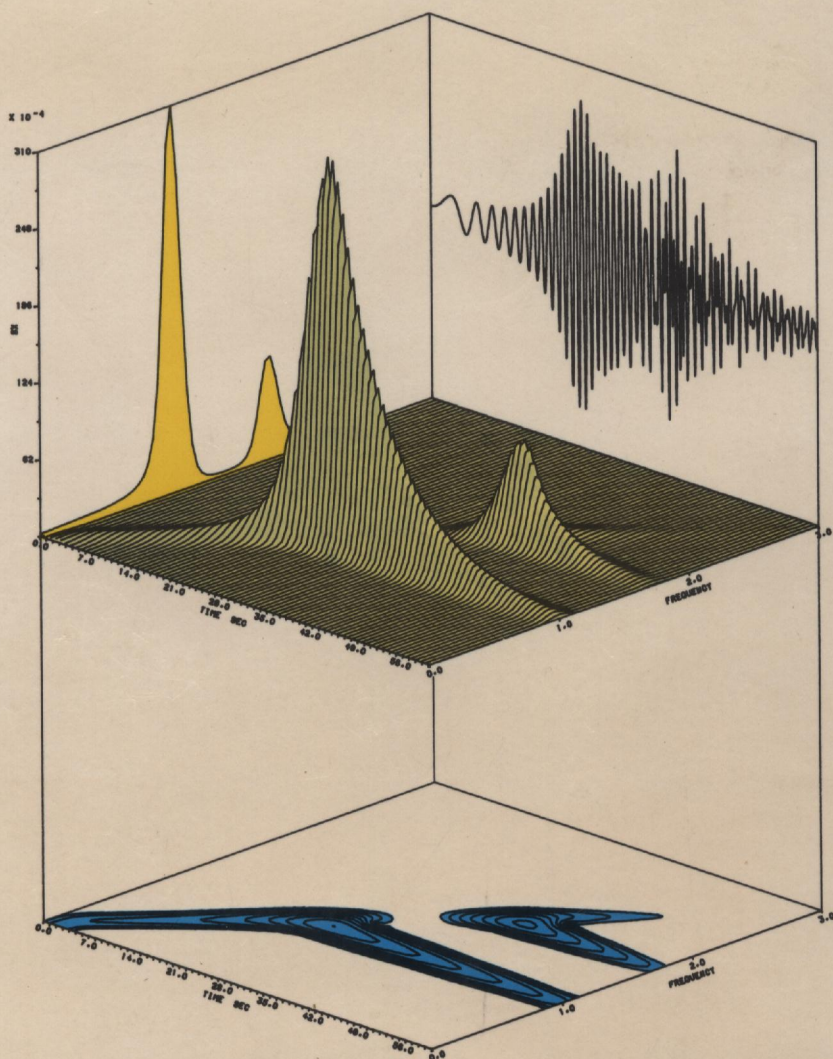


VIBRATIONS ALÉATOIRES ET ANALYSE SPECTRALE

ANDRÉ PREUMONT



PRESSES POLYTECHNIQUES ET UNIVERSITAIRES ROMANDES

Table des matières

PRÉFACE..... v

TABLE DES MATIÈRES..... vii

CHAPITRE 1	INTRODUCTION.....	1
	1.1 Sommaire.....	1
	1.2 Notation.....	7
	1.3 La transformée de Fourier.....	7
	1.4 Convolution.....	8
CHAPITRE 2	RAPPEL DE CALCUL DES PROBABILITÉS	
	VARIABLES ALÉATOIRES.....	13
	2.1 Axiomes de la théorie des probabilités.....	13
	2.1.1 Probabilité et fréquence relative.....	13
	2.1.2 Interprétations alternatives.....	14
	2.1.3 Axiomes.....	15
	2.2 Théorèmes et définitions.....	16
	2.3 Variable aléatoire, fonction de probabilité, fonction de répartition et densité de probabilité.....	17
	2.4 Distribution conjointe de plusieurs variables aléatoires.....	21
	2.5 Distribution conditionnelle.....	23
	2.6 Fonctions de variables aléatoires.....	24
	2.6.1 Fonction d'une variable aléatoire.....	24
	2.6.2 Fonction de deux variables aléatoires.....	26
	2.6.3 n fonctions de n variables aléatoires.....	29
	2.7 Espérance mathématique.....	30
	2.8 Moments.....	31
	2.9 Fonction caractéristique, cumulants.....	32
	2.10 Cas de plusieurs variables aléatoires.....	34
	2.11 Références pour lectures complémentaires.....	36

CHAPITRE 3	PROCESSUS ALÉATOIRES	37
	3.1 Définitions.....	37
	3.2 Spécification d'un processus aléatoire.....	38
	3.2.1 Densité de probabilité.....	38
	3.2.2 Fonctions caractéristiques.....	39
	3.2.3 Fonctions moments.....	40
	3.2.4 Fonctions cumulants.....	41
	3.2.5 Fonctionnelle caractéristique.....	41
	3.3 Processus stationnaire.....	42
	3.4 Propriétés des fonctions de corrélation.....	43
	3.5 Dérivation.....	46
	3.5.1 Convergence.....	46
	3.5.2 Continuité.....	47
	3.5.3 Dérivation.....	47
	3.6 Intégration.....	49
	3.7 Moyenne temporelle, théorème d'ergodicité.....	50
	3.8 Décomposition spectrale d'un processus aléatoire.....	52
	3.9 Exemples.....	55
	3.10 Cas de deux processus.....	57
	3.11 Systèmes linéaires.....	58
	3.12 Processus périodiques.....	59
	3.13 Références pour lectures complémentaires.....	61
CHAPITRE 4	PROCESSUS GAUSSIEN. PROCESSUS DE POISSON	63
	4.1 Variable aléatoire gaussienne.....	63
	4.2 Théorème de la limite centrale.....	64
	4.3 Variables conjointement gaussiennes.....	68
	4.4 Remarque.....	69
	4.5 Cas multidimensionnel.....	71
	4.6 Processus aléatoire gaussien.....	72
	4.7 Processus de Poisson.....	73
	4.8 Impulsions aléatoires.....	77
	4.9 Shot noise.....	79
	4.10 Références pour lectures complémentaires.....	79
CHAPITRE 5	RÉPONSE ALÉATOIRE D'UN OSCILLATEUR LINÉAIRE À UN DEGRÉ DE LIBERTÉ.....	81
	5.1 Relation entrée-sortie pour un système linéaire.....	81
	5.2 L'oscillateur à un degré de liberté faiblement amorti.....	83
	5.3 Réponse stationnaire à une excitation aléatoire stationnaire.....	86
	5.4 Réponse stationnaire de l'oscillateur linéaire.....	87
	5.5 Réponse transitoire.....	90
	5.5.1 Excitation à support positif.....	90

	5.5.2 Cas d'une excitation faiblement stationnaire.....	91
	5.5.3 Excitation instationnaire.....	93
5.6	Moments spectraux.....	94
	5.6.1 Définition.....	94
	5.6.2 Calcul des moments spectraux pour l'oscillateur linéaire.....	95
	5.6.3 Formules de Rice.....	99
5.7	Enveloppe d'un processus en bande étroite.....	101
5.8	Distribution conjointe de la réponse et de sa dérivée temporelle.....	102
5.9	Distribution de probabilité de l'enveloppe.....	102
5.10	Références pour lectures complémentaires.....	103
CHAPITRE 6	RÉPONSE ALÉATOIRE D'UN SYSTÈME LINÉAIRE À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTÉ (SYSTÈMES DISCRETS ET SYSTÈMES CONTINUS).....	105
6.1	Rappel de quelques notions de dynamique des structures.....	105
	6.1.1 Equation du mouvement.....	105
	6.1.2 Relation entrée-sortie.....	106
	6.1.3 Décomposition modale.....	106
	6.1.4 Equation du mouvement sous forme d'état.....	109
	6.1.5 Amortissement structural et héréditaire.....	110
	6.1.7 Excitation sismique unidirectionnelle.....	113
6.2	Réponse à une excitation aléatoire stationnaire.....	114
6.3	Rôle des cross-corrélations.....	116
6.4	Importance de l'amortissement non classique.....	122
6.5	Remarques sur l'implémentation.....	123
6.6	Structures continues.....	124
	6.6.1 Fonctions d'influence – Relation entrée-sortie.....	124
	6.6.2 Réponse stationnaire à une excitation stationnaire et spatialement homogène.....	125
	6.6.3 Structure possédant des modes normaux.....	127
	6.6.4 Exemple: vibration d'un barreau dans un écoulement axial turbulent.....	132
6.7	La réponse d'un building dans le sens du vent.....	136
	6.7.1 Forces aérodynamiques dans le sens du vent.....	136
	6.7.2 Modélisation du vent dans la couche limite atmosphérique.....	137
	6.7.3 Exemple.....	139
6.8	La réponse d'un avion à la turbulence atmosphérique.....	144
	6.8.1 Les opérateurs aéroélastiques.....	144
	6.8.2 Description statistique de la turbulence atmosphérique.....	145
	6.8.3 Réponse d'une section typique à une turbulence unidimensionnelle.....	152

	6.8.4 Portance induite sur une aile par une turbulence bidimensionnelle	156
	6.8.5 Formulation générale discrète.....	158
CHAPITRE 7	RELATION ENTRÉE-SORTIE POUR LES SYSTÈMES PHYSIQUES (CAS STATIONNAIRE)	161
	7.1 Fonction de transfert.....	161
	7.2 Fonction de cohérence	162
	7.3 Effet du bruit.....	163
	7.4 Exemple	165
	7.5 Remarque.....	167
	7.6 Références pour lectures complémentaires.....	167
CHAPITRE 8	DESCRIPTION SPECTRALE DE PROCESSUS INSTATIONNAIRES.....	169
	8.1 Objectifs d'une représentation spectrale instationnaire.....	169
	8.2 Réponse d'une batterie de filtres en bande étroite.....	172
	8.3 Densité de puissance spectrale instantanée.....	174
	8.4 Processus localement stationnaire.....	175
	8.5 Oscillateur partant du repos.....	176
	8.6 Le spectre physique de Mark.....	177
	8.6.1 Définition et propriétés.....	177
	8.6.2 Dualité temps-fréquence.....	180
	8.6.3 Relation asymptotique pour un processus stationnaire.....	182
	8.7 Applications.....	183
	8.7.1 Analyse spectrale d'accélérogrammes sismiques.....	183
	8.7.2 Réponse structurale à un <i>Sweep Sine</i>	185
	8.8 Le spectre évolutif de Priestley.....	185
	8.8.1 Analyse harmonique généralisée.....	185
	8.8.2 Spectre évolutif.....	188
	8.8.3 Processus multivariés.....	190
	8.8.4 Relation entrée-sortie.....	
	8.8.5 Remarque.....	193
	8.8.6 Relation entrée-sortie pour un système sous forme d'état.....	193
	8.8.7 Relation avec le spectre physique.....	195
	8.8.8 Applications.....	
	8.9 Résumé.....	196
	8.10 Références pour lectures complémentaires.....	197
CHAPITRE 9	PROCESSUS DE MARKOV.....	199
	9.1 Probabilité conditionnelle.....	199

9.2	Classification des processus aléatoires.....	200
9.3	Processus purement aléatoire.....	201
9.4	Définition d'un processus de Markov, équation de Smoluchowski.....	201
9.5	Processus à incréments indépendants.....	202
9.6	Processus markoviens et variables d'état.....	205
9.7	Processus markovien gaussien.....	207
9.8	Marche au hasard et équation de diffusion.....	214
	9.8.1 Généralités.....	214
	9.8.2 Marche au hasard d'une particule libre.....	215
	9.8.3 Marche au hasard d'une particule retenue élastiquement.....	216
9.9	Equation de Fokker-Planck unidimensionnelle.....	218
9.10	Solution de l'équation de Fokker-Planck unidimensionnelle.....	222
	9.10.1 Solution stationnaire.....	222
	9.10.2 Solution instationnaire.....	223
9.11	Remplacement d'un processus réel par un processus de Markov.....	226
9.12	Equation de Fokker-Planck multidimensionnelle.....	228
9.13	Remplacement d'un processus réel par un processus de Markov. Cas multidimensionnel.....	229
9.14	Le mouvement brownien de l'oscillateur à un degré de liberté.....	231
9.15	Systèmes stochastiquement équivalents.....	234
9.16	Markovianisation d'ordre croissant.....	235
9.17	Références pour lectures complémentaires.....	237
CHAPITRE 10	RUINE ENTRAÎNÉE PAR DES VIBRATIONS ALÉATOIRES	239
10.1	Modes de ruine.....	239
10.2	Franchissements d'un seuil de niveau b, passages par zéro.....	240
10.3	Distribution des maxima.....	245
10.4	Distribution de l'enveloppe.....	248
	10.4.1 Définition de Crandall & Mark.....	248
	10.4.2 Définition de Rice.....	249
	10.4.3 La transformée de Hilbert. Définition de Cramer & Leadbetter.....	250
	10.4.4 Généralisation.....	254
	10.4.5 Définition énergétique.....	256
	10.4.6 Distribution conjointe des valeurs de l'enveloppe.....	257
10.5	Taux de franchissement d'un seuil par l'enveloppe.....	259
10.6	Clump-size, taille moyenne des groupes.....	262
10.7	Problème du premier passage.....	267

	10.7.1	Position de problème.....	267
	10.7.2	Hypothèse de franchissements indépendants.....	269
	10.7.3	Hypothèse des franchissements de l'enveloppe indépendants.....	270
	10.7.4	Approche basée sur la taille moyenne des groupes	270
	10.7.5	Modèle de Vanmarcke.....	271
	10.7.6	Approche basée sur le processus en temps discret des extrema.....	272
	10.8	Premier passage et équation de Fokker-Plank.....	274
	10.8.1	Processus markovien multidimensionnel.....	274
	10.8.2	Dérivation de l'équation de Fokker-Planck unidimensionnelle de l'enveloppe.....	275
	10.9	Facteur de pic (<i>peak factor</i>).....	281
	10.9.1	Liaison avec la fiabilité.....	281
	10.9.2	Formules approchées pour le facteur de pic	282
	10.10	Fatigue.....	286
	10.10.1	Généralités	286
	10.10.2	Ruine par fatigue entraînée par des solicitations aléatoires.....	288
	10.11	Références pour lectures complémentaires.....	292
CHAPITRE 11		LA TRANSFORMÉE DE FOURIER DICRÈTE.....	293
	11.1	Introduction.....	293
	11.2	La transformée de Fourier.....	294
	11.3	Prolongement périodique et échantillonnage.....	296
	11.4	Théorème de Shannon (ou théorème d'échantillonnage).....	298
	11.5	La série de Fourier.....	300
	11.5.1	Développement en série de fonctions orthogonales... 300	300
	11.5.2	Développement en série de Fourier	301
	11.5.3	Le phénomène de Gibbs.....	302
	11.5.4	Relation avec la transformée de Fourier.....	303
	11.6	Développement graphique de la DFT	304
	11.7	Développement analytique de la DFT	306
	11.8	Définition de la transformée de Fourier discrète(DFT).....	308
	11.9	Propriétés de la DFT.....	309
	11.10	Relation avec la transformée continue et la série de Fourier.....	309
	11.11	Exemples.....	310
	11.11.1	Effet Gibbs.....	310
	11.11.2	Leakage.....	311
	11.12	Réduction du leakage.....	312
	11.13	L'algorithme de la <i>fast fourier transform</i> (FFT) en base 2 ($N = 2^m$).....	314
	11.14	Convolution et corrélation via la FFT.....	317
	11.14.1	Convolution et corrélation périodique.....	317

11.14.2 Approximation de la convolution continue
par la convolution discrète 320

11.15 Application de la FFT à la simulation d'échantillons
d'un processus gaussien..... 324

11.16 Références pour lectures complémentaires..... 329

BIBLIOGRAPHIE..... 331

INDEX 345

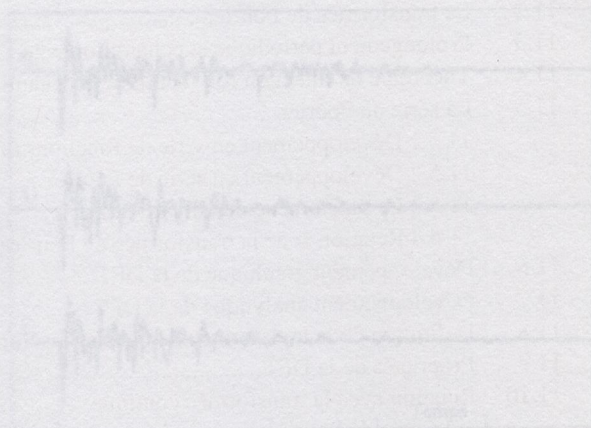


Fig. 1.1. Échantillons d'un processus stochastique.

VIBRATIONS ALÉATOIRES ET ANALYSE SPECTRALE

ANDRÉ PREUMONT

Ce texte constitue un exposé systématique de la théorie des vibrations aléatoires linéaire, en régimes stationnaire et non stationnaire.

Il contient en outre les fondements de l'analyse spectrale. Il est illustré de différents exemples empruntés à diverses disciplines, allant du génie sismique à l'énergie nucléaire.

Il intéressera les étudiants des deuxième et troisième cycles des écoles d'ingénieurs ayant déjà une formation de base en théorie des vibrations, ainsi que les chercheurs dans l'industrie.



9 782880 741839

PRESSES POLYTECHNIQUES ET UNIVERSITAIRES ROMANDES