité d'un modèle mathématique :

Le modèle mathématique le plus efficace pour l'analyse est celui qui rapporte la réponse demandée à une exactitude suffisante et à moindre frais.

b) Fiabilité d'un modèle mathématique :

Le modèle mathématique choisi est fiable si la réponse exigée est connue pour être prévue dans un niveau choisi d'exactitude mesuré sur la réponse du modèle mathématique complet

I-8 : Attributs d'un élément finis :

Un découpage, artificiel (par l'imagination) d'un milieu continu, en éléments finis permet, d'isoler un élément fini pour l'étudier et en établir les caractéristiques. L'identification d'un élément fini comprend les points suivants.

- **Géométrie** : un élément fini peut être segment de droit ou de courbe, triangle ou quadrilatère (plan ou courbe), tétraèdre, prismes ou hexaèdre. Les frontières entre éléments peuvent être respectivement des points, des segments de droit ou de courbes, des faces planes ou courbes

- **Matériau** : le matériau d'élément est défini par une loi de comportement (loi de Hooke)

- **Nœuds** : les nœuds définissent la géométrie et assurent la connexion des éléments les uns aux autres. Ils occupent les sommets, les extrémités, les milieux des arêtes et faces, etc. on y choisit et définit les degrés de liberté du problème.

- **Degrés de liberté** : la fonction d'approximation choisie (en général le champ des déplacements) est exprimée en fonction des valeurs particulières qu'elles prennent aux nœuds communs des différents éléments adjacents, permet de reconstituer la solution complète (assemblage) tout veillant à respecter certaines règles, dites critère de convergence

- **Forces nodales** : à travers les nœuds transitent des forces associées aux degrés de liberté. Elles sont dues aux charges appliquées à l'élément (poids propre, charge uniforme, température.)

Ces paramètres d'identification permettent de construire les deux caractéristique clés d'un élément fini que sont sa matrice de rigidité et son vecteur force.

I-9. Conclusion :

Après ce chapitre dans le quelle nous avons donnée des généralités sur les plaques nous passons a la 2^{eme} chapitre généralités sur la méthode des éléments finis .

CHAPITRE II: GENERALITE SUR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

CHAPITRE II: GENERALITE SUR LA METHODES
DES ELEMENTS FINIS DES PLAQUES

II.1 : Elément des plaques :

Les éléments de plaque en flexion et de coque jouent un rôle très important dans l'analyse de nombreux types de structures

Ce chapitre sera plus spécialement consacré aux éléments de plaque en flexion

II.2 : hypothèses fondamentales :

Une plaque est un solide élastique dont une dimension selon l'épaisseur, est petite en comparaison des deux autres et qui généralement comporte un plan de symétrie au milieu de l'épaisseur que nous appellerons surface moyen S_m . Par convention, cette surface moyenne sera le plan XY, l'axe OZ correspondant à l'axe transverse selon l'épaisseur

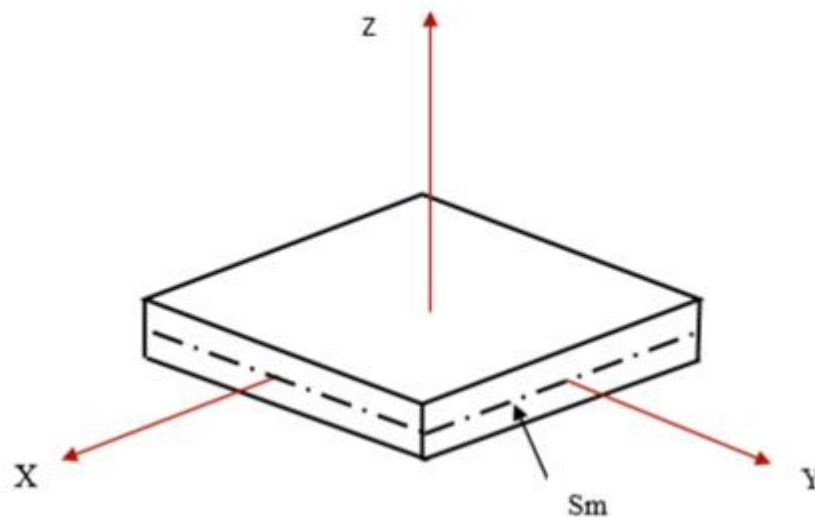


Figure II -1 : plaque en 3D

La théorie des plaques reposent sur les hypothèses suivantes :

1°) les contraintes normales σ_z sont négligeables par rapport aux autres composantes de contraintes



Figure II.2 : variation des contraintes suivant l'axe OZ

2°) les pentes de la surface moyenne S_m après déformation sont supposées petites par rapport à l'unité.

3°) on néglige l'interaction des phénomènes de membrane et de flexion due aux grandeurs déplacements.

4°) les points situés sur une normale à la surface moyenne avant déformation restent sur cette normale au cours de la déformation.

Ceci revient à négliger l'effet de cisaillement transverse

$$\epsilon_{Zx} = \epsilon_{Zy} = 0$$

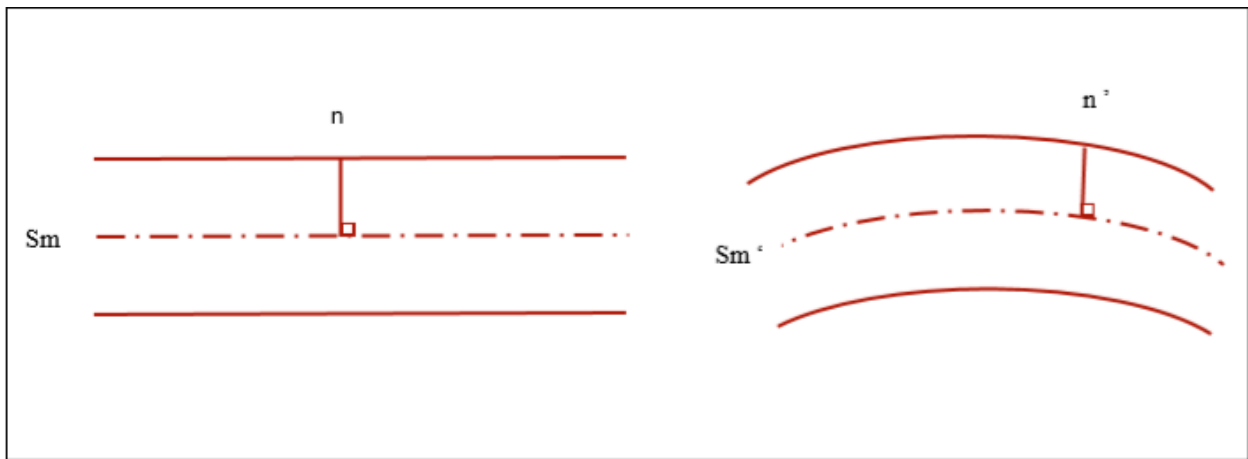


Figure II .3 : Déformation d'une plaque

Les éléments de plaques en flexion de type déplacement peuvent être classés en trois catégories :

a°) les éléments basés sur la **théorie de Kirchhoff** (sans effet de cisaillement transverse), qui sont en principe les mieux adaptés à la modélisation des plaques minces, leurs formulation ne nécessite que l'approximation à une seul composante $W(x, y)$ ce qui est d'une simplicité apparente.

b°) les éléments basés sur la **théorie de hencky-mindlin** (avec effet de cisaillement transverse), qui sont les mieux adaptés, dans le cas des plaques d'épaisseur modérés. Leur formulation est basée sur une approximation à trois variables indépendantes : Le déplacement transversal W et les deux rotations transversales β_x et β_y

c°) les éléments obtenus à partir d'éléments iso paramétriques de volume sont également très intéressants le principe de leur formulation consiste à spécialiser un élément de volume par exemple (élément à 8 nœuds ou cube à 8 nœuds), au cas des plaques, pour éviter le problème de mauvaise conditionnement numérique que l'on rencontre lorsque l'épaisseur est petit par rapport à la longueur de l'élément.

La géométrie de la structure joue un rôle fondamental dans le choix du type d'élément pour lequel on aura une bonne modélisation, c'est pour cela qu'il faut poser toutes les hypothèses possibles concernant la géométrie afin de faire un bon choix de la théorie qui respecte ces hypothèses.

Le troisième choix est plus général par rapport aux deux autres, parce qu'il n'y a pas d'hypothèses et de conditions pour son application, mais il est comme même le plus difficile à appliquer.

Concernant notre étude qui traite des plaques minces, notre choix s'est porté sur la **théorie de Kirchhoff**.

II.3 : définition et notations générales :

Les notations adoptées dans cette étude pour les déplacements sont définies dans la figure suivante :

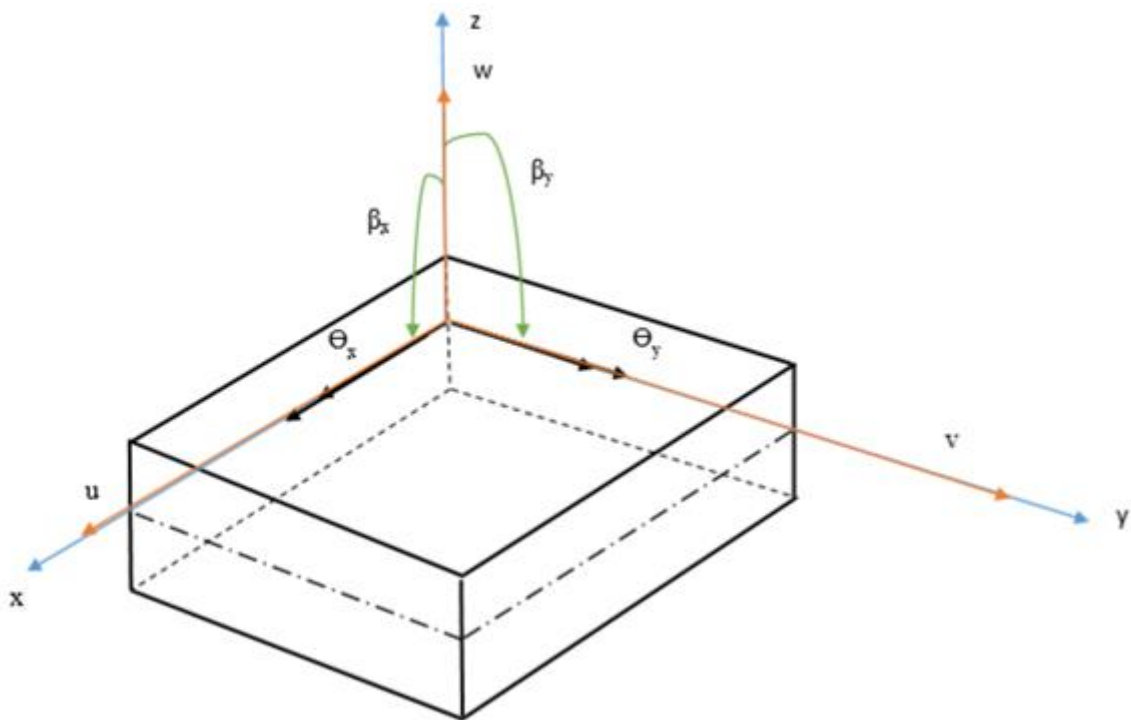


Figure II .4 : Notation d'une plaque

Soient les déplacements dans le plan u et v , le déplacement transversale W et les rotations β_x et β_y ou θ_x et θ_y ; on peut écrire :

$$\beta_x = \theta_y$$

$$\beta_y = -\theta_x$$

Pour la formulation des théories des plaques, nous utiliserons les rotations β_x et β_y , on peut ramener aux conventions θ_x et θ_y s'il est nécessaire pour le cas d'assemblage.

L'état de déformation d'une plaque peut être considéré comme la superposition de déformation de membrane et de flexion.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_M + \boldsymbol{\varepsilon}_F \quad (2.1)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{xz} \\ 2\varepsilon_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_M + \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{xz} \\ 2\varepsilon_{yz} \end{Bmatrix}_F \quad (2.2)$$

Avec :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix}_M = \begin{Bmatrix} \partial u / \partial x \\ \partial v / \partial y \\ \partial u / \partial y + \partial v / \partial x \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

a°) théorie de hencky-mindlin : (prise en compte du cisaillement transverse).

Dans cette théorie, on donne un modèle de déplacement basé sur trois variables indépendantes

Le déplacement transverse $W(x,y)$

Les deux rotations $\beta_x(x,y)$, $\beta_y(x,y)$.

Le champ de déplacement s'exprime alors de la façon suivante :

$$\begin{array}{|l} U = Z. \beta_x(x, y) \\ \\ V = Z. \beta_y(x, y) \\ \\ W = w(x, y) \end{array} \quad (2.4)$$

L'état de déformation en fonction de W , β_x et β_y est le suivant :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = Z \cdot \frac{\partial \beta_x}{\partial x}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = Z \cdot \frac{\partial \beta_y}{\partial y}$$

$$2\varepsilon_{xy} = \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = Z \left(\frac{\partial \beta_x}{\partial y} + \frac{\partial \beta_y}{\partial x} \right)$$

$$2\varepsilon_{xz} = \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \beta_x + \frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

$$2\varepsilon_{yz} = \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = \beta_y + \frac{\partial w}{\partial y} = 0$$

b°) théorie de Kirchhoff :

Dans la théorie de Kirchhoff, on néglige l'effet de cisaillement transverse :

On a donc :

$$\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

On aura donc d'après la théorie de hencky – mindlin :

$$\gamma_{xz} = 0 = \beta_x + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \iff \beta_x = \frac{-\partial w}{\partial x} \quad (2.5)$$

$$\gamma_{yz} = 0 = \beta_y + \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \iff \beta_y = \frac{-\partial w}{\partial y}$$

Dans ce cas, le champ de déplacement est défini uniquement par une variable : le déplacement transverse W en effet :

$u = -Z \frac{\partial w}{\partial x}$ $v = -Z \frac{\partial w}{\partial y}$ $w = w(x, y)$	(2.6)
---------------------------------------------------------------------------------------------	-------

Et les déformations deviennent :

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= -Z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y &= -Z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2\varepsilon_{xy} = \gamma_{xy} &= -2Z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\ \gamma_{xz} = \gamma_{yz} &= 0 \end{aligned} \tag{2.7}$$

II.4 :élément basé sur la théorie de Kirchhoff :

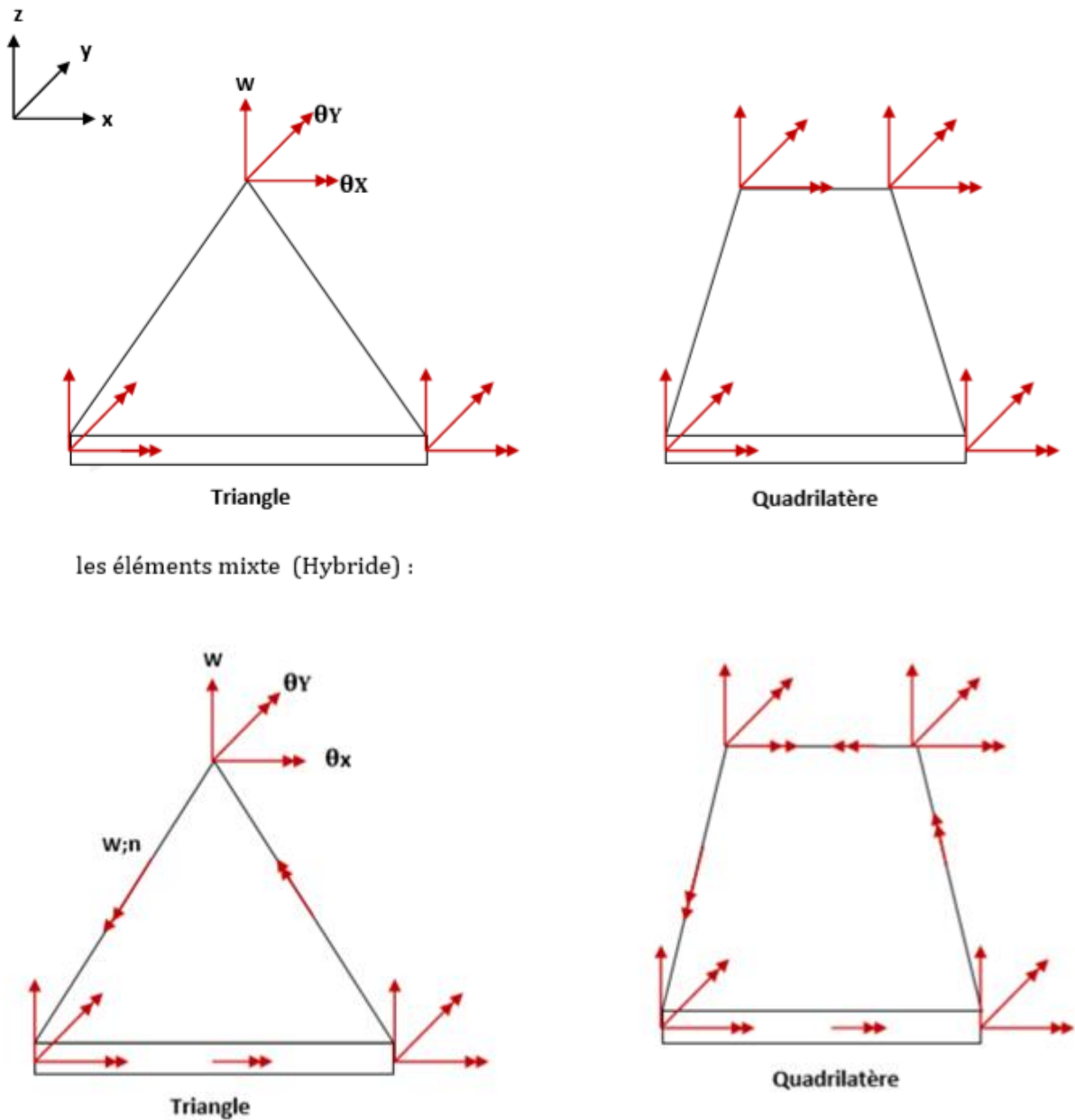


Figure II.5 : Eléments de plaque en flexion

II.5 :matrice de rigidité de flexion basé sur la théorie de Kirchhoff :

Pour simplifier l'étude, considérons un élément rectangulaire a quatre nœuds de dimension (a, b, e) avec cette fois trois (03) D.D.L

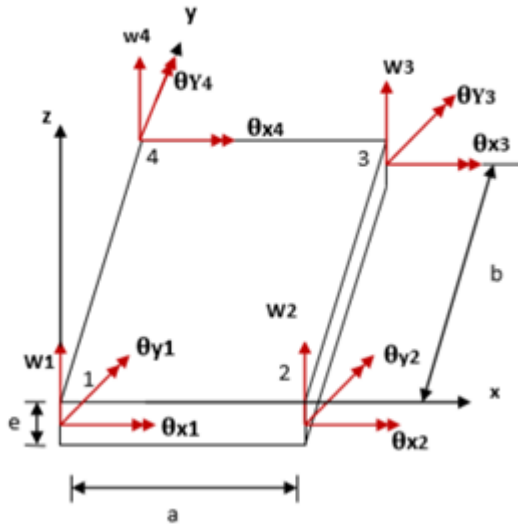


Figure II .6 : Repère cartésien

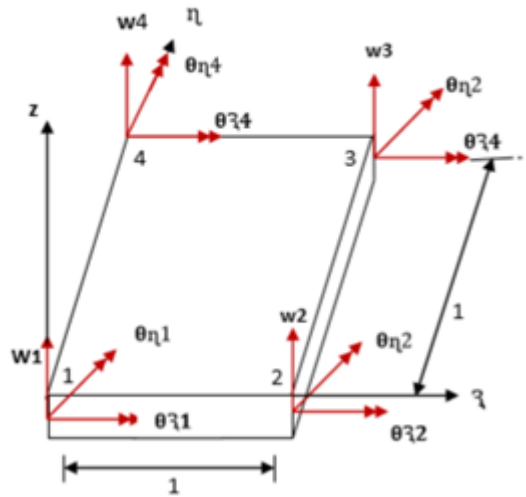


Figure II .7 : Repère adimensionnel

Pour chaque nœud, (W, θ_x, θ_y) comme cet élément possède 12 D.D.L, on aura le même membre de coordonnées généralisées. De cet effet, on peut approximer les déplacements à :

$$w(x, y) = d_1 + d_2x + d_3y + d_4x^2 + d_5xy + d_6y^2 + d_7x^3 + d_8x^2y + d_9xy^2 + d_{10}y^3 + d_{11}x^3y + d_{12}xy^3$$

on faisant le changement de variable suivant :

$$\xi = \frac{x}{a} \quad ; \quad \eta = \frac{y}{b}$$

Alors la fonction $w(x,y)$ devient :

$$w(\xi, \eta) = C_1 + C_2 \xi + C_3 \eta + C_4 \xi^2 + C_5 \xi \eta + C_6 \eta^2 + C_7 \xi^3 + C_8 \xi^2 \eta + C_9 \xi \eta^2 + C_{10} \eta^3 + C_{11} \xi^3 \eta + C_{12} \xi \eta^3$$

Avec :

$$\begin{aligned} C_1 &= d_1 \quad ; C_2 = a d_2 \quad ; C_3 = b d_3 \quad ; C_4 = a^2 d_4 \quad ; C_5 = a b d_5 \\ C_6 &= b^2 d_6 \quad ; C_7 = a^3 d_7 \\ C_8 &= a^2 b d_8 \quad ; C_9 = a b^2 d_9 \quad ; C_{10} = b^3 d_{10} \quad ; C_{11} = a^3 b d_{11} \quad ; C_{12} = a b^3 d_{12} \end{aligned}$$

La relation entre C_i et d_i n'a pas une importance.

$$\begin{aligned} \theta_x &= \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{b} \frac{\partial w}{\partial \eta} \\ &= \frac{1}{b} \{ C_3 + C_5 \xi + 2C_6 \eta + C_8 \xi^2 + 2C_9 \xi \eta + 3C_{10} \eta^2 + C_{11} \xi^3 + 3C_{12} \xi \eta^2 \} \\ \theta_y &= -\frac{\partial w}{\partial x} = -\left(\frac{\partial w}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) = -\frac{1}{a} \frac{\partial w}{\partial \xi} \\ &= -\frac{1}{a} \{ C_2 + 2C_4 \xi + C_5 \eta + 3C_7 \xi^2 + 2C_8 \xi \eta + C_9 \eta^2 + 3C_{11} \xi^2 \eta + C_{12} \eta^3 \} \end{aligned}$$

la fonction de déplacement s'écrit :

$$\{\delta(\xi, \eta)\}_F = \begin{Bmatrix} w(\xi, \eta) \\ \theta_x(\xi, \eta) \\ \theta_y(\xi, \eta) \end{Bmatrix} = [g(\xi, \eta)]_F \{C\} \quad (2.8)$$

Telle que :

$$[g(\xi, \eta)] = \begin{pmatrix} 1 & \xi & \eta & \xi^2 & \xi\eta & \eta^2 & \xi^3 & \xi^2\eta & \xi\eta^2 & \eta^3 & \xi^3\eta & \xi\eta^3 \\ 0 & 0 & \frac{1}{b} & 0 & \frac{\xi}{b} & \frac{2\eta}{b} & 0 & \frac{\xi^2}{b} & \frac{2\xi\eta}{b} & \frac{3\eta^2}{b} & \frac{\xi^3}{b} & \frac{3\xi\eta^2}{b} \\ 0 & -\frac{1}{a} & 0 & -\frac{2\xi}{a} & -\frac{\eta}{a} & 0 & -\frac{3\xi^2}{a} & -\frac{2\xi\eta}{a} & -\frac{\eta^2}{a} & 0 & -\frac{3\xi^2\eta}{a} & -\frac{\eta^3}{a} \end{pmatrix}$$

Le vecteur de déplacement $\{q\}$ s'écrit :

$$\{q\}_F^t = \{w_1, \theta_{x1}, \theta_{y1}, w_2, \theta_{x2}, \theta_{y2}, w_3, \theta_{x3}, \theta_{y3}, w_4, \theta_{x4}, \theta_{y4}\} \quad (2.9)$$

D'autre part, sur chaque nœud le système de charge correspondant consistent aux deux (02) moments M_x, M_y et 1 une force de cisaillement P_z alors, l vecteur force s'écrit :

$$\{P\}^t = \{P_{z1}, M_{x1}, M_{y1}, P_{z2}, M_{x2}, M_{y2}, P_{z3}, M_{x3}, M_{y3}, P_{z4}, M_{x4}, M_{y4}\} \quad (2.10)$$

Les forces nodales et les déplacement sont relies par :

$$\{P\} = [K]\{q\} \quad (2.11)$$

Pour trouver les constantes C_i ($i=1, 2, 3, \dots, 12$) il faut poser les conditions aux limites

***pour le nœud 1 :** $(\xi=0, \eta=0) \rightarrow (x=0, y=0)$

$$\begin{aligned} w_1 &= C_1 \\ \theta_{x1} &= \frac{1}{b} C_3 \\ \theta_{y1} &= -\frac{1}{a} C_2 \end{aligned}$$

***pour le nœud 2 :** $(\xi=1, \eta=0) \rightarrow (x=a, y=0)$

$$W_2 = C_1 + C_2 + C_4 + C_7$$

$$\theta_{x2} = \frac{1}{b}(C_3 + C_5 + C_8 + C_{11})$$

$$\theta_{y2} = \frac{-1}{a}(C_2 + 2C_4 + 3C_7)$$

***pour le nœud 3 :** ($\xi=1$, $\eta=1$) \rightarrow ($x = a, y = b$)

$$W_3 = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 + C_6 + C_7 + C_8 + C_9 + C_{10} + C_{11} + C_{12}$$

$$\theta_{x3} = \frac{1}{b}(C_3 + C_5 + 2C_6 + C_8 + 2C_9 + 3C_{10} + C_{11} + 3C_{12})$$

$$\theta_{y3} = \frac{-1}{a}(C_2 + 2C_4 + C_5 + 3C_7 + 2C_8 + C_9 + 3C_{11} + C_{12})$$

***pour le nœud 4 :** ($\xi=0$, $\eta=1$) \rightarrow ($x = 0, y = b$)

$$W_4 = C_1 + C_3 + C_6 + 3C_{10}$$

$$\theta_{x4} = \frac{1}{b}(C_3 + 2C_6 + 3C_{10})$$

$$\theta_{y4} = \frac{-1}{a}(C_2 + C_5 + C_9 + C_{12})$$

Sous la forme matricielle :

$$\{q\}_F = [H]_F \{C\}_F. \quad (2.12)$$

Ce qui donne que :

$$\{C\}_F = [H]_F^{-1} \{q\}_F. \quad (2.13)$$

$$[H]_F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{b} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{b} & 0 & \frac{1}{b} & 0 & 0 & \frac{1}{b} & 0 & 0 & \frac{1}{b} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{a} & 0 & \frac{-2}{a} & 0 & 0 & \frac{-3}{a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{b} & 0 & \frac{1}{b} & \frac{2}{b} & 0 & \frac{1}{b} & \frac{2}{b} & \frac{3}{b} & \frac{1}{b} & \frac{3}{b} \\ 0 & \frac{-1}{a} & 0 & \frac{-2}{a} & \frac{-1}{a} & 0 & \frac{-3}{a} & \frac{-2}{a} & \frac{-1}{a} & 0 & \frac{-3}{a} & \frac{-1}{a} \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{b} & 0 & 0 & \frac{2}{b} & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{b} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{a} & 0 & 0 & \frac{-1}{a} & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{a} & 0 & 0 & \frac{-1}{a} \end{pmatrix}$$

Alors :

$$\{\delta(\mathfrak{z}, \eta)\}_F = [g(\mathfrak{z}, \eta)]_F [H]_F^{-1} \{q\}_F. \quad (2.14)$$

Avec :

$$[H]_F^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 2a & 3 & 0 & a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -b & a & 1 & b & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -a \\ 2 & -2b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & -b & 0 \\ 2 & 0 & -a & -2 & 0 & -a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -2a & -3 & 0 & -a & 3 & 0 & a & -3 & 0 & 2a \\ 3 & 2b & 0 & -3 & -2b & 0 & 3 & -b & 0 & -3 & b & 0 \\ 2 & b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & b & 0 \\ -2 & 0 & a & 2 & 0 & a & -2 & 0 & -a & 2 & 0 & -a \\ -2 & -b & 0 & 2 & b & 0 & -2 & b & 0 & 2 & -b & 0 \end{pmatrix}$$

on pose :

$$[N(\zeta, \eta)]_F = [g(\zeta, \eta)]_F [H]_F^{-1}. \quad (2.15)$$

D'où :

$$\{\delta(\zeta, \eta)\}_F = [N(\zeta, \eta)]_F \{q\}_F. \quad (2.16)$$

Telle que :

$$[N(\zeta, \eta)] = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4 \ N_5 \ N_6 \ N_7 \ N_8 \ N_9 \ N_{10} \ N_{11} \ N_{12}]. \quad (2.17)$$

Avec, Pour $0 \leq \zeta \leq 1$ et $0 \leq \eta \leq 1$

$$N_1(\xi, \eta) = 1 - 3\xi^2 - 3\eta + 2\eta^2 + 2\xi^3 + 3\xi^2\eta + 3\xi\eta^2 + 2\eta^3 - 2\xi^3\eta - 2\xi\eta^3.$$

$$N_2(\xi, \eta) = b(\eta - 3\eta - 2\eta^2 + 2\xi\eta^2 + \eta^3 - \xi\eta^3).$$

$$N_3(\xi, \eta) = a(-\xi + 2\xi^2 + 3\eta - \xi^3 - 2\xi^2\eta + \xi^3\eta).$$

$$N_4(\xi, \eta) = 3\xi^2 + 3\eta - 2\xi^3 - 3\xi^2\eta - 3\xi\eta^2 + 2\xi^3\eta + 2\xi\eta^3.$$

$$N_5(\xi, \eta) = b(3\eta - 2\xi\eta^2 + \xi\eta^3).$$

$$N_6(\xi, \eta) = a(\xi^2 - \xi^3 - \xi^2\eta + \xi^3\eta).$$

$$N_7(\xi, \eta) = -3\eta + 3\xi^2\eta + 3\xi\eta^2 - 2\xi^3\eta - 2\xi\eta^3.$$

$$N_8(\xi, \eta) = b(-\xi^2\eta + \xi\eta^3).$$

$$N_9(\xi, \eta) = a(\xi^2\eta - \xi^3\eta).$$

$$N_{10}(\xi, \eta) = 3\eta + 3\eta^2 - 3\xi^2\eta - 3\xi\eta^2 - 2\eta^3 + 2\xi^3\eta + 2\xi\eta^3.$$

$$N_{11}(\xi, \eta) = b(-\eta^2 + 3\eta^2 + \eta^3 - \xi\eta^3).$$

$$N_{12}(\xi, \eta) = a(-3\eta + 2\xi^2\eta - \xi^3\eta).$$

***Relation déformation déplacement :**

$$\varepsilon_x = -Z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$\varepsilon_y = -Z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

$$\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -Z \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) = -2Z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = -Z \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} w \quad (2.18)$$

En tenant compte du changement de variable on aura :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{1}{b^2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} = \frac{1}{ab} \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta}$$

Alors L 'expression de déformation devient :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{\xi} \\ \varepsilon_{\eta} \\ \gamma_{\xi\eta} \end{pmatrix} = -Z \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{a^2 \partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2}{b^2 \partial \eta^2} \\ \frac{2}{ab} \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} \end{pmatrix} w \quad (2.19)$$

En calculant chaque terme on obtient :

$$\varepsilon_{\xi} = -Z \frac{1}{a^2} (2C_4 + 6C_7 \xi + 2C_8 \eta + 6C_{11} \xi \eta).$$

$$\varepsilon_{\eta} = -Z \frac{1}{b^2} (2C_6 + 2C_9 \xi + 6C_{10} \eta + 6C_{12} \xi \eta).$$

$$\gamma_{\xi\eta} = -2Z \frac{1}{ab} (C_5 + 2C_8 \xi + 2C_9 \eta + 3C_{11} \xi^2 + 3C_{12} \eta^2).$$

Sous forme matricielle on a :

$$\{\varepsilon\} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\xi} \\ \varepsilon_{\eta} \\ \gamma_{\xi\eta} \end{pmatrix} = -Z [\phi(\xi, \eta)]_F \{C\}_F \quad (2.20)$$

Telle que :

$$[\phi(\xi, \eta)]_F = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{2}{a^2} & 0 & 0 & \frac{6\xi}{a^2} & \frac{2\eta}{a^2} & 0 & 0 & \frac{6\xi\eta}{a^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{b^2} & 0 & 0 & \frac{2\xi}{b^2} & \frac{6\eta}{b^2} & 0 & \frac{6\xi\eta}{b^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{ab} & 0 & 0 & \frac{4\xi}{ab} & \frac{4\eta}{ab} & 0 & \frac{6\xi^2}{ab} & \frac{6\eta^2}{ab} \end{pmatrix}$$

Remplaçant l'expression $\{C\}_F = [H]_F^{-1}\{q\}$ dans la formule de déformation on obtient :

$$\{\varepsilon\} = -Z[\phi(\xi, \eta)]_F [H]_F^{-1} \{q\}_F \quad (2.21)$$

On pose :

$$[B(\xi, \eta)]_F = [\phi(\xi, \eta)]_F [H]_F^{-1} \quad (2.22)$$

D'où on obtient:

$$[\varepsilon(\xi, \eta)] = -Z[B(\xi, \eta)]\{q\}_F \quad (2.23)$$

Telle que :

$$[B(\xi, \eta)]_F = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & \dots & \dots & B_{1 \ 12} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & \dots & \dots & B_{2 \ 12} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & \dots & \dots & B_{3 \ 12} \end{pmatrix}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
B_{11}(\xi, \eta) &= ((-6 + 12\xi + 6\eta - 12\xi\eta)/a^2) & ; B_{12} &= 0 \\
B_{13}(\xi, \eta) &= (4 - 6\xi - 4\eta + 6\xi\eta)/a & ; B_{14}(\xi, \eta) &= (6 - 12\xi - 6\eta + 12\xi\eta)/a^2 \\
B_{15}(\xi, \eta) &= 0 & ; B_{16}(\xi, \eta) &= (2 - 6\xi - 2\eta + 6\xi\eta)/a \\
B_{17}(\xi, \eta) &= (6\eta - 12\xi\eta)/a^2 & ; B_{18}(\xi, \eta) &= 0 \\
B_{19}(\xi, \eta) &= (2\eta - 6\xi\eta)/a & ; B_{110}(\xi, \eta) &= (-6\eta + 12\xi\eta)/a^2 \\
B_{111}(\xi, \eta) &= 0 & ; B_{112}(\xi, \eta) &= (4\eta - 6\xi\eta)/a \\
B_{21}(\xi, \eta) &= (-6 + 6\xi + 12\eta - 12\xi\eta)/b^2 & ; B_{22} &= (-4 + 4\xi + 6\eta - 6\xi\eta)/b \\
B_{23}(\xi, \eta) &= 0 & ; B_{24}(\xi, \eta) &= (-6\xi + 12\xi\eta)/b^2 \\
B_{25}(\xi, \eta) &= (-4\xi + 6\xi\eta)/b & ; B_{26}(\xi, \eta) &= 0 \\
B_{27}(\xi, \eta) &= (6\xi - 12\xi\eta)/b^2 & ; B_{28}(\xi, \eta) &= (-2\xi + 6\xi\eta)/b \\
B_{29}(\xi, \eta) &= 0 & ; B_{210}(\xi, \eta) &= (6 - 6\xi - 12\eta + 12\xi\eta)/b^2 \\
B_{211}(\xi, \eta) &= (-2 + 2\xi + 6\eta - 6\xi\eta)/b & ; B_{212}(\xi, \eta) &= 0 \\
B_{31}(\xi, \eta) &= (-2 + 12\xi + 12\eta - 12\xi^2 - 12\eta^2)/ab & ; B_{32}(\xi, \eta) &= (-2 + 8\eta - 6\eta^2)/a \\
B_{33}(\xi, \eta) &= (2 - 8\xi + 6\xi^2)/b & ; B_{34}(\xi, \eta) &= (2 - 12\xi - 12\eta + 12\xi^2 + 12\eta^2)/ab \\
B_{35}(\xi, \eta) &= (2 - 8\eta + 6\eta^2)/a & ; B_{36}(\xi, \eta) &= (-4\xi + 6\xi^2)/b \\
B_{37}(\xi, \eta) &= (-2 + 12\xi + 12\eta - 12\xi^2 - 12\eta^2)/ab & ; B_{38}(\xi, \eta) &= (-4\eta + 6\eta^2)/a \\
B_{39}(\xi, \eta) &= (4\xi - 6\xi^2)/b & ; B_{310}(\xi, \eta) &= (2 - 12\xi - 12\eta + 12\xi^2)/ab \\
B_{311}(\xi, \eta) &= (4\eta - 6\eta^2)/a & ; B_{312}(\xi, \eta) &= (-2 + 8\xi - 6\xi^2)/b
\end{aligned}$$

***Relation contraintes déformations :**

$$\{\sigma(\xi, \eta)\} = [E]\{\mathcal{E}(\xi, \eta)\} \quad (2.24)$$

Substituant l'équation de l'expression $\{\mathcal{E}\}$ on aura :

$$\{\sigma(\xi, \eta)\} = -Z [E] [B(\xi, \eta)] \{q\} \quad (2.25)$$

Si on pose dans cette équation $Z=0$; on trouve :

$$\{\sigma(\xi, \eta)\} = \{0\} \quad \forall \{\xi, \eta\} \quad (2.26)$$

$Z=0$; représente alors la position de la surface neutre.

***détermination de la matrice de rigidité de flexion :**

Le calcul de la matrice de rigidité se fait par la formule suivante :

$$[K]_F = \int_V [B]^t [E] [B] dV \quad (2.27)$$

Qui dévient :

$$[K]_F = \int_A \int_{-h/2}^{h/2} [B]^t [E] [B] dA dz$$

$$= \frac{abh^3}{12} \int_0^1 \int_0^1 [B(\xi, \eta)]^T [E] [B(\xi, \eta)] d\xi d\eta$$

Les 78 valeurs de la matrice [K] se calculent à l'aide de la formule suivante :

$$K_{ij} = \frac{abh^3}{12} \int_0^1 \int_0^1 \{ (B_{1i}B_{1j})e_{11} + (B_{2i}B_{1j} + B_{1i}B_{2j})e_{12} + (B_{2i}B_{2j})e_{22} + (B_{3i}B_{3j})e_{33} \} d\xi d\eta$$

Pour

$$i=1, 2, 3, \dots, 12$$

$$j=i, i+1, \dots, 12$$

Pour calculer les éléments K_{ij} on peut utiliser un programme qui calcule l'intégrale numérique des fonctions :

Exemple: $K_{11} = ?$

* On posant $i=1, j=1$ dans la formule on trouve:

$$\begin{aligned}
K_{11} &= \frac{abh^3}{12} \int_0^1 \int_0^1 \{B_{11}^2 e_{11} + 2B_{21}B_{11} e_{12} + B_{21}^2 e_{22} + B_{31}^2 e_{33}\} d\zeta d\eta \\
&= \frac{bh^3}{12a^3} \int_0^1 \int_0^1 (-6 + 12\zeta + 6\eta - 12\zeta\eta)^2 d\zeta d\eta e_{11} \\
&+ \frac{h^3}{12ab} \int_0^1 \int_0^1 (-6 + 12\zeta + 6\eta - 12\zeta\eta) (-6 + 6\zeta + 12\eta - 12\zeta\eta) d\zeta d\eta e_{12} \\
&+ \frac{ah^3}{12b^3} \int_0^1 \int_0^1 (-6 + 6\zeta + 12\eta - 12\zeta\eta)^2 d\zeta d\eta e_{22} \\
&+ \frac{h^3}{12ab} \int_0^1 \int_0^1 (-2 + 12\zeta + 12\eta - 12\zeta^2 - 12\eta^2)^2 d\zeta d\eta e_{33}
\end{aligned}$$

On obtient le résultat suivant :

$$K_{11} = \frac{h^3}{12} \left(\frac{4b}{a^3} e_{11} + \frac{2}{ab} e_{12} + \frac{4a}{b^3} e_{22} + \frac{28}{5ab} e_{33} \right) \quad (2.28)$$

Avec la méthode on peut calculer tous les éléments k_{ij} on introduisant les fonctions nécessaires de la matrice $[B(\zeta, \eta)]$ dans la formule

L'expression finale de la matrice de rigidité de flexion est présentée au-dessous

$$[K] = \frac{h^3}{12} =$$

$Q_1 + 2S_1$ $+ D_1$ $+ 2G_1$												
$D_3 + 2G_2$ $+ Q_2$	$4G_3$ $+ 4Q_5$											
$-2S_2$ $- D_2$ $- Q_3$	$-C_{12}$	$4S_3$ $+ 4Q_4$										
$-Q_1$ $- 2S_1$ $- D_1 + G_1$	$-Q_2 - D_3$ $+ G_2$	$Q_3 + 2S_2$	$Q_1 + 2S_1$ $+ D_1$ $+ 2G_1$									
$-D_3 + G_2$ $- Q_2$	$2G_3$ $- 4Q_5$	0	$D_3 + 2G_2$ $+ Q_2$	$4G_3$ $+ 4Q_5$								
$-2S_2$ $- Q_3$	0	$2S_3 - Q_4$	$2S_2 + D_2$ $+ Q_3$	e_{12}	$4S_3$ $+ 4Q_4$							
$Q_1 - S_1$ $+ D_1 - G_1$	$Q_2 - G_2$	$S_2 - Q_3$	$-Q_1 - D_1$ $+ 2G_1$ $+ S_1$	$-Q_2$ $- 2G_2$	$S_2 - D_2$ $- Q_3$	$Q_1 + D_1$ $+ 2S_1$ $+ 2G_1$						
$-Q_2 + G_2$	$G_3 + Q_5$	0	$2G_2 + Q_2$	$-Q_5$ $+ 2G_3$	0	$-Q_2 - D_3$ $- 2G_2$	$4G_3 + 4Q_5$					
$Q_3 - S_2$	0	$S_3 + Q_4$	$-Q_3 - D_2$ $+ S_2$	0	$2S_3$ $- 4Q_4$	$Q_3 + D_2$ $+ 2S_2$	$-e_{12}$	$4S_3$ $+ 4Q_4$				
$-Q_1 - P_1$ $- 2G_1$ $+ S_1$	$-Q_2$ $- 2G_2$	$Q_3 + D_2$ $- S_2$	$Q_1 + D_1$ $- S_1 - G_1$	$Q_2 - G_2$	$-S_2 + Q_3$	$-Q_1 - D_1$ $- 2S_1$ $+ G_1$	$Q_2 + D_3$ $- G_2$	$-Q_3$ $- 2S_2$	$Q_1 + D_1$ $+ 2S_1 + 2G_1$			
$Q_2 + 2G_2$	$2G_3 - Q_5$	0	$-Q_2 + G_2$	$Q_5 + G_3$	0	$D_3 - G_2$ $+ Q_2$	$2G_3 - 4Q_5$	0	$-Q_2 - D_3$ $- 2G_2$	$4G_3$ $+ 4Q_5$		
$-S_2 + D_2$ $+ Q_3$	0	$2S_3$ $- 4Q_4$	$-Q_3 + S_2$	0	$S_3 + Q_4$	$Q_3 + 2S_2$	0	$2S_3 - Q_4$	$-Q_3 - 2S_2$ $- D_2$	e_{12}	$4S_3$ $+ 4Q_4$	

SYM



- $S_1 = \frac{2b}{a^3} e_{11} \quad ; \quad S_2 = \frac{b}{a^2} e_{11} \quad ; \quad S_3 = \frac{b}{3a} e_{11}$

- $D_1 = \frac{2}{ab} e_{12} \quad ; \quad D_2 = \frac{1}{b} e_{12} \quad ; \quad D_3 = \frac{1}{a} e_{12}$

- $G_1 = \frac{2a}{b^3} e_{22} \quad ; \quad G_2 = \frac{a}{b^2} e_{22} \quad ; \quad G_3 = \frac{a}{3b} e_{22}$

- $Q_1 = \frac{28}{5ab} e_{33} \quad ; \quad Q_2 = \frac{2}{5a} e_{33} \quad ; \quad Q_3 = \frac{2}{5b} e_{33} \quad ; \quad Q_4 = \frac{2a}{15b} e_{33} \quad ; \quad Q_5 = \frac{2b}{15a} e_{33}$

CHAPITRE III :
RESULTAT ET DISCUSSION

CHAPITRE III : RESULTAT ET DISCUSSION

III.1.Introduction

Après la présentation de la théorie relative au comportement des plaques au c. Il est évident que la solution des équations différentielles gouvernant, le comportement des plaques est impossible par une des méthodes analytiques. Pour cette raison, le recours à une méthode numérique est devenu une obligation. Pour cela, la méthode des éléments finis est sélectionnée comme une méthode numérique de cette étude.

A cet effet une étude comparative entre les résultats obtenus à l'aide du programme (ABACUS) .

III.2.Introduction au logiciel de modélisation et de calcul ABAQUS

III.2.1.Définition

ABAQUS est un code de calcul basé sur la méthode des éléments finis, créé en 1978.C'est un logiciel de simulation de problèmes très variés en mécanique, utilisé pour simuler la réponse physique des structures soumises à des chargements, des températures, des impacts ou autres conditions extérieures

III.2.2.les domaines d'ABAQUS

ABAQUS couvre presque tous les domaines de la physique et tous les types de problèmes.

Domaines physiques:

- Mécanique
- Thermique
- Electrique (piézo et thermique)
- Problèmes couplés

III.2.3.Les unités

Avant de commencer de définir n'importe quel modèle sous ABAQUS, on doit décider quel système d'unités on emploie. ABAQUS n'a aucun système d'unités intégré. Toutes les données doivent être spécifiées dans un système d'unités conforme.

Tableau III.1 : les unités utilisées dans l' ABAQUS

Longueur	Mètres	mm
Force	Newton	N
Pression/contrainte	Pascal	MPa
Densité	/	Kg/m ³ Tonnes/mm ³
Masse	Kilogramme	Kg
température	Kelvin	Kelvin

III.3.realisation d'une flexion d'une plaque dans ABAQUS

On faisons un travail dans logiciel ABAQUS d'une plaque de longueur 80 cm et largeur de 4 cm et épaisseur de 10 mm et on applique une force de 1000 N dans le center de la plaque les résultat de flexion les le déplacement et les contraintes sont comme suit :

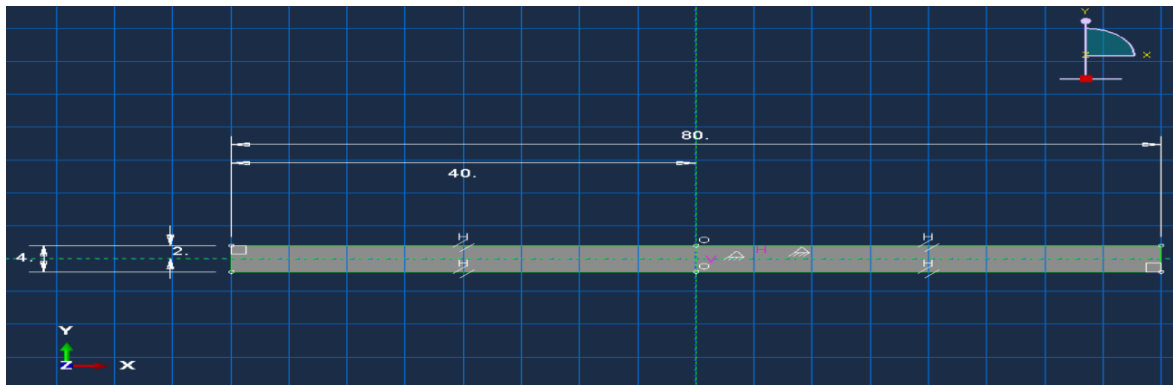


Figure III.1 :la géométrie de la plaque

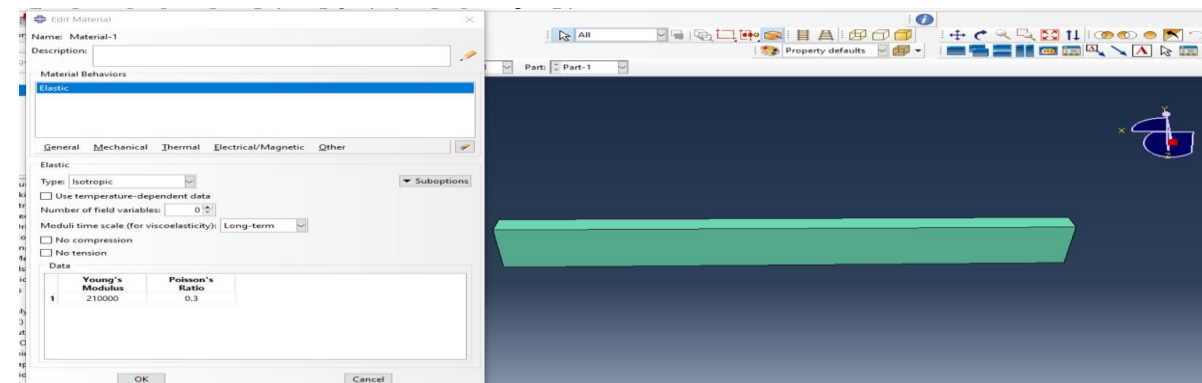


Figure III.2 :les propriétés physiques de la plaque

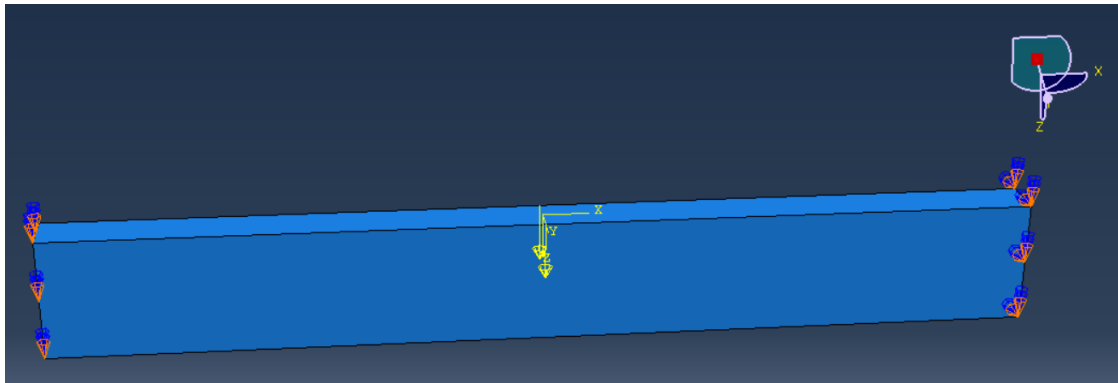


Figure III.3 :les conduisons aux limites

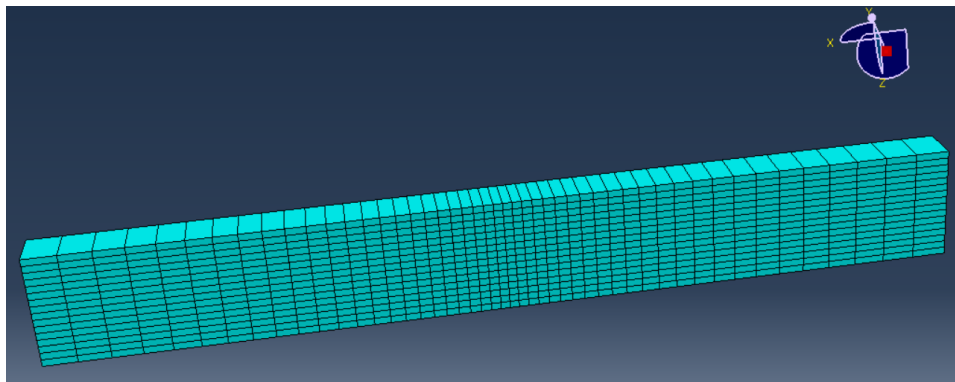


Figure III.4 : maillage de plaque

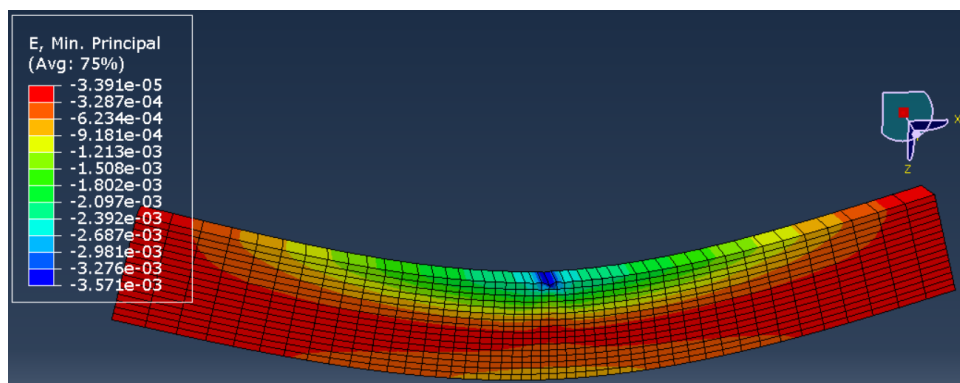


Figure III.5 :Déformation maximale de plaque

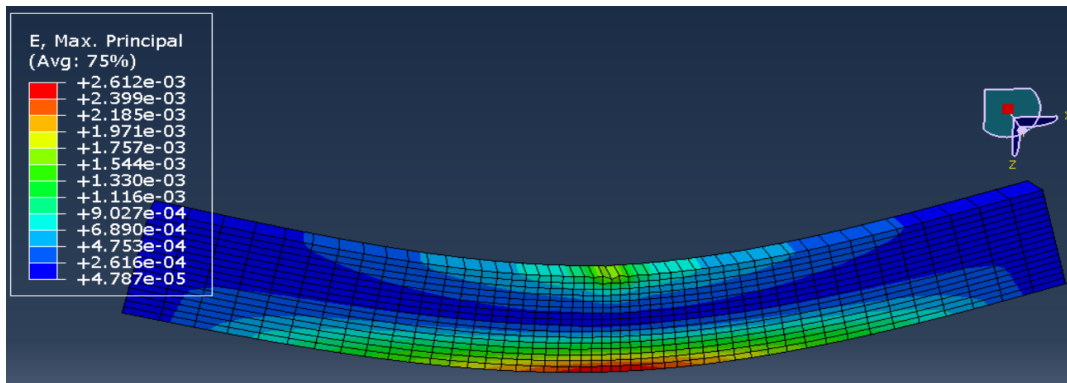


Figure III.6 :Déformation minimale de plaque

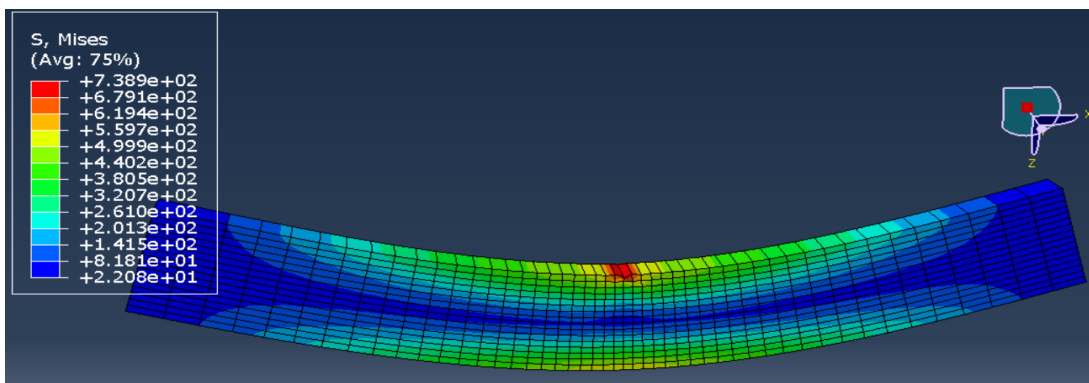


Figure III.7 :les contraintes de plaque

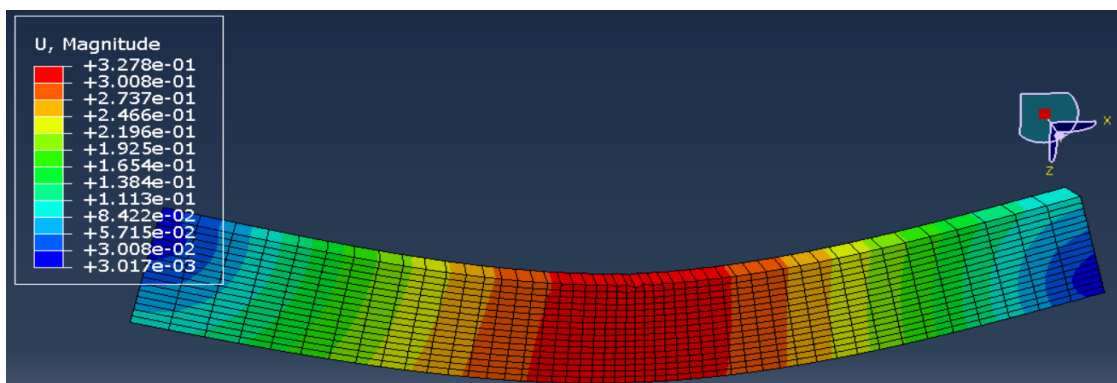


Figure III.8 : Déplacement de la plaque

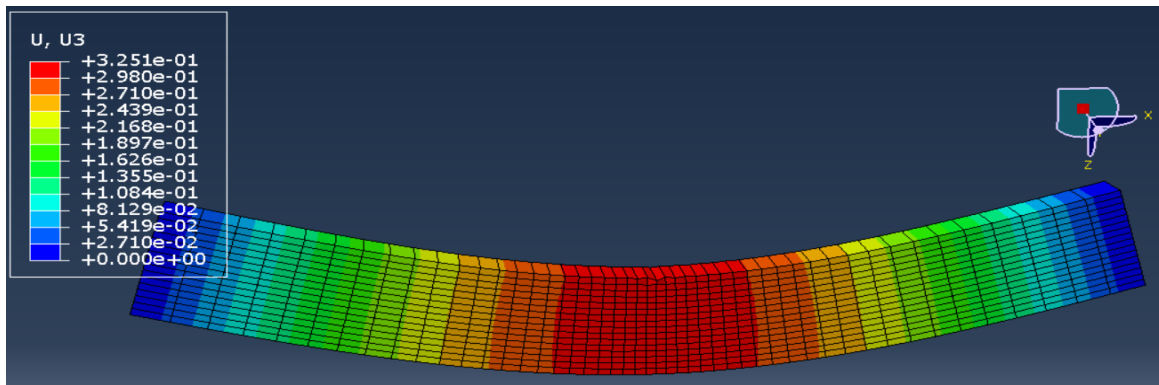


Figure III.9 : la flèche suivant Z

IV.4.realisation d'une flexion d'une plaque entaillé dans ABAQUS

On faisons le même travail d'une plaque entaillé de longueur 80 cm et largeur de 4 cm et épaisseur de 10 mm ,les résultat de flexion les le déplacement et les contraintes sont comme suit :

1-longeur de a (entaille) :V=2

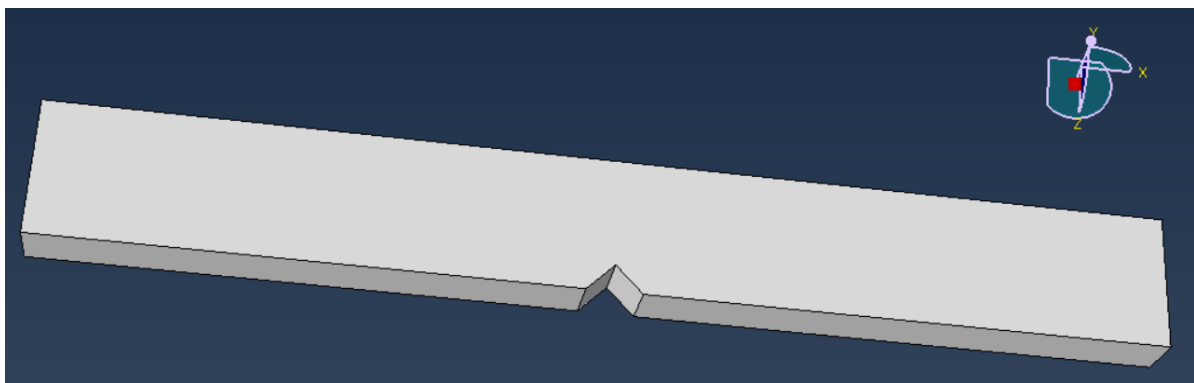
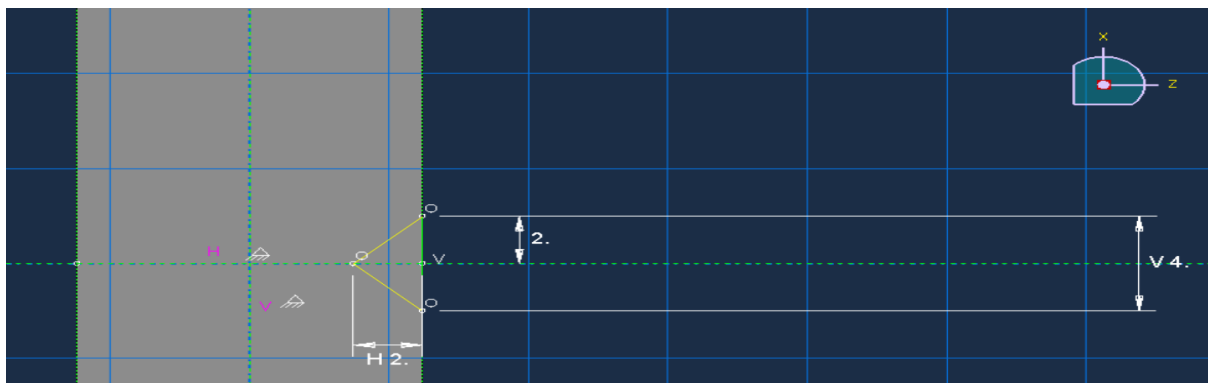


Figure III.10 : la géométrie de la plaque entaillé V=2

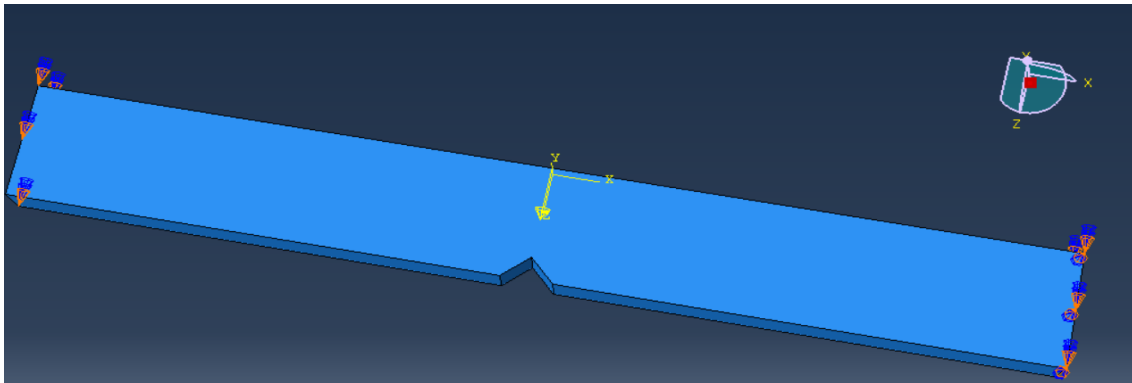


Figure III.11 : les conduisons aux limites (la plaque entaillé V=2)

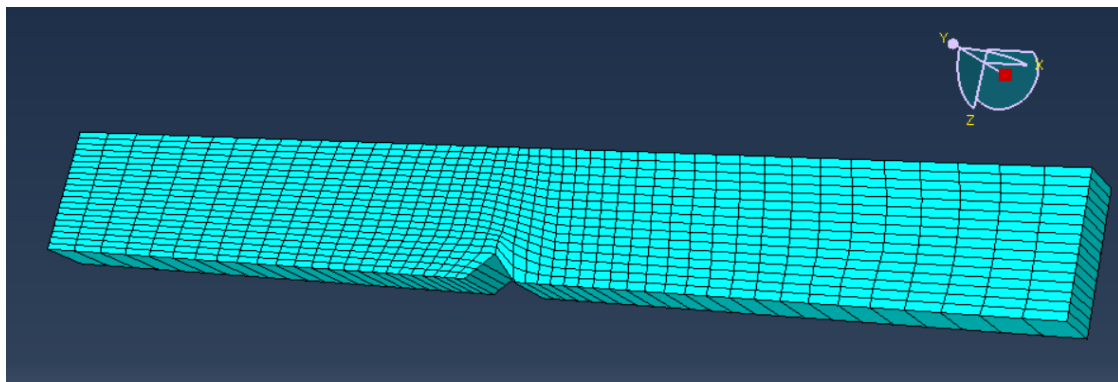


Figure III.12 : maillage de plaque entaillé V=2

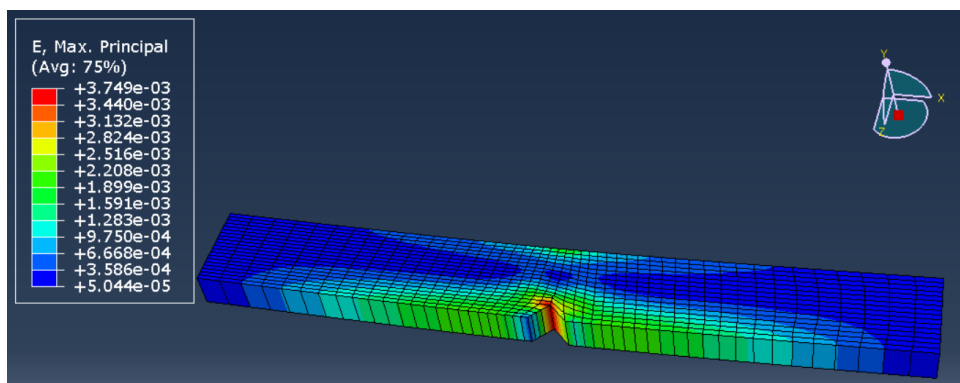


Figure III.13 : Déformation maximale de plaque entaillé V=2

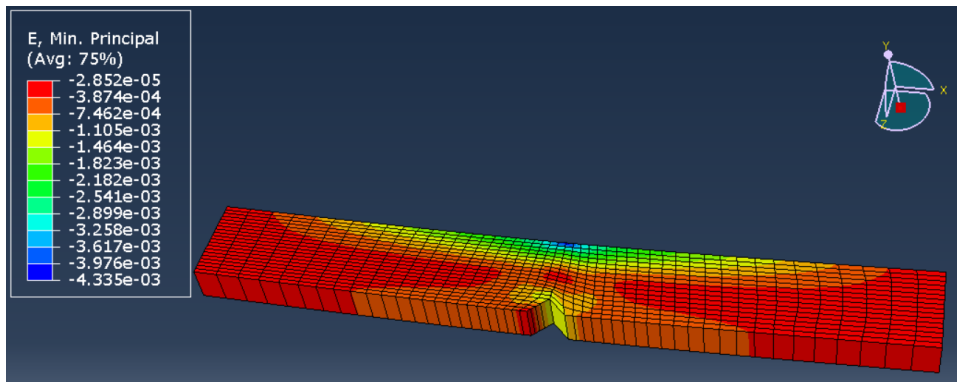


Figure III.14 : Déformation minimale de plaque entaillé V=2

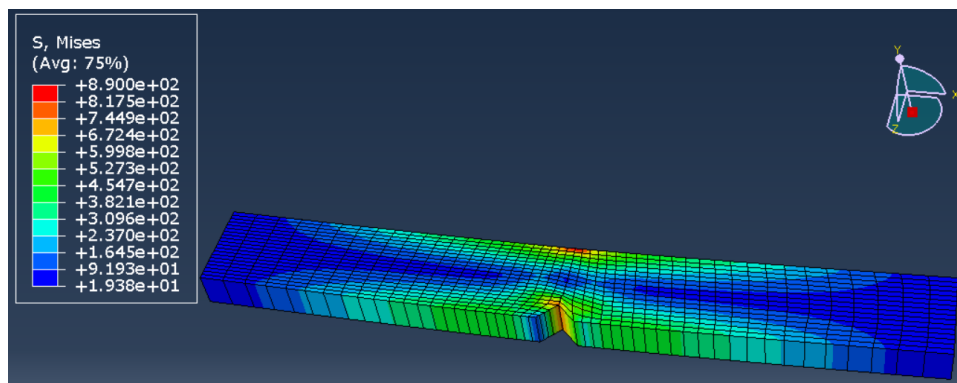


Figure III.15 : les contraintes de plaque entaillé V=2

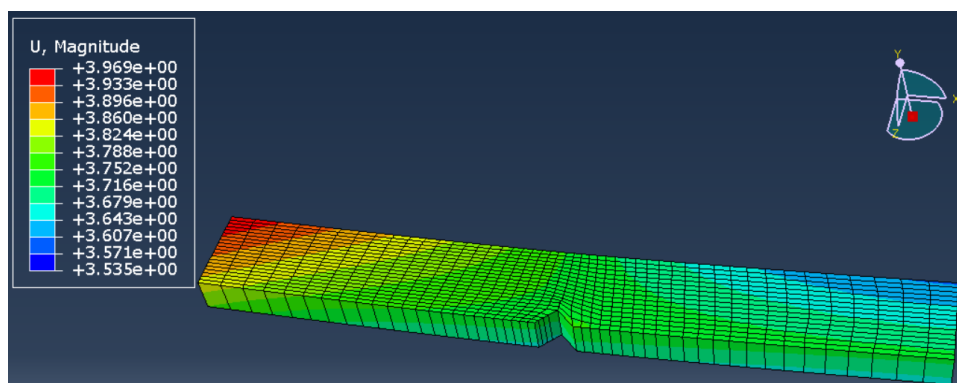


Figure III.16 : Déplacement de la plaque entaillé V=2

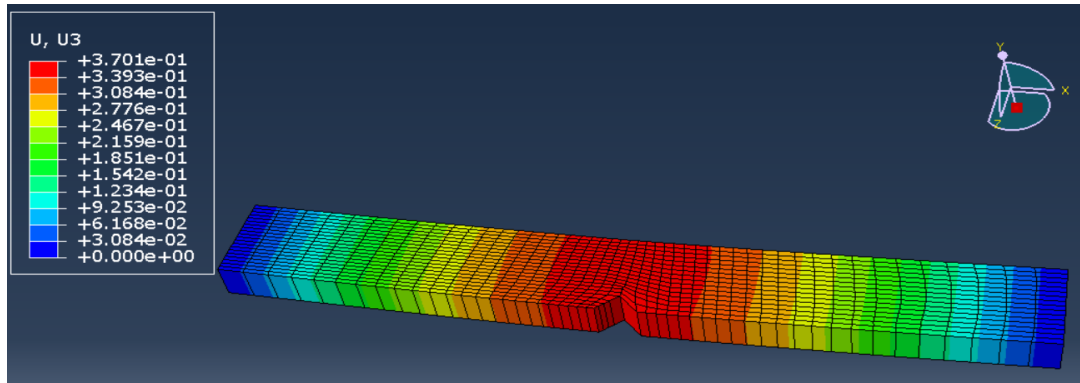


Figure III.17 : la flèche suivant Z (la plaque entaillé V=2)

2-longeur de a (entaille) :V=4

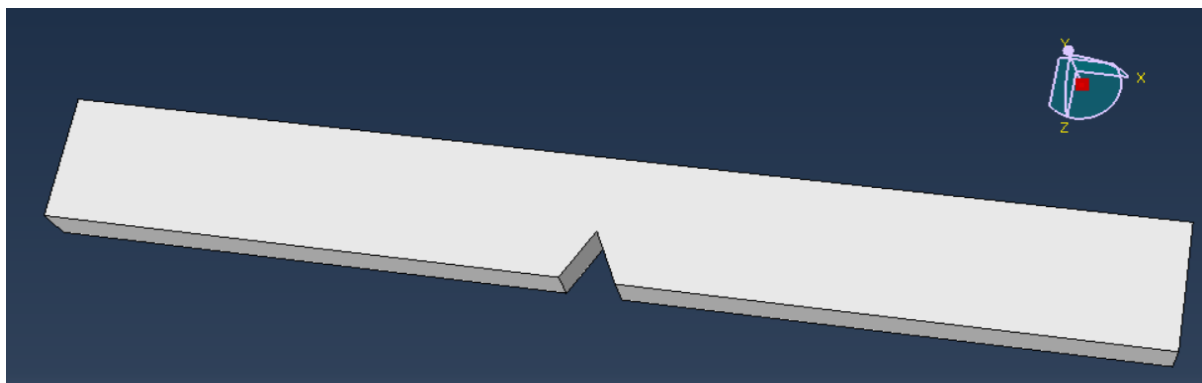
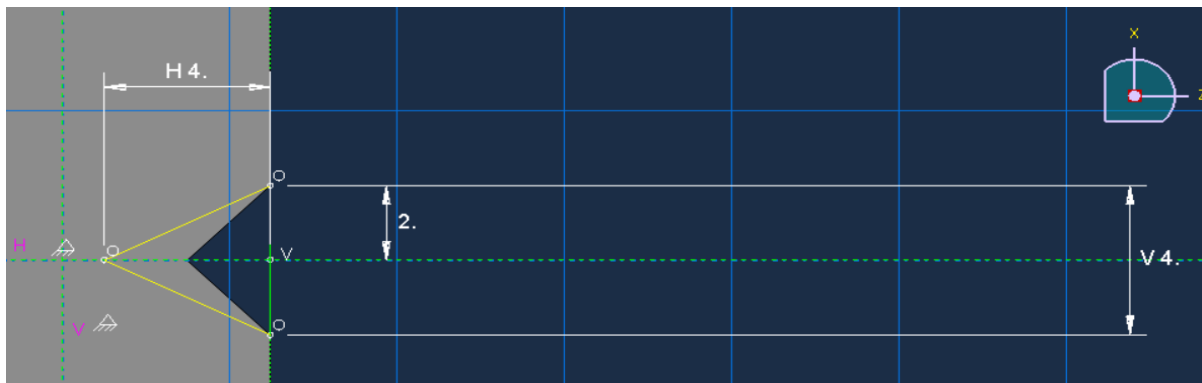


Figure III.18 : la géométrie de la plaque entaillé V=4

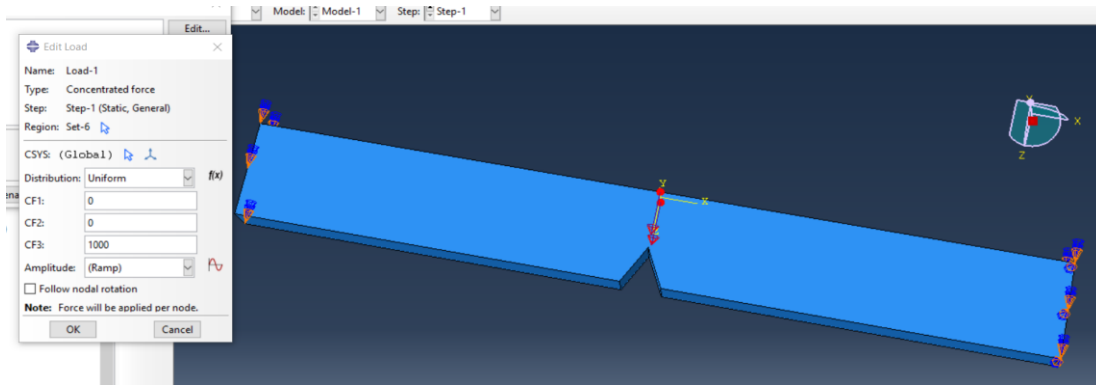


Figure III.19 :les conduisons aux limites(la plaque entaillé V=4)

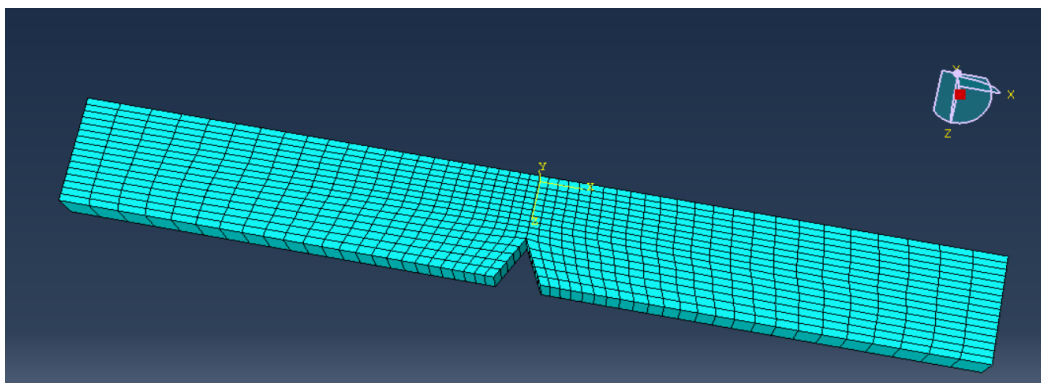


Figure III.20 : maillage de plaque entaillé V=4

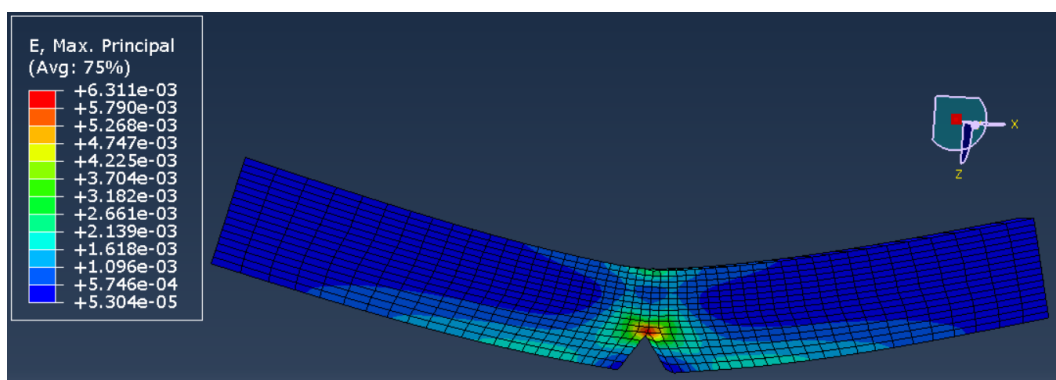


Figure III.21 : Déformation maximale de plaque entaillé V=4

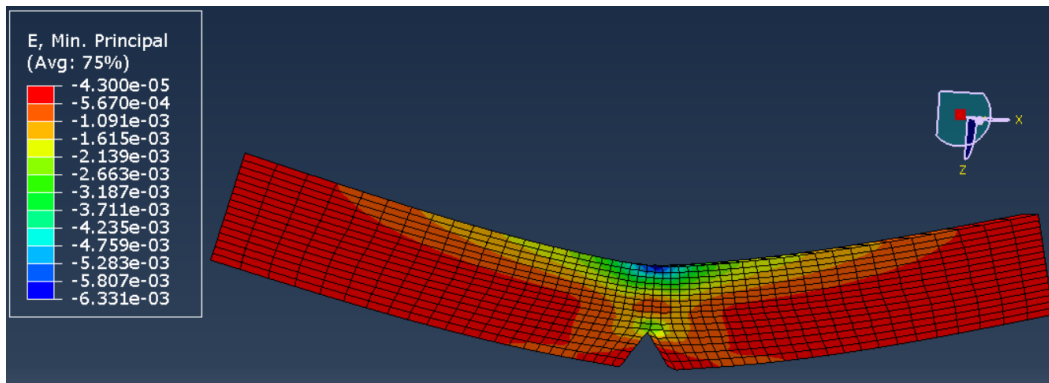


Figure III.22 : Déformation minimale de plaque entaillé V=4

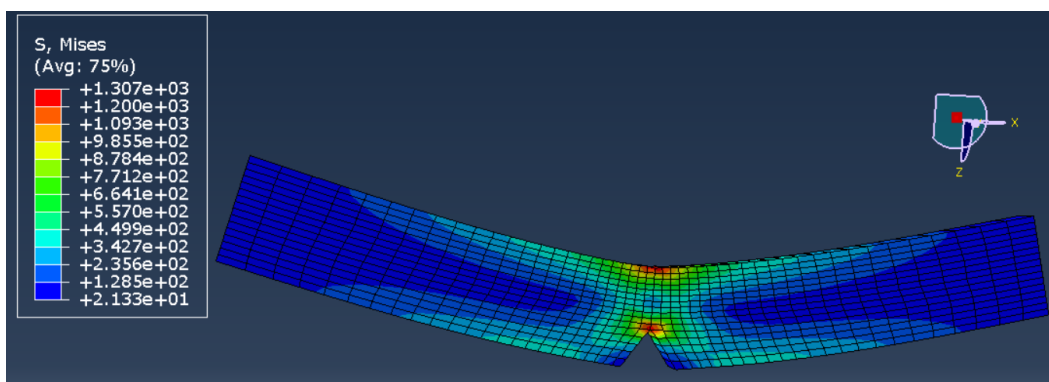


Figure III.23 : les contraintes de plaque entaillé V=4

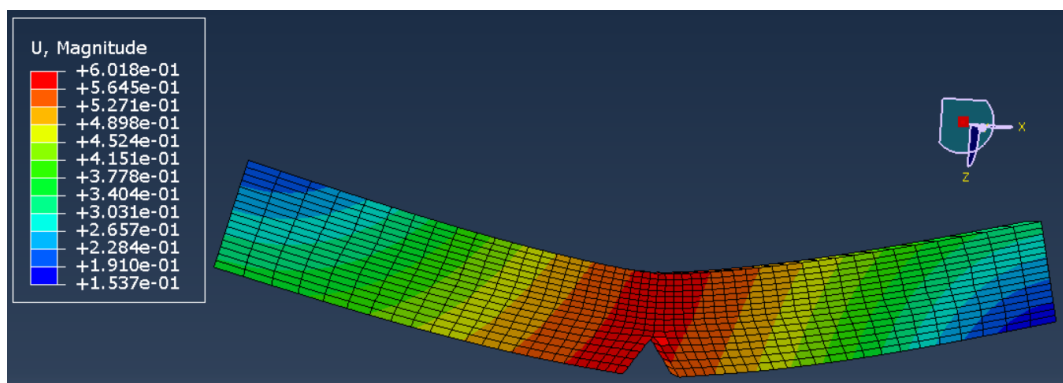


Figure III.24 : Déplacement de la plaque entaillé V=4

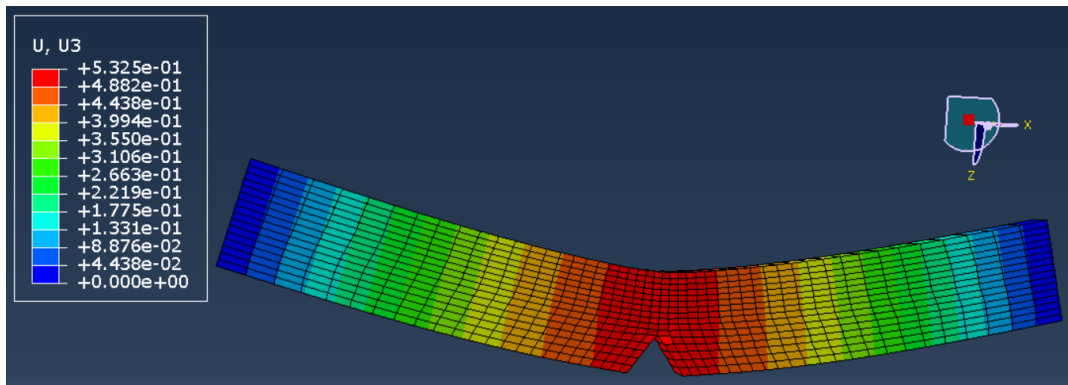


Figure III.25 : la flèche suivant Z (la plaque entaillé V=4)

3-longeur de a (entaille) : V=6

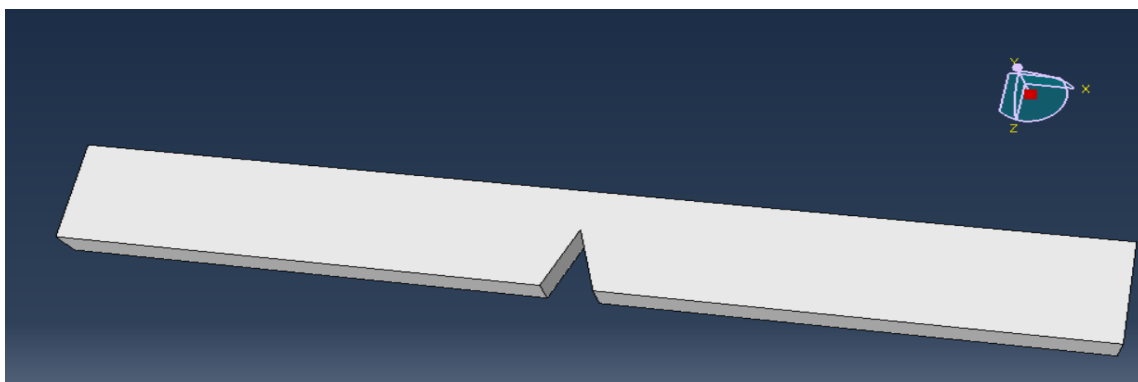
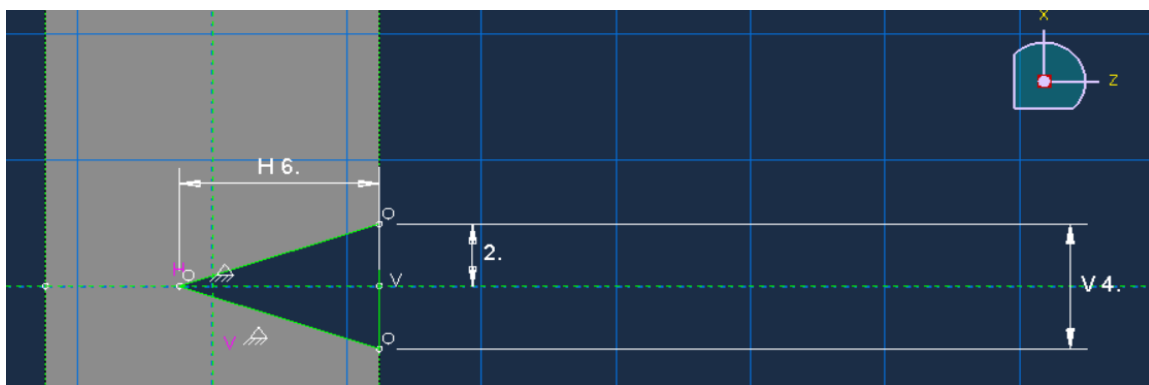


Figure III.26 : la géométrie de la plaque entaillé V=6

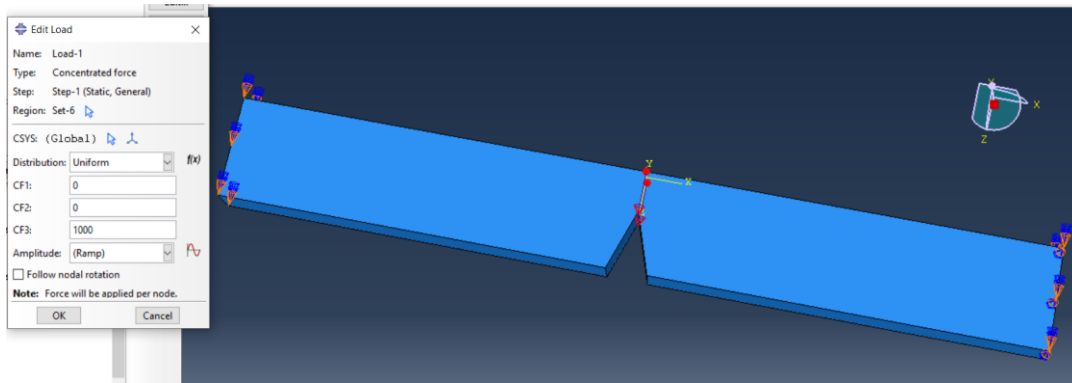


Figure III.27 :les conduisons aux limites(la plaque entaillé V=6)

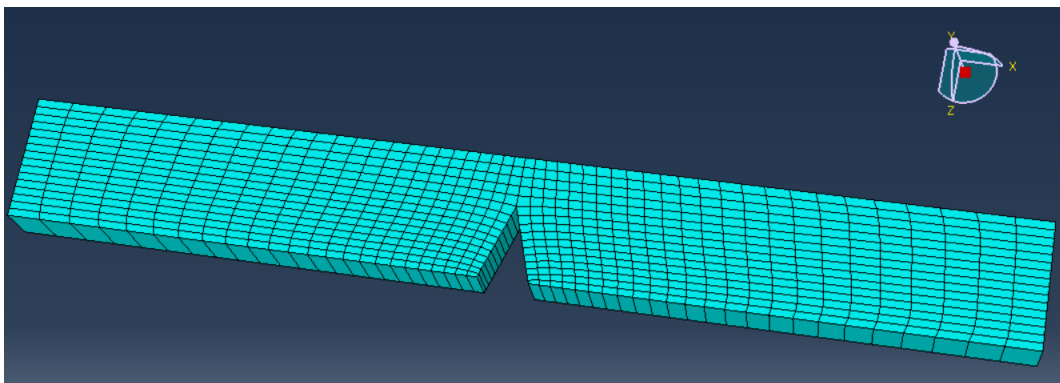


Figure III.28 : maillage de plaque entaillé V=6

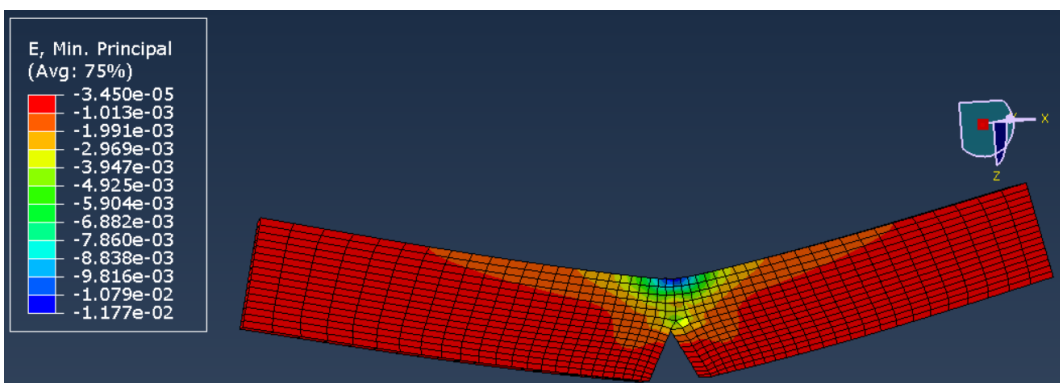


Figure III.29 :Déformation minimale de plaque entaillé V=6

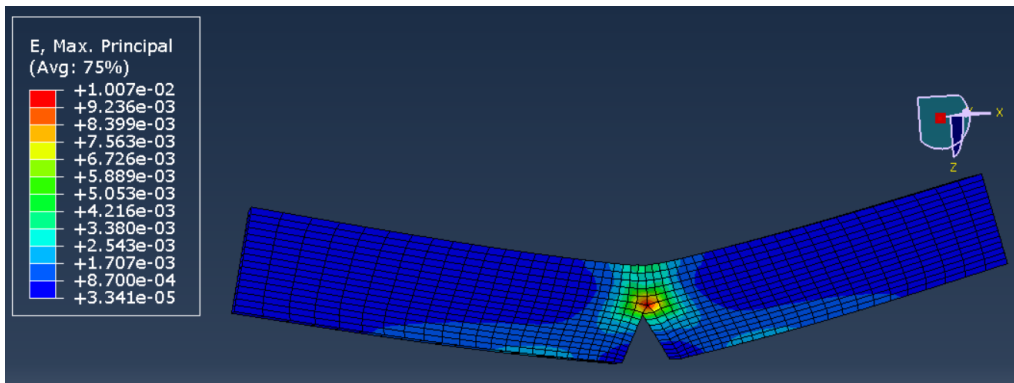


Figure III.30 :Déformation maximale de plaque entaillé V=6

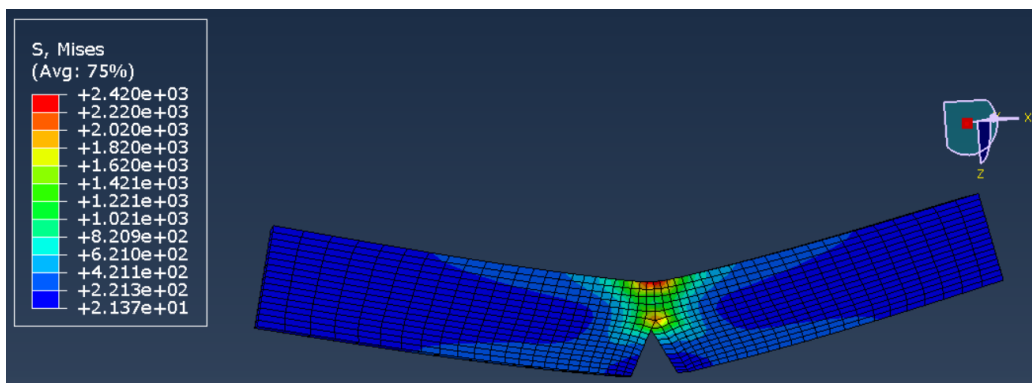


Figure III.31 :les contraintes de plaque entaillé V=6

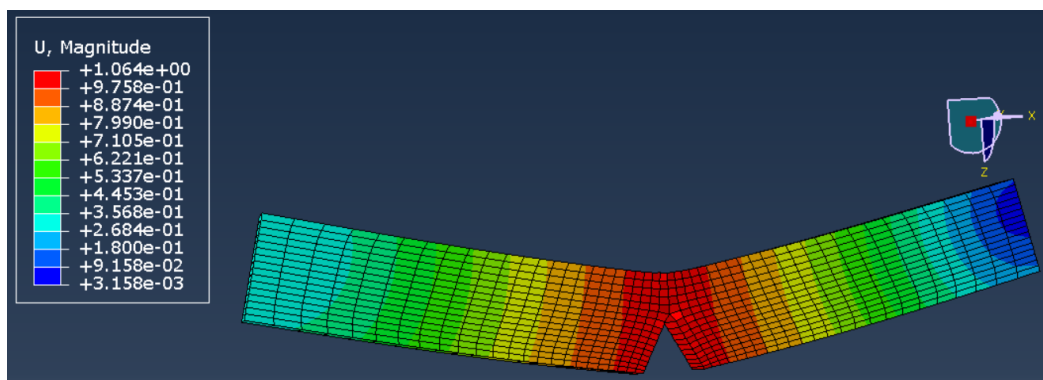


Figure III.32 : Déplacement de la plaque entaillé V=6

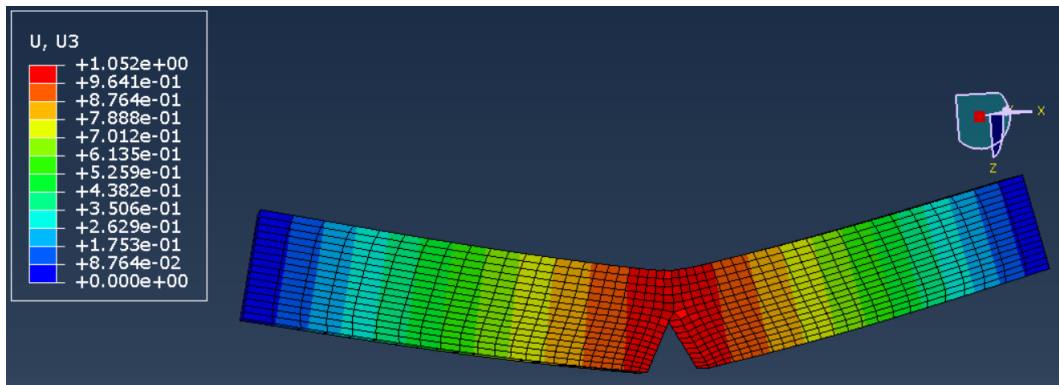


Figure III.33 : la flèche suivant Z (la plaque entaillé V=6)

3-longeur de a (entaille) : V=8

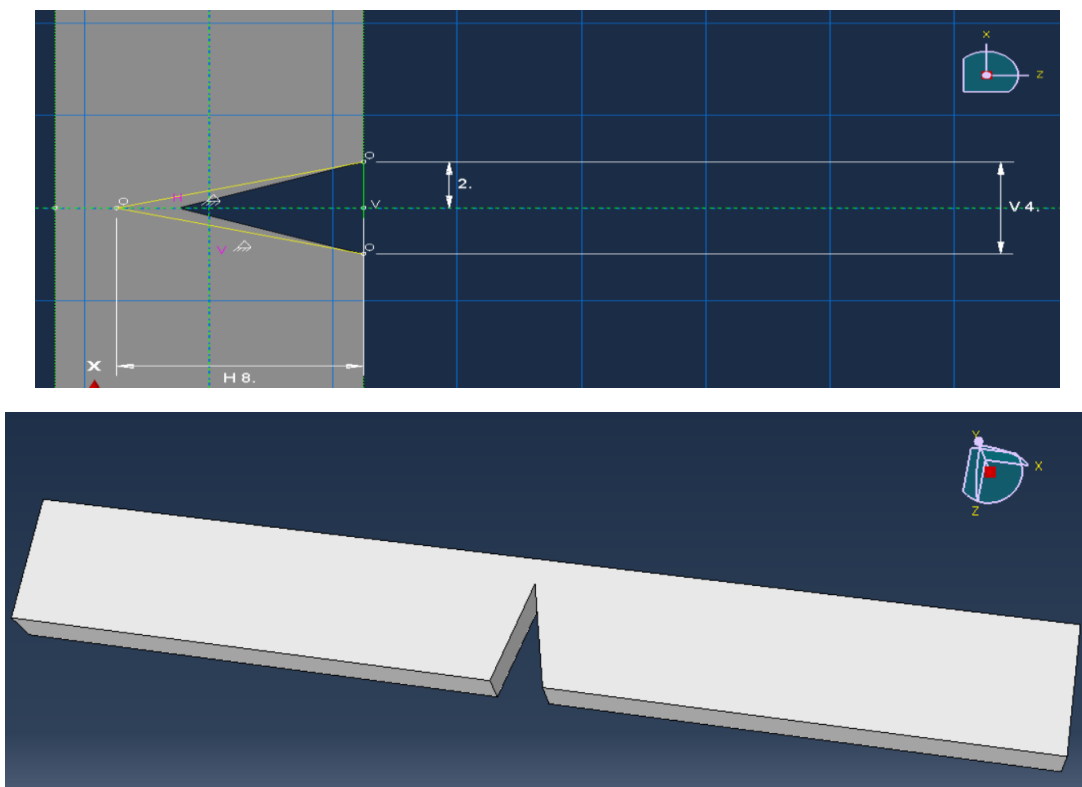


Figure III.34 : la géométrie de la plaque entaillé V=8

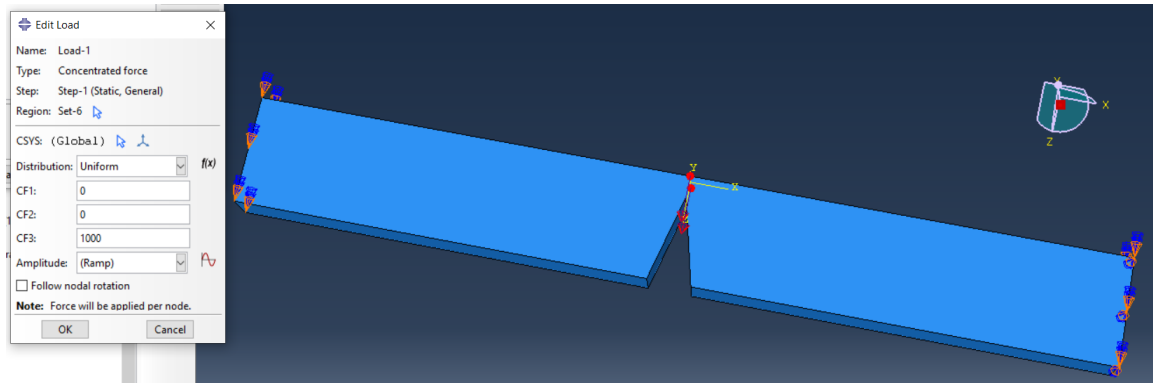


Figure III.35 :les conduisons aux limites(la plaque entaillé V=8)

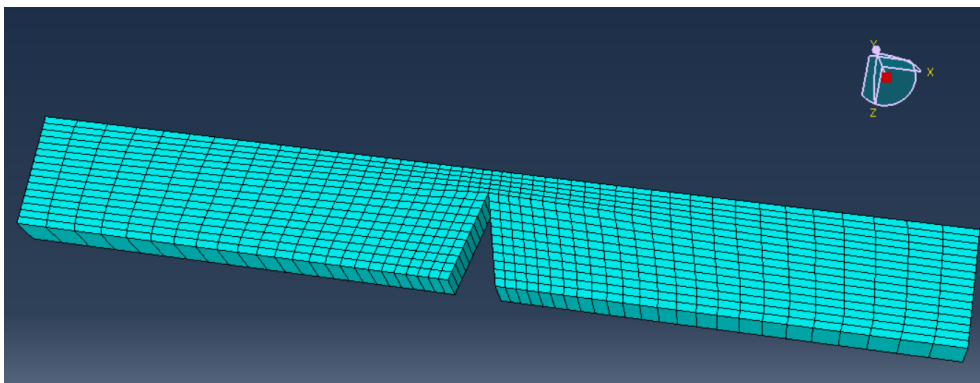


Figure III.36 : maillage de plaque entaillé V=8

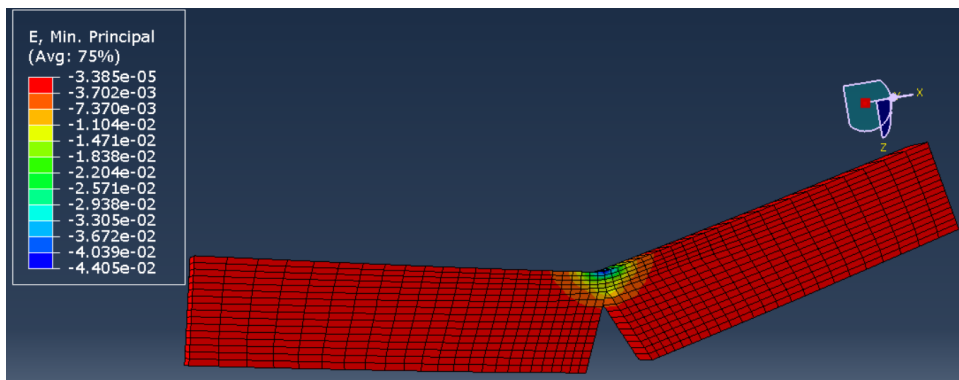


Figure III.37 :Déformation minimale de plaque entaillé V=8

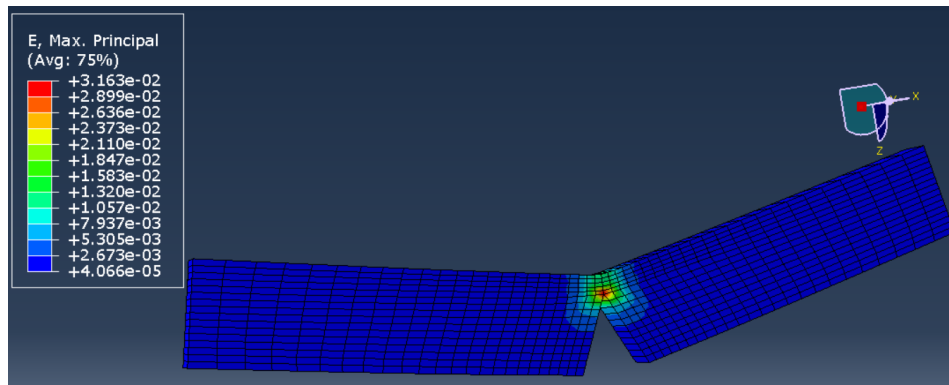


Figure III.38 :Déformation maximale de plaque entaillé V=8

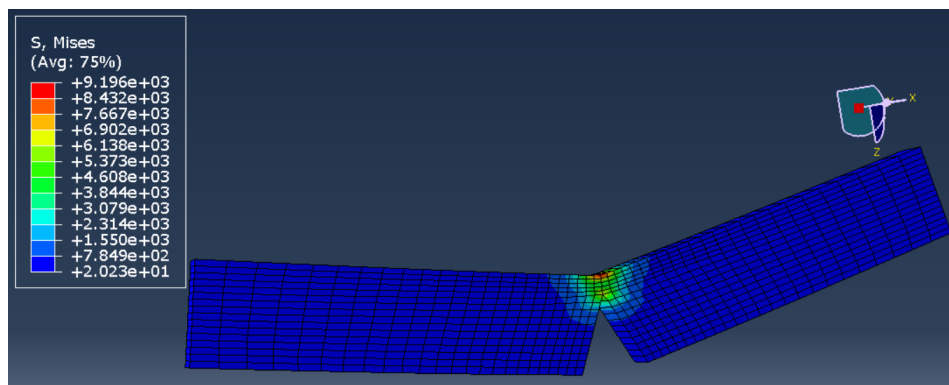


Figure III.39 :les contraintes de plaque entaillé V=8

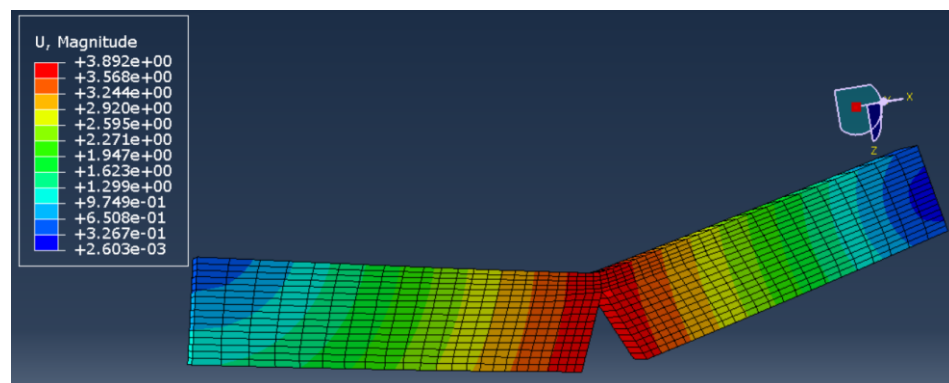


Figure III.40 : Déplacement de la plaque entaillé V=8

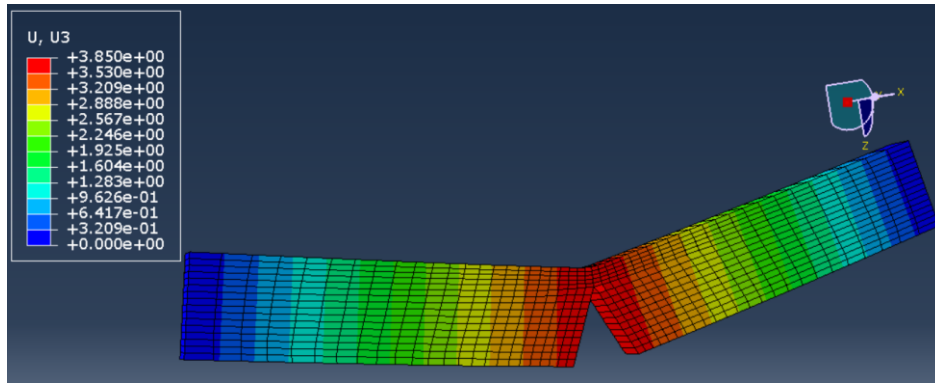


Figure III.41 : la flèche suivant Z (la plaque entaillé V=8)

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

L'étude du comportement des plaques est un sujet très important dans le domaine de calcul des structures, il occupe une place aussi vaste dans la recherche scientifique depuis des siècles, avec le développement des outils informatique très puissants et l'apparition des logiciels de calcul très performants, la modélisation des plaques comme d'autres domaines de modélisation des structures est devenue très efficace et très rationnelle, c à d on peut arriver à comprendre leurs comportement avec des modèles numériques et atteint des résultats plus correctes.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Love A. E. H. « On the small free vibrations and deformations of elastic shells ». Philosophical trans. of the Royal Society (London), 1888, Vol. série A, N° 17.
- [2] Timoshenko S. « On the correction of transverse shear deformation of the differential equations for transverse vibrations of prismatic bars ». Philosophical Magazine, 1921, Vol. 41 (series 6).
- [3] Timoshenko S. « On on the transverse vibrations of bars of uniform cross-section ». Philosophical Magazine, 1922, Vol. 43 (series 6).
- [4] Mindlin R. D. « Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates. Journal of Applied Mechanics, 1951, Vol. 18.
- [5] Reissner E. « The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates ». J. of Appl. Mech., 1945, Vol. 12 p. A69–A77.
- [6] Rayleigh L. « Theory of sound ». Vol I et Vol. II. Dover Pub. 1945.
- [7] EDUQRD VENTSEL & THORDOR KRANTHAMMER. « thin plates and shelles ».
- [8] Ashwell D.G., Sabir A.B. and Roberts T.M., Further studies in the application of curved finite elements to circular arches. IJMS Vol 13, 1971
- [9] Sabir A.B. and Ashwell D.G., A comparaison of curved beam finite elements when used in vibration problems. Journal of sound and vibration, Vol 18, N°11, 1971
- [10] Sabir A.B. and Davies G.T., Natural frequencies of square plates with reinforced central holes subjected ti in-plane loads. Thin-walled structures (28), 1997
- [11] Belarbi M.T et Charif « Nouvel élément secteur basé sur le model en déformation avec rotation dans le plan », Revue Européenne des Eléments Finis Vol.7, Juin 1998.
- [12] Belarbi M.T et Charif « Nouvel Hexaèdre simple (SBH8) pour l'étude des plaques minces et épaisses », Revue Européenne des Eléments Finis Vol.8, Juin 1999.
- [13] Ahmed S., Irons B.M. and Zienkiewick O.C., Analyse of thin and thick shell structure by curved elements, IJMNE, Vol.2, 1970.
- [14] Belarbi M.T., Development de nouveaux éléments finis à model en déformation, appliqué linéaire et non linéaire. Thèse de dpctorat, université de constantine, Février 2000.

[15] Maalem T., Investigation numérique des problèmes de flexion de plaque par un élément finis par un élément parallélépipédique basé sur le modèle en déformation, mémoire de de magistère, université de constantine. 2002.

[16] Djoudi M.S and Bahai H., A shallow shell finite element for the linear and nonlinear analysis of cylindrical shells. Engineering structures. Vol.25, 2003. Bibliographie 110

[17] Belounar.L et Guenfoud.M « Nouvel élément rectangulaire basé sur l'approche en déformation », Thin Walled Structures, Vol.43, Juin 2005

[18] Belarbi M.T. et Maalem T., On improved rectangular finite element for plane linear elasticity analysis, Revue européenne des éléments finis, Vol. 14, N° 8, 2005.