

COLLECTION
LE COURS
DE MATHÉMATIQUE

CENTRE D'ETUDES
ET DE RECHERCHES
EN INFORMATIQUE

P. QUITTARD PINON
F. LIGNELET

ELEMENTS DE STATISTIQUES
SERIES CHRONOLOGIQUES SCALAIRES



2-519-238-1

OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES
1, Place Centrale de Bab el Oued Aknoun (Alger) 1983

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$$

$$\frac{x}{\sqrt{1+x}}$$

$$\cos x,$$

$$+$$

$$\Delta y_i,$$

$$\leq$$

$$\sin x$$

$$\Phi$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$=$$

$$y''$$

$$x$$

$$0$$

$$(x)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$$

$$\frac{x}{\sqrt{1+x}}$$

$$\cos x,$$

$$+$$

$$\Delta y_i,$$

$$\leq$$

$$\sin x$$

$$\Phi$$

$$\frac{\pi}{2}$$

TABLE DES MATIERES

	Pages
CH. I <u>ELEMENTS FONDAMENTAUX DE L'ETUDE DES CHRONIQUES DISCRETES</u>	1
I/I LES OPERATEURS DISCRETS	
(I,a) L'opérateur de retard B	1
(I,b) L'opérateur d'avance F	2
(I,c) L'opérateur de différence ∇	2
(I,d) L'opérateur de Sommation S	3
I/II EQUATIONS LINEAIRES AUX DIFFERENCES	5
(II,a) Forme des solutions	5
(II,b) Calcul de la fonction complémentaire	6
(II,c) Exemple	7
(II,d) Forme de l'intégrale particulière	8
I/III TRANSFORMEE EN Z D'UNE SUITE	8
(III,a) Définition	8
(III,b) Propriétés de la transformée en Z	9
(III,c) Originale d'une transformée en Z	10
(III,d) Transformée en Z et équations aux différences	11
CH. II <u>NOTIONS DE PROCESSUS STOCHASTIQUES</u>	13
II/I GENERALITES SUR LES PROCESSUS	13
(I,a) Recherche d'un cadre théorique	13
(I,b) Loi temporelle et moments	14
(I,c) Exemples de Processus	15
(I,d) Etude de la fonction d'autocovariance	16
II/II REPRESENTATION SPECTRALE DES PROCESSUS	17
(II,a) Approche utilisant le théorème de Bochner	17
(II,b) Définition d'un bruit blanc	18
(II,c) Approche par le périodogramme	18

II/III PROBLEMES D'ESTIMATION	20
(III,a) Estimation des deux premiers moments	21
(III,b) Estimation spectrale	21
CH. III <u>L'ETUDE TRADITIONNELLE DES CHRONIQUES</u>	24
III/I DESCRIPTION DES SERIES CHRONOLOGIQUES	24
(I,a) L'ajustement par moindres carrés	24
(I,b) Décomposition traditionnelle	25
III/II LA REGRESSION PAR LA METHODE DE BUYS-BALLOT	26
III/III LE LISSAGE DES CHRONIQUES	28
(III,a) Définition	28
(III,b) Les moyennes mobiles	28
(III,c) Le lissage exponentiel	34
III/IV LA DESAISONNALISATION	35
(IV,a) Généralités	35
(IV,b) Utilisation des moyennes mobiles	36
III/V LA PREVISION	37
(V,a) Utilisation du filtre de Buys-Ballot	37
(V,b) Utilisation des moyennes mobiles	37
(V,c) Utilisation du lissage exponentiel	37
(V,d) Utilisation de filtrage optimal	37
III/VI LE CONTROLE DE LA PREVISION	39
(VI,a) Les sommes cumulées	39
(VI,b) Le clignotant de Trigg	40
ANNEXE : PROGRAMMES DE DESAISONNALISATIONS	41
ANNEXE : LE PROGRAMME CHRONO	43

CH. IV <u>LES PROCESSUS LINEAIRES STATIONNAIRES</u>	44
IV/I PROCESSUS LINEAIRE GENERAL	44
(I,a) Définition	44
(I,b) Autocovariance d'un processus linéaire	45
(I,c) Fonction génératrice d'autocovariance	45
(I,d) Conditions de stationnarité et d'inversibilité	46
IV/II LES PROCESSUS AUTO-REGRESSIFS D'ORDRE p	47
(II,a) Définition	47
(II,b) Fonction d'autocorrelation	47
(II,c) Fonction d'autocorrelation partielle	49
(II,d) Le spectre	50
(II,e) Le processus AR(1)	50
(II,f) Le processus AR(2)	51
IV/III LES PROCESSUS EN MOYENNE MOBILE	53
(III,a) Définition	53
(III,b) Fonction d'autocorrelation	53
(III,c) Le spectre	54
(III,d) Le processus MM(1)	54
(III,e) Le processus MM(2)	55
IV/IV LES PROCESSUS MIXTES	56
(IV,a) Définition	56
(IV,b) Fonction d'autocorrelation	56
(IV,c) Le processus ARMMI(1,1)	57
CH. V <u>LES PROCESSUS MIXTES INTEGRES</u>	58
V/I DEFINITION ET GENERALITES	58
(I,a) Forme inverse	58
(I,b) En fonction des a_{t-j}	59
(I,c) Forme d'équations aux différences	59
(I,d) Exemple	60

V/II	LES PROCESSUS INTEGRE EN MOYENNE MOBILE	61
	(II,a) Forme inverse	61
	(II,b) Fonction des a_{t-j}	61
	(II,c) Forme d'équations aux différences	62
	(II,d) Le processus $MMI(0,1,1)$	62
	(II,e) Le processus $MMI(0,2,2)$	63
CH.VI	<u>LA PREVISION DES SERIES NON SAISONNIERES</u>	66
VI/I	MEILLEURE PREVISION EN MOYENNE QUADRATIQUE	66
	(I,a) Recherche de la meilleure prevision	66
	(I,b) Trois formes fondamentales pour la prévision	67
	(I,c) Exemple	68
VI/II	CALCULS ET MISE A JOUR DES PREVISIONS	68
	(II,a) Calcul des Ψ	68
	(II,b) Mise à jour	69
	(II,c) Intervalle de confiance	69
VI/III	LE PREDICTEUR ET LES COEFFICIENTS DE PREVISION	70
	(III,a) Opérateur d'autoregression	70
	(III,b) Rôle de l'opérateur moyenne mobile	70
	(III,c) Coefficients de prévision	71
VI/IV	EXEMPLES	72
	(IV,a) Le processus $MMI(0,1,1)$	72
	(IV,b) Le processus $MMI(0,2,2)$	73
	(IV,c) Le processus $MMI(0,d,q)$	74
	(IV,d) Le processus $ARMMI(p,d,o)$	74
	(IV,e) Etude du $ARMMI(1,o,1)$	74
	(IV,f) Le processus $ARMMI(1,1,1)$	75
VI/V	CORRELATIONS ENTRE ERREURS DE PREVISION	76
	(V,a) Origine distinctes	76
	(V,b) Horizons distincts	77
VI/VI	DETERMINATION DES COEFFICIENTS DE PREVISIONS	77

CH. VII L'IDENTIFICATION DES PROCESSUS LINEAIRES NON SAISONNIERS	79
VII/I TECHNIQUES D'IDENTIFICATION	80
(I,a) Ordre de l'opérateur de différence	80
(I,b) Détermination de p et q	80
(I,c) Estimation des fonctions d'autocorrélations	82
(I,d) Ecart-types de ces fonctions	82
VII/II VALEURS INITIALES : LES CAS SIMPLES	82
(II,a) Processus en moyenne mobile	82
(II,b) Processus auto-regressifs	83
VII/III VALEURS INITIALES : METHODE GENERALE	83
VII/IV LA MULTIPLICITE DES MODELES	85
(IV,a) Etude générale	85
(IV,b) Etude des paramètres en moyenne mobile	86
(IV,c) Utilisation de la représentation arrière	87
CH.VIII L'ESTIMATION DES PROCESSUS LINEAIRES NON SAISONNIERS	88
VIII/I ESTIMATION PAR LE MAXIMUM DE VRAISEMBLANCE	88
(I,a) Fonction de vraisemblance pour un MM(q)	88
(I,b) Généralisation aux processus mixtes	91
VIII/II LA RESOLUTION NUMERIQUE	91
(II,a) Calculs conditionnels	92
(II,b) Calculs inconditionnels	92
VIII/III ESTIMATION NON LINEAIRE	94
(III,a) Le problème	94
(III,b) Interprétation des $[a_t/\hat{\phi}, \hat{\theta}, w]$	97-98
VIII/IV LA PRECISION DE L'ESTIMATION	97-98

CH. IX LA VERIFICATION

IX/I L'ANALYSE DES RESIDUS	101
(I,a) Test de Box et Pierce	101
(I,b) Test du périodogramme	102
IX/II LA MODIFICATION DU MODELE	103
(II,a) Le sur-ajustement	103
(II,b) Utilisation des résidus	103

CH. X LES MODELES SAISONNIERS

X/I LE MODELE $(p,d,q)(P,D,Q)_S$	105
X/II ETUDE DU MODELE $(0,1,1) \times (0,1,1)_{12}$	106
(II,a) Définition	106
(II,b) La prévision	106
(II,c) Identification et estimation préliminaire	107
(II,d) L'estimation	108
(II,e) La vérification	109

ANNEXE : TABLES POUR DIFFERENTS PROCESSUS 110 à 114

CH. XI LA METHODE DE HOLT ET WINTERS

XI/I TRAITEMENT DES SERIES SAISONNIERES	115
(I,a) Les formules	115
(I,b) Le modèle de Holt et Winters	115
XI/II TRAITEMENT DES SERIES SAISONNIERES	116
(II,a) Avec effets additifs	116
(II,b) Avec effets multiplicatifs	117
XI/III LA MISE EN OEUVRE	117
(III,a) Valeurs de départ	117
(III,b) L'hoix des constantes de lissage	117
(III,c) Exemple	119