G. GIRAUD
J.-P. DUFOUR

# Mathématiques et résolution des équations aux dérivées partielles classiques

CÉPADUÈS-ÉDITIONS

# Table des matières

# Chapitre 1

# SÉRIES

## 1.1 Définitions.

Une série est une expression de la forme $u_0 + u_1 + \cdots + u_n + \cdots$ où l'on a une infinité de termes $u_n$ avec $n \in \mathbb{N}$; on note aussi cette expression $\sum u_n$ ou $\sum\limits_n u_n$. Le terme $u_n$, appelé **terme général** de la série, peut être un nombre réel ou complexe, une fonction... etc.

Pratiquement se donner une série revient à se donner tout simplement la **suite** $(u_n)_{n \geq 0}$; les signes $+$ ou le signe $\sum$ ne signifient pour le moment rien d'autre que le fait que l'on cherche à donner un sens à "l'empilement" de tous les $u_n$ (ou à la "somme" de tous les $u_n$). Par exemple si on cherche à "empiler" les nombres $\frac{1}{n}$, l'impression "intuitive" est qu'il serait possible d'obtenir un nombre plus grand que tout nombre choisi auparavant.
Il en serait de même si $u_n = \frac{1}{n^2}$ avec $u_0 = 1$ en s'intéressant à la somme $1 + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \ldots$

On peut avoir l'impression que lorsque $u_n > 0$ pour tout $n$, la somme de tous ces $u_n$ "est infinie".

**Exemple :**

Le "paradoxe de Zenon" peut être présenté comme suit :
Achille et une Tortue font une course. Achille court 10 fois plus vite que la Tortue et devrait la battre même s'il lui laisse un fort handicap. Cependant on peut faire le raisonnement suivant.
On suppose qu'Achille laisse **10** m d'avance à la Tortue au départ. Quand A (Achille) atteint le point $T_0$ où la Tortue était au temps 0 (départ) celle-ci est au point $T_1 > T_0$; quand $A$ est en $T_1$, la Tortue $T$ est en $T_2$, $T_2 > T_1$... quand $A$ est en $T_n$, $T$ est en $T_{n+1} > T_n$.

$A_0$ 10 m $T_0$ $T_1 T_2$

**S**éries de Fourier, transformées de Fourier, ces outils très utilisés en physique sont ici appliqués à la résolution d'équations aux dérivées partielles telles que l'équation des ondes à une dimension, l'équation de la chaleur, équation de Laplace.

Les premiers chapitres rappellent les connaissances devant être acquises par un étudiant du premier cycle s'orientant vers les mathématiques ou la physique (séries numériques, séries de fonctions, séries entières, séries de Fourier, transformées de Fourier), particulièrement dans le deuxième chapitre un complément sur les matrices (Jordanisation) est fourni afin de montrer l'utilisation de l'algèbre linéaire dans les situations physiques se traduisant par un système d'équations différentielles.

L'avant dernier chapitre prouve l'utilité de ces notions pour la résolution d'équations aux dérivées partielles avec des démonstrations rigoureuses de l'unicité de la solution.

Quant au dernier chapitre sur les fonctions complexes, il fournit des méthodes supplémentaires de calcul d'intégrales.

Cet ouvrage constitue un tout nécessaire à l'ét[illegible] désirant faire des études d'ingénieur. Chaque ch[illegible] est suivi d'exercices permettant de vérifi[illegible] compréhension des outils.





Réf. : 606
I.S.B.N. : 2-85428-60
9 782854 286069