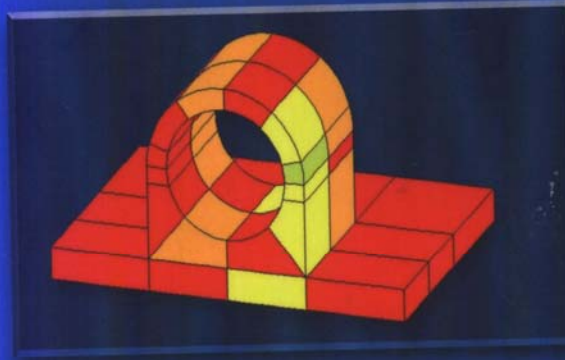


L'USINE NOUVELLE

Alexandre Ern

Aide-mémoire Éléments finis



DUNOD

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos	VII
1 • Prélude : éléments finis en dimension un	1
1.1 Le problème modèle	1
1.2 Principes de la méthode des éléments finis	6
1.3 Élément fini de Lagrange P_1	9
1.4 Élément fini de Lagrange P_k	15
1.5 Analyse de convergence	21
1.6 Résolution numérique	24
1.7 Complément : élément fini de Hermite	27
2 • La méthode de Galerkin	30
2.1 Le problème modèle est-il bien posé ?	31
2.2 Principe de la méthode de Galerkin	33
2.3 Le problème approché est-il bien posé ?	35
2.4 Analyse d'erreur	37
3 • Éléments finis de Lagrange	45
3.1 Notion locale d'élément fini de Lagrange	45
3.2 Exemples classiques d'éléments finis de Lagrange	47
3.3 Notions élémentaires sur les maillages	54
3.4 Génération d'éléments finis de Lagrange	62
3.5 Espaces H^1 -conformes	64
3.6 Interpolé de Lagrange sur un maillage	69
3.7 Interpolation isoparamétrique	70

4 • Autres éléments finis	75
4.1 Définition générale d'un élément fini	75
4.2 Opérateur d'interpolation local	77
4.3 Opérateur d'interpolation global	78
4.4 Éléments finis de Crouzeix–Raviart	83
4.5 Éléments finis de Raviart–Thomas	86
4.6 Éléments finis de Nédélec (ou d'arête)	90
4.7 Éléments finis de degré élevé	94
5 • Approximation de problèmes coercifs	103
5.1 Le Laplacien	104
5.2 Élasticité linéaire	121
5.3 Complément : approximation spectrale	129
6 • Éléments finis mixtes	133
6.1 Problèmes de type point selle	134
6.2 Éléments finis mixtes pour le problème de Stokes	139
6.3 Éléments finis mixtes pour le problème de Darcy	151
6.4 Complément : compressibilité artificielle	163
7 • Galerkin/moindres carrés	165
7.1 Principe de la méthode	165
7.2 Advection–réaction	169
7.3 Advection–diffusion avec advection dominante	175
7.4 Problème de Stokes	181
7.5 Complément : viscosité de sous-maille	184
8 • Estimation d'erreur <i>a posteriori</i>	188
8.1 Cadre général	188
8.2 Estimateurs par résidu	192
8.3 Estimateurs par dualité	196
8.4 Estimateurs hiérarchiques	199
8.5 Maillages adaptatifs	205
8.6 Compléments	206

9 • Quadratures	213
9.1 Principe des quadratures	213
9.2 Exemples de quadratures	217
9.3 Erreurs de quadrature dans la méthode des éléments finis	224
10 • Matrices d'éléments finis	228
10.1 Conditionnement	229
10.2 Factorisation LU et variantes	236
10.3 Matrices creuses et renumérotation	243
11 • Solveurs itératifs	249
11.1 Méthodes de relaxation	250
11.2 Gradient conjugué et variantes	256
11.3 Méthodes multi-échelles	271
11.4 Compléments	284
12 • Programmer les éléments finis	288
12.1 Structure de données pour le maillage	288
12.2 Structure de données pour les quadratures	292
12.3 Assemblage	296
12.4 Stockage	300
12.5 Mailleurs	305
12.6 Conditions aux limites de Dirichlet	307
Annexe • Bases mathématiques de la méthode des éléments finis	310
A.1 Espaces de Banach	310
A.2 Espaces de fonctions régulières	319
A.3 Intégration et espaces de Lebesgue	320
A.4 Distributions et espaces de Sobolev	323
Nomenclature	329
Bibliographie	337
Index	345