

COLLECTION  
STATISTIQUE  
EN BIOLOGIE  
ET EN MEDECINE

MÉTHODES  
STATISTIQUES  
A L'USAGE  
DES MÉDECINS  
ET DES  
BIOLOGISTES

*4<sup>e</sup> Edition*

**D. Schwartz**

Médecine-Sciences  
Flammarion

A. 2119-242  
285

2-610-18-1

STATISTIQUE EN BIOLOGIE ET EN MÉDECINE

sous la direction de DANIEL SCHWARTZ



MÉTHODES  
STATISTIQUES  
A L'USAGE DES MÉDECINS  
ET DES BIOLOGISTES

par

DANIEL SCHWARTZ

*Quatrième édition*

Médecine-Sciences

Flammarion

4, rue Casimir-Delavigne, 75006 PARIS

## TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES MATIÈRES .....	V
PRÉFACE .....	5
AVANT-PROPOS DE LA PREMIÈRE ÉDITION .....	7
AVANT-PROPOS DE LA QUATRIÈME ÉDITION. ÉLÉMENTS DE MATHÉMATIQUES NÉCESSAIRES .....	9
<b>CHAPITRE PREMIER. — La méthode statistique en médecine et en biologie</b> ...	<b>11</b>
Naissance et développement de la méthode statistique .....	11
<i>Une révolution dans le mode de pensée</i> .....	11
<i>La statistique et les statistiques</i> .....	11
La variabilité dans les sciences de la vie .....	12
<i>Quelques exemples</i> .....	12
<i>Caractères de la variabilité</i> .....	15
<i>La variabilité est la règle</i> .....	16
La formulation statistique des problèmes .....	16
<i>Premier exemple</i> .....	16
<i>Deuxième exemple</i> .....	17
<i>Formulation générale</i> .....	18
La solution statistique des problèmes .....	18
<i>Premier exemple</i> .....	18
<i>Deuxième exemple</i> .....	20
<i>Solution générale</i> .....	22
L'erreur en statistique .....	23
<i>L'erreur dans l'analyse et l'interprétation des données</i> .....	23
<i>L'erreur dans l'organisation de l'expérience</i> .....	25
<i>Erreur sur la définition du problème</i> .....	26
Conclusion .....	27

### PREMIÈRE PARTIE

#### LIAISON ENTRE DEUX CARACTÈRES QUALITATIFS

<b>CHAPITRE II. — Les fluctuations d'échantillonnage d'un pourcentage</b> .....	<b>31</b>
Recours au schéma de l'urne .....	31
Le pari .....	31
Définitions préliminaires .....	32
Table de l'écart-réduit .....	33
Conditions d'utilisation de la table .....	33

Exemple .....	33
Puissance et risque d'un pari .....	34
Le pari à 5 % .....	34
Loi des grands nombres .....	35
Utilisation des nombres au lieu des pourcentages .....	35
<b>CHAPITRE III. — Comparaison d'un pourcentage observé à un pourcentage théorique. Principe des tests .....</b>	<b>37</b>
Position du problème .....	37
Le test de signification .....	38
Les deux risques .....	38
Antagonisme des deux risques .....	39
Seuil de signification .....	39
Degré de signification .....	40
Règle générale .....	40
Influence de la dimension de l'échantillon .....	41
Conditions d'application .....	42
Exemple .....	43
Calcul avec les nombres au lieu des pourcentages .....	43
Autre exemple .....	44
<b>CHAPITRE IV. — Les sondages. Précision d'un pourcentage .....</b>	<b>45</b>
Les sondages .....	45
<i>Position du problème</i> .....	45
<i>Solution</i> .....	45
<i>Conditions d'application</i> .....	47
<i>Tables de l'intervalle de confiance</i> .....	48
<i>Précision du sondage</i> .....	49
<i>Nombre de sujets nécessaire</i> .....	49
<i>Importance du tirage au sort</i> .....	50
Précision d'un pourcentage .....	52
Examen de la démarche suivie .....	53
<b>CHAPITRE V. — Comparaison de deux pourcentages observés .....</b>	<b>55</b>
Les fluctuations d'échantillonnage de la différence de deux pourcentages ...	55
<i>Position du problème</i> .....	55
<i>Solution approchée</i> .....	55
<i>Exemple</i> .....	56
<i>Conditions d'utilisation de la table</i> .....	56
Comparaison de deux pourcentages observés .....	57
<i>Test préliminaire</i> .....	57
<i>Comparaison de deux pourcentages</i> .....	57
<i>Exemple 1</i> .....	59
<i>Exemple 2</i> .....	60
<i>Exemple 3</i> .....	60
<i>Influence de la dimension des échantillons</i> .....	61
<i>Examen de l'intervalle de confiance des deux pourcentages</i> .....	62
<i>Cas des séries appariées</i> .....	62

TABLE DES MATIÈRES



<b>CHAPITRE VI. — Comparaison d'une répartition observée à une répartition théorique. Le test de <math>\chi^2</math></b> .....	<b>67</b>
Le pari. Définition du $\chi^2$ .....	67
Tables du $\chi^2$ .....	68
Conditions d'utilisation de la table .....	69
Comparaison d'une répartition observée à une répartition théorique .....	69
Influence de la dimension de l'échantillon .....	70
Comparaison d'un pourcentage observé à un pourcentage théorique .....	71
Autre exemple .....	73
Exemple des séries appariées .....	73
 <b>CHAPITRE VII. — Le test de <math>\chi^2</math> et la comparaison de plusieurs répartitions observées. Problème général de la liaison entre deux caractères qualitatifs</b> .....	<b>74</b>
Les fluctuations d'échantillonnage d'une somme de $\chi^2$ .....	74
Comparaison de plusieurs répartitions observées .....	75
<i>Exemple</i> .....	77
<i>Le test d'indépendance</i> .....	79
<i>Autre exemple</i> .....	81
Un cas particulier important : le tableau $2 \times 2$ (Comparaison de deux pourcentages) .....	82
<i>Exemple</i> .....	82
<i>Comparaison de deux pourcentages</i> .....	83
<i>Comparaison de pourcentages sur de très grands échantillons</i> .....	84
<i>Comparaison de plusieurs pourcentages</i> .....	85
Notion de stratégie .....	85
<i>Exemple 1</i> .....	85
<i>Exemple 2</i> .....	87
 <b>CHAPITRE VIII. — Comment aborder le problème de la liaison entre deux caractères qualitatifs</b> .....	<b>89</b>
Les deux caractères sont-ils réellement qualitatifs ? .....	89
Les caractères sont-ils aléatoires ou contrôlés ? .....	90
Choix de la stratégie .....	90
 <b>CHAPITRE IX. — Les petits échantillons</b> .....	<b>93</b>
Sondages. Précision d'un pourcentage .....	93
Comparaison d'un pourcentage observé à un pourcentage théorique .....	93
<i>Exemple 1</i> .....	93
<i>Solutions approchées</i> .....	94
<i>Exemple 2 (séries appariées)</i> .....	95
<i>Conditions d'application</i> .....	96
Comparaison de deux pourcentages observés .....	96
<i>Exemple 1</i> .....	96
<i>Exemple 2</i> .....	98
<i>Règle générale</i> .....	99
Possibilités et limitations des tests basés sur de petits échantillons .....	99

## DEUXIÈME PARTIE

LIAISON ENTRE UN CARACTÈRE QUALITATIF  
ET UN CARACTÈRE QUANTITATIF

<b>CHAPITRE X. — Les fluctuations d'échantillonnage d'une moyenne</b> .....	103
Recours au schéma de l'urne .....	103
Définition de l'urne .....	103
Un résumé en deux indices : la moyenne et la variance .....	105
Urne des individus et urne des moyennes .....	107
La loi normale .....	108
Fluctuation d'une moyenne .....	110
Conditions d'application .....	111
Retour aux caractères qualitatifs .....	113
Autres indices d'une loi de probabilité .....	116
<b>CHAPITRE XI. — Estimation et calcul de la moyenne et de la variance</b> .....	117
Estimation de la moyenne et de la variance .....	117
Calcul pratique de la moyenne et de la variance .....	118
<i>Groupement des données</i> .....	118
<i>Expression différente du numérateur de la variance</i> .....	120
<i>Changement d'origine</i> .....	123
<i>Changement d'unité</i> .....	127
<i>Règle générale</i> .....	128
<i>Exemple</i> .....	128
<i>Vérification du calcul</i> .....	129
<b>CHAPITRE XII. — Les sondages. Précision d'une moyenne. Comparaison d'une moyenne observée à une valeur théorique</b> .....	131
Les sondages .....	131
<i>Position du problème</i> .....	131
<i>Solution</i> .....	131
<i>Conditions d'application</i> .....	133
<i>Précision du sondage</i> .....	134
<i>Nombre de sujets nécessaire</i> .....	134
<i>Importance du tirage au sort</i> .....	135
<i>Intervalle pour la moyenne et intervalle pour un sujet</i> .....	135
Précision d'une moyenne .....	136
Comparaison d'une moyenne observée à une valeur théorique .....	138
<b>CHAPITRE XIII. — Comparaison de deux moyennes observées</b> .....	141
Les fluctuations d'échantillonnage de la différence de deux moyennes .....	141
<i>Position du problème</i> .....	141
<i>Solution</i> .....	141
<i>Exemple</i> .....	142
Comparaison de deux moyennes observées .....	142
<i>Test préliminaire</i> .....	142

<i>Comparaison de deux moyennes</i> .....	143
<i>Exemple 1</i> .....	143
<i>Exemple 2</i> .....	146
<i>Examen de l'intervalle de confiance de deux moyennes</i> .....	146
<i>Cas des séries appariées (méthode des couples)</i> .....	146
<b>CHAPITRE XIV. — Les petits échantillons</b> .....	151
Les sondages. Précision d'une moyenne. Comparaison d'une moyenne observée à une valeur théorique .....	151
<i>Fluctuations d'échantillonnage d'une moyenne</i> .....	151
<i>Sondages</i> .....	152
<i>Exemple</i> .....	153
<i>Précision d'une moyenne</i> .....	155
<i>Comparaison d'une moyenne observée à une valeur théorique</i> .....	155
Comparaison de deux moyennes observées .....	156
<i>Fluctuations d'échantillonnage de la différence de deux moyennes</i> .....	156
<i>Comparaison de deux moyennes observées</i> .....	157
<i>Exemple</i> .....	158
<i>Conditions d'application</i> .....	159
<i>Interprétation de l'estimation de la variance</i> .....	160
<i>Cas des séries appariées (méthode des couples)</i> .....	161
<b>CHAPITRE XV. — Comparaison de deux variances</b> .....	163
Les fluctuations d'échantillonnage du rapport de deux variances .....	163
<i>Position du problème</i> .....	163
<i>Solution. Tables de F</i> .....	164
<i>Exemples</i> .....	164
<i>Conditions d'utilisation des tables de F</i> .....	165
Comparaison de deux variances à partir de leur rapport .....	165
<i>Méthode</i> .....	165
<i>Exemple</i> .....	166
<i>Règle générale</i> .....	166
Comparaison de deux variances à partir de leur différence .....	168
<i>Exemple 1</i> .....	169
<i>Exemple 2</i> .....	169
Intérêt relatif des comparaisons de moyennes et de variances .....	170
<b>CHAPITRE XVI. — Comparaison de plusieurs moyennes. Analyse de la variance.</b> .....	173
Étude d'un exemple .....	173
<i>Position du problème</i> .....	173
<i>Principe de la solution</i> .....	174
<i>Le pari</i> .....	175
<i>Test de comparaison des moyennes</i> .....	177
<i>Exécution des calculs</i> .....	177
<i>Expression différente du numérateur des variances</i> .....	178
<i>Changement d'origine et d'unité</i> .....	179
<i>Comparaisons individuelles</i> .....	180

Méthode générale de comparaison de plusieurs moyennes. Analyse de la variance.....	181
<i>Cas général</i> .....	183
<i>Conditions d'application</i> .....	184
<i>Exemple 1</i> .....	184
<i>Exemple 2. Comparaison de deux moyennes</i> .....	186
<i>Exemple 3 (notion de stratégie)</i> .....	186
CHAPITRE XVII. — Comment aborder le problème de la liaison entre un caractère qualitatif et un caractère quantitatif .....	189
Le caractère qualitatif est-il réellement qualitatif? .....	189
Les caractères sont-ils aléatoires ou contrôlés? .....	189
Choix de la stratégie .....	190
CHAPITRE XVIII. — Les plans à plusieurs facteurs. Organisation de l'expérience ou de l'observation .....	191
Étude d'un exemple .....	191
<i>Position du problème</i> .....	191
<i>Solution</i> .....	193
<i>Conditions d'application</i> .....	193
<i>Comparaisons individuelles</i> .....	194
Plans usuels .....	195
<i>Plans à nombre de répétitions constant</i> .....	195
<i>Plans à nombre variable de répétitions</i> .....	202
Utilisation des plans .....	203

## TROISIÈME PARTIE

## LIAISON ENTRE DEUX CARACTÈRES QUANTITATIFS

CHAPITRE XIX. — Test d'indépendance entre deux variables quantitatives.	
Corrélation et régression .....	207
Définition de l'indépendance et principe du test .....	207
<i>Définition de l'indépendance</i> .....	207
<i>Principe du test</i> .....	208
<i>Droite de régression observée <math>D_0</math></i> .....	208
<i>Détermination de la droite <math>D_0</math></i> .....	209
Le test de $r$ .....	210
<i>Définition du coefficient <math>r</math></i> .....	210
<i>Fluctuations d'échantillonnage du coefficient <math>r</math></i> .....	211
<i>Le test de <math>r</math></i> .....	212
<i>Exemple 1</i> .....	212
<i>Exemple 2</i> .....	212
<i>Règle générale</i> .....	213
<i>Interprétation concrète de l'expression de <math>r</math></i> .....	213
<i>Limitation du test</i> .....	215

Le test de la pente .....	215
Corrélation et régression .....	216
Calcul pratique de $r$ et de $p_0$ .....	218
Conditions d'application .....	218
<b>CHAPITRE XX. – Calcul pratique du coefficient de corrélation <math>r</math> et de la pente <math>p_0</math> de la droite de régression</b> .....	219
Le coefficient de corrélation .....	219
<i>Changement d'origine et d'unité</i> .....	220
<i>Expression différente des sommes de carrés et de produits</i> .....	220
<i>Exemple</i> .....	221
<i>Groupement des données</i> .....	221
<i>Exemple</i> .....	221
La pente .....	226
<i>Exemple</i> .....	226
<b>CHAPITRE XXI. – Une des régressions est linéaire</b> .....	229
La droite de régression .....	229
<i>Estimation de la droite de régression</i> .....	229
<i>Utilisation de la droite de régression</i> .....	231
<i>Comparaisons portant sur la pente</i> .....	231
Le coefficient de corrélation exact $\rho$ .....	231
La variance liée .....	232
<i>Calcul de la variance liée</i> .....	234
<i>Exemple</i> .....	235
Relation entre variance liée et coefficient de corrélation .....	235
Décomposition de la variance .....	236
Le coefficient $\rho$ et l'intensité de la liaison .....	237
Le test de linéarité .....	237
Un cas particulier : la loi binormale .....	240
<b>CHAPITRE XXII. – Retour au cas général</b> .....	241
<b>CHAPITRE XXIII. – Comment aborder le problème de la liaison entre deux caractères quantitatifs</b> .....	243
Première éventualité .....	243
1. <i>Il s'agit clairement d'un problème de régression</i> .....	243
2. <i>Il s'agit clairement d'un problème de corrélation</i> .....	244
3. <i>Cas intermédiaire</i> .....	244
Seconde éventualité .....	244
<b>CHAPITRE XXIV. – Liaison entre plusieurs caractères quantitatifs. Corrélations partielles</b> .....	247

## QUATRIÈME PARTIE

## LES TESTS NON PARAMÉTRIQUES

CHAPITRE XXV. – Les tests non paramétriques. But et principaux tests ...	253
Liaison entre un caractère quantitatif et un caractère qualitatif à deux classes	253
<i>Test U de Mann et Whitney</i> .....	254
<i>Test W de Wilcoxon</i> .....	255
<i>Efficacité du test de Mann-Whitney-Wilcoxon</i> .....	257
<i>Cas des ex-æquo</i> .....	258
<i>Test <math>C_1</math> de Fisher-Yates-Terry</i> .....	259
<i>Efficacité du test <math>C_1</math></i> .....	260
<i>Étude d'un exemple</i> .....	261
<i>Cas des séries appariées, test T de Wilcoxon</i> .....	262
Liaison entre un caractère quantitatif et un caractère qualitatif à $K$ classes ( $K > 2$ ) .....	263
<i>Test H de Kruskall et Wallis</i> .....	263
Liaison entre deux caractères quantitatifs .....	264
<i>Coefficient de corrélation des rangs, ou de Spearman</i> .....	264
Conclusion .....	265

## CINQUIÈME PARTIE

## CONCLUSION

CHAPITRE XXVI. – Comment aborder, sous l'angle statistique, un problème de recherche .....	269
Type d'information (qualitative, quantitative) et choix du test statistique	270
<i>Information qualitative ou quantitative</i> .....	270
<i>Autres types d'information</i> .....	272
<i>Choix du type d'information</i> .....	272
<i>Conclusion</i> .....	272
Nature de la variabilité (aléatoire, contrôlée) et organisation de l'expérience ou de l'observation .....	272
Conclusion .....	273

## ANNEXES

ANNEXE I. – Épreuve graphique de la normalité d'une distribution. Détermination rapide de la moyenne et de la variance. Application au changement de variable .....	275
Épreuve de normalité .....	275
Détermination rapide de la moyenne et de la variance .....	277
Application au changement de variable .....	277

ANNEXE II. — La notion de risque en statistique .....	283
TABLE 1. — Table de l'écart-réduit (loi normale) .....	289
TABLE 2. — Intervalle de confiance d'un pourcentage .....	290
TABLE 3. — Table de $\chi^2$ .....	292
TABLE 4. — Table de $t$ .....	293
TABLE 5. — Table de $F$ .....	294
TABLE 6. — Table du coefficient de corrélation .....	302
TABLE 7. — Relation entre l'étendue et l'écart-type .....	303
TABLE 8. — Test de Mann et Whitney .....	304
TABLE 9. — Test $C_1$ de Fisher-Yates-Terry .....	306
TABLE 10. — Test $T$ de Wilcoxon .....	309
TABLE 11. — Table du coefficient $r'$ de Spearman .....	309
TABLE 12. — Nombres au hasard .....	310
INDEX ALPHABÉTIQUE .....	313