

TECHNOSUP

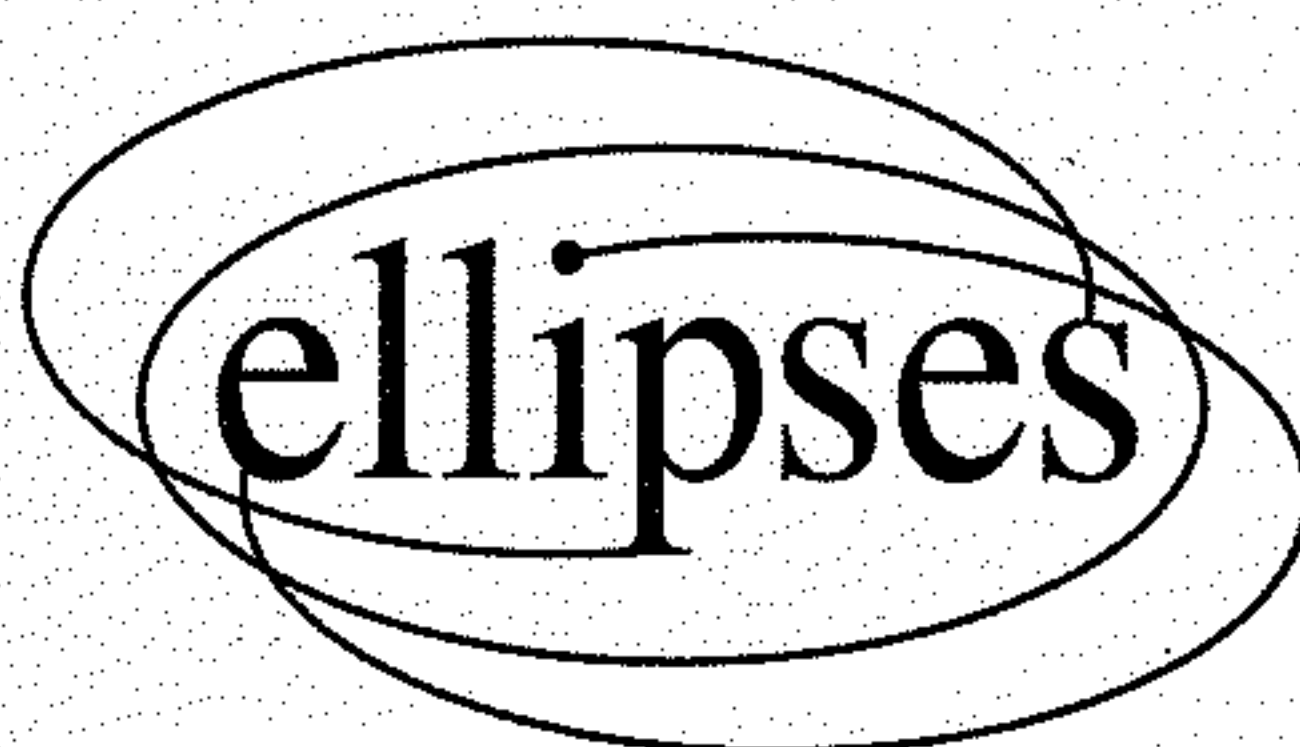
Les FILIÈRES TECHNOLOGIQUES des ENSEIGNEMENTS SUPÉRIEURS

STRUCTURES

Méthode de calcul par éléments finis

Principe, matrices élémentaires, assemblage
Cours et exercices corrigés

Naman RECHO
Jonathan BARES
Benjamin RICHARD



2-624-270-1



2-624-270-1

TECHNOSUP

Les FILIÈRES TECHNOLOGIQUES des ENSEIGNEMENTS SUPÉRIEURS

STRUCTURES

Méthode de calcul par éléments finis

Principe, matrices élémentaires, assemblage

Cours et exercices corrigés

Naman RECHO

Professeur des universités – Université Clermont-Ferrand 2

Jonathan BARES

Post-doctorant - Duke University (USA)

Benjamin RICHARD

Ingénieur-chercheur - CEA Gif sur Yvette

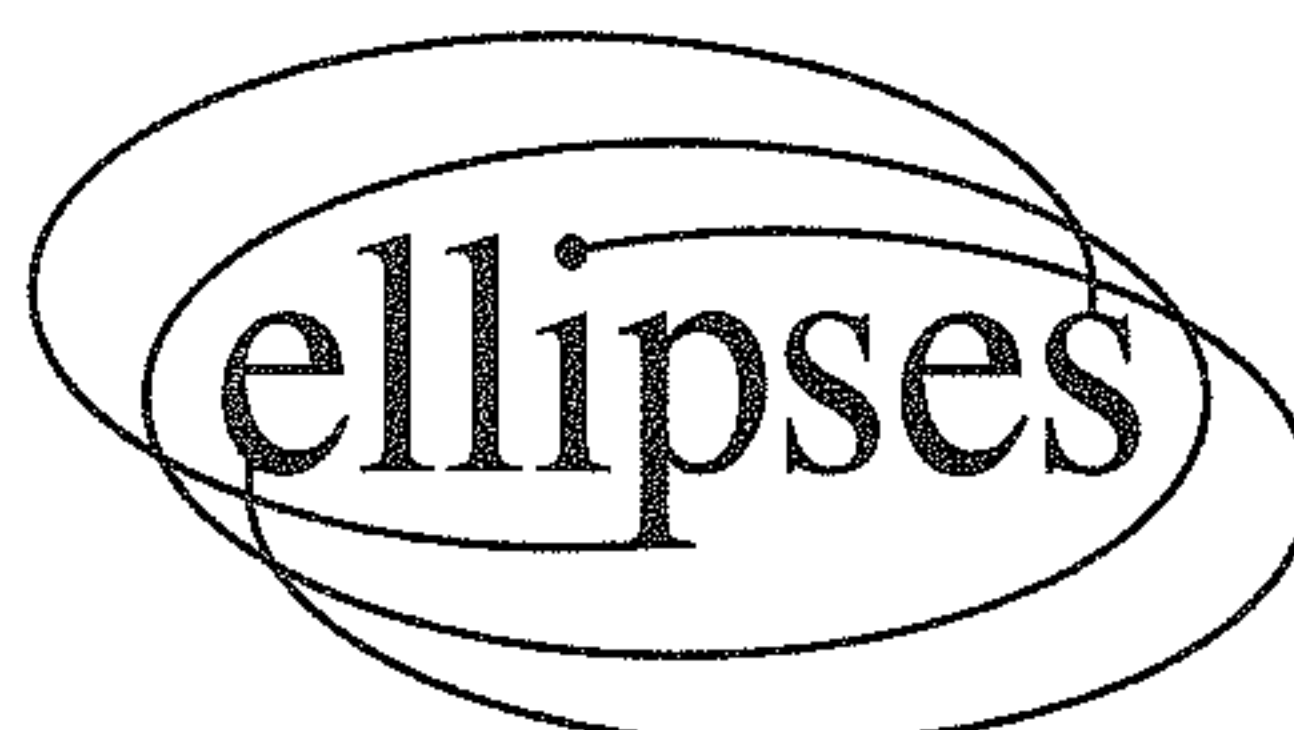


Table des matières

I	Rappels préliminaires	1
1	Présentation du problème physique	1
2	Equations de la mécanique des milieux continus	5
2.1	Equations d'équilibre	5
2.2	Equations de la cinématique	9
2.3	Loi de comportement élastique linéaire	10
3	Schéma de résolution	12
II	Théorème de l'énergie potentielle	17
1	Vision physique simplifiée	17
2	Formalisation mathématique	20
3	Application bidimensionnelle	25
III	Eléments finis en mécanique	28
1	Définition	28
2	Démarche de résolution générale	29
2.1	Explication « philosophique »	29
2.2	Explication mathématique	31
3	Méthodologie de résolution	38

IV	Matrices de rigidité élémentaires	44
1	Cas de la barre horizontale	44
2	Cas de la barre inclinée	47
3	Cas de l'élément triangulaire à trois nœuds	50
4	Cas de l'élément carré	55
5	Cas de l'élément poutre en flexion	57
V	Etude de quelques points techniques	63
1	Changement d'orientation des éléments pleins plans	63
2	Utilisation de la périodicité et des symétries	64
3	Importance du choix de la densité d'éléments	65
4	Calcul numérique	67
4.1	Intégration de la matrice de rigidité élémentaire	67
4.2	Résolution du système linéaire	70
5	Effet de la numérotation des nœuds	71
6	Contraintes et effet local	73
VI	Applications et assemblage	75
1	Structure treillis	75
2	Surface carrée	80
3	Structure mixte et utilisation des symétries	84
4	Conditions aux limites en pression	88
5	Poutre encastree	95
6	Exemple industriel	98
VII	Grandes déformations	99
VIII	Elasto-plasticité	103
1	Préambule	103

2	Formulation unidimensionnelle	104
3	Formulation bidimensionnelle	106
4	Conséquences sur la formulation éléments finis	107
IX	Exercices résolus	110
1	Exercice 1 : Poutre console triangulaire pleine	110
2	Exercice 2 : Console triangulaire à barres	114
3	Exercice 3 : Console triangulaire à trois barres	117
4	Exercice 4 : Structure pendue mixte	121
5	Exercice 5 : Structure console mixte	127
6	Exercice 6 : Structure console à trois barres	131
X	Conclusion et généralisation	136
XI	Annexe : Initiation à Cast3M	144
1	Présentation de Cast3M : le langage GIBIANE	145
2	Structure d'un fichier GIBIANE	147
2.1	Définition des options de calcul	147
2.2	Réalisation du maillage	148
2.3	Affectation des lois de comportement	151
2.4	Conditions aux limites	153
2.5	Résolution	155
2.6	Post-traitement	156
3	Quelques exemples de résolution	158
3.1	Structure treillis	159
3.2	Structure mixte	163
4	Pour aller plus loin	169
XII	Index	

La collection TECHNOSUP dirigée par Claude Chèze est une sélection d'ouvrages dans toutes les disciplines, pour les filières technologiques des enseignements supérieurs.

Niveau A	Approche (éléments, résumés ou travaux dirigés)	IUT - BTS - 1 ^{er} cycle
Niveau B	Bases (cours avec exercices et problèmes résolus)	IUP - Licence
Niveau C	Compléments (approfondissement, spécialisation)	Écoles d'ingénieurs, Master

L'ouvrage : niveau C

L'ouvrage est une initiation à la méthode des éléments finis appliquée aux calculs de structures. Il propose des clefs devant permettre de démystifier cette méthode avant de se plonger dans les logiciels de calcul pour aller plus loin.

Le choix d'une présentation pragmatique plutôt que théorique ayant été retenu, les méthodes d'analyse numérique et leur justification ne sont que sommairement abordées. Toutefois après quelques rappels de mécanique des milieux continus est développée une analyse détaillée du principe du minimum de l'énergie potentielle, fondement de nombreux codes de calcul. L'architecture d'un code est décrite dans le cadre de lois de comportement simples. C'est le logiciel Cast3M, développé au CEA, qui a été choisi pour sa portée pédagogique reconnue par l'ensemble de la communauté scientifique.

La méthode des éléments finis est illustrée à travers des cas classiques : barre, éléments plans, poutres. Quelques points particuliers sont présentés en vue d'évaluer le domaine de validité des différents types d'éléments finis afin de pouvoir opérer des choix.

Ainsi l'accent est mis sur la compréhension et l'application de la méthode, notamment à travers d'exemples de résolution analytique développés et commentés. En annexe quelques exemples sont traités à l'aide du code de calcul Cast3M.

Les auteurs :

Naman RECHO est Professeur des universités à l'Université Blaise Pascal Clermont-II et à l'Institut Pascal. Il a créé l'option Mécanique des Matériaux et Structures à l'EPF (École d'ingénieurs à Scea

Jonathan BARES, Ingénieur de l'École Centrale de Lyon et de la PennState University-USA Postdoctoral Research Associate à la Duke University (USA).

Benjamin RICHARD, Ingénieur INSA et docteur-ingénieur, est ingénieur-chercheur au Service d'Études Mécaniques et Thermiques du CEA (Saclay).

Illustration de couverture : Dessin de Léonard de Vinci

