



Faculté de technologie

Département de génie mécanique

## MEMOIRE DE FIN D'ÉTUDES

En vue de l'obtention du diplôme de master

Option : Fabrication mécanique et productique

### Thème

## L'effet des différentes géométries de fente à la rupture sur la ténacité du matériau

Réalisé par :

CAID Mohamed Amine

Encadré par :

Dr. DAOUD Lotfi

Co-promoteur :

Dr. OUALI Mohammed

Année universitaire : 2023/2024

---

# Dédicaces

---

*Au nom de dieu clément et miséricordieux et en termes d'amour et de fidélité, je dédie ce présent mémoire :*

***A MA CHERE MERE :***

*Quoi que je fasse et quoi que je dise, je ne saurais exprimer ma reconnaissance envers toi. Tes conseils m'ont toujours montré la lumière au fond du tunnel. Ta patience est la raison pour laquelle je suis là aujourd'hui. Ton encouragement me pousse vers l'avant et ton soutien me rend invincible. Que Dieu le plus puissant t'accorde la santé, le bonheur, te protège de tout mal et te préserve à nous.*

***A MON CHERE PERE :***

*Mon père, mon héros depuis tout petit, l'homme que je suis ses pas dans la vie, l'exemple de qui je m'inspire. Je ne saurais te dire combien de fois Merci ! pour les sacrifices que tu as faits tout le long du chemin, pour les dures décisions que tu as prises pour notre famille, pour le bon accompagnement, merci éternellement.*

***A MES CHERES SŒURS :***

*Je tiens à remercier mes petites sœurs pour leur support et l'encouragement, pour l'amour et l'affection qu'elles me portent, pour la complicité solide qui nous unissent. Ce travail est un simple témoignage de mon attachement.*

*A toute personne qui a contribué de loin ou de près pour la réalisation de ce travail.*

---

# Remerciements

---

*En préambule à ce mémoire ; Louange à Dieu le plus puissant, le miséricordieux, de m'avoir donné le courage et la force de mener bien ce modeste travail jusqu'au bout, dans des bonnes conditions.*

*Je tiens à remercier en premier lieu mon cher promoteur, Monsieur Daoud Lotfi, Docteur à l'université de Tipaza, qui était présent durant ces derniers mois, pour m'avoir accordé toute sa confiance mais aussi pour son soutien constant, sa disponibilité et sa patience, et ses conseils avisés qui nous ont permis d'affranchir la dernière ligne droite de cette thèse.*

*Je remercie également mon Co-encadreur, Monsieur Ouali Mohamed, pour son aide durant l'accomplissement de ce travail.*

*J'exprime ma gratitude aux membres de jurés qui ont accepté d'évaluer ce modeste travail de fin d'étude.*

*Pour la même occasion, je tiens à remercier toute l'équipe pédagogique de département de génie mécanique. A tous ces intervenants, je présente mes remerciements, mon respect et ma reconnaissance.*

*Pour la fin, un grand merci à ma famille et mes proches, et toute personne qui était présente lors d'avancement de ces travaux de thèse.*

# ملخص

في هذا العمل، قمنا بمحاكاة انتشار الشقوق في صفيحة مستطيلة من سبائك الألومنيوم (H11 5083)، والتي غالباً ما تستخدم في الصناعة البحرية لمقاومتها العالية للتآكل، وتعرضت لحمل شد موزع على جانب واحد ومضمن في الجانب المقابل، مع وجود فتحة (ثقب) تفتح في المنتصف، ثم قمنا بحساب عامل شدة الإجهاد  $K_I$  (FIC) بواسطة برمجيات العناصر المحدودة FRANC2D و CASTEM للصفحة. ومن خلال إيجاد منحنيات الاتجاه ل  $K_I(f)$ ، وجدنا عامل شدة الإجهاد الحرج (FICC أو صلابة المادة)  $K_{IC}$  وطول الشق الحرج  $f_c$  من خلال إيجاد نقطة انعطاف منحنيات الاتجاه لكل فتحة (أو ثقب) هندسية مفتوحة. كانت النتائج متقاربة للغاية.

**الكلمات المفتاحية:** FRANC2D. CASTEM. عامل شدة الإجهاد،  $K_I$ . عامل شدة الإجهاد الحرج،  $K_{IC}$ . ميكانيكا الكسر. شرح.

## Résumé

Dans ce travail on a fait la simulation de la propagation de fissure dans une plaque rectangulaire en alliage d'aluminium (5083 H11) très souvent exploité dans l'industrie marine pour sa haute résistance à la corrosion, soumise à une charge de traction répartie d'un côté et encastré de l'autre côté opposé, et avec un trou (fente) débouchant au milieu, puis on a calculé le facteur d'intensité de contraintes (FIC)  $K_I$  par deux logiciels d'élément finis FRANC2D et CASTEM de la plaque. Et en trouvant les courbes de tendance de  $K_I(f)$ , on a trouvé le facteur d'intensité de contraintes critique (FICC ou ténacité du matériau)  $K_{IC}$  et la longueur de fissure critique  $f_c$  en trouvant le point d'inflexion des courbes de tendance pour chaque géométrie de fente (ou trou) débouchant. Les résultats sont très proches.

**Mot clés :** FRANC2D. CASTEM. Facteur d'intensité de contraintes,  $K_I$ . Facteur d'intensité de contraintes critique,  $K_{IC}$ . Mécanique de la rupture. Fissure.

# *Abstract*

---

In this work, we simulated crack propagation in a rectangular aluminum alloy plate (5083 H11) often used in the marine industry for its high corrosion resistance, subjected to a tensile load distributed on one side and embedded on the opposite side, and with a hole (slot) opening out in the middle, then calculated the stress intensity factor (FIC)  $K_I$  by two finite element software FRANC2D and CASTEM of the plate. And by finding the trend curves of  $K_I$  (f), we found the critical stress intensity factor (CSIF or material toughness)  $K_{Ic}$  and the critical crack length  $f_c$  by finding the inflection point of the trend curves for each open slot (or hole) geometry. The results are very similar.

**Key words:** CASTEM. FRANC2D. Stress intensity factor,  $K_I$ . Critical stress intensity factor,  $K_{Ic}$ . Fracture mechanics. Cracking.

# Table des matières

---

Dédicaces .....	i
Remerciements .....	ii
Résumé .....	iii
<b>Table des matières</b> .....	v
Liste des tableaux .....	x
Liste des figures .....	xi
Nomenclatures générales .....	xiii
<b>INTRODUCTION GENERALE</b> .....	2
<b>Chapitre I</b> .....	4
<b>NOTIONS DE BASE SUR LA MECANIQUE DE RUPTURE</b> .....	4
I.1. Introduction .....	4
I.2. Définition de la mécanique de rupture .....	4
I.3. Approche générale de la mécanique de rupture .....	4
I.4. Les zones au voisinage de la pointe de fissure .....	5
I.5. Modes de rupture .....	7
I.6. Comportement élastique linéaire .....	8
I.7. Rappel sur l'élasticité plane et anti plane .....	9
I.7.1. Elasticité plane .....	9
I.7.2. Elasticité anti plane .....	10
I.8. Singularité des contraintes en mode I et mode II .....	10
I.9. Singularité de contrainte en mode III .....	12
I.10. Facteur d'intensité de contraintes .....	13
I.11. Ténacité d'un matériau .....	13
I.12. Taux de restitution d'énergie élastique .....	15
I.13. Intégrale de Rice .....	15
Conclusion .....	16
<b>Chapitre II</b> .....	18
<b>CONCENTRATION DE CONTRAINTES</b> .....	18
II.1. Introduction .....	18

II.2.	Historique .....	18
II.3.	Définition .....	18
II.4.	Concentration de contraintes dans une plaque trouée en traction .....	20
II.4.1.	Champ de contraintes dans une plaque trouée en traction simple .....	21
II.4.2.	Champ de contrainte loin du trou .....	22
II.5.	Coefficient théorique de concentration de contraintes « $Kt$ » .....	23
II.6.	Quelques méthodes de détermination du facteur d'intensité de contrainte .....	25
II.6.1.	Photoélasticité .....	25
II.6.2.	Théorie d'élasticité .....	27
II.6.3.	Méthode numérique (éléments finies) .....	28
II.7.	Facon de réduire les effets de concentration des contraintes .....	29
	Conclusion .....	30
<b>Chapitre III</b> .....		<b>32</b>
<b>NOTIONS SUR LES LOGICIELS DE SIMULATION</b> .....		<b>32</b>
III.1.	Introduction .....	32
III.2.	Présentation du logiciel CASTEM .....	32
III.2.1.	Historique et description .....	32
III.2.2.	Principe de fonctionnement .....	33
III.2.3.	Langage et syntaxe .....	33
III.2.4.	Système d'unités .....	34
III.2.5.	Lois syntaxiques générales .....	34
III.2.6.	Création de maillage .....	35
III.2.7.	Procédure de résolution d'un problème CASTEM .....	35
III.2.8.	Pourquoi CASTEM .....	36
III.3.	Présentation du logiciel CASCA .....	37
III.3.1.	Aperçu .....	37
III.3.2.	Fonctionnement .....	37
III.3.3.	Description du menu .....	38
III.3.3.1.	Set scale .....	38
III.3.3.2.	Geometry .....	39
III.3.3.3.	Subregions .....	39
III.3.3.4.	Subdivide .....	39
III.3.3.5.	Mesh .....	39
III.3.3.6.	Mesh boundary .....	40
III.3.3.7.	Write mesh .....	40
III.3.3.8.	Read .....	40

III.3.3.9.	Write .....	40
III.3.3.10.	Read grid .....	40
III.3.3.11.	Pan .....	40
III.3.3.12.	End .....	40
III.4.	Présentation du logiciel FRANC2D .....	41
III.4.1.	Historique et Aperçu .....	41
III.4.2.	Présentation du menu FRANC2D .....	41
III.4.2.1.	Pre-process .....	42
III.4.2.2.	Modify .....	42
III.4.2.3.	Elem stiff .....	42
III.4.2.4.	Analysis .....	43
III.4.2.5.	Boundary .....	43
III.4.2.6.	Post-process .....	43
III.4.2.7.	Annotate .....	43
III.4.2.8.	Node information .....	43
III.4.2.9.	Read file .....	43
III.4.2.10.	Write file .....	43
III.4.2.11.	Big window .....	44
III.4.2.12.	Reset .....	44
III.4.2.13.	Zoom .....	44
III.4.2.14.	Pan .....	44
III.4.2.15.	Snap .....	44
III.4.2.16.	End .....	44
III.5.	Conclusion .....	44
<b>Chapitre IV</b>	.....	<b>46</b>
<b>SIMULATION DES DIFFERENTES GEOMETRIES DE FENTE A LA RUPTURE</b>	.....	<b>46</b>
IV.1.	Introduction .....	46
IV.2.	Le type de matériau utilisé .....	46
IV.3.	Description du problème .....	47
IV.4.	Simulation sur CASTEM .....	49
IV.4.1.	Cas d'une fissure normale débauchant .....	49
IV.4.1.1.	Déclaration des paramètres .....	49
IV.4.1.2.	Choix du maillage et traçage des droites .....	50
IV.4.1.3.	Surface .....	51
IV.4.1.4.	Conditions aux limites .....	51
IV.4.1.5.	Choix du modèle mécanique .....	52



IV.4.1.6.	Caractéristiques du matériau choisi .....	52
IV.4.1.7.	Force appliquée .....	52
IV.4.1.8.	Matrice de rigidité et résolution .....	53
IV.4.1.9.	Post-traitement .....	53
IV.5.	Simulation sur CASCA .....	54
IV.5.1.	Déterminer d'échelle .....	54
IV.5.2.	Géométrie .....	54
IV.5.3.	Création des sous-régions .....	55
IV.5.4.	La densité .....	56
IV.5.5.	Maillage .....	57
IV.6.	Simulation sur FRANC2D .....	58
IV.6.1.	Déclarer les paramètres (pré-processus) .....	58
IV.6.1.1.	Type de problème .....	58
IV.6.1.2.	Encastrement .....	58
IV.6.1.3.	Propriétés du matériau .....	59
IV.6.1.4.	Appliquer la charge .....	60
IV.6.1.5.	Analyse .....	61
IV.7.	Conclusion .....	61
<b>Chapitre V</b>	<b>PRINCIPAUX RESULTATS DE LA SIMULATION DES DIFFERENTES GEOMETRIES DE FENTE A LA RUPTURE.....</b>	<b>63</b>
V.1.	Introduction .....	63
V.2.	Résultats de la simulation sur FRANC2D .....	63
V.2.1.	Rappel du cas d'étude .....	63
V.2.2.	Cas d'une fente normal avant fissuration .....	64
V.2.3.	Facteur d'intensité de contrainte theorique <u><math>K_{Ith}</math></u> .....	64
V.2.4.	Après fissuration .....	65
V.2.5.	Résultats de (FIC) $K_I$ après propagation de fissure .....	67
V.2.6.	Discussion des résultats de la courbes <u><math>K_I(f)</math></u> .....	68
V.2.7.	Calcul du facteur d'intensité de contrainte critique <u><math>K_{IC}</math></u> .....	68
V.2.8.	Discussion des résultats ' <u><math>K_{IC}</math></u> ' obtenu .....	70
V.3.	Résultats de simulation sur le logiciel CASTEM .....	71
V.3.1.	Cas d'une fente normale avant fissuration.....	71
V.3.2.	Après fissuration .....	72
V.3.3.	Résultats du facteur d'intensité de contraintes (FIC) <u><math>K_I</math></u> suite à la propagation de la fissure.....	74

V.3.4.	Discussion des résultats de la courbes $KI(f)$ .....	75
V.3.5.	Calcul du facteur d'intensité de contraintes critique $KIC$ .....	75
V.4.	Discussion des résultats ' $KIC$ ' obtenu .....	76
V.5.	Comparaison des résultats du FICC $K_{Ic}$ pour les deux logiciels .....	77
V.6.	Conclusion .....	77
<b>CONCLUSION GENERALE</b> .....		79
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b> .....		81
<b>Annexe A</b> .....		85
<b>Annexe B</b> .....		98

# *Liste des tableaux*

---

<b>Tableau III-1:</b> Description de quelques directives. ....	33
<b>Tableau III-2:</b> Description de quelques opérateurs. ....	34
<b>Tableau III-3:</b> Systèmes d'unités de mesure cohérents.[21] .....	34
<b>Tableau IV-1:</b> Caractéristiques du matériau.....	46
<b>Tableau IV-2 :</b> Les différentes géométries de fente dans la pièce. ....	48
<b>Tableau V-1 :</b> Valeurs de $K_I$ pour différentes valeurs de $f$ .....	67
<b>Tableau V-2 :</b> Constantes des fonctions polynomiales pour les différents types de fente sur la pièce. 69	
<b>Tableau V-3 :</b> Les valeurs critiques de la longueur de fissure sur les cinq modèles de fente. ....	69
<b>Tableau V-4 :</b> Résultats de $K_{IC}$ .....	70
<b>Tableau V-5 :</b> Comparaison entre les deux résultats théoriques et FRANC2D.....	70
<b>Tableau V-6 :</b> Valeurs de $K_I$ pour différentes valeurs de $f$ . ....	74
<b>Tableau V-7:</b> Constante de la fonction polynomiale pour la fente normale dans la pièce.....	76
<b>Tableau V-8 :</b> La valeur critique de la longueur de fissure. ....	76
<b>Tableau V-9 :</b> Résultats de $K_{IC}$ . ....	76
<b>Tableau V-10 :</b> Comparaison entre les résultats du FICC $K_{IC}$ des deux logiciels. ....	77
<b>Tableau A-1:</b> Valeurs de $K_I$ pour différentes valeurs de $f$ .....	87
<b>Tableau A-2 :</b> Valeurs de $K_I$ pour différentes valeurs de $f$ . ....	90
<b>Tableau A-3 :</b> Valeurs de $K_I$ pour différentes valeurs de $f$ . ....	93
<b>Tableau A-4 :</b> Valeurs de $K_I$ pour différentes valeurs de $f$ . ....	96

# *Liste des figures*

---

<b>Figure I.1:</b> Courbe de contrainte/déformation .....	5
<b>Figure I.2 :</b> Les zones existantes au voisinage d'une fissure.....	6
<b>Figure I.3:</b> Les trois modes de rupture.....	7
<b>Figure I.4 :</b> la limite d'élasticité à 0,2 % (Re 0,2).....	8
<b>Figure I.5:</b> Fissure droite en situation plane .....	11
<b>Figure I.6 :</b> Influence de l'épaisseur sur la ténacité.....	14
<b>Figure I.7 :</b> Influence de la température et de la vitesse de déformation sur la ténacité.....	14
<b>Figure I.8 :</b> Présentation du contour de l'intégrale de RICE.....	16
<b>Figure II.1:</b> Illustration schématique qualitative montrant l'origine de la concentration de contraintes .....	19
<b>Figure II.2:</b> Champs de contraintes dans différents cas de pièces lisses ou entaillés.....	20
<b>Figure II.3:</b> Plaque percée d'un trou circulaire de rayon a et soumise, loin du trou, à une sollicitation de traction simple .....	21
<b>Figure II.4:</b> Répartition des contraintes sur une plaque comportant un trou elliptique.....	25
<b>Figure II.5:</b> Montage de polariscope.....	26
<b>Figure II.6:</b> Photoélasticité d'une plaque trouée en traction.....	27
<b>Figure II.7:</b> Distribution des contraintes à une discontinuité.....	28
<b>Figure II.8 :</b> Effet d'un trou dans une plaque.....	30
<b>Figure III.1:</b> Schéma démonstratif de la procédure de résolution des problèmes avec CASTEM.[24]	36
<b>Figure III.2:</b> Description de la fenêtre du système CASCA. [25] .....	38
<b>Figure III.3:</b> Menu principal de l'interface du logiciel FRANC2D. [27].....	42
<b>Figure IV.1:</b> Courbe contrainte déformation de l'alliage d'aluminium A5083 D'après Wuchao Yang, Xudong Qian. [28].....	47
<b>Figure IV.2 :</b> Pièce rectangulaire à plusieurs géométries de fente .....	48
<b>Figure IV.3:</b> Modèle d'une pièce à fente normale (type1).....	49
<b>Figure IV.4:</b> Contour extérieur et intérieur de notre 'éprouvette en MM. ....	50
<b>Figure IV.5:</b> Surfaçage de l'éprouvette.....	51
<b>Figure IV.6:</b> Champ de force appliqué sur tout le long du bord supérieur de l'éprouvette en N.....	53
<b>Figure IV.7 :</b> Contour de notre pièce sur CASCA.....	55
<b>Figure IV.8 :</b> Les sous-régions de notre pièce.....	56
<b>Figure IV.9 :</b> Application de la densité tout le long de notre pièce.....	57

<b>Figure IV.10</b> : L'état final de notre maillage sur le logiciel CASCA.....	58
<b>Figure IV.11</b> : Encastrement de la pièce selon X et Y.....	59
<b>Figure IV.12</b> : Propriétés du matériau sur FRANC2D. ....	60
<b>Figure IV.13</b> : Charge appliqué sur la ligne supérieure de notre pièce en N. ....	61
<b>Figure V.1</b> : Les différentes géométries de fente dans l'éprouvette pour les cinq modèles. ....	63
<b>Figure V.2</b> : la distribution de contraintes ( $\sigma_{yy}$ ) sur l'éprouvette avant fissure en Pa. ....	64
<b>Figure V.3</b> : a) Maillage d'éprouvette avant application de fissure. b) Résultat de maillage après application de fissure 'f'. C) Vue plus proche de la fissure appliquée $f=0,5\text{mm}$ . ....	65
<b>Figure V.4</b> : Simulation de la distribution de contrainte ( $\sigma_{yy}$ ) dans l'éprouvette après propagation de fissure en Pa.....	66
<b>Figure V.5</b> : a) Trajectoire de la propagation de la fissure. b) L'état de l'éprouvette après déformation. ....	66
<b>Figure V.6</b> : Courbe de facteur d'intensité de contrainte KI en fonction de f.....	67
<b>Figure V.7</b> : La distribution de contraintes ( $\sigma_{yy}$ ) sur l'éprouvette en Pa.....	71
<b>Figure V.8</b> : a) Maillage d'éprouvette avant application de fissure. b) Résultat de maillage après application de fissure 'f'. C) Vue plus proche de la fissure appliquée $f=0,5\text{mm}$ . ....	72
<b>Figure V.9</b> : Maillage non déformé de la propagation de fissure dans la pièce avec trajectoire de la propagation. ....	73
<b>Figure V.10</b> : a) Maillage non déformée de la pièce après propagation de la fissure. b) Maillage déformée à la rupture de la pièce après propagation de la fissure.....	74
<b>Figure V.11</b> : Courbe de facteur d'intensité de contrainte $K_I$ en fonction de f. ....	75
<b>Figure A.1</b> : a) Maillage d'une fente carré dans l'éprouvette sur FRANC2D. b) la distribution de contraintes ( $\sigma_{yy}$ ) sur l'éprouvette avant fissure en Pa. ....	85
<b>Figure A.2</b> : Maillage après propagation de fissure dans la pièce. b) Vue plus proche de la propagation de fissure.....	85
<b>Figure A.3</b> : Simulation de la distribution de contrainte ( $\sigma_{yy}$ ) dans l'éprouvette après propagation de fissure en Pa et trajectoire.....	86
<b>Figure A.4</b> : L'état de l'éprouvette après déformation.....	86
<b>Figure A.5</b> : Courbe de facteur d'intensité de contraintes KI en fonction de f. ....	87
<b>Figure A.6</b> : a) Maillage d'une fente circulaire dans l'éprouvette sur FRANC2D. b) la distribution de contraintes ( $\sigma_{yy}$ ) sur l'éprouvette avant fissure en Pa. ....	88
<b>Figure A.7</b> : Maillage après propagation de fissure dans la pièce. b) Vue plus proche de la propagation de fissure.....	88
<b>Figure A.8</b> : Simulation de la distribution de contrainte ( $\sigma_{yy}$ ) dans l'éprouvette après propagation de fissure en Pa et trajectoire.....	89

<b>Figure A.9</b> : L'état de l'éprouvette après déformation.....	89
<b>Figure A.10</b> : Courbe de facteur d'intensité de contraintes KI en fonction de f. ....	90
<b>Figure A.11</b> : a) Maillage d'une fente elliptique dans l'éprouvette sur FRANC2D. b) la distribution de contraintes ( $\sigma_{yy}$ ) sur l'éprouvette avant fissure en Pa.....	91
<b>Figure A.12</b> : Maillage après propagation de fissure dans la pièce. b) Vue plus proche de la propagation de fissure.....	91
<b>Figure A.13</b> : Simulation de la distribution de contrainte ( $\sigma_{yy}$ ) dans l'éprouvette après propagation de fissure en Pa et trajectoire. ....	92
<b>Figure A.14</b> : L'état de l'éprouvette après déformation.....	92
<b>Figure A.15</b> : Courbe de facteur d'intensité de contraintes KI en fonction de f. ....	93
<b>Figure A.16</b> : a) Maillage d'une fente losange dans l'éprouvette sur FRANC2D. b) la distribution de contraintes ( $\sigma_{yy}$ ) sur l'éprouvette avant fissure en Pa.....	94
<b>Figure A.17</b> : Maillage après propagation de fissure dans la pièce. b) Vue plus proche de la propagation de fissure.....	94
<b>Figure A.18</b> : Simulation de la distribution de contrainte ( $\sigma_{yy}$ ) dans l'éprouvette après propagation de fissure en Pa et trajectoire.....	95
<b>Figure A.19</b> : L'état de l'éprouvette après déformation. ....	95
<b>Figure A.20</b> : Courbe de facteur d'intensité de contraintes KI en fonction de f. ....	96

# *Nomenclatures générales*

---

$\mu$	Module de cisaillement.
$\sigma_{ij}$	Contraintes [Mpa].
J	Intégrale de Rice.
G	Taux de restitution d'énergie.
E	Module de Young.
$r, \theta$	Coordonnées polaires.
OX	Direction parallèle à la fissure.
OY	Direction normale à la fissure.
O	Origine du repère.
$\varepsilon_{ij}$	Déformations.
$\Phi$	Fonction d'Airy.
$\Delta\Phi$	Laplacien de $\Phi$ .
F	Force appliquée [N].
$\nu$	Coefficient de poisson.
$K_I$ ; FIC	Facteur d'intensité de contraintes en mode I [ $\text{Mpa.m}^{1/2}$ ].
$K_{IC}$ ; FICC	Facteur d'intensité de contraintes critique [ $\text{Mpa.m}^{1/2}$ ].
f	Longueur de fissure [mm].
$f_c$	Longueur de fissure critique [mm].
CASCA	Générateur de maillage pour 'FRANC2D'
FRANC2D	Code d'analyse de la mécanique de la rupture à deux dimensions.
CASTEM	Logiciel d'éléments finis pour simulation numérique.



**Introduction générale**



# INTRODUCTION GENERALE

Dans l'approche de résistance des matériaux, les sollicitations appliquées sont comparées à la limite d'élasticité ou à la résistance à la traction du matériau sous contrainte, mais dans l'approche mécanique de la rupture, on s'intéresse à la taille de fissures présentes dans le matériau ainsi qu'à la ténacité du matériau, ce mémoire est une approche qui se repose les résultats de la simulation sur les logiciels des éléments finis FRANC2D et CASTEM que nous allons développer dans notre mémoire intitulé : **L'effet des différentes géométries de fente à la rupture sur la ténacité du matériau.**

Le facteur d'intensité de contraintes (FIC) est un paramètre nécessaire pour déterminer la nocivité d'une fissure dans une structure quelconque, dans le cadre de la mécanique de la rupture fragile. En effet, il intervient dans les critères de propagation. Cela rend donc sa détermination inévitable dans le calcul des structures fissurées.

Nous allons calculer le facteur d'intensité de contraintes (FIC)  $K_I$  et critique (FICC)  $K_{IC}$  par ces deux logiciels et faire une comparaison entre les résultats de ces deux derniers par la suite.

Ce mémoire se divise en cinq chapitres :

- Le premier chapitre consiste d'une étude bibliographique, afin de présenter les principaux concepts de la mécanique de la rupture exploités dans notre travail
- Le deuxième chapitre met en évidence l'importance de la concentration de contraintes et son influence sur la mécanique de la rupture.
- Dans le troisième chapitre, nous allons décrire les logiciels de simulation d'éléments finis utilisés dans ce mémoire.
- Le quatrième chapitre est dédié pour mettre en œuvre les étapes importantes de la simulation sur les deux logiciels d'éléments finis FRANC2D et CASTEM.
- Nous allons entreprendre dans le dernier chapitre, les résultats de notre simulation faite auparavant. Nous allons calculer le facteur d'intensité de contraintes  $K_I$  et le facteur d'intensité de contraintes critique  $K_{IC}$  à travers les deux logiciels d'éléments finis FRANC2D et CASTEM, pour les différentes géométries de fente dans notre pièce.
- Nous clôturons ce mémoire par une conclusion générale retirant les points les plus importants de l'étude ci présente, suivie par une liste de bibliographie et les annexes.



# **Chapitre I :**

*Notions de base sur la mécanique de la rupture*

## Chapitre I NOTIONS DE BASE SUR LA MECANIQUE DE RUPTURE

### I.1. Introduction :

Dans ce chapitre, on va présenter un rappel théorique sur la mécanique linéaire de la rupture. Elle concerne les matériaux dont le comportement est élastique linéaire. Dans le cadre de travaux sur les matériaux fragiles comme le verre, les chercheurs du milieu du 20<sup>me</sup> siècle ont ainsi pu déterminer une grandeur scalaire notée  $K$  et appelée Facteur d'Intensité de Contrainte qui caractérise les champs de contraintes et de déformations au voisinage de la fissure. Ce paramètre a permis d'établir un seuil  $K_{IC}$  pour déterminer l'amorçage et la propagation il a pu être relié à l'énergie libérée par la fissure au cours de sa propagation.[1]

### I.2. Définition de la mécanique de rupture :

La mécanique de la rupture s'intéresse à la formation et à la propagation de fissures macroscopiques dans les structures, ce qui peut conduire à la séparation d'un corps en deux parties disjointes suite à une phase d'amorçage qui a vu le développement de microcavités, microfissures... mais les fissures peuvent aussi s'arrêter. Le mode de rupture peut être fragile (sans déformation plastique) ou ductile (avec déformation plastique).

### I.3. Approche générale de la mécanique de rupture :

La mécanique de la rupture se propose de décrire les étapes d'amorçage et de propagation de la fissuration. Selon le comportement du matériau durant la propagation d'une fissure, Il peut s'agir d'une contrainte de traction, de compression, de cisaillement ou de torsion. On peut être confronter à deux types de rupture : [2]

- Rupture fragile : Caractérisée par l'absence de déformation plastique et par la propagation très rapide possible des fissures (mécanique linéaire de la rupture).
- Rupture ductile : En présence de déformation plastique non négligeable (mécanique non linéaire de la rupture).

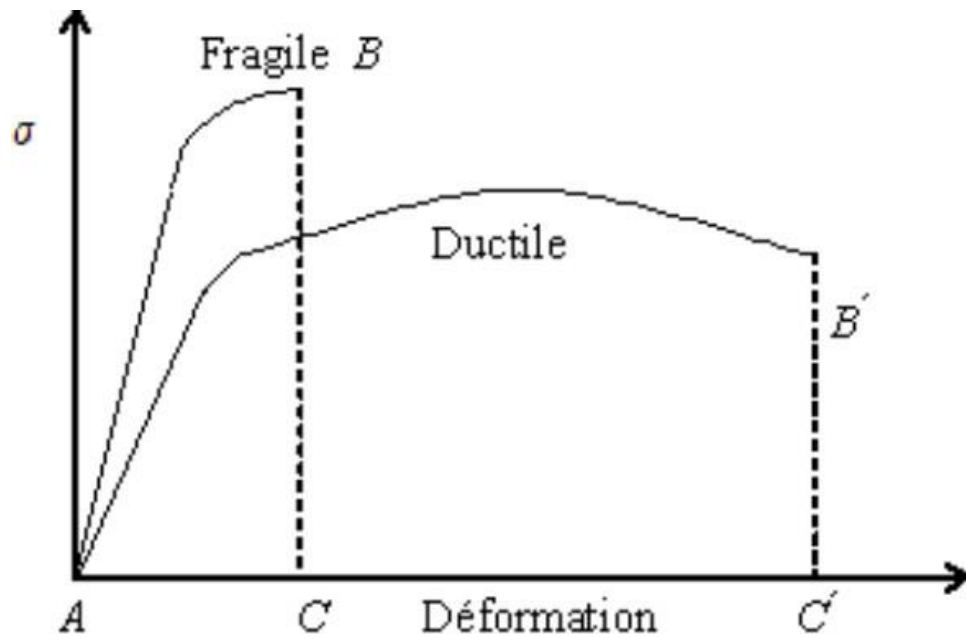
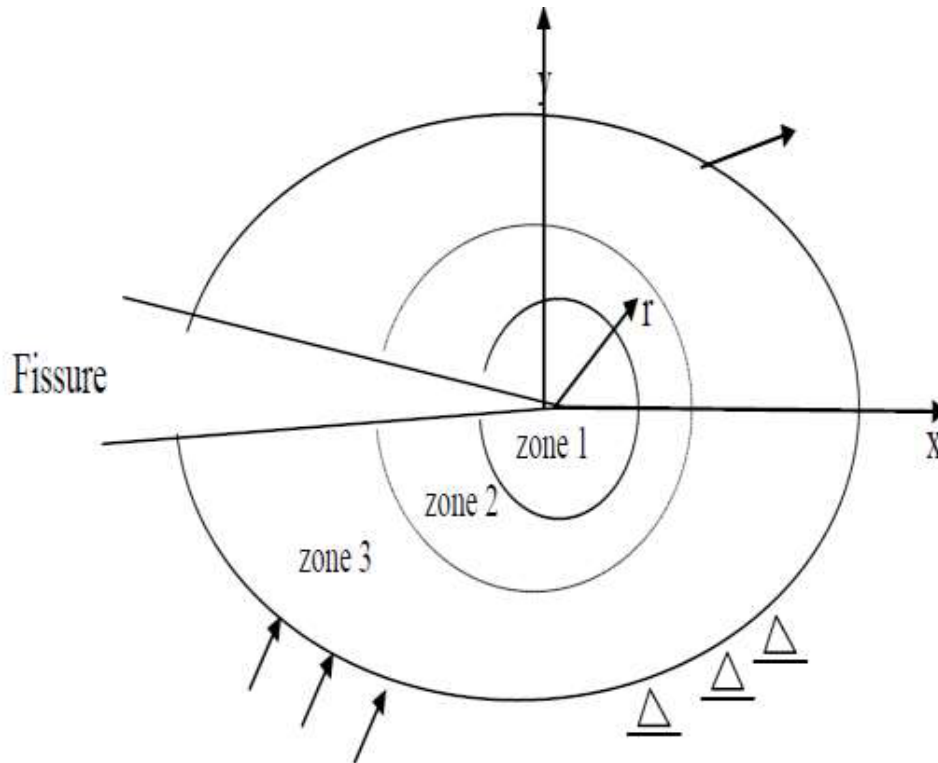


Figure I.1 : Courbe de contrainte/déformation.

#### I.4. Les zones au voisinage de la pointe de fissure :

D'un point de vue mécanique, on peut distinguer, schématiquement, dans un milieu fissuré trois zones successives. [3][4]



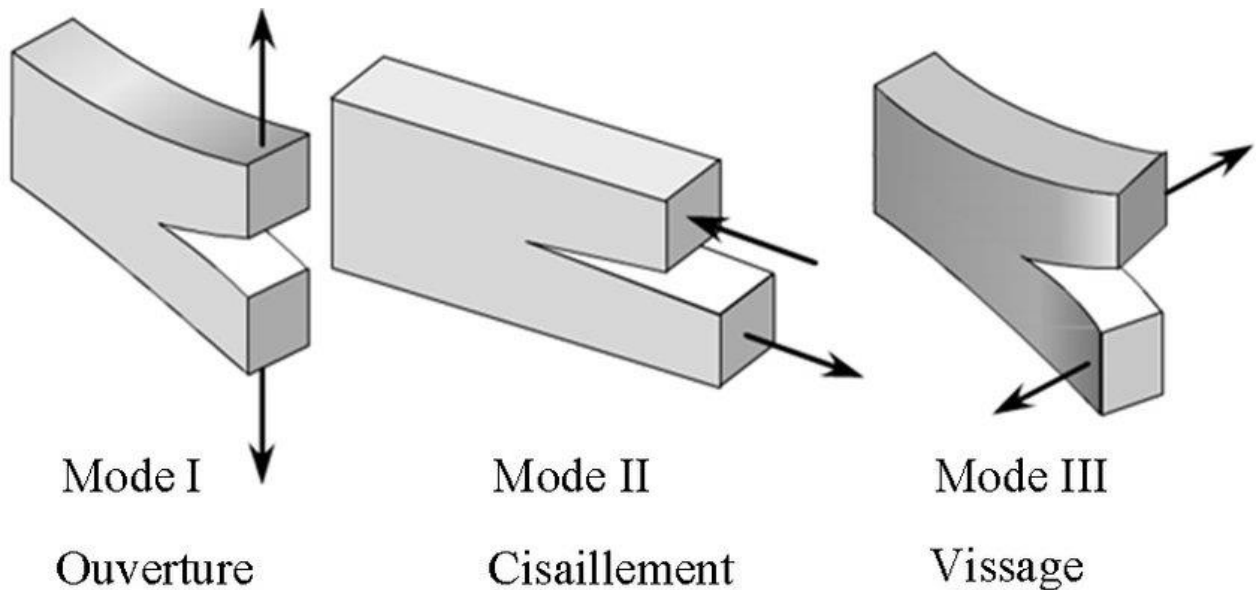
**Figure I.2 :** Les zones existantes au voisinage d'une fissure.

- La zone d'élaboration (1) : Elle se trouve à la pointe de fissure, son étude est très complexe à cause des contraintes importantes qui provoquent l'endommagement irréversible de la matière. La théorie classique de mécanique de rupture réduit cette zone à un point pour les problèmes plans.
- La zone singulière (2) : Dans laquelle les champs de déplacements, de déformations et de contraintes sont continus et possèdent une formulation indépendante de la géométrie lointaine de la structure. On démontre que dans cette zone, les contraintes sont infinies au voisinage de la pointe de la fissure ( $r \rightarrow 0$ ). Le matériau ayant une limite élastique, il existe un rayon  $r_p$  au delà duquel le seuil plastique est franchi. C'est en fonction de la taille de la zone plastique que l'on dira que la rupture est fragile ou ductile.
- La zone lointaine (3) : C'est la zone la plus éloignée de la fissure. Elle raccorde la zone singulière avec les conditions aux limites de chargement et de déplacement.

### I.5. Modes de rupture :

Une fissure est définie comme une surface séparant localement un solide en deux parties. Le champ des déplacements est alors discontinu à travers cette surface et les trois composantes vectorielles de cette discontinuité forment les trois modes de rupture : [5]

- **Le mode I** : Ouverture normale (Contrainte de traction appliquée perpendiculairement au plan de la fissure).
- **Le mode II** : Mode glissement plan (scission dans le plan de la fissure et appliquée perpendiculairement au front de la fissure).
- **Le mode III** : Cisaillement anti-plan (scission dans le plan de la fissure et appliquée parallèlement au front de la fissure).



*Figure I.3 : Les trois modes de rupture.*

**Remarque :** Le mode I est considéré comme le mode le plus dangereux en raison de l'ouverture par traction qui favorise la propagation des fissures. Comme c'est le type le plus répandu dans le cas des matériaux fragiles, on va s'y intéresser le plus dans notre étude.

### I.6. Comportement élastique linéaire :

Pendant la première partie de l'essai, l'éprouvette a un comportement élastique linéaire et obéit la loi de Hooke. Théoriquement la pente de la droite est égale au module d'Young ; en pratique, le module d'élasticité est très rarement mesuré de cette façon, car, dans le domaine élastique, les déformations sont très faibles, et la précision des mesures laisse alors à désirer. La limite de ce domaine est marquée par une propriété importante. C'est la limite élastique  $Re$ . [6]

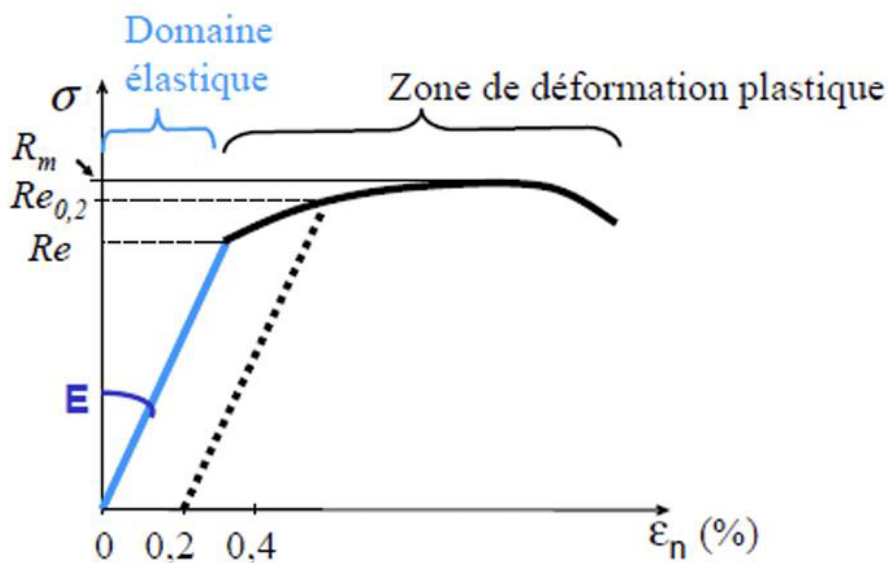


Figure I.4 : la limite d'élasticité à 0,2 % ( $Re_{0,2}$ ).

En toute rigueur, la limite d'élasticité  $Re$  correspond à la contrainte à partir de laquelle le comportement du matériau s'écarte de la loi de Hooke, c'est-à-dire au moment où apparaît la première déformation plastique irréversible. En d'autres termes, La limite d'élasticité devrait donc correspondre, à la contrainte à partir de laquelle il n'y a plus proportionnalité entre contrainte et déformation. En pratique, même si sa définition est simple, une telle limite de proportionnalité est très difficile à apprécier, car le passage du domaine élastique au domaine plastique se fait de façon progressive ; la limite de proportionnalité, ou limite d'élasticité vraie  $Re$  dépend donc de la précision que l'on a sur la mesure de l'allongement. On lève toute ambiguïté en définissant une limite

conventionnelle d'élasticité à 0,2 %, notée  $Re\ 0.2$ : Elle définit la contrainte à laquelle correspond une déformation plastique permanente égale à 0,2 %. [6]

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

## I.7. Rappel sur l'élasticité plane et anti plane :

### I.7.1. Elasticité plane :

On dit qu'on est en situation de déformation plane dans le plan  $(X_1, X_2)$  si le déplacement  $u$  est indépendant de  $X_3$ , et si sa composante  $u_3$  est nulle. Il en résulte immédiatement que  $\varepsilon$  est également indépendant de  $X_3$  et que  $\varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0$ . La loi d'élasticité, supposé isotrope, implique qu'il en est de même de  $\sigma$ . [7]

Les équations d'équilibre :

$$\sigma_{11,1} + \sigma_{12,2} = 0 \quad (\text{I.1})$$

$$\sigma_{21,1} + \sigma_{22,2} = 0 \quad (\text{I.2})$$

L'absence de force de masse implique qu'il existe une fonction  $\Phi(x_1, x_2)$  appelée fonction d'Airy, telle que :

$$\sigma_{11} = \Phi_{,22} \quad (\text{I.3})$$

$$\sigma_{22} = \Phi_{,11} \quad (\text{I.4})$$

$$\sigma_{12} = -\Phi_{,12} \quad (\text{I.5})$$

L'équation de Beltrami devient :

$$\Delta\Delta\Phi = 0 \quad (\text{I.6})$$

Cette dernière exprime que la fonction d'Airy est bi-harmonique.

Où :

$$\Delta\Phi = \Phi_{,11} + \Phi_{,22} \quad (\text{I.7})$$



On utilise fréquemment l'expression de  $\sigma$  en coordonnées polaires, que l'on obtient par changement de base :

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{r^2}\Phi_{,\theta\theta} + \frac{1}{r}\Phi_{,r} \quad (\text{I.8})$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \Phi_{,rr} \quad (\text{I.9})$$

$$\sigma_{r\theta} = -\left(\frac{1}{r}\Phi_{,\theta}\right)_{,r} \quad (\text{I.10})$$

### I.7.2. Elasticité anti plane :

On dit que l'on est en situation de déformation anti plane si  $u_1$  et  $u_2$  sont nuls et si  $u_3$  ne dépend que de  $x_1$  et  $x_2$ . Toutes les composantes de tenseur de déformation sont alors nulles, sauf  $\varepsilon_{13} = \frac{1}{2}u_{3,1}$  et  $\varepsilon_{23} = \frac{1}{2}u_{3,2}$ . La loi d'élasticité (isotrope) indique qu'il en est de même des composantes de tenseur de contrainte, à l'expression de  $\sigma_{13} = \mu u_{3,1}$  et  $\sigma_{23} = \mu u_{3,2}$ . [7]

Donc les équations d'équilibre se réduisent à :

$$\sigma_{31,1} + \sigma_{32,2} = 0 \quad \longrightarrow \quad \Delta u_3 = 0 \quad (\text{I.11})$$

Ainsi  $u_3$  doit être en fonction harmonique, donc on peut écrire :

$$\mu u_3 = \text{Re } f(z) \quad (\text{I.12})$$

Où  $f(z)$  est une fonction analytique de  $z$  tel que :

$$\begin{cases} z = x_1 + ix_2 \\ f' = \sigma_{31} + i\sigma_{32} \end{cases} \quad (\text{I.13})$$

### I.8. Singularité des contraintes en mode I et mode II :

La singularité est de type  $1/\sqrt{r}$ . On va la démontrer comme suit : considérons une fissure droite en situation de déformation plane. Cherchons la forme asymptotique des contraintes au voisinage de sa pointe. Pour cela, définissons classiquement un repère (O, X, Y) avec O confondu avec la

pointe et OX se situe dans le prolongement de la fissure, et les coordonnées polaires  $(r, \theta)$  correspondants. [7]

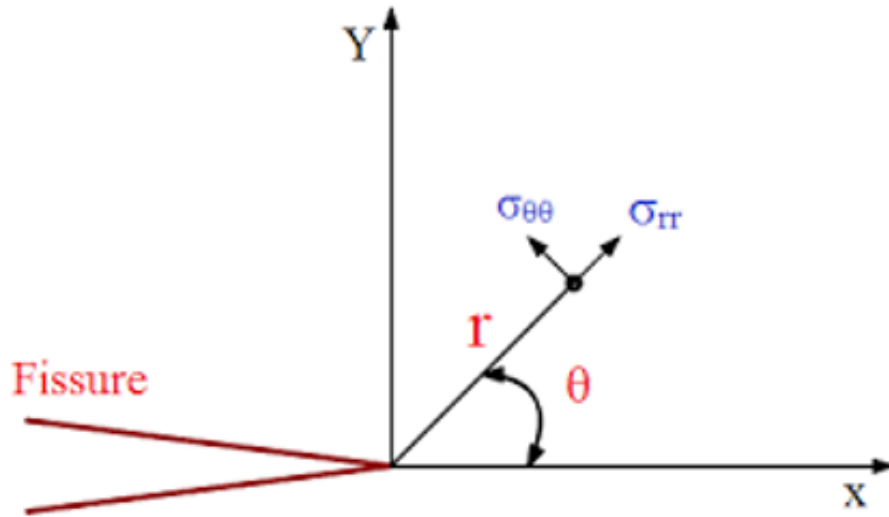


Figure I.5 : Fissure droite en situation plane.

La démarche classique, due à Williams (1952), que nous allons suivre, consiste à étudier la fonction d’Airy du problème, qui vérifie les équations suivantes :

$$\Delta\Delta\Phi = 0 \quad \text{Équation de Beltrami}$$

Conditions de bord libres sur la fissure

$$\begin{cases} \sigma_{\theta\theta}(r, \pm\pi) = \Phi_{,rr}(r, \pm\pi) = 0 \\ \sigma_{r\theta}(r, \pm\pi) = -\left(\frac{1}{r}\Phi_{,\theta}\right)_{,r}(r, \pm\pi) \end{cases} \quad (I.14)$$

Cherchons  $\Phi$  sous la forme :

$$\Phi(r, \theta) = r^{\alpha+2}\psi(\theta) \quad (I.15)$$

On trouve l’expression asymptotique des contraintes :

$$\sigma_{rr} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}}(5\cos\frac{\theta}{2} - \cos\frac{3\theta}{2}) + \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}}(-5\sin\frac{\theta}{2} + 3\sin\frac{3\theta}{2}) \quad (I.16)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}}(3\cos\frac{\theta}{2} + \cos\frac{3\theta}{2}) + \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}}(-3\sin\frac{\theta}{2} - 3\sin\frac{3\theta}{2}) \quad (I.17)$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}}(\sin\frac{\theta}{2} + \sin\frac{3\theta}{2}) + \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}}(\cos\frac{\theta}{2} + 3\cos\frac{3\theta}{2}) \quad (I.18)$$

Les coefficients  $K_I$  et  $K_{II}$  sont appelés facteurs d'intensité de contrainte en mode I et II respectivement.

Ce résultat montre que peu importe la géométrie du corps étudié, quel que soit le chargement appliqué, l'expression asymptotique des contraintes dépend seulement des deux constantes  $K_I$  et  $K_{II}$ .

A partir des contraintes, on peut calculer les déformations puis le déplacement. Le résultat est le suivant en coordonnées polaire :

$$u_r = \frac{K_I}{4\mu\sqrt{2\pi}}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}[(5 - 8\nu)\cos\frac{\theta}{2} - \cos\frac{3\theta}{2}] + \frac{K_{II}}{4\mu\sqrt{2\pi}}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}[(-5 + 8\nu)\sin\frac{\theta}{2} + 3\sin\frac{3\theta}{2}] \quad (I.19)$$

$$u_\theta = \frac{K_I}{4\mu\sqrt{2\pi}}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}[(-7 + 8\nu)\sin\frac{\theta}{2} + \sin\frac{3\theta}{2}] + \frac{K_{II}}{4\mu\sqrt{2\pi}}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}[(-7 + 8\nu)\cos\frac{\theta}{2} + \cos\frac{3\theta}{2}] \quad (I.20)$$

### I.9. Singularité de contrainte en mode III :

On prend en considération le cas de déformation anti plan. L'expression asymptotique des contraintes s'écrira ainsi : [7]

$$\sigma_{13} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}}\sin\frac{\theta}{2} \quad (I.21)$$

$$\sigma_{32} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2} \quad (I.22)$$

$K_{III}$  Est le facteur d'intensité (FIC) en mode III.

Le déplacement qui lui correspond s'identifie comme :

$$u_3 = \frac{2K_{III}}{\mu}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\sin\frac{\theta}{2}$$

(I.23)

### I.10. Facteur d'intensité de contraintes :

Dans le cadre de la mécanique de la rupture fragile, le facteur d'intensité de contrainte « K » est le seul paramètre significatif permettant de connaître l'état de contrainte et de déformation en toute pointe de fissure. [7] [8]

Le FIC s'exprime en mode I comme :

$$K_I = Y\sigma\sqrt{\pi a} \quad (I.24)$$

Tel que :

Y : Facteur géométrique appelé facteur de forme.

a : Longueur de la fissure

Comme notre cas serai une fissure centrale dans une plaque infinie, Y=1.

- **Critère de propagation d'IRWIN en mode I :**

Irwin postule l'existence d'une grandeur appelée « ténacité » et notée  $K_c$ , caractéristique du matériau, d'où : [8]

$$K_I \geq K_{IC} \longrightarrow \text{Critère de propagation} \quad (I.25)$$

### I.11. Ténacité d'un matériau :

La ténacité est la résistance contre la propagation d'une fissure préalablement existante, comme les autres propriétés des matériaux (la limite d'élasticité, le module d'élasticité longitudinale). Cette propriété est intrinsèque. Elle dépend surtout de : [9]

- La température d'essai.
- L'épaisseur de l'éprouvette (Etat de contraintes).
- La vitesse de l'essai.

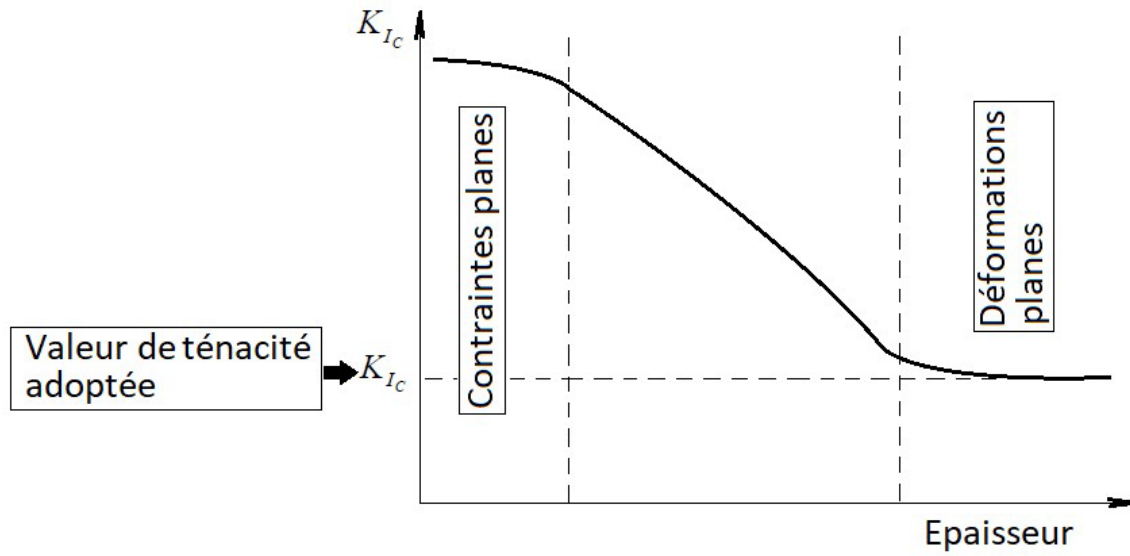


Figure I.6 : Influence de l'épaisseur sur la ténacité.

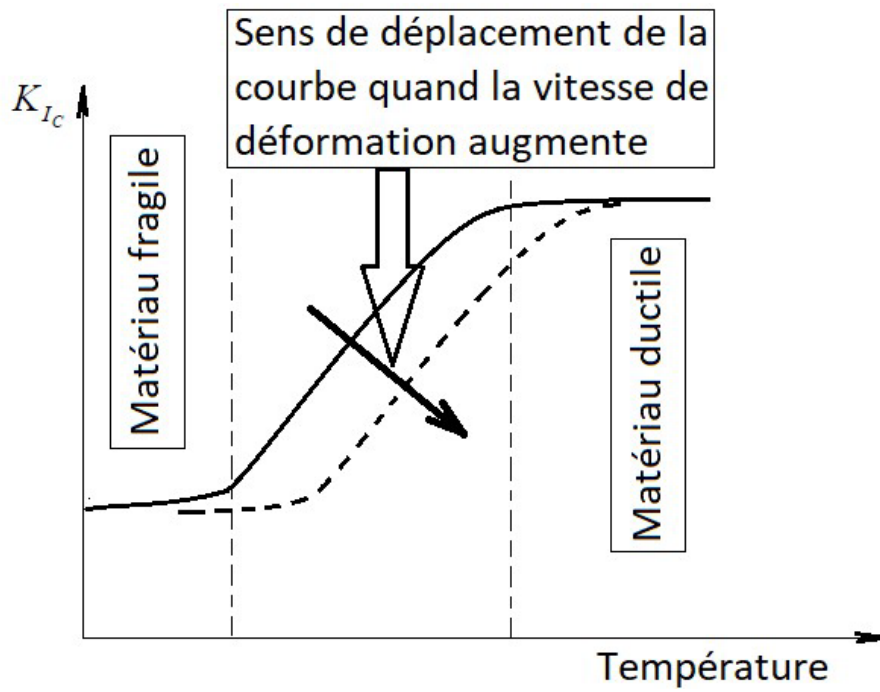


Figure I.7 : Influence de la température et de la vitesse de déformation sur la ténacité.

### I.12. Taux de restitution d'énergie élastique :

Les méthodes énergétiques d'évaluation du facteur d'intensité des contraintes sont basées sur la notion de taux de restitution d'énergie élastique  $G$  définie par : [8]

$$G = - \frac{\partial \Pi}{\partial A} \quad (I.26)$$

Tel que :

$\partial \Pi$  : La variation de l'énergie potentielle due à l'avancée de la fissure

$\partial A$  : La variation de surface de l'air fissurée

$G$  est relié aux facteurs d'intensité de contrainte par la formule d'IRWIN : [7]

$$J = G = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{\acute{E}} + \frac{K_{III}^2}{2\mu} \quad (I.27)$$

Avec :

$\acute{E} = E \longrightarrow$  contraintes planes.

$\acute{E} = \frac{E}{1-\nu^2} \longrightarrow$  déformations planes.

Sachant que :

$\mu = \frac{E}{2(1+\nu^2)}$  : Le module de cisaillement.

$E$  : Le module de Young.

$\nu$  : Le coefficient de poisson.

### I.13. Intégrale de Rice :

La caractérisation du champ de contrainte au voisinage de la singularité peut être réalisée au moyen de certains intégrales de contour.

Le taux de restitution d'énergie  $G$  peut alors s'écrire sous la forme d'une intégrale notée  $J$  sur le contour ouvert et continue  $\Gamma$  entourant la pointe de la fissure (voir figure I.8).

La formulation originale a été définie par RICE, dans un milieu élastique linéaire fissuré plan (état de déformation plane), en l'absence de chargement sur la fissure : [10]

$$G = J = \int_{\Gamma} W dy - \vec{T} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} ds \quad (I.28)$$

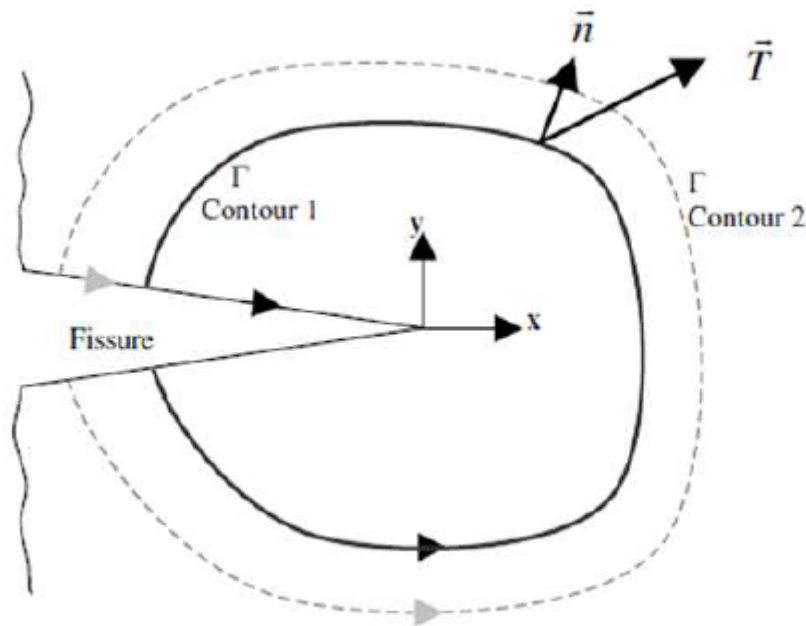
$W$  : La densité de déformation d'énergie élastique.

$\vec{n}$  : La normale unitaire extérieure au contour.

$\vec{T}$  : Le vecteur contrainte au point courant.

$\vec{u}$  : Le vecteur déplacement au même point.

Caractéristique : Cette intégrale est indépendante du choix de contour  $\Gamma$ .



**Figure I.8** : Présentation du contour de l'intégrale de RICE.

### **Conclusion :**

Cette étude bibliographique permet de fixer le cadre dans lequel s'inscrit notre sujet de mémoire. D'un point de vue théorique, nous avons défini la rupture par fissuration, les deux types de fissure et les deux modèles pour décrire la fissuration, ainsi que les trois différents modes élémentaires de la fissuration.

Nous avons également présenté la singularité des contraintes et les différentes grandeurs physiques importants dans notre étude comme le FIC  $K_I$  et le FICC  $K_{IC}$ .



## **Chapitre II :**

*Concentration de contraintes*



---

## Chapitre II CONCENTRATION DE CONTRAINTES

### II.1. Introduction :

La concentration de contraintes est un problème souvent rencontré dans la conception d'un composant ou organe mécanique. C'est un phénomène d'augmentation locale des contraintes dans une zone comportant une modification géométrique de la pièce. Il apparaît dans une discontinuité de l'élément ou d'une structure. [11]

Dans ce chapitre, on va expliquer le phénomène de concentration de contraintes d'un point de vue théorique, ainsi que les paramètres influençant ce phénomène, et les moyens utilisés pour déterminer ce dernier.

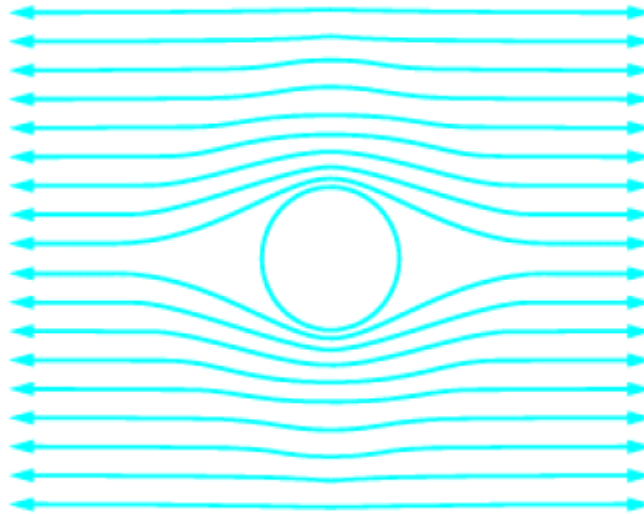
### II.2. Historique :

Le phénomène de concentration de contraintes a été proposé pour la première fois par G. Kirsh en 1898 pour le problème de la concentration de contraintes autour des trous. Ensuite, des solutions analytiques et des formules empiriques ont été progressivement trouvées par différents chercheurs pour des géométries de pièces de plus en plus complexes. Inglis a aussi évoqué ce problème en 1913, mais c'est H. Neuber et R.E. Peterson qui ont plus contribué à la connaissance dans ce domaine. [11]

### II.3. Définition :

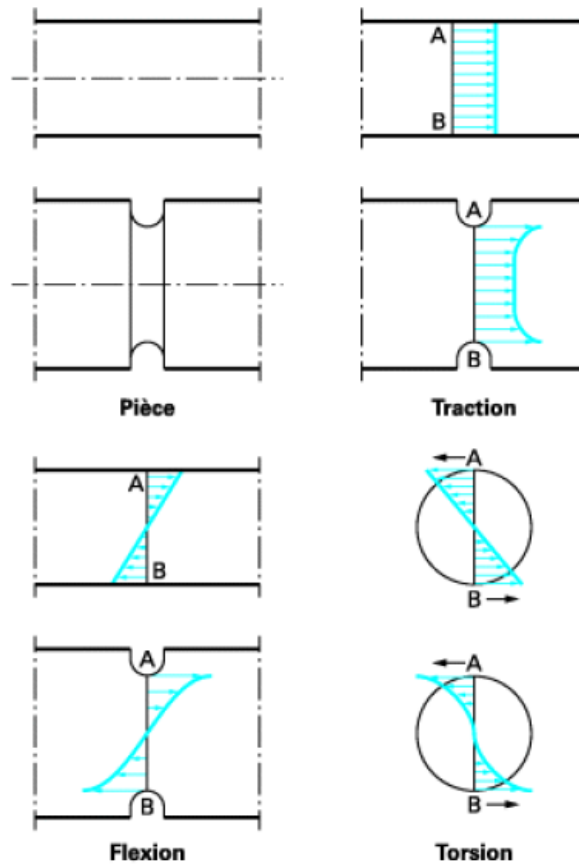
En règle générale, toutes les discontinuités de forme provoquent ce phénomène. Afin de bien illustrer ce problème, on se rapprochera d'une plaque avec un simple trou qui est sous contrainte. En fait, sans trou, les lignes de contrainte sont uniformes, si l'on prend la densité des lignes comme grandeur de la contrainte de traction. Après avoir créé un gap, on observe que ces lignes se perturbent autour du gap et que le volume augmente. Chaque altération d'une discontinuité entraîne une nouvelle répartition des contraintes. En conséquence, nous pouvons modifier la concentration des contraintes en créant un grand nombre de combinaisons différentes de géométrie des éléments.[12]

Par exemple, si on introduit deux trous dans la plaque, la distance entre les deux trous permet de faire varier sensiblement l'importance de cette concentration de contraintes.



*Figure II.1 : Illustration schématique qualitative montrant l'origine de la concentration de contraintes*

Cependant, il faut reconnaître que ce phénomène est présent aussi bien dans les composants ou pièces mécaniques que dans une structure. L'exemple des structures soudées est un cas exemplaire. En effet, la forme du cordon soudé peut modifier considérablement la concentration des contraintes. Nous pouvons également avoir des exemples microscopiques de concentration de contraintes, comme en témoigne la pratique consistant à fabriquer des rainures avec une configuration spécifique. L'effet d'une encoche sur une singularité est l'amélioration de la concentration locale des contraintes. [12]



*Figure II.2 : Champs de contraintes dans différents cas de pièces lisses ou entaillées.*

Dans la zone non entaillée, la répartition des contraintes est représentée par des lignes droites et issue de l'application des formules classiques de résistance des matériaux ; dans ce contexte, nous sommes concernés par la contrainte nominale. Dans les cas de flexion et de torsion, la contrainte nominale est la plus élevée en A et en B.

Dans le cas de pièce entaillée avec la même section nominale, cette répartition est modifiée par le phénomène de concentration de contraintes. On parle alors de contraintes réelles. Dans le cas de la (figure II.2), les contraintes réelles sont également maximales en A et en B.

## II.4. Concentration de contraintes dans une plaque trouée en traction :

Ce problème a pour objectif de montrer que la présence de trous, et plus généralement d'entaille et autres congés de raccordement conduit à un affaiblissement de la structure en raison de sur contraintes locales, appelées concentrations de contrainte.

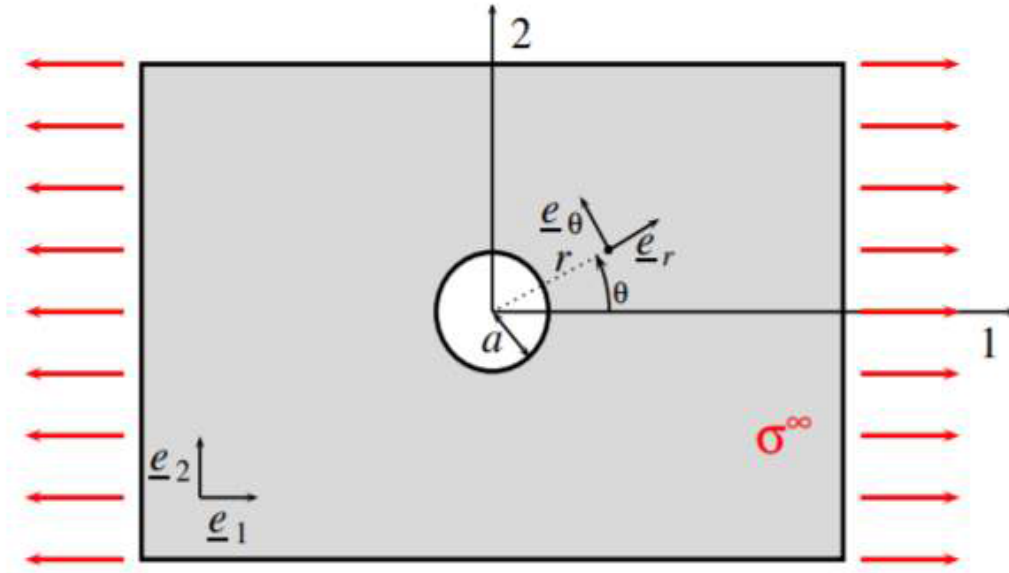
### II.4.1. Champ de contraintes dans une plaque trouée en traction simple :

Une plaque d'épaisseur ( $e=2\text{mm}$ ) percée d'un trou cylindrique à section circulaire de rayon ( $a$ ) est soumise à ses extrémités à un état de traction simple. La géométrie et les données de ce problème sont illustrées par le schéma de la figure II.1. L'axe du trou est  $e_3$  et la direction de traction est  $e_1$ . La longueur et la largeur de la plaque sont supposées suffisamment grandes par rapport à ( $a$ ) pour que l'état de contrainte loin du trou ne soit pas affecté par la présence du trou et puisse donc être assimilé à l'état homogène suivant : [13]

$$\sigma^\infty = \sigma^\infty e_1 \otimes e_1 \quad \text{II.1)}$$

$\sigma^\infty > 0$  C'est la contrainte imposé, le bord du trou et les surfaces  $z = \mp h$  (telle que  $z = T/2$ ) sont libres d'efforts.

Un système de coordonnées cylindriques ( $O, r, \theta$ ) est adopté.  $O$  étant donné le centre de trou, l'angle  $\theta$  étant mesuré par rapport a  $e_1$ . Compte tenue des caractéristiques du chargement, le traitement du problème est justiciable d'une résolution en contraintes planes, fût-elle approchée, le champ de contraintes est donc recherché sous la forme :



**Figure II.3 :** Plaque percée d'un trou circulaire de rayon  $a$  et soumise, loin du trou, à une sollicitation de traction simple.

#### II.4.2. Champ de contrainte loin du trou :

$X(r, \theta)$  une fonction de contrainte qui correspond à un champ de traction simple. On donne les composantes du tenseur de contraintes loin du trou dans le système de coordonnées cylindriques, en intégrant les relations : [13]

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{r} \frac{\partial X}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 X}{\partial \theta^2} \quad \text{II.2)}$$

$$\sigma_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial X}{\partial \theta} \right) \quad \text{II.3)}$$

On substitue :

$$\underline{e}_1 = \cos \theta \underline{e}_r - \sin \theta \underline{e}_\theta \quad \text{II.4)}$$

D'où :

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^{\infty} = \frac{\sigma^{\infty}}{2}(1 + \cos 2\theta) \\ \sigma_{\theta\theta}^{\infty} = \frac{\sigma^{\infty}}{2}(1 - \cos 2\theta) \\ \sigma_{r\theta}^{\infty} = -\frac{\sigma^{\infty}}{2}\sin 2\theta \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

Par la suite, on intègre l'équation  $\sigma_{\theta\theta} = \frac{\partial^2 X}{\partial r^2}$  pour trouver la fonction de contrainte conduisant au champ de traction simple.

On trouve :

$$X = \frac{\sigma^{\infty}}{2}(1 - \cos 2\theta)\frac{r^2}{2} + g(\theta)r + h(\theta) \quad (\text{II.6})$$

Après le calcul de  $\sigma_{r\theta}$  grâce à l'équation précédente, on déduit que « h » est constante. En calculant  $\sigma_{rr}$  aussi, on trouve que ( $g = g_1 \cos \theta + g_2 \sin \theta$ ).

On vérifie que la contribution aux contraintes des termes en  $h$ ,  $g_1$ ,  $g_2$  est nulle.

Par la fin, la fonction de contraintes associé à l'état de traction simple est :

$$X = \frac{\sigma^{\infty}}{2}(1 - \cos \theta)\frac{r^2}{2} \quad (\text{II.7})$$

## II.5. Coefficient théorique de concentration de contraintes « $K_t$ » :

Pour un type particulier de contrainte, le rapport entre la contrainte réelle (inférieure à la limite élastique) et la contrainte nominale en un endroit particulier ne dépend pas de la charge appliquée. Le choix du facteur de concentration des contraintes est donc logique.

L'expression mathématique ci-dessous a été publiée par PETERSON à la suite des travaux de NEUBER, dans le cas d'une traction simple : [11]

$$k_t = 1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}} \quad (\text{II.8})$$

L'indice « t » signifie que ces coefficients sont théoriques et que leur calcul dépend de la théorie d'élasticité.

$a$ : La demi longueur de l'entaille.

$\rho$ : Le rayon de courbure de l'entaille.

Pour le cas d'un trou elliptique dans une plaque, la contrainte maximale qui se trouve aux extrémités à l'axe horizontal du trou est donné par cette équation :

$$\sigma_{max} = \sigma \left( 1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}} \right) \quad (\text{II.9})$$

Tel que «  $\sigma$  » désigne la contrainte de traction appliquée aux extrémités de la plaque.

- (Cas d'un trou) :  $a = \rho$  d'où  $k_t = 3$

Le facteur de concentration de contrainte est défini comme le rapport de la contrainte maximale réelle sur la contrainte nominale.

$$k_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \quad (\text{II.10})$$

$\sigma_{max}$  : Contrainte maximale.

$\sigma_{nom}$  : Contrainte nominale.

$\sigma_{max}$  (Réelle) est calculé par les méthodes numérique comme la méthode des éléments finis, ou par les méthodes analytiques pour les géométries simples.

$\sigma_{nom}$  Est calculé grâce à des formules de résistance de matériaux, en considérant la pièce comme une barre ou une plaque sans prendre en compte la discontinuité géométrique.

La sévérité de la concentration de contraintes dépend de la géométrie et de la configuration de l'entaille. Lorsqu'on conçoit une structure, on cherche à réduire autant que possible les concentrations de contraintes pour éviter notamment les problèmes de rupture par fatigue.

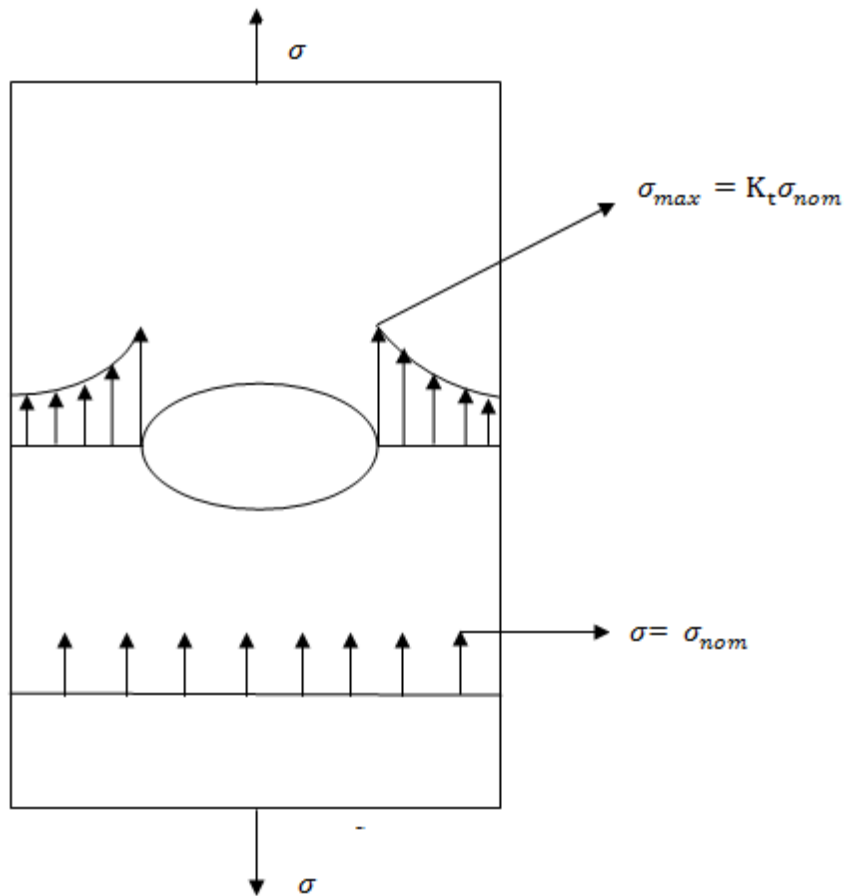
Prenant l'exemple le cas d'une traction ou compression :

$$\sigma_{nom} = \frac{F}{S} \quad (II.11)$$

Tel que :

F : effort de traction ou de compression.

S : section de l'éprouvette.



**Figure II.4** : Répartition des contraintes sur une plaque comportant un trou elliptique.

La contrainte maximale  $\sigma_{max}$  augmente avec le rapport  $\frac{a}{\rho}$ , d'une manière que le trou devient très étroit. Comme la fissure est perpendiculaire à la direction de traction cela provoque une



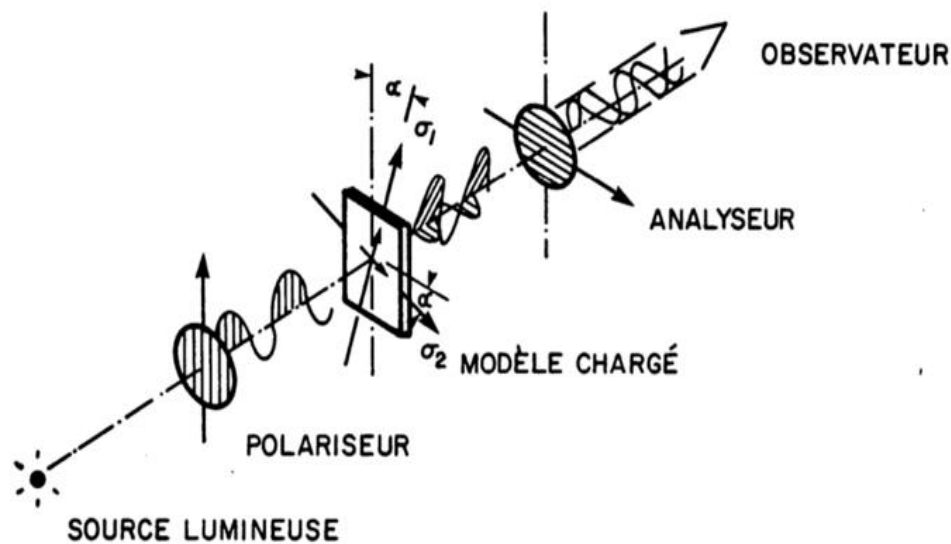
concentration de contrainte élevé, ce dernier expose pourquoi les fissures perpendiculaires à la direction des efforts ont tendance à s'étirer. [14]

## II.6. Quelques méthodes de détermination du facteur d'intensité de contrainte :

### II.6.1. Photoélasticité :

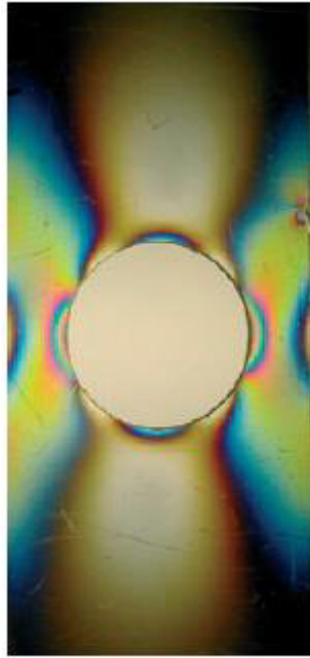
Une méthode expérimentale très répandue et universelle pour mesurer le facteur d'intensité de contrainte. On utilise un périscope qui permet de visualiser sous la forme de franges de polarisation les contraintes induites dans un modèle translucide, ce qui nous donne la chance de visualiser la répartition des contraintes dans la pièce et de dévoiler ainsi les zones où les contraintes sont excessifs (concentration de contrainte) ou faibles.

La photoélasticité utilise un phénomène appelé la biréfringence (double réfraction) qu'on trouve chez certains matériaux transparents en présence d'un état de contrainte. [15]



*Figure II.5 : Montage de polariscope.*

La figure en dessous peut nous dévoiler des résultats obtenus avec la technique de la photoélasticité dans le but d'appliquer un essai de traction sur une plaque trouée.



*Figure II.6: Photoélasticité d'une plaque trouée en traction.*

### II.6.2. Théorie d'élasticité :

Beaucoup moins compliqué que la méthode mentionnée en haut, utilisé seulement dans certains cas simples. C'est faisable de résoudre mathématiquement les équations d'élasticité et d'obtenir les facteurs de concentration de contraintes.

Prenant l'exemple de calcul du facteur de concentration de contrainte résultant de l'introduction d'un petit trou elliptique, dans une plaque soumise a des contraintes uni-axiales avec une contrainte nominale  $\sigma_0$ . [16]

$$K_t = 1 + 2\frac{a}{b} \quad (\text{II.12})$$

Tandis que  $a$  et  $b$  sont définies comme les demi-longueurs de l'ellipse.

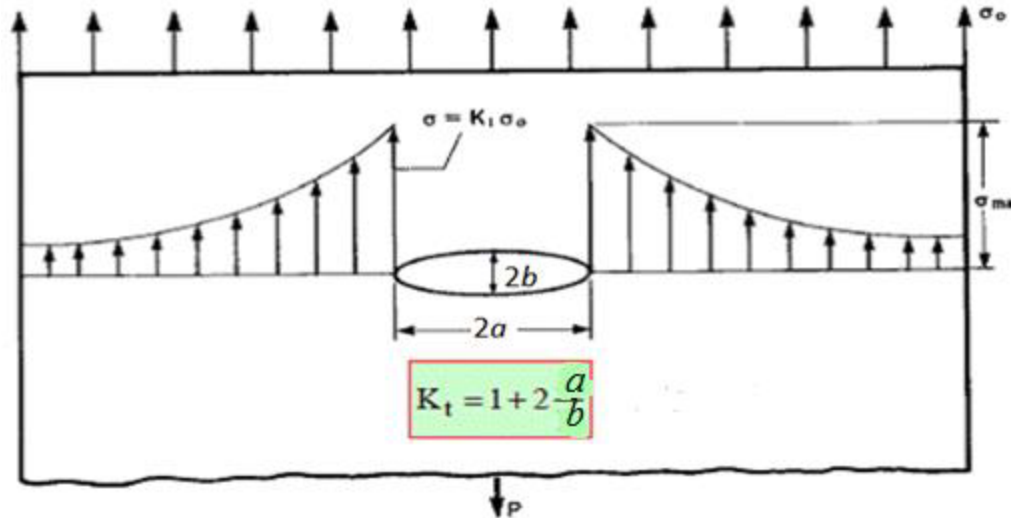


Figure II.7: Distribution des contraintes à une discontinuité.

### II.6.3. Méthode numérique (éléments finis) :

En analyse numérique, la méthode des éléments finis (MEF) est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles qui vont nous permettre de représenter analytiquement le comportement dynamique de certains problèmes mécaniques. Cette méthode permet par exemple de calculer numériquement le comportement d'objets même très complexes, à condition qu'ils soient continus et décrits par une équation aux dérivées partielles linéaire. [17]

Le calcul du coefficient d'intensité de contrainte  $K$ , pour le cas élastique linéaire, et l'intégrale  $J$  pour le cas élasto-plastique, pour définir les contraintes et déplacements nécessaires sont considérés comme une partie primordiale de la mécanique de rupture. Souvent on propose au concepteur des listes de formules, des courbes ou des abaques essentiels au calcul lorsque les géométries de fissure sont simples et leur solution est répandue.

Cependant, pour des fissures de géométries plus complexes, on doit utiliser des méthodes plus avancées comme la méthode analytique d'éléments finis.

Le fonctionnement de cette méthode analytique dans l'étude de la fissuration prend en charge deux priorités : [18]

- La modélisation de la singularité au fond de la fissure : Les premières études utilisant la méthode des éléments finis en mécanique de la rupture, ont adopté des éléments qui exigent

des maillages extrêmement fins au voisinage du point singulier, pour représenter les singularités des champs de contraintes et de déformations d'une manière convenable. Cependant, pour une analyse efficace des problèmes de fissuration, il est préférable de développer des éléments de fissure spéciaux pour modéliser directement les singularités au voisinage du fond de la fissure.

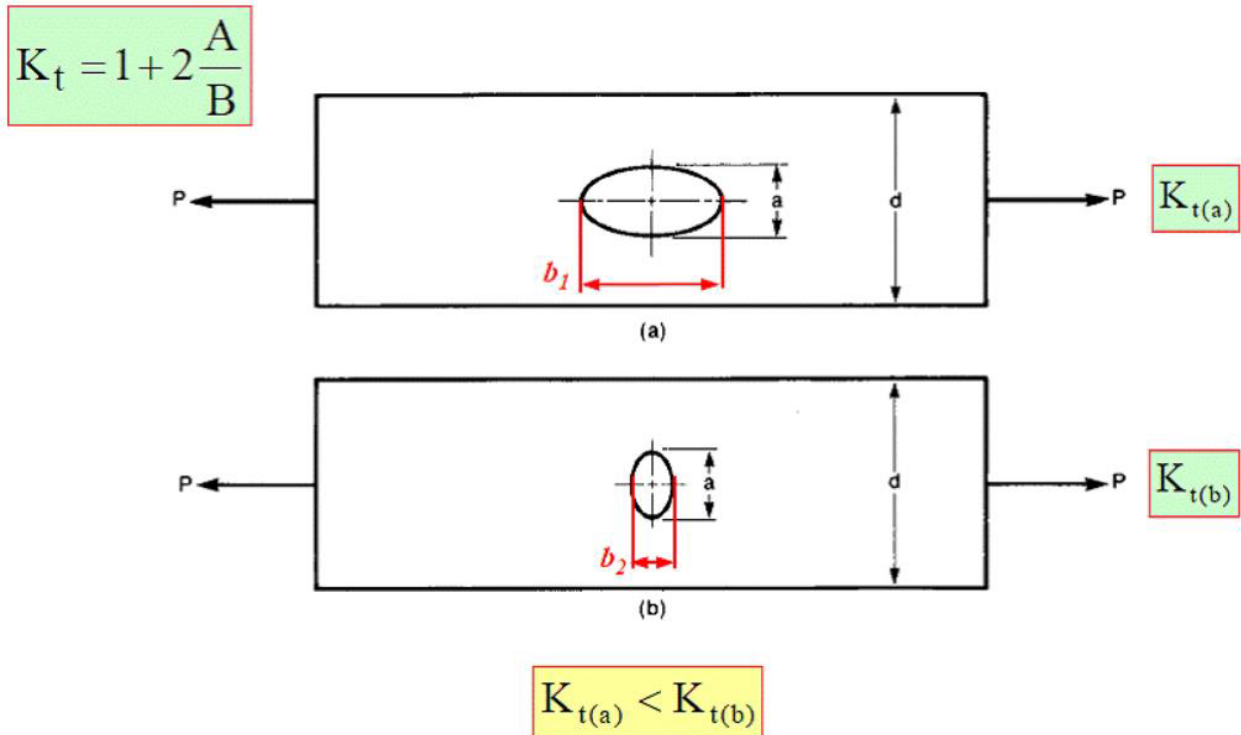
- L'interprétation des résultats de l'analyse par élément finis : Après l'analyse par éléments finis, un moyen doit être trouvé pour l'évaluation des facteurs d'intensité de contrainte à partir des résultats des champs de contraintes et de déplacements.

Plusieurs méthodes ont été mises en œuvre pour ce type de calcul. L'approche la plus évidente est de relier la solution analytique des champs de contraintes et déplacements au voisinage du point singulier aux résultats obtenus, où on utilise des procédures d'extrapolation pour trouver les facteurs d'intensité de contrainte. Par ailleurs, il existe d'autres méthodes, qui relient le facteur d'intensité de contrainte au taux de restitution d'énergie associé à un avancement infiniment petit de la fissure. Il existe une autre approche, qui consiste à calculer les facteurs d'intensité de contrainte à partir de la valeur d'une intégrale indépendante du contour d'intégration, comme l'intégrale J de Rice.

## II.7. Façon de réduire les effets de concentration des contraintes :

En utilisant la méthode des lignes de forces pour envisager des modifications géométriques à apporter aux pièces de machines pour diminuer la concentration des contraintes. Il s'agit alors d'empêcher la concentration des lignes de force au chargement de section. Le chargement de section doit se faire le moins brusquement possible, cela nécessite d'appliquer les plus grands rayons de raccordement possibles. [19]

Dans une plaque en traction, un trou elliptique est moins exposé aux risques si son grand axe est dans la direction des contraintes, cela est applicable pour une même section nette ou « t » est l'épaisseur de la plaque. Donc en retirant plus de matière, on réduit l'effet du chargement de section.



*Figure II.8 : Effet d'un trou dans une plaque.*

### Conclusion :

En plus des problèmes de rupture statiques, la prise en compte des concentrations de contraintes en fatigue est un domaine important dans une démarche d'allègement de structures. En effet, la fatigue est la cause de la plupart des cas de rupture des composants contenant des concentrations de contraintes.

Donc, une analyse s'impose pour montrer comment traiter ce type de problème dans le contexte de calcul de structure par éléments finis.

Dans ce travail, on a expliqué le phénomène de la concentration de contraintes et les facteurs importants influençant ce dernier.



## **Chapitre III :**

*Notion sur les logiciels de simulation*

## **Chapitre III NOTIONS SUR LES LOGICIELS DE SIMULATION**

### **III.1. Introduction :**

On va consacrer cette section pour décrire les différents logiciels de simulation qu'on va utiliser lors de notre travail.

CASTEM est l'un des logiciels principaux sur lequel on va compter, c'est un programme de calcul par éléments finis (résolutions d'équations aux dérivées partielles sur un domaine fini). Son champ d'applications se résume principalement sur la mécanique, mais il peut traiter aussi des problèmes thermiques ou hydraulique. [20]

Les autres logiciels qu'on va mentionner sont CASCA et FRANC2D. CASCA est un programme interactif pour la création de maillages bidimensionnels d'éléments finis deux dimensions, tandis que FRANC2D (Fracture Analysis Code 2 Dimension) est un code informatique interactif à éléments finis, piloté par menu, qui effectue des analyses de mécanique des fractures sur des structures bidimensionnelles.

### **III.2. Présentation du logiciel CASTEM :**

#### **III.2.1. Historique et description :**

Le développement des codes de calcul a évolué de pair avec le matériel informatique. Au départ, les programmes de calcul étaient écrits pour résoudre des problèmes donnés et fonctionnaient généralement en boîte noire. L'année 1983 a témoigné la naissance de logiciel CASTEM basé sur langage particulier appelé Gibiane, destiné pour les calculs mécaniques et les analyses modales, ainsi que le post-traitement intégré. En 1999, le logiciel est devenu officiellement gratuit pour l'enseignement et la recherche académique. [20]

CASTEM est un logiciel de calcul par la méthode d'éléments finis pour la mécanique des structures et fluides, il est développé de la part de Département De Modélisation Des Systèmes De Structures (DM2S) qui appartient à la Direction De l'Energie Nucléaire Du Commissariat à l'Energie Atomique et aux Energies Alternatives (CEA) en France. [21]

### III.2.2. Principe de fonctionnement :

Le logiciel CASTEM est basé sur une analyse d'éléments finis, qui peut être décomposé à quatre grandes étapes comme suit : [21]

- Le choix de la géométrie et du maillage.
- La définition du modèle mathématique.
- La résolution du problème discrétisé.
- L'analyse et le post-traitement des résultats.

Chacune des étapes précédentes peut décomposée en une série de processus élémentaires.

### III.2.3. Langage et syntaxe :

GIBIANE est le langage qui nous permet de communiquer avec la boîte noire du logiciel. Son principe est simple, il suffit d'écrire le programme en langage GIBIANE sur n'importe lequel éditeur de texte. Puis copier ce dernier sur l'application CASTEM pour lancer le programme.

La syntaxe de ce langage est basée sur l'application des directives, d'opérateurs et de procédures particulières.

On mentionne ci-dessous les syntaxes les plus utilisés lors de création de n'importe quel programme : [22]

*Tableau III-1 : Description de quelques directives.*

Directive	Description
OPTI	Déclare les principaux paramètres du programme.
ELIM	Remplace tous les doubles nœuds par un seul point.
TRAC	Tracer ou bien dessiner les objets du type maillage.
TITR	Attribuer un nom à l'étude ou l'étape.
SI, SINON, FINSI	Permet l'exécution conditionnelle des données suivant la valeur d'une variable du type logique.



*Tableau III-2 : Description de quelques opérateurs.*

Opérateur	Description
DIME	Déclarer la dimension de l'espace (bidimensionnelle ou tridimensionnelle)
ELEM	Type d'élément géométrique utilisé.
DROITE	Construit une ligne directe entre deux points.
REGL	Créer une surface réglée.
DALL	Créer une surface.
VOLU	Construit un volume.
MODE	Définir un type de comportement et une formulation d'élément fini à un objet de type maillage.
MATE	Déterminer les propriétés physiques du matériau pour un modèle donné.

#### III.2.4. Système d'unités :

CASTEM ne dispose d'aucun système particulier d'unité de mesure. C'est à l'utilisateur de fournir les données dans un système cohérent vérifiant la loi fondamentale de la dynamique  $F = M.y$ . [21]

Seule la mesure des angles doit être dans tous les cas exprimés en degrés pour la géométrie et en radians pour les résultats obtenus.

*Tableau III-3: Systèmes d'unités de mesure cohérents.[21]*

Longueur	Masse	Force	Temps	Masse volumique	Pression
m	Kg	N	Sec	$Kg/m^3$	$Pa (N/m^2)$
mm	$10^3 Kg$	N	Sec	$10^{-12} Kg/m^3$	$Mpa (N/mm^2)$

#### III.2.5. Lois syntaxiques générales :

N'importe quel langage informatique doit suivre des procédures syntaxiques précis, on mentionne ci-dessous celles qu'on utilise lors d'utilisation du langage GIBIANE : [23]

- Les caractères espace, virgule, égal et deux points sont des séparateurs.
- Le point-virgule termine instruction.
- Une instruction doit être écrite sur moins de 9 lignes, mais une même ligne peut contenir plusieurs instructions.
- L'interpréteur GIBIANE ignore toute ligne dont le premier caractère est un astérisque, d'où la possibilité pour l'utilisateur d'insérer des commentaires.
- Les opérateurs et les directives sont définies par leur 4 premiers caractères, les caractères suivants n'étant pas pris en compte.
- L'instruction est interprétée de gauche à droite.  
Seuls les 72 premiers caractères d'une ligne sont pris en compte.  
Le signe « = » permet à l'utilisateur de donner un nom au résultat de l'instruction.
- La longueur du nom attribué à un objet ne doit pas dépasser 8 caractères.

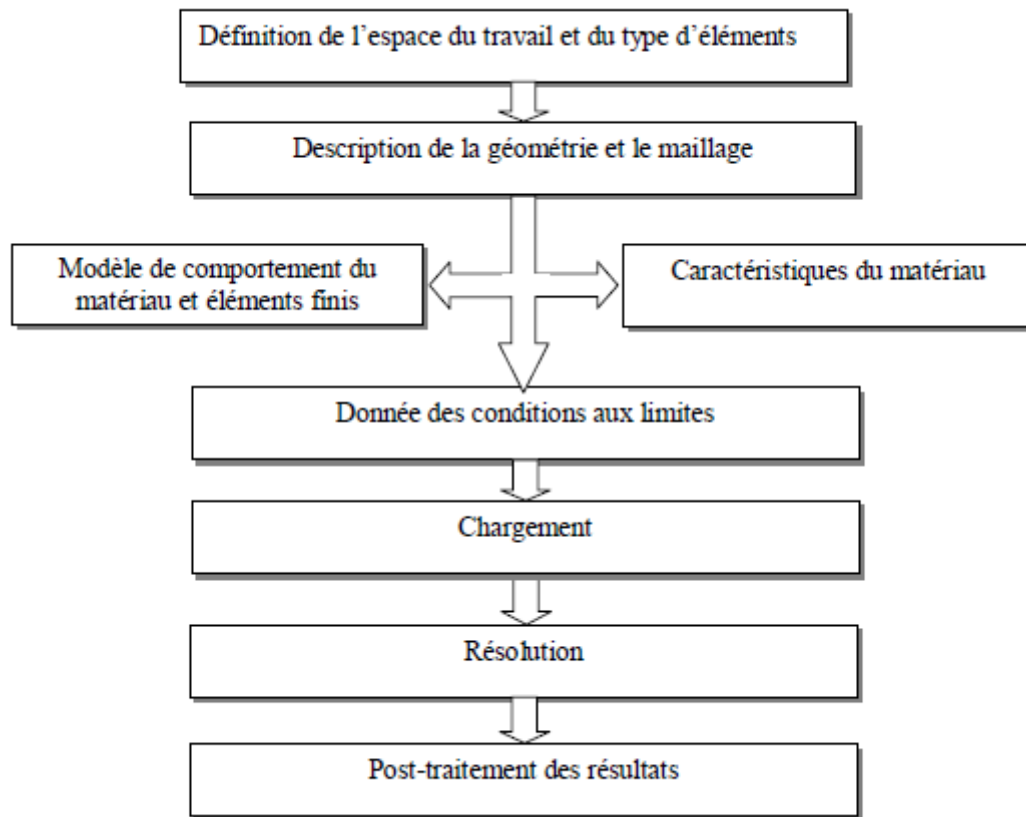
### **III.2.6. Création de maillage :**

Dans CASTEM, un objet géométrique n'existe que sous forme discrétisée. La discrétisation du domaine en éléments s'effectue au moment de la définition de la géométrie. Nous allons présenter la démarche générale : [21]

- Construction des points.
- Construction des lignes à partir des points.
- Construction des surfaces à partir des lignes.
- Construction des volumes à partir des surfaces.

### **III.2.7. Procédure de résolution d'un problème CASTEM :**

Si on veut résoudre n'importe quel problème mécanique ou thermique avec CASTEM, alors c'est inévitable de suivre les étapes décrites par la manière suivante : [24]



*Figure III.1 : Schéma démonstratif de la procédure de résolution des problèmes avec CASTEM.[24]*

### III.2.8. Pourquoi CASTEM :

Voici parmi les principales raisons qu'on a choisi d'utiliser le logiciel CASTEM sur notre étude :

- Manipulation facile de maillage.
- Pas la peine de recommencer à nouveau pour modifier une dimension, une valeur, etc.
- Documentation disponible.
- Possibilité de contribuer à son développement.

### **III.3. Présentation du logiciel CASCA :**

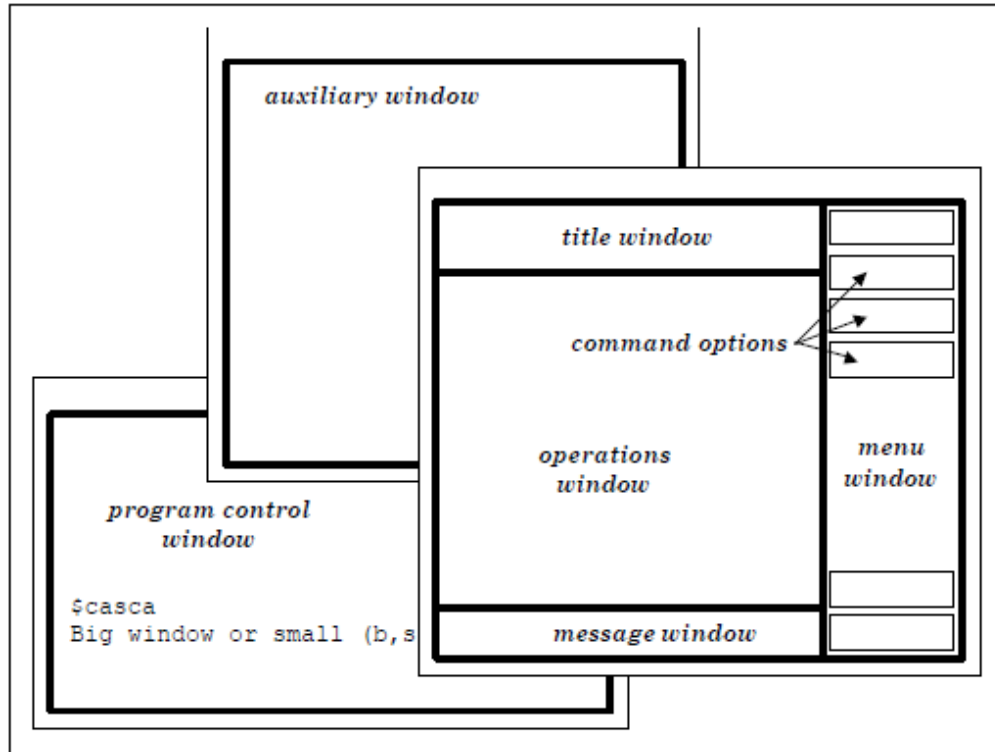
#### **III.3.1. Aperçu :**

Le programme CASCA a été écrit et développé en 1987, par Paul Wawrzynek et Louis Martha à l'Université de Cornell comme banc d'essai pour une base de données hiérarchique qui a ensuite été implémentée dans FRANC2D. Son ancienneté se reflète dans la structure du menu principale par sa simplicité. [25]

Cependant, il s'est avéré être un outil utile, et il a donc continué à vivre au-delà de son application initiale jusqu'aujourd'hui.

#### **III.3.2. Fonctionnement :**

Dans le programme CASCA, toutes les commandes de l'utilisateur sont effectuées en cliquant avec la souris sur l'une des options affichées dans la fenêtre de menu (figure 2). Une fenêtre de message est toujours présente pour inviter l'utilisateur à passer à l'étape suivante de la procédure demandée. L'entrée dans le CASCA et les opérations d'E/S invoquées pendant le fonctionnement du CASCA se font à partir de la fenêtre de contrôle du programme. Il s'agit de la fenêtre à partir de laquelle le programme a été lancé. Une fenêtre auxiliaire est utilisée pour la définition des attributs.



*Figure III.2 : Description de la fenêtre du système CASCA. [25]*

Le système de coordonnées utilisé dans le programme est toujours fixé de manière à ce que la coordonnée X soit horizontale, augmentant vers la droite, et la coordonnée Y soit verticale, augmentant vers le haut. [25]

### III.3.3. Description du menu :

Cette section est dédiée pour décrire le menu de commande du logiciel CASCA. [25]

#### III.3.3.1. Set scale :

L'option "Set Scale" initialise l'échelle du problème à définir. Initialement, la fenêtre est une grille de 12 x 12.

- **Data size :** est la largeur et la hauteur de la fenêtre en coordonnées mondiales. Par défaut, c'est programmé de 12 unités.

- **Grid center** : est la position du centre de la fenêtre par défaut. Cela permet une translation plus permanente du maillage pendant la génération du modèle. Le centre par défaut est (0,0).
- **Spacing X** : modifie l'espacement dans la direction X uniquement.
- **Spacing Y** : modifie l'espacement dans la direction Y uniquement.

### III.3.3.2. Geometry :

La génération d'éléments ne peut avoir lieu qu'après la spécification de la géométrie du problème. On utilise les commandes de géométrie pour créer des régions géométriques fermées qui peuvent être maillées.

- **Lines connected** : dessiner plusieurs lignes connectées. Chaque segment peut servir de côté à une région géométrique.
- **Get line** : tracer un segment de droite.
- **Get circle** : dessiner un arc de cercle ou un cercle entier.

### III.3.3.3. Subregions :

Les sous-régions divisent les régions en régions plus petites. Elles simplifient le maillage dans la majorité des cas. On utilise les commandes de sous-régions de la même manière que les commandes de géométrie.

### III.3.3.4. Subdivide :

Spécifier la distribution des éléments dans une région ou une sous-région. Avant de pouvoir mailler une région, l'algorithme de maillage doit connaître le nombre d'éléments à placer le long de chaque bord d'une région ou d'une sous-région.

### III.3.3.5. Mesh :

Une fois que toutes les régions sont subdivisées, elles peuvent être maillées. Actuellement, quatre éléments sont pris en charge : quadrilatère à huit nœuds (Q8), quadrilatère à quatre nœuds (Q4), triangle à six nœuds (T6) et triangle à trois nœuds (T3).

**III.3.3.6. Mesh boundary :**

Afficher uniquement les limites du maillage. Retournez dans Mesh pour réafficher l'ensemble du maillage.

**III.3.3.7. Write mesh :**

Ecrit le maillage actuel dans un fichier de sortie. Le fichier est formaté pour une entrée FRANC et aura une extension ".inp".

**III.3.3.8. Read :**

Lire un fichier de données CASCA. Il s'agit d'un fichier de redémarrage écrit avec l'option Write.

**III.3.3.9. Write :**

Écriture d'un fichier de données CASCA. Le fichier est formaté pour l'entrée CASCA à l'aide de l'option READ et porte l'extension ".csc". Utile pour des sauvegardes périodiques au cours d'une session de travail, ainsi que pour des fichiers de redémarrage pour des modifications ultérieures de travail ainsi que pour les fichiers de redémarrage en vue de modifications ultérieures.

**III.3.3.10. Read grid :**

Si l'utilisateur a précédemment enregistré un fichier de maillage, celui-ci peut être lu pour définir une grille. Cela peut être utile si l'utilisateur souhaite apporter des modifications à un travail antérieur mais ne dispose pas d'un fichier \*.csc sauvegardé.

**III.3.3.11. Pan :**

Le menu PAN permet à l'utilisateur de déplacer le modèle à l'intérieur de la fenêtre. Le pointeur dans la fenêtre agit comme un potentiomètre. Placez le pointeur juste au-dessus du centre de la fenêtre et la fenêtre de visualisation se déplacera légèrement vers le haut. Placez le pointeur près du haut de la fenêtre et la fenêtre de visualisation se déplacera beaucoup plus vers le haut.

**III.3.3.12. End :**

Quitter le programme. Un fichier de redémarrage n'est PAS automatiquement écrit. Utiliser "Write" pour sauvegarder votre travail avant d'appuyer sur END.

### **III.4. Présentation du logiciel FRANC2D :**

#### **III.4.1. Historique et Aperçu :**

Le logiciel 'FRANC2D' est né du NASIP (Nasa Airframe Structural Integrity Program) programme de la NASA, qui était un programme développé pour améliorer la compréhension des problèmes d'intégrité structurels dans de nombreux domaines. Ce programme de la NASA avait la mission de développer des outils d'ingénierie informatique qui étaient disponibles pour les ingénieurs dans les centres de recherche et dans l'industrie. Ces outils ne doivent pas résoudre seulement un problème d'ingénierie, mais chaque outil doit être axé sur des problèmes spécifiques.

[26]

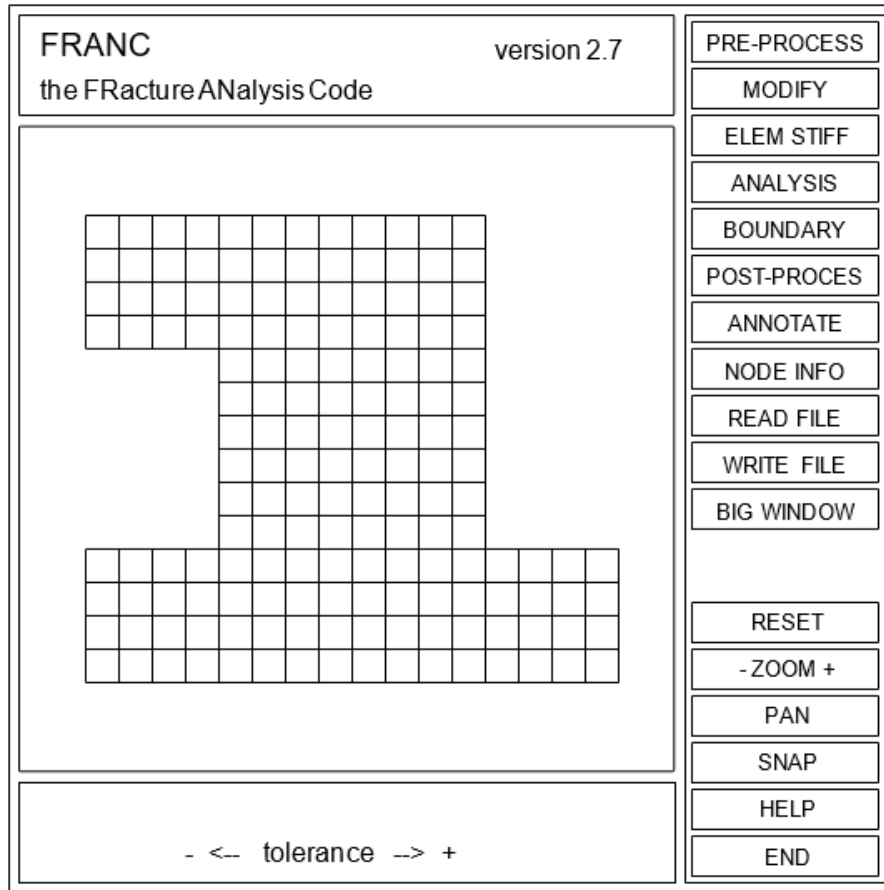
FRANC2D est l'abréviation de Fracture Analysis Code. Cette version ne prend en charge que les problèmes en 2D. Utilisé principalement pour la prédiction de la trajectoire de la fissure et la détermination des facteurs d'intensité de contrainte.

#### **III.4.2. Présentation du menu FRANC2D :**

Cette section du manuel décrit les options de menu disponibles dans le programme FRANC2D :

[27]





*Figure III.3: Menu principal de l'interface du logiciel FRANC2D. [27]*

#### III.4.2.1. Pre-process :

Ce bouton active la page de post-traitement dont ses fonctions sont présentes.

#### III.4.2.2. Modify :

Ce bouton active la page de modification dont les fonctions des modifications sont présentes.

#### III.4.2.3. Elem stiff :

Ce bouton permet de calculer les raideurs des éléments. FRANC2D les calcule automatiquement pour tous les nouveaux éléments ajoutés lors d'un remaillage manuel ou automatique.

**III.4.2.4. Analysis :**

Ce bouton active la page d'analyse qui contient trois options : linéaire, matériel non linéaire, et nombre d'équation. L'utilisateur doit appuyer sur ce bouton lorsque l'étape de prétraitement est terminée et qu'une solution est recherchée.

**III.4.2.5. Boundary :**

Cette fonction permet à l'utilisateur de supprimer l'affichage du maillage. Elle permet de basculer entre l'affichage de la limite de la structure uniquement et l'affichage de l'ensemble du maillage.

**III.4.2.6. Post-process :**

Cette touche active la page de post-traitement dont ses fonctions sont présentes.

**III.4.2.7. Annotate :**

Ce bouton active la page d'annotation qui permet à l'utilisateur de voir les numéros d'éléments (Face, dans le jargon topologique), de nœuds et d'arêtes, les conditions de fixité et l'emplacement des pointes de fissures.

**III.4.2.8. Node information :**

Ce bouton permet à l'utilisateur d'obtenir des informations sur un nœud individuel. Lorsqu'un nœud est touché, son numéro, ses coordonnées, les numéros d'équation et les déplacements pour chaque cas de charge sont affichés dans la fenêtre de contrôle du programme.

**III.4.2.9. Read file :**

Ce bouton permet à l'utilisateur de saisir un autre problème, ou de relancer le problème en cours, sans mettre fin à la session FRANC2D. Lorsque le bouton est actionné, la demande de cette fonction doit d'abord être confirmée ou rejetée.

**III.4.2.10. Write file :**

Ce bouton permet à l'utilisateur de sauvegarder le problème en cours pour le réutiliser ultérieurement.

**III.4.2.11. Big window :**

Ce bouton permet à l'utilisateur d'agrandir toutes les fenêtres contrôlées par FRANC2D d'environ un tiers par rapport à leur taille par défaut.

**III.4.2.12. Reset :**

Ce bouton permet à l'utilisateur de réinitialiser l'image originale de l'ensemble de la structure dans la fenêtre d'opérations. Il est pratique à utiliser après les fonctions PAN, ZOOM ou MAGNIFY.

**III.4.2.13. Zoom :**

Ce bouton permet à l'utilisateur d'agrandir (+) ou de réduire (-) la taille de l'image de la structure dans la fenêtre des opérations.

**III.4.2.14. Pan :**

Ce bouton permet à l'utilisateur de translater l'image de la structure dans la fenêtre d'opérations. L'image se déplace vers le point de la fenêtre d'opérations sur lequel le curseur est placé lorsque l'on clique sur le bouton de la souris.

**III.4.2.15. Snap :**

Ce bouton permet de créer une image sur papier de la fenêtre des opérations.

**III.4.2.16. End :**

L'appui sur ce bouton est la première étape pour mettre fin à une session avec le FRANC2D. L'étape suivante est de cliquer sur le bouton CONFIRMER qui apparaît alors. Si le bouton END est appuyé par erreur, l'appui sur le bouton REJECT qui suit ramènera l'utilisateur à la page principale.

**III.5. Conclusion :**

Dans ce chapitre, on a décrit les logiciels d'éléments finis auxquels on va compter pour réaliser notre travail de fin d'étude. Ces logiciels représentent une passerelle parfaite entre la théorie et la pratique grâce à leur maniabilité et les documentations disponibles. Ainsi qu'ils sont considérés étant une aide pertinente pour traiter les problèmes de la mécanique de la rupture.

## **Chapitre IV :**

*Simulation des différentes géométries de fente à la rupture*

## Chapitre IV SIMULATION DES DIFFERENTES GEOMETRIES DE FENTE A LA RUPTURE

### IV.1. Introduction :

Les structures métalliques sont toujours un sujet de sollicitations et vibrations, qui généralement, procurent des fissures au fils du temps qui pourront nuire à la fiabilité de ces structures et causent des dégâts sous forme de fissure ou casse.

Le travail conçu pour ce chapitre se résume à décrire les étapes de simulation des différentes formes de fente sur le même matériau grâce à des logiciels d'éléments finis CASTEM et FRANC2D.

### IV.2. Le type de matériau utilisé :

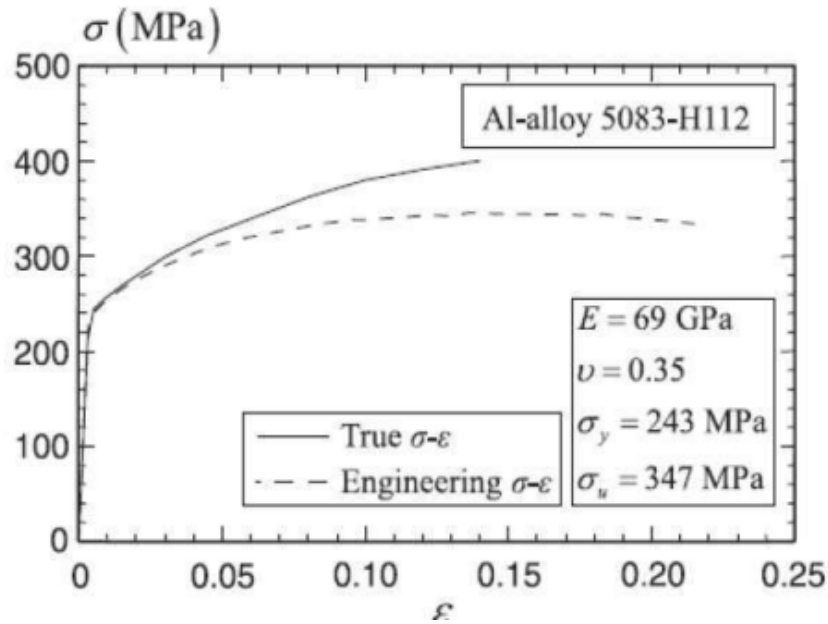
Le matériau utilisé est l'alliage d'aluminium 5083 H11, très souvent exploité dans l'industrie marine pour sa haute résistance à la corrosion.

On cite ci-dessous les caractéristiques principales de ce matériau auquel on aura besoin dans notre étude. [28]

*Tableau IV-1 : Caractéristiques du matériau.*

Module de Young	Coeff de Poisson	Contrainte limite	La contrainte ultime finale	L'allongement en %
$E = 69\text{Gpa}$	$\nu = 0.35$	$\sigma_y = 243\text{Mpa}$	$\sigma_u = 347\text{Mpa}$	21.85%

La courbe de traction du matériau en question se trouve sur la figure (IV.1) ci-dessous :



*Figure IV.1 : Courbe contrainte déformation de l'alliage d'aluminium A5083 D'après Wuchao Yang, Xudong Qian. [28]*

### IV.3. Description du problème :

Une pièce rectangulaire qui contient une fente au milieu de cinq différentes géométries, pour cinq cas d'étude. La dimension de la pièce reste identique.

Longueur =  $L = 28\text{mm}$ .

Hauteur =  $H = 80\text{mm}$ .

Epaisseur =  $e = 3\text{mm}$ .

On applique une force de traction égale à la limite élastique du matériau ( $\sigma_y = 243\text{Mpa}$ ) sur le long de bord supérieur de la pièce, et un encastrement sur tout le long du bord opposé.

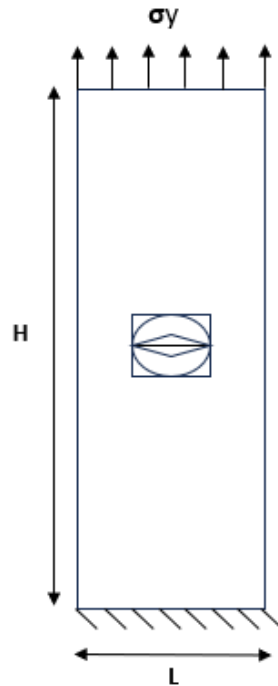


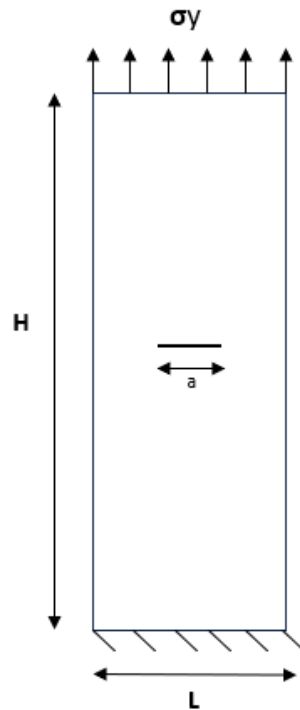
Figure IV.2 : Pièce rectangulaire à plusieurs géométries de fente.

Les dimensions et les différents types des cinq géométries de fente seront décrit en détails sur le tableau (IV-2) ci-dessous.

Tableau IV-2 : Les différentes géométries de fente dans la pièce.

Type	Nom de fente	Géométrie et dimension
01	Normale	$a = 10\text{mm}$ $b = 0.2\text{mm}$
02	Circulaire	$a = 10\text{mm}$
03	Carré	$a = 10\text{mm}$
04	Elliptique	$a = 10\text{mm}$ $b = 0.4\text{mm}$
05	Losange	$a = 10\text{mm}$ $b = 5\text{mm}$

Dans ce chapitre, on va adopter le modèle de géométrie de trou du type 1 (fente normale) de notre pièce, comme montre la figure (IV.3), pour simuler sur les deux logiciels d'éléments finis CASTEM et FRANC2D. C'est le même travail qui se répète pour les autre quatre géométries de fente.



*Figure IV.3 : Modèle d'une pièce à fente normale (type1).*

#### IV.4. Simulation sur CASTEM :

##### IV.4.1. Cas d'une fissure normale débauchant :

##### IV.4.1.1. Déclaration des paramètres :

```
OPTI DIME 2 ELEM TRI3 MODE PLAN CONT ;
```

On commence toujours par définir les paramètres généraux de notre modèle par la directive OPTI, après on spécifie la dimension de l'espace sur laquelle on va travailler par DIME accompagné du type d'éléments de maillage qu'on va utiliser par TRI3. Par la fin, on spécifie le type de calcul de notre modèle à l'aide de MODE, notre cas c'est contraintes planes.

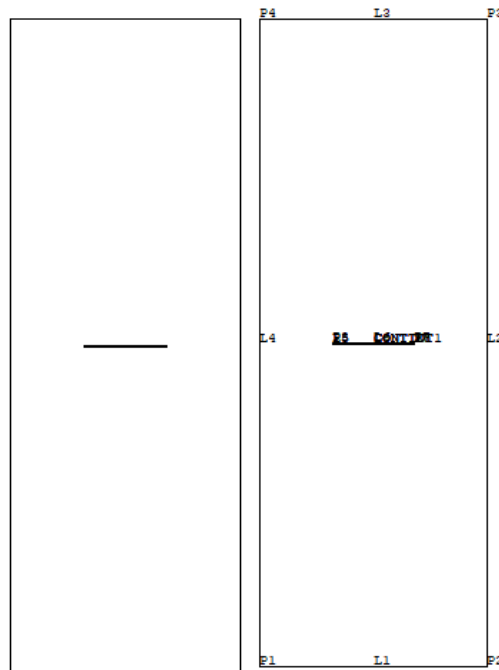


```
DE0=1. ; DENS DE0 ; DE1=1. ; DE2= (20.*DE1)
```

La densité ou la taille de maille fait partie des paramètres principaux qu'on doit déclarer lors du début de notre programme, en utilisant la directive DENS.

#### IV.4.1.2. Choix du maillage et traçage des droites :

Les variables NELEM sont utilisées ici pour définir le nombre d'éléments de maillage dans les diverses parties de la pièce. Afin de tracer la pièce sur le logiciel, nous l'avons donc abrégé à deux parties géométriques. Nous avons alors deux rectangles, l'un d'eux représente la forme de notre éprouvette et l'autre représente la forme de notre fonte.



**Figure IV.4:** Contour extérieur et intérieur de notre 'éprouvette en MM.

P1P2 est la désignation du segment, conçu pour avoir un code simple à comprendre.

```
L1 = DROITE 30 P1 P2;
```

DROITE P1 P2 indique le fait que le logiciel doit se déplacer aux coordonnées de P1 déclarées précédemment et qu'il doit tracer une droite qui s'arrête au point P2. Tandis que, NELEM =30

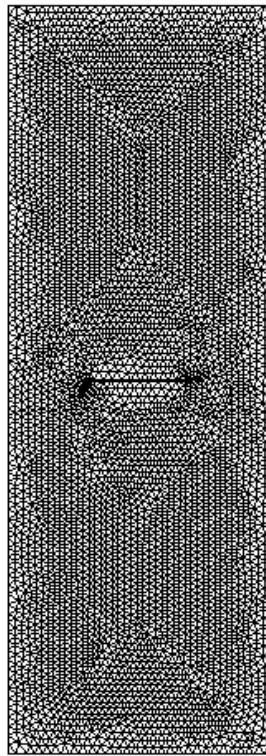
signifie qu'il doit mettre 30 éléments de maillage sur cette section. Nous avons fait le même travail pour tous les autres points de traçage.

#### IV.4.1.3. Surface :

Une fois les instructions des droites écrites, il faut déclarer la surface grâce à l'opérateur SURF PLAN conçu pour les contours fermés.

```
SUR1=SURF PLAN CONTTOT
```

CONTTOT est le nombre de lignes constituant notre contour.



*Figure IV.5: Surfaçage de l'éprouvette.*

#### IV.4.1.4. Conditions aux limites :

Après avoir tracé la pièce et la surface, il faut déclarer les conditions limites appliqués sur notre cas qui est un encastrement.

```
CL1 = BLOQ DEPL L1;
```

CL1 est le nom de la variable qui conserve la première condition limite sur la surface qu'on a déclarée SUR1.

BLOQ est l'opérateur qui nous permet de bloquer le déplacement DEPL selon l'axe X et Y tout le long la ligne L1 qu'on a choisi.

#### IV.4.1.5. Choix du modèle mécanique :

Dans cette partie, on doit spécifier le type mécanique choisi grâce à l'opérateur MODE.

```
MO = MODE SUR1 MECANIQUE ELASTIQUE;
```

On a choisi le modèle mécanique élastique.

#### IV.4.1.6. Caractéristiques du matériau choisi :

Comme on a choisi un alliage d'aluminium spécifique, on doit intégrer ses propriétés physiques dans le logiciel.

```
MA = MATE MO YOUN (6.9E10) NU (0.35) RHO (2.70E-9);
```

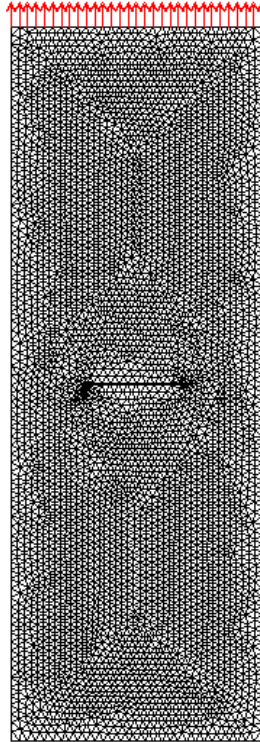
MATE est l'opérateur utilisé pour pouvoir déclarer les caractéristiques d'un matériau, accompagné du modèle mécanique MO qu'on a créé auparavant. Tandis que YOUN et NU et RHO représentent la désignation du module de Young, coefficient de poisson et la masse volumique.

#### IV.4.1.7. Force appliquée :

On cherche à employer une charge de traction répartie  $\sigma_y = 243\text{Mpa}$  sur tout le long de la ligne L3.

```
F1 = FORC FY 2.04E4 L3;
```

F1 c'est le nom attribué à notre chargement accompagné de la directive FORC, FY c'est la direction de notre chargement selon l'axe Y qu'on applique sur la ligne L3 du contour. Tandis que le chiffre désigne la valeur de notre chargement en Newton.



*Figure IV.6: Champ de force appliqué sur tout le long du bord supérieur de l'éprouvette en N.*

#### IV.4.1.8. Matrice de rigidité et résolution :

Comme le logiciel CASTEM est constitué principalement d'éléments finis, il est indispensable de définir la matrice de rigidité de notre modèle.

```
RIG1 = RIGI MO MA;
```

RIG1 est le nom attribué à notre matrice.

```
UU = RESO (RIG1 ET CL1)F1;
```

UU est le déplacement imposé par la force qu'on a appliqué et les conditions limites attribué à notre travail.

#### IV.4.1.9. Post-traitement :

On note que c'est l'étape la plus délicate car elle nous permet de reprendre et bénéficier des données de l'essai de traction de notre étude. Ce traitement permet le calcul de grandeurs

dérivées plus faciles à appréhender ou une visualisation en vue d'une meilleure interprétation des résultats.

```
SIG1 = SIGM MO MA UU
```

On utilise l'opérateur SIGM pour calculer respectivement les tenseurs de contraintes ou champ de contraintes à partir du champ de déplacement UU, il nécessite également les données de notre modèle MO et notre matériau MA.

La deuxième partie de ce post-traitement nous permet de représenter les résultats graphiquement, dans notre cas on veut voir l'état de la déformation d'un point de vue visuel.

```
DEF1 = DEFO SUR1 UU ROUG;
```

DEF1 est le nom attribué à l'état de déformation due au déplacement UU de notre modèle, déclaré à l'aide de l'opérateur DEFO et avec la couleur rouge.

#### IV.5. Simulation sur CASCA :

On prend le même exemple président sur CASTEM, car c'est le même travail qui sera fait sur les autres formes de fontes.

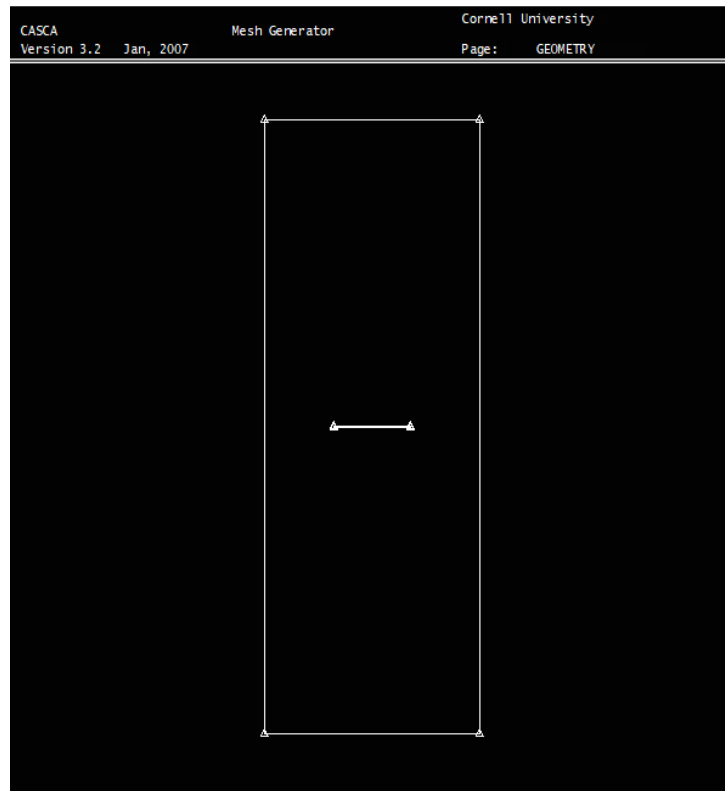
##### IV.5.1. Déterminer d'échelle :

L'échelle sur le logiciel américain est le INCH par défaut et c'est non modifiable, alors on change la taille du carreau à 0.1 au lieu de 1 selon les deux axes X et Y.

```
Grid center: X = 0.00    Y = 0.00  
Grid spac.:  X =0.1000   Y =0.1000
```

##### IV.5.2. Géométrie :

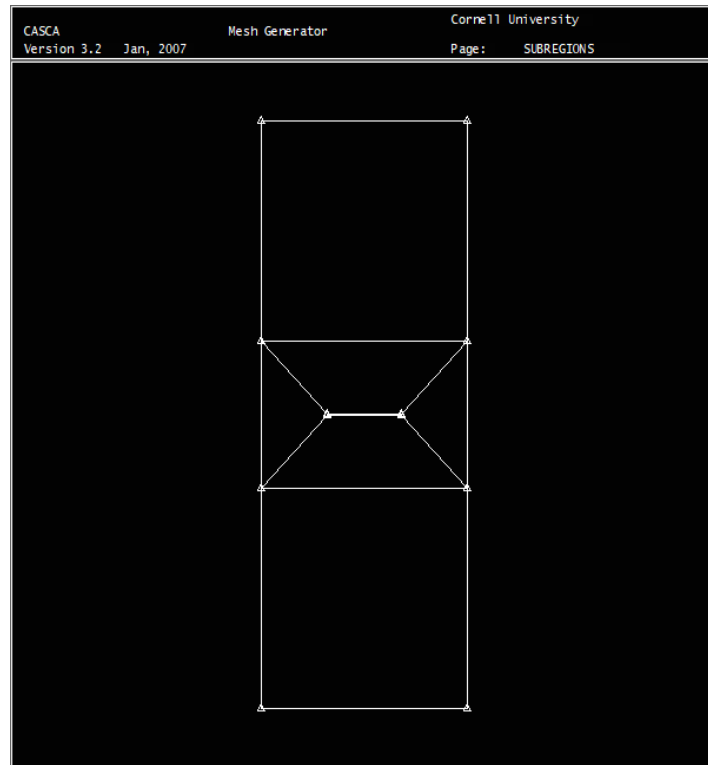
On crée des lignes ou des segments en déclarant les coordonnées de nos points à travers « Get Line », on peut utiliser également « Lines Connected » pour lier nos segments ensembles après avoir créé le premier segment.



*Figure IV.7 : Contour de notre pièce sur CASCA.*

### IV.5.3. Création des sous-régions :

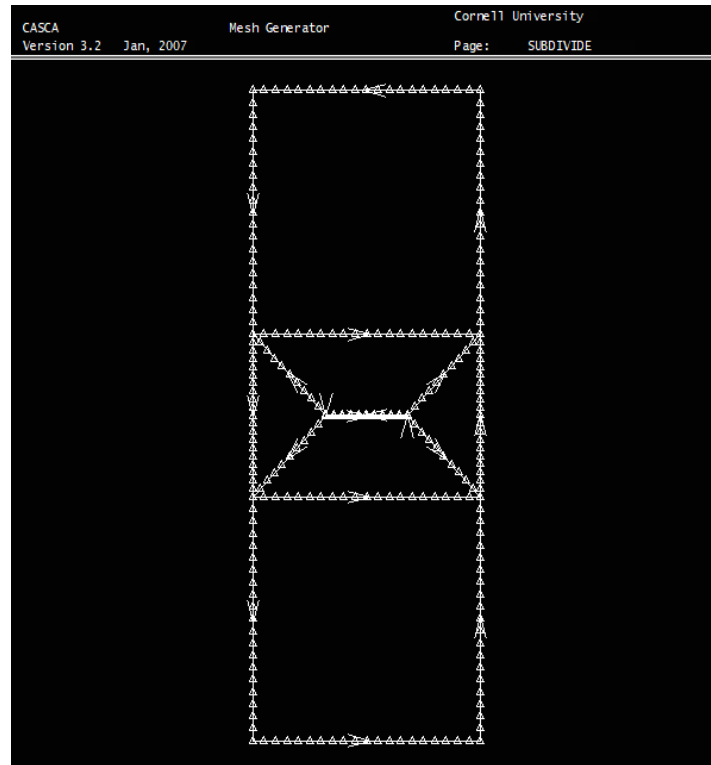
Pour simplifier notre maillage on doit créer des sous régions sur notre pièce, ça nous aidera prochainement à choisir la densité appropriée et avoir un bon maillage. On crée les sous-régions à l'aide de l'option « Subregions ».



*Figure IV.8 : Les sous-régions de notre pièce.*

#### IV.5.4. La densité :

Comme on va voir sur la figure 12, on a choisi une densité élevée sur les régions proches de notre fissure, et une densité moins élevée de plus en plus qu'on s'éloigne de notre fissure. Cette dernière est créée par l'option « Subdivide ».

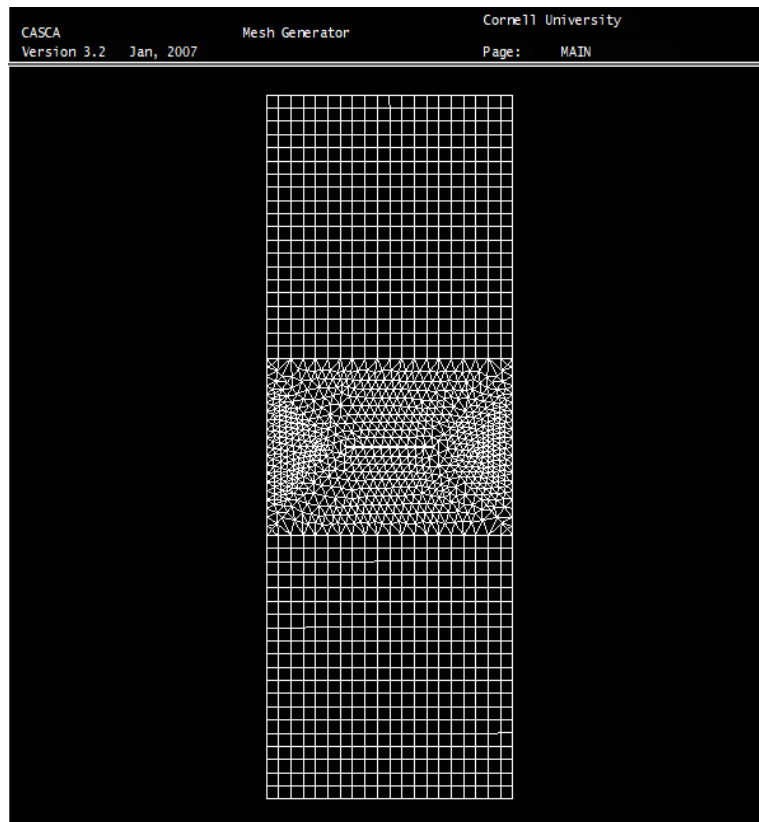


*Figure IV.9 : Application de la densité tout le long de notre pièce.*

#### **IV.5.5. Maillage :**

Comme son nom indique, c'est la dernière étape sur notre logiciel CASCA. On a choisi l'option « Automatic » pour mailler tous nos régions, c'est le logiciel qui choisit à notre place. On peut également le faire manuellement.





*Figure IV.10 : L'état final de notre maillage sur le logiciel CASCA.*

## **IV.6. Simulation sur FRANC2D :**

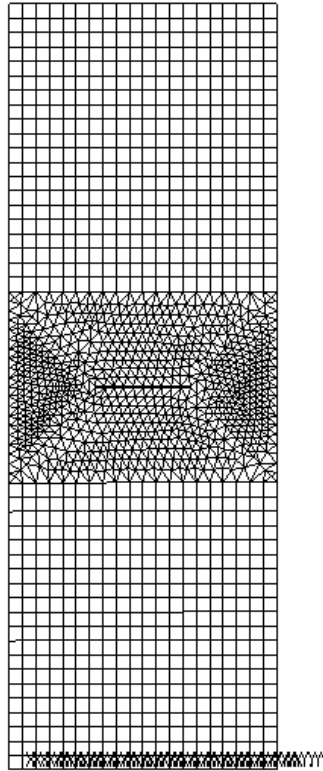
### **IV.6.1. Déclarer les paramètres (pré-processus) :**

#### **IV.6.1.1. Type de problème :**

Il existe plusieurs types de problèmes sur FRANC2D : contrainte plane, déformation plane, axisymétrique, etc. On a choisi contrainte plane pour notre cas d'étude.

#### **IV.6.1.2. Encastrement :**

Pour pouvoir établir un encastrement sur notre modèle, on doit cliquer sur la touche « Fixity » après « Fix edge » pour bloquer le déplacement sur toute une ligne. Par la suite, on précise selon quelle direction on bloque le déplacement, notre encastrement paraîtra comme suit :



*Figure IV.11 : Encastrement de la pièce selon X et Y.*

#### **IV.6.1.3. Propriétés du matériau :**

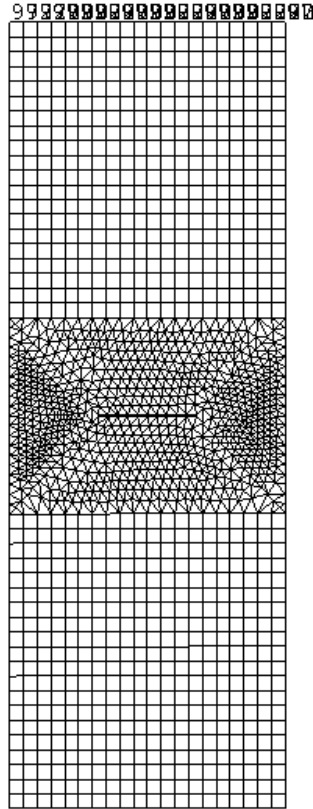
Comme le titre indique, on fait rentrer les paramètres du matériau qu'on a choisi selon la figure 11. Pour cela, on se dirige vers l'option « Matériels » présente sur la liste de « Pre-Process », puis en cliquant « Edit mats » on peut déclarer les paramètres dont on a besoin.

Materials	
Mat Number:	1
	<input type="button" value="New Material"/>
	<input type="button" value="Change Type"/>
Material Type:	Isotropic
Young's Modulus:	6.9e+010
Poisson ratio:	0.35
Thickness:	0.003
K1c:	1
Density:	2700
Coeff. of Thermal Expansion:	0
<input type="button" value="Close"/>	

*Figure IV.12 : Propriétés du matériau sur FRANC2D.*

#### IV.6.1.4. Appliquer la charge :

Pour pouvoir appliquer une charge quelconque, on doit se diriger vers l'option « Loads » et cliquer sur « Point load », après on rentre la valeur de notre charge selon l'axe Y. Par la fin, on applique la charge manuellement sur chaque nœud présent sur notre ligne.



*Figure IV.13 : Charge appliqué sur la ligne supérieure de notre pièce en N.*

#### **IV.6.1.5. Analyse :**

Cette étape est conçue pour sauvegarder tous les paramètres qu'on a appliqué précédemment, pour que le logiciel puisse les prendre en considération et les appliquer. On se dirige vers l'option « Analysis » sur le menu principal et on clique sur le bouton « Linear » puis « Direct stiff », une notification va paraitres en bas pour nous confirmer que l'analyse est faite.

#### **IV.7. Conclusion :**

Dans ce chapitre, on a expliqué en détails les principales étapes de notre simulation sur les trois logiciels utilisés CASTEM, CASCA et FRANC2D. On a pris le modèle d'une pièce à fente normale centrale (type 1).

On va présenter les résultats de notre simulation sur les deux logiciels dans le chapitre suivant.

# **Chapitre V :**

**Principaux résultats de la simulation des  
différentes géométries de fente à la  
rupture**

## Chapitre V PRINCIPAUX RESULTATS DE LA SIMULATION DES DIFFERENTES GEOMETRIES DE FENTE A LA RUPTURE

### V.1. Introduction :

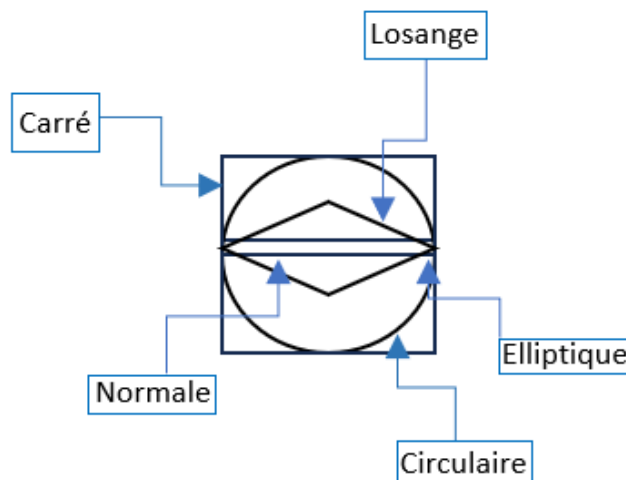
Ce chapitre est consacré aux résultats de la simulation de l'exemple qu'on a fait dans le chapitre précédent (Trou normal type 1 voir Tableau IV-2), on a calculé le facteur d'intensité de contraintes (FIC)  $K_I$  par deux logiciels d'élément finis FRANC2D et CASTEM d'une plaque rectangulaire en alliage d'aluminium (5083 H11) soumise à une charge de traction répartie d'un côté et encastré de l'autre côté opposé, et avec par trou (fente) débouchant au milieu de la plaque.

Et en trouvant les courbes de tendance de  $K_I(f)$ , on peut trouver le facteur d'intensité de contraintes critique (FICC ou ténacité du matériau)  $K_{IC}$ .

### V.2. Résultats de la simulation sur FRANC2D :

#### V.2.1. Rappel du cas d'étude :

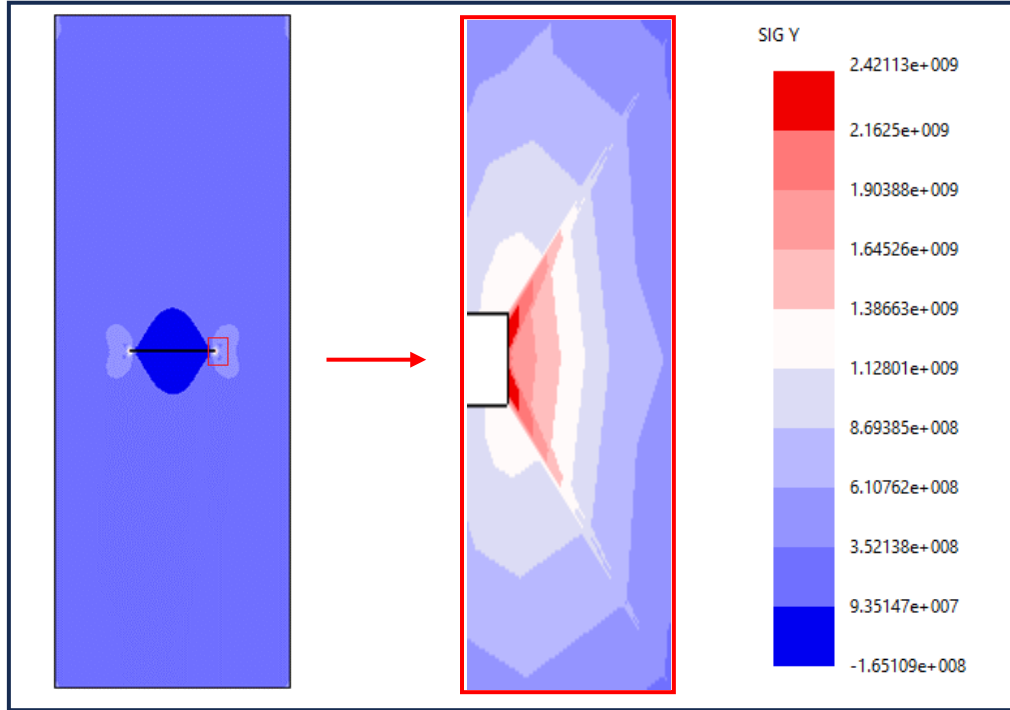
Une plaque rectangulaire qui contient un trou débouchant au milieu du type fente, de cinq géométries différentes pour chaque cas d'étude comme décrit la figure (V.1). On va simuler chacune de ces types de fente et présenter les résultats.



**Figure V.1 :** Les différentes géométries de fente dans l'éprouvette pour les cinq modèles.

**V.2.2. Cas d'une fente normal avant fissuration :**

Dans cette section on va prendre le modèle qu'on a décrit précédemment dans le chapitre 4, les résultats des autres modèles se trouveront dans la partie d'annexe.



*Figure V.2 : la distribution de contraintes ( $\sigma_{yy}$ ) sur l'éprouvette avant fissure en Pa.*

**V.2.3. Facteur d'intensité de contrainte theorique  $K_{Ith}$  :**

Le facteur d'intensité de contraintes (FIC)  $K_{Ith}$  est calculé par les formules suivantes : [28]

$$K_{Ith} = \sigma_y f\left(\frac{a}{L}\right) \sqrt{\pi a} \quad (V.1)$$

$$f\left(\frac{a}{L}\right) = \sqrt{1 \div \left(1 - \left(\frac{a}{L}\right)\right)} \times \left[1,122\left(1 - \left(\frac{a}{L}\right)\right) - 0,06\left(\frac{a}{L}\right)^2 + 0,728\left(\frac{a}{L}\right)^3\right] \quad (V.2)$$

Application Numérique :

$$f\left(\frac{a}{L}\right) = \sqrt{1 \div \left(1 - \left(\frac{10}{28}\right)\right)} \times \left[1,122\left(1 - \left(\frac{10}{28}\right)\right) - 0,06\left(\frac{10}{28}\right)^2 + 0,728\left(\frac{10}{28}\right)^3\right]$$

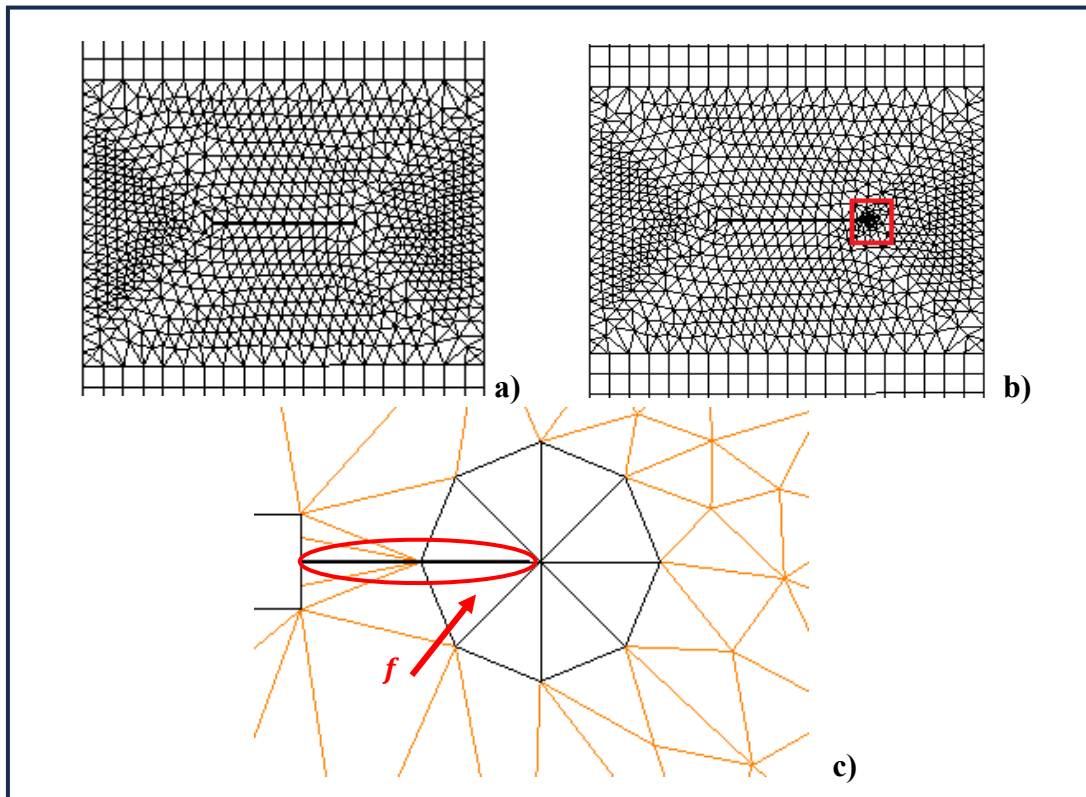
$$f\left(\frac{a}{L}\right) = 0,931418 \quad (\text{V.3})$$

$$K_{Ith} = 243 \times 0,931418 \times \sqrt{\pi \times 10 \times 10^{-3}}$$

$$K_{Ith} = 40,60 \text{ Mpa}\sqrt{\text{m}} \quad (\text{V.4})$$

#### V.2.4. Après fissuration :

On applique une fissure nommée 'f' sur le bord du trou débouchant (fente) de notre pièce, d'une longueur égale à 5mm, comme montre la figure (V.3) en bas.



**Figure V.3 :** a) Maillage d'éprouvette avant application de fissure. b) Résultat de maillage après application de fissure 'f'. C) Vue plus proche de la fissure appliquée  $f=0,5\text{mm}$ .

Par la suite, une propagation de la fissure 'f' qui aura lieu (figure V.4) selon une trajectoire ou une direction droite suivant l'axe X (figure V.5, a). Ce dernier entraîne une déformation permanente de notre pièce comme montre la figure (V.5, b).



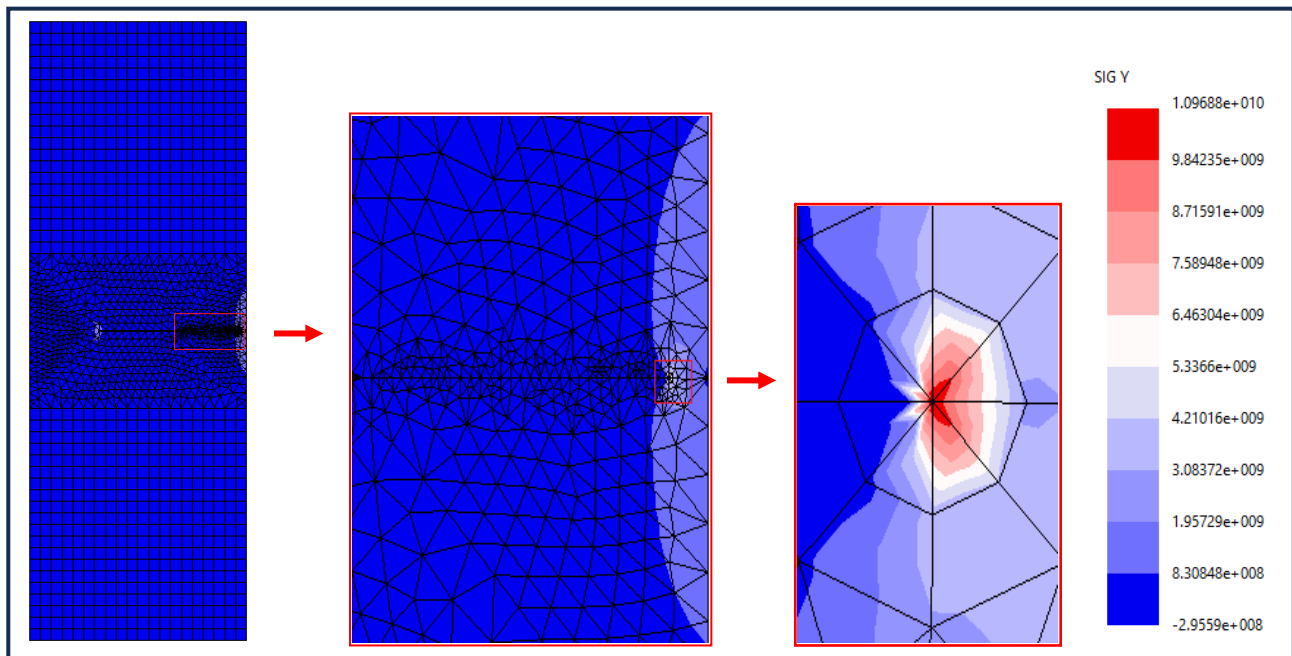


Figure V.4 : Simulation de la distribution de contrainte ( $\sigma_{yy}$ ) dans l'éprouvette après propagation de fissure en Pa.

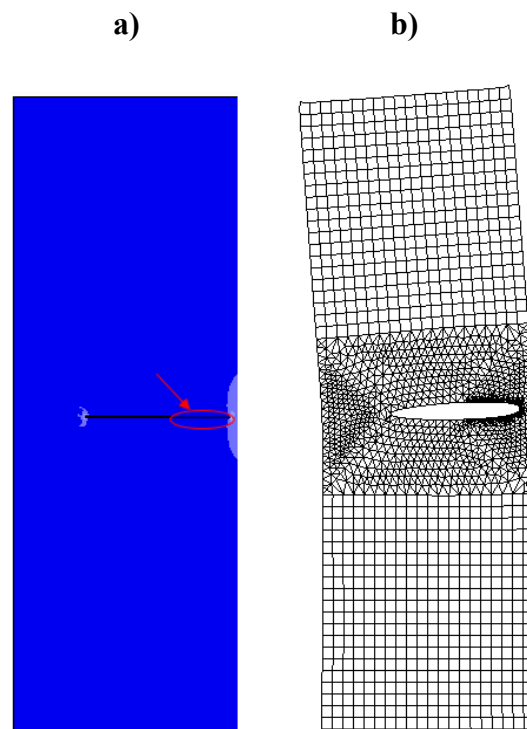


Figure V.5 : a) Trajectoire de la propagation de la fissure. b) L'état de l'éprouvette après déformation.

V.2.5. Résultats de (FIC)  $K_I$  après propagation de fissure :

La simulation par FRANC2D de la propagation de fissure nous donne les courbes de tendance de  $K_I(f)$  comme suit :

Tableau V-1 : Valeurs de  $K_I$  pour différentes valeurs de  $f$ .

$f(mm)$	$K_I(Mpa\sqrt{m})$	$f(mm)$	$K_I(Mpa\sqrt{m})$
0,5	34,47	4,5	47,93
1	35,36	5	51,24
1,5	36,79	5,5	54,76
2	38,28	6	59,44
2,5	39,54	6,5	64,77
3	41,54	7	73,20
3,5	43,25	7,5	84,24
4	45,68	8	103,98

Nous présentons sur la figure (V.6) ci-dessous, la courbe de variation du  $K_I$  en fonction de  $f$ .

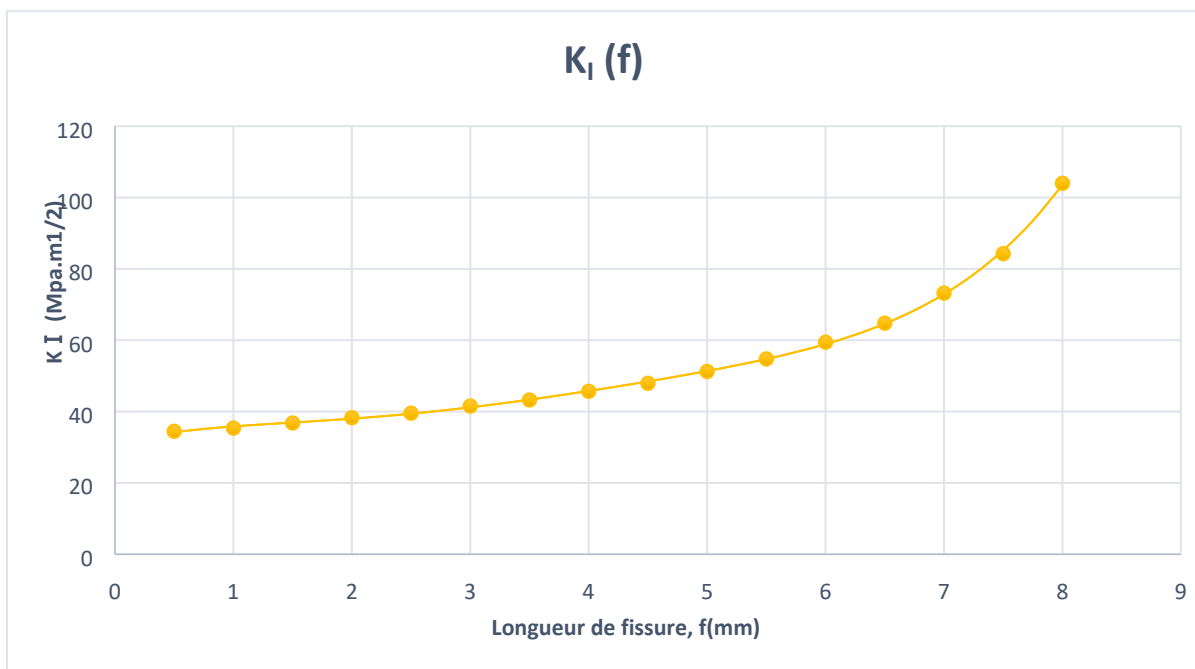


Figure V.6 : Courbe de facteur d'intensité de contrainte  $K_I$  en fonction de  $f$ .

**V.2.6. Discussion des résultats de la courbes  $K_I(f)$  :**

D'après le tableau (V-1) et la figure (V.6), nous constatons que  $K_I$  est une fonction croissante de la longueur de fissure  $f$  sur tout le domaine de  $f$ . Ces résultats sont logiques, car plus une fissure est longue plus elle devient dangereuse. Nous s'apercevons que la courbe est d'abord légèrement convexe pour les faibles longueurs de fissure ( $f \in [0,5 - 2]$ ). Ensuite, elle devient approubativement linéaire pour les longueurs moyennes ( $f \in [2,5 - 6]$ ). Elle s'achève par devenir concave pour les grandes longueurs ( $f \in [6,5 - 8]$ ). Cela explique le fait que plus la fissure grandit plus elle devient menaçante.

**V.2.7. Calcul du facteur d'intensité de contrainte critique  $K_{IC}$  :**

Pour déterminer le FICC  $K_{IC}$  à la rupture, on va utiliser la courbe d'ajustement du facteur d'intensité de contrainte  $K_I$  à la longueur de fissure  $f$ , présente sur la figure (V.6). Cette dernière détient une courbe caractérisée par une fonction polynomiale de cinquième degré, qu'on peut extraire et résoudre grâce au logiciel « Microsoft Excel ».

$$K_I = F(f) \tag{V.5}$$

La valeur critique de la longueur de fissure est obtenue à partir du point d'inflexion de la courbe lorsque la valeur de la seconde dérivée de  $K_I$  est égale à 0 :

$$\frac{d^2 K_I}{df^2} = 0 \tag{V.6}$$

En résolvant l'équation (V.6), Lorsque la longueur de fissure atteint sa valeur critique  $f_c$ , le facteur d'intensité de contrainte obtient sa valeur critique correspondante à la ténacité à la rupture. Ensuite, la valeur respective de  $K_{IC}$  en fonction de la longueur de la fissure dans notre éprouvette, est calculée pour la valeur critique de la longueur de notre fissure. Les résultats seront présentés dans le tableau (V-2) ci-dessous.

*Tableau V-2 : Constantes des fonctions polynomiales pour les différents types de fente sur la pièce.*

Type de fente	$K_1 = F(f)$
Normale	$0,0183f^5 - 0,31f^4 + 1,9814f^3 - 5,2946f^2 + 8,2787f + 31,161$
Circulaire	$0,0281f^5 - 0,5432f^4 + 4,1262f^3 - 14,792f^2 + 28,277f + 28,832$
Carré	$0,0208f^5 - 0,3929f^4 + 3,0569f^3 - 12,308f^2 + 32,292f + 8,9063$
Elliptique	$0,0253f^5 - 0,4326f^4 + 2,7763f^3 - 7,5394f^2 + 10,946f + 31,333$
Losange	$0,02f^5 - 0,3371f^4 + 2,1159f^3 - 5,4571f^2 + 7,828f + 33,002$

**Remarque :** Nous présentons les résultats des valeurs du FIC  $K_1$  et les différents résultats de la simulation des autres fentes (Circulaire, Carré, Elliptique, Losange) en détails sur la partie d'annexes. C'est le même travail qui sera établie, on s'intéresse prioritairement dans ce travail à la valeur de FICC  $K_{IC}$  des différentes formes des trous étudiés dans notre pièce.

*Tableau V-3 : Les valeurs critiques de la longueur de fissure sur les cinq modèles de fente.*

Type de fente	Deuxième dérivée de $K_1 : \frac{d^2K_1}{df^2} = 0$	$f_c$ (mm)
Normale	$0,366f^3 - 3,72f^2 + 11,888f - 10,589$	<b>1,466</b>
Circulaire	$1,6f^3 - 6,516f^2 + 24,475f - 29,58$	<b>1,634</b>
Carré	$0,416f^3 - 4,7148f^2 + 18,34f - 24,616$	<b>4,11</b>
Elliptique	$0,506f^3 - 5,1912f^2 + 16,6578f - 15,0788$	<b>1,514</b>
Losange	$0,4f^3 - 4,0452f^2 + 12,6954f - 10,9142$	<b>1,392</b>

Au final, le facteur d'intensité de contrainte critique  $K_{IC}$  pour chaque longueur de fissure critique est établie sur le tableau (V-4) en bas.

**Tableau V-4 : Résultats de  $K_{IC}$ .**

Type de fente	$f_c$ (mm)	$K_{IC}$ (Mpa $\sqrt{m}$ )
Normale	<b>1,466</b>	36,85
Circulaire	<b>1,634</b>	45,94
Carré	<b>4,11</b>	58,23
Elliptique	<b>1,514</b>	38,18
Losange	<b>1,392</b>	37,87

Une comparaison entre les résultats du facteur d'intensité de contrainte  $K_{IC}$  obtenu par la méthode numérique et la valeur du FIC théorique  $K_{Ith}$  obtenu par la méthode analytique, présente sur le tableau (V-5) suivant.

**Tableau V-5 : Comparaison entre les deux résultats théoriques et FRANC2D.**

	Résultats ' FRANC2D '	Résultat théorique	
Type de fente	$K_{IC}(Mpa\sqrt{m})$	$K_{Ith}(Mpa\sqrt{m})$	Erreur %
Normale	36,58	40,60	-4,02
Circulaire	45,95		+5,35
Carré	58,23		+17,63
Elliptique	38,12		-2,48
Losange	37,87		-2,73

### V.2.8. Discussion des résultats ' $K_{IC}$ ' obtenu :

Dans ce travail, on a appliqué une méthode numérique existante sur le logiciel 'FRANC2D' pour déterminer FICC ' $K_{IC}$ ' d'une éprouvette à une fente centrale de différentes géométries. En premier lieu, on a étudié l'évolution du facteur d'intensité de contrainte ' $K_I$ ' par rapport à la longueur de fissure  $f$ . [26]

Par la suite, on a réussi à établir une équation de tendance associée pour extraire l'équation correspondante à ' $K_{IC}$ ' en fonction de la longueur de fissure, exprimée sur le tableau (V-2) et la figure (V.6). La longueur de fissure ' $f_c$ ' est obtenue grâce au point d'inflexion de l'équation de la courbe de tendance lorsque la valeur de la seconde dérivée de ' $K_I$ ' est égale à 0 (tableau V-3).

Au final, on a calculé le facteur d'intensité de contrainte critique ' $K_{IC}$ ' à partir de la longueur de fissure critique ' $f_c$ '.

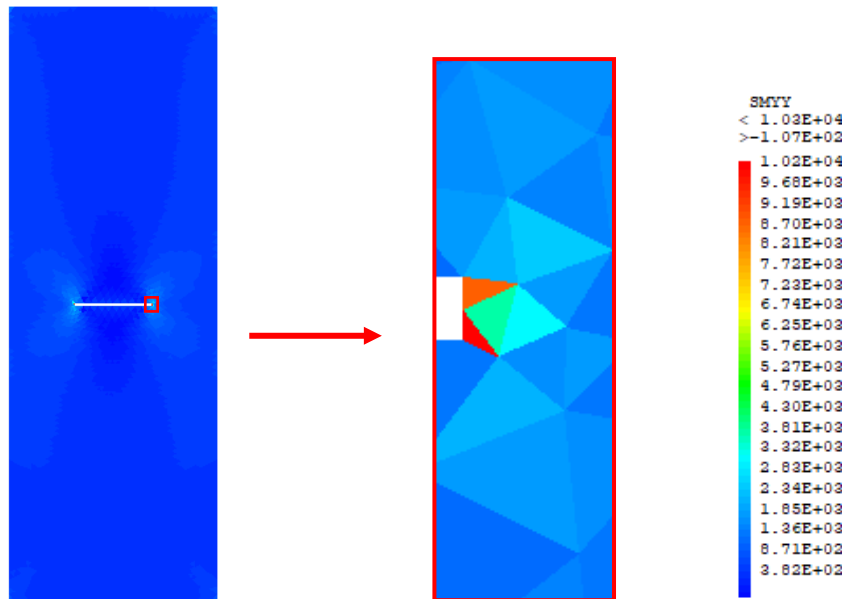
Selon le tableau (V-5), on remarque que la valeur de ' $K_{IC}$ ' augmente pour les grandes géométries de fente (Carré, Circulaire) et diminue pour les géométries de fente plus fine (Normale, Elliptique, Losange). Cela explique le fait que la concentration de contrainte se focalise sur la pointe de fissure, donc la géométrie de fente a un impact très important sur la rupture et la ténacité ' $K_{IC}$ ' du matériau.

### V.3. Résultats de simulation sur le logiciel CASTEM :

On prend le même exemple de la forme de fente (trou normal) qu'on a fait sur FRANC2D, présent sur la figure (V.2). Pour les mêmes grandeurs de la pièce et les mêmes conditions limites appliqués.

#### V.3.1. Cas d'une fente normale avant fissuration :

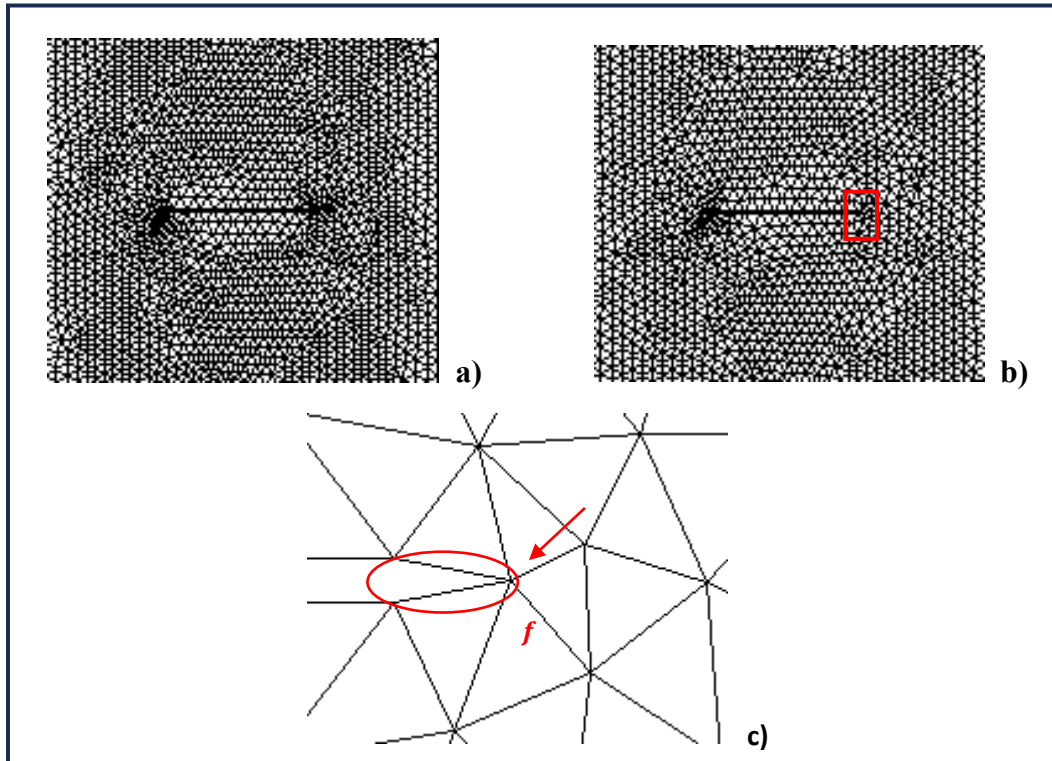
Résultats de simulation de notre pièce à fente normale sur CASTEM, avant fissuration.



*Figure V.7 : La distribution de contraintes ( $\sigma_{yy}$ ) sur l'éprouvette en Mpa*

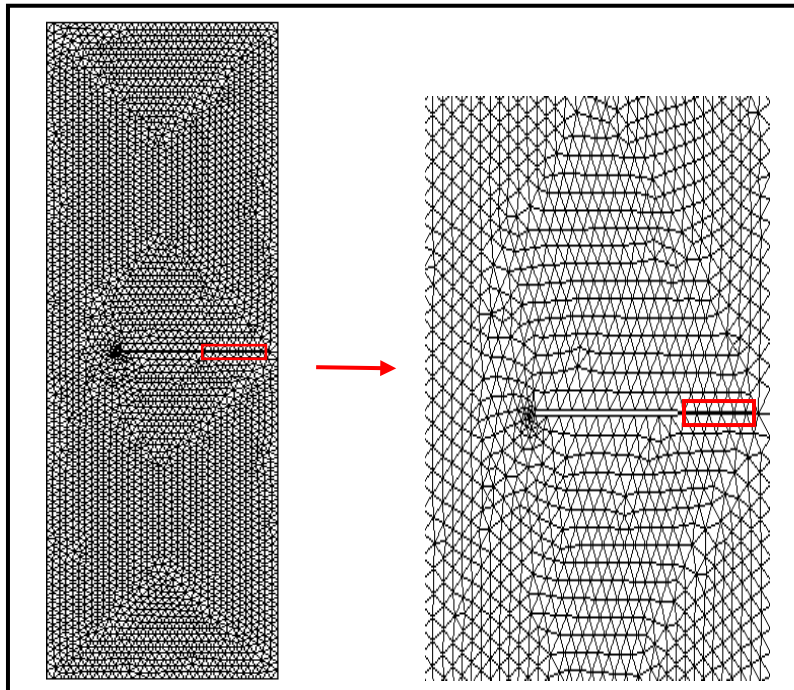
V.3.2. Après fissuration :

De la même manière, on applique une fissure nommée ' $f$ ' sur le bord du trou débouchant (fente) de notre pièce, d'une longueur égale à 5mm, comme montre la figure (V.8) ci-dessous.



**Figure V.8 :** a) Maillage d'éprouvette avant application de fissure. b) Résultat de maillage après application de fissure ' $f$ '. c) Vue plus proche de la fissure appliquée  $f=0,5\text{mm}$ .

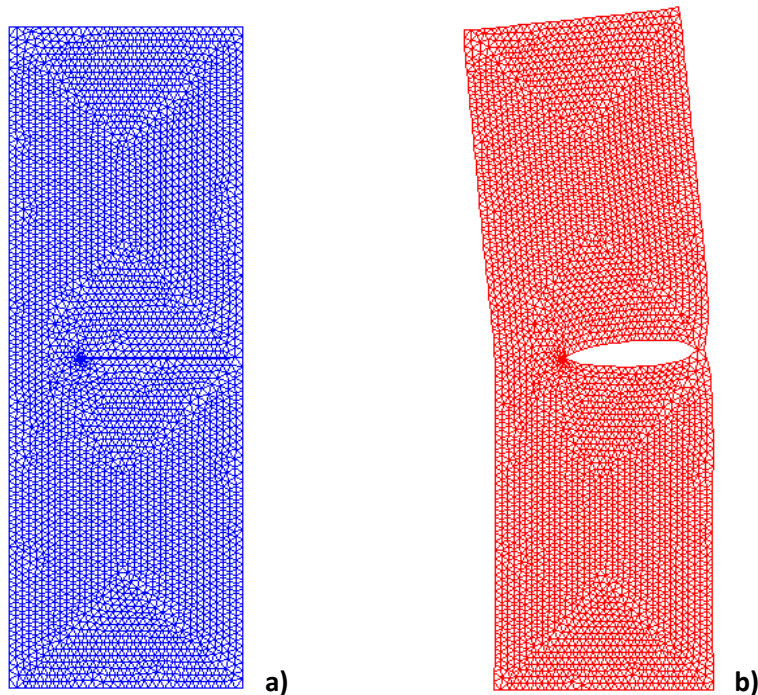
Dans la figure (V.9), on montre l'état de notre éprouvette après propagation de la fissure avant déformation, ainsi que la trajectoire de la propagation.



**Figure V.9 :** Maillage non déformé de la propagation de fissure dans la pièce avec trajectoire de la propagation.

L'état de notre éprouvette après déformation à la rupture due à la propagation de la fissure présente sur la figure (V.10) comme suit :





**Figure V.10 :** a) Maillage non déformée de la pièce après propagation de la fissure. b) Maillage déformée à la rupture de la pièce après propagation de la fissure.

### V.3.3. Résultats du facteur d'intensité de contraintes (FIC) $K_I$ suite à la propagation de la fissure :

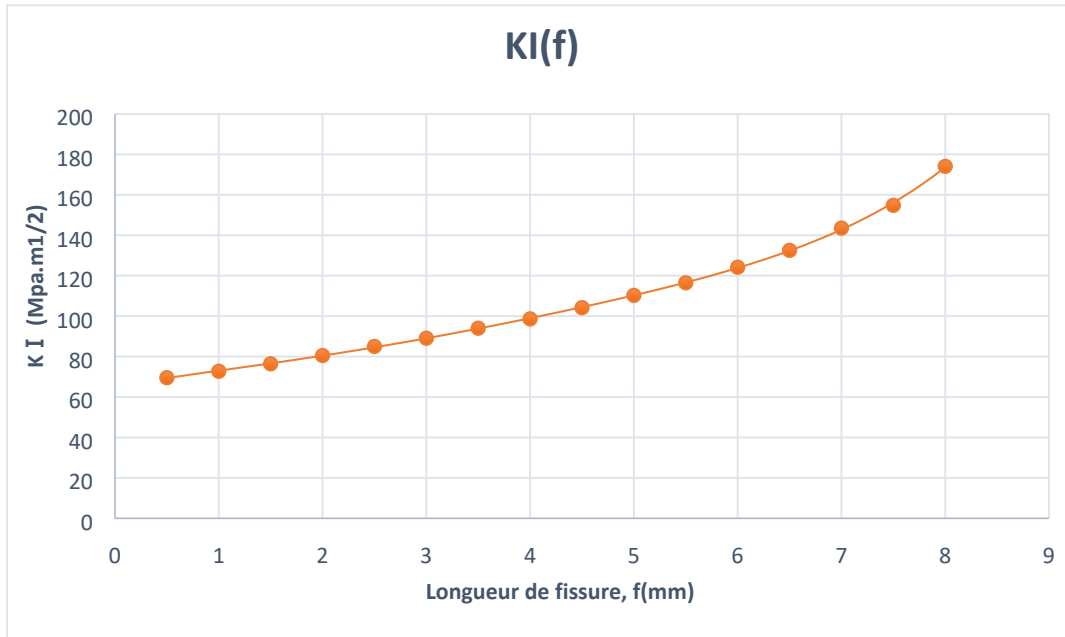
La simulation par CASTEM de la propagation de fissure nous donne les courbes de tendance de  $K_I(f)$  comme suit :

**Tableau V-6 :** Valeurs de  $K_I$  pour différentes valeurs de  $f$ .

$f(mm)$	$K_I(Mpa\sqrt{m})$	$f(mm)$	$K_I(Mpa\sqrt{m})$
0,5	69,55	4,5	104,18
1	72,74	5	110,25
1,5	76,42	5,5	116,49
2	80,52	6	124,19
2,5	85,01	6,5	132,53
3	89,08	7	143,53
3,5	94,02	7,5	154,79

<b>4</b>	98,63	<b>8</b>	174,07
----------	-------	----------	--------

Nous présentons sur la figure (V.11) ci-dessous, la courbe de variation du  $K_I$  en fonction de  $f$ .



**Figure V.11:** Courbe de facteur d'intensité de contrainte  $K_I$  en fonction de  $f$ .

#### V.3.4. Discussion des résultats de la courbes $K_I(f)$ :

D'après le tableau (V-6) et la figure (V.11), nous constatons que  $K_I$  est une fonction croissante de la longueur de fissure  $f$  sur tout le domaine de  $f$ . Ces résultats sont logiques, car plus une fissure est longue plus elle devient dangereuse. Nous s'apercevons que la courbe est d'abord légèrement convexe pour les faibles longueurs de fissure ( $f \in [0,5 - 3]$ ). Ensuite, elle devient apparemment linéaire pour les longueurs moyennes ( $f \in [3,5 - 6]$ ). Elle s'achève par devenir concave pour les grandes longueurs ( $f \in [6,5 - 8]$ ). Cela explique le fait que plus la fissure grandit plus elle devient menaçante.

#### V.3.5. Calcul du facteur d'intensité de contraintes critique $K_{IC}$ :

De la même manière qu'on a calculé le facteur d'intensité de contraintes (FICC)  $K_{IC}$  précédemment dans ce chapitre, on va directement passer aux résultats du calcul, présents sur les tableaux en bas.

**Tableau V-7:** Constante de la fonction polynomiale pour la fente normale dans la pièce.

Type de fente	$K_I = F(f)$
Normale	$0,0099f^5 - 0,1579f^4 + 0,9675f^3 - 2,1637f^2 + 9,1953f + 65,181$

La valeur critique de la longueur de fissure ' $f_c$ ' obtenu par l'équation (V.6) pour la fente du type 1 (trou normal), se trouve sur le tableau suivant.

**Tableau V-8 :** La valeur critique de la longueur de fissure.

Type de fente	Deuxième dérivée de $K_I : \frac{d^2K_I}{df^2} = 0$	$f_c$ (mm)
Normale	$0,198f^3 - 1,8948f^2 + 5,805f - 4.3274$	<b>1,087</b>

Par la fin, le facteur d'intensité de contrainte critique  $K_{IC}$  pour la longueur de fissure critique est présentée sur le tableau (V-9) en bas.

**Tableau V-9 :** Résultats de  $K_{IC}$ .

Type de fente	$f_c$ (mm)	$K_{IC} (Mpa\sqrt{m})$
Normale	<b>1,087</b>	73,65

On remarque que la valeur du facteur d'intensité de contraintes critique  $K_{IC}$  est plus élevée que la valeur du facteur d'intensité de contraintes théorique, calculé précédemment.

#### V.4. Discussion des résultats ' $K_{IC}$ ' obtenu :

Dans ce travail, on a appliqué une méthode numérique existante sur le logiciel 'CASTEM' pour déterminer FICC ' $K_{IC}$ ' d'une éprouvette à une fente centrale de différentes géométries. En premier lieu, on a étudié l'évolution du facteur d'intensité de contrainte ' $K_I$ ' par rapport à la longueur de fissure  $f$ .

Par la suite, on a réussi à établir une équation de tendance associée pour extraire l'équation correspondante à ' $K_{IC}$ ' en fonction de la longueur de fissure, exprimée sur le tableau (V-7) et la figure (V.11). La longueur de fissure ' $f_c$ ' est obtenue grâce au point d'inflexion de l'équation de la courbe de tendance lorsque la valeur de la seconde dérivée de ' $K_I$ ' est égale à 0 (tableau V-8).

Au final, on a calculé le facteur d'intensité de contrainte critique ' $K_{IC}$ ' à partir de la longueur de fissure critique ' $f_c$ '.

### **V.5. Comparaison des résultats du FICC $K_{IC}$ pour les deux logiciels :**

Dans le tableau (V-10) ci-dessous, on va faire une comparaison entre les deux solutions obtenues par les deux logiciels FRANC2D et CASTEM pour la même géométrie de fente (trou normal) à travers la même méthode de résolution.

**Tableau V-10 :** Comparaison entre les résultats du FICC  $K_{IC}$  des deux logiciels.

	Résultats ' FRANC2D '	Résultats ' CASTEM '	Résultat théorique
Type de fente	$K_{IC}(Mpa\sqrt{m})$	$K_{IC}(Mpa\sqrt{m})$	$K_{Ith}(Mpa\sqrt{m})$
Normale	<b>36,58</b>	<b>73.65</b>	<b>40,60</b>

### **Discussion :**

Il existe un écart important entre les deux valeurs de calcul du facteur d'intensité de contraintes critique  $K_{IC}$  pour les deux logiciels d'éléments finis FRANC2D et CASTEM, pour la même géométrie du trou dans la pièce. Pour pouvoir déterminer quel est le résultat le plus proche, cela nécessite un essai expérimentale afin de déterminer la valeur de FICC  $K_{IC}$  la plus appropriée au matériau choisi.

### **V.6. Conclusion :**

Dans ce chapitre, on a calculé le facteur d'intensité de contraintes (FIC) ' $K_I$ ' et le facteur d'intensité de contraintes critique (FICC) ' $K_{IC}$ ' pour cinq différentes géométries de fente d'une pièce rectangulaire en alliage d'aluminium (5083 H11). Par le logiciel d'éléments finis FRANC2D.

D'autre part, on a fait le même travail pour la même pièce à fente d'une géométrie normale (type1) à travers le logiciel d'éléments finis CASTEM. A la fin, on a comparé les résultats du FICC obtenu par les deux logiciels d'éléments finis.



**Conclusion générale**

### CONCLUSION GENERALE

Les alliages d'aluminium de la série 5xxx sont couramment utilisés dans les applications marines en raison de leur bon équilibre entre la légèreté et de bonnes propriétés mécaniques et une meilleure résistance à la corrosion. Le but de ce travail est l'étude du facteur d'intensité de contraintes ' $K_I$ ' et le facteur d'intensité de contraintes critique ' $K_{IC}$ ' de la propagation fissure dans une pièce à alliage d'aluminium décrit auparavant, à travers des logiciels des éléments finis.

On a fait une comparaison de simulation de la propagation de fissure de cinq types de géométries de fente situées au milieu d'une pièce rectangulaire, par les deux logiciels FRANC2D et CASTEM.

L'analyse des résultats obtenus permettent de constater les points suivants :

- Plus la longueur de la fissure est élevée, plus la valeur d'intensité de contraintes ' $K_I$ ' augmente. Cela est valide pour les deux logiciels utilisés.
- La valeur du facteur d'intensité de contraintes critique ' $K_{IC}$ ' est grande pour les géométries de fente circulaire et carré, et moins élevée pour les autres géométries plus fines. Cela explique que la géométrie de fente a une influence importante sur la ténacité.
- Les résultats du FIC ' $K_I$ ' et FICC ' $K_{IC}$ ' obtenu par le logiciel CASTEM sont plus élevées que ceux obtenus par FRANC2D, cela nécessite un essai expérimentale.

Les perspectives que l'on peut dégager pour la poursuite de ce travail sont :

- Continuer de faire la simulation des quatre géométries de fente sur CASTEM et comparer avec les résultats qu'on a obtenu sur FRANC2D.
- Prendre en considération d'autres géométries de fente avec d'autres dimensions.
- Etudes d'autres problèmes impliquant le calcul de  $K_{II}$  et  $K_{III}$ .



**Références bibliographiques**



### REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] A. Achwek, 'Étude de la réparation des pipes endommagés par un patch en composite', Mémoire de Magister, Université de Sidi bel Abbas, Algérie, 2012.
- [2] P. O. Bouchard, 'Contribution à la modélisation numérique en mécanique de la rupture et structures multi-matériaux', Thèse de Doctorat, École nationale supérieure des mines de Paris, France, 2000.
- [3] N. Recho, 'Rupture par fissuration des structures', Hermes Sciences Publications, France, 1995.
- [4] F. Bailek et M. Yaichi, 'Modélisation des structures fissurées à la mécanique de la rupture', Mémoire de Master, Université Ahmed Draia, Adrar, Algérie, 2017.
- [5] I. Slamani et A. Ouansa, 'Calcul de  $K_{III}$  pour une section circulaire fissurée par la méthode de collocation de frontière en utilisant la méthode SVD', Mémoire de Master, Université Saad Dahlab Blida, Algérie, 2020.
- [6] R. Loucif, et N. H. Ben Aoua, 'Comportement mécanique des alliages d'aluminium', Mémoire de Master, Université Larbi Tébessi, Tébessa, Algérie, 2022.
- [7] J. B. Leblond, 'Mécanique de la rupture fragile et ductile', Lavoisier, France, 2003.
- [8] H. Ferdjani, 'Cours de mécanique de la rupture', Université Saad Dahleb Blida, Algérie, 2023.
- [9] B. Meddour, 'Cours de fatigue des matériaux & Mécanique de rupture', Mémoire de Master, Université de Abbas Laghrour, Khenchela, Algérie, 2017.
- [10] S. Benkrija, 'Calcul du facteur d'intensité de contrainte pour des sections fissurées circulaire et elliptique avec ABAQUS', Mémoire de Master, Université de Saad Dahlab Blida, Algérie, 2018.
- [11] J. Lu et H. P. Lieurade, 'Concentration de contraintes', Techniques De L'ingénieur, France, 1998.
- [12] S. M. El-Mostapha, 'Analyse du phénomène de la concentration de contraintes dans une plaque percée par la méthode des éléments finis', Mémoire de Master, Ecole Nationale Polytechnique, El-Harrach, Algérie, 2014.

## Références bibliographiques

---

[13] S. Benmerabet, 'Analyse numérique par éléments finis étendus (X-FEM) de structures fissurées', Mémoire de Master, Université Ibn Khaldoun de Tiaret, Algérie, 2020.

[14] C. Tassadit, 'Détermination du facteur de concentration de contraintes et du facteur d'intensité de contraintes avec la méthode photoélastique et la méthode des éléments finis', Mémoire de Master, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, Algérie, 2013.

[15] L. Chevalier, A. Eddahhak-Ouni et Y. Maleej, 'Concentration de contraintes : Différentes techniques de mesure, Seconde partie', Revue Technologie, 2004.

[16] B. Lawn and T. R. Wilshaw, 'Fracture of Brittle solids, chapitre 2 : Cracks and Fundamentals of Fracture', Cambridge, England, 1992.

[17] HYPERLINK

[https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode\\_des\\_%C3%A9l%C3%A9ments\\_finis](https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode_des_%C3%A9l%C3%A9ments_finis)

[18] M. Bettayeb, 'Contribution à l'étude de la fiabilité en présence de défauts de joints de soudures et de corrosion, dans les canalisations de transport d'hydrocarbures', Thèse de Doctorat, Université Mhamed Bougara, Boumerdes, Algérie, 2016.

[19] S. Benmerabet, 'Analyse numérique par éléments finis étendus (X-FEM) de structures fissurées', Mémoire de Master, Université Ibn Khaldoun, Tiaret, Algérie, 2020.

[20] Cast3M 2003, [en ligne]. Disponible sur <[www.cast3m.cea.fr/html/Documentation\\_Cast3M](http://www.cast3m.cea.fr/html/Documentation_Cast3M)>. (Consulté en 2024).

[21] E. Le Fichoux, 'Utiliser Cast3m', École Nationale Supérieure des Techniques Avancées (ENSTA), Edition 2011, France.

[22] A. Bessai et I. Bouanani, 'Calcul et modélisation par éléments finis de l'assemblage de deux profilés métalliques par platine d'extrémité sous CAST3M', Mémoire de Master, Université Abderrahmane Mira, Bejaia, Algérie, 2018.

[23] HYPERLINK "<http://www.unicaen.fr/>" Université de Caen, [en ligne]. Disponible sur : <<https://choi.users.lmno.cnrs.fr/pdf/castem-tp.pdf>>. (Consulté en 2024).

[24] N. Kacimi, 'Analyse numérique d'une structure auto stable et d'une structure mixte (portiques + voiles)', Mémoire de Master, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, Algérie, 2013.

## Références bibliographiques

---

[25] D Swenson, M James, B Hardeman, 'CASCA : A Simple 2-D Mesh Generator', Kansas State University , Manhattan, USA.

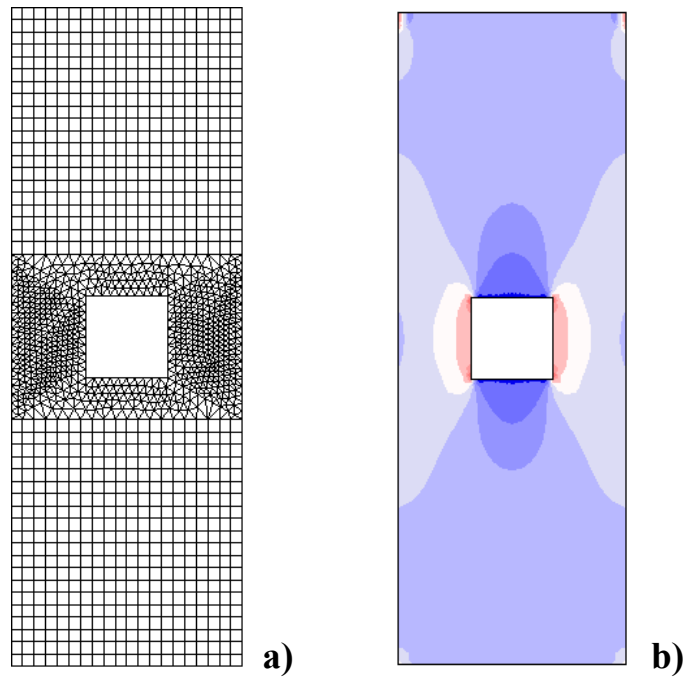
[26] L. Daoud, 'Approche fiabiliste dans l'analyse du comportement des matériaux à la rupture', Thèse de Doctorat, Université Badji Mokhtar, Annaba, Algérie, 2018.

[27] P. Wawrzynek, A. Ingraffea, 'FRANC2D, A Two Dimensional Crack Propagation Simulator, User's Guide', USA, 1992.

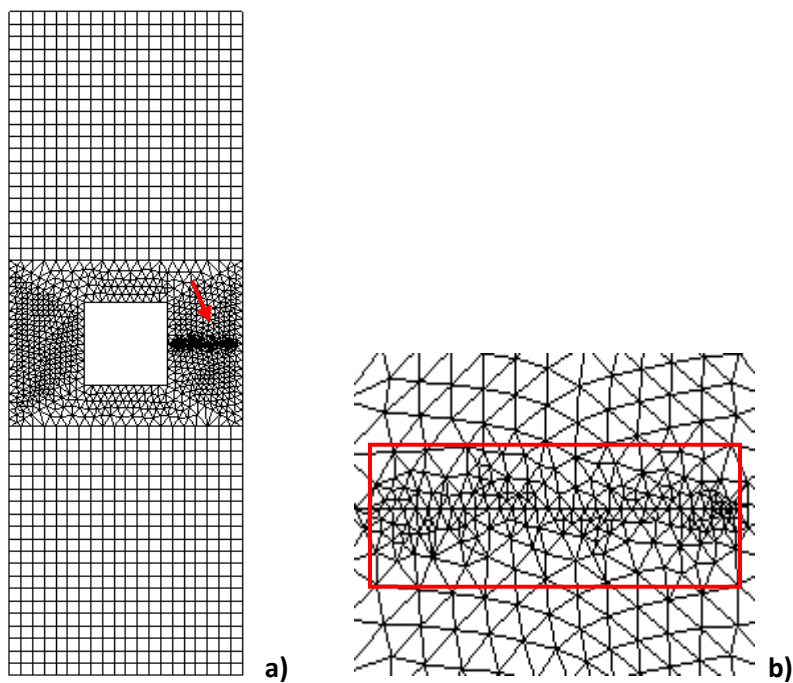
[28] K. Mesli et L. M. El Habib, 'Etude par éléments finis de la propagation de la fissure d'une plaque', Mémoire de Master, Université Kasdi Merbah, Ouargla, Algérie, 2019.

**Annexe A**  
**Résultats pour le logiciel**  
**FRANC2D**

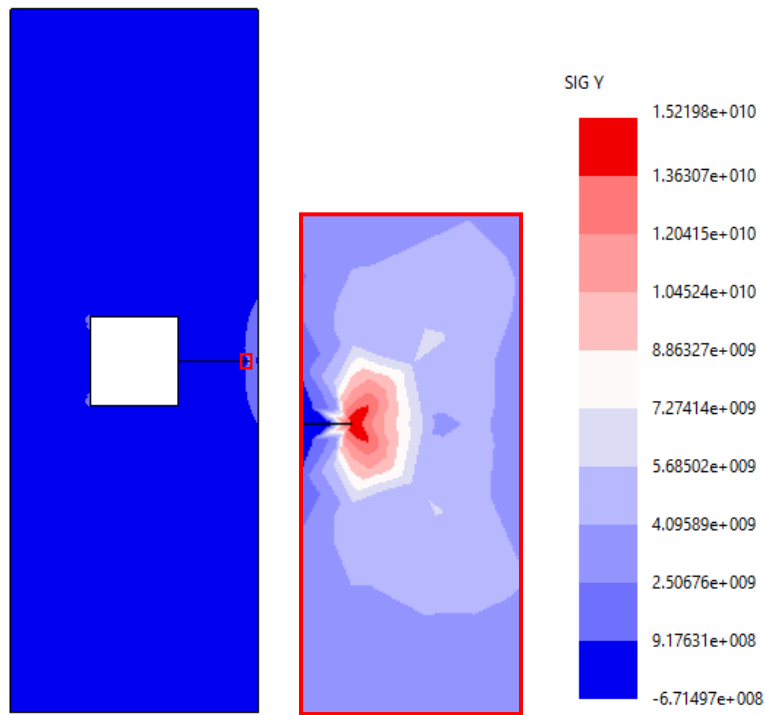
❖ Cas d'une pièce à fente carré :



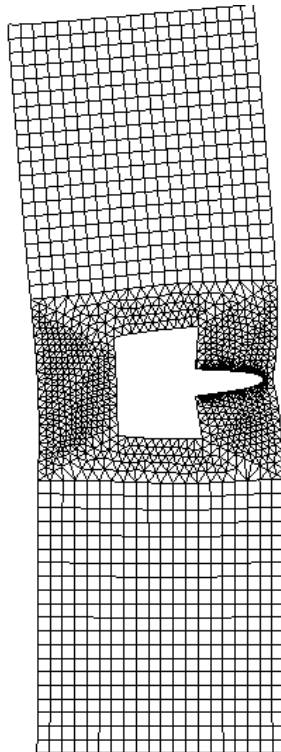
*Figure A.1 : a) Maillage d'une fente carré dans l'éprouvette sur FRANC2D. b) la distribution de contraintes ( $\sigma_{yy}$ ) sur l'éprouvette avant fissure en Pa.*



*Figure A.2 : Maillage après propagation de fissure dans la pièce. b) Vue plus proche de la propagation de fissure*



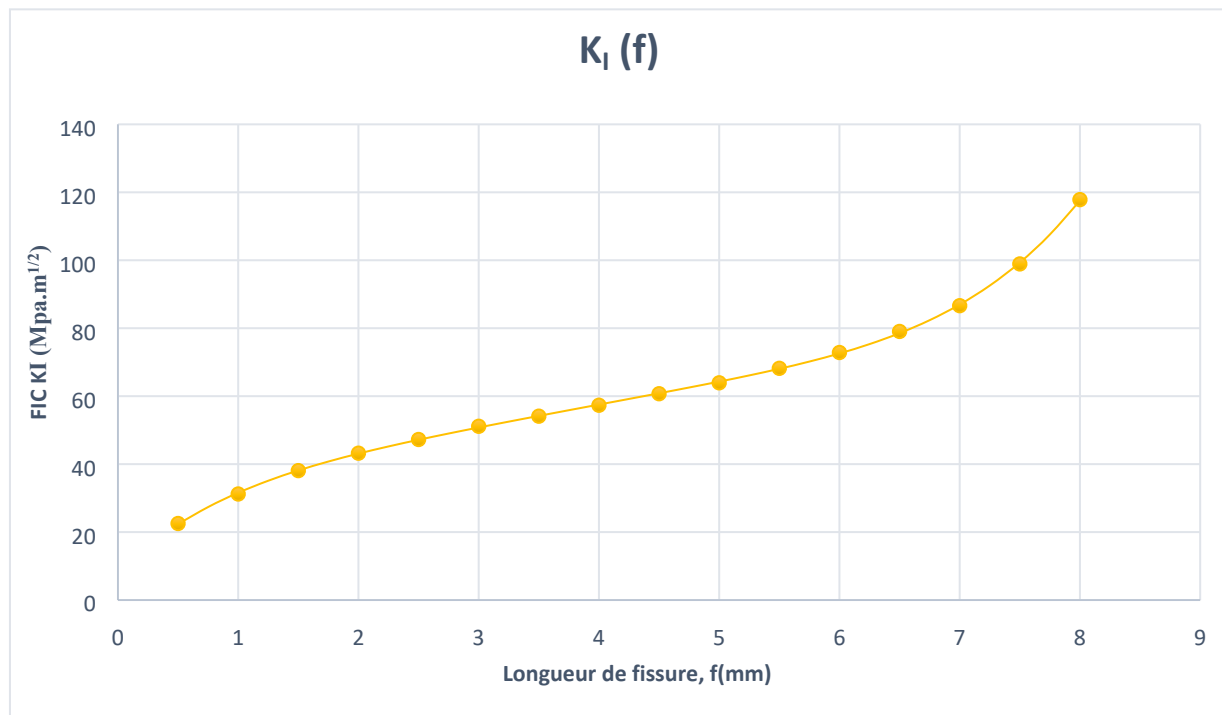
*Figure A.3 : Simulation de la distribution de contrainte ( $\sigma_{yy}$ ) dans l'éprouvette après propagation de fissure en Pa et trajectoire.*



*Figure A.4 : L'état de l'éprouvette après déformation.*

*Tableau A-1: Valeurs de KI pour différentes valeurs de f.*

$f(mm)$	$K_I(Mpa\sqrt{m})$	$f(mm)$	$K_I(Mpa\sqrt{m})$
0,5	22,35	4,5	60,72
1	31,21	5	63,93
1,5	38,09	5,5	68,20
2	43,22	6	72,85
2,5	47,25	6,5	79,05
3	51,14	7	86,63
3,5	54,11	7,5	98,92
4	57,33	8	117,84

*Figure A.5 : Courbe de facteur d'intensité de contraintes KI en fonction de f.*

❖ Cas d'une pièce à fente circulaire :

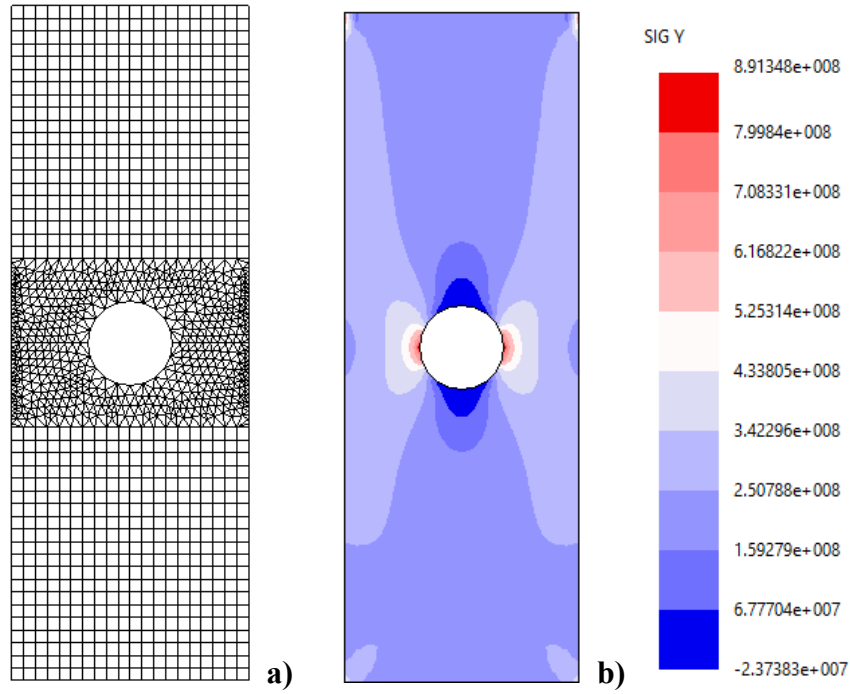


Figure A.6 : a) Maillage d'une fente circulaire dans l'éprouvette sur FRANC2D. b) la distribution de contraintes ( $\sigma_{yy}$ ) sur l'éprouvette avant fissure en Pa.

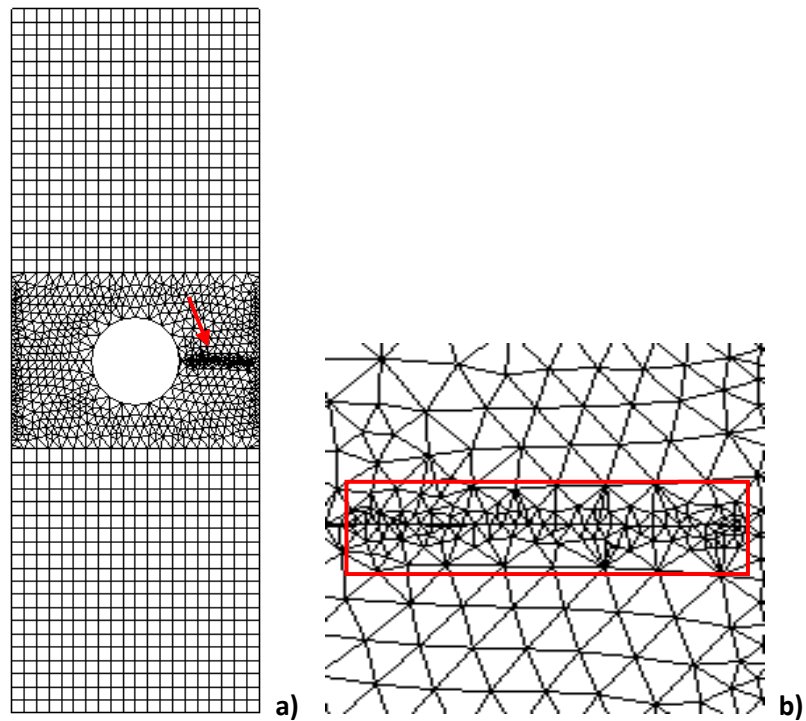
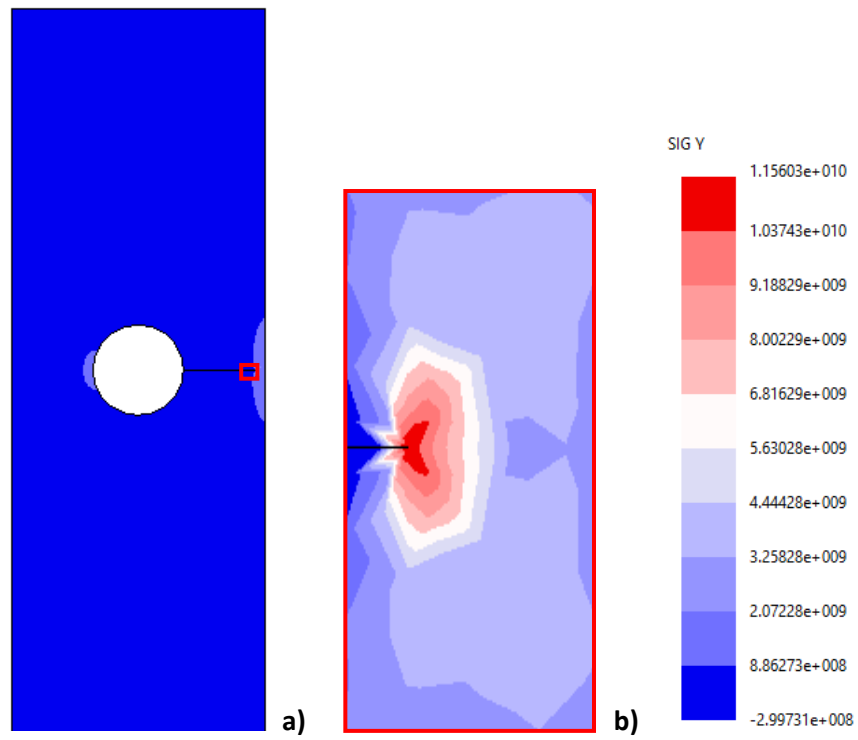
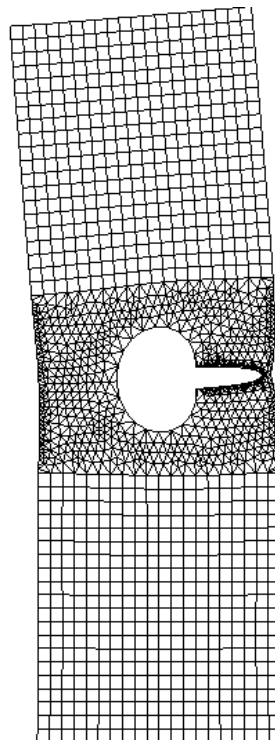


Figure A.7 : Maillage après propagation de fissure dans la pièce. b) Vue plus proche de la propagation de fissure.





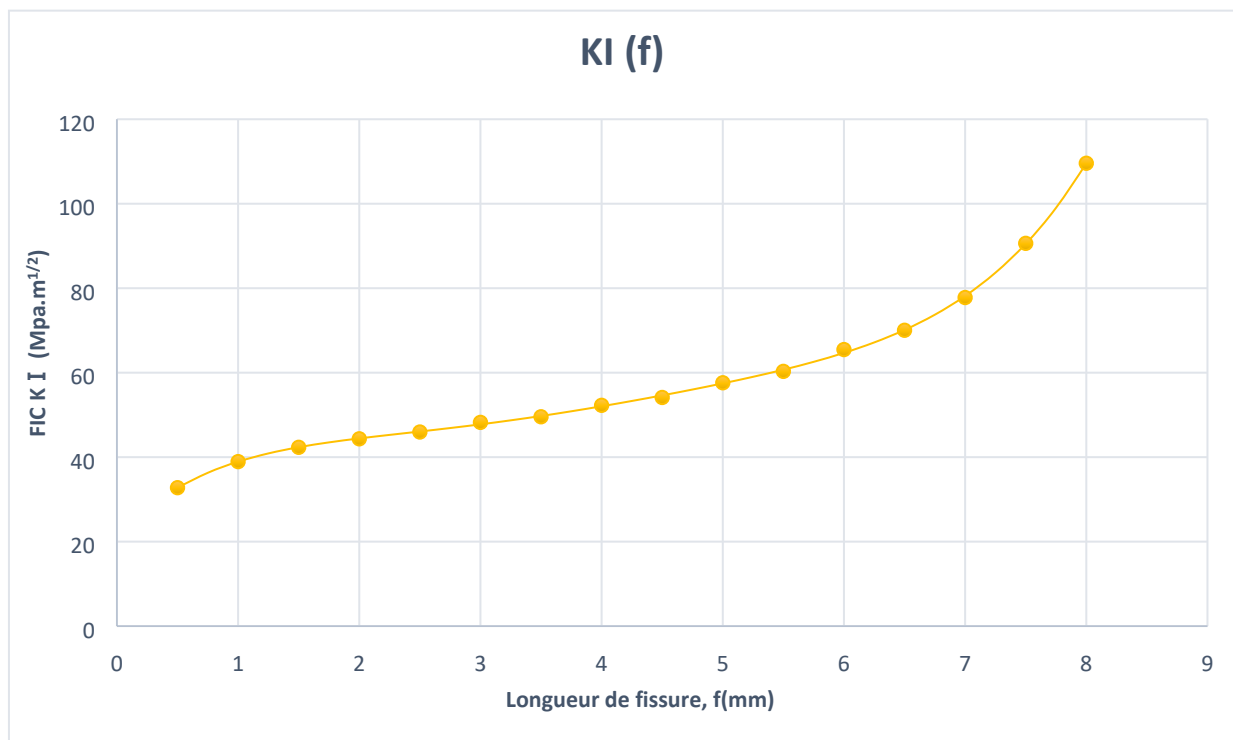
*Figure A.8 : Simulation de la distribution de contrainte ( $\sigma_{yy}$ ) dans l'éprouvette après propagation de fissure en Pa et trajectoire.*



*Figure A.9 : L'état de l'éprouvette après déformation.*

*Tableau A-2 : Valeurs de KI pour différentes valeurs de f.*

$f(\text{mm})$	$K_I(\text{Mpa}\sqrt{\text{m}})$	$f(\text{mm})$	$K_I(\text{Mpa}\sqrt{\text{m}})$
0,5	32,77	4,5	54,13
1	38,94	5	57,61
1,5	42,33	5,5	60,31
2	44,34	6	65,47
2,5	45,95	6,5	70,04
3	48,23	7	77,79
3,5	49,56	7,5	90,62
4	52,27	8	109,58

*Figure A.10 : Courbe de facteur d'intensité de contraintes KI en fonction de f.*

❖ Cas d'une pièce à fente elliptique :

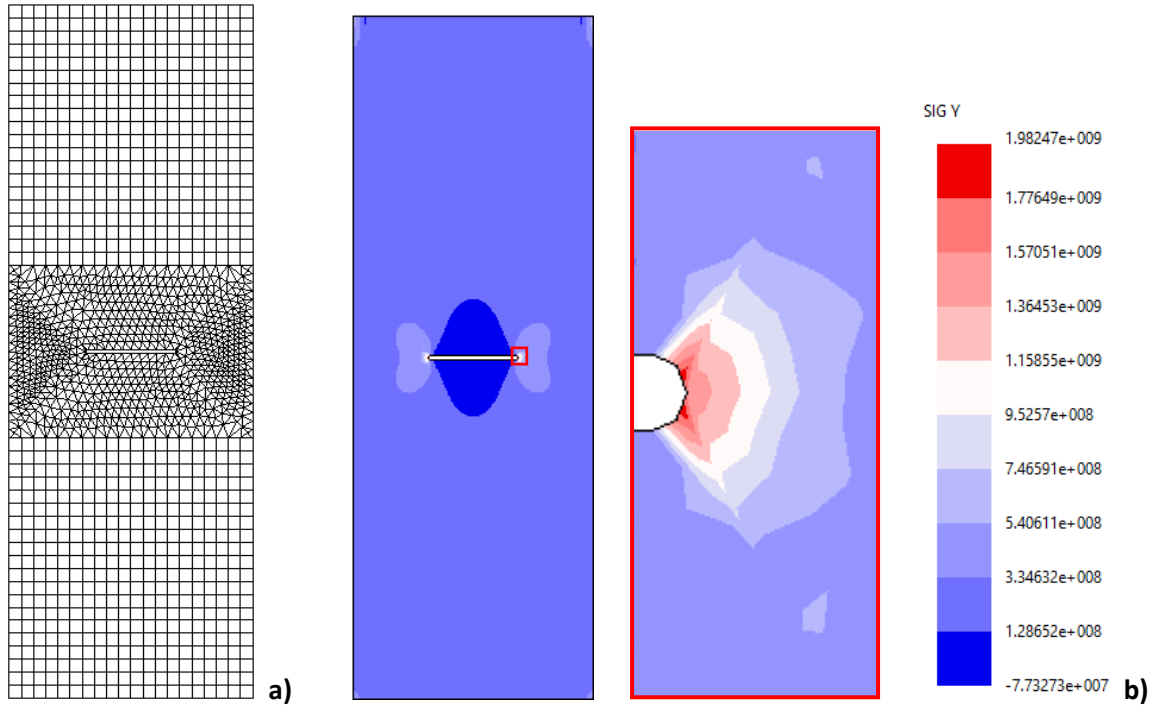


Figure A.11 : a) Maillage d'une fente elliptique dans l'éprouvette sur FRANC2D. b) la distribution de contraintes ( $\sigma_{yy}$ ) sur l'éprouvette avant fissure en Pa.

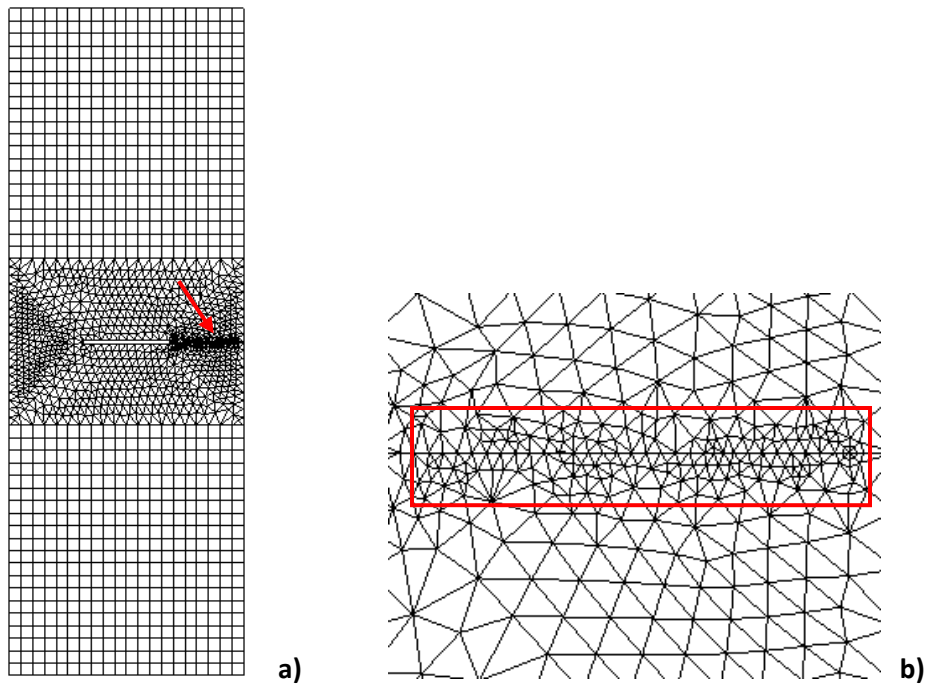
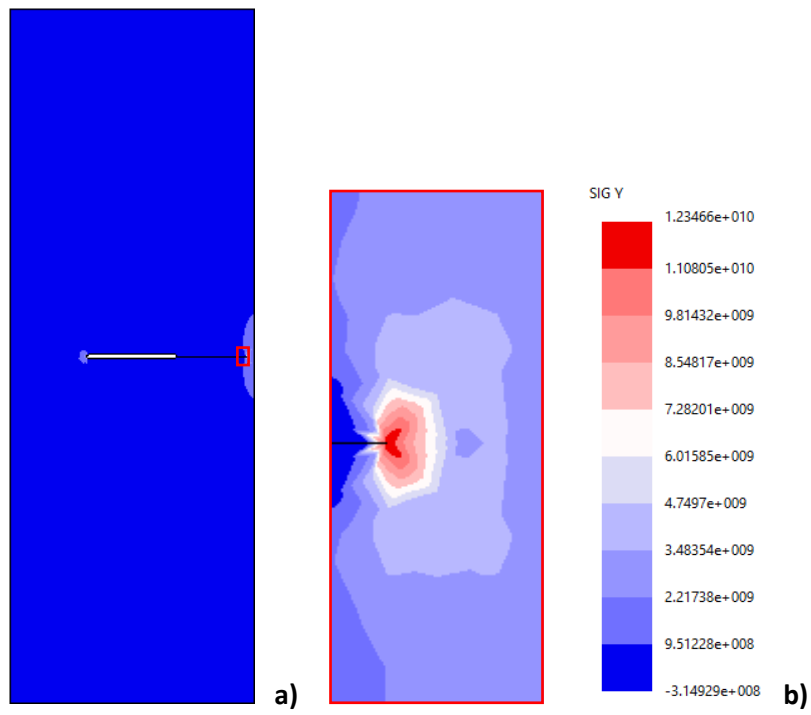
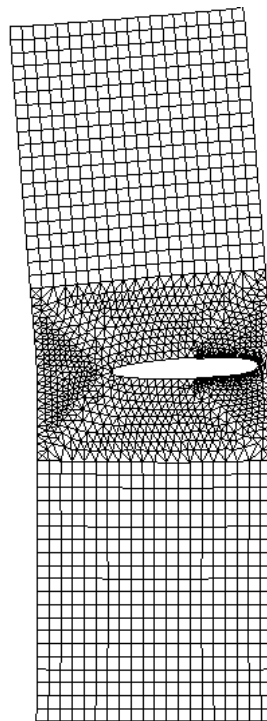


Figure A.12 : Maillage après propagation de fissure dans la pièce. b) Vue plus proche de la propagation de fissure.



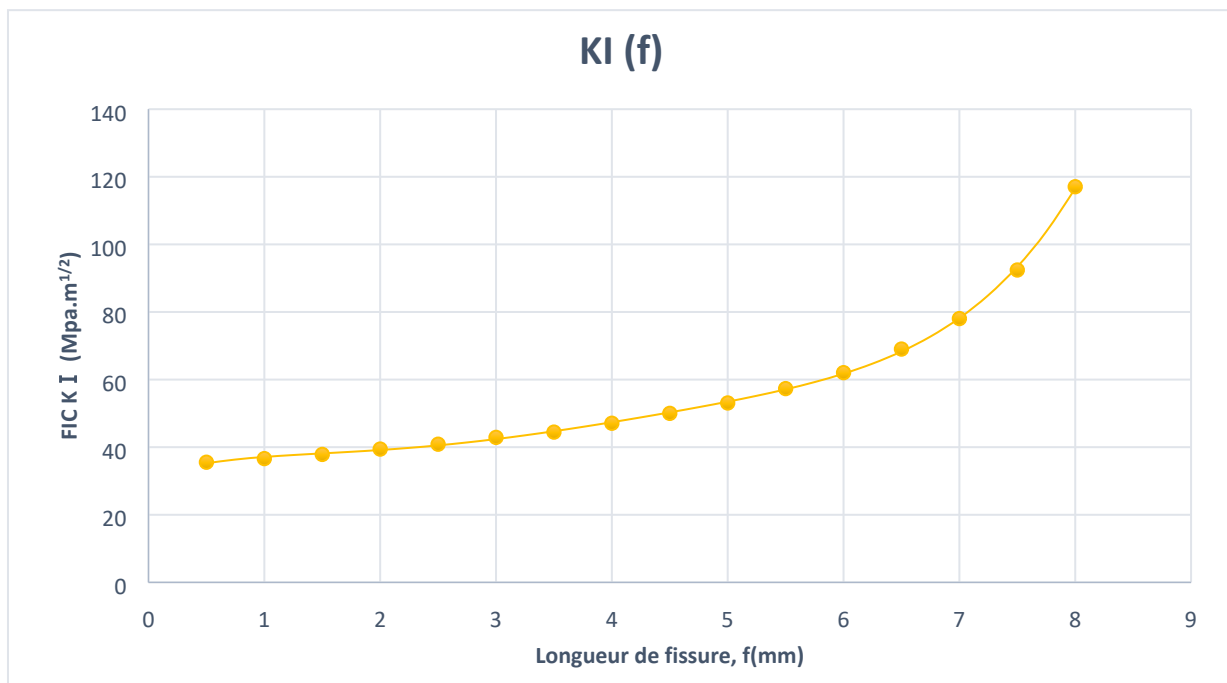
**Figure A.13** : Simulation de la distribution de contrainte ( $\sigma_{yy}$ ) dans l'éprouvette après propagation de fissure en Pa et trajectoire.



**Figure A.14** : L'état de l'éprouvette après déformation.

*Tableau A-3 : Valeurs de KI pour différentes valeurs de f.*

$f(\text{mm})$	$K_I(\text{Mpa}\sqrt{\text{m}})$	$f(\text{mm})$	$K_I(\text{Mpa}\sqrt{\text{m}})$
0,5	35,55	4,5	50,01
1	36,62	5	53,08
1,5	37,86	5,5	57,33
2	39,44	6	62,05
2,5	40,88	6,5	69,03
3	42,90	7	78,05
3,5	44,46	7,5	92,42
4	47,08	8	117,06

*Figure A.15 : Courbe de facteur d'intensité de contraintes KI en fonction de f.*

❖ Cas d'une pièce à fente losange :

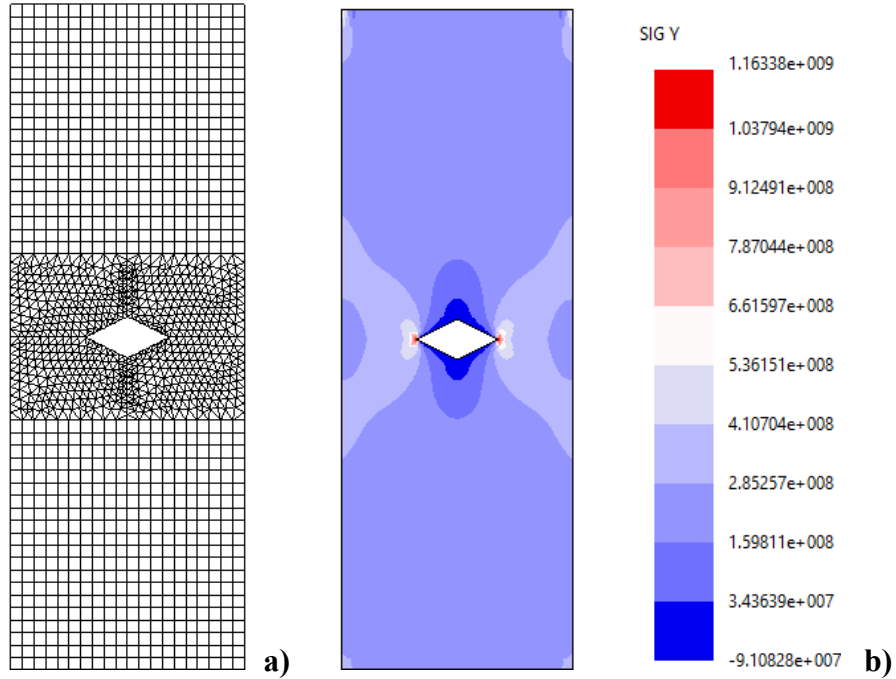


Figure A.16 : a) Maillage d'une fente losange dans l'éprouvette sur FRANC2D. b) la distribution de contraintes ( $\sigma_{yy}$ ) sur l'éprouvette avant fissure en Pa.

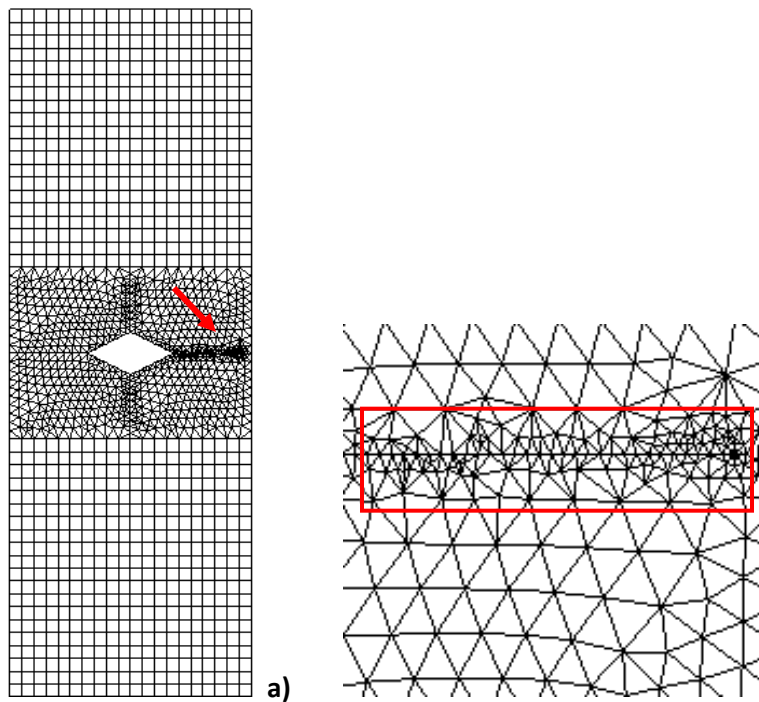
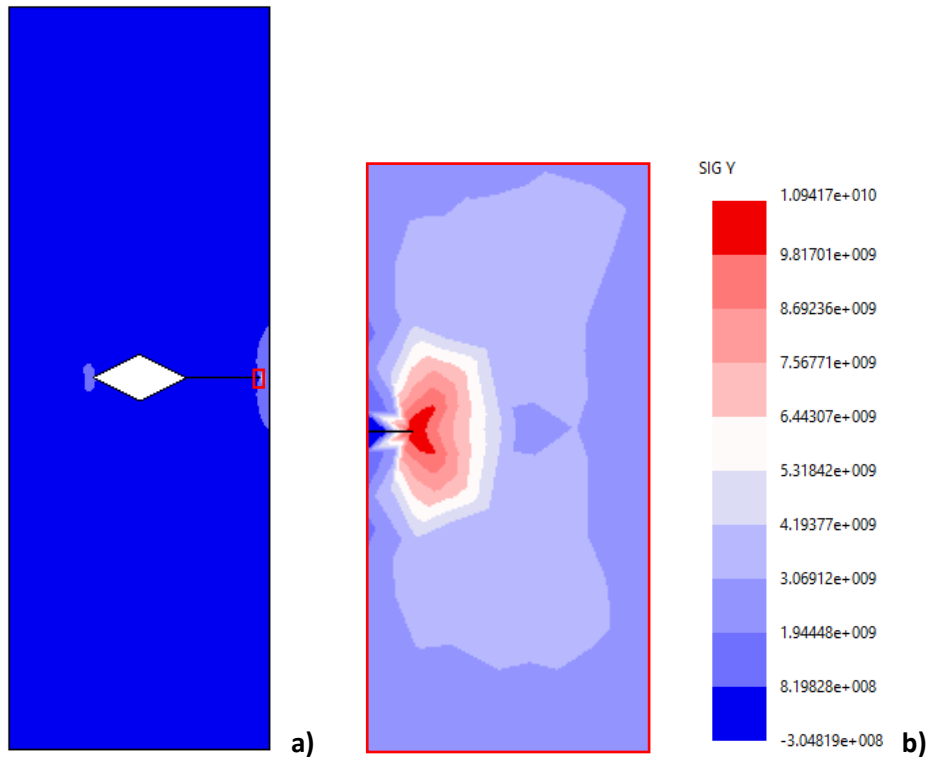
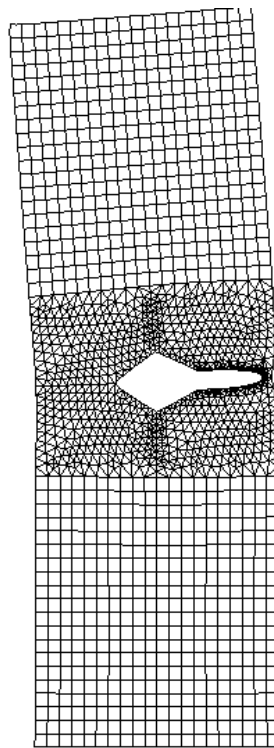


Figure A.17 : Maillage après propagation de fissure dans la pièce. b) Vue plus proche de la propagation de fissure.



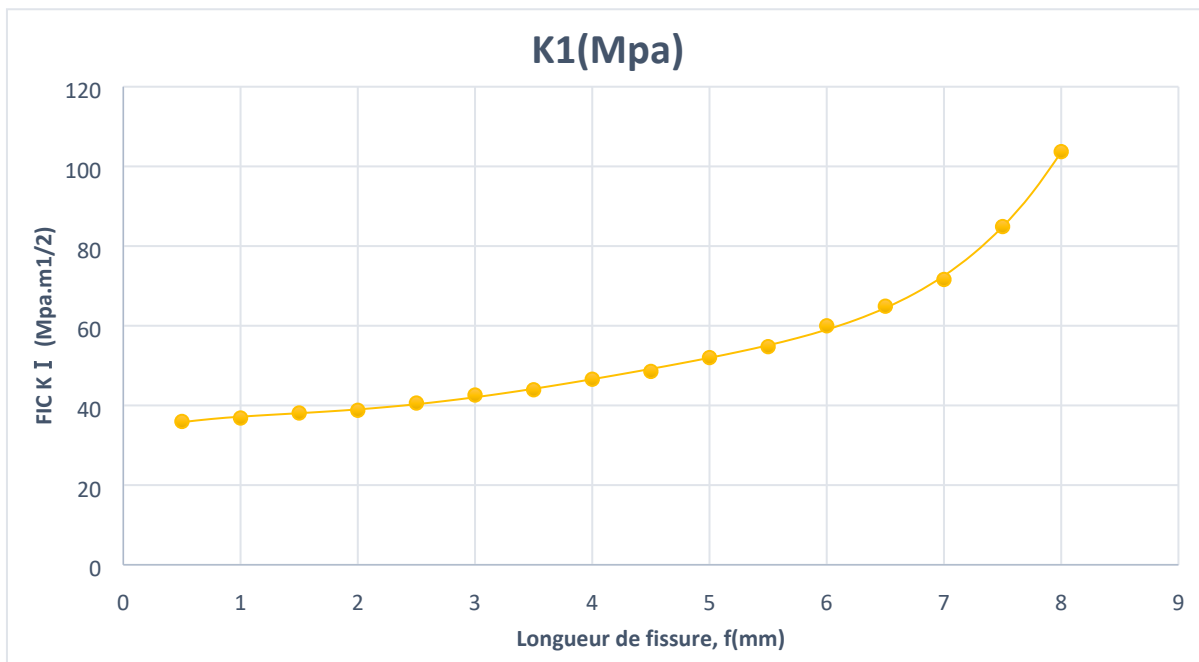
*Figure A.18 : Simulation de la distribution de contrainte ( $\sigma_{yy}$ ) dans l'éprouvette après propagation de fissure en Pa et trajectoire.*



*Figure A.19 : L'état de l'éprouvette après déformation.*

*Tableau A-4 : Valeurs de KI pour différentes valeurs de f.*

$f(\text{mm})$	$K_I(\text{Mpa}\sqrt{\text{m}})$	$f(\text{mm})$	$K_I(\text{Mpa}\sqrt{\text{m}})$
0,5	35,98	4,5	48,54
1	36,84	5	52,01
1,5	38,10	5,5	54,75
2	38,78	6	59,99
2,5	40,60	6,5	64,91
3	42,61	7	71,62
3,5	43,93	7,5	84,90
4	46,58	8	103,71

*Figure A.20 : Courbe de facteur d'intensité de contraintes KI en fonction de f.*



# **Annexe B**

## **Programme du logiciel CASTEM**

## PROGRAMME 'CASTEM' EN LANGAGE GIBIANE

### ❖ Cas d'une pièce à fente normale sans fissure :

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* DEBUT DU PROGRAMME\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

OPTI DIME 2 ELEM TRI3 MODE PLAN CONT ;

TITRE 'EPROVETTE de traction a fente NORMALE';

\*\*\*\*\*

\*DENSITE DES MAILLAGES :

\*\*\*\*\*

DE0=1. ;

DENS DE0 ;

DE1=1. ;

DE2= (20.\*DE1) ;

\*\*\*\*\*

\* GEOMETRIE DE PIECE :

\*\*\*\*\*

P0 = 0. 0.;

P1 = -14. -40.;

P2 = 14. -40.;

P3 = 14. 40.;

P4 = -14. 40.;

L1 = DROITE 30 P1 P2;

L2 = DROITE 80 P2 P3;

## Annexe B

---

L3 = DROITE 30 P3 P4;

L4 = DROITE 80 P4 P1;

\*\*\*\*\*

\* GEOMETRIE DE FENTE :

\*\*\*\*\*

P5 = -5. -0.1;

P6 = 5. -0.1;

P7 = 5. 0.1;

P8 = -5. 0.1;

L5 = DROITE 2 P5 P8;

L6 = DROITE 10 P8 P7;

L7 = DROITE 2 P7 P6;

L8 = DROITE 10 P6 P5;

\*\*\*\*\*

\*CONTOUR DE L'EPROUVETTE :

\*\*\*\*\*

CONT1 = L1 ET L2 ET L3 ET L4;

CONTINT1 = L5 ET L6 ET L7 ET L8;

CONTTOT = CONT1 ET CONTINT1;

TRAC CONTTOT;

\*\*\*\*\*

\*SURFACE DE L'EPROUVETTE :

\*\*\*\*\*

SUR1=SURF PLAN CONTTOT ;

TRAC SUR1 ;

\*\*\*\*\*

\* CONDITIONS AUX LIMITES :

## Annexe B

---

\*\*\*\*\*

CL1 = BLOQ DEPL L1;

\*\*\*\*\*

\* MODELE MECANIQUE :

\*\*\*\*\*

MO = MODE SUR1 MECANIQUE ELASTIQUE;

\*\*\*\*\*

\* PROPRIETE DU MATERIAU :

\*\*\*\*\*

MA = MATE MO YOUN (6.9E10) NU (0.35) RHO (2.70E-9);

\*\*\*\*\*

\* CHARGEMENT :

\*\*\*\*\*

F1 = FORC FY 2.04E4 L3;

CHA1 = CHAR 'MECA' F1;

\*\*\*\*\*

\* MATRICE DE RIGIDITE :

\*\*\*\*\*

RIG1 = RIGI MO MA;

\*\*\*\*\*

\* RESOLUTION :

\*\*\*\*\*

UU = RESO (RIG1 ET CL1)F1;

\*\*\*\*\*

\* TRACAGE :

\*\*\*\*\*

VEC1 = VECT F1 4.E-3 FX FY ROUGE;

## Annexe B

---

REA = REACT UU (RIG1 ET CL1);

VEC2 = VECT REA 4.E-3 FX FY VERT;

TITR 'CHARGE APLIQUEE ET REACTIONS';

TRAC (VEC1 ET VEC2) SUR1;

\*\*\*\*\*

\* CONTRAINTES :

\*\*\*\*\*

SIG1 = SIGM MO MA UU ;

TRAC SIG1 MO MA SUR1;

\*\*\*\*\*

\* CONTRAINTES : Sans maillage

\*\*\*\*\*

TRAC SIG1 MO MA (CONT SUR1);

\*\*\*\*\*

\* TRACAGE DE LA DEFORMEE:

\*\*\*\*\*

DEFO = DEFO SUR1 UU 0. BLEU;

DEF1 = DEFO SUR1 UU ROUG;

TRAC (DEFO ET DEF1);

\*\*\*\*\*

\* VISUALISATION DES DEPLACEMENTS :

\*\*\*\*\*

OVEC = VECT UU AMP ;

TRAC OVEC SUR1;

\*\*\*\*\*

\*CALCUL DU FACTEUR D'INTENSITE DE CONTRAINTES KI:

\*\*\*\*\*

## Annexe B

---

\*-----APPEL DE LA PROCEDURE SIF-----\*

\*\*\*\*\*

t1 = TABL ;

t1 . 'FRTFISS' = P7 ;

t1 . 'LEVRE\_1' = L6 ;

t1 . 'MODMIXTE' = VRAI ;

t1 . 'LEVRE\_2' = L6 ;

SIF MA UU t1 ;

k1sif = t1 . 'K1';

\*\*\*\*\*

FIN ;

\*\*\*\*\*

### ❖ Cas d'une pièce à fente normale avec fissure :

**f = 0.5mm**

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*DEBUT DU PROGRAMME\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

OPTI DIME 2 ELEM TRI3 MODE PLAN CONT ;

TITRE 'EPROVETTE de traction a fonte NORMALE';

\*\*\*\*\*

\*DENSITE DES MAILLAGES :

\*\*\*\*\*

DE0=1. ;

DENS DE0 ;

DE1=1. ;

## Annexe B

---

DE2= (20.\*DE1) ;

\*\*\*\*\*

\* GEOMETRIE 01:

\*\*\*\*\*

P0 = 0. 0.;

P1 = -14. -40.;

P2 = 14. -40.;

P3 = 14. 40.;

P4 = -14. 40.;

L1 = DROITE 30 P1 P2;

L2 = DROITE 80 P2 P3;

L3 = DROITE 30 P3 P4;

L4 = DROITE 80 P4 P1;

\*\*\*\*\*

\* GEOMETRIE 02: FENTE A FISSURE

\*\*\*\*\*

P5 = -5. -0.1;

P6 = 5. -0.1;

P7 = 5.5 0;

P8 = 5. 0.1;

P9 = -5. 0.1;

L5 = DROITE 2 P5 P9;

L6 = DROITE 10 P9 P8;

L7 = DROITE 2 P8 P7;

L8 = DROITE 2 P7 P6;

L9 = DROITE 10 P6 P5;

\*\*\*\*\*

## Annexe B

---

\*CONTOUR DE L'EPROUVETTE :

\*\*\*\*\*

CONT1 = L1 ET L2 ET L3 ET L4;

CONTINT1 = L5 ET L6 ET L7 ET L8 ET L9;

CONTTOT = CONT1 ET CONTINT1;

TRAC CONTTOT;

\*\*\*\*\*

\*SURFACE DE L'EPROUVETTE :

\*\*\*\*\*

SUR1=SURF PLAN CONTTOT ;

TRAC SUR1 ;

\*\*\*\*\*

\* CONDITIONS AUX LIMITES :

\*\*\*\*\*

CL1 = BLOQ DEPL L1;

\*\*\*\*\*

\* MODELE MECANIQUE :

\*\*\*\*\*

MO = MODE SUR1 MECANIQUE ELASTIQUE;

\*\*\*\*\*

\* PROPRIETE DE MATERIAU :

\*\*\*\*\*

MA = MATE MO YOUN (6.9E10) NU (0.35) RHO (2.70E-9);

\*\*\*\*\*

\* CHARGEMENT :

\*\*\*\*\*

F1 = FORC FY 2.04E4 L3;



## Annexe B

---

CHA1 = CHAR 'MECA' F1;

\*\*\*\*\*

\* MATRICE DE RIGIDITE :

\*\*\*\*\*

RIG1 = RIGI MO MA;

\*\*\*\*\*

\* RESOLUTION :

\*\*\*\*\*

UU = RESO (RIG1 ET CL1)F1;

\*\*\*\*\*

\* TRACAGE :

\*\*\*\*\*

VEC1 = VECT F1 4.E-3 FX FY ROUGE;

REA = REACT UU (RIG1 ET CL1);

VEC2 = VECT REA 4.E-3 FX FY VERT;

TITR'CHARGE APLIQUEE ET REACTIONS';

TRAC (VEC1 ET VEC2) SUR1;

\*\*\*\*\*

\* CONTRAINTES :

\*\*\*\*\*

SIG1 = SIGM MO MA UU ;

TRAC SIG1 MO MA SUR1;

\*\*\*\*\*

\* CONTRAINTES : Sans maillage

\*\*\*\*\*

TRAC SIG1 MO MA (CONT SUR1);

\*\*\*\*\*

## Annexe B

---

\* TRACAGE DE LA DEFORMEE:

\*\*\*\*\*

DEFO = DEFO SUR1 UU O. BLEU;

DEF1 = DEFO SUR1 UU ROUG;

TRAC (DEFO ET DEF1);

\*\*\*\*\*

\* VISUALISATION DES DEPLACEMENTS :

\*\*\*\*\*

OVEC = VECT UU AMP ;

TRAC OVEC SUR1;

\*\*\*\*\*

\*CALCUL DU FACTEUR D'INTENSITE DE CONTRAINTES KI

\*\*\*\*\*

\*-----APPEL DE LA PROCEDURE SIF-----\*

\*\*\*\*\*

t1 = TABL ;

t1 . 'FRTFISS' = P9 ;

t1 . 'LEVRE\_1' = L6 ;

t1 . 'MODMIXTE' = VRAI ;

t1 . 'LEVRE\_2' = L6 ;

SIF MA UU t1 ;

k1sif = t1 . 'K1';

\*\*\*\*\*

FIN ;

\*\*\*\*\*