

JEAN-YVES LE DIMET
GÉOMÉTRIE
ET
TOPOLOGIE
DIFFÉRENTIELLES

COURS & EXERCICES D'APPLICATION
MASTER, CAPES & AGRÉGATION



VUIBERT

Table des matières

Avant-Propos	v
Principales notations	vii
Mode d'emploi	viii
Avertissement	viii
I Rappels et compléments	1
1 Topologie Générale	1
2 Calcul Différentiel	8
II Courbes	23
1 Généralités, longueur d'un arc	23
2 Courbes planes	33
3 Courbes gauches	43
4 Quelques propriétés globales	51
III Variétés et applications différentiables	59
1 Variétés : définition et exemples	59
2 Applications différentiables	68
3 Fibré tangent et Champs de vecteurs	75
4 Champs de vecteurs : courbes intégrales et flot	87
5 Variétés à bord	92
6 Classification des variétés de dimension un	102
IV Quelques propriétés métriques	109
1 L'application de Gauss	109
2 Surfaces de l'espace de dimension trois	115
V Un peu de topologie différentielle	131
1 Points critiques, réguliers ; théorème de Sard	131

2	Homotopie et isotopie différentiables	138
3	Variétés orientables, variétés orientées	147
4	Degré d'une application différentiable	158
5	Transversalité	166
VI Compléments : variétés abstraites		173
1	Atlas et structures différentiables	173
2	Applications différentiables, plongements, difféomorphismes, etc. . .	175
3	Sous-variétés, variétés quotient	177
4	Espace tangent, fibré tangent	178
Bibliographie		180
Index		181

JEAN-YVES LE DIMET
GÉOMÉTRIE & TOPOLOGIE
DIFFÉRENTIELLES

COURS & EXERCICES D'APPLICATION
MASTER, CAPES & AGRÉGATION



Illustré d'une centaine d'exercices, ce cours contient toutes les connaissances classiques portant sur les courbes et les surfaces : repère de Frénet, courbure et torsion des courbes, application de Gauss pour les surfaces et les hypersurfaces, courbure de Gauss, etc.

Volontairement rédigé dans l'esprit actuel de la Licence et du Master, il offre une initiation à la géométrie et à la topologie des variétés, ces dernières étant présentées comme des parties des espaces numériques.

Il pourra également servir d'introduction aux traités spécialisés. Dans cet esprit, on remarquera que le dernier chapitre constitue une introduction aux variétés abstraites.

Pour que ce manuel soit réellement autosuffisant, il s'ouvre sur un important chapitre de rappels portant sur la topologie générale et le calcul différentiel. Les étudiants en Licence y trouveront notamment un résumé de leur programme d'analyse. Enfin, chaque section est suivie d'une abondante série d'exercices d'application directe du cours.

Professeur émérite à l'université Blaise Pascal (Clermont-Ferrand) dont il a dirigé le laboratoire de mathématiques, Jean-Yves Le Dimet a publié de nombreux articles de recherche, notamment dans les Comptes rendus de l'Académie des sciences et dans les revues de la Société mathématique de France.



WWW.VUIBERT.FR

ISBN 978 2 7117 2067 5



9 782711 720675