

Méthodes mathématiques pour l'informatique

J. Vélu

DUNOD

informatique

Table des Matières

Avant-Propos	IX
Chapitre 1. Analyse combinatoire	1
1. Ensembles	1
1.1. Les ensembles	1
1.2. Les éléments	1
1.3. Les applications	2
1.4. Injection, surjection, bijection	3
2. Ensembles finis	4
2.1. Cardinal d'un ensemble	4
2.2. Applications entre ensembles finis	5
3. Analyse combinatoire	6
3.1. Produit de deux ensembles	6
3.2. Nombre d'applications de A dans B	7
3.3. Nombre d'injections de A dans B	8
3.4. Arrangements	9
3.5. Nombre de bijections entre deux ensembles	9
3.6. Combinaisons	11
3.7. Propriétés des nombres C_n^p	13
4. Exercices	17
Chapitre 2. Les relations	23
1. Relations	23
1.1. Ensemble produit	23
1.2. Relations	23
1.3. Réflexivité, symétrie, antisymétrie, transitivité	24
2. Relations d'équivalence	26
2.1. Définition	26
2.2. Classes d'équivalence	27
3. Relations d'ordre	29
3.1. Définition	29
3.2. Diagramme de Hasse	29
3.3. Exemples	30
3.4. Éléments minimaux, maximaux, plus grand et plus petit élément	32
4. Treillis	34
4.1. Définition	34
4.2. Propriétés des opérations $\vee$ et $\wedge$	35
4.3. Treillis distributif, treillis complémenté	36

5. Exercices	37
Chapitre 3. Parties d'un ensemble	43
1. Fonctions caractéristiques	43
1.1. Référentiel	43
1.2. Fonctions caractéristiques	44
1.3. La correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et $\{0,1\}^E$	44
2. Les treillis $\mathcal{P}(E)$ et $\{0,1\}^E$	45
2.1. La relation d'ordre sur $\mathcal{P}(E)$	45
2.2. Le treillis $\mathcal{P}(E)$	46
2.3. Le treillis $\{0,1\}^E$	49
3. Principe d'inclusion-exclusion	51
3.1. Fonction caractéristique et cardinal	51
3.2. Principe d'inclusion-exclusion	52
4. Probabilités combinatoires	53
4.1. Espace des épreuves	54
4.2. Événements	54
4.3. Fréquence et probabilité	55
4.4. Loi de probabilité	57
4.5. Probabilités uniformes	58
4.6. Cas où l'espace des épreuves est infini	59
4.7. Probabilité conditionnelle	60
4.8. Événements indépendants	61
4.9. Essais répétés indépendants	62
5. Exercices	64
Chapitre 4. Calcul propositionnel	73
1. Les propositions	73
2. Les connexions	75
2.1. Définitions	75
2.2. La négation	75
2.3. La conjonction	76
2.4. La disjonction	77
2.5. L'implication	77
3. Les formes propositionnelles	80
3.1. Définitions	80
3.2. Table de vérité d'une forme propositionnelle	81
3.3. Le calcul sur les formes propositionnelles	82
3.4. Comparaison des formes propositionnelles	82
3.5. Classes de formes propositionnelles	83
4. Prédicats et quantificateurs	86
4.1. Prédicats	86
4.2. Quantificateurs	87
4.3. Quantificateurs et connecteurs	88

5. Principe de récurrence	89
5.1. Le principe de récurrence	89
5.2. Les Axiomes de Peano	89
6. Exercices	90
Chapitre 5. Algèbre de Boole	99
1. Les algèbres de Boole	99
1.1. Définition	99
1.2. Opérations dans les algèbres de Boole	99
1.3. Définition algébrique des algèbres de Boole	102
1.4. Démonstration du théorème 5.2	103
2. Le théorème de Stone	105
2.1. Introduction	105
2.2. Démonstration du théorème de Stone	106
2.3. Démonstration du lemme	108
3. Exercices	109
Chapitre 6. Fonctions booléennes	113
1. Introduction	113
2. Les fonctions booléennes	117
2.1. Notations	117
2.2. Définitions	118
2.3. L'algèbre de Boole F_n	118
3. La forme canonique disjonctive	121
3.1. Les mintermes	121
3.2. Formule pour un minterme	122
3.3. La forme canonique disjonctive	123
3.4. La forme canonique conjonctive	124
3.5. Systèmes d'équations booléennes	125
3.6. Application aux problèmes de couverture	127
4. L'algèbre des circuits	129
4.1. Chaînes de contacts	129
4.2. Les portes	131
5. Exercices	134
Chapitre 7. Simplification des formules	141
1. Introduction	141
2. Les formules polynômiales	142
2.1. Monômes	142
2.2. Formules polynômiales	143
3. La méthode de Karnaugh	146
3.1. Représentation de B^3 et B^4	146
3.2. Le diagramme de Karnaugh d'une fonction	148
3.3. Cas des monômes	149

3.2. Codages linéaires	206
3.3. Matrice génératrice	208
3.4. Distance minimale d'un code linéaire	209
4. Correction	210
4.1. Vecteur d'erreur	210
4.2. Syndromes	212
4.3. Codes de Hamming	214
5. Exercices	216
Annexe A. Systèmes de numération	219
1. Systèmes de numération	219
1.1. Représentation des entiers	219
1.2. Représentation des nombres réels	220
2. Conversions	221
2.1. Divers systèmes de numération	221
2.2. Conversions	221
2.3. Nombre de chiffres dans l'écriture d'un entier	225
3. Applications de l'écriture binaire	227
3.1. Indexation des fonctions binaires	227
3.2. Calcul des puissances entières	227
3.3. Algorithme d'Euclide en base deux	228
4. Exercices	230
Annexe B. Rudiments d'algèbre linéaire	219
1. Généralités	235
1.1. Corps	235
1.2. Espaces vectoriels	237
1.3. Applications linéaires	238
2. Bases d'un espace vectoriel	239
2.2. Propriétés des familles libres	240
2.3. Propriétés des bases	241
2.4. Méthode de Gauss	244
2.5 Caractérisation des isomorphismes	245
3. Calcul matriciel	246
3.1. Définitions	246
3.2. Matrice d'une application linéaire	247
3.3. Opérations sur les applications linéaires	249
3.4. Opérations sur les matrices	250
4. Exercices	253
Index	255
Liste des symboles	259



METHODES MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE

Les thèmes regroupés dans cet ouvrage constituent une solide base de connaissances mathématiques pour les utilisateurs de l'informatique et les informaticiens : analyse combinatoire, probabilités discrètes, calcul propositionnel, algèbre de Boole, arithmétique, codes détecteurs et correcteurs d'erreurs...

Les méthodes proposées associent toujours une présentation intuitive des concepts à une mise en forme pratique pour la résolution des problèmes. Des exercices, nombreux et souvent distrayants, éclairent des démonstrations qui vont directement à l'essentiel.

Issu du cours de *Mathématiques pour l'informatique* du cycle A du CNAM, cet ouvrage intéressera tous les étudiants du premier cycle (IUT, BTS, DEUG scientifiques), de licence d'informatique, de MIAGE... et, plus généralement, tous les lecteurs désireux d'acquérir une "culture mathématique" adaptée aux applications de l'informatique.

Code 019870



9 782040 198701



ISBN 2-04-019870-9