

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE SAAD DAHLEB DE BLIDA

FACULTE DE TECHNOLOGIE



MEMOIRE

Pour l'obtention du diplôme

De Master en Aéronautique

Option : Construction et Maintenance Aéronautique

Spécialité : Propulsion

MODELISATION ET SIMULATION DE VOL D'UN HELICOPTERE

Présenté par : **Mr. Khiri Raouf**

Dirigé par : **Mr. Dilmi Smail**

Mr. Dhlamini Simon

:Dr. Rezzoug Taha

Promotion : 2011/2012

*eme Red + Stripy Coca-Cola IRAN MAIDEN eme

NEVERMIND 

Qu'il nous soit permis en jour mémorable d'exprimer ici nos plus vifs remerciements et notre gratitude, à tous ceux qui ont accepté de juger ce travail, ainsi qu'à tous ceux ont aidé à la mener à bien.

A nos promoteurs **Mr. Dilmi Smail** et **Dr. Rezzoug Taha** qui a bien voulu diriger notre travail et aussi pour les conseils qu'il n'a pas cessé de nous les prodiguer. Nous adressons également nos vifs remerciements et notre

Profonde gratitude :

Au président et aux membres du jury pour l'honneur qu'ils nous font, en acceptant de juger notre travail. Nous remercions aussi tous les professeurs et les membres d'encadrement qui nous ont soutenu durant notre formation à l'université et tous ceux qui nous ont aidé de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire.

A tous les enseignants qui ont contribué à notre formation depuis notre premier pas à l'université.



To my mom and dad the architects of my paths of success in life, my two icons who fore sore the need and prayed for my education long before they knew they would have me.

I would like to thank our project supervisor Mr S.Dilmi for the guidance and patience.

Simon Dhlamini

To all those who made this project a possibility.To our project supervisors and those who helped us through every part of this project.

Raouf Kheiri

Sable Des Sables

Résumée	
Dédicaces	
Remercîments	
Liste des figures	
Liste des graphes	
Liste des tableaux	
Nomenclature	
Introduction générale	

Chapitre 1

1.1 Introduction	2
1.2 Définition d'un drone	4
1.3 Classification des drones :	4
1.3.1 Principales catégories :	4
1.3.1.1 Selon leur taille :	4
1.3.1.2 Selon leur voilure :	5
1.3.2 Les mini drones (MUAV)	5
1.3.2.1 A voilures fixes :	5
1.3.2.2 A voilures tournantes	5
1.3.3 Les microdrones (mUAV)	6
1.4 Les différents types des drones	7
1.4.1 Drones mono rotors	8
1.4.2 Drones bi rotors	8
1.4.3 Drones birotors convertibles	9
1.4.4 Drones trirotors	9
1.4.5 Drones Quadrirotors	10
1.5 Hélicoptère classique	10
1.6 Missions des hélicoptères drones	11
1.6.1. Recherche et sauvetage (Figure 1.11) :	11
1.6.2. Surveillance (Figure 1.12) :	12
1.6.3. Contrôle de l'application de la loi (Figure 1.13) :	12
1.6.4. Inspection (Figure 1.14) :	12
1.6.5. Cartographie (Figure 1.15) :	13
1.6.6. Cinématographie (Figure 1.16) :	14
1.7. L'autonomie :	14

Chapitre 2

2.0 Introduction.	16
2.1. Référentiels et systèmes d'axes	16
2.1.1 Repère du corps	16
2.1.2 Repère de la Terre.	16
2.1.3 Référentiel inertiel	17
2.2 La Matrice de rotation entre les reperes.	17
2.3 Les Angles d'Euler	17
2.3.1 Description	19

2.4 Forces, Moments, Vitesses, et les Vitesses Angulaires.	20
2.5 Description des Composantes de l'Hélicoptère.	20
2.5.1 Les composantes du model hélicoptère.	21
2.5.2 Les rotors	21
2.5.2.a Paramètres caractéristiques de la pale.	22
2.5.3 Rotor principale.	22
2.5.3.a Description Générale.	23
2.5.3.b Le Mécanisme de Commande du Rotor principale.	24
2.6 Le Rotor du Commande	24
2.7 Le Rotor du Queue	24
2.8 Sommaire des Forces et des moments agissantes sur les composantes de l'hélicoptère	25
2.9 La Modélisation.	26
2.9.1 Introduction à la Modélisation.	26
2.9.2 Les Hypothèses pris à la modélisation.	26
2.9.3 Description générale	26
2.9.3.a Entrées:	27
2.9.3.b Sorties:	27
2.10 Force, Moment, et les équations cinématiques.	27
2.10.1 Equations des Forces.	28
2.11 Equations de mouvement longitudinales et latérales :	30
2.11.1 EDM longitudinales.	30
2.11.2 EDM latéraux.	30
2.12 Equations cinématiques :	30
2.12.1 Théorie des petites perturbations.	31
2.12.2 Linéarisation :	32
2.13 Les Equations Liniérisés et Simplifiés.	33
2.13.1 EDM longitudinales, linéarisés et simplifié.	33
2.13.2 EDM latéraux, linéarisés et simplifiés.	33
2.13.3 Équations cinématiques linéarisé et simplifiés	33
2.14 Rotor de commande (de contrôle) :	34
2.14.1 La Modélisation :	34
2.14.2 Les Moments sur le rotor de controle :	35
2.14.3 Les Forces sur le rotor de controle	35
2.15 Le modèle espace d'état :	35

Chapitre 3

3.0 Introduction	37
3.1 La Théorie d'élément de pale	37
3.2 L'Approximation de la Poussée	41
3.3 Coefficient Moyen de Portance	41
3.4 L'analyse de Stabilité.	42
3.4.1 Définitions.	42
3.4.1.a La Stabilité.	42
3.4.1.b Le contrôle.	42
3.5 Les dérivées de stabilité.	42
3.5.1 Les dérivés de vitesse de translation	43

3.5.1.a Les dérivés (X_U, Y_V, X_V, Y_U, M_V)	43	6
3.5.1.b Les dérivés (M_u et M_w)	43	6
3.5.1.c Le dérivée (Z_w)	43	7
3.5.1.d Les dérivées (N_V et L_V, t)	44	7
3.5.1.e Les dérivées (N_U et N_w, L_U et L_w)	44	7
3.6 Les dérivées de vitesse angulaire	44	7
3.6.1.a Les dérivées (X_q et Y_p)	44	7
3.6.1.b Les dérivées (M_q et M_p)	44	8
3.6.1.c Les dérivées (N_r, N_p, L_r)	45	8
3.7 Les dérivées de control	45	8
3.7.1.a Le dérivée ($Z_{\theta_0}, Z_{\theta_{1s}}$)	45	8
3.7.1.b Le dérivé ($M_{\theta_0}, L_{\theta_0}$)	45	8
3.7.1.c Les dérivées (Y_{θ_0}) _T et (N_{θ_0}) _T	45	9
3.8 Evaluation de dérivées de stabilité.	46	9
3.9 La liste des dérivées d'un hélicoptère en vol stationnaire.	56	0

Chapitre 4

4.0 Introduction	48
4.1 Conception de la loi de commande.	48
4.2 Stratégies de la commande	48
4.3 Quelques définitions.	48
4.3.1 Définition de point d'équilibre.	48
4.3.2 Définition stabilité locale simple et asymptotique.	49
4.3.3 La stabilité au sens de LYAPUNOV	49
4.3.4 Stabilité asymptotique globale.	49
4.4 Qualités de vol et performances	49
4.5 Les Modes de l'hélicoptère	50
4.6 LES LOIS DE COMMANDE.	50
4.6.1 La commande LQR	50
4.6.1. a Principe	50
4.6.1. b Hypothèse	51
4.6.1. c Résultats	51
4.6.1. d Schéma de principe de LQR.	52
4.6.2 Le filtre de Kalman.	53
4.6.2.a Principe du filtre de KALMAN	53
4.6.3 La commande LQG	54
4.6.3.a Principe général de la commande LQG	54
4.6.3.b Propriétés de la commande LQG	56
4.7 Simulation des résultats pour le modèle R-50 linéarisé	56
4.7.1 Calcul des valeurs propres et les modes du système.	57
4.7.1.a Résultats de calculs de vecteurs propres.	57
4.7.1.b Analyses des valeurs propres du système	57
4.7.1.c Représentation des vecteurs propres	58
4.7.2 Simulation du système en boucle ouvert	59

4.7.2.a <i>Observations.</i>	60	7
4.7.3 <i>Simulation du système en boucle ouvert avec la commande lsim (linear simulation)</i>	60	7
4.7.3.a <i>Resultats</i>	61	
4.7.4 <i>Simulation du système en boucle fermé avec la commande LQR</i>	61	8
4.7.4.a <i>Résultats de la commande damp(A-B*K)</i>	62	9
4.7.4.b <i>Explication de diagramme de Simulink.</i>	63	0
4.8 <i>Courbes de Simulation</i>	64	1
4.8.1 <i>Entrée Coll_MR ,sortie (u et w).</i>	64	1
4.8.2 <i>Entrée Coll_MR ,sortie (q et Theta).</i>	65	2
4.8.3 <i>Entrée B,sortie (u et w)</i>	66	3
4.8.4 <i>Entrée B1, sortie (q et Thêta)</i>	67	4
4.8.5 <i>Entrée A1, sortie (u et w)</i>	68	5
4.8.6 <i>Entrée A1, sortie (p et phi)</i>	69	6
4.8.7 <i>Entrée Coll_TR, sortie (u et w)</i>	70	7
4.8.8 <i>Entrée Coll_TR, sortie (q et r)</i>	71	8
4.9 <i>INTEPRETATIONS DES GRAPHERS.</i>	72	9
4.9. a <i>Influence de l'action de Coll_MR : δe (pas du rotor principal collectif) sur les états.</i>	72	9
4.9. b <i>Influence de l'action de B1 : δc (pas cyclique longitudinal) sur les états.</i>	72	9
4.9. c <i>Influence de l'action de A1 : δa (pas cyclique latéral) sur les états</i>	72	9
4.9. d <i>Influence de l'action de Coll_TR δp (pas du rotor de queue collectif) sur les états</i>	72	9
4.10 <i>Comande de sortie pour une valeur désirée</i>	72	8
4.10.1 <i>Poursuite de consigne pour la commande LQR/LQG</i>	72	8
4.10.1.a <i>Réponse du système pour un échelon de vitesse u désiré 10 ft/s</i>	73	
4.10.2 <i>Le Commande LQG</i>	74	8
4.10.2.a <i>Expression en Matlab pour calcul du gain de l'observateur K_F</i>	74	1
4.11. <i>Conclusion Générale</i>	75	
Bibliographie		
Annexes		



Figure 1.1 : <i>le premier drone opérationnel en Viêtnam</i>	2
Figure 1.2 : <i>les différents catégories d'un drone</i>	3
Figure 1.3 : <i>Les premiers minidrones utilisés pendant la guerre du Golfe : l'Exdrone et le Pointer (199)</i>	5
Figure 1.4 : <i>Exemples de VTOL : les Cypher-I et -II américains et le Vigilant français</i>	6
Figure 1.5: <i>Avion 3D</i>	8
Figure 1.6: <i>L'hélicoptère Yamaha air max (a), T-wing ,et Hovereye de bertrin technologie (c)</i>	9
Figure 1.7: <i>Eagle Eye de Bell</i>	9
Figure 1.8: <i>Trirotor (a), le vectron (b) et hélicoptère auto stable (c).</i>	10
Figure 1.9: <i>Le X4 Flyer du CEA LIST (à gauche) et le CPX4 (challenge minidrones ONERA)</i>	10
Figure 1.10: <i>Hélicoptères Yamaha RMAX (Onera - projet Ressac) (à gauche) et Micro Star (à droite)</i>	11
Figure 1.11: <i>Utilisation de drones dans le recherche et le sauvetage</i>	12
Figure 1.12: <i>Utilisation de drones pour la surveillance</i>	12
Figure 1.13: <i>Utilisation de drones pour faire appliquer la loi</i>	13
Figure 1.14: <i>Utilisation de drones pour l'inspection</i>	13
Figure 1.15: <i>Utilisation des drones dans le domaine de la cartographie</i>	14
Figure 1.16 <i>Utilisation de l'hélicoptère drone dans le domaine de la cinématographie</i>	14
Figure 2.1: <i>repère du Corps</i>	16
Figure 2.2: <i>repère de la Terre</i>	17
Figure.2.3 : <i>Les Angles d'Euler sur le fuselage</i>	18
Figure 2.4: <i>Lacet (ψ) tangage (θ)</i>	19
Figure 2.5: <i>Axes des Forces, Moments et les vitesses</i>	20
Figure 2.6: <i>Les composants de la modélisation de l'hélicoptère</i>	21
Figure 2.7: <i>Les composants de la modélisation de la pale</i>	21

figure 2.8 : Paramètres caractéristiques de la pale	22
Figure 2.9: Vue de dessus du rotor principal de l'hélicoptère	22
Figure 2.10: Le Plateau cyclique	23
Figure 2.11: Le plan du disque balayé	23
Figure 2.12: Le plan incliné du disque balayé	24
Figure 2.13: Le rotor de commande	24
Figure 2.14: Forces et moments agissant sur hélicoptère en équilibre	25
Figure 3.1 : Les caractéristiques d'un élément de la pale	37
Figure 3.2 : Vue de dessus d'un rotor	37
Figure 3.3 : Paramètres du profile en vol verticale	38
Figure 4.1: Schéma général de la commande linéaire quadratique Ref.[14]	52
Figure 4.2: Schéma fonctionnel du filtre de KALMAN (cas $D=0$) Ref.[12]	54
Figure 4.3: La structure du correcteur LQG (la transmission directe n'est pas représentée pour des raisons de clarté).	55
Figure 4.4 Première et deuxième Modes	58
Figure 4.5 Troisième et Quatrième Modes	58
Figure 4.6 Cinquième et sixième Modes	58
Figure 4.7 Septième Mode	58
Figure 4.8 Neuvième et dixième mode	59
Figure 4.9 Schématisation du système en boucle ouvert en Simulink	59
Figure 4.10 Schémas de LQR du système sur Simulink	62
Figure 4.11 Le Schema LQR	73



Tableau 4.1 : <i>Les valeurs de la matrice d'état (A) en vol stationnaire</i>	56
Tableau 4.2 : <i>Les valeurs de matrice de commande (B) en vol stationnaire</i>	57
Tableau 4.3 : <i>Les valeurs propres du systeme</i>	57
Tableau 4.4 : <i>Les résultats de la commande damp(A-B*K)</i>	62



Liste des symboles utilisés et quelques unités.

(L, M, N)	Moments autour du centre de gravité du corps de l'hélicoptère	ft Ib
(i, j, k)	Les vecteur unitaire suivant les axes (x, y, z) respectivement	
(p, q, r)	Vitesses angulaires	rad/s
(u, v, w)	Composantes de vitesses linières dans la référence de corps d'hélicoptère	ft/s
(X, Y, Z)	Composantes de forces agissantes le long des axes (x, y, z) du corps hélicoptère	ft/s
$(x, y, z)_B$	Les axes de référence du corps de l'hélicoptère	
$(x, y, z)_E$	Les axes de référence terrestre	
(ϕ, θ, ψ)	Les angles d'Euler	
A	La surface totale	ft ²
A	Matrice d'état	
A_1, A_2	1ère et 2ème coefficient harmonique de battement latérale de pale	rad
B, N	Nombre total des pales	
B	Matrice de commande	
B_1, B_2	1ère et 2ème coefficient harmonique de battement horizontal de pale	rad
c	La corde	ft
C_D	Coefficient aérodynamique de la trainé	
C_L	Coefficient aérodynamique de la portance	
C_H	Coefficient aérodynamique d la force verticale	
C_P	Coefficient de la puissance	
C_Q	Coefficient du torque	
C_T	Coefficient Aérodynamique de la poussé	
F	Force	
g	Accélération de la gravité	ft/s ²
I_{xy}	Moment d'inertie d'hélicoptère $\int xy \, dm$	slug ft ²
I_{xz}	Moment d'inertie d'hélicoptère $\int yz \, dm$	slug ft ²
I_{yz}	Moment d'inertie d'hélicoptère $\int yz \, dm$	slug ft ²
M	Moment	Ibft/s ²

m Masse Ib

Les Symboles Grecques utilisés.

α	Angle d'incidence de la pale	rad
β	Angle de battement de la pale	rad
Ω	Vitesse angulaire de rotor	rad/s
β_0	Angle de conicité	rad
β_{isc}	Angle d'inclinaison du plan de rotation des pales	rad
σ ou s	Rigidité de la pale	
δe	pas collectif du rotor principale	rad
δc	Pas cyclique longitudinale	rad
δa	Pas cyclique latérale	rad
δp	Pas collectif du rotor de queue	rad

LES INDICES UTILISÉES

B	Dans le repère du corps
CR	Dans le repère de rotor de contrôle
E	Dans le repère terrestre
e	Perturbation
F	Centre de masse
M ou MR	Un donnée d'entrée du rotor principale
p	Par rapport à la vitesse angulaire de roulis
q	Par rapport à la vitesse angulaire de tangage
r	Par rapport à la vitesse angulaire de lacet
Sc	Un donnée d'entrée cyclique latérale
T ou TR	Un donnée d'entrée du rotor de queue
δa	Commande du pas collectif du rotor principale
δe	Commande du pas collectif du rotor du queue
δc	Commande cyclique longitudinale



Graphe 4.1	<i>Trace des 10 états du système sur le Simulink.....</i>	60
Graphe 4.2	<i>Graphe de simulation linéaire.....</i>	61
Graphe 4.3	<i>Influence de l'action de Coll_MR sur u.....</i>	64
Graphe 4.4	<i>Influence de l'action de Coll_MR sur w</i>	64
Graphe 4.5	<i>Influence de l'action de la perturbation de Coll_MR sur q</i>	65
Graphe 4.6	<i>Influence de l'action de Coll_MR sur Thêta</i>	65
Graphe 4.7	<i>Influence de l'action de B1 sur u.....</i>	66
Graphe 4.8	<i>Influence de l'action de B1 sur w.....</i>	66
Graphe 4.9	<i>Influence de l'action de B1 sur q.....</i>	67
Graphe 4.10	<i>Influence de l'action de B1 sur Thêta.....</i>	67
Graphe 4.11	<i>Influence de l'action de A1 sur u.....</i>	68
Graphe 4.12	<i>Influence de l'action d'A1 sur v.</i>	68
Graphe 4.13	<i>Influence de l'action d'A1 sur p.</i>	69
Graphe 4.14	<i>Influence de l'action de A1 sur phi.....</i>	69
Graphe 4.15	<i>Influence de l'action de Coll_TR sur u.</i>	70
Graphe 4.16	<i>Influence de l'action de Coll_TR sur w.....</i>	70
Graphe 4.17	<i>Influence de l'action de Coll_TR sur q.</i>	71
Graphe 4.18	<i>Influence de l'action de Coll_MR sur r.....</i>	71
Graphe 4.19	<i>Réponse du système pour un échelon de vitesse u.....</i>	73
Graphe 4.20	<i>La vitesse u avec son estimée</i>	74



Les drones ou UAV (Unmanned Aerial Vehicles) sont des engins volants sans pilote capables de mener à bien une mission de façon semi autonome, ou en mode téléguidé. Leur utilisation est d'abord militaire pour des missions de reconnaissances ou de surveillance. En effet, ils sont bien adaptés pour la réalisation de missions qui mettraient potentiellement un équipage en danger ou qui nécessitent une permanence sur zone. Des applications civiles font leur apparition comme la surveillance du trafic autoroutier, la prévention des feux de forêts, la récolte de données météorologiques ou bien encore l'inspection d'ouvrages d'art.

Le développement de plates-formes robotiques volantes connaît un essor croissant depuis quelques années en raison de la miniaturisation toujours plus poussée des capteurs et des actionneurs, mais surtout grâce à la possibilité d'embarquer des cartes de commande toujours plus performantes capables d'exécuter la masse de calcul nécessaire au contrôle des robots volants.

Quelle que soit la méthode utilisée pour obtenir un modèle mathématique d'un système physique, il existe toujours un compromis entre la simplicité du modèle et son aptitude à décrire l'ensemble des phénomènes qui le caractérise. Ces écarts entre le modèle et le système réel sont souvent modélisés par des grandeurs d'erreurs (erreur d'entrée, erreur de sortie, erreur sur l'état,..., erreur de modèle).

On peut ajouter à cela la nécessité d'avoir un modèle linéaire du système pour pouvoir appliquer la plupart des méthodes de commande, la linéarisation se faisant généralement autour d'un point de fonctionnement du processus physique. Ce modèle n'est donc valide que dans le voisinage de ce point. Nous pouvons donc conclure, que dans le meilleur des cas, il est seulement possible d'obtenir un modèle décrivant au mieux le comportement du système, ce qui nécessite une stabilisation robuste.

Dans certains cas, on désire en plus conserver certaines spécifications faites sur les performances (temps de réponse, rapidité, découplage). On parle alors de robustesse des performances. La méthode qui est généralement adoptée est de représenter le système physique par un ensemble de modèles, appelé classe, tel que le système réel soit un élément de cet ensemble. Un correcteur qui stabilise cette classe stabilisera donc le système physique. Dès la fin des années soixante-dix, plusieurs méthodes de description de ces classes ont été mises en œuvre.

Pour notre travail nous avons utilisé un modèle réduit d'hélicoptère R-50 qui est développé à l'institut de technologie de Georgia.

Chapitre 1



Etat de L'Art.



1.1 Introduction

Dans les dernières années, les avancements technologiques ont permis la conception et la construction des mini- hélicoptères avec des capacités toujours plus développées pour réaliser des vols en autonome. Ces appareils sont connus sous le nom de drones. C'est-à-dire, les drones sont des engins volants auto-nomes ou semi-autonomes capables d'effectuer des missions en vol sans pilotage humain à bord. Pour cette raison les drones sont connus aussi par son appellation Anglaise 'Unmanned Aerial Vehicles' (UAV). Ces appareils sont des véhicules complexes et difficiles à commander et possèdent toutes les propriétés aérodynamiques des hélicoptères et avions à grande taille. Néanmoins, l'intérêt de leur étude vient de leur versatilité et de leur manœuvrabilité, leur permettant l'exécution d'un grand nombre des taches.

L'essor des drones date de la guerre froide et de la guerre du Viet Nam. Les Etats-Unis en particulier réaliseront près de 3000 missions de reconnaissance Photographique au Viet Nam, montrant l'importance stratégique qu'est l'utilisation de Drones.



Figure 1.1 :le premier drone opérationnel en Viêtnam

Que ce soit dans le domaine du militaire ou du civil, les drones sont généralement utilisés pour accéder à des zones à risque par exemple, territoire ennemi dans le cas d'un conflit, ou Bien recherche de survivants dans des endroits inaccessibles par les secours. Cependant les drones ne sont pas cantonnés à la prise de vue aérienne à des fins de renseignements tactiques et militaires, ils peuvent également être utilisés dans le civil pour la détection de feux de forêts, l'inspection d'infrastructures

particulières (lignes à haute tension par exemple), la surveillance du trafic routier, la prise de mesures atmosphériques, etc.

Les drones peuvent être classés selon les critères principaux comme la taille ou les performances. Sous le terme performance sont regroupés l'endurance qui représente le temps de vol du drone (l'autonomie) et l'altitude. Celle-ci correspond à l'altitude de croisière. La famille des drones comprend plusieurs catégories :

- Haute Altitude Longue Endurance (HALE) : Ce sont les plus lourds, les plus rapides .Ils volent à une altitude élevée et possèdent une autonomie pouvant atteindre plus de 30 heures.



- Moyenne Altitude Longue Endurance (MALE) : Leur rayon d'action est plus limité que celui des HALE (inférieur à 1000km) mais leur autonomie est supérieure. Traditionnellement utilisés pour la reconnaissance ils sont à présent très fréquemment armés.



- les drones tactiques (TUAV) : Ils sont très nombreux, plus petits et moins chers à produire. Ils sont utilisés pour la reconnaissance de terrain dans un périmètre réduit.



Figure 1.2 : les différentes catégories d'un drone

- les drones de combat (UCAV) : Ils sont conçus spécifiquement pour les frappes au sol et les bombardements.



L'absence de pilote à l'intérieur des drones, ainsi que les nouvelles technologies permettent leur miniaturisation. Ainsi on voit apparaître des engins de très petite taille appelés 'mini drones' ou 'micro drones'. Ils revêtent souvent la forme d'un hélicoptère car ils interviennent en milieu urbain à courte distance. Les drones de type hélicoptère appartiennent à cette catégorie et la proximité avec le domaine du modélisme suscite l'attention de nombreuses personnes. Ainsi on retrouve des hélicoptères dans différents secteurs :

- militaire pour des missions de reconnaissance notamment.
- loisir pour les particuliers avec des hélicoptères assimilés à des jouets.

1.2 Définition d'un drone

Les drones sont des aéronefs capables de voler et effectuer une mission sans présence humaine à bord. Le mot drone qui signifie bourdon ou bourdonnement, est communément employé en Français en référence au bruit que font certains d'entre eux en volant.

La désignation de drone ne recouvre qu'un véhicule aérien. Celui-ci n'est en fait que l'un des éléments d'un système, conçu et déployé pour assurer une ou plusieurs missions. C'est la raison pour laquelle les spécialistes parlent de système drone.

Le principe des drones peut être rapproché, toutes proportions gardées par ailleurs, à celui de l'aéromodélisme, selon lequel des modèles réduits sont pilotés par télécommande. On distingue toutefois deux catégories de drones: ceux qui requièrent effectivement l'assistance d'un pilote au sol, par exemple pour les phases de décollage et d'atterrissage, et ceux qui sont entièrement autonomes. Cette autonomie de pilotage peut s'étendre à la prise de décision opérationnelle pour réagir face à tout événement aléatoire en cours de mission. [17]

1.3 Classification des drones :

1.3.1 Principales catégories :

1.3.1.1 Selon leur taille :

Il n'existe pas une façon unique de classer les drones car ils peuvent être classés selon plusieurs critères : autonomie, portée, altitude, mission, système de contrôle, etc. Cependant, pour des raisons de sécurité dans l'espace aérien international, plusieurs pays se sont penchés sur la classification de ces drones. Le Royaume-Uni et l'Australie les ont répertoriés en deux groupes basés sur leur masse.

Les Etats-Unis ont proposé une répartition en cinq catégories : micro, mini, tactique, MALE (Medium Altitude Long Endurance) et HALE (High Altitude Long Endurance). Une sixième catégorie pourrait faire son apparition avec des drones gros porteurs type cargo.



1.3.1.2 Selon leur voilure :

On peut aussi distinguer les drones selon leur mode de déplacement : le vol d'avancement est caractéristique des drones à ailes fixes et le vol stationnaire des drones à voilure tournante.

Le premier type est destiné à des missions de plus grande portée (plusieurs centaines de kilomètres), alors que le second type doit répondre aux exigences des nouvelles formes de mission de type urbaine. Ils doivent être capables de se mouvoir à travers des rues en évitant tous les obstacles, de rentrer dans des pièces pour les inspecter, de retransmettre toutes les données en temps réel et enfin de revenir à leur point de départ. Le second type fait partie des VTOL UAV (Vertical Take-Off and Landing) ou ADAV (Appareils à Décollage et Atterrissage Verticaux). Le drone idéal serait par conséquent un drone capable de grandes vitesses d'avancement (plusieurs centaines de km/h, selon ses dimensions) et aussi capable de vol stationnaire et ayant une grande manoeuvrabilité dans des espaces confinés.

1.3.2 Les minidrones (MUAV)

1.3.2.1 A voilures fixes :

Les premiers drones miniatures firent leur apparition lors de la 1ère guerre du Golfe en 1991. La marine américaine possédait une soixantaine de "BQM-174 Exdrone" (futur Dragon Drone) de BAI Aerosystems et une cinquantaine de "FQM-151A Pointer" d'AeroVironment (Figure 1.3).



Figure 1.3 : Les premiers minidrones utilisés pendant la guerre du Golfe : l'Exdrone et le Pointer (1991)

1.3.2.2 A voilures tournantes

Le premier d'entre eux à être performant fut le "Cypher" de Sikorsky (Figure 1.4.a) au début des années 90. Equipé d'un moteur thermique et de deux hélices contrarotatives carénées, il a une autonomie de 3 heures, pour ses 2 mètres d'envergure et ses 115 kg dont 20 kg de charge utile.

Il aboutit en 2002 au "Cypher II" ou "Dragon Warrior" (Figure 1.4.b). De masse similaire et de dimensions légèrement plus grandes, il a une autonomie de 3 à 5 heures, et peut atteindre 185 km/h. Ce



type de structure se démarque des structures plus conventionnelles type hélicoptère.

En 1997, l'armée française se dota du "Vigilant" (Figure 1.4.c) de Techno Sud Industries, un hélicoptère autopiloté capable de reconnaissance dans un rayon de 30 km. Il est équipé d'un moteur thermique de 9 kW, pèse 40 kg et possède une hélice de 2 mètres de diamètre.

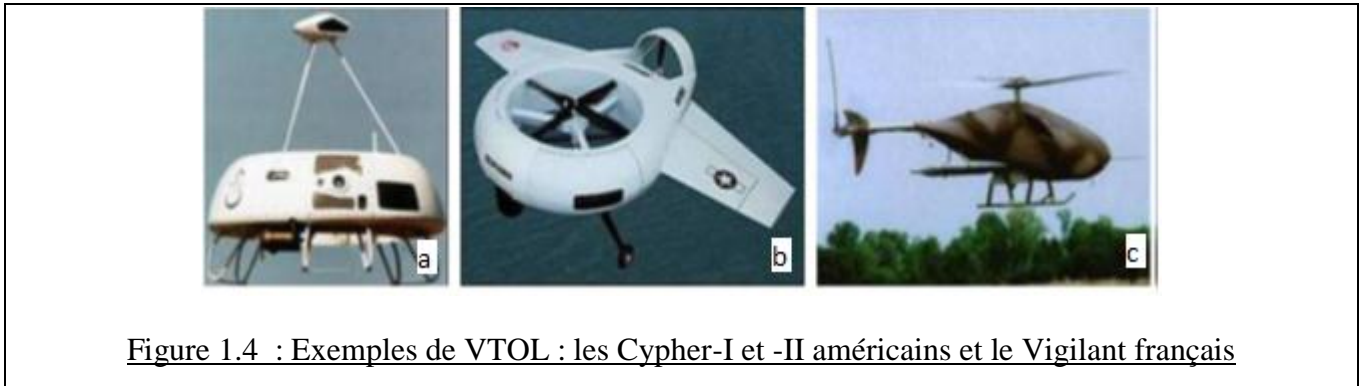


Figure 1.4 : Exemples de VTOL : les Cypher-I et -II américains et le Vigilant français

1.3.3 Les microdrones (mUAV)

Les microdrones sont des drones ayant des tailles variant du centimètre à quelques dizaines de centimètres.

En 1997 et dans le cadre de son programme de développement, la DARPA a appelé microdrone tout drone ayant une taille inférieure à 15 cm.

En Europe, La limite n'est pas aussi claire puisque le Do-Mav d'EADS-Dornier avec ses 42 cm d'envergure est considéré comme un microdrone. Les microdrones se sont beaucoup développés ces cinq dernières années, tout d'abord aux Etats-Unis où la DARPA a financé différents projets et concours universitaires pour le développement de tels engins, et ensuite en Europe et en France où la DGA a lancé un concours universitaire en collaboration avec l'ONERA. De plus, des compétitions de microdrones sont désormais régulièrement organisées dans le monde entier (France, USA, Allemagne, Corée) qui sont l'occasion pour les universitaires et les passionnés d'aéromodélisme de montrer et mettre en commun leur savoir-faire.

Grâce à ces programmes de recherche, beaucoup de structures à ailes fixes, à voilures tournantes ou ailes battantes furent étudiées et réalisées. Ici au-dessous on montre les exemples des différentes types de mUAV.

TYPE D'UAV	EXEMPLES
CONVERTIBLES	
BI-ROTORS CARENES CONTRA ROTATIFS A PAS CYCLIQUE ET COLLECTIF	
BI-ROTORS CARENES CONTRA ROTATIFS A PAS FIXE PLUS VOILETS ET/OU ROTORS ADDITIONNELS	
MONO ROTOR PLUS REDRESSEUR ET VOILETS DE CONTROLE	
HELICOPTERE A ROTOR ANTI COUPLE ET CARENE	
QUADRI ROTORS	
AILES BATTANTES	

Tab 1.1 : Projets retenus pour le concours microdrones de l'ONERA

1.4 L'aérodynamique des drones

Dans cette section nous présentons rapidement les configurations aérodynamiques les plus couramment utilisées.



Notre présentation se limite aux véhicules aériens capables de réaliser du vol stationnaire. Par simplicité nous allons distinguer les multi-rotors, les dirigeables et les configurations à ailes battantes. Nous allons classer les multi-rotors en fonction du nombre des rotors : 1, 2, 3 ou 4 rotors.

1.4.1 Drones mono rotors

Les drones monorotors sont caractérisés par l'utilisation d'un seul rotor comme actionneur principale. Dans cette catégorie on trouve l'avion appelés 3D (figure 1.5). Ces avions ont un moteur puissant qui permet un décollage vertical et des ailerons d'une grande surface pour assurer des couples de commande suffisamment grands afin que l'appareil soit facile à piloter. Ces avions mono rotor se développent de plus en plus car ils offrent l'avantage de pouvoir voler comme un avion normal, ce qui donne la possibilité de se déplacer rapidement de manière très économique en termes d'énergie.



Figure 1.5: Avion 3D

1.4.2 Drones bi rotors

Dans ce type de configuration nous pouvons distinguer ceux qui utilisent un ou deux plateaux cycliques et ceux qui utilisent des pales à pas fixe. Parmi ceux qui utilisent des plateaux cycliques nous avons l'hélicoptère classique avec un rotor principal et un rotor de queue, (figure 1.6 (a)).

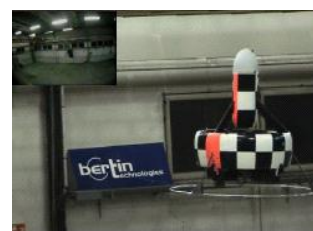
Les rotors peuvent tourner en sens opposés ou dans le même sens. On peut citer le T-wing de l'Université de Sydney, (figure 1.6 (b)). Nous avons également la possibilité d'avoir deux rotors contrarotatifs sur le même axe et des ailerons dans le flux d'air des rotors (Bertin, I3S), (figure 1.6 (c)). Cette dernière configuration est très compacte.



(a)



(b)



(c)

Figure 1.6: L'hélicoptère Yamaha air max (a), T-wing .et Hovereye de bertrin technologie (c)

1.4.3 Drones birotors convertibles

Les drones convertibles cumulent les avantages de l'avion et de l'hélicoptère: décollage et atterrissage vertical, vol stationnaire, vol d'avancement rapide et économique. La transition entre ces deux phases de vol peut se réaliser par basculement de ses rotors qui sont disposées sur des nacelles pivotantes (EagleEye de Bell). Ce type de configuration est encore peu répandu pour les drones miniatures du fait de la complexité de la phase de transition.



Figure 1.7: Eagle Eye de Bell

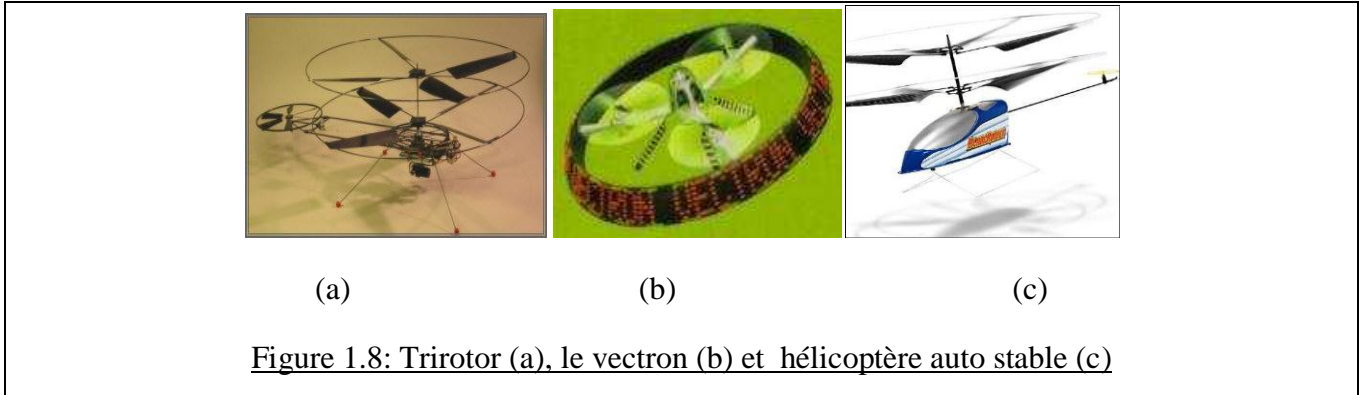
1.4.4 Drones trirotors

Il existe 3 catégories de drones à 3 rotors, le trirotor, le vectron et l'hélicoptère auto-stable. Moins performant en vol que le quadrirotor, Le tri-rotor est constitué de 2 rotors à l'avant qui tournent dans des sens opposés et un rotor à l'arrière avec orientation réglable. Le fonctionnement est similaire à celui d'un quadri-rotor mais la performance en vol n'est pas aussi satisfaisante. Des expériences ont été faites sur le tri-rotor à Heudiasyc. (Figure 1.8(a)).

Le vectron est constitué de 3 rotors qui tournent dans le même sens, voir (figure 1.8(b)). Le corps circulaire de l'appareil tourne par conséquent dans le sens contraire. Les vitesses des moteurs sont variées à des instants très précis de manière à obtenir des couples de tangage et de roulis. Le LIRMM a fait des travaux de recherche avec ce tri-rotor.

L'hélicoptère auto-stable (blade-runner), a été inventé récemment par un norvégien. Il est constitué de deux rotors à pas fixe qui sont montés sur le même axe et qui tournent dans des sens opposés. Un petit rotor de queue permet d'obtenir le couple de tangage. Cet hélicoptère a la propriété d'être stable

grâce au fait qu'il existe une articulation entre les pales du rotor principal et l'axe du rotor. Étant donné son mode de fonctionnement, cet appareil peut être utilisé uniquement en intérieur (figure 1.8(c)).



1.4.5 Drones Quadrirotors

Les quadrirotors ont 4 moteurs installés sur des tiges en fibre de carbone. Pour cette raison ils sont également appelés X4. Dans le commerce on trouve le Draganfly (Canada), l'intellicopter (Allemagne) et plus récemment l'X-UFO (Chine). Il est constitué de 4 rotors. Le moteur avant et le moteur arrière tournent dans le sens de la montre et les moteurs droit et gauche dans le sens contraire. Les hélices utilisées sont à pas fixe. Le tangage est obtenu par une différence de vitesse de rotation des rotors avant et arrière. Le roulis est obtenu de manière similaire avec la différence de vitesse des moteurs latéraux. Le lacet s'obtient en augmentant la vitesse des moteurs avant et arrière tout en réduisant la vitesse des moteurs latéraux.



1.5 Hélicoptère classique

Le véhicule est un hélicoptère classique, à échelle réduite, doté d'un rotor principal et d'un rotor de queue. Un plateau cyclique permet de faire varier le pas des pales du rotor principal et de piloter le véhicule en tangage ou roulis. Le rotor principal assure également la fonction de sustentation. Le rotor de queue joue un rôle d'anti couple, afin d'annuler le couple de réaction en lacet créé par le rotor principal. Le pilotage en lacet se fait donc en faisant varier le pas collectif du rotor de queue.

Ce type de configuration présente l'avantage de pouvoir exploiter les résultats des travaux réalisés pour les hélicoptères classiques en termes de modélisation et de commande.



Figure 1.10: Hélicoptères Yamaha RMAX (ONERA - projet Ressay) (à gauche) et Micro Star (à droite)

1.6. Missions des hélicoptères drones

Nous évoquons ici les différentes missions pour les hélicoptères drones [18].

1. Recherche et sauvetage (Figure 1.11) :

- Les hélicoptères drone peuvent effectuer rapidement et systématiquement des recherches dans un secteur très grand pour localiser des victimes d'un accident ou d'une catastrophe naturelle.
- Ils peuvent focaliser les efforts de la recherche et aider l'équipage de sauvetage à l'opération de sauvetage au lieu de longue opération de recherche.
- Ils peuvent plus aisément être déployés dans les conditions atmosphériques qui empêcheraient normalement la recherche et le sauvetage pilotés par l'homme.
- Ils peuvent être sacrifiés en conditions très dangereuses pour sauver des vies humaines. Les exemples typiques incluent le vol près d'un incendie de forêt pour rechercher les individus perdus, recherchant dans des secteurs contaminés, et identifiant les fuites radioactives potentielles après un accident de réacteur nucléaire.



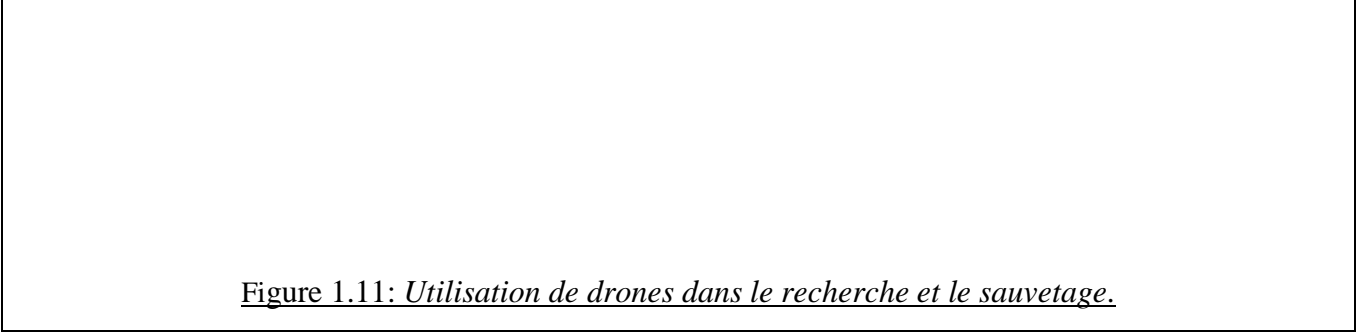


Figure 1.11: *Utilisation de drones dans le recherche et le sauvetage.*

2. Surveillance (Figure 1.12) :

- Les hélicoptères drones peuvent patrouiller un secteur et rapporter l'activité intéressante ou peu commune.
- Ils peuvent automatiquement localiser et identifier une activité suspecte et effectuer une détection efficace visuelle des objets ou des personnes impliqués jusqu'à l'arrivée des forces terrestres.



Figure 1.12: *Utilisation de drones pour la surveillance*

3. Contrôle de l'application de la loi (Figure 1.13) :

- Les drones peuvent voler au-dessus de véhicules pour aider la police dans des poursuites ou des opérations de recherche de criminels.
- Posté sur des bâtiments dans des secteurs urbains, ils peuvent être envoyés en quelques secondes pour prendre des images de points sensibles.



Figure 1.13: Utilisation de drones pour faire appliquer la loi.

4. Inspection (Figure 1.14) :

- Les hélicoptères drones peuvent inspecter les lignes électriques à haute tension dans des sites lointains ou difficiles d'accès.
- Ils peuvent inspecter de grandes structures telles que des ponts et des barrages de manière rentable.
- Ils peuvent être rapidement sollicités pour inspecter des bâtiments et des routes pour déceler les dommages potentiels après un tremblement de terre.
- Ils peuvent localiser les matériaux dangereux dans des emplacements de rebut par le transfert d'images aériennes aux experts humains ou par l'identification automatique de décharges de conteneurs ou de matériaux par la vision à bord.

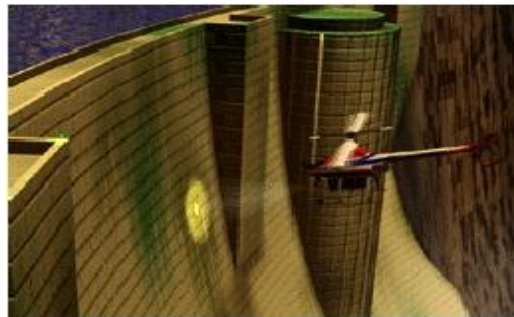


Figure 1.14: Utilisation de drones pour l'inspection

5. Cartographie (Figure 1.15) :

- Les hélicoptères drones peuvent construire des cartes topologiques plus précises que l'avion conventionnel avec beaucoup d'économie.
- A la différence des avions, ils peuvent voler près de la terre tout en portant des appareils photographiques ou des sondes pour construire des cartes en 3D de haute résolution.
- Ils peuvent voler dans des secteurs plus petits et plus contraints pour construire des cartes fortement détaillées.

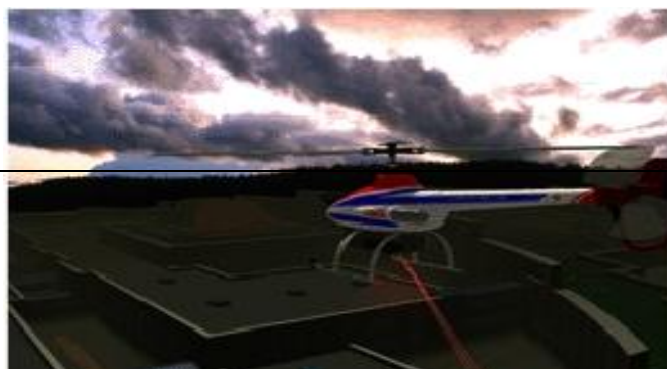




Figure 1.15: Utilisation des drones dans le domaine de la cartographie

6. Cinématographie (Figure 1.16) :

- Les hélicoptères drones peuvent être la caméra ou l'œil-dans-le-ciel d'un directeur (artistique).
- Ils peuvent voler avec précision grâce à l'ordinateur qui permet de se passer de pilotes humains habiles pour la photographie aérienne.
- Ils peuvent automatiquement dépister des sujets avec leurs traqueurs vision basés à bord d'objet.



Figure 1.16: Utilisation de l'hélicoptère drone dans le domaine de la cinématographie

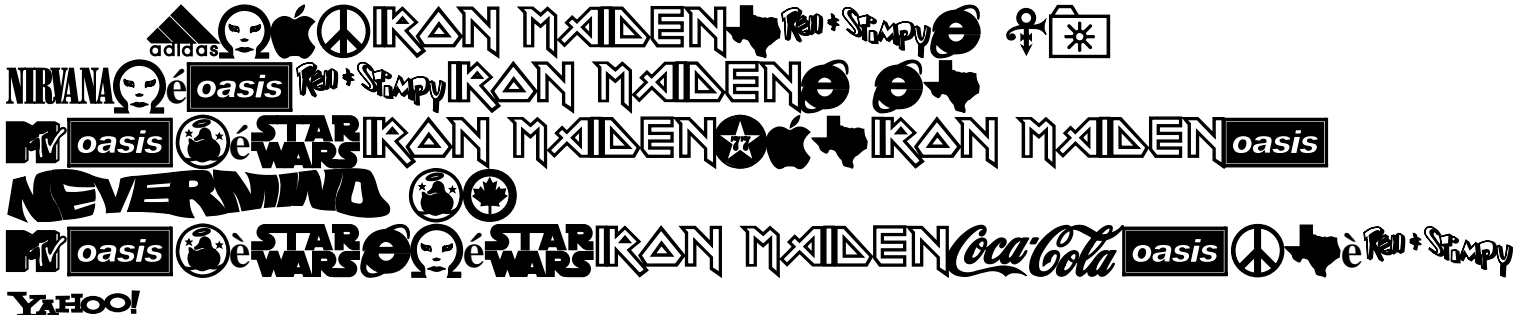
1.7. L'autonomie

La différence entre un modèle réduit et un drone miniature réside dans le degré d'automatisation et d'autonomie du véhicule. L'autonomie consiste en la faculté du véhicule à réaliser une mission donnée, sans intervention extérieure, en prenant lui-même des "décisions" suivant les événements rencontrés, et ce afin d'atteindre des objectifs fixés. Pour que cette autonomie soit possible, le mouvement du véhicule doit pouvoir être géré de manière automatique, permettant ainsi également le déplacement du drone en dehors du champ de vue d'un opérateur.

Chapitre 2



Théorie et modélisation du modèle
hélicoptère.



2.0 Introduction.

Ce chapitre donne une description de la théorie hélicoptère et une introduction aux termes utilisés dans ce mémoire. Comme repères de référence, on dérivera : la référence du corps, les référentiels inertiels, les forces, les moments et les vitesses agissant sur l'hélicoptère.

Les repères sont choisies de telle manière que les forces, les accélérations, les moments, des vecteurs, etc. peuvent être définies facilement. L'indice "E" se réfère la repère terrestre l'indice "B" se réfère à la repère du corps, et l'indice "I" se réfère à un référentiel d'inertie.

2.1. Référentiels et systèmes d'axes

2.1.1 Repère du corps

Un repère de corps B (Figure 2.1) est utilisé car les forces, les mouvements et les vitesses de l'hélicoptère réagissent sur le corps (*fuselage*). Ce repère est fixé au corps de l'hélicoptère et se déplace avec le fuselage. L'origine est placée dans le centre de gravité, et les points d'axe x_B se dirige vers le nez de l'appareil, l'axe z_B de dirige vers le bas et l'axe y_B se trouve perpendiculaire du plan z_B, x_B .

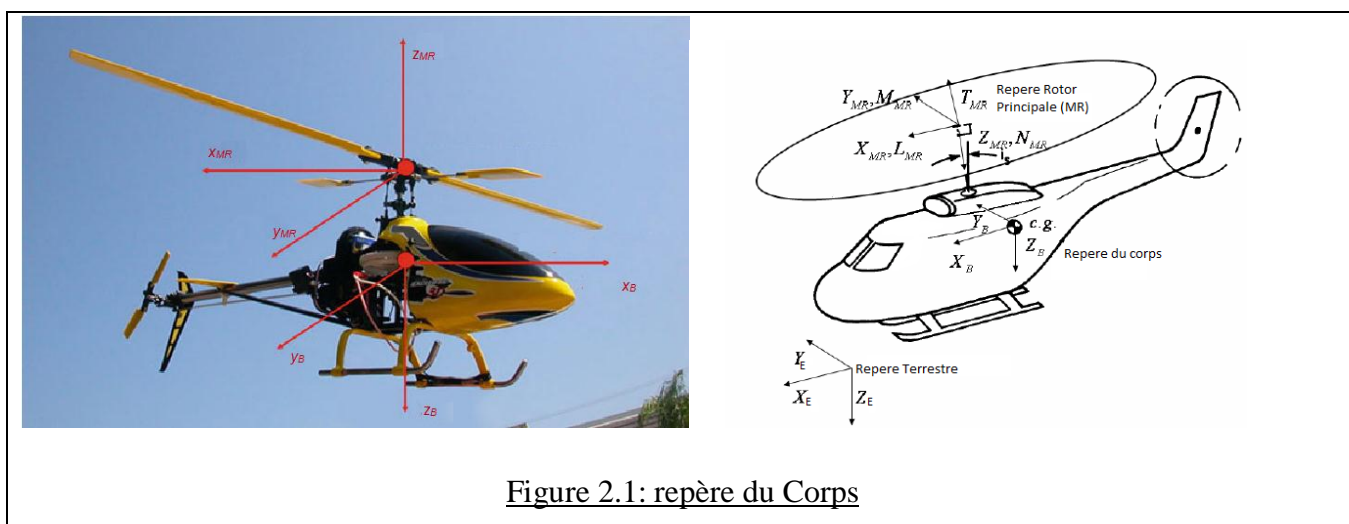
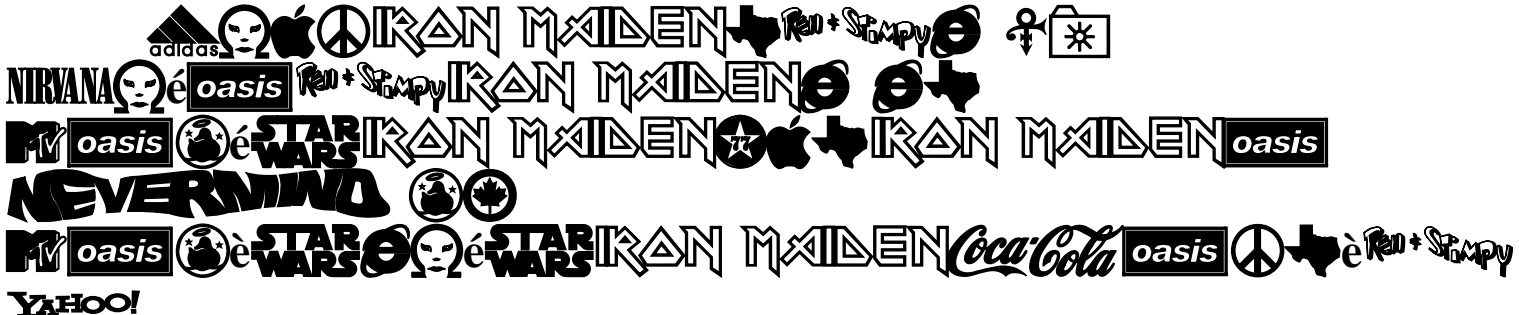


Figure 2.1: repère du Corps

2.1.2 Repère Terrestre.

L'origine du repère terrestre {E} (voir la figure 2.2) est située sur la surface de la terre, avec l'axe x_E pointant vers le nord, l'axe de pointage est y_E , et l'axe z_E pointant vers le centre de la terre. Lorsque vous utilisez le repère {E}, on suppose que la terre est plate. Le {E} est essentiellement



définie pour calculer les déplacements (x,y,z) de l'hélicoptère utilisé pour la navigation et l'orientation. Ces déplacements ne sont pas nécessaires pour modéliser la dynamique de l'hélicoptère.

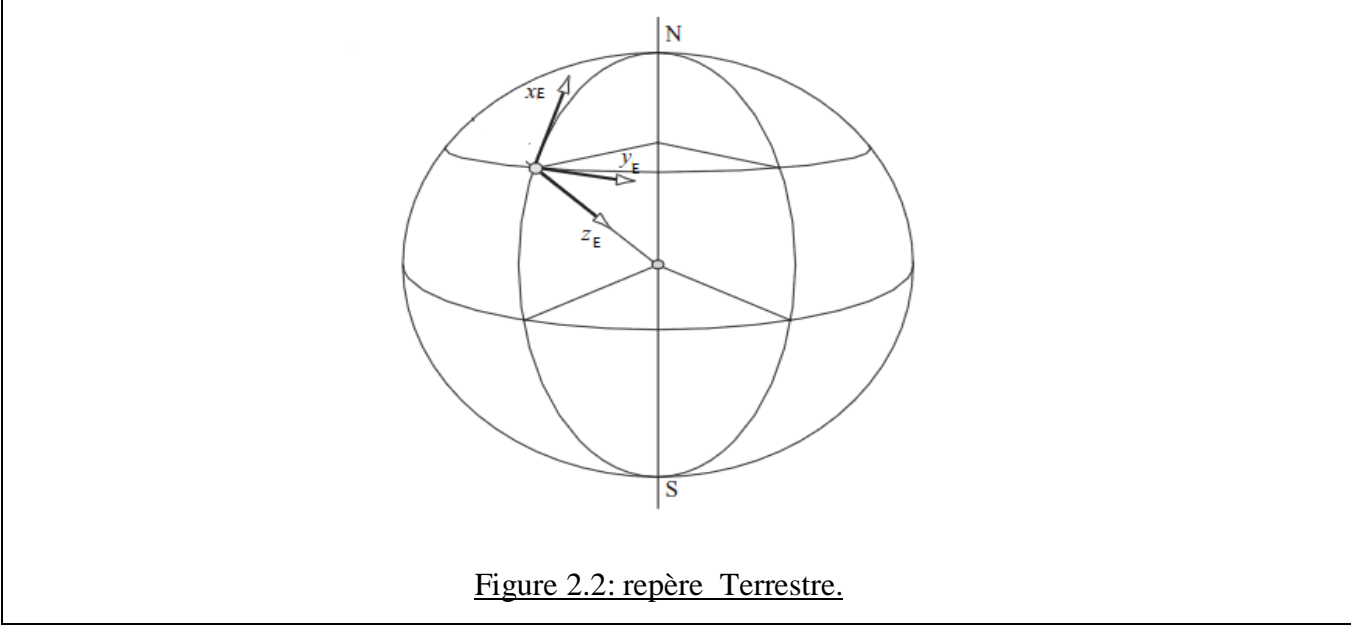


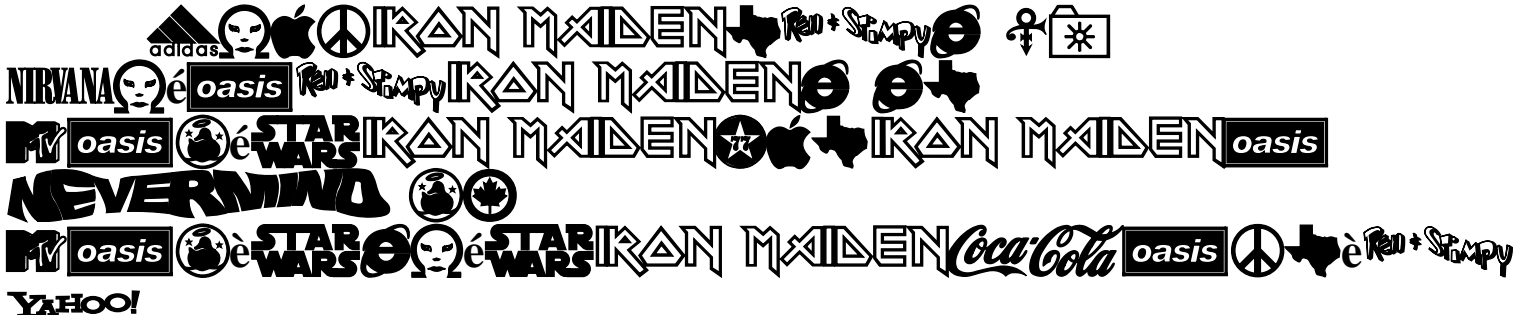
Figure 2.2: repère Terrestre.

2.1.3Référentiel inertiel

Pour décrire les relations entre les forces et les accélérations, la deuxième loi de Newton est utilisée, et cette loi ne s'applique que dans la référence inertielle $\{I\}$. Pour des faibles vitesses relatives linéaires et des petits déplacements, comme pour l'hélicoptère en vol stationnaire, une simplification acceptable peut être faite en indiquant que le repère $\{E\}$ peut être utilisé comme le repère $\{I\}$, pas tout à fait exact, mais cela peut fonctionner avec les problèmes des avions.

2.2 La Matrice de passage entre les repères.

Pour comprendre la relation entre les repères $\{I\}$ ou $\{E\}$ et le $\{B\}$, il est nécessaire de savoir comment transformer un vecteur ou un point entre les repères. Cette transformation se fait par rotation d'un repère à un autres en utilisant les angles d'Euler:



En faisant des rotations autour de ses trois axes indépendants, le fuselage de l'hélicoptère peut en prendre des nouvelles positions. Ces nouvelles positions ne sont pas uniques car les différents orientations ne sont pas de quantités vectoriels et la séquence de rotation n'est pas permutable. Les angles utilisés en dynamique de vol sont le lacet (ψ), le tangage (θ) et le roulis (ϕ). [6]

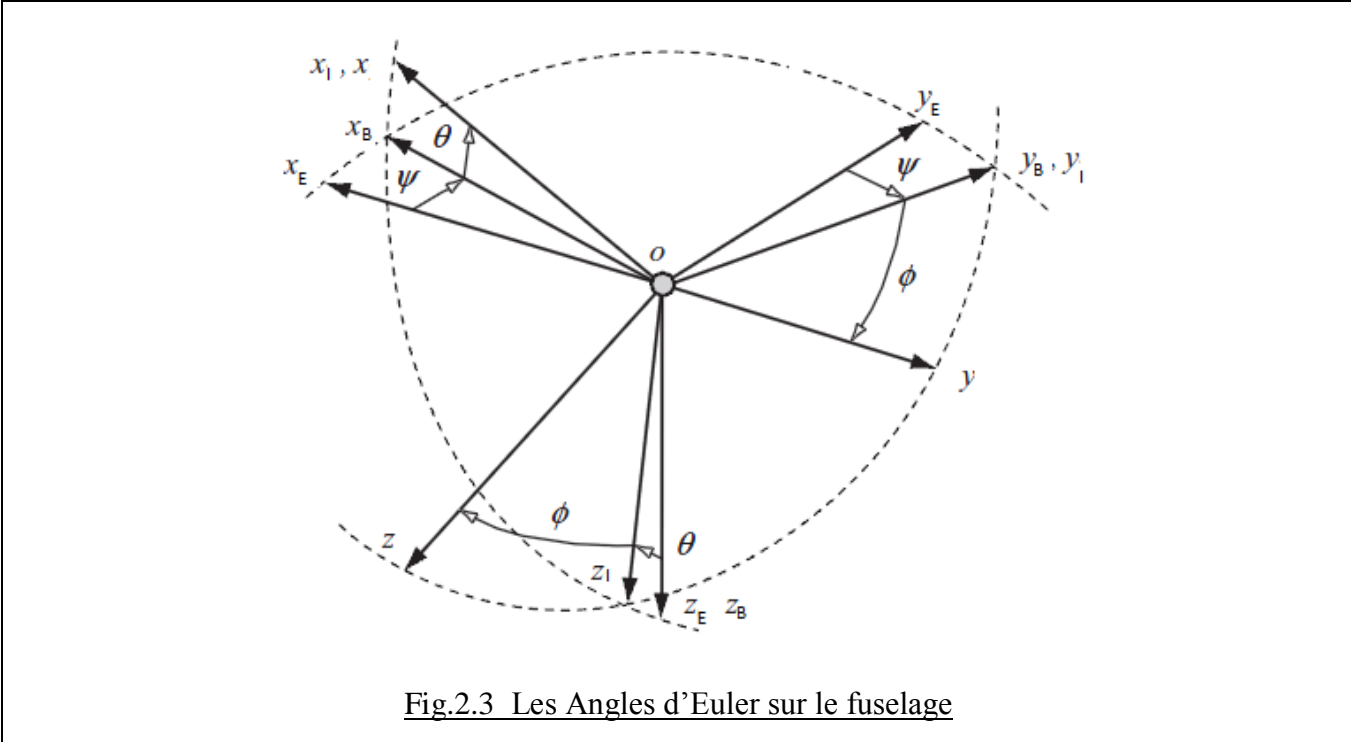


Fig.2.3 Les Angles d'Euler sur le fuselage

Soit ox,oy,oz les composantes d'une quantité (par exemple vitesse, accélération ou déplacement) dans l'axe o,x,y,z et soit ox_E,oy_E,oz_E les composantes de la même quantité dont le repère est changé vers l'axe o,x_E,y_E,z_E . En faisant la solution pour chaque rotation selon l'ordre respectif des axes de référence (montré dans la figure 2.3), on trouve :

$$\begin{aligned}
 ox &= ox_I \\
 oy &= oy_I \cos \phi + oz_I \sin \phi && \dots\dots\dots 2.0 \\
 oz &= -oy_I + oz_I \cos \phi
 \end{aligned}$$

Sur forme matricielle ca devient :

$$\begin{bmatrix} ox \\ oy \\ oz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ox_I \\ oy_I \\ oz_I \end{bmatrix} \dots\dots\dots 2.1$$

D'une manière similaire, on fait un tangage θ autour de oy_I :



$$\begin{bmatrix} ox_I \\ oy_I \\ oz_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ox_B \\ oy_B \\ oz_B \end{bmatrix} \dots\dots\dots 2.2$$

On fait un lacet ψ autour de l'axe oz_B :

$$\begin{bmatrix} ox_B \\ oy_B \\ oz_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ox_E \\ oy_E \\ oz_E \end{bmatrix} \dots\dots\dots 2.3$$

On substitue 2.2 et 2.3 dans 2.1 pour obtenir :

$$\begin{bmatrix} ox \\ oy \\ oz \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} ox_E \\ oy_E \\ oz_E \end{bmatrix} \dots\dots\dots 2.4$$

Où :

$$D = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \theta \cos \psi & -\sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi + \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \dots\dots\dots 2.5$$

D c'est la matrice de transformation.

2.3 Les Angles d'Euler

2.3.1 Description

L'angle de lacet est l'angle entre l'axe X_B et l'axe X_I . L'angle de tangage est l'angle entre l'axe X_B et le plan horizontal. L'angle de roulis est mesurée dans le plan $Y_B Z_B$. C'est l'angle entre l'axe Y_B - et le plan horizontal. Cela peut aussi être décrit de façon plus simple :

- l'angle de lacet est une rotation autour de l'axe Z.
- l'angle de tangage est une rotation autour de l'axe Y.
- l'angle de roulis est une rotation autour de l'axe X.

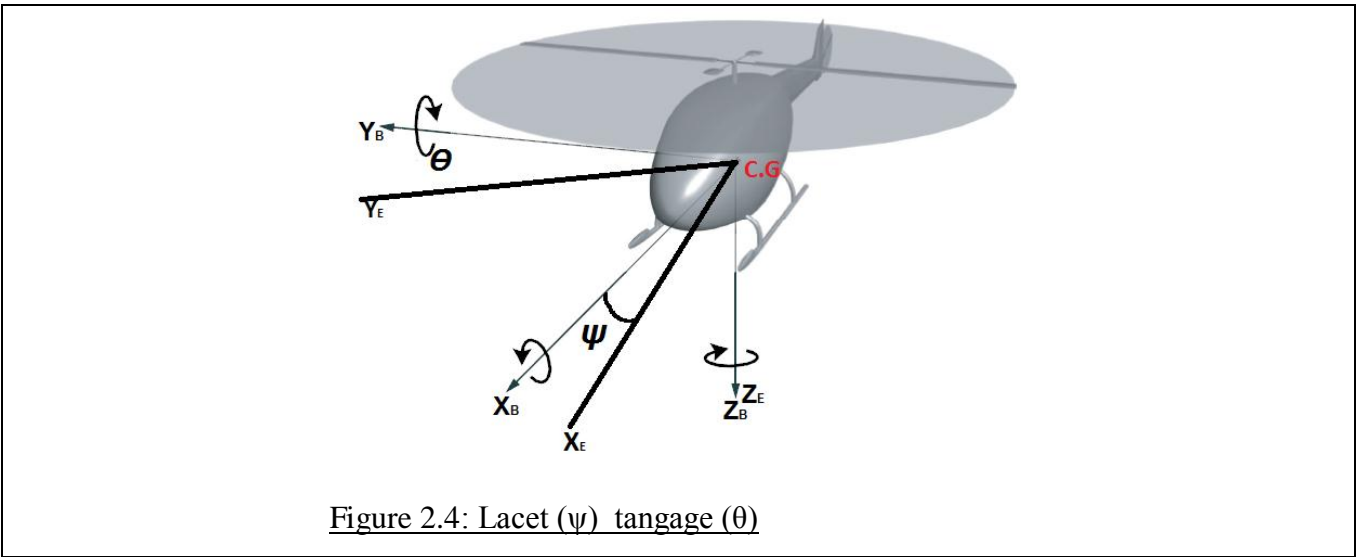
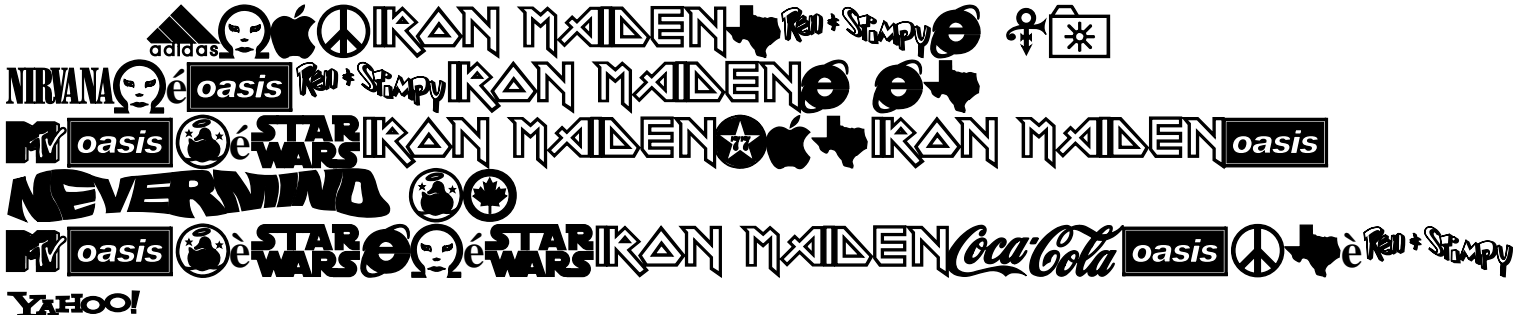


Figure 2.4: Lacet (ψ) tangage (θ)

2.4 Forces, Moments, Vitesses, et les Vitesses Angulaires.

La plupart des forces, des vitesses, des moments, des vitesses angulaires et accélérations utilisé dans la modélisation de l'hélicoptère est dans le repère de fuselage. Ils sont définis dans le repère {B} telle que

- X, Y et Z sont les forces linéaires dans les axes de fuselage.
- u, v et w sont respectivement les vitesses linéaires des axes $X_B, Y_B,$ et Z_B .
- L, M et N sont respectivement les moments dans les axes le $X_B, Y_B,$ et Z_B .
- $p, q,$ et r sont respectivement les vitesses angulaires sur les axes X_B, Y_B et Z_B .

La figure 2.5 présente l'emplacement et la direction des forces, des moments, des vitesses linéaires et des vitesses angulaires mentionnés ci-dessus :

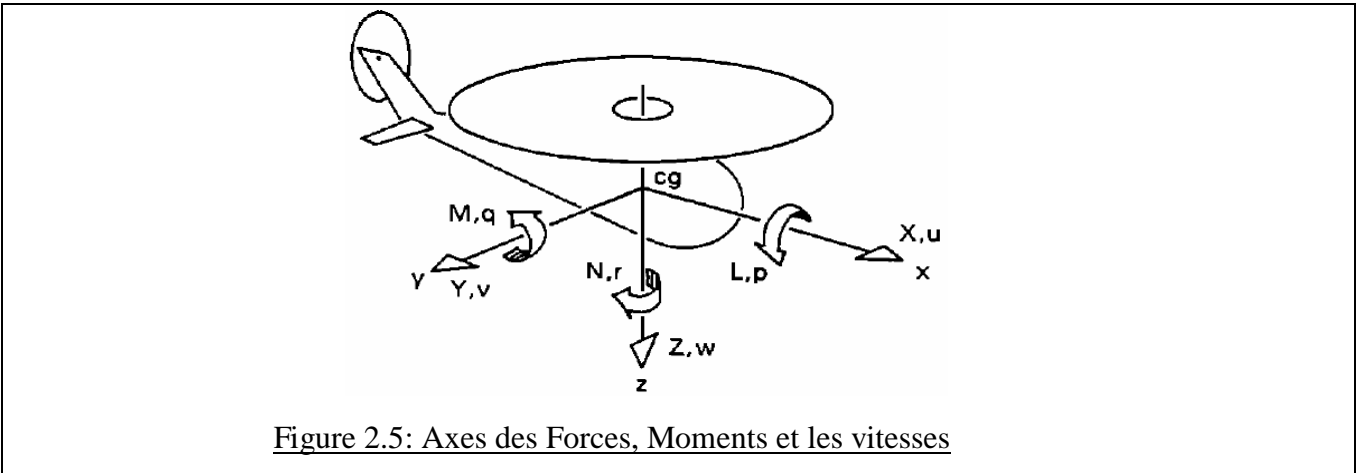
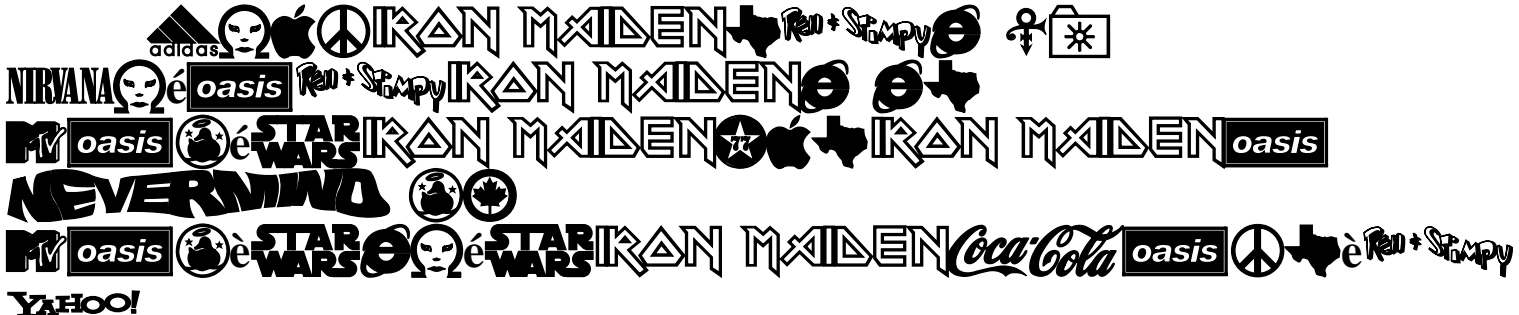


Figure 2.5: Axes des Forces, Moments et les vitesses



2.5 Description des Composantes de l'Hélicoptère.

2.5.1 Les composantes du model hélicoptère.

La nomenclature des différentes composantes de l'hélicoptère peut être vue dans la figure 2.6. Le rotor principal (M.R) crée une poussée dans la direction négative de l'axe Z lors de la rotation.

Par conséquent, un couple est généré dans la direction opposée de la rotation du rotor principale qui est contrée par la poussée des rotors de queue (TR). Le rotor de commande (CR) est principalement utilisé sur les modèles d'hélicoptères pour augmenter l'amortissement de la dynamique de l'hélicoptère, ce qui implique l'augmentation de la stabilité.

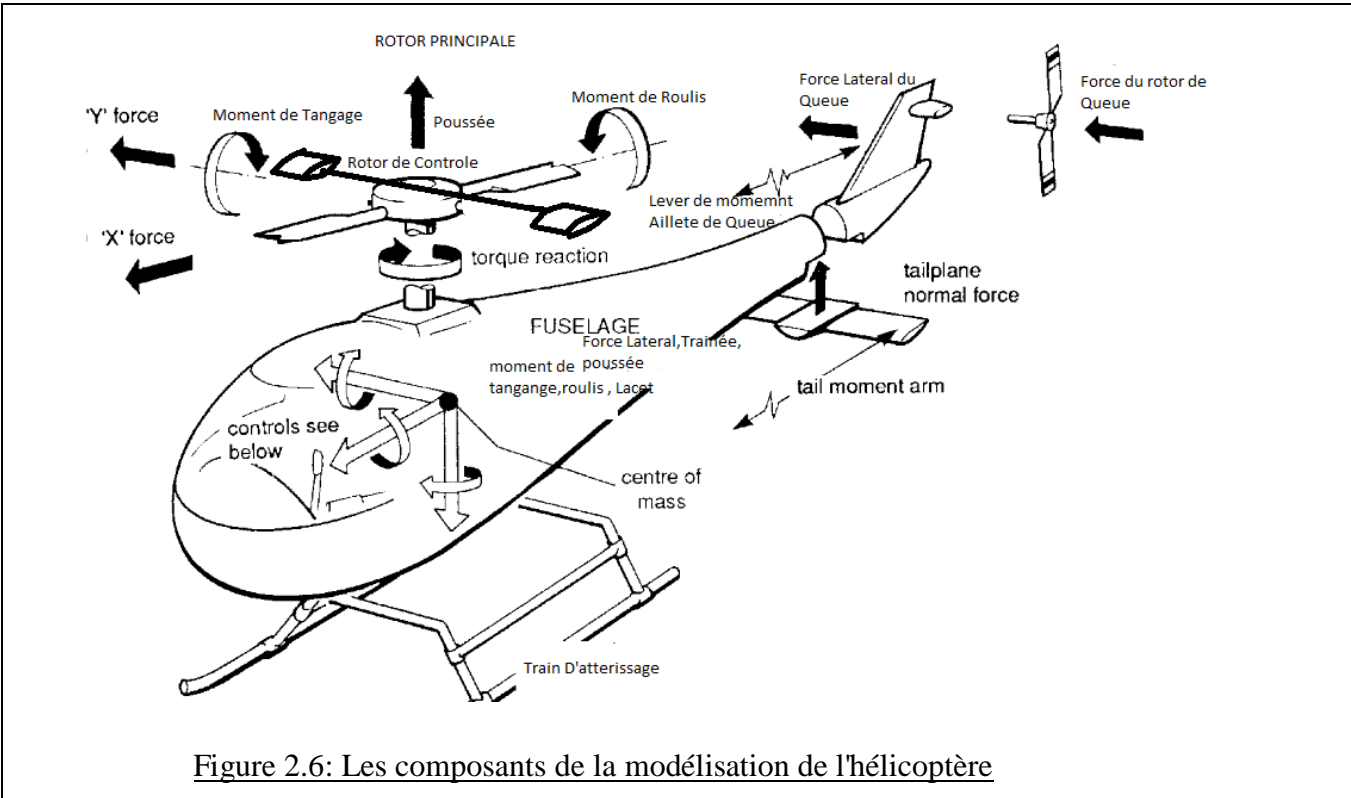


Figure 2.6: Les composants de la modélisation de l'hélicoptère

2.5.2 Les Pales

Les pales de l'hélicoptère ont traités par les mêmes lois de l'aérodynamique qu'une aile d'avion ordinaire. L'angle (θ) de la pale est entre la corde et le plan $E x y$, qui est également le plan de vecteur de vitesse du vent (V) agissant sur la pale. R est le rayon du centre de l'élément de pale et Ω est la vitesse angulaire du rotor. L'angle ϕ est utilisé pour décrire la relation entre la portance induite (P) et la trainée (T). Cette relation sera étudié dans le chapitre 3.

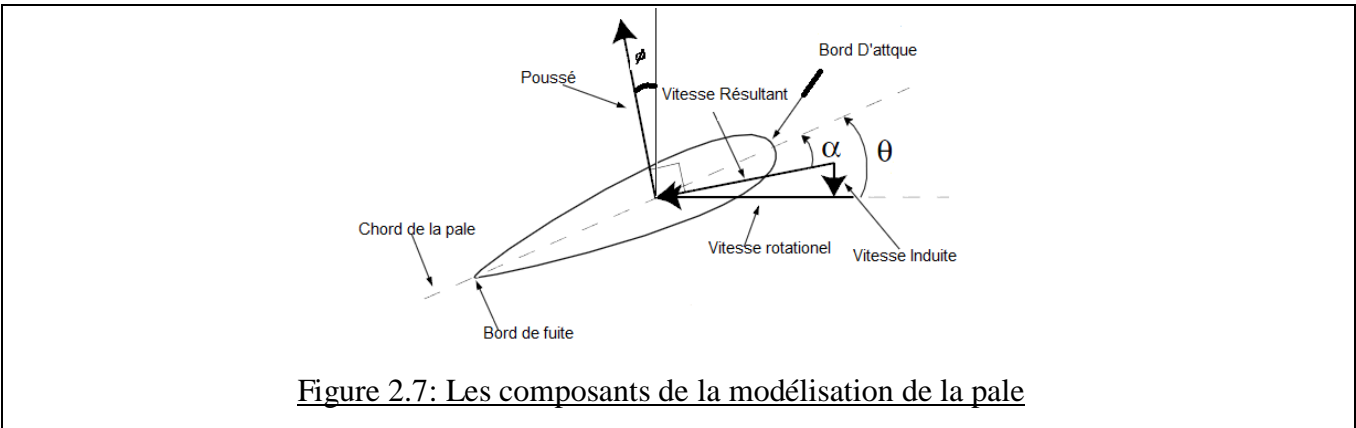
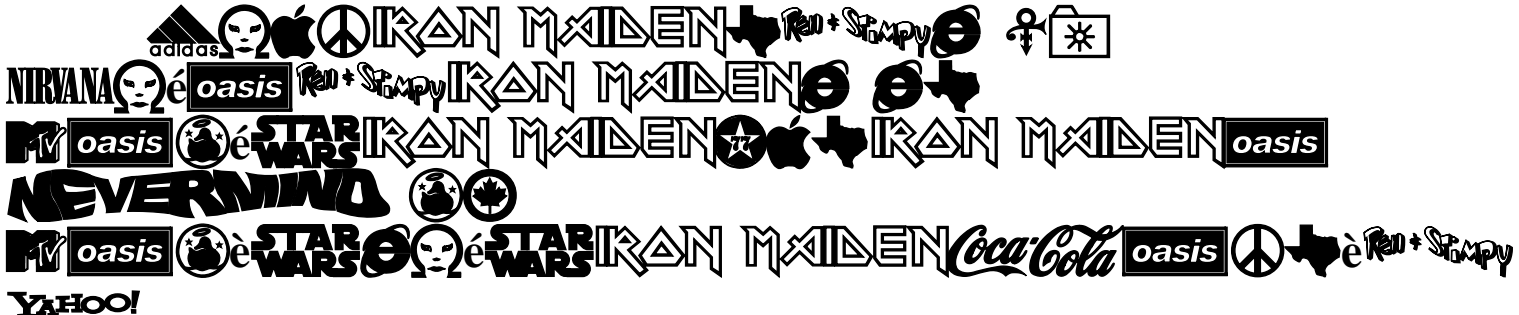


Figure 2.7: Les composants de la modélisation de la pale

2.5.2.a Paramètres caractéristiques de la pale.

La poussée (P) est donnée par la somme de tous les poussées induites par sous pales du rotor. La valeur de la poussée induite est donc dépendante de l'angle d'inclinaison et de la vitesse angulaire. A part de leur capacité de s'incliner, les pales peuvent faire un battement d'angle (β).

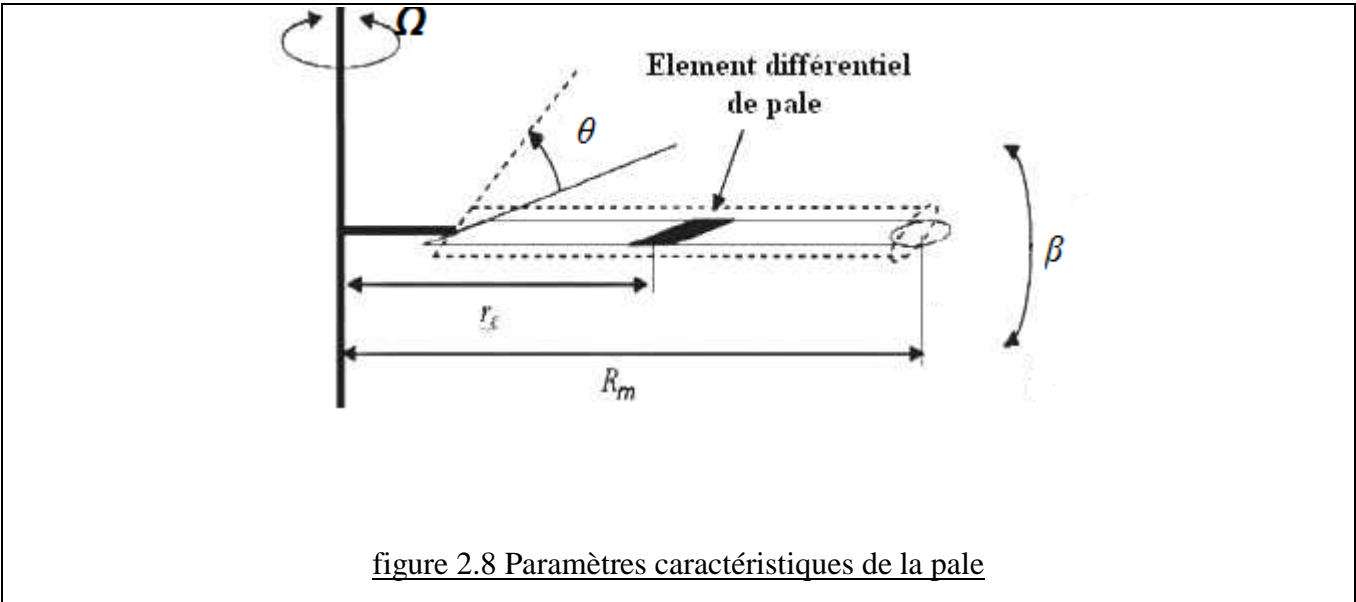
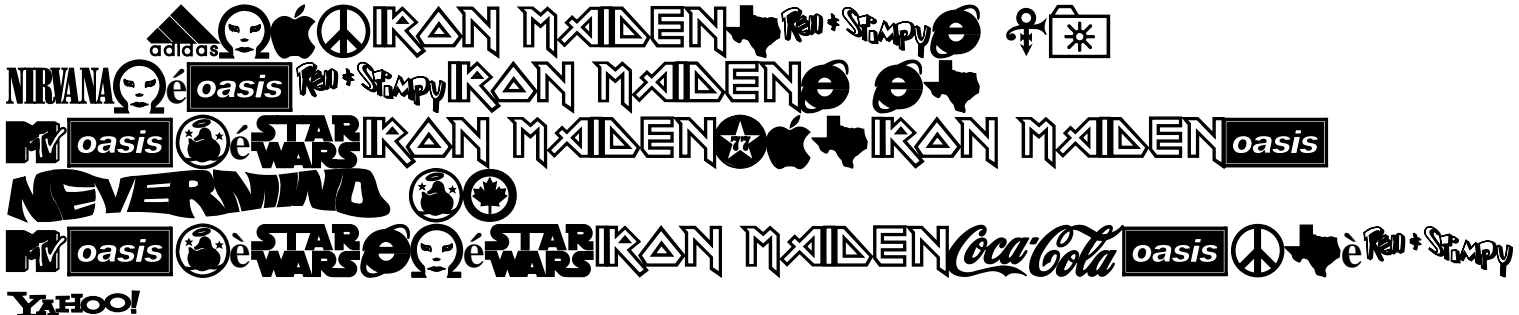


figure 2.8 Paramètres caractéristiques de la pale

Les deux angles (θ et β) sont utilisés pour diriger la poussée du rotor et aussi pour des manœuvres de l'hélicoptère. Afin de maintenir une sustentation uniforme le long de la pale de rotor malgré des différentes vitesses de l'air le long de la pale, ce dernier est tordu d'un angle (θ_0). Les pales du rotor utilisées dans ce projet ne sont pas tordues .En réalité cette hypothèse conduite à un battement intense des pales et une forte conicité des pales. [20]

2.5.3 Rotor principale.



2.5.3.a Description Générale.

Les pales du rotor principal génèrent la portance nécessaire pour l'hélicoptère. Elle accélère le flux d'air et génère une force de réaction comme indiqué dans la troisième loi de Newton. La figure 2.9 présente une vue de dessus du rotor principal, où l'angle ψ (angle de lacet) est mesurée à partir de l'axe x , où la référence est 0° , et de rotation dans le sens horaire.

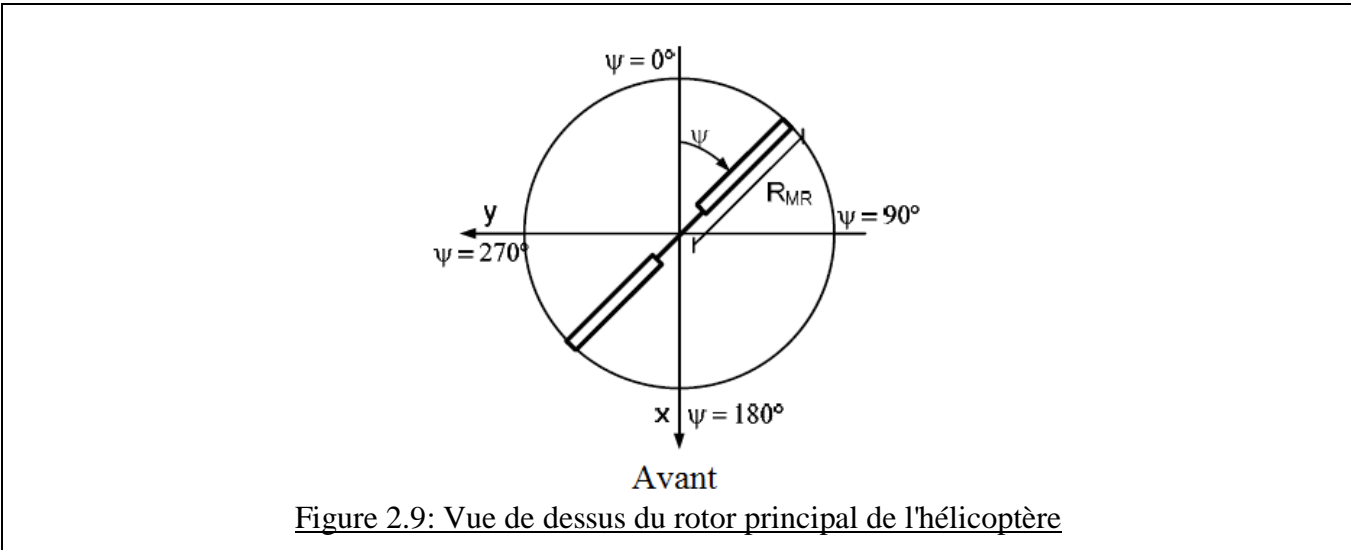


Figure 2.9: Vue de dessus du rotor principal de l'hélicoptère

Les pales de rotor sont fixées à un moyeu de rotor et reliée à un plateau cyclique. La distance dès la tête de rotor jusqu'à le haut du plateau cyclique (voir la figure 2.10) commande l'angle de tangage des pales du rotor. Déplaçant le plateau cyclique en haut et en bas, on modifie le pas collectif des pales, et on va créer alors la force de poussée plus ou moins. Par conséquent l'altitude de l'hélicoptère est modifiée. Ceci est contrôlé par le pilote en utilisant le levier de pas collectif. En inclinant le plateau cyclique, un angle de tangage *cyclique* est obtenu, ce qui signifie l'angle de tangage sera différent autour du plateau cyclique déterminé par l'azimut.

2.5.3.b Le Mécanisme de Commande du Rotor principale.

L'angle du plateau cyclique est commandé par la manette de commande du pilote et lui permet de contrôler le pas des pales selon la position de plateau cyclique.

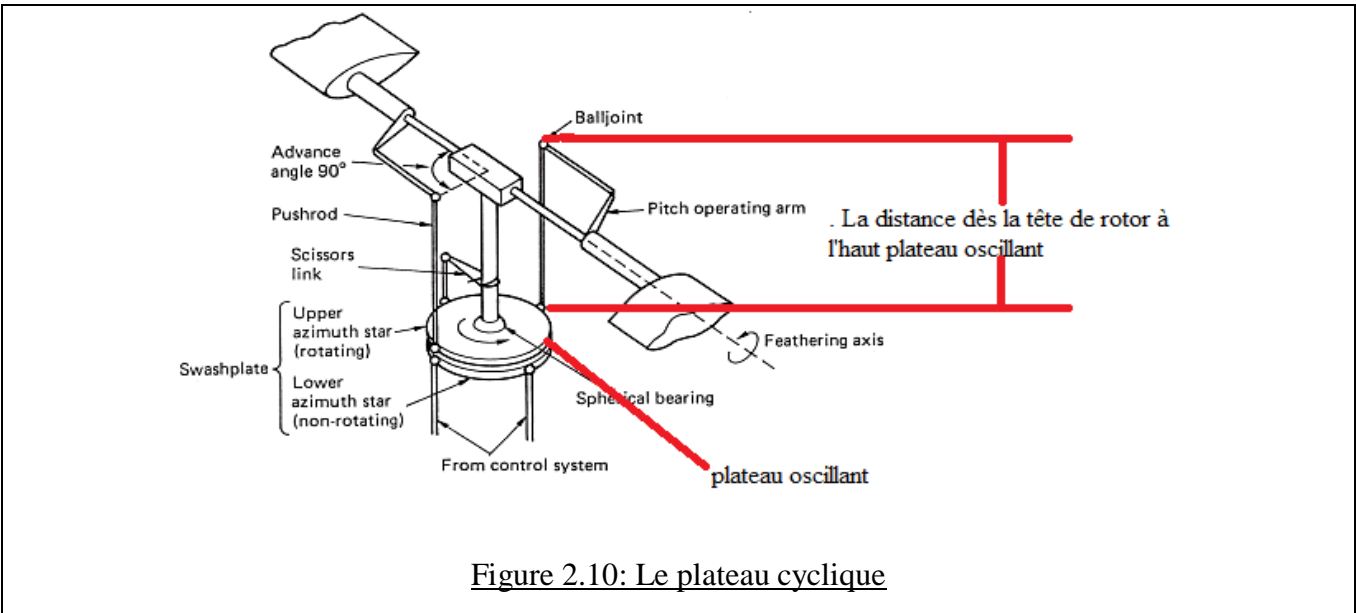
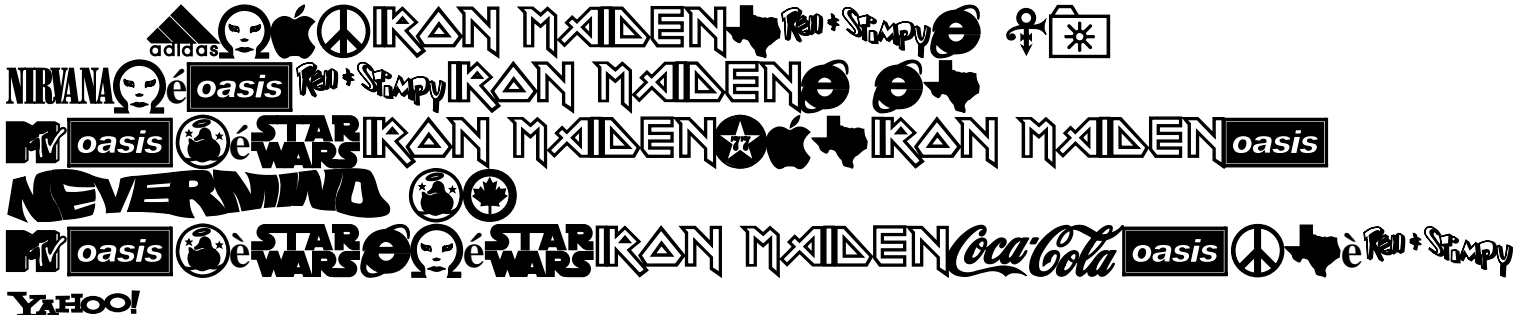


Figure 2.10: Le plateau cyclique

Ce changement de l'angle de tangage modifie l'amplitude du vecteur de la portance de la pale, selon son angle d'azimut comme on le voit dans les figures 2.11 et 2.12. Lorsque le cône du rotor principal est incliné elle se traduira par une poussée inclinée dans la même direction. Les pales du rotor sur le modèle hélicoptère utilisé dans ce projet est moins articulé et flexible. Cela signifie que la pale de rotor se batte en fonction de l'angle de tangage.

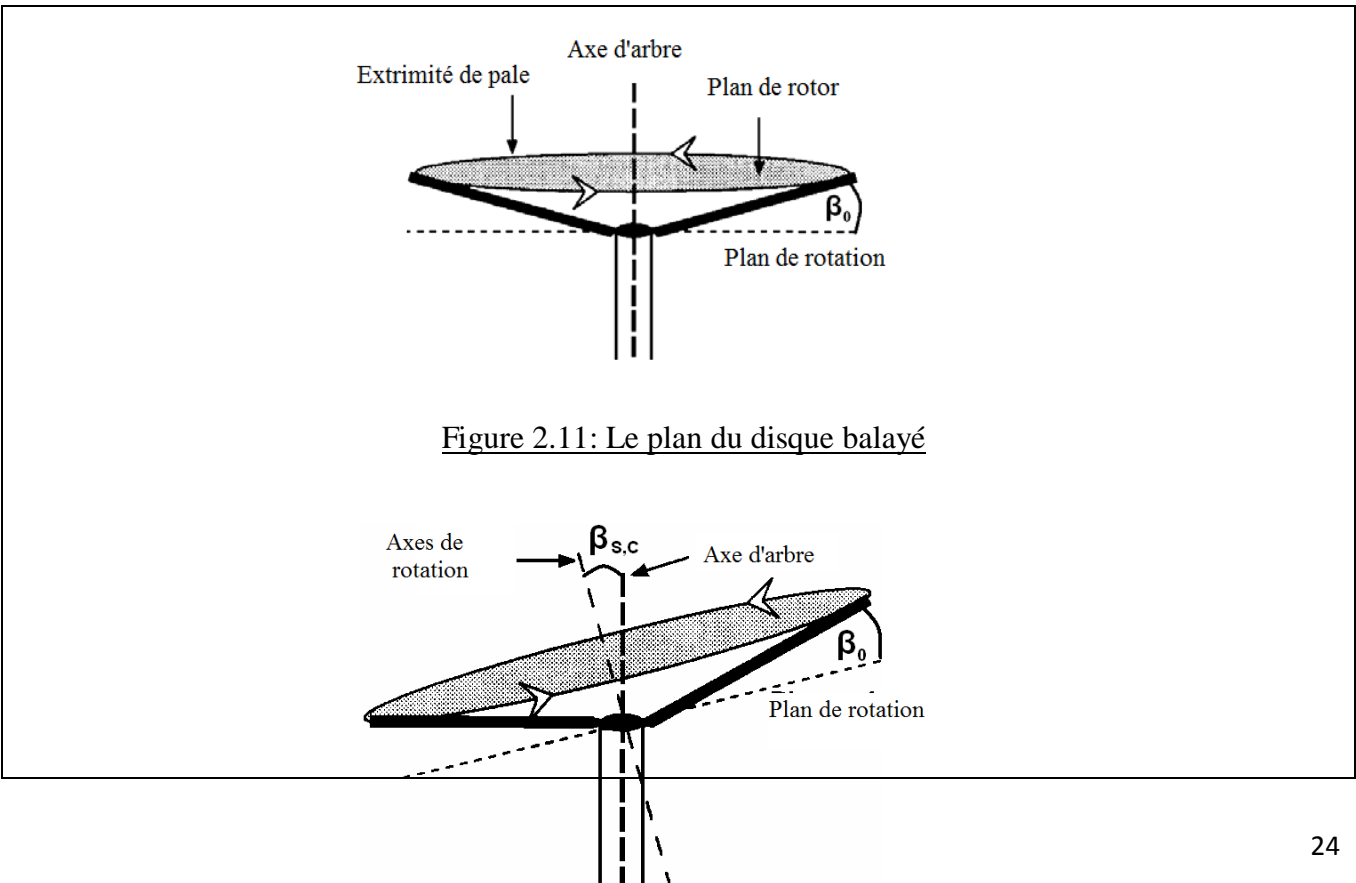


Figure 2.11: Le plan du disque balayé

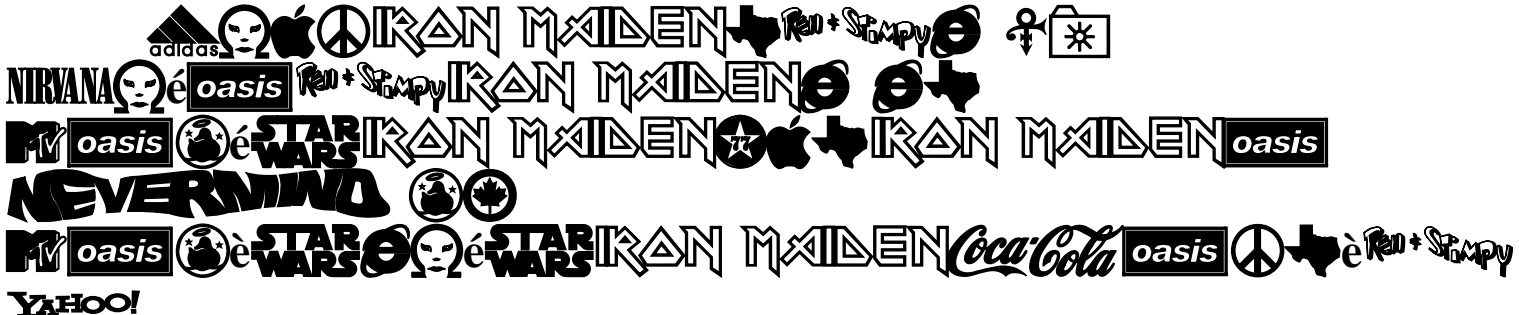


Figure 2.12:Le plan incliné du disque balayé

Lorsque le pilote veut changer la direction de vol latéral ou longitudinal, il pousse le manche dans la direction qu'il veut faire basculer l'hélicoptère.

Les angles β_s et β_c décrit l'inclinaison de poussée dans le sens latéral et longitudinale respectivement, et β_0 décrit l'angle de conicité. [16]

2.6 Le Rotor de commande.

En raison de la petite taille relative et la vitesse rapide du rotor, le modèle hélicoptère est équipé d'un rotor de commande (figure 2.13) pour ralentir la dynamique du système (ajouter un amortissement). Le rotor de commande réduit également la puissance nécessaire aux actionneurs pour incliner le plateau cyclique.

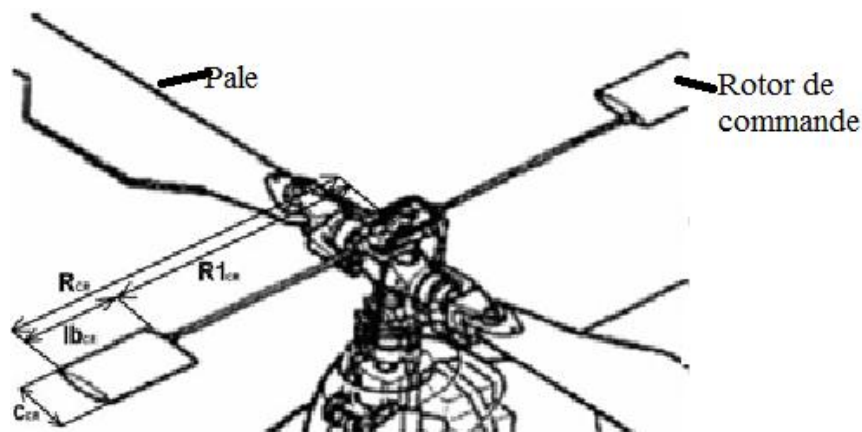


Figure 2.13: le rotor de commande

La dynamique du rotor de commande est calculé sur la base de : la corde (C_{cr}), le rayon intérieur (R_{1cr}), le rayon extérieur (R_{cr}) et la longueur de la pale (L_{bc_r}).

2.7 Le Rotor du Queue.

Le rotor de queue contre le couple du rotor principal et contrôle la direction de l'hélicoptère. Il est placée verticalement dans la poutre de queue (bras de levier), en dehors de la réveiller induite par le rotor principal. Le rotor de queue dans la plupart hélicoptères n'a qu'un pas collectif. Ce dernier est contrôlé avec des pédales.

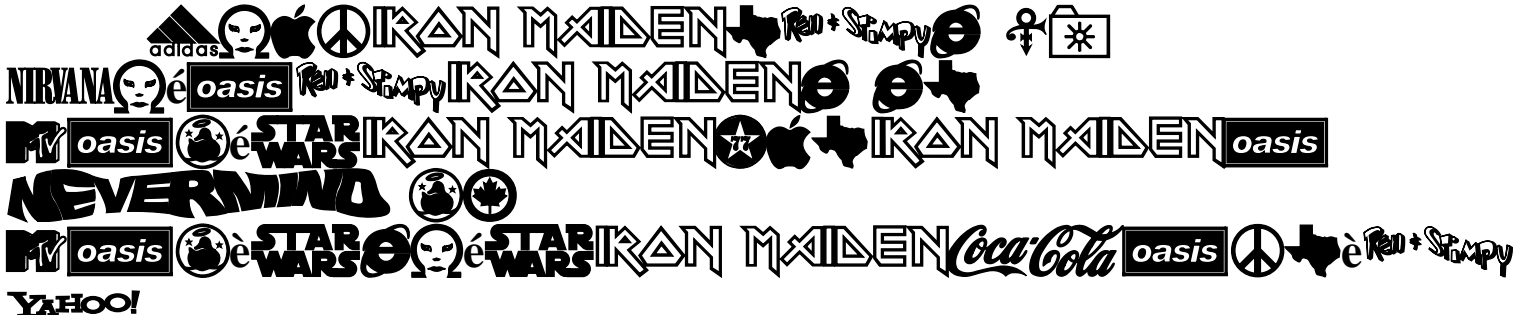


Figure 2.14 montres un rotor de queue monté sur un fuselage de l'hélicoptère et ainsi toutes les paramètres nécessaires pour calculer les moments de levier.

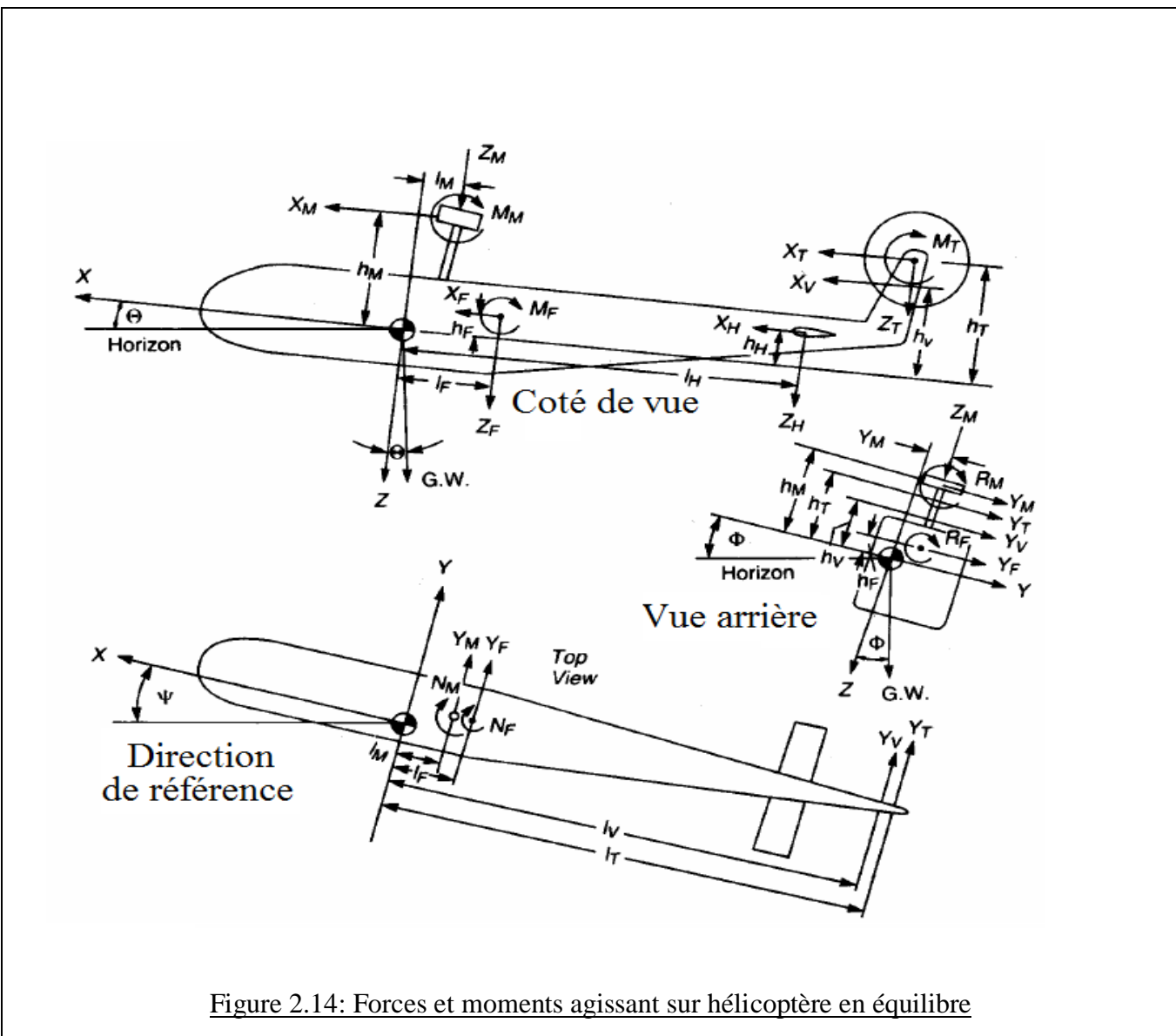


Figure 2.14: Forces et moments agissant sur hélicoptère en équilibre

[10]

2.8 Sommaire des Forces et des moments agissantes sur les composantes de l'hélicoptère.

La figure 2.14 a été emprunté du livre 'Helicopter Performance ;Stability and control' par Prouty Raymon. Bien qu'il utilise les indices différentes, on la choisit car il montre clairement tous les forces et les moments qu'on besoin de connaître pour notre modélisation. Dans ce livre l'auteur a utilisé R pour les moments de roulis et les indices T pour montrer qu'on est dans le repère du rotor de queue. L'indice M réfère au repère du rotor principal et l'indice F sert pour toutes les variables se



trouvant dans le centre de gravité de l'appareil. X, Y et Z représente les forces selon les axes x, y et z respectivement

Un exemple de calcul de moments total autours de centre de gravité en équilibre de lacet est :

$$N_M - Y_M l_M - Y_T l_T - Y_V l_V + N_F - Y_F l_F = 0 \quad \dots\dots\dots(2.6)$$

2.9 La Modélisation.

2.9.1 Introduction.

Dans cette partie nous somme basé sur le référence [16].Les équations des forces et des moments sont décrits en six équations avec huit inconnues (trois équations longitudinales et trois équations latérales). Les équations cinématiques sont ensuite ajoutées pour décrire le système, maintenant on a huit équations à huit inconnues.

Ces huit équations sont linéaires et les deux équations du rotor de commande sont décrits et ajouté pour compenser les équations de mouvement du système. Les éléments les plus important du système vont être décrit par la suit.

2.9.2. Les Hypothèses pris à la modélisation.

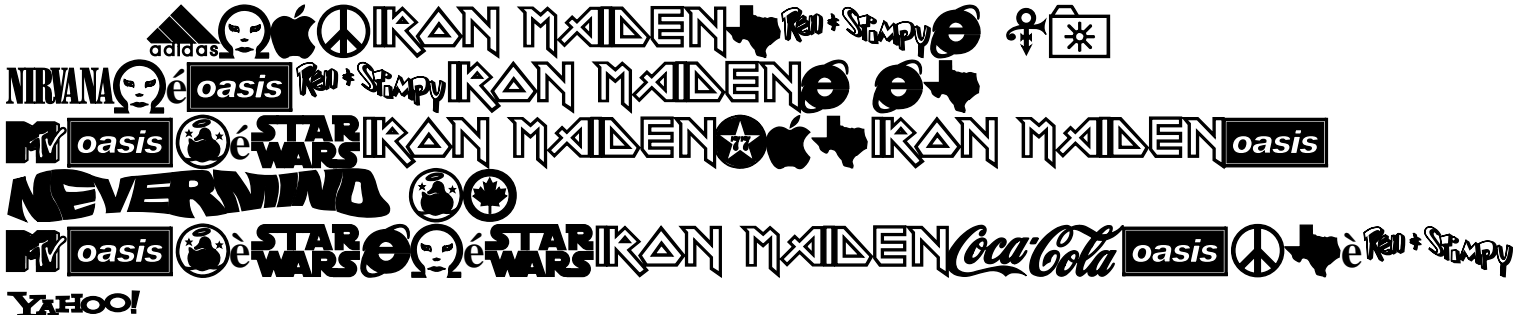
Certaines hypothèses ont été pris lors d'obtention du model de l'hélicoptère.

- L'effet du sol (In Ground Effect) et ses conditions sont négligés
- Les pales de rotor sont rigides (ne sont pas flexibles). Cette hypothèse va nous simplifier les calculs de résistance des matériaux dans l'étude de la dynamique du battement du pale.
- La vitesse de rotation des pales est constante.
- Les vents latéraux et longitudinaux sont absents.
- La vitesse induite est constant le long de la longueur de pale.
- La corde des pales est constante.

2.9.3 Description générale

Un aéronef est un système a six degrés de liberté (d.d.l) dont trois degrés de liberté sont en rotation autour des axes x, y et z ,et trois degrés de liberté en translation le long des axes x, y et z.

Un modèle d'hélicoptère consiste normalement quatre entrées et huit états. La puissance du moteur est contrôlée par un régulateur de moteur pour maintenir une vitesse angulaire constante des rotors et ce dernier est considéré comme une boucle contrôlée séparément, ce qui sera également le cas pour le modèle hélicoptère dans ce projet.



La direction (ou l'angle de lacet, ψ) et la position (x, y et z des coordonnées) de l'hélicoptère n'ont pas une influence sur la dynamique du système (forces et moments) et sont donc exclus du modèle d'espace d'état. Ces états négligés sont normalement contrôlés par le pilote ou par un guidage de navigation (pilote automatique). Les entrées et les sorties du modèle général utilisés dans ce projet sont les suivantes:

2.9.3.a Entrées:

- δe : pas collectif du rotor principal
- δc : pas cyclique longitudinal
- δa : pas cyclique latéral.
- δp : pas collectif du rotor de queue.

2.9.3.b Sorties:

- u (vitesse longitudinale le long de l'axe x)
- v (vitesse latérale le long de l'axe y)
- w (la vitesse de montée / descente le long de l'axe z)
- ϕ (angle de roulis, la rotation sur l'axe x)
- θ (angle de tangage, la rotation sur l'axe y)
- p (taux de roulis angulaires (vitesse angulaire), la rotation sur l'axe x)
- q (taux de pas angulaire (vitesse angulaire), la rotation sur l'axe y)
- r (taux angulaire de lacet (vitesse angulaire), la rotation sur l'axe z)

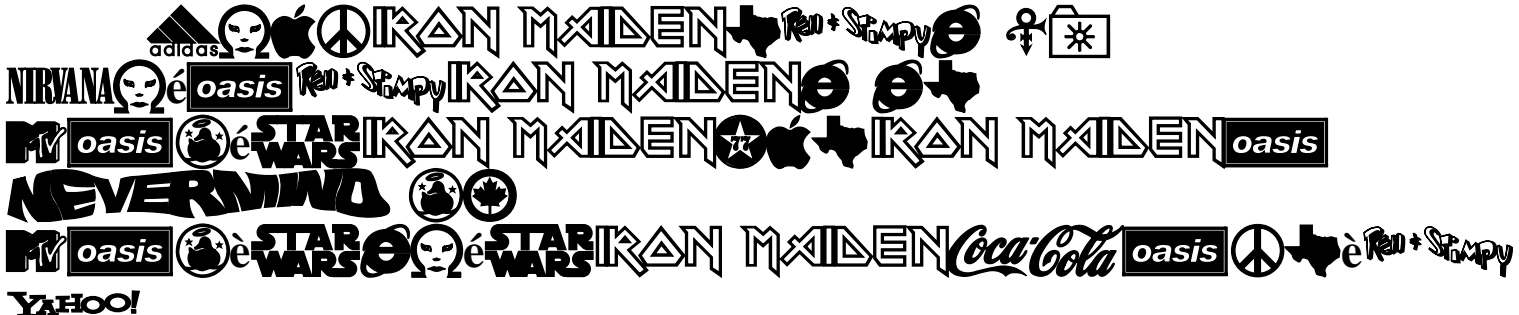
Les relations d'entrées et sorties seront décrites dans un modèle espace d'état :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \dot{y} = Cx + Du \quad \dots\dots\dots(2.7)$$

Où les états (x) et les entrées (u) sont donnés par:

$$x = \{u, v, w, p, q, r, \phi, \theta\} \quad \dots\dots\dots(2.8)$$

$$u = \{\delta e, \delta c, \delta a, \delta p\} \quad \dots\dots\dots(2.9)$$



L'entrée δe contrôle principalement la vitesse de montée et descente w le long de l'axe z par moyen de pas collectif des pales. Le δc et les entrées δa surtout contrôlent la vitesse angulaire de roulis p et la vitesse angulaire de tangage q respectivement, et l'entrée δp commande la vitesse angulaire de lacet r . Les relations d'entrée et sortie seront décrites au fur et à mesure qu'on avance. Les matrices résultante A, B, C et D vont être modélisé à la fin.

2.10 Force, Moment, et les équations cinématiques.

Pour développer un modèle d'un hélicoptère, les équations de mouvement (*EDM*) doivent être développées. Ils constituent des équations de force et de moment, avec les équations cinématiques, font le modèle d'espace d'état. Les équations différentielles non linéaires sont rassemblées dans le sens longitudinal et latérale et puis ils sont linéarisés. Les différentes contributions des plusieurs forces et des moments sont ensuite décrits et enfin rassemblés dans un modèle espace d'état de l' hélicoptère.

2.10.1 Equations des Forces.

Les équations des forces X_T , Y_T et Z_T sont la somme des forces appliquées au système dans des axes respectifs. Il est supposé que l'appareil est un corps rigide et que sa masse est constante, qui est raisonnable sur une courte durée par rapport au temps. En cela, la deuxième loi de Newton peut être utilisée:

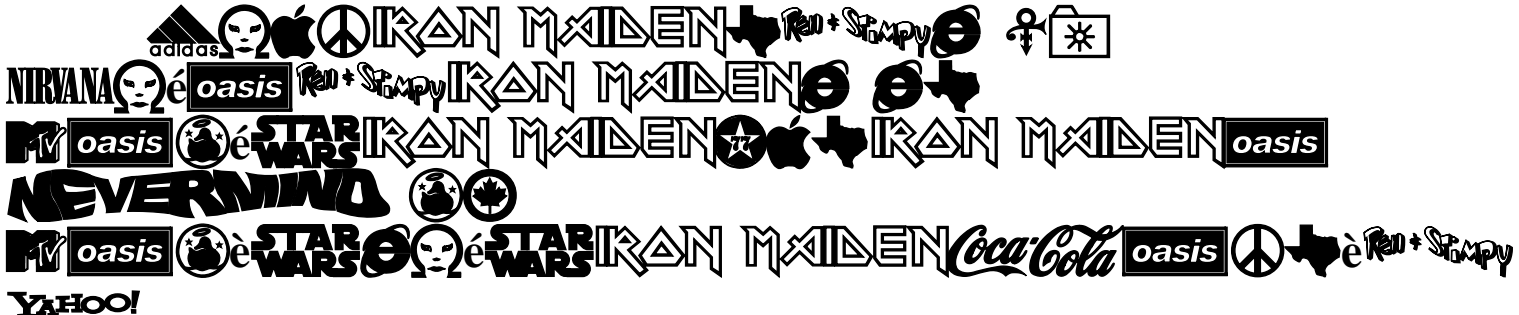
$$F = m \cdot a \dots\dots\dots(2.10)$$

La deuxième loi de Newton ne fonctionne que seulement dans le référentiel inertiel, mais les forces et les moments sont appliqués dans le repère du corps et la transformation est donc nécessaire:

$$a = \dot{V}_B + \omega_B \times V_B \dots\dots\dots(2.11)$$

D'où V_B et ω_B sont décrit dans le système d'axe du corps, qui est en rotation par rapport au référence inertielle.

$$V_B = \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}_B \dots\dots\dots(2.12)$$



$$\omega_B = \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}_B \dots\dots\dots(2.13)$$

Cela donne la somme des forces appliquées X_T , Y_T , et Z_T au système décrit dans les x , y et z des axes du corps, respectivement:

$$F_T = \begin{bmatrix} \dot{U} - R \cdot V + Q \cdot W \\ \dot{V} - P \cdot W + R \cdot U \\ \dot{W} - Q \cdot U + P \cdot V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_T \\ Y_T \\ Z_T \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.14)$$

la force de gravité peut être obtenus par une transformation de la force de gravité dans le repère de la terre (2.18), et dans le repère du corps(2.19):

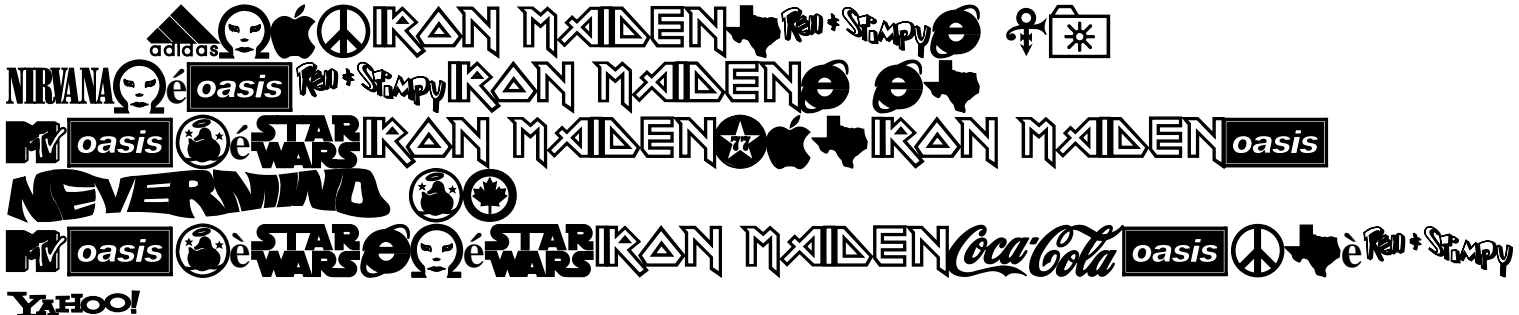
$$(F_g)_E = m \cdot g \dots\dots\dots(2.15)$$

$$(F_g)_B = m \cdot g \cdot \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \sin \phi \cdot \cos \theta \\ \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.16)$$

Où les angles ϕ et θ référer à la rotation du repère du corps par rapport au repère de la terre (l'angle de roulis et de tangage respectivement). La force de gravité peut alors être séparée d'autres forces appliquées, par exemple $X_T = X_R - m \cdot g \cdot \sin \theta$. Cette partie est ensuite substituée dans les EDM longitudinaux et latéraux comme on le voit ci-dessous.

Les équations des moments peuvent être décrits de la même manière que les équations des forces, en changeant les référence du corps à la référence d'inertie. Le moment angulaire résultant H_B est un produit d'inertie I_B et la vitesse angulaire ω_B . L'inertie est décrit sous la forme matricielle (2.21) et la vitesse angulaire sous la forme vectorielle (2.16).

$$H_B = I_B \cdot \omega_B \dots\dots\dots(2.17)$$



$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix}_B \dots\dots\dots(2.18)$$

En supposant qu'une symétrie autour du plan x-z, $I_{xy}=0$ et $I_{yz}=0$ ce qui conduit au moment angulaire

$$H_B = \begin{bmatrix} P \cdot I_{xx} - R \cdot I_{xz} \\ Q \cdot I_{yy} \\ R \cdot I_{zz} - P \cdot I_{xz} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.19)$$

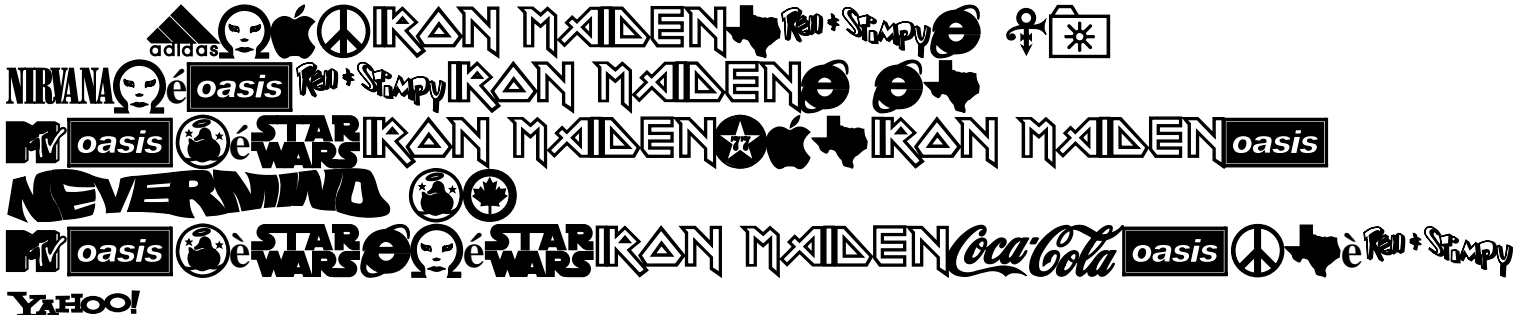
Le taux de variation de moment cinétique \dot{H}_I comme dans la référence inertiel peut être alors décrit en sommant la dérivée de H_B et le produit vectoriel de la vitesse angulaire et le moment cinétique dans le repère du corps :

$$\dot{H}_I = \dot{H}_B + \omega_B \times H_B \dots\dots\dots(2.20)$$

En supposant que la distribution de masse de l'hélicoptère est constante (en négligeant le ballotement du carburant), qui signifie que $\dot{I}_{xx} = 0, \dot{I}_{yy} = 0, \dot{I}_{zz} = 0$, \dot{H}_I peut être donnée en utilisant la forme courte de \dot{H}_B et la forme courte de $\bar{\omega}_B \times \bar{H}_B$

$$\dot{H}_B = \begin{bmatrix} \dot{P}I_{xx} - \dot{R}I_{xz} + P\dot{I}_{xx} - R\dot{I}_{xz} \\ \dot{Q}I_{yy} + Q\dot{I}_{yy} \\ \dot{R}I_{zz} - \dot{P}I_{xz} + R\dot{I}_{zz} - P\dot{I}_{xz} \end{bmatrix}_B = \begin{bmatrix} \dot{P} \cdot I_{xx} - \dot{R} \cdot I_{xz} \\ \dot{Q} I_{yy} \\ \dot{R} I_{zz} - \dot{P} I_{xz} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.21)$$

$$\omega \times H_B = \begin{bmatrix} Q \cdot (R \cdot I_{zz} - P \cdot I_{xz}) - R \cdot Q \cdot I_{yy} \\ R \cdot (P \cdot I_{xx} - R \cdot I_{xz}) - P \cdot (R \cdot I_{zz} - P \cdot I_{xz}) \\ P \cdot Q \cdot I_{yy} - Q \cdot (R \cdot I_{zz} - P \cdot I_{xz}) \end{bmatrix}_B \dots\dots\dots(2.22)$$



$$\dot{H}_I = \begin{bmatrix} \dot{P}I_{xx} + Q \cdot R \cdot (I_{zz} - I_{yy}) - (\dot{R} + P \cdot Q) \cdot I_{xz} \\ Q \cdot I_{yy} - P \cdot R \cdot (I_{zz} - I_{xx}) + (P^2 - R^2) \cdot I_{xz} \\ \dot{R}I_{zz} + P \cdot Q \cdot (I_{yy} - I_{xx}) + (Q \cdot R - \dot{P}) \cdot I_{xz} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.23)$$

2.11 Equations de mouvement longitudinales et latérales :

Les équations de la force et du moment peuvent désormais être perçus comme EDM longitudinal et latéral. Les EDM longitudinales sont définis comme la force X, le moment M, et la force Z, et les EDM latérales comme le moment L, la force Y, et le moment N.

2.11.1 Equation De Mouvement longitudinales.

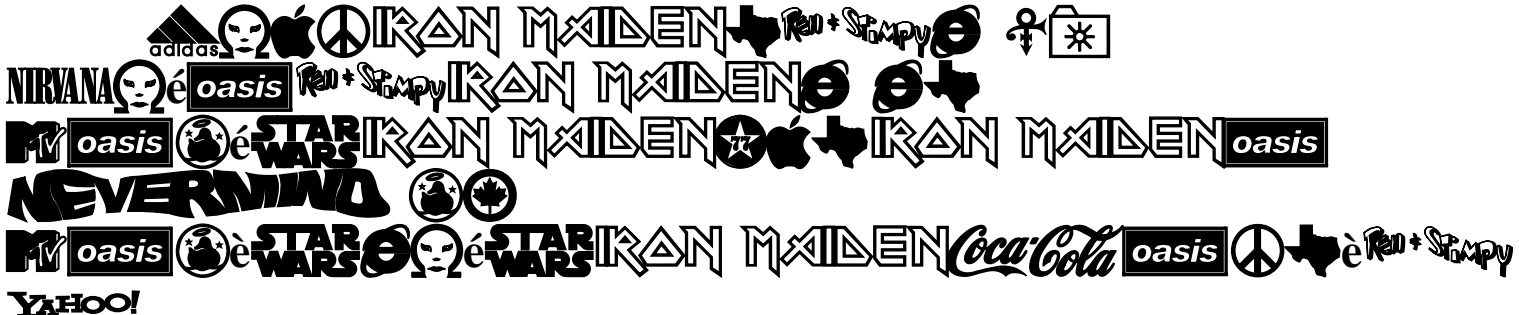
$$\begin{aligned} X_R - m \cdot g \cdot \sin \theta &= m \cdot (\dot{U} - R \cdot V + Q \cdot W) \\ M &= \dot{Q} \cdot I_{yy} - P \cdot R \cdot (I_{zz} - I_{xx}) + (P^2 - R^2) \cdot I_{xz} \dots\dots\dots(2.24) \\ Z + m \cdot g \cdot \cos \theta \cdot \cos \phi &= m \cdot (\dot{W} - Q \cdot U + P \cdot V) \end{aligned}$$

2.11.2 Equation De Mouvement latéraux.

$$\begin{aligned} L &= \dot{P} \cdot I_{xx} + Q \cdot R \cdot (I_{zz} - I_{yy}) - (\dot{R} + P \cdot Q) \cdot I_{xz} \\ Y &= m \cdot (\dot{V} - P \cdot W + R \cdot U) - m \cdot g \cdot \cos \theta \cdot \sin \phi \dots\dots\dots(2.25) \\ N &= \dot{R} \cdot I_{zz} + P \cdot Q \cdot (I_{yy} - I_{xx}) + (Q \cdot R - \dot{P}) \cdot I_{xz} \end{aligned}$$

2.12 Equations cinématiques :

Comme on a vu dans la section précédente, les états cinématique sont une partie nécessaire des EDM. Il est donc nécessaire de les inclure dans le modèle espace d'état. Les six EDM dans huit inconnues prendront fin en ajoutant les équations de la cinématique avec huit équations à huit inconnues qui peuvent être résolus. Les trois équations cinématiques sont obtenues en reliant les trois vitesses angulaires P, Q et R avec les trois angles d'Euler Φ, Θ, et Ψ dans le Système d'axes de la terre :



$$\begin{aligned}
 P &= -\dot{\psi} \cdot \sin \theta + \dot{\phi} \\
 Q &= \dot{\psi} \cdot \sin \phi \cdot \cos \theta + \dot{\theta} \cdot \cos \phi \\
 R &= \dot{\psi} \cdot \cos \phi \cdot \cos \theta - \dot{\theta} \cdot \sin \phi
 \end{aligned}
 \tag{2.26}$$

Ces équations seront par la suite remplacé l'un dans l'autre et réécrit sous une forme linéaire .

Un sommaire de EDM se trouve sous une forme matricielle dans l'annexe B.

2.12.1 Théorie des petites perturbations.

Dans les conditions perturbées l'hélicoptère est déplacé de sa position d'équilibre (trim conditions). La perturbation est de la forme :

$$x = x_e + dx \tag{2.27}$$

D'où x_e = position d'équilibre et dx = perturbation.

La série de Taylor représente une fonction par une sommation des dérivées autours d'un domaine définit. Par exemple :

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots \tag{2.28}$$

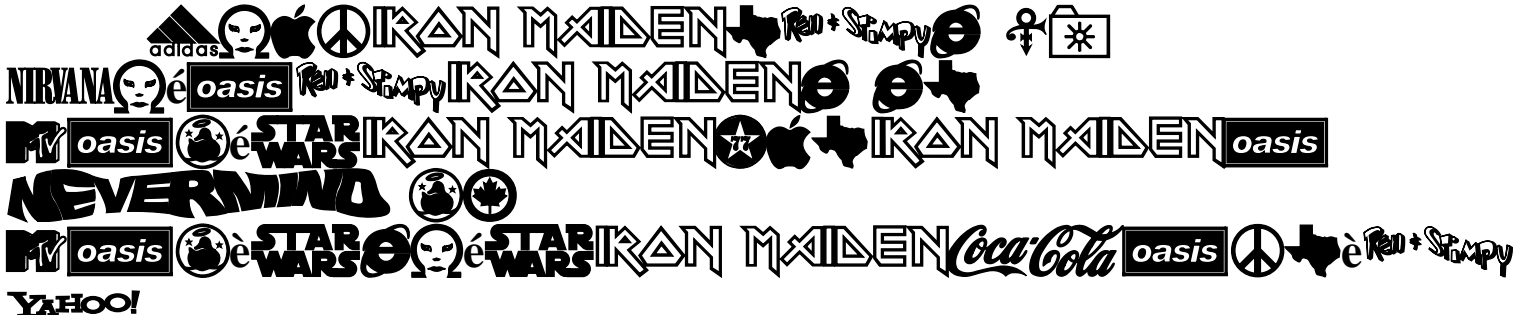
C'est-à-dire :

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n \tag{2.29}$$

Si on considère $\dot{x} = f(x, u, t)$ et d'après le dérivé, $x - x_e = dx$ et $u - u_e = du$, la série de Taylor pour $f(x, u, t)$ est donnée par:

$$f(x_e + dx, u_e + du) = F(x_e, u_e) + \frac{dF}{dx}_{x_e, u_e} dx + \frac{dF}{du}_{x_e, u_e} du + 0(x_e, u_e) \tag{2.30}$$

Puisque $0(x_e, u_e) \rightarrow 0$ alors :



$$f(x_e + dx, u_e + du) = F(x_e, u_e) + \frac{dF}{dx_{x_e, u_e}} dx + \frac{dF}{du_{x_e, u_e}} du \dots\dots\dots(2.31)$$

Les équations de mouvement décrivant le mouvement perturbé autour des 6 degrés de liberté sont écrit comme suite :

$$\dot{x} = Ax + Bu \dots\dots\dots(2.32)$$

Où $x = \{u, v, w, p, q, r, \phi, \theta\}$ et $A = \frac{dF(x, u)}{dx}$, $B = \frac{dF(x, u)}{du}$, autour de x_e et u_e .

2.12.2 Linéarisation :

Les deux EDM latérales et longitudinales sont des équations différentielles non linéaires, qui sont supposés ayant seulement de petites perturbations et peut donc être linéarisé en utilisant l'approche des petites perturbations.

D'abord nous considérons l'hélicoptère étant en vol perturbé, ce qui est défini par rapport à une état constante ou la condition de vol ajustées à l'aide d'une combinaison de l'état d'équilibre, et les variables perturbés pour les paramètres de mouvement de l'hélicoptère.

L'équation de force X sera linéarisé comme suite :

$$X_R - m \cdot g \cdot \sin \theta = m \cdot (\dot{U} - R \cdot V + Q \cdot W) \dots\dots\dots(2.33)$$

Chaque variable de mouvement, angles d'Euler, la force, et le moment dans les EDM sont redéfinis comme une sommation d'une valeur permanente (en symboles majuscules et l'indice "0") et une valeur perturbé égale aux états du système (symboles minuscules):

$$\begin{aligned} X_R &= X_0 + X \\ U &= U_0 + u \\ V &= V_0 + v \\ W &= W_0 + w \\ Q &= Q_0 + q \\ R &= R_0 + r \\ \theta &= \theta_0 + \theta \end{aligned} \dots\dots\dots(2.33)$$

En substituant(2.37) dans (2.36) nous avons:



$$m(\dot{u} - V_0 r - R_0 v + W_0 q + Q_0 w) = -mg \theta \cos \Theta_0 + X \quad \dots\dots\dots(2.34)$$

En supposant des petites perturbations (petites valeurs pour x, u, v, w, q, r, θ , etc.) et des petites angles dans les fonctions trigonométriques de réglage des angles perturbé: $\cos \theta \approx 1$ et $\sin \theta \approx \theta$ (en radians). Les produits des petites perturbations sont également supposés être des paramètres négligeables $a.b \approx 0$, et les équations d'état stationnaire sont retirées de l'équation perturbée, laissant les équations perturbés sous forme d'équation différentielle linéarisé avec les huit variables (u, v, w, p, q, r, θ et ϕ) comme inconnues.

$$m(\dot{u} - V_0 r - R_0 v + W_0 q + Q_0 w) = -mg \theta \cos \Theta_0 + X \quad \dots\dots\dots(2.35)$$

En outre, les équations sont simplifiées avec l'approximation de condition d'état d'équilibre et les paramètres de stabilité des axes du corps fixe $P_0 = Q_0 = R_0 = 0$ donnant les EDM linéarisés et simplifiés données .

2.13 Les Equations Linéarisés et Simplifiés.

2.13.1 EDM longitudinales, linéarisés et simplifié.

$$\dot{u} = -W_0 q - g \theta \cos \Theta_0 + V_0 r + \frac{X_{GM}}{m}$$

$$\dot{q} = \frac{M_{GM}}{I_{yy}} \quad \dots\dots\dots(2.36)$$

$$\dot{w} = U_0 q - g \theta \cos \Phi_0 \sin \Theta_0 - V_0 p - g \phi \sin \Phi_0 + \frac{Z_{GM}}{m}$$

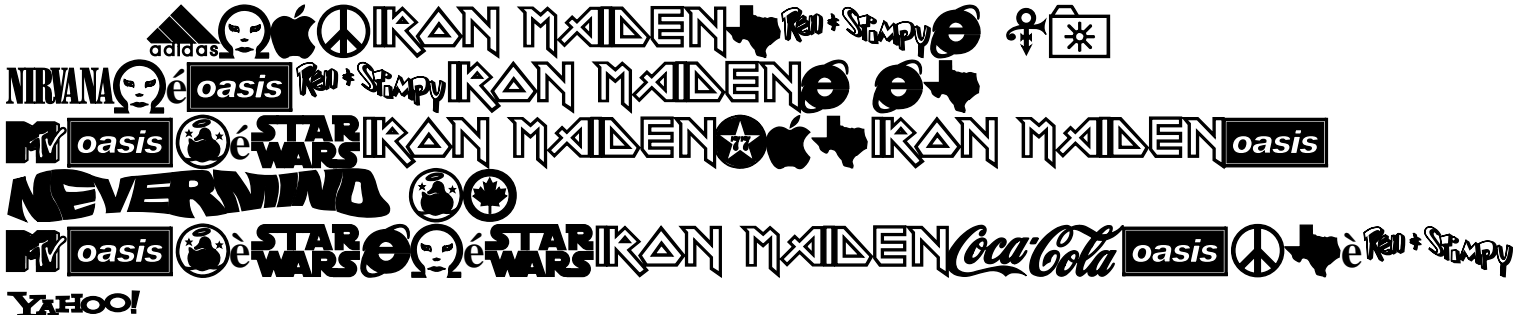
2.13.2 EDM latéraux, linéarisés et simplifiés.

$$\dot{p} = \frac{I_{zz} L + I_{xz} N}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} = L'_{GM}$$

$$\dot{v} = -g \theta \sin \Phi_0 \sin \Theta_0 - W_0 p + g \phi \cos \Phi_0 \cos \Theta_0 + \frac{Y_{GM}}{m} + U_0 r \quad \dots\dots\dots(2.37)$$

$$\dot{r} = \frac{I_{xz} L + I_{xx} N}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} = N'_{GM}$$

Les EDM sont réduit à six équations à huit inconnues, mais en utilisant les équations de la cinématique, nous ajoutons deux équations supplémentaires, soit un total d'huit équations à huit



inconnues, où le reste des EDM et les équations cinématiques sont linéarisés dans la même manière que celle décrite pour la force X. Les équations cinématiques linéarisés peuvent être vues ci-dessous.

2.13.3 Équations cinématiques linéarisé et simplifiés

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= q \cos \Phi_0 - r \sin \Phi_0 \\ \dot{\phi} &= q \sin \Phi_0 \tan \Theta_0 + r \cos \Theta_0 \tan \Theta_0 + p \end{aligned} \dots\dots\dots(2.38)$$

Maintenant nous nous retrouvons avec huit équations (force, moment et cinématique) avec huit inconnues. Où $\frac{X_{GM}}{m}, \frac{Y_{GM}}{m}, \frac{Z_{GM}}{m}$ sont définies comme suit,

$$\begin{aligned} \frac{X_{GM}}{m} &= \frac{X_u}{m} u + \frac{X_w}{m} w + \frac{X_q}{m} q + \frac{X_v}{m} v + \frac{X_p}{m} p + \frac{X_r}{m} r + \frac{X_{\delta e}}{m} \delta e + \frac{X_{\delta c}}{m} \delta c \cdot k_{MR} + \frac{X_{\delta a}}{m} \delta a \cdot k_{MR} + \frac{X_{\delta p}}{m} p \\ \frac{Y_{GM}}{m} &= \frac{Y_u}{m} u + \frac{Y_w}{m} w + \frac{Y_q}{m} q + \frac{Y_v}{m} v + \frac{Y_p}{m} p + \frac{Y_r}{m} r + \frac{Y_{\delta e}}{m} \delta e + \frac{Y_{\delta c}}{m} \delta c \cdot k_{MR} + \frac{Y_{\delta a}}{m} \delta a \cdot k_{MR} - \delta p \cdot g \sin \Phi_0 \sin \Theta_0 \\ \frac{Z_{GM}}{m} &= \frac{Z_u}{m} u + \frac{Z_w}{m} w + \frac{Z_q}{m} q + \frac{Z_v}{m} v + \frac{Z_p}{m} p + \frac{Z_r}{m} r + \frac{Z_{\delta e}}{m} \delta e + \frac{Z_{\delta c}}{m} \delta c \cdot k_{MR} + \frac{Z_{\delta a}}{m} \delta a \cdot k_{MR} + \frac{Z_{\delta p}}{m} p \end{aligned} \dots\dots\dots(2.39)$$

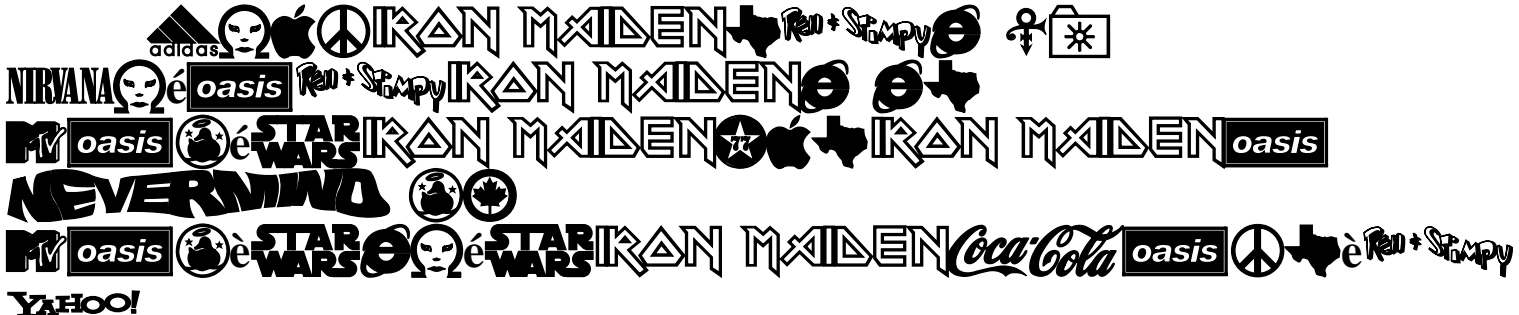
Où $L'_{GM}, \frac{M_{GM}}{I_{yy}}, N'_{GM}$ sont détaillé dans l'annexe A.

Où l'indice u .(Exemple : X_u) se réfère à l'équation aux dérivées partielles)

$$X_u = \frac{\partial X}{\partial u} \dots\dots\dots(2.40)$$

2.14 Rotor de commande (ou de contrôle) :

Jusqu'à présent, l'hélicoptère a été décrit comme un modèle d'espace d'état dans huit États, qui est considérée comme le modèle d'hélicoptère générale. La plupart des modèles d'hélicoptères utilisent un rotor de commande (contrôle) pour un meilleur contrôle physique, qui est aussi le cas pour l'hélicoptère utilisé dans ce projet. La Commande de rotor aide les actionneurs pour déplacer la position du plateau cyclique, mais aussi elle ajoute de l'amortissement au mouvement. Cet amortissement est nécessaire en raison de la vitesse angulaire du rotor d'un modèle d'hélicoptère est beaucoup plus élevé qu'un hélicoptère (150rad /s .Par rapport à 20rad /s.) donnant le modèle hélicoptère une dynamique beaucoup plus rapide, ce qui est plus difficile à contrôler pour l'opérateur



(le pilote). La dynamique du rotor de commande est ajouté au système, en ajoutant deux nouveaux états au modèle d'espace d'état, traitant le rotor de commande en tant que "rotor supplément" au rotor principal.

2.14.1 La Modélisation :

Les caractéristiques aérodynamiques approximatives habituelles du profil de pale pour hélicoptère en grandeur réelle ont été utilisées, en supposant petite angle de battement donnant

$$\begin{aligned} \dot{\beta}_c + \frac{\gamma\Omega\xi}{16}\beta_c &= \frac{\gamma\Omega\xi}{16}\left(\frac{\theta_{0,CR}}{\gamma\Omega\xi R}u + \frac{p}{\Omega} - \delta c\right) - q \\ \dot{\beta}_s + \frac{\gamma\Omega\xi}{16}\beta_s &= -\frac{\gamma\Omega\xi}{16}\left(-\frac{\theta_{0,CR}}{\gamma\Omega\xi R}v + \frac{q}{\Omega} - \delta a\right) - p \end{aligned} \dots\dots\dots(2.41)$$

L'inclinaison latérale et longitudinale du plan des rotors de contrôle sont supposés être égal aux angles d'inclinaison du plateau cyclique donnant :

$$\beta_c = -\delta c \quad \text{et} \quad \beta_s = \delta a \dots\dots\dots(2.42)$$

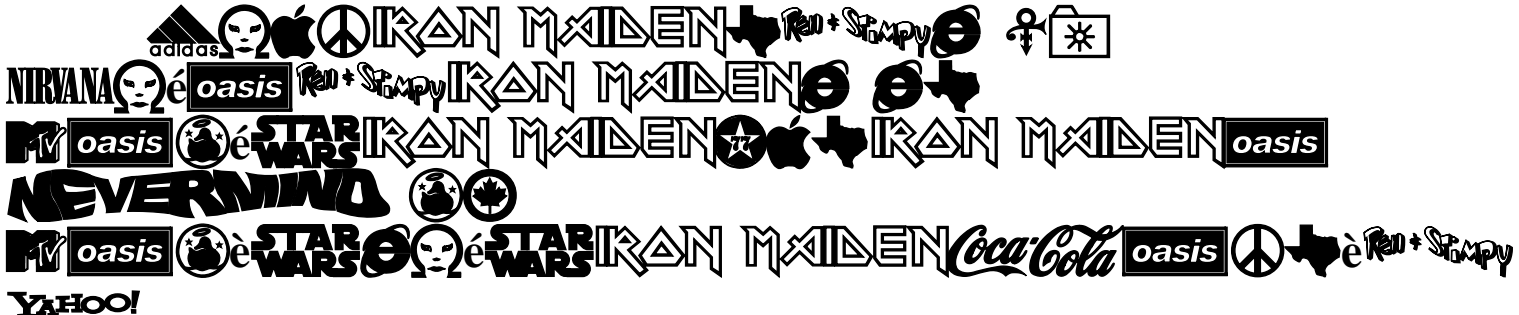
Les EDM latérales et longitudinales du modèle générale sont également affectées par le rotor du contrôle, il est donc nécessaire d'ajouter sa contribution à les moments (2.43) et les forces (2.44).

Notez que la contribution est calculée en utilisant les mêmes équations différentielles ceux qui sont utilisés pour le rotor principal, En remplaçant les entrées δc et δa du rotor principal avec les Etats βc et βs conduisant à:

2.14.2 Les Moments sur le rotor de contrôle :

$$\begin{aligned} L'_{EM} &= L'_{GM} + L'_{\delta c}k_{\beta}\beta_c + L'_{\delta a}k_{\beta}\beta_s \\ \frac{M'_{EM}}{I_{yy}} &= \frac{M'_{GM}}{I_{yy}} + \frac{M'_{\delta c}}{I_{yy}}k_{\beta}\beta_c + \frac{M'_{\delta a}}{I_{yy}}k_{\beta}\beta_s \\ N'_{EM} &= N'_{GM} + N'_{\delta c}k_{\beta}\beta_c + N'_{\delta a}k_{\beta}\beta_s \end{aligned} \dots\dots\dots(2.43)$$

2.14.3 Les Forces sur le rotor de contrôle



$$\begin{aligned} \frac{X_{EM}}{m} &= \frac{X_{GM}}{m} + \frac{X_{\delta c}}{m} k_{\beta} \beta_c + \frac{X_{\delta a}}{m} k_{\beta} \beta_s \\ \frac{Y_{EM}}{m} &= \frac{Y_{GM}}{m} + \frac{Y_{\delta c}}{m} k_{\beta} \beta_c + \frac{Y_{\delta a}}{m} k_{\beta} \beta_s \\ \frac{Z_{EM}}{m} &= \frac{Z_{GM}}{m} + \frac{Z_{\delta c}}{m} k_{\beta} \beta_c + \frac{Z_{\delta a}}{m} k_{\beta} \beta_s \end{aligned} \dots\dots\dots(2.44)$$

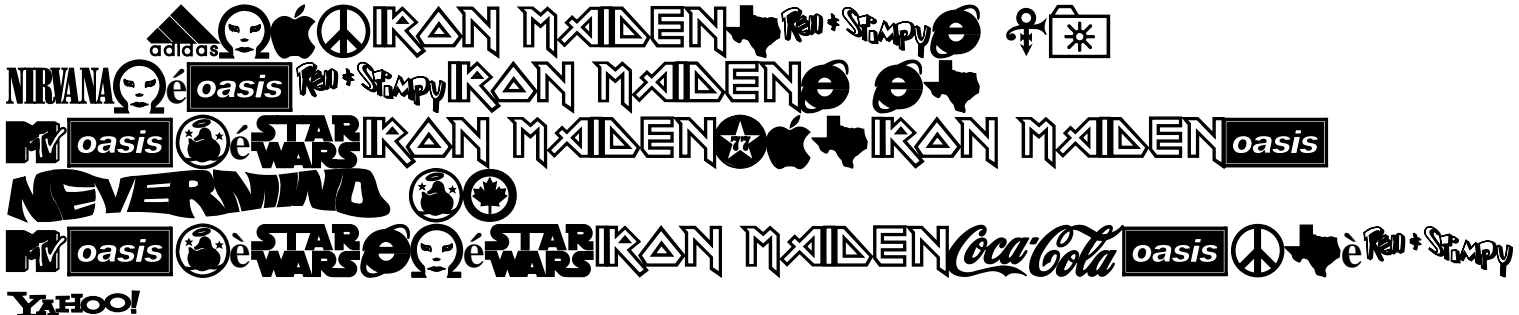
2.15 le modèle espace d'état :

Le modèle espace d'état se compose d'une matrice A d'état de 10 × 10 (les sorties), et d'une matrice B de commande de 10 × 4 (les entrées), qui peut être vu à l'annexe A. Le système de l'hélicoptère peut maintenant être considéré comme un 'Système à Multi degré du Liberté '

Après linéarisation et la mise en forme sous espace d'état, le modèle linéarisé de l'hélicoptère s'écrit $\dot{x} = Ax + Bu$.

A ∈ ℝ^{10x10} représente la matrice d'état et B ∈ ℝ^{10x4} représente la matrice de commande. A et B sont illustrés en équation (2.43) et (2.44). Les éléments internes des deux matrices (A et B) consiste des dérivées de stabilité qui seront expliquées et développées dans le prochaine chapitre.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{X_u}{m} & \frac{X_w}{m} & \frac{X_q}{m} - w_0 & -g \cos \theta_0 & \frac{X_v}{m} & \frac{X_p}{m} & 0 & \frac{X_r}{m} + v_0 & \frac{X_{\delta c}}{m} \cdot k_{\beta} & \frac{X_{\delta a}}{m} \cdot k_{\beta} \\ \frac{Z_u}{m} & \frac{Z_w}{m} & \frac{Z_q}{m} + u_0 & -g \cos \phi_0 \sin \theta_0 & \frac{Z_v}{m} & \frac{Z_p}{m} - v_0 & -g \sin \phi_0 \cos \theta_0 & \frac{Z_r}{m} & \frac{Z_{\delta c}}{m} \cdot k_{\beta} & \frac{Z_{\delta a}}{m} \cdot k_{\beta} \\ \frac{M_u}{I_y} & \frac{M_w}{I_y} & \frac{M_q}{I_y} & 0 & \frac{M_v}{I_y} & \frac{M_p}{I_y} & 0 & \frac{M_r}{I_y} & \frac{M_{\delta c}}{I_y} \cdot k_{\beta} & \frac{M_{\delta a}}{I_y} \cdot k_{\beta} \\ 0 & 0 & \cos \phi_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \phi_0 & 0 & 0 \\ \frac{Y_u}{m} & \frac{Y_w}{m} & \frac{Y_q}{m} & -g \sin \phi_0 \cos \theta_0 & \frac{Y_v}{m} & \frac{Y_p}{m} + w_0 & g \cos \phi_0 \sin \theta_0 & \frac{Y_r}{m} - u_0 & \frac{Y_{\delta c}}{m} \cdot k_{\beta} & \frac{Y_{\delta a}}{m} \cdot k_{\beta} \\ L'_u & L'_w & L'_q & 0 & L'_v & L'_p & 0 & L'_r & L'_{\delta c} \cdot k_{\beta} & L'_{\delta a} \cdot k_{\beta} \\ 0 & 0 & \sin \phi_0 \tan \theta_0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cos \theta_0 \tan \theta_0 & 0 & 0 \\ N'_u & N'_w & N'_q & 0 & N'_v & N'_p & 0 & N'_r & N'_{\delta c} \cdot k_{\beta} & N'_{\delta a} \cdot k_{\beta} \\ 0 & 0 & -\frac{\gamma \cdot \xi}{16} & 0 & \frac{\theta_{0,CR}}{16 \cdot l_{CR}} & 1 & 0 & 0 & -\frac{\gamma \cdot \xi \cdot \Omega}{16} & 0 \\ \frac{\theta_{0,CR}}{16 \cdot l_{CR}} & 0 & -1 & 0 & 0 & -\frac{\gamma \cdot \xi}{16} & 0 & 0 & 0 & -\frac{\gamma \cdot \xi \cdot \Omega}{16} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.43)$$



$$B = \begin{bmatrix} \frac{X_{\delta c}}{m} & \frac{X_{\delta c}}{m} \cdot k_{MR} & \frac{X_{\delta a}}{m} \cdot k_{MR} & \frac{X_{\delta p}}{m} \\ \frac{Z_{\delta c}}{m} & \frac{Z_{\delta c}}{m} \cdot k_{MR} & \frac{Z_{\delta a}}{m} \cdot k_{MR} & \frac{X_{\delta p}}{m} \\ \frac{M_{\delta c}}{I_y} & \frac{M_{\delta c}}{I_y} \cdot k_{MR} & \frac{M_{\delta a}}{I_y} \cdot k_{MR} & \frac{M_{\delta p}}{I_y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{Y_{\delta c}}{m} & \frac{Y_{\delta c}}{m} \cdot k_{MR} & \frac{Y_{\delta a}}{m} \cdot k_{MR} & -g \sin \phi_0 \sin \theta_0 \\ L'_{\delta c} & L'_{\delta c} \cdot k_{MR} & L'_{\delta a} \cdot k_{MR} & L'_{\delta p} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ N'_{\delta c} & N'_{\delta c} \cdot k_{MR} & N'_{\delta a} \cdot k_{MR} & N'_{\delta p} \\ 0 & -\frac{\gamma \cdot \xi \cdot \Omega}{16} \cdot k_{MR} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\gamma \cdot \xi \cdot \Omega}{16} \cdot k_{MR} & 0 \end{bmatrix}$$

$$x = [u \ w \ q \ \theta \ v \ p \ \phi \ r \ \beta_c \ \beta_s]^T$$

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u$$

$$u = [\delta e \ \delta c \ \delta a \ \delta p]^T$$

$$X_u = \frac{\partial X}{\partial u} \quad N' = \frac{I_{xz} L + I_{xx} N}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} \quad L' = \frac{I_{zz} L + I_{xz} N}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2}$$

.....(2.44)

16]

La plupart des dérivées utilisent l'équation de la poussée qui est basée sur l'équation de potence d'un aile fixe d'un avion. Pour l'hélicoptère on prendre en considération la rotation des pales et leur nombre (*b*, *B* ou *N*). On obtient alors la poussée résultant sur l'hélicoptère.

Dans le troisième chapitre on verra en détaille les dérivées les plus importants, et leurs explications.

Chapitre 3



Aérodynamique et dérivés de stabilité de
l'Hélicoptère

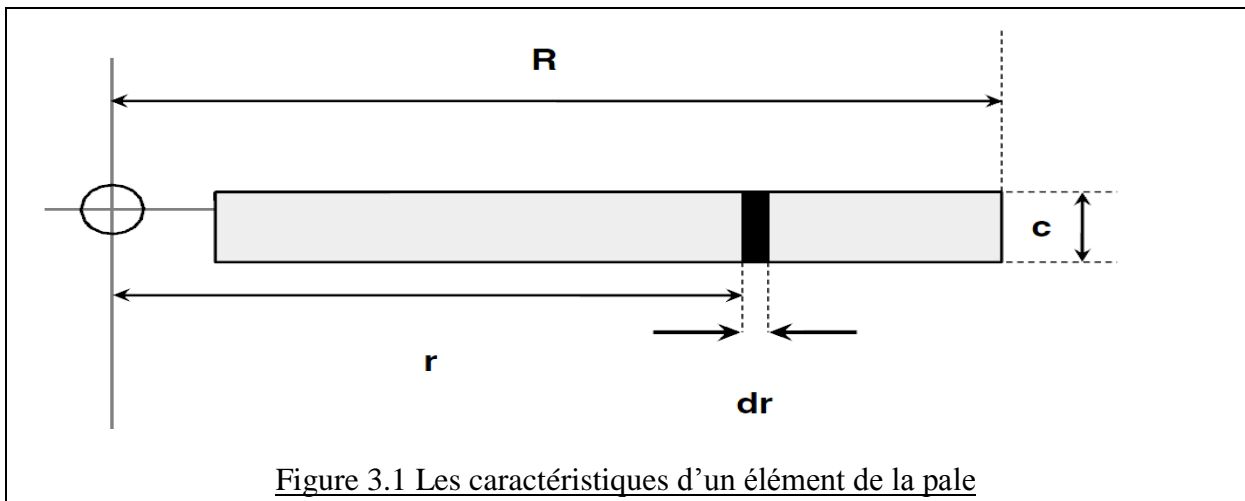


3.0 Introduction

Dans le chapitre 2 nous avons décrit le système dynamique et l'espace d'état ainsi que leurs matrices. On a mentionné que les composantes des matrices du système sont des dérivées dont la plupart ont une formulation basé sur l'équation de la poussée. On va d'abord étudier l'aérodynamique de l'hélicoptère afin de comprendre l'équation de la poussée. Ensuite on va discuter dans ce qui suite les termes des dérivées de stabilité.

3.1 La Théorie d'élément de pale

Cette théorie est une application des procédures de la théorie de profile à une pale en rotation. Dans la figure (3.0) les caractéristiques d'une pale supposée rigide sont montrées. L'angle d'incidence aux pales et l'angle de flux induit sont trop petites, alors on applique l'approximation des petits angles.



La vue de plan de dessus du rotor est montré dans la figure (3.1). La rotation se fait dans le sens antihoraire avec une vitesse angulaire Ω . Le rayon total de pale est R , les extrémités de pale ont une vitesse ΩR ou bien V_T , a une distance r le long de pale on considère une surface élémentaire dont la corde de profile est c et d'épaisseur d'élément dr .

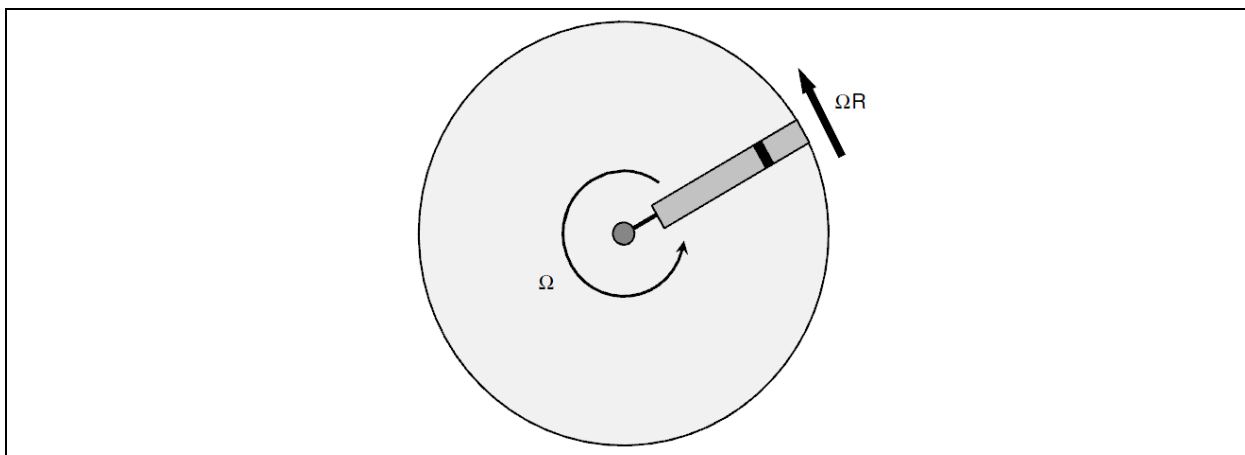




Figure 3.2 Vue de dessus d'un rotor

Les forces appliquées sur le profil de pale sont indiquées sur la figure (3.2). Les composants de la vitesse de l'écoulement sont Ωr dans le plan du disque et V_i+V_c , perpendiculaire au disque. La vitesse résultante est :

$$U = \sqrt{[(V_c + V_i)^2 + (\Omega r)^2]} \quad \dots\dots\dots(3.0)$$

Où V_cvitesse ascensionnelle.

V_ivitesse d'écoulement non perturbé

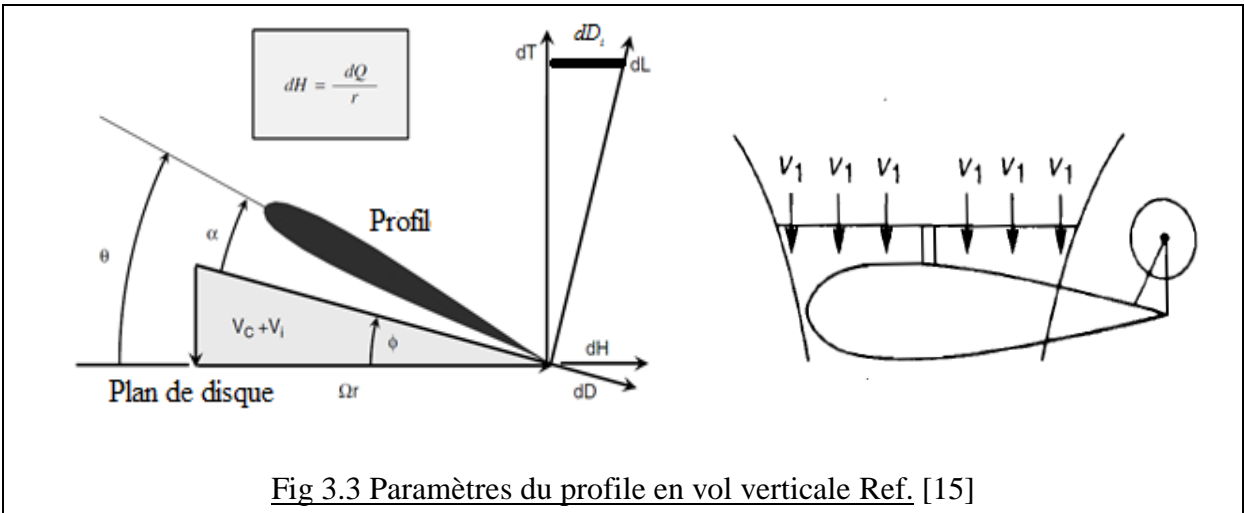


Fig 3.3 Paramètres du profile en vol verticale Ref. [15]

L'angle de pas de la pale θ est commandé par le pilote.

On note : $\theta = \alpha + \phi$ en radians et $V_c + V_i = V_1$

$$\phi = \arctan\left(\frac{V_c + V_i}{\Omega r}\right) = \arctan\left(\frac{V_1}{\Omega r}\right) \quad \dots\dots\dots(3.1)$$

Ou bien pour les petits angles on a ;

$$\phi = \left(\frac{V_c + V_i}{\Omega r}\right) = \left(\frac{V_1}{\Omega r}\right) \quad \dots\dots\dots(3.2)$$

L'angle d'incidence est α ;

$$\alpha = \theta - \frac{V_1}{\Omega r} \quad \dots\dots\dots(3.3)$$

Les forces élémentaires de la portance (dL) et de trainée (dD) sont ;



$$dL = \frac{1}{2} \rho U^2 \cdot cdr \cdot C_L \dots\dots\dots(3.4)$$

$$dD = \frac{1}{2} \rho U^2 \cdot cdr \cdot C_D \dots\dots\dots(3.5)$$

$$C_L = a \left(\theta - \frac{V_1}{\Omega r} \right) \dots\dots\dots(3.6)$$

En projetant ces équations au plan normal et parallèle au disque, on obtient;

$$\text{Force aérodynamique : } dT = dL \cos \phi - dD \sin \phi \dots\dots(3.7)$$

$$\text{Moment aérodynamique : } dQ = (dL \sin \phi + dD \cos \phi) r \dots\dots(3.8)$$

L'angle induite ϕ est supposé petite, on peut approximer :

$$U = \Omega r$$

$$dT = dL \dots\dots\dots(3.9)$$

$$dQ = (\phi dL + dD) r$$

A ce niveau on introduit les quantités sans dimensions afin d'éviter l'erreur dans les dimensions dans les calculs :

$$x = \frac{r}{R} \dots\dots\dots(3.10)$$

$$\frac{U}{\Omega R} = \frac{\Omega r}{\Omega R} = x \dots\dots\dots(3.11)$$

$$dC_T = \frac{dT}{\frac{1}{2} \rho (\Omega R)^2 \cdot A} \dots\dots\dots(3.12)$$

$$dC_Q = \frac{dQ}{\frac{1}{2} \rho (\Omega R)^2 \cdot A \cdot R} \dots\dots\dots(3.13)$$

$$dC_P = \frac{dP}{\frac{1}{2} \rho (\Omega R)^3 \cdot A} \dots\dots\dots(3.14)$$



$$\lambda = \mu_{zD} = \mu_z + \lambda_i = \frac{(V_c + V)_i}{\Omega r} = x\phi \quad \dots\dots\dots(3.15)$$

λ = factor de flux axial. Si on a N pales, l'élément de potence est :

$$dC_T = N \frac{\frac{1}{2} \rho U^2 \cdot cdr \cdot C_L}{\frac{1}{2} \rho (\Omega R)^2 \cdot A} = N \frac{\frac{1}{2} \rho (\Omega r)^2 \cdot cdr \cdot C_L}{\frac{1}{2} \rho (\Omega R)^2 \cdot \pi R^2} = \frac{Nc}{\pi R} C_L \cdot x^2 dx \dots\dots\dots(3.16)$$

Les termes s ou σ dénotent la rigidité de pale.

$$s = \frac{NcR}{\pi R^2} = \frac{Nc}{\pi R} \quad \dots\dots\dots(3.17)$$

Par conséquence ;

$$dC_T = sC_L x^2 dx \quad \dots\dots\dots(3.18)$$

On intègre le long d'envergure de la pale, on obtient le coefficient de potence :

$$C_T = s \int_0^1 C_L x^2 dx \quad \dots\dots\dots(3.19)$$

Pour une pale unique, après avoir rendu l'expression adimensionnelle, et après avoir changé les limites d'intégration par x :

$$dC_{Q1} = \frac{c}{\pi R} (\phi C_L + C_D) x^3 dx \quad \dots\dots\dots(3.20)$$

Pour N pales dont la corde est uniforme, c'est-à-dire $c \in [r=0 ; r=R]$ est constant :

$$dC_Q = s(\phi C_L + C_D) x^3 dx \quad \dots\dots\dots(3.21)$$

Intégrons le long d'envergure de la pale on obtient le coefficient le C_Q ;

$$C_Q = s \int_0^1 (\phi C_L + C_D) x^3 dx = s \int_0^1 (\lambda C_L x^2 + C_D x^3) dx \dots\dots\dots(3.22)$$

La puissance du rotor est définit par;

$$P = Q \Omega \quad \dots\dots\dots(3.23)$$

Le coefficient de puissance est ;



$$C_p = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho (\Omega R)^2 \cdot A \cdot \Omega R} = \frac{P}{\frac{1}{2} (\Omega R)^3 \cdot A} = \frac{\Omega Q}{\frac{1}{2} \rho (\Omega R)^3 \cdot A} = \frac{Q}{\frac{1}{2} \rho (\Omega R)^2 \cdot A \cdot R} \dots\dots\dots(3.24)$$

On voit que C_p et C_Q ont des valeurs identiques. L'intervention de la théorie des éléments de pale, donne les expressions comportant la surface de pales, alors on définira un autre ensemble des coefficients pour les indiquer.

$$\frac{T}{\frac{1}{2} \rho (\Omega R)^2 \cdot NcR} = \frac{T}{\frac{1}{2} \rho (\Omega R)^2 \cdot A \cdot (NcR / A)} = \frac{C_T}{s} \dots\dots\dots(3.25)$$

$$\frac{Q}{\frac{1}{2} \rho (\Omega R)^2 \cdot R \cdot NcR} = \frac{Q}{\frac{1}{2} \rho (\Omega R)^2 \cdot R \cdot A \cdot (NcR / A)} = \frac{C_Q}{s} \dots\dots\dots(3.26)$$

$$\frac{P}{\frac{1}{2} \rho (\Omega R)^3 \cdot NcR} = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho (\Omega R)^3 \cdot A \cdot (NcR / A)} = \frac{C_P}{s} \dots\dots\dots(3.28)$$

La relation entre ces coefficients et les originaux coefficients est via le facteur de solidité de la pale.

Pour évaluer :

$$C_T = s \int_0^1 C_L x^2 dx \text{ et } C_Q = s \int_0^1 (\phi C_L + C_D) x^3 dx = s \int_0^1 (\lambda C_L x^2 + C_D x^3) dx \dots\dots\dots(3.28a)$$

il est nécessaire de connaître la variation de l'angle d'incidence α le long de l'envergure de la pale et aussi d'avoir des données sur la section du profil donnant C_L et C_D en fonction de α . Ces équations peuvent être intégrées numériquement puisque $\alpha=(\theta-\phi)$, et sa variation dépend de la variation de θ , et la vitesse induite (V_i+V_C) représenté dans l'expression de la facteur de flux axial λ .

3. 2 L'Approximation de la Poussée

Pour l'angle d'incidence à potence nulle, si on néglige les effets de décrochage, et les effets de compressibilité. Le coefficient de portance de la section de profile peut être approximé par la relation suivant :

$$C_L = a\alpha = a(\theta - \phi) \dots\dots\dots(3.29)$$

$a=2\pi$ pour un profile mince. L'équation $C_T = s \int_0^1 C_L x^2 dx$ prend la forme ;



$$C_T = sa \int_0^1 (\theta - \phi)x^2 dx = sa \int_0^1 (\theta x^2 - \phi)x^2 dx \dots\dots\dots(3.30)$$

Puisque θ est constante le long de la pale, pour la vitesse induite uniforme, λ le factor de flux axial est aussi constant. Dans ces circonstances C_T devienne :

$$C_T = sa \left[\frac{\theta}{3} - \frac{\lambda}{2} \right] \dots\dots\dots(3.31)$$

3. 3 Coefficient Moyen de Portance

Comme le nom implique, la portance moyenne est la portance appliquée uniformément le long de la pale pour produire la même poussée qu'une pale réelle. Les caractéristiques d'un rotor dépendent du coefficient de la portance \bar{C}_T dont les pales fonctionnent.

$$C_T = s \int_0^1 C_L x^2 dx = s \bar{C}_L \int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3} s \bar{C}_L \dots\dots\dots(3.32)$$

$$\bar{C}_L = \frac{3C_T}{s} \dots\dots\dots(3.33)$$

Il existe des ouvrages qui utilise $\frac{C_T}{s}$ pour définir le coefficient de la poussée.

Plus souvent pour les pales $C_L \in [0.3;0.6]$, alors les valeurs typiques de $\frac{C_T}{s} \in [0.1\grave{a}0.2]$

[15]

3.4 L'analyse de Stabilité.

3.4.1 Définitions.

3.4.1.a La Stabilité.

C'est la tendance d'un objet à reprendre sa position d'équilibre après une perturbation. Il existe la stabilité statique (déterminé par la force ou le moment par unité de déplacement nécessaire pour ramener l'objet à sa position d'équilibre) et la stabilité dynamique (déterminé par le temps nécessaire à ramener l'objet à sa position d'équilibre après un déplacement unitaire).

3.4.1.b Le contrôle.



C'est la capacité d'appliquer les forces et les moments à un avion afin de la maintenir dans des conditions de vol stable dans les turbulences ou lors d'une manœuvre. En générale pour les petites avions, l'augmentation de stabilité de cellule diminue le contrôlabilité d'appareil.

3.5 Les dérivées de stabilité.

Il y a 66 dérivés de stabilité et 26 dérivés de contrôle dans le système à 6 D.d.l qu'on a choisi. Nous discuterons un nombre limité des dérivés plus importants et de leur variation avec des paramètres de condition et de configuration de vol. Chaque dérivé se compose d'une contribution des différentes composantes d'hélicoptère, le rotor principal, le fuselage, etc. en raison de la nature dominante du rotor dans la dynamique de vol d'hélicoptère. Les trois variables les plus important du disque de rotor sont : la poussée de rotor T , et le balayage du rotor de disque latérale et longitudinale β_{1c} et β_{1s} . Pendant le mouvement perturbé ces états de rotor varieront selon les rapports algébriques dérivés. Pour des petites angles de battement, les forces de rotor X et Y prendre la forme :

$$X = T\beta_{1c} \quad Y = -T\beta_{1s} \quad \dots\dots\dots(3.34)$$

Les dérivés de contrôle peuvent alors être écrit comme :

$$\frac{\partial X}{\partial u} = \frac{\partial T}{\partial u}\beta_{1c} + T\frac{\partial \beta_{1c}}{\partial u} \quad \dots\dots\dots(3.35)$$

Des dérivés de force et de moment de rotor sont liés aux dérivés de poussé et de battement de la pale. Plusieurs dérivés sont des fonctions non linéaires de vitesse, en particulier les dérivés de vitesse eux-mêmes. Les dérivés peuvent être écrit comme combinaison linéaire, comme suit :

$$\frac{\partial C_T}{\partial \mu} = \left(\frac{\partial C_T}{\partial \mu} \right)_{\lambda=cst} + \frac{\partial C_T}{\partial \lambda_0} \frac{\partial \lambda_0}{\partial \mu} + \frac{\partial C_T}{\partial \lambda_{1s}} \frac{\partial \lambda_{1s}}{\partial \mu} + \frac{\partial C_T}{\partial \lambda_{1c}} \frac{\partial \lambda_{1c}}{\partial \mu} \quad \dots\dots\dots(3.36)$$

D'où les λ représentent les composantes de flux induit a travers d'un rotor.

3.5.1 Les dérivés de vitesse de translation

3.5.1.a Les dérivées (X_U, Y_V, X_V, Y_U, M_V)

A base vitesse, les quatre dérivés X_U, Y_V, X_V et Y_U sont fortement liées les unes avec les autres. Dans le vol à grande vitesse les dérivés de couplage sont négligeables. Les forces d'amortissements direct X_U et Y_U sont pratiquement linéaires avec la vitesse et montrent la traîné et la force latérale sur la combinaison de rotor et du fuselage respectivement. Au vol stationnaire et à vitesse base vitesse, chacun des quatre dérivés est le même ordre de grandeur. Les dérivés directs sont principalement dus aux inclinaisons de disque provoquant des perturbations dans u et v .



3.5.1.b Les dérivées (M_u et M_w)

Les dérivées M_u et M_w , (appelées les dérivées de vitesse et stabilité statique) ont un effet principal sur la stabilité longitudinale et les qualités de vol.

Pour les aéronefs à voilure fixe a une vitesse subsonique, le dérivé de stabilité de vitesse est pratiquement zéro. Tous les moments aérodynamiques sont proportionnels à la pression dynamique et le dérivé devient proportionnel à la valeur d'équilibre de moment aérodynamique de tangage (=0). Pour un hélicoptère, les moments de rotor principal sont constants à une grande gamme des vitesses mais la charge aérodynamique sur le fuselage et l'empennage sont fortement fonctions de la vitesse d'avancement.

Les moments de tangage résultent de trois sources importantes - le rotor principal, le stabilisateur et le fuselage :

$$M = M_R + M_T + M_F \dots\dots\dots(3.37)$$

3.5.1.c Le dérivé (Z_w)

A grande vitesse, le rotor principal domine le Z_w (dérivé d'amortissement de mouvement verticale), en vol Z_w peut être approximé par le coefficient de portance. :

$$Z_w = Z_z = -\rho A_b (\Omega R)^2 \frac{\partial C_T / \sigma}{\partial \lambda'} \frac{\partial \lambda'}{\partial \dot{z}} \dots\dots\dots(3.38)$$

3.5.1.d Les dérivées (N_v et L_v)

L'importance de ces deux moments est dans la détermination des caractéristiques latérales/directionnelles de stabilité statique. Avec l'augmentation du dérapage, une valeur positive de N_v et une valeur négative de L_v stabilise le système. Les deux ont le même genre d'effets sur l'hélicoptère mais le rotor de queue contribue largement au deux moments. L'importance de la contribution de rotor de queue à l'effet de dièdre dépend de la taille du rotor de queue au-dessus du centre de masse de l'hélicoptère.

3.5.1.e Les dérivées (N_u et N_w, L_u et L_w)

Ces quatre dérivées jouent un rôle important dans le couplage des mouvements longitudinaux et latéraux a basse fréquence de l'hélicoptère. Les dérivées de moment de lacet sont d'origine de changement de moment de rotor principale avec la perturbation de la vitesse assimilée à la contribution du stabilisateur horizontal en M_u .

3.6 Les dérivées de vitesse angulaire



3.6.1.a Les dérivées (X_q et Y_p)

Ces dérivées sont dominés par les contributions de rotor principal. Les changements des forces X et Y sont la contribution primaire des moments de tangage et de roulis autour de centre de masse de l'hélicoptère. Par conséquent les dérivées X_q et Y_p peuvent contribuer au tangage à l'amortissement de tangage et de roulis de l'hélicoptère.

Les effets physiques fondamentaux pour les deux dérivées sont identiques et peuvent être compris à partir d'une analyse d'un rotor en vol stationnaire. Si nous supposons que la portance agit normale au disque dans les manœuvres, et si on ignore les petites forces de traîné, alors la force du rotor X peut être écrite:

$$X = T\beta_{lc} \dots\dots\dots(3.39)$$

3.6.1.b Les dérivées (M_q et M_p)

Les dérivées directs d'amortissement et de couplage sont l'un des dérivées les plus importants dans la matrice de système. Ils sont les dérivées les plus efficaces en termes de qualités de manipulation, pourtant en raison de leur relation avec la stabilité et la réponse à court terme du rotor :

$$\left(\frac{\partial M}{\partial p}\right)_M = \left(\frac{\partial M}{\partial a_{1s}}\right)_M \frac{\partial a_{1s}}{\partial p} - \left(\frac{\partial X}{\partial p}\right)_M b_M \dots\dots\dots(3.40)$$

$$\left(\frac{\partial M}{\partial q}\right)_M = \left(\frac{\partial M}{\partial a_{1s}}\right)_M \frac{\partial a_{1s}}{\partial q} - \left(\frac{\partial X}{\partial q}\right)_M b_M \dots\dots\dots(3.41)$$

3.6.1.c Les dérivées (N_r , N_p , L_r)

Ces trois dérivées ont une influence sur la stabilité latérale et directionnelle et les caractéristiques de contrôle de l'hélicoptère. Le dérivé N_r s'écrit :

$$\left(\frac{\partial N}{\partial r}\right)_M = 2\rho A_b (\Omega R)^2 RC_Q / \sigma \dots\dots\dots(3.42)$$

3.7 Les dérivatives de control [6]

3.7.1.a Les dérivées (Z_{θ_0} , Z_{θ_s})

Ces sont les dérivées de la commande à pas collectif et à pas cyclique (respectivement) de la portance de la pale principale. On peut les obtenir a partir de l'équation de la poussée et de l'équation de l'écoulement uniforme. Le Z_{θ_0} s'écrit :



$$\left(\frac{\partial Z}{\partial \theta_0}\right)_M = -\rho A_b (\Omega R)^2 \frac{\partial C_T / \sigma}{\partial \theta_0} \dots\dots\dots(3.43)$$

3.7.1.b Les dérivées (M_{θ₀}, L_{θ₀})

L'angle de tangage et de roulis générés due à l'application de la commande de pas collectif sur le rotor principale est causé par le changement de la poussée rotor (un conséquence d'application du pas cyclique) et par un moment sur le rotor causé par un changement de dynamique de battement du pale (pour les pales flexible). Le dérivé M_{θ₀} s'écrit :

$$\left(\frac{\partial M}{\partial \theta_0}\right)_M = -\left(\frac{\partial X_A}{\partial \theta_0}\right)_M b_M + \left(\frac{\partial Z}{\partial \theta_0}\right)_M l_M \dots\dots\dots(3.44)$$

3.7.1.c Les dérivées (Y_{θ₀})_T et (N_{θ₀})_T

Les dérivées de contrôle sont obtenues du changement de la poussée du rotor de queue (due au pas collectif). Y_{θ₀} et N_{θ₀} s'écrit :

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial \theta_0}\right)_T = \rho A_b (\Omega R)^2 \frac{\partial C_T / \sigma}{\partial \theta_0} \quad \left(\frac{\partial N}{\partial \theta_0}\right)_T = -\rho A_b (\Omega R)^2 \frac{\partial C_T / \sigma}{\partial \theta_0} \dots\dots\dots(3.45)$$

3.8 Evaluation de dérivatives de stabilité.

On peut obtenir les valeurs de dérivées de stabilité de rotor principale et de rotor de queue sans passer par l'ordinateur. Cette méthode consiste à calculer les dérivées des équations de coefficients aérodynamiques et les dérivées des angles de battement de pale.

L'autre méthode d'évaluation utilise les cartes de performance de rotor afin de déterminer les changements de coefficients non dimensionnels de rotor pendant que les paramètres basique sont varier.

3.9 Les dérivées d'un hélicoptère en vol stationnaire.

Puisque dans le chapitre 4 notre model sera étudié dans le vol stationnaire, les dérivées de stabilité pour ce mode de vol sont dans l'annexe E.

Chapitre 4



Etude et simulation du modèle hélicoptère



4.0 Introduction

Après la modélisation de la dynamique du modèle d'hélicoptère et l'abstraction des matrices d'état et de contrôle, on va étudier le comportement de système afin de le rendre stable et contrôlable.

4.1 Conception de la loi de commande.

La conception de la loi de commande des hélicoptères drones est une tâche délicate puisque la dynamique du système est pleinement couplée, et également sujette aux incertitudes paramétriques. Souvent, lors de manœuvres complexes de l'hélicoptère, la force de poussée est une fonction des angles de roulis, de tangage et de lacet. Les entrées de la commande sont limitées aux variations longitudinales des pales du rotor principal et du rotor de queue, et à la commande de puissance du moteur. En outre, le rotor de queue doit compenser exactement le couple de rotation dû au rotor principal afin que l'hélicoptère maintienne un angle de lacet régulier. Certains paramètres externes ou internes du système dépendent des conditions d'environnement (par exemple les constantes aérodynamiques) ou de l'hélicoptère (par exemple une variation de la portance en fonction de l'incidence, la pente de la courbe de portance). Les paramètres négligés du système rendent également les conditions d'équilibre de l'hélicoptère inconnues. Nous considérons ici le problème de commande d'un modèle d'hélicoptère à 6-DDL.

4.2 Stratégies de la commande

Plusieurs stratégies de commande d'un hélicoptère ont été proposées dans la littérature. Les années récentes ont été témoin d'une apparition rapide de nouvelles méthodologies pour la commande des systèmes en boucle fermée. Ces techniques de commande utilisant généralement le principe de retour d'état telles que (PID, LQR et LQG). Ils sont basés principalement sur des techniques linéaires de commande. On verra comment ces commandes peuvent se formaliser.

4.3 Quelques définitions.

Considérons un système continu de dimension finie décrit par une équation différentielle vectorielle non-linéaire du premier ordre :

$$\dot{x} = f(x, t) \dots\dots\dots (4.1)$$



4.3.1 Définition de point d'équilibre.

Un vecteur $x_e \in \mathbb{R}^n$ est dit point ou état *d'équilibre* si $f(x_e) = 0$

Remarque: tout point d'équilibre peut être ramené à l'origine par un simple changement de variable $x \leftarrow x - x_e$. Donc, sans perte de généralité, les définitions et théorèmes qui suivent seront établis en considérant $x_e = 0$.

4.3.2 Définition stabilité locale simple et asymptotique.

L'état d'équilibre $x_e = 0$ du système est :

Stable si, pour tout régions $\varepsilon > 0$, il existe un signal d'entrée borné C qui conduit à une sortie bornée :

$$\text{Tel que } |C| < r \Rightarrow |x(t)| < \varepsilon \quad \forall t > 0 \quad \dot{x} = f(x, t) \quad \dots\dots\dots (4.2.a)$$

Asymptotiquement stable, s'il est stable et si r peut être choisi tel que :

$$|x(t=0)| < r \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0 \quad \dots\dots\dots (4.2.b)$$

Marginalement stable, s'il est stable sans être asymptotiquement stable.

4.3.3 La stabilité au sens de LYAPUNOV

Physiquement, la stabilité au sens de LYAPUNOV garantit que la trajectoire $x(t)$ dans l'espace d'état restera à l'intérieur de la boucle $B(x_e, \varepsilon)$ si son point de départ appartient à une boucle $B(x_e, r)$. La stabilité asymptotique inclut cette propriété, mais spécifie de plus que toute trajectoire initialisée dans la boucle $B(x_e, r)$ converge vers x_e . Par abus de langage, on parle de stabilité du système au lieu de parler de stabilité du point d'équilibre. [14]

4.3.4 Stabilité asymptotique globale.

Si le système est asymptotiquement stable quel que soit le vecteur d'état initial $x(t=0)$ alors le point d'équilibre est *globalement asymptotiquement (ou exponentiellement) stable*.

4.4 Qualités de vol et performances



Les qualités de vol ou de maniabilité d'un hélicoptère sont calculées en fonction des dérivées de stabilité et de contrôle de l'hélicoptère. Ils peuvent être définies en tant que des caractéristiques de stabilité et de contrôle avec un rôle déterminant dans la formation des pilotes sur l'hélicoptère.[12]

Deux facteurs principaux sont considérés dans l'évaluation des qualités de vol:

- la performance.
- la charge de travail du pilote.

La *performance* est la précision de la commande de l'hélicoptère atteinte par le pilote. La *charge de travail* est la quantité d'effort et d'attention, physique et mentale, que le pilote doit utiliser pour atteindre le niveau désiré de performance de la commande de l'hélicoptère.

4.5 Les Modes de l'hélicoptère [12]

Les racines de l'équation caractéristique correspondantes au mouvement de l'hélicoptère caractérisent les modes suivants:

- a) *Spirale* correspond au mouvement lentement convergent ou divergent de l'hélicoptère. Le mode de spirale instable est caractérisé par une trajectoire de vol tournante et par une augmentation de l'angle de roulis de l'hélicoptère.
- b) *Roulis* correspond au mouvement très rapidement convergent de l'hélicoptère. Le mode de roulis est un mode beaucoup amorti, alors l'hélicoptère peut atteindre l'état stationnaire dans un temps très court.
- c) *Roulis hollandais* correspond au mouvement très peu amorti oscillatoire de l'hélicoptère à une basse fréquence et à une combinaison entre les mouvements de lacet et de roulis. Ce mouvement de roulis hollandais ressemble au mouvement d'une personne qui fait du patin.
- d) *Phugoid* Le mode de période longue est caractérisé par des variations dans l'angle de tangage, dans l'altitude et dans la vitesse u
- e) *Short period* Le mode longitudinal de période courte consiste dans une réponse courte (de 1 à 4 secondes) d'un hélicoptère soumis à une perturbation.

4.6 LES LOIS DE COMMANDE.



4.6.1 La commande LQR

4.6.1. a Principe

Considérons un système linéaire :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \quad x \in \mathbb{R}^n \quad u \in \mathbb{R}^m \\ z(t) &= Nx(t) \quad z \in \mathbb{R}^q \quad \dot{x} = f(x, t) \end{aligned} \dots\dots\dots(4.3)$$

D'où A est la matrice d'état, B est la matrice de contrôle

4.6.1. b Hypothèse

Le pair (A, B) est stabilisable, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de mode incontrôlable dans le système. Autrement dit le rang de la matrice de contrôlabilité est pleine.

4.6.1. c Résultats

La commande par retour d'état qui stabilise le système et minimise le critère LQ:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)) dt \dots\dots\dots (4.4)$$

Avec les matrices de pondérations :

$$R > 0, Q \geq 0$$

S'écrit :

$$u(t) = -K_c x(t) \dots\dots\dots (4.5)$$

Avec : $K_c = R^{-1}B^T P$

Où P_c solution positive de l'équation de RICCATI :

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \dots\dots\dots (4.6)$$

On a alors:



$$J_{\min} = x_0^T P x_0 \quad (x_0 : \text{état initial à } t=0) \quad \dots\dots\dots (4.7)$$

Remarque : Si la commande de sortir est considéré, le critère à minimiser :

$$J = \int_0^{\infty} (x^T(t) Q_x x(t) + u^T(t) R u(t)) dt \quad \dots\dots\dots(4.8)$$

Démonstration: La dynamique du système en boucle fermée sur la loi de commande $u(t) = -Kx(t)$ obéit à l'équation :

$$\dot{x}(t) = (A - BK) x(t) \quad \dots\dots\dots (4.9)$$

La réponse autonome de $x(t)$ s'écrit alors : $x(t) = e^{A_f t} x_0$

Avec : $A_f = A - BK$ et $x_0 = x(t=0)$ (4.10)

Le critère J devient :

$$\begin{aligned} J &= \int_0^{\infty} (x^T(t) Q_x x(t) + u^T(t) R u(t)) dt = \int_0^{\infty} x^T(t) (Q_x + K^T R K) x(t) dt \\ &= x_0^T \left(\int_0^{\infty} e^{A_f^T t} (Q_x + K^T R K) e^{A_f t} dt \right) x_0 \\ &= x_0^T P x_0 \quad \dots\dots\dots(4.11) \end{aligned}$$

Avec: $P = \int_0^{\infty} e^{A_f^T t} (Q_x + K^T R K) e^{A_f t} dt$ (4.11a)

La contrainte A_f stable entraîne que P vérifie l'équation de LYAPUNOV :

$$A_f^T P + P A_f + Q_x + K^T R K = 0 \quad \dots\dots\dots(4.12)$$

Par ailleurs $P \geq 0$ car :



$$J = x_0^T P x_0 \text{ et } J \geq 0 \quad \forall x_0 \text{ (critère quadratique).}$$

Soit K_c la valeur optimale de K qui minimise J et P_c la solution correspondante de l'équation de LYAPUNOV, soit :

$$(A - BK_c)^T P_c + P_c (A - BK_c) + Q_x + K_c^T R K_c = 0 \dots\dots\dots(4.13)$$

4.6.1. d Schéma de principe de LQR.

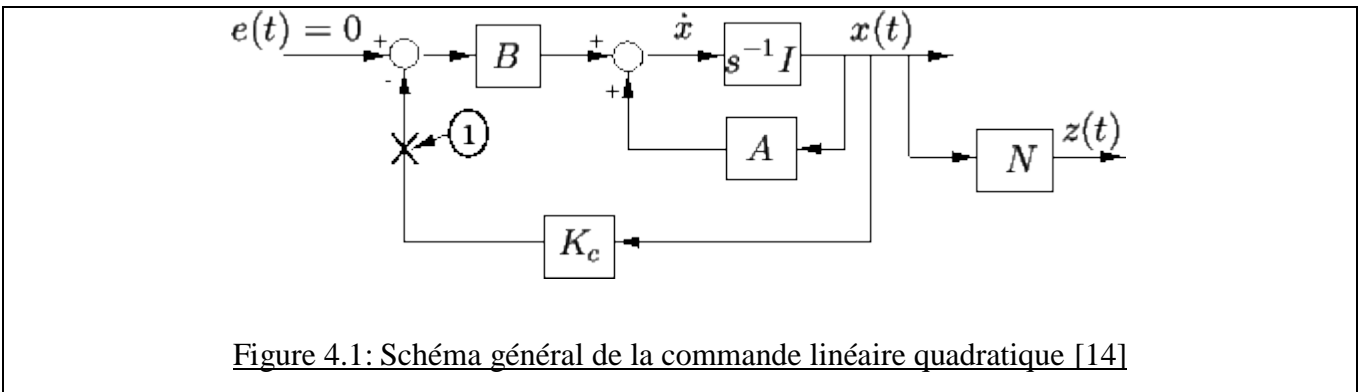


Figure 4.1: Schéma général de la commande linéaire quadratique [14]

4.6.2 Le filtre de Kalman.

Les paramètres de réglages du filtre sont utilisés comme des paramètres de réglages du correcteur LQG finalement obtenu (au même titre que les matrices de pondérations du critère LQ) et sont réglés, non pas sur des critères de qualités stochastiques des estimés, mais sur des critères de qualités du système commandé (marges de stabilité, dynamique en boucle fermée..)

4.6.2.a Principe du filtre de KALMAN

Considérons le système linéaire continu d'ordre n suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Mw(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + v(t) \end{aligned} \dots\dots\dots(4.14)$$

Où $w(t)$ et $v(t)$ représentent respectivement :



- le bruit sur l'équation d'état (on note $w_x = Mw$ le bruit d'état) censé à représenter les perturbations extérieures agissant sur le système ou même les erreurs de modélisation: w_x est un signal "majorant" tout ce qui fait que l'état n'évolue pas exactement comme le prédit le modèle traduit par l'équation $\dot{x} = Ax + Bu$. Le signal w peut être scalaire ($q=1$) ou vectoriel (avec q composantes); la matrice d'entrée M est alors une matrice de gains de taille $(n \times q)$.
- le bruit de mesure lié aux capteurs utilisés.

Un filtre de KALMAN est un système dynamique avec 2 entrées: la commande u et la mesure y , c'est-à-dire tous les signaux connus du système. L'état \hat{x} ou la sortie de ce système dynamique est un estimé de l'état x du système.

L'équation du filtre de KALMAN s'écrit:

$$\dot{\hat{x}} = (A\hat{x} + Bu) + K_f (y - C\hat{x} - Du) \dots\dots\dots(4.15)$$

On reconnaît dans le premier terme du second membre de cette équation, le modèle du système ($A\hat{x} + Bu$) qui est exploité pour prédire l'état du système. Cette prédiction est en fait une simulation en ligne du modèle du système. Le modèle étant faux, l'état prédit est recalé en fonction de l'erreur entre la mesure y et la mesure prédite $\hat{y} = C\hat{x} + Du$ et du gain du filtre K_f . Le signal d'erreur $y - \hat{y}$ est aussi appelé l'*innovation*. Le schéma correspondant (dans le cas où $D=0$) est représenté sur la figure 4.2. Si le modèle est très bon et la mesure très bruitée alors le gain K_f devra être très petit.

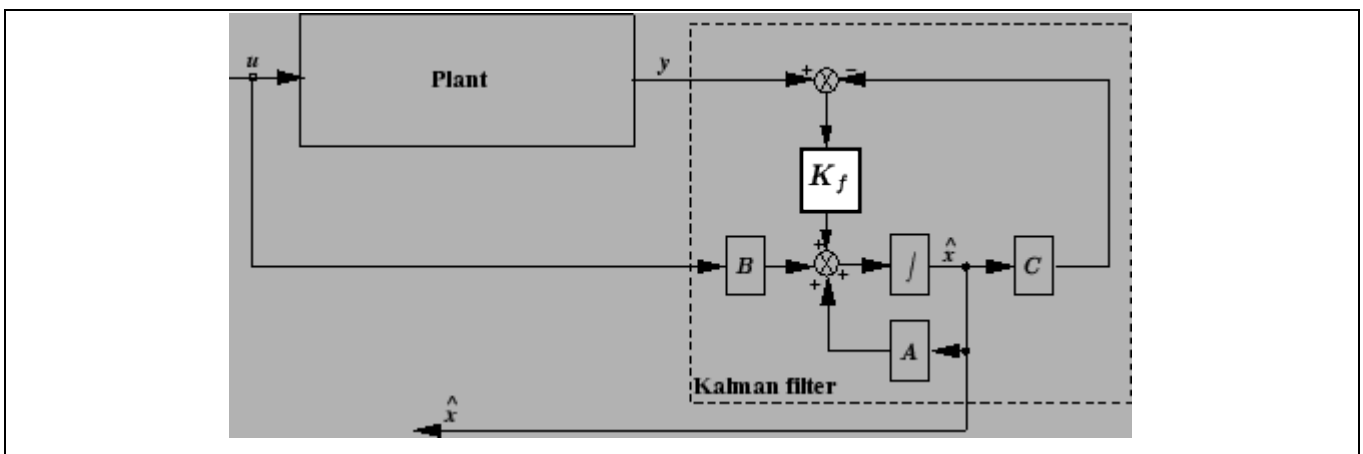




Figure 4.2: Schéma fonctionnel du filtre de KALMAN (cas $D=0$) [12]

4.6.3 La commande LQG [19]

4.6.3.a Principe général de la commande LQG

Considérons le système linéaire d'ordre n suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Mw \\ y &= Cx + Du + v \\ z &= Nx \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(4.16)$$

Où w et v représentent des bruits blancs, de moyenne nulle, indépendants, avec respectivement pour matrice de covariance W et V .

$$E[w(t)w(t+\tau)^T] = W\delta(\tau) \quad E[v(t)v(t+\tau)^T] = V\delta(\tau) \quad V > 0 \quad \dots\dots\dots(4.17)$$

On note aussi $W_x = MWM^T$ la matrice de covariance du bruit d'état. A partir du vecteur y de mesures bruitées (retour de sortie), nous recherchons une loi de commande qui minimise le critère

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left[\int_0^T (z^T Qz + u^T Ru) dt \right] \quad \dots\dots\dots(4.18)$$

Où $z = Nx$ désigne le vecteur à réguler, et Q et R deux matrices de pondération, comme précédemment : $Q = Q^T \geq 0 \quad R = R^T > 0$

La solution de ce problème s'appuie sur le *principe de séparation* qui établit que la commande optimale est obtenue :

- a) en recherchant l'estimation optimal \hat{x} (au sens de la variance d'erreur minimale) de l'état x par la méthode du Filtre de KALMAN, c'est-à-dire on estime l'état x par l'équation classique du filtre de KALMAN à condition que le triplet $A, MW^{1/2}, C$ soit détectable et stabilisable.

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K_f (y - C\hat{x} - Du) \quad \dots\dots\dots(4.19)$$

$$\text{avec } K_f = P_f C^T V^{-1}$$

Où P_f obéit à l'équation de RICCATI suivante :



$$P_f A^T + A P_f - P_f C^T V^{-1} C P_f + M W M^T = 0 \quad P_f = P_f^T > 0 \quad \dots\dots\dots(4.20)$$

Avec :

$$\begin{aligned} K_c &= R^{-1} B^T P_c \\ P_c A + A^T P_c - P_c B R^{-1} B^T P_c + N^T Q N &= 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(4.21)$$

b) en employant cet estimation comme s'il était la mesure exacte du vecteur d'état, pour résoudre le problème de commande optimale linéaire déterministe (méthode LQ); soit (si $(A, B, Q^{1/2}N)$ est détectable et stabilisable) :

$$u = -K_c \hat{x} \quad \text{avec}$$

$$\begin{cases} K_c = R^{-1} B^T P_c \\ P_c A + A^T P_c - P_c B R^{-1} B^T P_c + N^T Q N = 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots(4.22)$$

La figure 4.3 représente la structure du correcteur LQG dans la boucle de régulation.

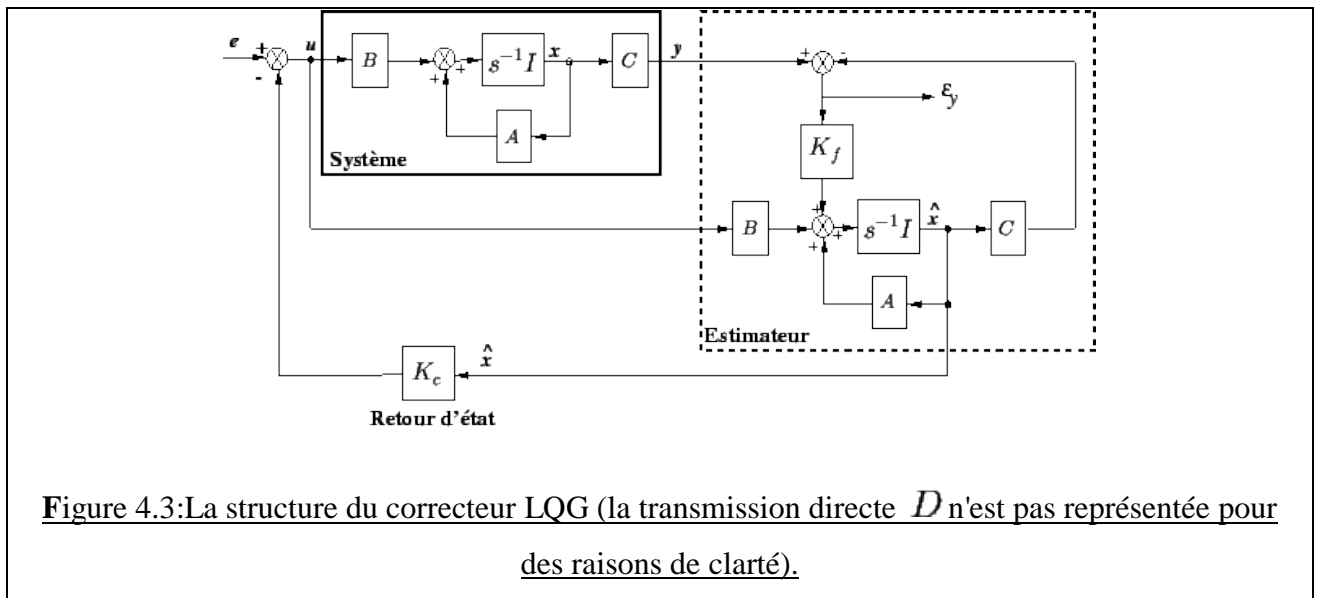


Figure 4.3: La structure du correcteur LQG (la transmission directe D n'est pas représentée pour des raisons de clarté).

La représentation d'état du correcteur LQG s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_c - K_f C + K_f D K_c & K_f \\ -K_c & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ y \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(4.23)$$



4.6.3.b Propriétés de la commande LQG

On peut montrer que la représentation d'état du transfert en boucle fermée entre e et ε_y (voir figure 4.3) s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\varepsilon}_x \\ \varepsilon_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_c & BK_c & B \\ 0 & A - K_f C & 0 \\ 0 & C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \varepsilon_x \\ e \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(4.24)$$

Où $\varepsilon_x = x - \hat{x}$ désigne l'erreur d'estimation de l'état.

A partir de cette représentation, le principe de séparation apparaît clairement et peut être formulé de la façon suivante :

- les valeurs propres de la boucle fermée peuvent être séparées selon les n valeurs propres du retour d'état ($\text{spec}(A - BK_c)$) et les n valeurs propres du filtre d'estimation ($\text{spec}(A - K_f C)$)
- les n valeurs propres du filtre d'estimation sont ingouvernables par e ,
- les n valeurs propres du retour d'état sont inobservables par y .

Le transfert de e vers ε_y est donc toujours nul.

4.7 Simulation des résultats pour le modèle R-50 linéarisé

Ici on étudiera le modèle d'hélicoptère R-50 en vol stationnaire, qui est développé à l'institut de technologie de Georgia.[5]

La matrice d'état A est donnée par :

	u	w	q	Théta	Beta_C_CR	v	p	phi	r	Beta_S_CR
u	-0.0469	-0.0296	1.4106	-32.139	-19.8693	-0.0034	0.21	0	0	2.1273
w	-0.0311	-0.6892	-0.1084	1.4901	0.8889	-0.0032	-0.0012	-1.8032	0	-0.214
q	0.1559	-0.068	-5.8228	0	52.4587	0.0465	0.7644	0	0	-30.5704
Theta	0	0	0.9984	0	0	0	0	0	-0.0561	0
beta_C_CR	0.0101	0	-1	0	-2.1633	0	-0.0237	0	0	0
v	0.0047	-0.0039	0.2102	0.0837	2.1295	-0.0998	-1.443	32.0888	0.4197	19.8894
p	0.2176	-0.0148	-2.3849	0	95.3006	-0.4276	-17.881	0	0.428	303.9402
phi	0	0	-0.2397	0	0	0	1	0	-0.0464	0
r	-0.0116	-0.2397	0	0	0	0.2881	0.1293	0	-1.7523	0
beta_S_CR	0	0	0.0237	0	0	-0.0101	-1	0	0	0-2.1633

Tableau (4.1) Les valeurs de la matrice d'état (A) en vol stationnaire

La matrice de commande B est donnée par :

	Coll_MR	B1	A1	Coll_TR
u	-18.1875	11.2387	1.2033	0



w	-391.015	-0.5028	-0.1212	0
q	-30.9937	-29.6722	-17.2916	0
Theta	0	0	0	0
Beta_C_CR	0	-4.2184	0	0
v	-2.3784	-1.2045	11.25	-43.312
p	-9.0806	-53.9049	171.918	-43.35
phi	0	0	0	0
r	-75.505	0	0	180.708
Beta_C_CR	0	0	4.2184	0

Tableau (4.2) Les valeurs de matrice de commande (B) en vol stationnaire

4.7 .1 Calcul des valeurs propres et les modes du système.

Dans le programme Matlab on a calculé les valeurs propres et les modes du système par moyen de fonction ‘Damp(A)’

4.7 .1 .a Résultats de calculs de vecteurs propres.

valeurs propres	Damping	Freq. (rad/s)	Modes
-1.00e+001 + 1.53e+001i	5.47e-001	1.83e+001	Dutch Roll
-1.00e+001 - 1.53e+001i	5.47e-001	1.83e+001	Dutch Roll
-4.02e+000 + 7.72e+000i	4.62e-001	8.71e+000	Short period
-4.02e+000 - 7.72e+000i	4.62e-001	8.71e+000	Short period
-1.92e+000	1.00e+000	1.92e+000	convergence en roulis
-6.84e-001	1.00e+000	6.84e-001	Spiral
-4.34e-003 + 6.42e-001i	6.76e-003	6.42e-001	Phuguide
-4.34e-003 - 6.42e-001i	6.76e-003	6.42e-001	Phuguide
3.09e-002 + 7.66e-001i	-4.03e-002	7.67e-001	Dutch Roll
3.09e-002 - 7.66e-001i	-4.03e-002	7.67e-001	Dutch Roll

Tableau 4.3 Les valeurs propres du système

4.7 .1 .b Analyses des valeurs propres du système

Comme le montre le tableau 4.3 (Eigen values), on constate deux valeurs [3.09e-002 + 7.66e-001i et 3.09e-002 - 7.66e-001i] dont la partie réelle est positive. Cela montre qu’en vol stationnaire l’hélicoptère est marginalement instable (2 mode Dutch Roll sont instable).



4.7 .1 .c Représentation des vecteurs propres

Les vecteurs propres sont représentés sous forme des cercles trigonométriques afin de visualisé les modes stables et instables .l'axe x= la partie réel et l'axe y= la partie imaginaire .

Figure 4.4 Premier et deuxième Mode

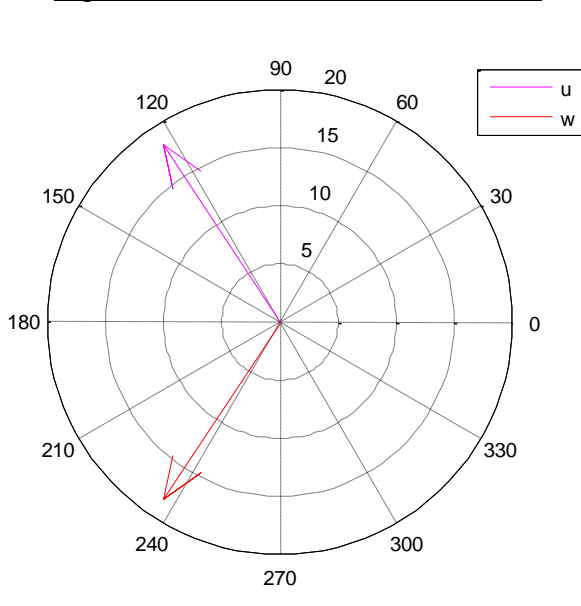


Figure 4.5 Troisième et quatrième Mode

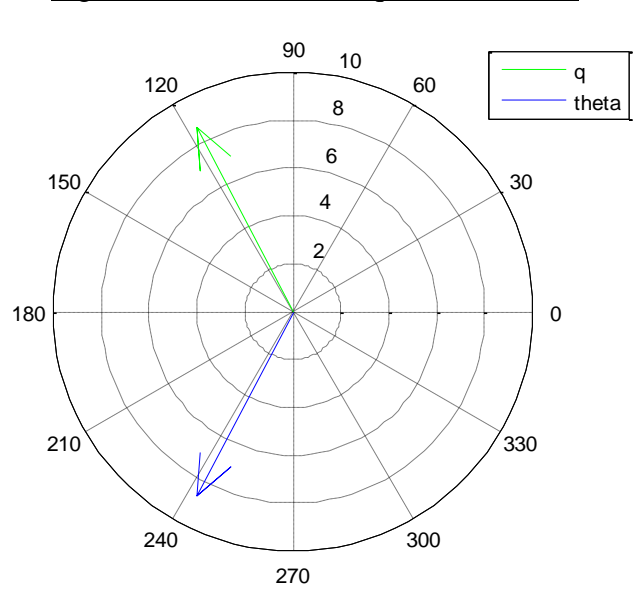


Figure 4.6 Cinquième et sixième Mode

Figure 4.7 Septième et huitième Mode

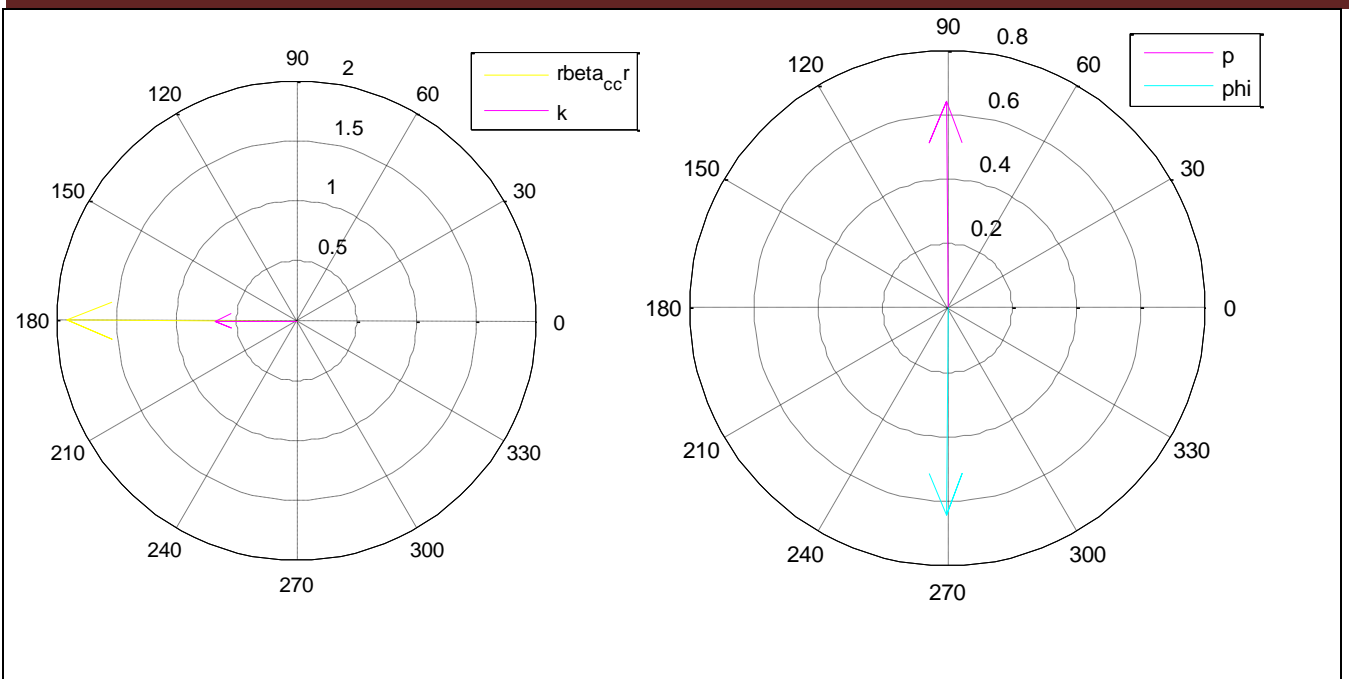
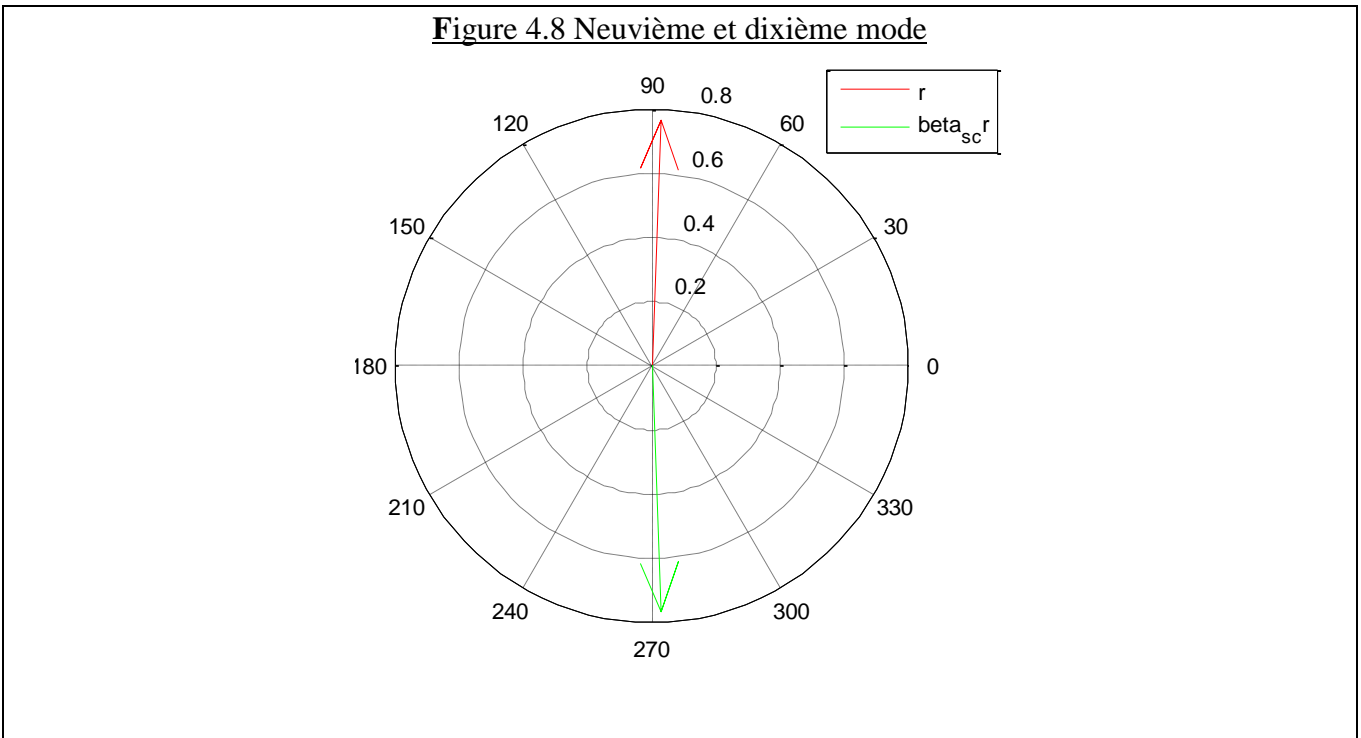


Figure 4.8 Neuvième et dixième mode



On remarque que tous les modes sont stables sauf que le neuvième et le dixième, dont la partie réelle est positive. Cela montre que le système est marginalement instable. La méthode des pôles est un moyen de juger mathématiquement si le système est stable ou non. Dans le Matlab, l'outil Simulink



nous fournira d'une méthode de visualiser toutes les pôles afin de savoir leurs caractéristiques, et nous permettra de prévoir le comportement du système.

4.7 .2 Simulation du système en boucle ouverte

Ce système décrit par $\dot{x} = Ax + Bu$ est schématisé en Simulink comme le montre la figure 4.9 .

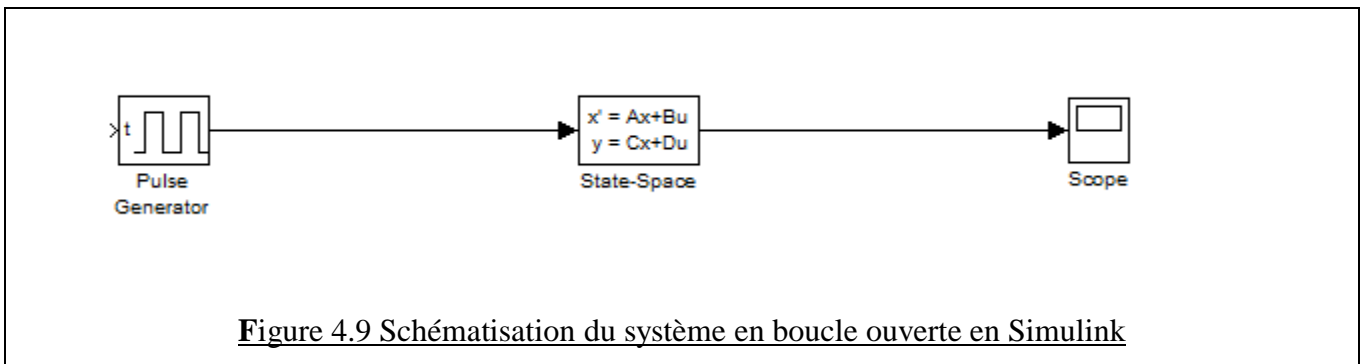
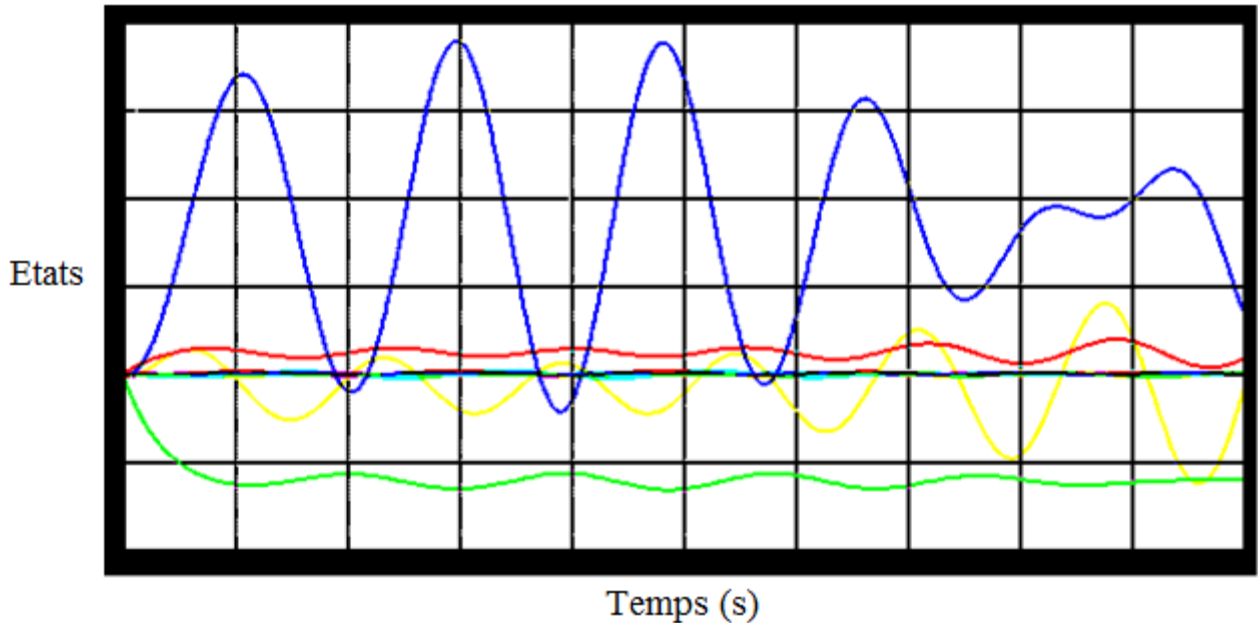


Figure 4.9 Schématisation du système en boucle ouverte en Simulink

A,B, représente respectivement les matrices d'état et de commande, la matrice 'C' est une matrice d'identité ayant la taille égale à celui de la matrice A. D est une matrice nulle dont la taille est équivalent à celle de la matrice B. Ici on définit les conditions initiales à zéro pour mieux voire l'évolution des solutions à partir de zéro secondes.

4.7.2.a Résultats

La visualisation obtenue sur le scope est montré au graphe ici au-dessous.



Graph 4.1 Trace des 10 états du système sur le Simulink

4.7.2.b Observations.

Ici on distingue 10 états évoluant dans un intervalle de 50 secondes. Parmi les 10 états, seulement deux graphes plus loin de point de référence (la ligne zéro). Les 8 poles sont toute proche de la ligne de point de référence et alors, on peut les considérer stable mais le système reste marginalement instable. On cherche un moyen de stabiliser tous les états du système le maximum possible.

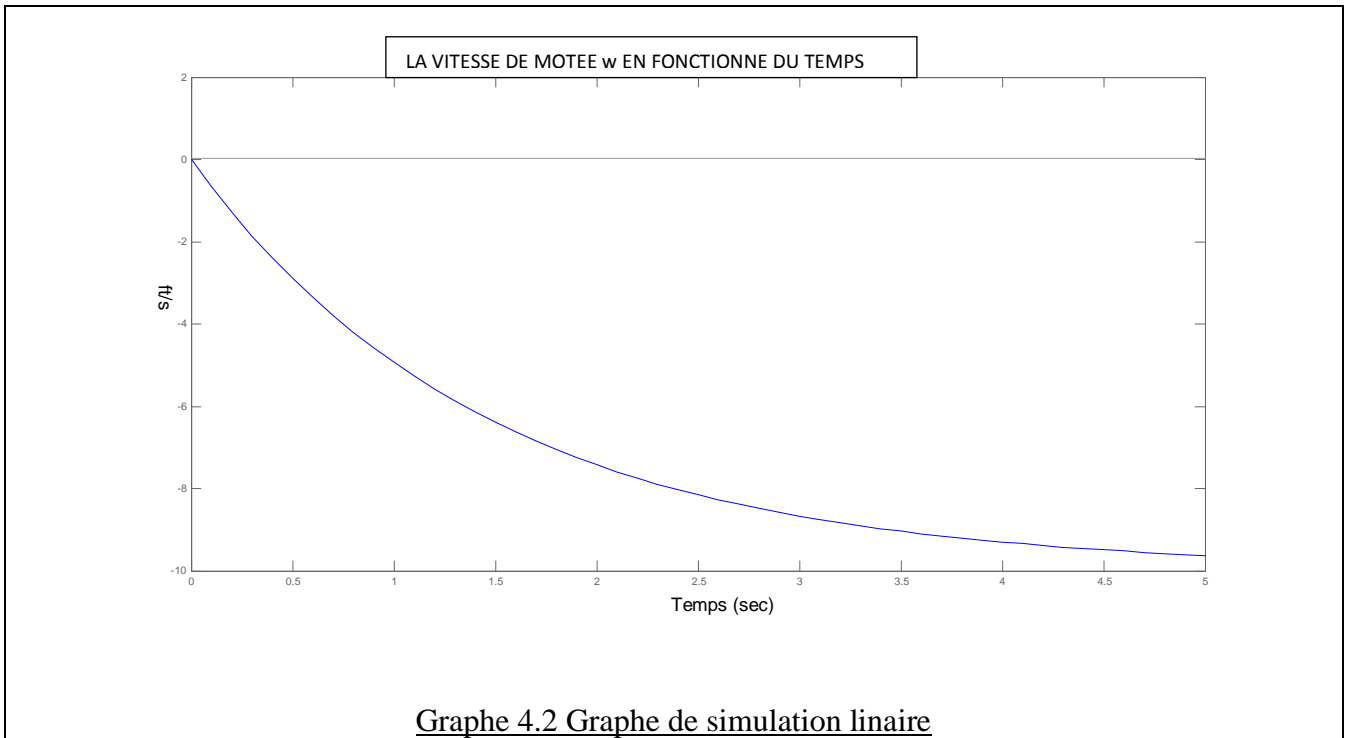
4.7. 3 Simulation du système en boucle ouvert avec la commande lsim (*linear simulation*)

Afin de voir la réponse de la deuxième sortie du système(w), en utilisant matlab ,les commandes suivants sont exécutés. On teste l'effet d'application d'un pas collectif d'un degré pendant 5 secondes.

```
t=0:0.1:5;
de=1*pi/180*ones(size(t));
[n1,d]=ss2tf(a,b,c,d,1);
sys=tf(n1(2,:),d);
lsim(sys,de,t);
```



4.7.3.a Résultats :



La simulation montre une accélération linéaire, continu et verticale jusqu’aux environs de 10 unités par seconde. Le système est évidemment instable car sa réponse diverge. Cette méthode vérifie les méthodes qu’on a déjà vu (l’analyse des valeurs propres de la matrice A).

4.7 .4 Simulation du système en boucle fermé avec la commande LQR

Puisque le système est marginalement instable il aura besoin d’une matrice de retour d’état K afin d’assurer la stabilité du système. On obtient la matrice K en utilisant la méthode de régulateur linéaire quadratique (LQR).

Dans le Matlab on utilise la fonction *lqr*, pour obtenir le gain de la commande optimal. Les nouvelles valeurs propres qui sont tous avec une partie réelle négative ce qui implique que le système soit totalement stable.

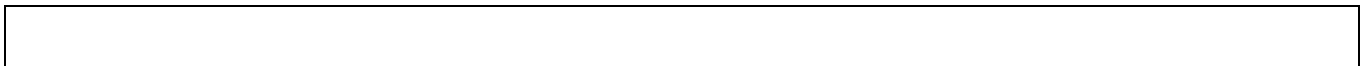


4.7 .4 .a Résultats de la commande damp(A-B*K)

<u>Valeurs propres</u>	<u>Damping</u>	<u>Freq. (rad/s)</u>
-4.02e+002	1.00e+000	4.02e+002
-2.05e+002	1.00e+000	2.05e+002
-1.59e+002	1.00e+000	1.59e+002
-3.31e+001	1.00e+000	3.31e+001
-3.29e+000 + 4.40e+000i	5.99e-001	5.49e+000
-3.29e+000 - 4.40e+000i	5.99e-001	5.49e+000
-3.83e+000 + 4.00e+000i	6.92e-001	5.54e+000
-3.83e+000 - 4.00e+000i	6.92e-001	5.54e+000
-1.04e+001	1.00e+000	1.04e+001
-9.86e+000	1.00e+000	9.86e+000

Tableau 4.4 Les résultats de la commande damp(A-B*K)

L'implantation du système en boucle fermée dans le simulink est donnée par la figure suivante :





```
[n1, d]=ss2tf(A-B*K, B, C, D, 1);
[n2, d]=ss2tf(A-B*K, B, C, D, 2);
[n3, d]=ss2tf(A-B*K, B, C, D, 3);
[n4, d]=ss2tf(A-B*K, B, C, D, 4);
tf(n1(2, :), d)
```

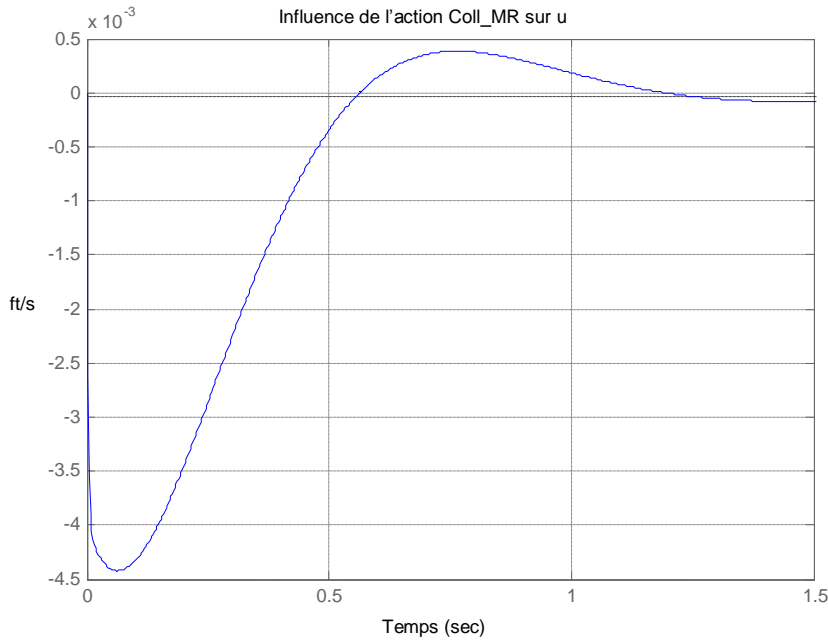
Au-dessous on montre les graphes découplés des sorties correspondants aux actions de 5° sur chacun des commandes.

4.8 Courbes de simulation LQR.

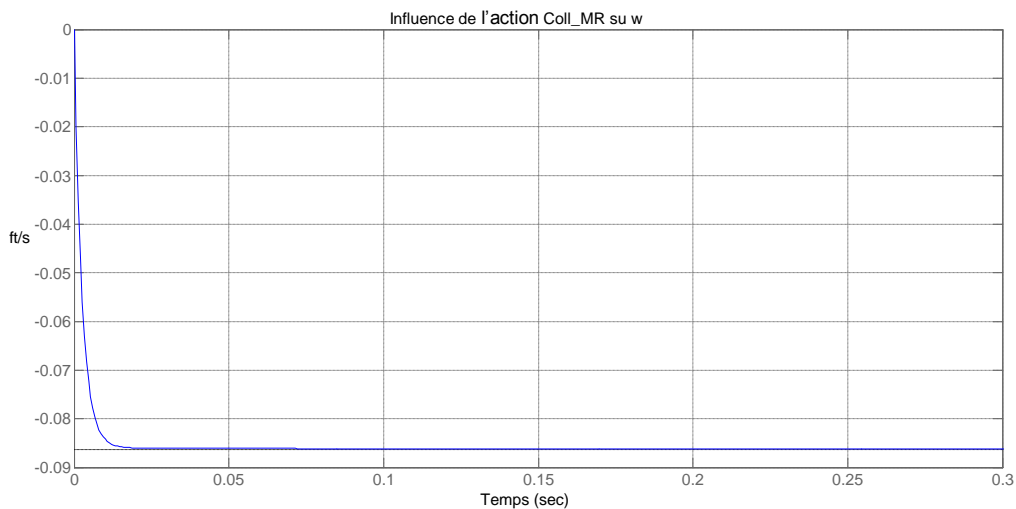
4.8.1 Entrée Coll_MR ,sortie (u et w).



Graphe 4.3 Influence de l'action de Coll_MR sur u



Graphe 4.4 Influence de l'action de Coll_MR su w



Fonctions de transfère entre: (Coll_MR et u) et (Coll_MR et w) respectivement.

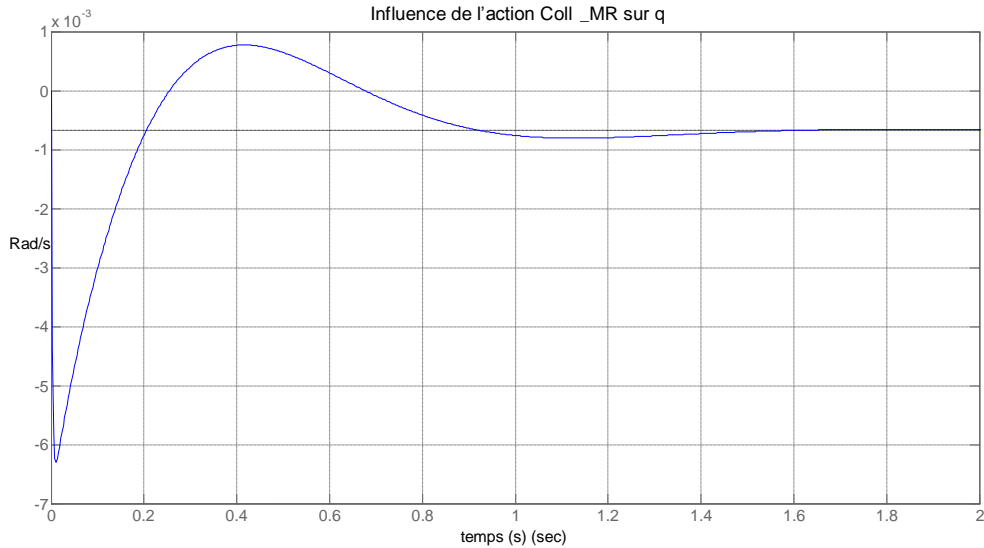
$$\frac{u(s)}{\theta_0(s)} = \frac{-18.19 s^9 - 7970 s^8 - 1.113e006 s^7 - 5.552e007 s^6 - 1.238e009 s^5 - 1.443e010 s^4 - 9.405e010 s^3 - 3.404e011 s^2 - 5.656e011 s - 2.001e010}{s^{10} + 833.2 s^9 + 2.322e005 s^8 + 2.644e007 s^7 + 1.194e009 s^6 + 2.532e010 s^5 + 3.002e011 s^4 + 2.206e012 s^3 + 1.034e013 s^2 + 2.907e013 s + 4.096e013}$$

$$\frac{w(s)}{\theta_0(s)} = \frac{-391 s^9 - 1.697e005 s^8 - 2.323e007 s^7 - 1.116e009 s^6 - 2.424e010 s^5 - 2.908e011 s^4 - 2.152e012 s^3 - 1.014e013 s^2 - 2.865e013 s - 4.056e013}{s^{10} + 833.2 s^9 + 2.322e005 s^8 + 2.644e007 s^7 + 1.194e009 s^6 + 2.532e010 s^5 + 3.002e011 s^4 + 2.206e012 s^3 + 1.034e013 s^2 + 2.907e013 s + 4.096e013}$$

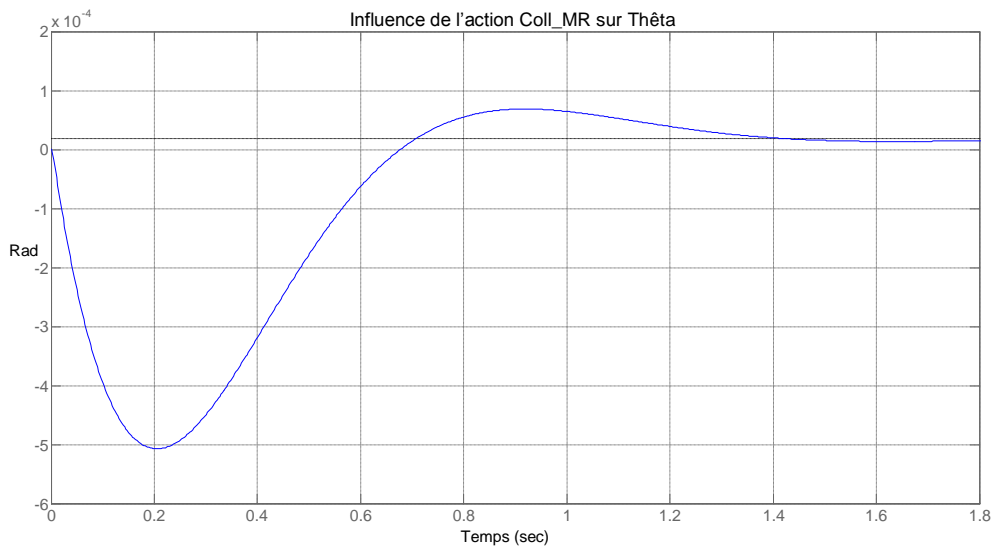


4.8.2 Entrée Coll_MR, sortie (q et Thêta).

Graph 4.5 Influence de l'action de la perturbation de Coll_MR sur q



Graph 4.6 Influence de l'action de Coll_MR sur Thêta



Fonctions de transfère entre: (Coll_MR et q) et (Coll_MR et Thêta) respectivement

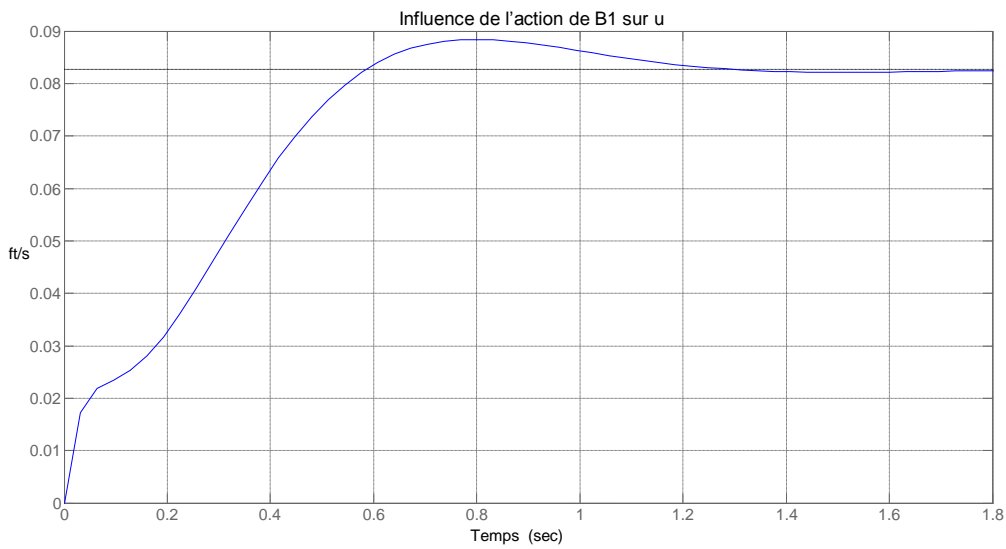


$$q(s) = \frac{-30.99 s^9 - 1.322e004 s^8 - 1.743e006 s^7 - 7.475e007 s^6 - 1.34e009 s^5 - 1.199e010 s^4 - 5.887e010 s^3 - 1.619e011 s^2 - 2.138e011 s - 3.141e011}{s^{10} + 833.2 s^9 + 2.322e005 s^8 + 2.644e007 s^7 + 1.194e009 s^6 + 2.532e010 s^5 + 3.002e011 s^4 + 2.206e012 s^3 + 1.034e013 s^2 + 2.907e013 s + 4.096e013}$$

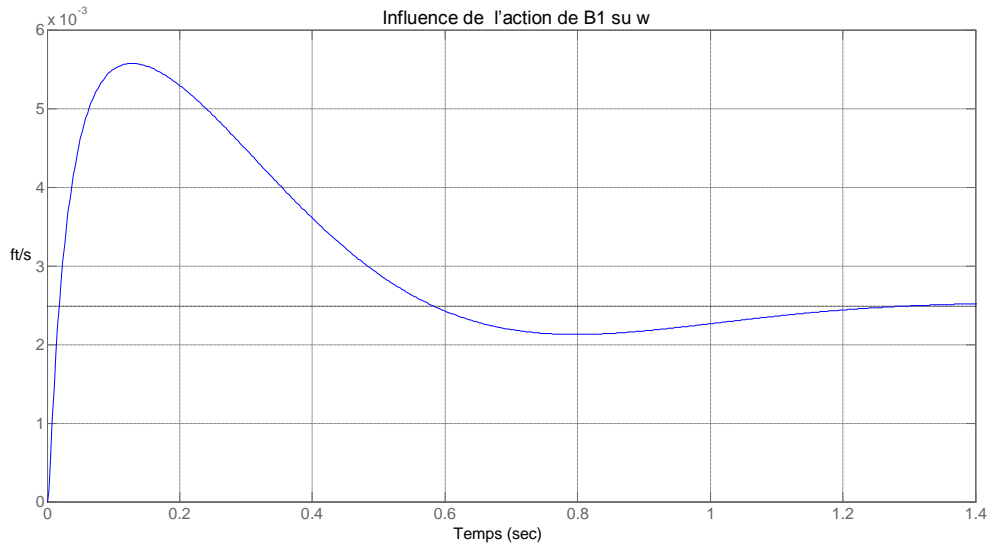
$$\theta_0(s) = \frac{3.411e - 013 s^9 - 26.71 s^8 - 1.159e004 s^7 - 1.547e006 s^6 - 6.58e007 s^5 - 1.149e009 s^4 - 9.713e009 s^3 - 4.209e010 s^2 - 8.297e010 s + 8.704e009}{s^{10} + 833.2 s^9 + 2.322e005 s^8 + 2.644e007 s^7 + 1.194e009 s^6 + 2.532e010 s^5 + 3.002e011 s^4 + 2.206e012 s^3 + 1.034e013 s^2 + 2.907e013 s + 4.096e013}$$

4.8.3 Entrée B, sortie (u et w)

Graph 4.7 Influence de l'action de B1 sur u



Graph 4.8 Influence de l'action de B1 su w.



Fonctions de transfère entre: (B1 et u), (B1 vers w) respectivement.

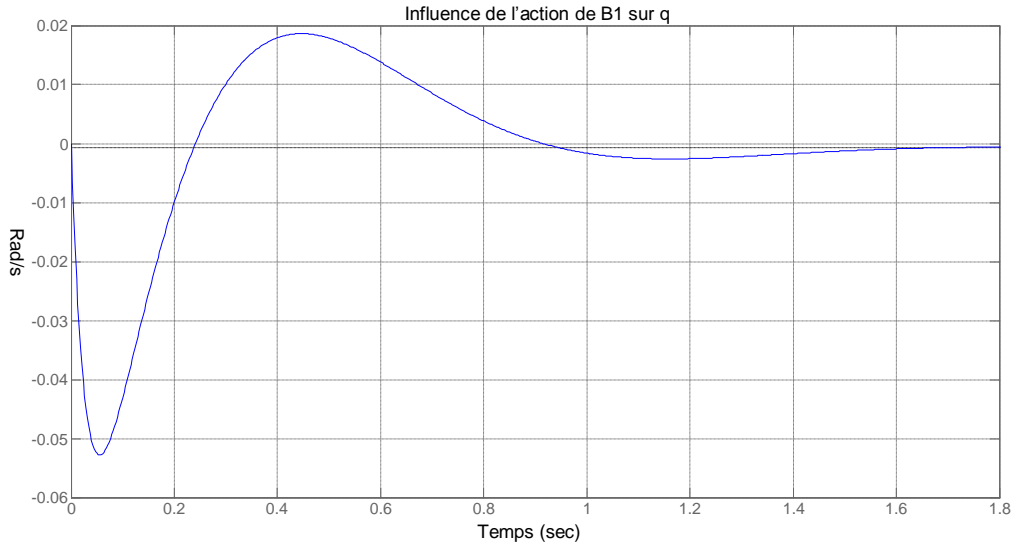
$$\frac{u(s)}{\theta_0(s)} = \frac{11.24 s^9 + 8897 s^8 + 2.231e006 s^7 + 2.031e008 s^6 + 4.979e009 s^5 + 6.82e010 s^4 + 6.822e011 s^3 + 4.669e012 s^2 + 1.892e013 s + 3.881e013}{s^{10} + 833.2 s^9 + 2.322e005 s^8 + 2.644e007 s^7 + 1.194e009 s^6 + 2.532e010 s^5 + 3.002e011 s^4 + 2.206e012 s^3 + 1.034e013 s^2 + 2.907e013 s + 4.096e013}$$

$$\frac{w(s)}{\theta_0(s)} = \frac{-0.5028 s^9 + 819.7 s^8 + 3.981e005 s^7 + 4.081e007 s^6 + 1.172e009 s^5 + 1.582e010 s^4 + 1.183e011 s^3 + 5.133e011 s^2 + 1.208e012 s + 1.167e012}{s^{10} + 833.2 s^9 + 2.322e005 s^8 + 2.644e007 s^7 + 1.194e009 s^6 + 2.532e010 s^5 + 3.002e011 s^4 + 2.206e012 s^3 + 1.034e013 s^2 + 2.907e013 s + 4.096e013}$$

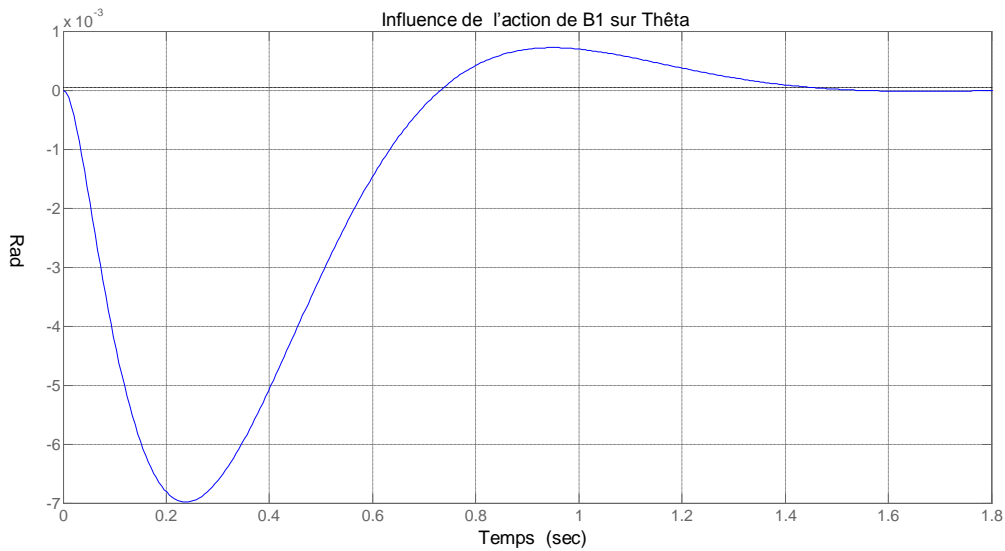
4.8.4 Entrée B1, sortie (q et Thêta)



Graph 4.9 Influence de l'action de B1 sur q



Graph 4.10 Influence de l'action de B1 sur Thêta.



Fonctions de transfère entre: (B1 et q),(B1 et Thêta) respectivement.

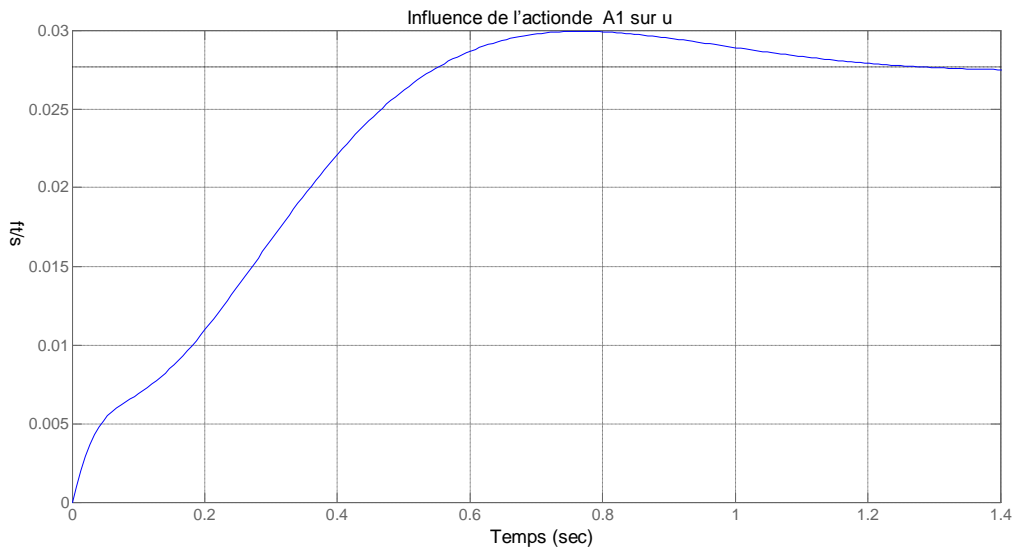
$$\frac{q(s)}{\theta_0(s)} = \frac{-29.67 s^9 - 2.378e004 s^8 - 6.106e006 s^7 - 5.664e008 s^6 - 1.273e010 s^5 - 1.21e011 s^4 - 5.691e011 s^3 - 1.252e012 s^2 - 1.944e011 s - 3.508e011}{s^{10} + 833.2 s^9 + 2.322e005 s^8 + 2.644e007 s^7 + 1.194e009 s^6 + 2.532e010 s^5 + 3.002e011 s^4 + 2.206e012 s^3 + 1.034e013 s^2 + 2.907e013 s + 4.096e013}$$

$$\frac{\theta(s)}{\theta_0(s)} = \frac{1.137e-013 s^9 - 29.62 s^8 - 2.368e004 s^7 - 6.067e006 s^6 - 5.635e008 s^5 - 1.264e010 s^4 - 1.198e011 s^3 - 5.574e011 s^2 - 1.187e012 s + 2.066e010}{s^{10} + 833.2 s^9 + 2.322e005 s^8 + 2.644e007 s^7 + 1.194e009 s^6 + 2.532e010 s^5 + 3.002e011 s^4 + 2.206e012 s^3 + 1.034e013 s^2 + 2.907e013 s + 4.096e013}$$

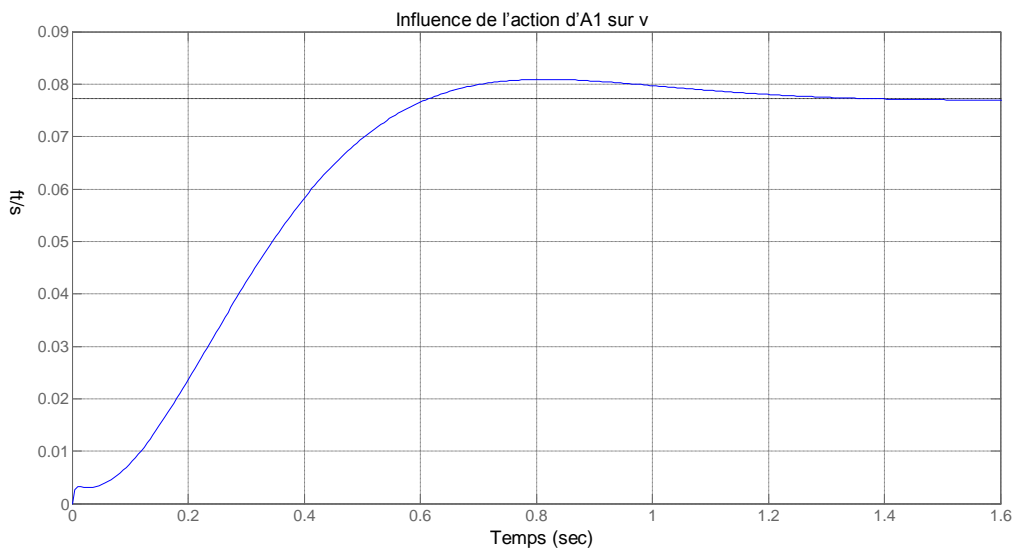


4.8.5 Entrée A1, sortie (u et w)

Graphe 4.11 Influence de l'action de A1 sur u



Graphe 4.12 Influence de l'action d'A1 sur v.



Fonctions de transfère entre: (A1 et u), (A1 et v) respectivement.

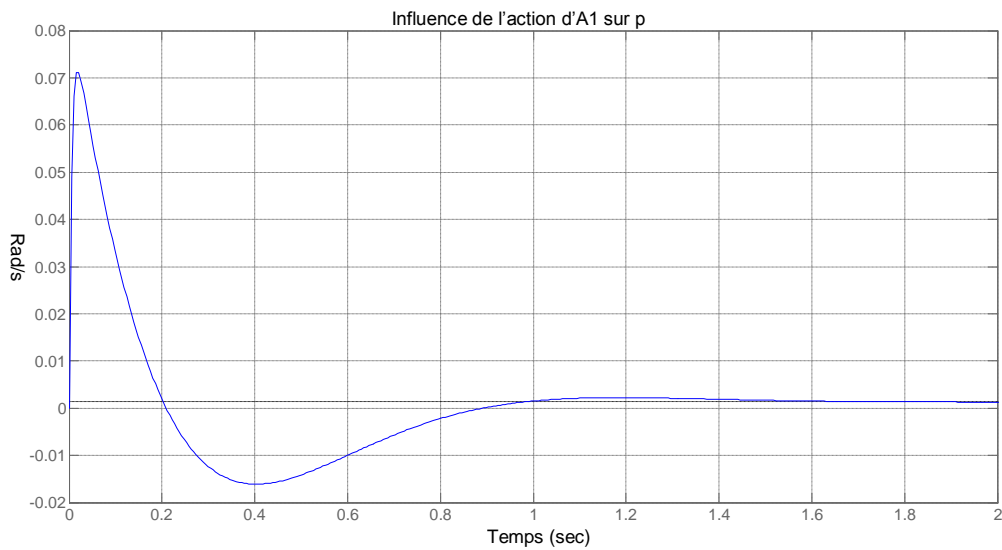


$$\frac{u(s)}{\theta_0(s)} = \frac{1.203 s^9 + 1207 s^8 + 4.036e005 s^7 + 4.804e007 s^6 + 1.276e009 s^5 + 1.948e010 s^4 + 2.151e011 s^3 + 1.55e012 s^2 + 6.423e012 s + 1.3e013}{s^{10} + 833.2 s^9 + 2.322e005 s^8 + 2.644e007 s^7 + 1.194e009 s^6 + 2.532e010 s^5 + 3.002e011 s^4 + 2.206e012 s^3 + 1.034e013 s^2 + 2.907e013 s + 4.096e013}$$

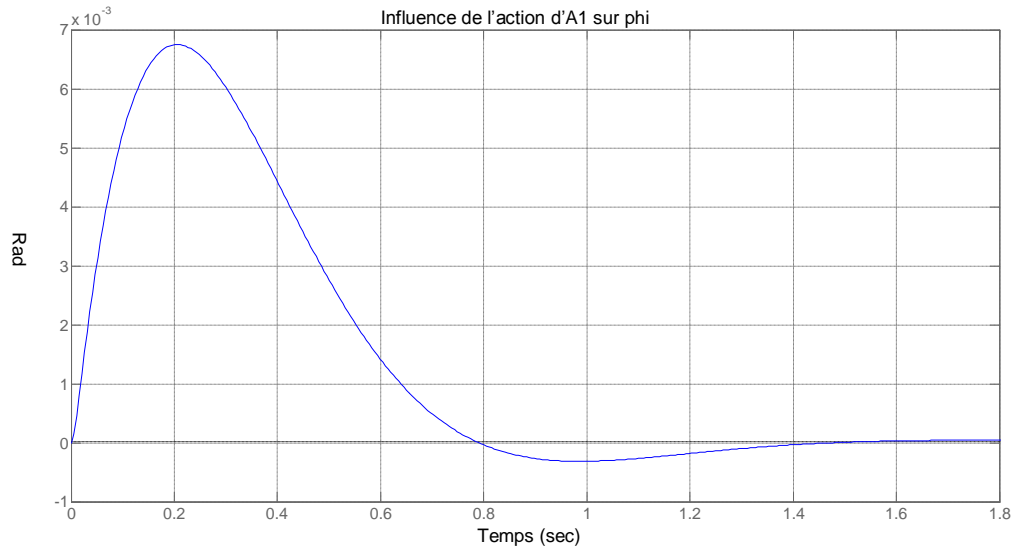
$$\frac{v(s)}{\theta_0(s)} = \frac{-0.1212 s^9 - 909.5 s^8 - 3.714e005 s^7 - 1.707e007 s^6 - 3.405e008 s^5 - 4.605e009 s^4 - 4.828e010 s^3 - 3.372e011 s^2 - 1.382e012 s - 2.915e012}{s^{10} + 833.2 s^9 + 2.322e005 s^8 + 2.644e007 s^7 + 1.194e009 s^6 + 2.532e010 s^5 + 3.002e011 s^4 + 2.206e012 s^3 + 1.034e013 s^2 + 2.907e013 s + 4.096e013}$$

4.8.6 Entrée A1, sortie (p et phi)

Graph 4.13 Influence de l'action d'A1 sur p.



Graph 4.14 Influence de l'action de A1 sur phi.



Fonctions de transfère entre: (A1 et p), (A1 et phi) respectivement.

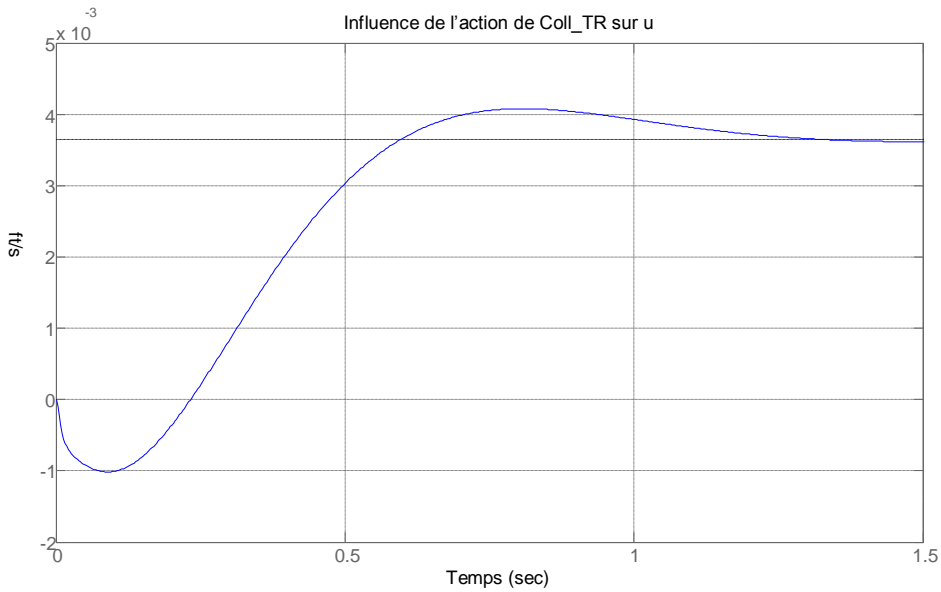
$$\frac{p(s)}{\theta_o(s)} = \frac{-17.29 s^9 - 1.263e004 s^8 - 2.785e006 s^7 - 2.127e008 s^6 - 4.531e009 s^5 - 4.14e010 s^4 - 1.806e011 s^3 - 3.038e011 s^2 + 4.092e011 s + 7.687e011}{s^{10} + 833.2 s^9 + 2.322e005 s^8 + 2.644e007 s^7 + 1.194e009 s^6 + 2.532e010 s^5 + 3.002e011 s^4 + 2.206e012 s^3 + 1.034e013 s^2 + 2.907e013 s + 4.096e013}$$

$$\frac{phi(s)}{\theta_o(s)} = \frac{-5.684e - 013 s^9 - 17.26 s^8 - 1.281e004 s^7 - 2.876e006 s^6 - 2.183e008 s^5 - 4.671e009 s^4 - 4.343e010 s^3 - 1.998e011 s^2 - 4.19e011 s - 5.166e9}{s^{10} + 833.2 s^9 + 2.322e005 s^8 + 2.644e007 s^7 + 1.194e009 s^6 + 2.532e010 s^5 + 3.002e011 s^4 + 2.206e012 s^3 + 1.034e013 s^2 + 2.907e013 s + 4.096e13}$$

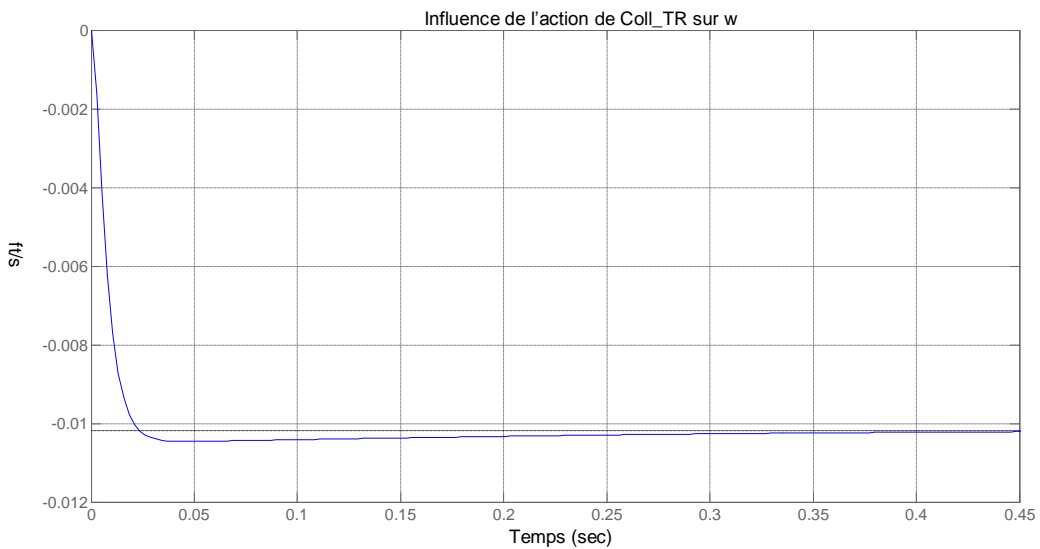
4.8.7 Entrée Coll_TR, sortie (u et w)



Graph 4.15 Influence de l'action de Coll TR sur u.



Graph 4.16 Influence de l'action de Coll TR sur w



Fonctions de transfère entre : (Coll_TR et u) ,(Coll_TR et w) respectivement.

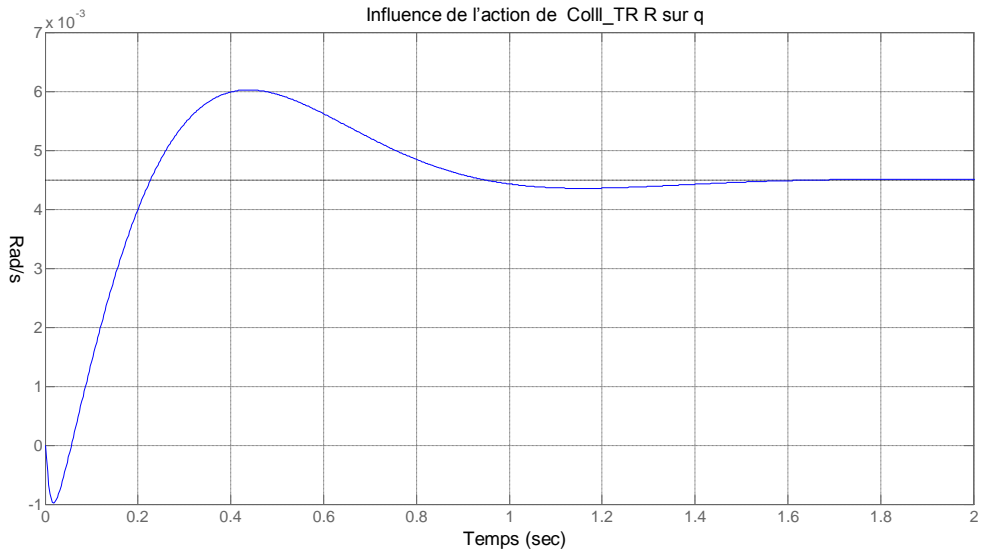
$$\frac{u(s)}{\theta_0(s)} = \frac{-2.274e-013 s^9 - 466 s^8 - 1.334e005 s^7 - 8.798e006 s^6 - 2.552e008 s^5 - 3.124e009 s^4 - 1.272e010 s^3 + 4.247e010 s^2 + 5.452e011 s + 1.715e012}{s^{10} + 833.2 s^9 + 2.322e005 s^8 + 2.644e007 s^7 + 1.194e009 s^6 + 2.532e010 s^5 + 3.002e011 s^4 + 2.206e012 s^3 + 1.034e013 s^2 + 2.907e013 s + 4.096e013}$$

$$\frac{w(s)}{\theta_0(s)} = \frac{9.095e-013 s^9 - 8688 s^8 - 2.162e006 s^7 - 1.205e008 s^6 - 2.755e009 s^5 - 3.378e010 s^4 - 2.524e011 s^3 - 1.196e012 s^2 - 3.384e012 s - 4.781e012}{s^{10} + 833.2 s^9 + 2.322e005 s^8 + 2.644e007 s^7 + 1.194e009 s^6 + 2.532e010 s^5 + 3.002e011 s^4 + 2.206e012 s^3 + 1.034e013 s^2 + 2.907e013 s + 4.096e013}$$

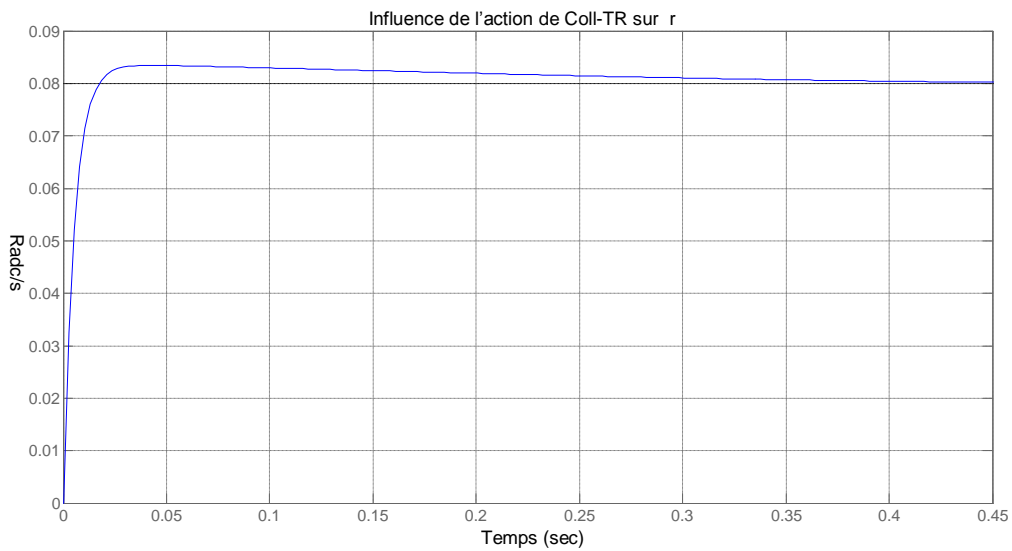


4.8.8 Entrée Coll_TR, sortie (q et r)

Graphe 4.17 Influence de l'action de Coll_TR sur q.



Graphe 4.18 Influence de l'action de Coll_MR sur r





Fonctions de transfère entre: (Coll_TR et q) ,(Coll_TR et r) respectivement.

$$\frac{q(s)}{\theta_0(s)} = \frac{1.251e-012 s^9 - 875.2 s^8 - 2.482e005 s^7 - 1.089e007 s^6 - 1.748e007 s^5 + 3.798e009 s^4 + 6.005e010 s^3 + 4.138e011 s^2 + 1.467e012 s + 2.111e012}{s^{10} + 833.2 s^9 + 2.322e005 s^8 + 2.644e007 s^7 + 1.194e009 s^6 + 2.532e010 s^5 + 3.002e011 s^4 + 2.206e012 s^3 + 1.034e013 s^2 + 2.907e013 s + 4.096e013}$$

$$\frac{r(s)}{\theta_0(s)} = \frac{5.684e-013 s^9 - 10.14 s^8 - 7319 s^7 - 1.358e006 s^6 - 6.806e007 s^5 - 1.291e009 s^4 - 1.161e010 s^3 - 5.405e010 s^2 - 1.223e011 s - 3.817e010}{s^{10} + 833.2 s^9 + 2.322e005 s^8 + 2.644e007 s^7 + 1.194e009 s^6 + 2.532e010 s^5 + 3.002e011 s^4 + 2.206e012 s^3 + 1.034e013 s^2 + 2.907e013 s + 4.096e013}$$

4.9 INTEPRETATIONS DES GRAPHES.

4.9. a Influence de l'action de Coll_MR : δe (pas du rotor principal collectif) sur les états.

L'application d'une action de 5 degrés sur le pas collectif principale du rotor provoque une vitesse de montée w . Le graphe de l'effet de l'action Coll_MR sur w (Graphe 4.4) montre une réponse de zéro à -0.085 ft/s, l'hélicoptère monte vers le haut (indiqué par la vitesse w négative). La vitesse w se stabilise avant 0.05 secondes à une valeur approximativement égale à -0.085ft/s. D'après notre raisonnement une vitesse de -0.085ft/s (qu'on considère très petite), correspondant à une pas collective de 5 degrés est raisonnable. On observe que les autres sorties (graphes) sont perturbés mais ils reviennent au mode stable entre une période de 1 à 1.5 secondes. L'hélicoptère est maintenu en mode vol stationnaire avec une vitesse vertical insignifiant, aux environs de 20cm/s.

4.9. b Influence de l'action de B1 : δc (pas cyclique longitudinal) sur les états.

Quand on applique une action de 5 degré sur le pas cyclique longitudinale, on obtient un déplacement longitudinal traduit par la variation de u (Graphe 4.7). Les autres états stabilisent après un temps court de moins que 1.4 secondes.

4.9. c Influence de l'action de A1 : δa (pas cyclique latéral) sur les états

On note que l'action sur cette commande affecte sur la vitesse latérale (v) et aussi sur l'angle phi et la vitesse angulaire de roulis p . les autres états retournent plus rapidement au mode stable.

4.9. d Influence de l'action de Coll_TR δp (pas du rotor de queue collectif) sur les états

La variation du pas collective de rotor de queue avec une action de 5 degrés nous donne un déplacement angulaire de lacet r de 0.08 rad/s qui est représenté dans (Graphe 4.18). Cette commande est très utile pour garder la stabilité suivant l'axe de lacet z .



4.10 Commande de sortie pour une valeur désirée

4.10 .1 Poursuite de consigne pour la commande LQR/LQG :

Nous avons utilisé le matlab simulink afin de réaliser la simulation en boucle fermée pour une poursuite désirée comme le montre la figure suivante :

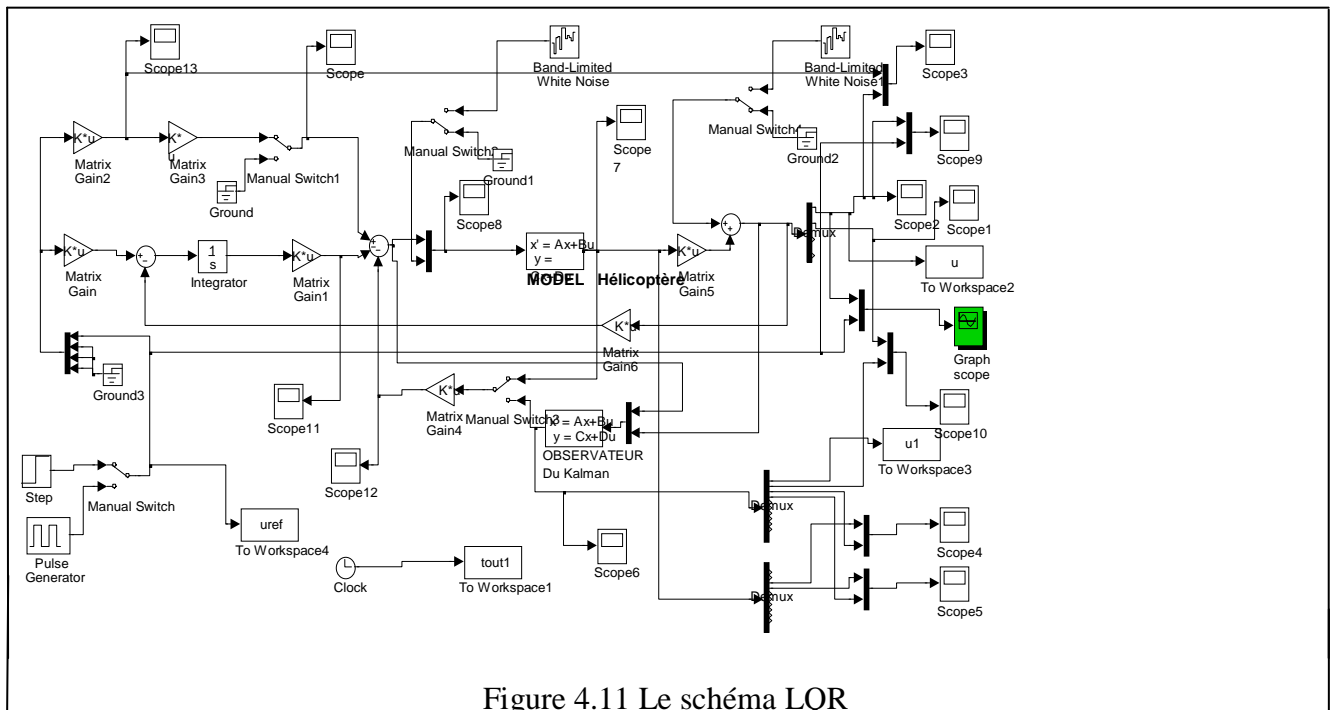
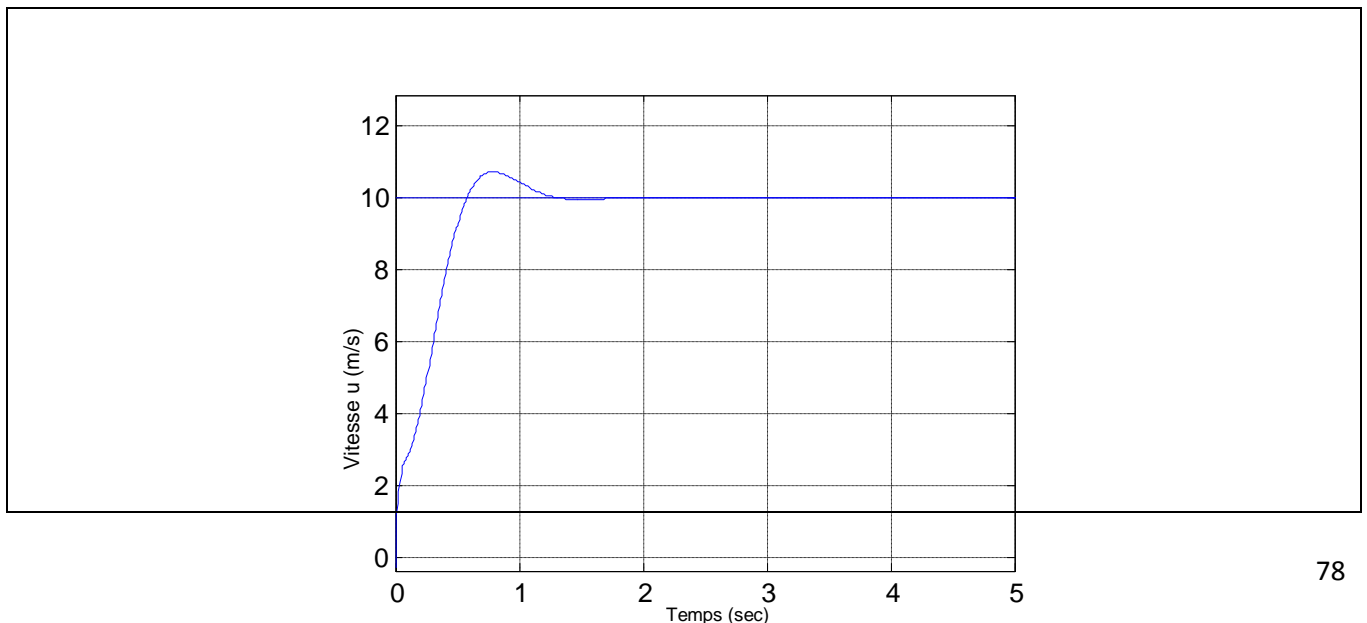


Figure 4.11 Le schéma LQR

Le schéma montre la régulation LQR avec retour d'état ainsi que le régulateur avec l'observateur du Kalman. Après l'exécution de la simulation on obtient les résultats comme suit :

4.10 .1.a Réponse du système pour un échelon de vitesse u désiré 10 ft/s





Graph 4.19 Réponse du système pour un échelon de vitesse u

D'après la figure, On voit que le système suit correctement la consigne avec un petit dépassement et un temps de réponse raisonnable.

4.10 .2 Commande LQG

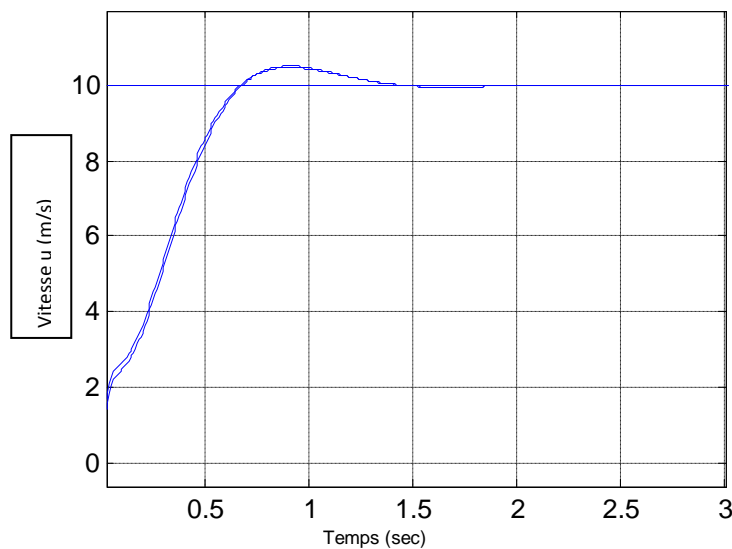
4.10 .2.a Expressions en matlab pour calcul de gain de l'observateur K_F

$$[K_f]=lqr(A,C,Q,R)$$

$$Q=eye(10)$$

$$R=eye(4)$$

Les deux courbes d'état et estimation par le filtre de Kalman



Graph 4.20 La vitesse u avec son estimé

On voit que la sortie en vitesse u suit parfaitement son estimé au début et puis deviennent confondus comme on le montre sur la figure.



Nous avons tout d'abord étudié la dynamique de l'hélicoptère en modélisant les équations des mouvements, où nous avons utilisé les lois de la mécanique classique (Lois de Newton Euler). Ces équations sont de type non linéaires couplé, et pour les résoudre, nous avons opté la méthode de linéarisation qui est basée sur la théorie des petites perturbations. Nous avons utilisé la méthode de Runge-Kutta disponible en Matlab/Simulink, pour résoudre ces équations différentielles linéaires. L'étude de la dynamique en boucle ouverte nous a conduit a proposer des techniques de commande pour stabiliser le modèle qui est d'origine instable (deux modes instable). Pour cela nous avons étudié et appliqué quelques lois de commande optimale (LQ, LQG) sur notre modèle. Les résultats obtenus sont très satisfaisants vis-à-vis les performances et le découplage des différents états de l'hélicoptère.

Ce travail que nous avons entamé ouvre beaucoup des perspectives afin de compléter et maîtriser la dynamique compliquée de l'hélicoptère, citons par exemple, l'étude de la dynamique non linéaire, ou chaotique de l'hélicoptère, l'intégration de l'effet de flexibilité des rotors, et des turbulences aérodynamiques ainsi que d'autres méthodes de commande robustes.



- [1] Tommy Mikkelsen et al. Autonomous Helicopter. Aalborg University.
<http://www.control.auc.dk/ias/Final/FinalProjects/project-Heli10-spring2005-.pdf>.
- [2] Emir Mustafic et al. Nonlinear Control approach to helicopter autonomy. Aalborg University. June 2005.
- [3] Bourhane Kadmiry, Fuzzy Control for an Unmanned Helicopter, Linköping Studies in Science and Technology, Department of Computer and Information Science, Linköpings Universitet, SE-581 83 Linköping, Sweden.
- [4] [Mettler, 2003] Bernard Mettler. Identification modeling and characteristics of Miniature Rotorcraft. Kluwer Academic Publishers. 101 Philip Dr., Assinippi Park, [5] Norwell Massachusetts 02061 USA. ISBN: 1-4020-7228-7.
- [5] Christian Munzinger. Development of a real-time flight simulator for an Experimental Model Helicopter, Georgia Institute of Technology.
- [6] Gareth D. Padfield. Helicopter Flight Dynamics: The Theory and Application of Flying Qualities and Simulation Modeling. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. 1801 Bell Dr., Reston, Virginia 20191, USA. ISBN: 1-56347-205-8. Anée 1996
- [7] Patton, R.J. (1997). Fault Tolerant Systems: The 1997 Situation. Ph.D. thesis, The University of Hull, School of Engineering. Hull HU6 /RX.
- [8] [Pershinschi, 1998] M.G. Pershinschi, J.V.R. Prasad. A simulation of an Autonomous Helicopter, Proceedings of the Remotely Piloted Vehicles 13th International Conference, Bristol, United Kingdom, 30 March – 1 April 1998.
- [10] Raymond W. Prouty. Helicopter Performance, Stability, and Control. Krieger Publishing Company, Inc. Malabar, Florida 32950, 2003. ISBN: 1-57524-2095.

- [11] Thomas R. Yechout. Introduction to aircraft flight mechanics. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. 1801 Bell Dr., Reston, Virginia 20191, USA. ISBN: 1-56347-577-4.
- [12] Etude des qualités de vol sur l'avion FIA- 18 par Mirai Rotaru l'école de technologie supérieure Montréal,
- [13] Modeling, stability analysis and control system design of a Small-sized tiltrotor uav the graduate school of natural and applied sciences of middle east technical university by Ferit Çakici.
- [14] http://personnel.supaero.fr/alazard-daniel/docHTML/cours_LQG/node2.html
- [15] Basic helicopter Aerodynamics by John Seddon and Simon Newman (Third Edition)
- [16] Robust Control of an Autonomous Helicopter Thesis 10th semester, Intelligent Autonomous Systems. Grad Student Rasmus Jensen ,Grad Student Agnar Kenneth Nygaard Nielsen. Aalborg University.
- [17] R. Lozano, P. Castillo, S. Salazar, D. Lara, "Stabilisation de véhicules aériens à décollage vertical : Théorie et application ", Rapport Heudiasyc, UMR CNRS 6599-UTC Compiègne , 2005.
- [18] Adnan MARTINI : Modélisation et commande de vol d'un hélicoptère drone
- [19] Daniel Alazard,Christelle Cumer,Pierre Apkarian. Robustness et Commande Optimale (SUPAERO) ISBN 2.85428.516.6
- [20] Ulrik B. Hald, Mikkel V. Hesselbæk, Jacob T. Holmgaard, Christian S. Jensen Stefan L. Jakobsen, Martin Siegumfeldt : Autonomous Helicopter modeling and Control

LES ANNEXES.

ANNEXE A.

Les équations L'_{GM} , $\frac{M_{GM}}{I_{yy}}$, N'_{GM}

$$L'_{GM} = L'_u u + L'_w w + L'_q q + L'_v v + L'_p p + L'_r r + L'_{\delta e} \delta e + L'_{\delta c} k_{MR} \cdot \delta c + L'_{\delta a} k_{MR} \cdot \delta a + L'_{\delta p} \cdot \delta p$$

$$\frac{M_{GM}}{I_{yy}} = \frac{M_u}{I_{yy}} u + \frac{M_w}{I_{yy}} w + \frac{M_q}{I_{yy}} q + \frac{M_v}{I_{yy}} v + \frac{M_p}{I_{yy}} p + \frac{M_r}{I_{yy}} r + \frac{M_{\delta e}}{I_{yy}} \delta e + \frac{M_{\delta c}}{I_{yy}} k_{MR} \cdot \delta c + \frac{M_{\delta a}}{I_{yy}} k_{MR} \cdot \delta a + \frac{M_{\delta p}}{I_{yy}} \delta p$$

$$N'_{GM} = N'_u u + N'_w w + N'_q q + N'_v v + N'_p p + N'_r r + N'_{\delta e} \delta e + N'_{\delta c} k_{MR} \cdot \delta c + N'_{\delta a} k_{MR} \cdot \delta a + N'_{\delta p} \delta p$$

Le Modèle d'état d'espace A et B

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \end{bmatrix}^{10 \times 1} = \begin{bmatrix} A_{longitudinale}^{4 \times 4} & & & & & & & & & & \\ & A_{de\ couplage}^{4 \times 4} & & & & & & & & & \\ & & A_{latérale}^{4 \times 4} & & & & & & & & \\ & & & A_{longitudinale,\ rotor\ de\ controle}^{1 \times 10} & & & & & & & \\ & & & & A_{latérale\ rotor\ de\ controle}^{1 \times 10} & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \end{bmatrix}^{10 \times 10} \cdot x + \begin{bmatrix} B_{longitudinale}^{4 \times 4} & & & & & & & & & & \\ & B_{latérale}^{4 \times 4} & & & & & & & & & \\ & & & B_{longitudinale,\ rotor\ de\ controle}^{1 \times 4} & & & & & & & \\ & & & & B_{latérale\ rotor\ de\ controle}^{1 \times 4} & & & & & & \end{bmatrix}^{10 \times 4} \cdot u$$

$$[y]^{10 \times 1} = [I]^{10 \times 10} \cdot x + [0]^{10 \times 4} \cdot u$$

ANNEXE B

Un sommaires des tous les équations du mouvement.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \\ \phi \\ \theta \\ \psi \\ x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rv - qw - g \sin \theta \\ pw - ru + g \sin \phi \cos \theta \\ qu - pv + g \cos \phi \cos \theta \\ -I_B^{-1} \begin{bmatrix} -I_{xz}pq - I_{yz}q^2 + I_{zz}qr + I_{xy}pr - I_{yy}qr + I_{yz}r^2 \\ I_{xx}pr - I_{xy}qr - I_{xz}r^2 + I_{xz}p^2 + I_{yz}pq - I_{zz}pr \\ -I_{xy}p^2 + I_{yy}pq - I_{yz}pr - I_{xx}pq + I_{xy}q^2 + I_{xz}rq \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \phi + \cos \psi \sin \theta \sin \phi & \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \theta \sin \phi & -\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \cos \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{m_B} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \\ I_B^{-1} \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Annexe D

Systèmes des unités :

Il y a deux systèmes de technologie des unités de base en service en aérodynamique. Elles sont le système des unités international (SI) et le système de technologie des unités britannique (B.E.S.). Dans 1964 le bureau national des Etats-Unis des normes a officiellement adopté le système des unités international à utiliser en tout de ses publications. La NASA ont adopté une politique semblable et c'est le système des unités utilisées dans ce rapport. Le tableau II énumère les unités de SI et de B.E.S. pour les deux dimensions de base et certaines des quantités plus communes.

DIMENSIONS ET UNITÉS: Tableau des Systèmes des unités

Quantity	Basic dimensions	Units	
		SI	B.E.S.
Length	L	meter	foot
Mass	M	kilogram	slug
Time	T	second	second
Temperature	θ	°C (relative) K (absolute)	°F (relative) °R (absolute)

Quantity	Derived dimensions	Units	
		SI	B.E.S.
Area	L^2	meters ²	feet ²
Volume	L^3	meters ³	feet ³
Velocity	LT^{-1}	meters/second	feet/second
Acceleration	LT^{-2}	meters/second ²	feet/second ²
Force	MLT^{-2}	newton	pound
Pressure	$ML^{-1}T^{-2}$	newtons/meter ²	pounds/foot ²
Density	ML^{-3}	kilogram/meter ³	slugs/foot ³
Kinematic viscosity	L^2T^{-1}	meters ² /second	feet ² /second
Momentum	MLT^{-1}	newton-second	pound-second
Energy	ML^2T^{-2}	joule	foot-pound
Power	ML^2T^{-3}	watt	foot-pound/second
Angle	-----	radian or degree	radian or degree
Angular velocity	T^{-1}	radians/second	radians/second
Angular acceleration	T^{-2}	radians/second ²	radians/second ²
Moment of inertia	ML^2	kilogram-meter ²	slug-ft ²

Suite Annexe D

$$1 \text{ ft} = 0.3048 \text{ m}$$

$$1 \text{ inch} = 0.0254 \text{ m}$$

$$1 \text{ slug} = 14.5939 \text{ kg}$$

$$1 \text{ slug} / \text{ft}^2 = 1.3558 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$1 \text{ slug} / \text{ft}^3 = 515.37 \text{ kg} / \text{m}^3$$

$$1 \text{ lbf} = 4.4412 \text{ N}$$

$$1 \text{ lbf} / \text{ft}^2 = 47.8802 \text{ N} / \text{m}^2$$

$$1 \text{ lbf} / \text{inch}^2 = 6894.7572 \text{ N} / \text{m}^2$$

$$1 \text{ kgf} = 9.8066 \text{ N}$$

ANNEXE E

La liste des dérivées d'un hélicoptère en vol stationnaire.

Les dérivatives en vol stationnaire.

<u>DERIVATIVE</u>	<u>EQUATION</u>
$\left(\frac{\partial \mu}{\partial \dot{x}}\right)_M \left(\frac{\partial \lambda'}{\partial \dot{z}}\right)_M$	$\left(\frac{1}{\Omega R}\right)_{M1}$
$\left(\frac{\partial \mu}{\partial \dot{x}}\right)_T \left(\frac{\partial \lambda'}{\partial \dot{y}}\right)_T$	$\left(\frac{1}{\Omega R}\right)_T$
$\frac{\partial a_{1s}}{\partial \mu}$	$\frac{8}{3}\theta_0 + 2\theta_1 - 2\frac{v_1}{\Omega R}$
$\frac{\partial b_{1s}}{\partial \mu}$	$\frac{4}{3}a_0$
$\frac{\partial C_T/\sigma}{\partial \lambda'}$	$\frac{1}{\frac{8}{a} + \frac{\sqrt{\frac{\sigma}{2}}}{\sqrt{C_T/\sigma}}}$
$\frac{\partial C_Q/\sigma}{\partial \lambda'}$	$-\frac{a}{4}\left(\theta_{.75} - 2\frac{v_1}{\Omega R}\right)$
$\frac{\partial a_{1s}}{\partial q}, \frac{\partial b_{1s}}{\partial p}$	$-\frac{16}{\gamma\Omega\left(1 - \frac{l}{R}\right)^2}$
$\frac{\partial a_{1s}}{\partial p}, \frac{-\partial b_{1s}}{\partial q}$	$\frac{1}{\Omega} \left[1 - \frac{192\frac{l}{R}}{\gamma^2\left(1 - \frac{l}{R}\right)^5} \right]$

$\frac{\partial a_{1s}}{\partial A_1}, \frac{\partial b_{1s}}{\partial B_1}$	$\frac{12 \frac{l}{R}}{\gamma \left(1 - \frac{l}{R}\right)^3}$
$\frac{\partial a_{1s}}{\partial B_1}, -\frac{\partial b_{1s}}{\partial A_1}$	$\frac{-1}{1 + \frac{144 \left(\frac{l}{R}\right)^2}{\gamma^2 \left(1 - \frac{l}{R}\right)^6}}$
$\frac{\partial C_H/\sigma}{\partial a_{1s}}, \frac{\partial C_Q/\sigma}{\partial b_{1s}}$	$\frac{3}{2} C_T/\sigma \left(1 - \frac{a}{18 C_T/\sigma} \frac{\theta_{.75}}{\sigma}\right)$
$\frac{\partial M}{\partial a_{1s}}, \frac{\partial R}{\partial b_{1s}}$	$\frac{\frac{3}{4} \frac{l}{R} A_b \rho R (\Omega R)^2 a}{\gamma}$
$\left(\frac{\partial X}{\partial \dot{x}}\right)_M$	$-\rho A_b (\Omega R)^2 \frac{\partial C_H/\sigma}{\partial a_{1s}} \frac{\partial a_{1s}}{\partial \mu} \frac{\partial \mu}{\partial \dot{x}}$
$\left(\frac{\partial X}{\partial \dot{y}}\right)_M$	$-\left(\frac{\partial Y}{\partial \dot{x}}\right)_M$
$\left(\frac{\partial X}{\partial q}\right)_M$	$-\rho A_b (\Omega R)^2 \frac{\partial C_H/\sigma}{\partial a_{1s}} \frac{\partial a_{1s}}{\partial q}$
$\left(\frac{\partial X}{\partial p}\right)_M$	$-\rho A_b (\Omega R)^2 \frac{\partial C_H/\sigma}{\partial a_{1s}} \frac{\partial a_{1s}}{\partial p}$
$\left(\frac{\partial X}{\partial \theta_0}\right)_M$	$-\rho A_b (\Omega R)^2 (\bar{a}_{1s} + i_M) \frac{\partial C_H/\sigma}{\partial \theta_0}$
$\left(\frac{\partial X}{\partial A_1}\right)_M$	$-\rho A_b (\Omega R)^2 \frac{\partial C_H/\sigma}{\partial a_{1s}} \frac{\partial a_{1s}}{\partial A_1}$
$\left(\frac{\partial X}{\partial B_1}\right)_M$	$-\rho A_b (\Omega R)^2 \frac{\partial C_H/\sigma}{\partial a_{1s}} \frac{\partial a_{1s}}{\partial B_1}$
$\left(\frac{\partial Y}{\partial \dot{x}}\right)_M$	$-\rho A_b (\Omega R)^2 \frac{\partial C_H/\sigma}{\partial a_{1s}} \frac{\partial b_{1s}}{\partial \mu} \frac{\partial \mu}{\partial \dot{x}}$
$\left(\frac{\partial Y}{\partial \dot{y}}\right)_M$	$\left(\frac{\partial X}{\partial \dot{x}}\right)_M$
$\left(\frac{\partial Y}{\partial q}\right)_M$	$\left(\frac{\partial X}{\partial p}\right)_M$
$\left(\frac{\partial Y}{\partial p}\right)_M$	$-\left(\frac{\partial X}{\partial q}\right)_M$

$\left(\frac{\partial Y}{\partial \theta_0}\right)_M$	$\rho A_b (\Omega R)^2 \bar{b}_{1s} \frac{\partial C_T / \sigma}{\partial \theta_0}$
$\left(\frac{\partial Y}{\partial A_1}\right)_M$	$\left(\frac{\partial X}{\partial B_1}\right)_M$
$\left(\frac{\partial Y}{\partial B_1}\right)_M$	$-\left(\frac{\partial X}{\partial A_1}\right)_M$
$\left(\frac{\partial Z}{\partial \dot{z}}\right)_M$	$-\rho A_b (\Omega R)^2 \frac{\partial C_T / \sigma}{\partial \lambda'} \frac{\partial \lambda'}{\partial \dot{z}}$
$\left(\frac{\partial Z}{\partial \theta_0}\right)_M$	$-\rho A_b (\Omega R)^2 \frac{\partial C_T / \sigma}{\partial \theta_0}$
$\left(\frac{\partial R}{\partial \dot{x}}\right)_M$	$\left(\frac{\partial R}{\partial b_{1s}}\right)_M \frac{\partial b_{1s}}{\partial \mu} \frac{\partial \mu}{\partial \dot{x}} + \left(\frac{\partial Y}{\partial \dot{x}}\right)_M b_M$
$\left(\frac{\partial R}{\partial \dot{y}}\right)_M$	$-\left(\frac{\partial M}{\partial \dot{x}}\right)_M$
$\left(\frac{\partial R}{\partial \dot{z}}\right)_M$	$\left(\frac{\partial Z}{\partial \dot{z}}\right)_M y_M$
$\left(\frac{\partial R}{\partial q}\right)_M$	$\left(\frac{\partial R}{\partial b_{1s}}\right)_M \frac{\partial b_{1s}}{\partial q} + \left(\frac{\partial Y}{\partial q}\right)_M b_M$
$\left(\frac{\partial R}{\partial p}\right)_M$	$\left(\frac{\partial R}{\partial b_{1s}}\right)_M \frac{\partial b_{1s}}{\partial p} + \left(\frac{\partial Y}{\partial p}\right)_M b_M$
$\left(\frac{\partial R}{\partial \theta_0}\right)_M$	$\left(\frac{\partial Y}{\partial \theta_0}\right)_M b_M + \left(\frac{\partial Z}{\partial \theta_0}\right)_M y_M$
$\left(\frac{\partial R}{\partial A_1}\right)_M$	$\left(\frac{\partial R}{\partial b_{1s}}\right)_M \frac{\partial b_{1s}}{\partial A_1} + \left(\frac{\partial Y}{\partial A_1}\right)_M b_M$
$\left(\frac{\partial R}{\partial B_1}\right)_M$	$\left(\frac{\partial R}{\partial b_{1s}}\right)_M \frac{\partial b_{1s}}{\partial B_1} + \left(\frac{\partial Y}{\partial B_1}\right)_M b_M$
$\left(\frac{\partial M}{\partial \dot{x}}\right)_M$	$\left(\frac{\partial M}{\partial a_{1s}}\right)_M \frac{\partial a_{1s}}{\partial \mu} \frac{\partial \mu}{\partial \dot{x}} - \left(\frac{\partial X}{\partial \dot{x}}\right)_M b_M$
$\left(\frac{\partial M}{\partial \dot{y}}\right)_M$	$-\left(\frac{\partial R}{\partial \dot{x}}\right)_M$
$\left(\frac{\partial M}{\partial \dot{z}}\right)_M$	$\left(\frac{\partial Z}{\partial \dot{z}}\right)_M l_M$
$\left(\frac{\partial M}{\partial q}\right)_M$	$\left(\frac{\partial M}{\partial a_{1s}}\right)_M \frac{\partial a_{1s}}{\partial q} - \left(\frac{\partial X}{\partial q}\right)_M b_M$

$\left(\frac{\partial M}{\partial p}\right)_M$	$\left(\frac{\partial M}{\partial a_{1s}}\right)_M \frac{\partial a_{1s}}{\partial p} - \left(\frac{\partial X}{\partial p}\right)_M b_M$
$\left(\frac{\partial M}{\partial \theta_0}\right)_M$	$-\left(\frac{\partial X_A}{\partial \theta_0}\right)_M b_M + \left(\frac{\partial Z}{\partial \theta_0}\right)_M l_M$
$\left(\frac{\partial M}{\partial A_1}\right)_M$	$\left(\frac{\partial M}{\partial a_{1s}}\right)_M \frac{\partial a_{1s}}{\partial A_1} - \left(\frac{\partial X}{\partial A_1}\right)_M b_M$
$\left(\frac{\partial M}{\partial B_1}\right)_M$	$\left(\frac{\partial M}{\partial a_{1s}}\right)_M \frac{\partial a_{1s}}{\partial B_1} - \left(\frac{\partial X}{\partial B_1}\right)_M b_M$
DERIVATIVE	EQUATION
$\left(\frac{\partial N}{\partial \dot{z}}\right)_M$	$\rho A_b (\Omega R)^2 R \frac{\partial C_Q / \sigma}{\partial \lambda'} \frac{\partial \lambda'}{\partial \dot{z}}$
$\left(\frac{\partial N}{\partial r}\right)_M$	$2\rho A_b (\Omega R)^2 R C_Q / \sigma$
$\left(\frac{\partial N}{\partial \theta_0}\right)_M$	$\rho A_b (\Omega R)^2 R \frac{\partial C_Q / \sigma}{\partial \theta_0}$

Ref.[10]