

SERIE SCHAUM

**THEORIE
ET
APPLICATIONS
DE L'
ANALYSE**

MURRAY R. SPIEGEL

**925
EXERCICES
RESOLUS**

Table des matières

		Page
Chapitre 1	LES NOMBRES.	1
	Ensembles. Nombres réels. Représentation décimale des nombres réels. Représentation géométrique des nombres réels. Opérations sur les nombres réels. Inégalités. Valeur absolue des nombres réels. Exposants et racines. Logarithmes. Fondements axiomatiques des nombres réels. Ensembles de points. Intervalles. Dénombrabilité. Voisinages. Points d'accumulation. Bornes. Théorème de Bolzano-Weierstrass. Nombres algébriques et transcendants. Nombres complexes. Forme trigonométrique des nombres complexes. Raisonnement par récurrence.	
Chapitre 2	FONCTIONS, LIMITES ET CONTINUITÉ.	20
	Fonctions. Graphe d'une fonction. Fonctions bornées. Fonctions monotones. Fonctions réciproques. Maxima et minima. Exemples de fonctions. Fonctions élémentaires. Limites. Limites à droite et à gauche. Théorèmes sur les limites. Définition de l'infini. Limites usuelles. Continuité. Continuité à droite et à gauche. Continuité sur un intervalle. Théorèmes de continuité. Continuité par morceaux. Continuité uniforme.	
Chapitre 3	SUITES.	41
	Définition d'une suite. Limite d'une suite. Théorème sur les limites de suites. Suites divergentes. Suites monotones, bornées. Borne supérieure et borne inférieure d'une suite. Limite supérieure. Limite inférieure. Intervalles emboîtés. Critère de Cauchy. Séries.	
Chapitre 4	DÉRIVÉES.	57
	Définition d'une dérivée. Dérivées à droite et à gauche. Dérivabilité sur un intervalle. Dérivabilité par morceaux. Interprétation géométrique d'une dérivée. Différentielles. Règles de dérivation. Dérivées des fonctions élémentaires. Dérivées d'ordre supérieur. Théorème de Rolle. Théorème des accroissements finis et généralisation de Cauchy. Formule de Taylor. Développements usuels. Règles de l'Hospital. Applications.	
Chapitre 5	INTEGRALES.	80
	Définition d'une intégrale (définie). Ensemble de mesure nulle. Propriétés des intégrales définies. Théorèmes de la moyenne pour les intégrales. Primitives. Théorème fondamental du calcul intégral. Intégrales définies, dont les limites d'intégration sont variables. Changement de variable dans les intégrales. Intégration des fonctions élémentaires. Méthodes d'intégrations. Intégrales impropres. Méthodes numériques de calcul des intégrales définies. Applications.	
Chapitre 6	DÉRIVÉES PARTIELLES.	101
	Fonctions de plusieurs variables. Variables dépendantes et indépendantes. Domaine d'une fonction. Repère orthogonal de l'espace. Voisinages. Domaines. Limites. Limites doubles. Continuité. Continuité uniforme. Dérivées partielles. Dérivées partielles d'ordre supérieur. Différentielles. Théorèmes sur les différentielles. Différentiation des fonctions composées. Théorème d'Euler sur les fonctions homogènes. Fonctions implicites. Jacobiens. Dérivées partielles à l'aide des jacobiens. Théorèmes sur les jacobiens. Transformations. Coordonnées curvilignes. Théorèmes des accroissements finis et formule de Taylor.	
Chapitre 7	VECTEURS.	134
	Vecteurs et scalaires. Algèbre des vecteurs. Règles de calcul de l'algèbre des vecteurs. Vecteurs unitaires. Vecteurs unitaires orthogonaux. Composantes d'un vecteur. Produit scalaire. Produit	

	vectoriel. Produit mixte et double produit vectoriel. Approche axiomatique de l'analyse vectorielle. Fonctions vectorielles. Limites, continuité et dérivées des fonctions vectorielles. Interprétation géométrique de la dérivée vectorielle. Gradient, divergence et rotationnel. Formules utilisant $\vec{\nabla}$. Interprétation vectorielle des jacobiens. Coordonnées curvilignes orthogonales. Gradient, divergence, rotationnel et laplacien en coordonnées curvilignes orthogonales. Coordonnées curvilignes particulières.	
Chapitre 8	APPLICATIONS DES DERIVEES PARTIELLES.	161
	Applications géométriques. Plan tangent à une surface. Droite normale à une surface. Droite tangente à une courbe. Plan normal à une courbe. Enveloppes. Dérivées selon des directions. Dérivation sous le signe d'intégration. Maxima et minima. Maxima et minima liés : méthode des multiplicateurs de Lagrange. Applications au calcul d'erreurs.	
Chapitre 9	INTEGRALES MULTIPLES.	180
	Intégrales doubles. Calcul des intégrales par itération. Intégrales triples. Transformations des intégrales multiples.	
Chapitre 10	INTEGRALES CURVILIGNES, INTEGRALES DE SURFACE ET THEOREMES DU CALCUL INTEGRAL.	195
	Intégrales curvilignes. Notation vectorielle des intégrales curvilignes. Calcul des intégrales curvilignes. Propriétés des intégrales curvilignes. Courbes simples fermées. Domaines simplement connexes ou multiplément connexes. Théorème de Green dans le plan. Conditions pour qu'une intégrale curviligne soit indépendante du chemin d'intégration. Intégrales de surface. Théorème sur la divergence. Théorème de Stokes.	
Chapitre 11	SERIES.	224
	Convergence et divergence d'une série. Propriétés fondamentales des séries. Séries particulières : Séries géométriques. Série de Riemann. Critères de convergence et de divergence des séries à termes positifs : Critère de la comparaison, critère du quotient, critère de l'intégrale. Critère pour une série alternée. Convergence absolue et semi-convergence. Règle de d'Alombert. Règle de Cauchy. Critère de Raabe, Critère de Gauss. Théorème sur les séries absolument convergentes. Suites et séries de fonctions. Convergence uniforme. Critères particuliers pour la convergence uniforme des séries. Critère de Weierstrass. Critère de Dirichlet. Théorèmes sur les séries uniformément convergentes. Séries de puissances. Théorèmes sur les séries de puissances. Opérations sur les séries de puissances. Développement des fonctions en séries de puissances. Quelques exemples importants de séries de puissances. Sujets particuliers. Fonctions définies par des séries. Fonctions de Bessel et hypergéométriques. Séries à termes complexes. Séries de fonctions de plusieurs variables. Séries doubles. Produits infinis. Sommabilité. Séries asymptotiques.	
Chapitre 12	INTEGRALES GENERALISEES (OU IMPROPRES).	260
	Définition d'une intégrale impropre. Intégrales impropres de première espèce. Intégrales impropres particulières de première espèce : Intégrale d'exponentielle. Intégrale "p", de première espèce. Critères de convergence pour les intégrales impropres de première espèce. Critère de la comparaison. Critère du quotient. Critère de comparaison avec des séries. Convergence absolue et semi-convergence. Intégrales généralisées de deuxième espèce. Valeur principale de Cauchy. Intégrales impropres particulières de deuxième espèce. Critères de convergence pour les intégrales généralisées de seconde espèce. Intégrales impropres de troisième espèce. Intégrales impropres dépendant d'un paramètre. Convergence uniforme. Critères particuliers pour la convergence uniforme des intégrales. Critère de Weierstrass. Critère de Dirichlet. Théorèmes sur les intégrales uniformément convergentes. Calcul d'intégrales définies. Transformée de Laplace. Intégrales multiples impropres.	
Chapitre 13	FONCTIONS GAMMA ET BETA.	285
	Fonction gamma. Table des valeurs et graphe de la fonction gamma. Formule asymptotique pour $\Gamma(n)$. Résultats divers utilisant la fonction gamma. Fonction bêta. Intégrales de Dirichlet.	

Chapitre 14 **SERIES DE FOURIER** 298

Fonctions périodiques. Séries de Fourier. Conditions de Dirichlet. Fonctions paires et impaires. Séries de Fourier en cosinus ou sinus. Egalité de Parseval. Dérivation et intégration des séries de Fourier. Notation complexe pour les séries de Fourier. Problèmes des conditions aux limites. Fonctions orthogonales.

Chapitre 15 **INTEGRALES DE FOURIER** 321

L'intégrale de Fourier. Formes équivalentes du théorème sur l'intégrale de Fourier. Transformée de Fourier. Egalité de Parseval pour les intégrales de Fourier. Théorème de convolution.

Chapitre 16 **INTEGRALES ELLIPTIQUES** 331

L'intégrale elliptique incomplète de première espèce. L'intégrale elliptique incomplète de deuxième espèce. L'intégrale elliptique incomplète de troisième espèce. Formes de Jacobi pour les intégrales elliptiques. Intégrales réductibles des intégrales elliptiques. Fonctions elliptiques de Jacobi. Transformation de Landen.

Chapitre 17 **FONCTIONS D'UNE VARIABLE COMPLEXE** 345

Fonctions. Limites et continuité. Dérivées. Equations de Cauchy-Reemann. Intégrales. Théorème de Cauchy. Formules intégrales de Cauchy. Séries de Taylor. Points singuliers. Pôles. Séries de Laurent. Résidus. Théorème des résidus. Calcul des intégrales définies.

INDEX 373