

**RAMIS  
DESCHAMPS  
ODOUX**

**Cours de  
mathématiques**

**5. applications de  
l'analyse à la géométrie**

LES COURS DE RÉFÉRENCE

DUNOD

## AVERTISSEMENT

# TABLE DES MATIÈRES

|   |     |
|---|-----|
| AVERTISSEMENT .....   | vii |
| <b>1. Étude affine des arcs</b> .....                         | 1   |
| 1.1. Compléments de topologie .....                           | 1   |
| 1.2. Arcs paramétrés .....                                    | 12  |
| 1.3. Construction du support d'un arc plan .....              | 41  |
| 1.4. Arc paramétré en coordonnées polaires .....              | 49  |
| 1.5. Courbes planes définies implicitement .....              | 59  |
| 1.6. Théorie élémentaire des enveloppes de droites .....      | 74  |
| <b>2. Étude métrique des arcs</b> .....                       | 91  |
| 2.1. Longueur d'un arc; abscisse curviligne .....             | 91  |
| 2.2. Courbure; repère de Frenet; torsion .....                | 102 |
| 2.3. Compléments .....  | 129 |
| <b>3. Étude affine des nappes</b> .....                       | 144 |
| 3.1. Généralités; plans tangents .....                        | 144 |
| 3.2. Notions sur les nappes réglées .....                     | 155 |
| 3.3. Sous-variétés; courbes et surfaces .....                 | 163 |
| <b>4. Étude métrique des nappes et des surfaces</b> .....     | 184 |
| 4.1. Propriétés métriques locales .....                       | 184 |
| 4.2. Aire d'une surface. Intégrale de surface .....           | 210 |
| <b>5. Intégrale d'une forme différentielle</b> .....          | 228 |
| 5.1. Formes différentielles .....                             | 228 |
| 5.2. Intégrales curvilignes .....                             | 236 |
| 5.3. Théorème de Green-Riemann .....                          | 243 |
| 5.4. Intégrale d'une forme différentielle de degré deux ..... | 249 |
| 5.5. Théorème de Stokes; théorème d'Ostrogradski .....        | 255 |
| 5.6. Analyse vectorielle .....                                | 263 |

6. Masses, centres et moments d'inertie ..... 290

    6.1. Intégrale sur un système matériel ..... 290

    6.2. Centre d'inertie d'un système matériel ..... 298

    6.3. Moments d'inertie d'un système matériel ..... 305

INDEX ALPHABÉTIQUE ..... 313

TABLE DES MATIÈRES

1. Étude affine des arcs ..... 1

    1.1. Compléments de topologie ..... 1

    1.2. Arcs paramétrés ..... 13

    1.3. Construction du support d'un arc plan ..... 41

    1.4. Arc paramétrés en coordonnées polaires ..... 49

    1.5. Courbes planes définies implicitement ..... 59

    1.6. Théorie élémentaire des enveloppes de droites ..... 74

2. Étude métrique des arcs ..... 91

    2.1. Longueur d'un arc régulier ..... 91

    2.2. Courbes régulières des plans ..... 102

    2.3. Compléments métriques ..... 129

3. Étude affine des surfaces ..... 144

    3.1. Généralités sur les surfaces ..... 144

    3.2. Notions affines sur les surfaces ..... 152

    3.3. Sous-variétés, courbes de courbure ..... 163

4. Étude métrique des surfaces et des surfaces ..... 184

    4.1. Propriétés métriques locales ..... 184

    4.2. Arc d'une surface, intégrales de courbure ..... 210

5. Intégrales dans les formes différentielles ..... 238

    5.1. Formes différentielles ..... 238

    5.2. Intégrales multiples ..... 238

    5.3. Théorème de Stokes ..... 243

    5.4. Intégrales multiples de degré deux ..... 249

    5.5. Théorème de Green ..... 252

    5.6. Analyse vectorielle ..... 263



Edmond Ramis  
Claude Deschamps  
Jacques Odoux

## COURS DE MATHÉMATIQUES

### 5. applications de l'analyse à la géométrie

Les volumes de la série Ramis constituent des ouvrages de référence qui serviront aux étudiants tout au long de leurs études et auxquels ils pourront se reporter par la suite.

Ils exposent, en algèbre, en analyse et en géométrie, les notions fondamentales dont tout scientifique a besoin. Ils sont donc principalement destinés aux étudiants des premiers cycles et classes préparatoires, aux candidats à la licence et aux concours de recrutement de l'enseignement secondaire, ainsi qu'aux élèves des écoles d'ingénieurs. Ils proposent de nombreux exercices.

**Le volume 1** traite de l'algèbre générale et de l'algèbre linéaire. On y aborde, dans une première partie, l'étude des structures fondamentales des groupes, anneaux, corps et espaces vectoriels. La seconde partie du livre est consacrée à l'algèbre linéaire et aux problèmes de réduction des endomorphismes.

**Le volume 2** traite de l'algèbre quadratique et hermitienne. Après l'étude des espaces euclidiens et hermitiens, la seconde partie est consacrée aux applications des théories précédentes à la géométrie du plan et de l'espace.

**Le volume 3** aborde les notions fondamentales de l'analyse : construction du corps des réels, topologie, étude des fonctions d'une variable réelle et intégration. Il se termine par l'étude du calcul différentiel.

**Le volume 4** poursuit l'étude des notions fondamentales de l'analyse en abordant celle des séries, des séries de Fourier et des séries entières, des équations différentielles et des intégrales multiples.

**Le volume 5** clôt la série en appliquant les résultats des volumes 3 et 4 à l'étude des courbes et des surfaces. On y développe les propriétés métriques des courbes et des surfaces et les formules fondamentales d'analyse vectorielle : Green-Riemann, Stokes et Ostrogradski.

Les auteurs sont tous trois anciens élèves de l'Ecole Normale Supérieure.

Edmond Ramis était Inspecteur général de l'Instruction publique. Claude Deschamps et Jacques Odoux enseignent en deuxième année de classes préparatoires aux grandes écoles, aux lycées Louis-le-Grand à Paris et Champollion à Grenoble.



9 782100 041787

ISBN 2 10 004178 9  
Code 044178

