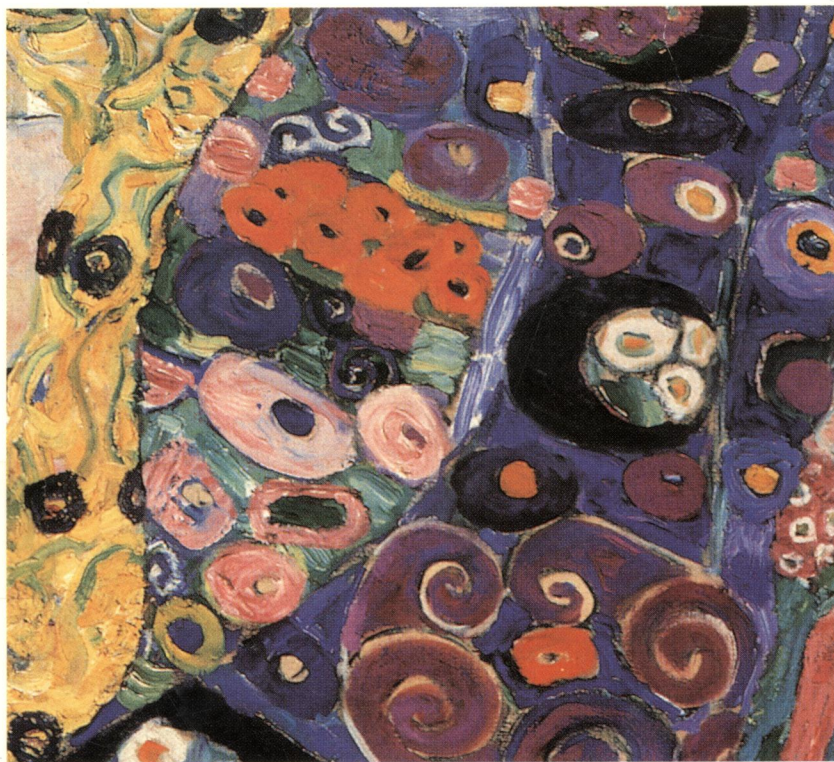
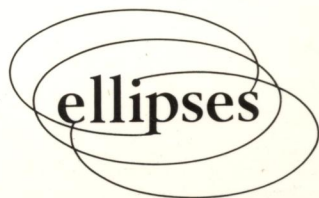


PROGRAMMATION LOGIQUE PAR CONTRAINTES

François Fages



ÉCOLE POLYTECHNIQUE



2-005-536-1

2-005-536-1



PROGRAMMATION LOGIQUE PAR CONTRAINTES

François FAGES

Chargé de Recherche au CNRS, à l'École Normale Supérieure,
Maître de Conférences à l'École Polytechnique



Table des matières

I Théories logiques	11
I.A Langages du premier ordre	11
I.A.1 Termes du premier ordre	11
I.A.2 Formules du premier ordre	13
I.B Calcul propositionnel	14
I.C Structures mathématiques	16
I.C.1 Sémantique des langages du premier ordre	17
I.C.2 Univers de Herbrand	19
I.D Preuves	21
I.E Complétude des théories et décidabilité des structures	23
II Structure des termes du premier ordre	27
II.A Algèbre des termes et théories de l'égalité	27
II.B Substitutions	30
II.B.1 Préordre de filtrage sur les termes	30
II.B.2 Préordre de filtrage sur les substitutions	32
II.B.3 Unification de termes	33
II.C Algorithmes d'unification	34
II.C.1 Algorithme de Herbrand-Robinson	34
II.C.2 Algorithme de Huet	37
II.C.3 Algorithme de Martelli-Montanari	43
II.C.4 Algorithme de Paterson-Wegman	44
II.C.5 Algorithme = Logique + Contrôle	44
III Programmes logiques	45
III.A Syntaxe et interprétation procédurale	45
III.A.1 Syntaxe	45
III.A.2 Principe de résolution SLD	46
III.A.3 Indépendance de la stratégie de sélection	48
III.B Sémantique déclarative	50
III.B.1 Sémantique logique	51
III.B.2 Sémantique de point fixe	54
III.B.3 Complétude de la résolution SLD	56
III.C Prolog	59
III.C.1 Exemples de programmes Prolog	60
III.C.2 Structure des termes Prolog	65
III.C.3 Stratégie de recherche	67
III.C.4 Stratégie de sélection	69
III.D Méta-programmation en Prolog	72
III.D.1 Unification correcte	72

III.D.2 Stratégies de recherche complètes	73
III.D.3 Indécidabilité du plus petit modèle de Herbrand du programme	77
III.D.4 Trace de la preuve et généralisation	78
III.E Démonstration Automatique	80
III.E.1 Théorie des groupes	80
III.E.2 Ordre supérieur	85
IV Programmes logiques avec contraintes	89
IV.A Langage des contraintes	89
IV.B Programmes CLP($\mathcal{S}$)	91
IV.C Interprétation procédurale	93
IV.D Exemples	96
IV.D.1 Prolog et CLP($\mathcal{H}$)	96
IV.D.2 CLP($\mathcal{TR}$)	96
IV.D.3 CLP(λ)	97
IV.D.4 CLP($\mathcal{R}$)	97
IV.D.5 CLP($\mathcal{N}$) et CLP($\mathcal{FD}$)	101
IV.D.6 CLP($\mathcal{B}$)	103
IV.E Sémantiques formelles	104
IV.E.1 Sémantiques opérationnelles	105
IV.E.2 Observation des succès	106
IV.E.3 Observation des contraintes calculées	108
IV.F Interprétation abstraite	114
V Domaines finis et optimisation combinatoire	119
V.A Principes de propagation de contraintes	119
V.A.1 Principe de "forward checking"	120
V.A.2 Principe de "looking ahead"	123
V.A.3 Algorithme de propagation de contraintes	126
V.B Implémentation d'une librairie CLP($\mathcal{FD}$)	127
V.B.1 Variables à domaine fini comme variables attribuées	127
V.B.2 Contraintes comme co-routines	129
V.B.3 Optimisation par séparation-évaluation	131
V.C Exemples en optimisation combinatoire	134
V.C.1 Coloriage de graphes	134
V.C.2 Ordonnancement disjonctif	135
V.C.3 Régulation du trafic aérien	137
V.C.4 Ordonnancement avec capacités	140
V.D Principes de modélisation	141
V.D.1 Contraintes globales	141
V.D.2 Heuristiques d'énumération	143
V.D.3 Modèles multiples	144
VI Négation	149
VI.A Réponses négatives à un but	149
VI.A.1 Sémantique opérationnelle de l'échec fini	150
VI.A.2 Sémantique logique	150
VI.A.3 Complétude	153
VI.B Buts avec négation	154

VI.B.1 Sémantique opérationnelle de la négation constructive	154
VI.B.2 Complétude	155
VI.C Programmes normaux	156
A Appendice A Théorèmes de point fixe	159
B Appendice B Principaux prédicats Prolog	161
B.1 Chargement et compilation des programmes	161
B.2 Structure des termes	162
B.3 Expressions arithmétiques	164
B.4 Contrôle	164
C Appendice C Principaux prédicats CLP($\mathcal{FD}$)	167
C.1 Domaine des variables	167
C.2 Contraintes prédéfinies	168
C.3 Contraintes booléennes	169
C.4 Déclaration de nouvelles contraintes	169
C.5 Instanciation des variables de domaine	170
C.6 Optimisation	170
Bibliographie	173
Liste des notations	177
Index	179