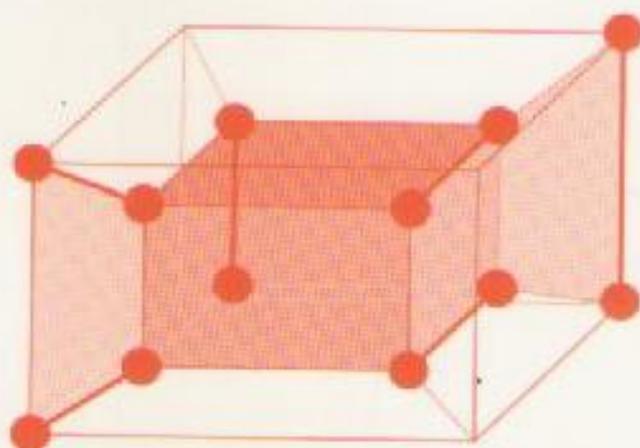


Eléments de mathématiques discrètes



2-004-273-1

2-004-273-1

Collection des sciences appliquées de l'INSA de Lyon

Eléments de mathématiques discrètes

Louis Frécon



SOMMAIRE

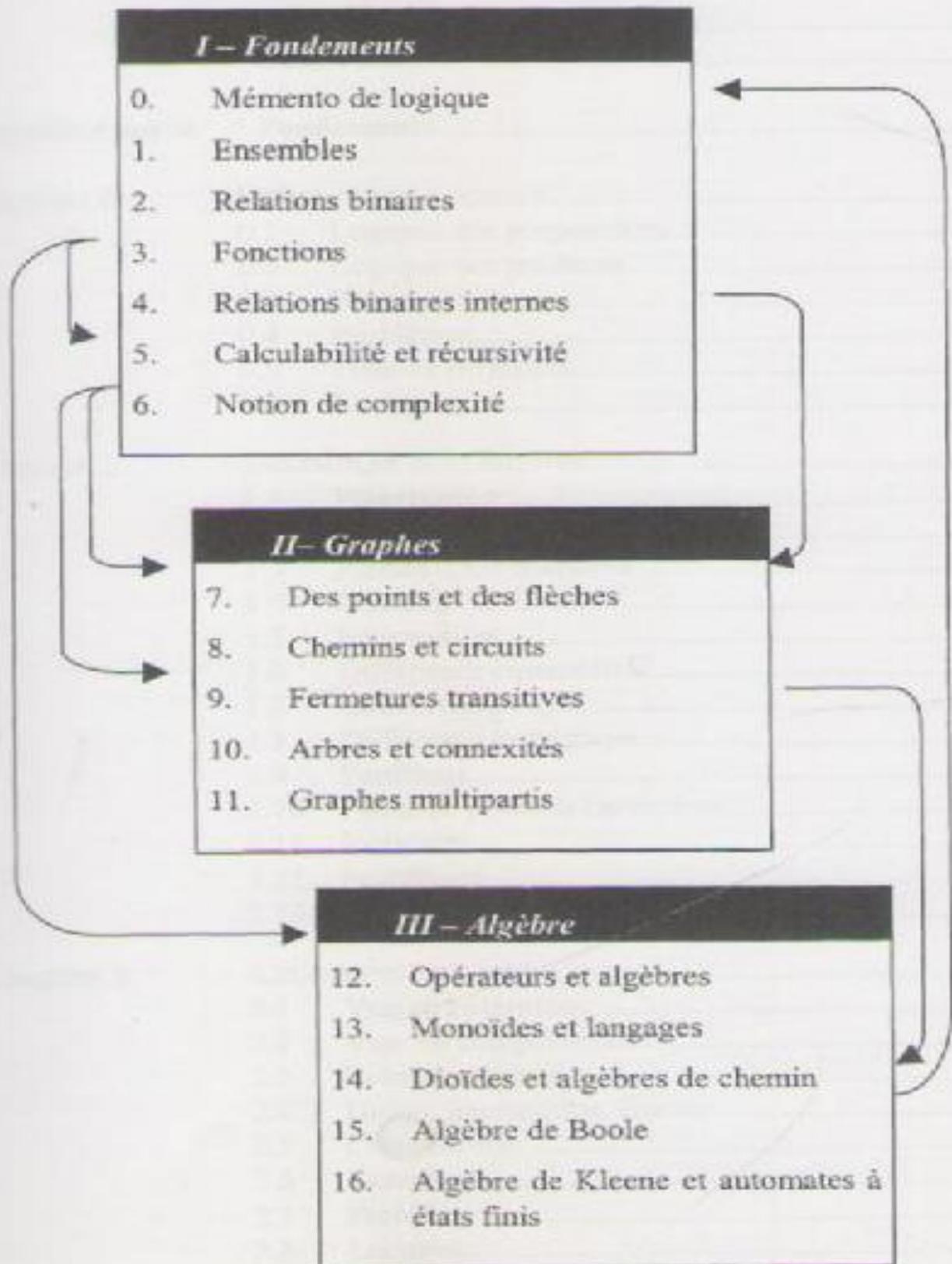


TABLE DES MATIÈRES

	DÉPARTEMENT D'INFORMATIQUE.....	V
	SOMMAIRE.....	VII
Première partie	Fondements	1
Chapitre 0	MÉMENTO DE LOGIQUE.....	3
	0.1 Logique des propositions.....	3
	0.2 Logique des prédicats.....	11
	0.3 Exercices.....	15
	0.4 Problèmes.....	17
	0.5 Piste de réflexion.....	18
	0.6 Lectures.....	18
Chapitre 1	ENSEMBLES & ÉLÉMENTS.....	21
	1.1 Présentation.....	21
	1.2 Inclusions.....	23
	1.3 Parties d'un ensemble.....	25
	1.4 Union.....	26
	1.5 Intersection.....	27
	1.6 Différence ensembliste.....	28
	1.7 Couvertures.....	29
	1.8 Différence symétrique.....	31
	1.9 Partitions.....	32
	1.10 Paires & produits cartésiens.....	34
	1.11 Exercices.....	35
	1.12 Problèmes.....	37
	1.13 Lectures.....	40
Chapitre 2	RELATIONS BINAIRES.....	41
	2.1 Vue en extension.....	41
	2.2 Vue en compréhension.....	44
	2.3 Relation inverse.....	45
	2.4 Union, intersection, finesse.....	46
	2.5 Composition.....	46
	2.6 Exercices.....	47
	2.7 Problèmes.....	48
	2.8 Lectures.....	48

Chapitre 3	FONCTIONS.....	51
	3.1 Relations binaires régulières.....	51
	3.2 Fonctions.....	51
	3.3 Surjection.....	53
	3.4 Image & inverse.....	54
	3.5 Injection & bijection.....	54
	3.6 Synoptiques.....	56
	3.7 Composition de fonctions.....	57
	3.8 Ensembles dénombrables et finis.....	58
	3.9 Relations n-aires.....	59
	3.10 Fonctions généralisées.....	61
	3.11 Exercices.....	63
	3.12 Problèmes.....	64
	3.13 Lectures.....	65
Chapitre 4	RELATIONS BINAIRES INTERNES.....	67
	4.1 Présentation.....	67
	4.2 Propriétés des relations binaires internes.....	68
	4.3 Restriction.....	72
	4.4 Equivalence.....	72
	4.5 Ordres.....	75
	4.6 Préordre.....	79
	4.7 Récapitulatifs.....	84
	4.8 Exercices.....	85
	4.9 Problèmes.....	87
	4.10 Thèmes de réflexion.....	92
	4.11 Lectures.....	94
Chapitre 5	FONCTIONS, CALCULABILITÉ, RÉCURRENCE.....	95
	5.1 Calculabilité, décidabilité.....	95
	5.2 Calculabilité et récursivité.....	96
	5.3 Récursivités convergente, divergente, stationnaire.....	101
	5.4 Ensembles récursifs et récursivement énumérables.....	103
	5.5 Aux sources de l'arithmétique et de l'algèbre.....	104
	5.6 Exercices.....	106
	5.7 Problèmes.....	107
	5.8 Pistes de réflexion.....	108
	5.9 Lectures.....	109
Chapitre 6	NOTION DE COMPLEXITÉ.....	111
	6.1 Premier exemple.....	111
	6.2 Règles d'estimation de la complexité.....	112
	6.3 Préordre de complexité.....	115
	6.4 Classes de complexité.....	115
	6.5 Optimisation du calcul d'une fonction.....	117
	6.6 Représentations d'une table creuse.....	121
	6.7 Exercices.....	123
	6.8 Problèmes.....	124
	6.9 Lectures.....	125

Deuxième partie	Graphes	127
Chapitre 7	DES POINTS ET DES FLÈCHES	129
	7.1 Présentation.....	129
	7.2 Degrés & demi-degrés.....	129
	7.3 Prédécesseurs, successeurs, adjacents.....	130
	7.4 Sommets initiaux, terminaux, isolés.....	130
	7.5 Sous-graphe.....	130
	7.6 Graphe partiel.....	131
	7.7 Graphe complet, cliques.....	131
	7.8 Représentations.....	131
	7.9 Propriétés des relations binaires et graphes associés.....	133
	7.10 Propriété faible / propriété forte.....	135
	7.11 Graphe valué.....	135
	7.12 Exercices.....	136
	7.13 Problèmes.....	136
	7.14 Thèmes de réflexion.....	137
	7.15 Lectures.....	137
Chapitre 8	CHEMINS & CIRCUITS	139
	8.1 Les chemins.....	139
	8.2 Circuits et boucles dans un graphe.....	141
	8.3 Chemins élémentaires dans un graphe.....	141
	8.4 Recherche de chemins dans un graphe.....	143
	8.5 Méthodes matricielles.....	145
	8.6 Méthode locale 1 : recherche par niveaux.....	152
	8.7 Méthode locale 2 : méthode du meilleur d'abord.....	155
	8.8 Méthode locale 3 : recherche en profondeur.....	158
	8.9 Problèmes hamiltoniens.....	161
	8.10 Problèmes eulériens.....	162
	8.11 Exercices.....	164
	8.12 Problèmes.....	165
	8.13 Thèmes de réflexion.....	169
	8.14 Lectures.....	169
Chapitre 9	FERMETURES TRANSITIVES	171
	9.1 Fermeture transitive et descendance stricte.....	171
	9.2 Fermeture réflexo-transitive et descendance large.....	171
	9.3 Interprétation des relations quelconques.....	172
	9.4 Accessibilité dans les systèmes à états.....	174
	9.5 Exercices.....	179
	9.6 Problèmes.....	179
	9.7 Lectures.....	181
Chapitre 10	ARBRES & CONNEXITÉ	183
	10.1 Chaînes & cycles.....	183
	10.2 Graphe (fortement) connexe.....	184
	10.3 Composante connexe d'un graphe.....	184

	10.4 Composantes fortement connexes.....	185
	10.5 Centres, rayon, diamètre d'un graphe.....	185
	10.6 Arbres, forêts, hiérarchies, arborescences.....	187
	10.7 Arbre couvrant.....	188
	10.8 Arbre couvrant minimal.....	189
	10.9 Points, ensembles d'articulation.....	190
	10.10 Isthme.....	191
	10.11 k-Connexité et robustesse structurelle.....	191
	10.12 Multi-graphes.....	192
	10.13 Exercices.....	196
	10.14 Problèmes.....	197
	10.15 Pistes de réflexion.....	198
	10.16 Vocabulaire.....	198
	10.17 Lectures.....	200
Chapitre 11	GRAPHES MULTIPARTIS.....	201
	11.1 Présentation.....	201
	11.2 Tests de multipartisme.....	202
	11.3 Jeux & fonctions de Grundy.....	204
	11.4 Coloriage de graphes.....	207
	11.5 Graphes bipartis.....	212
	11.6 Graphes et hypergraphes.....	214
	11.7 Exercices.....	218
	11.8 Problèmes.....	219
	11.9 Pistes de réflexion.....	220
	11.10 Lectures.....	220
Troisième partie	Algèbres.....	221
Chapitre 12	OPÉRATEURS & ALGÈBRES.....	223
	12.1 Opérateurs & signatures.....	223
	12.2 Syntaxe des expressions.....	224
	12.3 Sémantique formelle des expressions.....	225
	12.4 Algèbres.....	225
	12.5 Propriétés des opérateurs.....	227
	12.6 Éléments remarquables pour un opérateur.....	228
	12.7 Déparenthésages.....	231
	12.8 Propriétés inter-opérateurs.....	236
	12.9 Morphismes.....	237
	12.10 Formes normales & canoniques.....	239
	12.11 Exercices.....	240
	12.12 Problèmes.....	241
	12.13 Pistes de réflexion.....	242
	12.14 Lectures.....	243
Chapitre 13	MONOÏDES & GROUPES.....	245
	13.1 Présentation.....	245
	13.2 Semi-Groupe.....	248
	13.3 Groupe.....	249

13.4	Monoïde finiment engendré.....	251
13.5	Langages formels.....	254
13.6	Grammaires.....	254
13.7	Exercices.....	256
13.8	Problèmes.....	258
13.9	Pistes de réflexion.....	260
13.10	Lectures.....	261
Chapitre 14	DIOÏDES.....	263
14.1	Présentation.....	263
14.2	Semi-anneau.....	264
14.3	Anneau.....	264
14.4	Corps.....	265
14.5	Graphe valué.....	265
14.6	Calculs matriciels.....	267
14.7	Thèse centrale.....	267
14.8	Taille illimitée.....	267
14.9	Taille limitée.....	269
14.10	Exemples.....	270
14.11	Graphes multivalués.....	273
14.12	Exercices.....	274
14.13	Problèmes.....	277
14.14	Pistes de réflexion.....	277
14.15	Lectures.....	279
14.16	Famille des dioïdes.....	279
Chapitre 15	ALGÈBRE DE BOOLE.....	281
15.1	Intérêt.....	281
15.2	Algèbre de boole élémentaire.....	282
15.3	Modélisation booléenne de technologies.....	283
15.4	Fonctions booléennes.....	285
15.5	Géométrie booléenne.....	286
15.6	Bases d'une fonction.....	289
15.7	Des sommes de monômes aux produits de clauses.....	300
15.8	Approches dichotomiques.....	305
15.9	Equations booléennes.....	308
15.10	Anneau de Boole.....	309
15.11	Equivalences majeures.....	312
15.12	Exercices.....	313
15.13	Problèmes.....	313
15.14	Piste de réflexion.....	314
15.15	Lectures.....	314
Chapitre 16	ALGÈBRE DE KLEENE & AUTOMATES À ÉTATS FINIS.....	317
16.1	Notion d'automate à états finis.....	317
16.2	Grammaires de Kleene.....	321
16.3	Algèbre de Kleene.....	322
16.4	Propriété centrale.....	325

	16.5	Des expressions régulières aux graphes de transition.....	328
	16.6	Synoptique.....	333
	16.7	Exercices.....	333
	16.8	Problèmes.....	335
	16.9	Pistes de réflexion.....	336
	16.10	Lectures.....	337
Annexe		INDICATIONS SUR LES EXERCICES & PROBLÈMES.....	339
		Chapitre 0 : Memento de logique.....	339
		Chapitre 1 : Ensembles & éléments.....	341
		Chapitre 2 : Relations binaires.....	344
		Chapitre 3 : Fonctions.....	345
		Chapitre 4 : Relations binaires internes.....	348
		Chapitre 5 : Fonctions, calculabilité, récurrence.....	352
		Chapitre 6 : Notion de complexité.....	354
		Chapitre 7 : Des points et des flèches.....	355
		Chapitre 8 : Chemins & circuits.....	356
		Chapitre 9 : Fermetures transitives.....	357
		Chapitre 10 : Arbres & connexité.....	359
		Chapitre 11 : Graphes multipartis.....	359
		Chapitre 12 : Opérateurs et algèbres.....	361
		Chapitre 13 : Monoïdes.....	361
		Chapitre 14 : Dioïdes.....	363
		Chapitre 15 : Algèbre de Boole.....	364
		Chapitre 16 : Algèbres de Kleene & automates à états finis.....	364
		INDEX.....	367