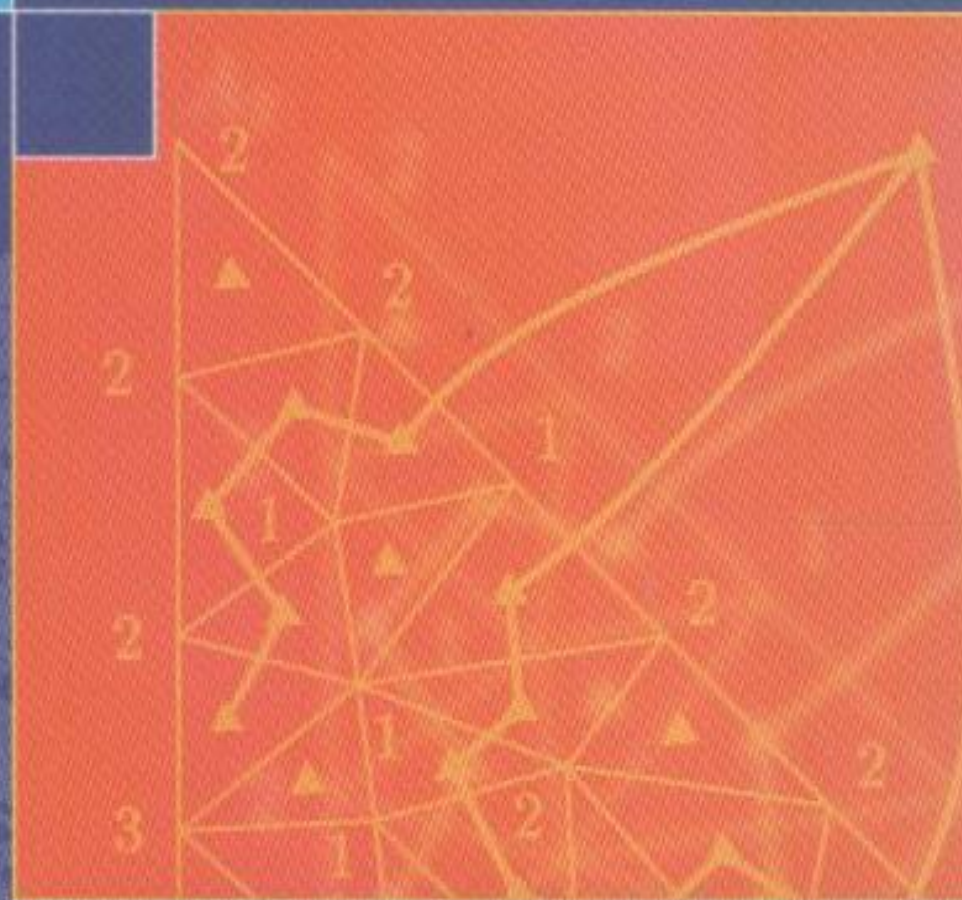


Jiří Matoušek • Jaroslav Nešetřil

Collection IRIS
dirigée par Nicolas Puech



Introduction aux mathématiques discrètes

Traduit de l'anglais par Delphine Hachez



Springer

2-004-267-1

2-004-267-1

Jiří Matoušek, Jaroslav Nešetřil



Introduction aux mathématiques discrètes

Traduit de l'anglais par Delphine Hachez



Springer

Table des matières

1	Introduction et notions fondamentales	1
1.1	Quelques problèmes	2
1.2	Nombres et ensembles	8
1.3	Récurrence mathématique et autres types de démonstration	18
1.4	Fonctions	28
1.5	Relations	35
1.6	Relations d'équivalence	40
1.7	Ensembles ordonnés	44
2	Dénombrement combinatoire	52
2.1	Fonctions et sous-ensembles	52
2.2	Permutations et factorielles	58
2.3	Coefficients binomiaux	61
2.4	Estimations : une introduction	72
2.5	Estimations : la fonction factorielle	80
2.6	Estimations : les coefficients binomiaux	88
2.7	Le principe d'inclusion-exclusion	94
2.8	La responsable du vestiaire	100
3	Graphes : une introduction	106
3.1	Notion de graphe ; isomorphisme	106
3.2	Sous-graphes, composantes et matrice d'adjacence	115
3.3	Score d'un graphe	123
3.4	Graphes eulériens	129
3.5	Un algorithme qui permet de trouver un cycle eulérien	135
3.6	Graphes eulériens orientés	139
3.7	2-connexité	144
4	Les arbres	151
4.1	Définition et caractérisations des arbres	151
4.2	Isomorphismes d'arbres	159

4.3 Arbres couvrants d'un graphe	165
4.4 Problème de l'arbre couvrant de poids minimal	171
4.5 Algorithmes de Jarník et de Borůvka	178
5 Dessiner des graphes dans le plan	183
5.1 Dessiner dans le plan et sur d'autres surfaces	183
5.2 Cycles dans les graphes planaires	191
5.3 La formule d'Euler	198
5.4 Coloriages de cartes : le problème des quatre couleurs	209
6 Double décompte	221
6.1 Arguments de parité	221
6.2 Théorème de Sperner concernant les familles indépendantes	231
6.3 Un résultat en théorie extrémale des graphes	239
7 Le nombre d'arbres couvrants	244
7.1 Le résultat	244
7.2 Une preuve via le score	246
7.3 Une preuve avec des vertébrés	248
7.4 Une preuve qui utilise le code de Prüfer	250
7.5 Ce qui est peut-être la preuve la plus simple	254
7.6 Une preuve qui utilise les déterminants	257
8 Plans projectifs finis	266
8.1 Définitions et propriétés fondamentales	266
8.2 Existence de plans projectifs finis	277
8.3 Carrés latins orthogonaux	282
8.4 Applications combinatoires	286
9 Probabilité et preuves probabilistes	290
9.1 Preuves par le dénombrement	290
9.2 Espaces probabilisés finis	298
9.3 Variables aléatoires et espérance	309
9.4 Quelques applications	315
10 Fonctions génératrices	326
10.1 Applications combinatoires des polynômes	326
10.2 Intervention des séries entières	330
10.3 Nombres de Fibonacci et nombre d'or	342

10.4 Arbres binaires	350
10.5 Sur le lancement de dés	355
10.6 Marche aléatoire	356
10.7 Partitions d'entiers	360
11 Applications de l'algèbre linéaire	368
11.1 Blocs	368
11.2 Inégalité de Fisher	374
11.3 Recouvrement par des graphes bipartis complets	378
11.4 Espace cyclique d'un graphe	381
11.5 Circulations et coupures : retour sur l'espace cyclique	385
11.6 Vérification probabiliste	390
Annexe : Prérequis d'algèbre	401
Bibliographie	411
Indications pour certains exercices	417
Index	441