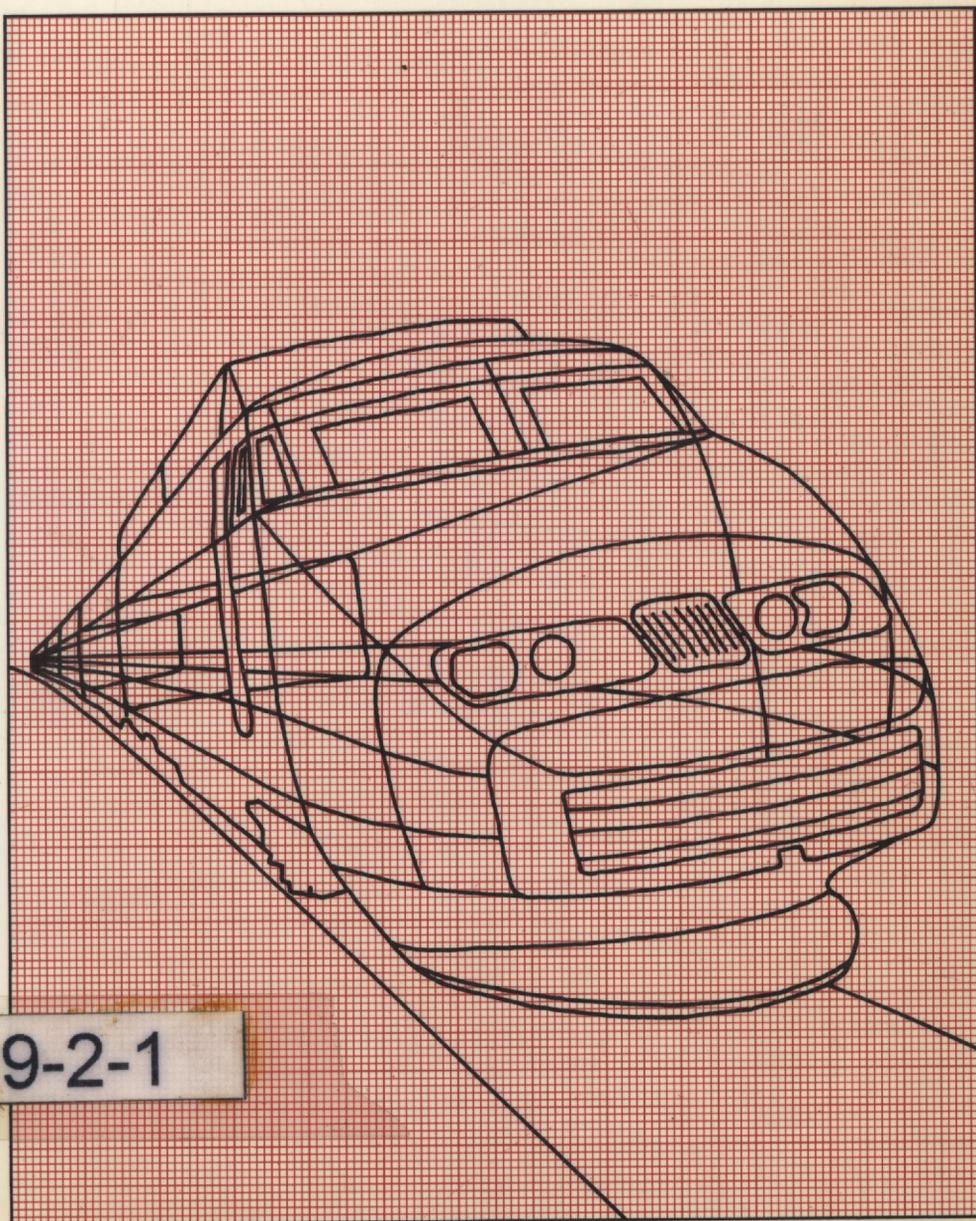


Probabilités et statistique

ALAN RUEGG

Troisième édition



-519-2-1

TABLE DES MATIÈRES

	AVANT-PROPOS	v
CHAPITRE 1	ÉVÉNEMENTS ET PROBABILITÉS	
	1.1 Introduction	1
	1.2 Expérience stochastique, événement	2
	1.2.1 Expérience stochastique	2
	1.2.2 Ensemble fondamental, événements	3
	1.2.3 Opérations sur les événements	3
	1.2.4 Ensembles produits et expériences composées ...	5
	1.3 Probabilité	6
	1.3.1 Espace probabilisé	6
	1.3.2 Propriétés élémentaires d'une loi de probabilité .	7
	1.3.3 Espace probabilisé produit	8
	1.4 Évaluation d'une loi de probabilité	10
	1.4.1 Introduction	10
	1.4.2 Loi uniforme discrète	10
	1.4.3 Loi uniforme continue	11
	1.4.4 Définition statistique de la probabilité	13
	1.5 Rappel d'analyse combinatoire	13
	1.5.1 Introduction	13
	1.5.2 Théorème fondamental de l'analyse combinatoire ou principe de multiplication	14
	1.5.3 Nombre de sous-ensembles de taille donnée	14
	1.5.4 Permutations avec répétition	15
	1.6 Problèmes	16
CHAPITRE 2	PROBABILITÉ CONDITIONNELLE ET INDÉPENDAN- CE STOCHASTIQUE	
	2.1 Probabilité conditionnelle	19
	2.2 Théorèmes relatifs à la probabilité conditionnelle	20
	2.2.1 Théorème de multiplication	21
	2.2.2 Théorème des probabilités totales	21
	2.2.3 Théorème de Bayes	22
	2.2.4 Diagrammes en arbre	22

	2.3	Indépendance stochastique	23
	2.3.1	Définition	23
	2.3.2	Remarques	24
	2.4	Modèles d'urne	25
	2.4.1	Différents modes de tirage	25
	2.4.2	Urne contenant deux sortes de boules	26
	2.5	Applications à des problèmes de fiabilité	28
	2.5.1	Introduction	28
	2.5.2	Fiabilité des systèmes	28
	2.5.3	Diagrammes de fiabilité	29
	2.6	Problèmes	30
CHAPITRE 3		VARIABLES ALÉATOIRES DISCRÈTES	
	3.1	VARIABLES ALÉATOIRES	33
	3.1.1	Définition et exemples	33
	3.1.2	Remarques	34
	3.2	VARIABLES ALÉATOIRES DISCRÈTES	35
	3.2.1	Loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète	35
	3.2.2	Remarques	36
	3.2.3	Évaluation d'une loi de probabilité discrète	36
	3.3	DISTRIBUTIONS DISCRÈTES USUELLES	37
	3.3.1	Distribution de Bernoulli	37
	3.3.2	Distribution uniforme discrète	38
	3.3.3	Distribution binomiale	38
	3.3.4	Distribution géométrique	39
	3.3.5	Distribution de Poisson	40
	3.3.6	Autres distributions discrètes	41
	3.4	ESPÉRANCE MATHÉMATIQUE ET VARIANCE	41
	3.4.1	Définitions	41
	3.4.2	Propriétés	43
	3.4.3	Fonction d'une variable aléatoire discrète	44
	3.4.4	Exemple : arrivée de pétroliers dans un port	44
	3.5	CARACTÉRISTIQUES DES DISTRIBUTIONS DISCRÈTES USUELLES	45
	3.5.1	Résultats	45
	3.5.2	Démonstrations	45
	3.5.3	Exemple : arrivée de clients vers un guichet	47
	3.6	Problèmes	48
CHAPITRE 4		VARIABLES ALÉATOIRES CONTINUES	
	4.1	Loi de probabilité d'une variable aléatoire continue	51
	4.1.1	Introduction	51
	4.1.2	Densité de probabilité	52

4.1.3	Fonction de répartition	54
4.1.4	Distribution mixte	55
4.1.5	Remarque	56
4.2	Fonction d'une variable aléatoire continue	57
4.3	Distributions continues usuelles	58
4.3.1	Introduction	58
4.3.2	Distribution uniforme continue	58
4.3.3	Distribution exponentielle	59
4.3.4	Distribution normale ou gaussienne réduite	59
4.3.5	Distribution normale ou gaussienne	60
4.3.6	Autres distributions continues	61
4.4	Espérance mathématique et variance	62
4.4.1	Définitions et propriétés	62
4.4.2	Caractéristiques des distributions continues usuelles	63
4.5	Usage des tables de la distribution normale	64
4.5.1	Distribution normale réduite	64
4.5.2	Distribution normale	64
4.5.3	Intervalle symétrique par rapport à μ	65
4.6	Application à des problèmes de fiabilité	65
4.6.1	Fiabilité d'un dispositif en fonction du temps	65
4.6.2	Loi de fiabilité exponentielle	67
4.7	Problèmes	67
CHAPITRE 5 SYSTÈMES DE VARIABLES ALÉATOIRES		
5.1	Couples aléatoires	71
5.1.1	Introduction	71
5.1.2	Couples aléatoires discrets	72
5.1.3	Couples aléatoires continus	73
5.1.4	Indépendance de deux variables aléatoires	75
5.2	Covariance et coefficient de corrélation linéaire	76
5.2.1	Moments d'un couple aléatoire, covariance	76
5.2.2	Dépendance stochastique de deux variables aléatoires	77
5.3	Sommes de variables aléatoires	80
5.3.1	Introduction	80
5.3.2	Moments d'une somme de variables aléatoires	80
5.3.3	Distribution d'une somme de variables aléatoires	82
5.3.4	Stabilité d'une loi de probabilité	84
5.4	Application à des problèmes de fiabilité	85
5.4.1	Fiabilité d'un système	85
5.4.2	Redondance à commutation	86
5.4.3	Remarques sur le processus de Poisson	87
5.5	Problèmes	88

CHAPITRE 6	THÉORÈMES LIMITES ET MÉTHODES D'APPROXIMATION	
6.1	Approximation par la loi normale	91
6.1.1	Introduction	91
6.1.2	Théorème central limite	91
6.1.3	Application	92
6.2	Approximation de la loi binomiale	93
6.2.1	Approximation par la loi normale	93
6.2.2	Approximation par la loi de Poisson	94
6.3	Approximation normale de la loi de Poisson	95
6.4	Problèmes	96
CHAPITRE 7	ESTIMATION STATISTIQUE	
7.1	Calcul des probabilités et statistique mathématique	99
7.2	Estimation ponctuelle	100
7.2.1	Estimation ponctuelle d'une moyenne	100
7.2.2	Remarques générales sur le problème d'estimation	101
7.2.3	Estimateurs : définitions et propriétés	102
7.2.4	Étude des statistiques \bar{X} et S^2	103
7.3	Estimation par intervalle d'une moyenne	104
7.3.1	Notion d'intervalle de confiance	104
7.3.2	Moyenne d'une loi normale de variance connue	105
7.3.3	Moyenne d'une loi normale de variance inconnue	106
7.3.4	Échantillons de taille élevée	107
7.4	Comparaison de deux moyennes	108
7.5	Estimation par intervalle d'autres paramètres	109
7.5.1	Estimation d'une probabilité	109
7.5.2	Estimation de la variance d'une loi normale	110
7.5.3	Remarques générales sur la construction d'intervalles de confiance	110
7.6	Taille minimale d'un échantillon	112
7.6.1	Introduction et exemples	112
7.6.2	Remarques sur la loi des grands nombres	113
7.7	Problèmes	114
CHAPITRE 8	TESTS STATISTIQUES	
8.1	Généralités	117
8.1.1	Choix d'une distribution théorique	117
8.1.2	Principe d'un test d'hypothèses	117
8.2	Loi gamma et lois associées	118
8.2.1	Loi gamma	118
8.2.2	Loi du khi-deux	119
8.2.3	Loi de Student	121

8.3	Tests d'ajustement	122
8.3.1	Introduction	122
8.3.2	Test du khi-deux	123
8.3.3	Remarques	124
8.4	Tests paramétriques	125
8.4.1	Introduction	125
8.4.2	Comparaison d'une moyenne à un standard	125
8.4.3	Généralités sur les tests paramétriques	127
8.4.4	Tests bilatéraux et unilatéraux	128
8.4.5	Tests paramétriques et estimation par intervalle .	129
8.5	Tests d'indépendance	129
8.5.1	Indépendance de deux événements	129
8.5.2	Indépendance de deux caractères	131
8.5.3	Indépendance de deux variables binomiales	131
8.6	Problèmes	132
	ANNEXE : tables numériques	137
	SOLUTIONS DES PROBLÈMES	143
	BIBLIOGRAPHIE	150
	INDEX ALPHABÉTIQUE	151

Probabilités et statistique

ALAN RUEGG

Troisième édition
revue et augmentée

Cet ouvrage a pour but d'initier le lecteur aux concepts et aux méthodes fondamentales du calcul des probabilités et de la statistique. Il s'adresse avant tout aux étudiants ingénieurs du premier cycle universitaire, la matière présentée étant une contribution essentielle à leur formation mathématique. En outre, ce texte permet à des ingénieurs de l'industrie de compléter leurs connaissances dans ces domaines.

Les différents sujets traités sont: les notions fondamentales d'événements, de probabilité et de probabilité conditionnelle, les variables aléatoires discrètes et continues, les vecteurs aléatoires, des méthodes d'approximation basées sur le théorème central limite, l'estimation ponctuelle et par intervalle et quelques méthodes de tests d'ajustement et de tests paramétriques. L'ouvrage donne en plus une brève introduction à la théorie de la fiabilité qui constitue aujourd'hui un domaine d'application important des méthodes probabilistes. La lecture de ce livre ne nécessite que des connaissances élémentaires en calcul différentiel et intégral.

Si l'on veut vraiment se familiariser avec le traitement mathématique de la notion intuitive de hasard, il est indispensable de résoudre un grand nombre d'exercices. Pour ces raisons, en plus des exemples figurant dans le texte, nous proposons des problèmes dans la dernière section de chaque chapitre. Leurs solutions sont données à la fin du livre.

L'auteur est né à Bâle en 1932. Il est mathématicien, diplômé (1956) de l'Ecole polytechnique fédérale de Zurich et Docteur ès sciences de cette même institution (1962). Il a été professeur assistant (1967-70) à l'Université du Connecticut (USA). Depuis 1970, il est professeur de mathématiques à l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne où il s'est spécialisé dans l'enseignement de cours destiné à des ingénieurs et à des architectes.



9 782880 741488